



Universitetet  
i Stavanger

DET TEKNISK-NATURVITENSKAPELIGE FAKULTET

## MASTEROPPGAVE

|                                                                                                                                                                                                                |                                                                              |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------|
| Studieprogram/spesialisering:<br>Konstruksjoner og materialer, bygg.                                                                                                                                           | Vårsemesteret, 2011<br><br>Åpen                                              |
| Forfatter: Øyvind Vikingstad                                                                                                                                                                                   | .....<br>(signatur forfatter)                                                |
| Fagansvarlig: Jonas Thor Snæbjørnsson<br>Veileder(e): Jonas Thor Snæbjørnsson og Ivar Kvale (Petter J. Rasmussen A/S)                                                                                          |                                                                              |
| Tittel på masteroppgaven:<br>Modellering og konstruksjonsanalyse av boligbygg med fokus på jordskjelvlaster<br><br>Engelsk tittel:<br>Modeling and structural analysis of buildings exposed to seismic loading |                                                                              |
| Studiepoeng: 30                                                                                                                                                                                                |                                                                              |
| Emneord:<br>Jordskjelv,<br>responspektrum,<br>NS-EN 1998-1,<br>tverrkraftmetoden,<br>modal responspektrumanalyse,                                                                                              | Sidetall: .....<br>+ vedlegg/annet: .....<br><br>Stavanger, .....<br>dato/år |

## **Forord**

Denne rapporten er skrevet som en avsluttende del av utdannelsen ved Universitetet i Stavanger, våren 2011.

På høsten 2010 kontaktet jeg Petter J. Rasmussen AS med spørsmål om de hadde en relevant og interessant oppgave. Etter et møte med daglig leder Arne Støle-Hansen ble vi enige om å holde kontakten mens de tok en rundgang på kontoret om emner som kunne være interessante. Et av temaene som dukket opp var temaet seismiske laster. Dette temaet var noe både Petter J. Rasmussen AS og meg selv syntes hørtes interessant og spennendes ut. Temaet for oppgaven var dermed fastsatt og rammer for oppgaven ble satt i samarbeid med veileder ved universitetet.

Jeg vil takke ekstern veileder sivilingeniør Ivar Kvale fra Petter J. Rasmussen AS, og veileder ved universitetet professor Jonas Thor Snæbjørnsson for god hjelp og veiledning under skriveprosessen.

Haugesund 8. Juni 2011

---

Øyvind Vikingstad

## Sammendrag

I forbindelse med prosjektering av nye bygg i Norge er laster på grunn av jordskjelv relativt nytt å ha med i dimensjoneringsprosessen. Den første norske standarden som tok for seg laster fra seismiske påvirkninger (NS 3491-12) kom i 2004. I dag er det den europeiske standarden Eurocode 8 som er gjeldende for jordskjelvdimensjonering av bygninger. Fokuset på jordskjelvpåkjenninger som kom med standarden i 2004 har ført til et økt behov for kompetanse om hvordan bygninger skal dimensjoneres for seismiske laster.

I denne rapporten har fenomenet jordskjelv, og hvordan konstruksjoner påvirkes av dette blitt studert. Jordskjelvanalyse av et konkret bygg ble utført med standardens analysemetoder og en vurdering av de ulike analysemetodene ble gjort på bakgrunn av resultatene. Analyser med tverrkraftmetoden og modal responspektrumanalyse med plan modell ble utført med håndberegninger. Modal responspektrumanalyse med romlig/full modell ble utført i analyseprogrammet SAP2000, et beregningsprogram som bygger på elementmetoden.

Resultatene fra analysene viser at byggets respons i stor grad påvirkes av den første egensvingeformen. Tverrkraftmetoden gir skjærkrefter ved fundamentnivå som er til sikker side. Modal responspektrumanalyse med plan modell gir reduksjon i skjærkrefter i forhold til tverrkraftmetoden. Begge disse metodene gav laveste maksimale forskyvninger. Analysen med modal responspektrumanalyse med full modell gav de laveste skjærkreftene og de høyeste maksimale forskyvningene. Ved bruk av de to forenklede analysemetodene bør byggets avstivningssystem og tilhørende stivhetsegenskaper evalueres nøye. Dette gjelder særlig for bygg hvor store deler av den horisontale stivheten kommer fra skjærvegger i betong, og bygg med relativt uryddig geometri og stivhetsfordeling. Disse analysemetodene gir også liten informasjon om eventuelle torsjonskrefter som vil virke på bygget.

Beregningene i denne rapporten viser at de enkleste analysemetodene ikke alltid gir konservative resultater for alle responsstørrelser. Oversiktlige overslagsberegninger for hånd etterfulgt av en grundigere analyse ved hjelp av et analyseprogram vil derfor være en god analyseprosedyre dersom en seismisk vurdering må utføres.

# Innhold

|                                                  |    |
|--------------------------------------------------|----|
| Forord .....                                     | 1  |
| Sammendrag .....                                 | 2  |
| Tabelliste .....                                 | 7  |
| Figurliste.....                                  | 7  |
| Kapittel 1: Innledning.....                      | 9  |
| Bakgrunn for oppgaven .....                      | 9  |
| Omfanget av oppgaven.....                        | 10 |
| Begrensning av oppgaven .....                    | 10 |
| Organisering av oppgaven.....                    | 10 |
| Kapittel 2: Seismologi.....                      | 11 |
| Jordens oppbygning.....                          | 11 |
| Platetektonikk.....                              | 12 |
| Begrepet jordskjelv .....                        | 13 |
| Forkastninger.....                               | 14 |
| Jordskjelvs størrelse, styrke og intensitet..... | 15 |
| Kapittel 3: Teori .....                          | 17 |
| Idealisering og frihetsgrader.....               | 17 |
| Viktige begrep innenfor dynamisk analyse .....   | 18 |
| Egenperiode.....                                 | 18 |
| Egenfrekvens .....                               | 18 |
| Vibrasjonsfrekvens.....                          | 19 |
| Resonans.....                                    | 19 |
| Demping .....                                    | 19 |
| Viskøs demping.....                              | 20 |
| Coulomb demping .....                            | 20 |
| Dempingsforhold.....                             | 21 |

|                                                                                  |    |
|----------------------------------------------------------------------------------|----|
| Svingelikninger .....                                                            | 22 |
| Kort om svingelikning og utledning.....                                          | 22 |
| Respons .....                                                                    | 23 |
| Metoder å løse svingelikninger på .....                                          | 23 |
| Løsning av svingelikning for et en-frihetsgrad system utsatt for jordskjelv..... | 24 |
| Responsspekter.....                                                              | 31 |
| Elastisk designspekter .....                                                     | 35 |
| Kapittel 4: Eurokode 8 .....                                                     | 37 |
| Generelt om prosjekteringsstandarden .....                                       | 37 |
| Seismisk påvirkning .....                                                        | 38 |
| Seismisk klasse.....                                                             | 39 |
| Grunnforhold.....                                                                | 41 |
| Grunnens akselerasjon.....                                                       | 42 |
| Duktilitet.....                                                                  | 44 |
| Etablering av dimensjonerende spekter for elastisk analyse .....                 | 45 |
| Utelatelseskriterier .....                                                       | 46 |
| Egenskaper ved jordskjelvsikre bygninger .....                                   | 47 |
| Prinsipper for prosjektering.....                                                | 47 |
| Primære og sekundære seismiske konstruksjonsdeler .....                          | 48 |
| Konstruksjoners regularitet .....                                                | 49 |
| Konstruksjonsanalyse.....                                                        | 50 |
| Analyse ved hjelp av tverrkraftmetoden .....                                     | 50 |
| Modal responspektrumanalyse .....                                                | 53 |
| Kombinasjon av seismiske lastvirkninger.....                                     | 55 |
| Kapittel 5: Jordskjelvanalyse av boligbygg .....                                 | 56 |
| Beskrivelse av bygningen.....                                                    | 56 |
| Dimensjonerende elastisk designspekter.....                                      | 57 |

|                                                        |    |
|--------------------------------------------------------|----|
| Byggets stivhet .....                                  | 57 |
| Stivhetsegenskaper til betongvegger .....              | 57 |
| Stivhetsegenskaper til stålsøyler .....                | 59 |
| Byggets totale stivhet .....                           | 59 |
| Analyse med tverrkraftmetoden .....                    | 60 |
| Forenklet beregning av byggets første egenperiode..... | 60 |
| Kontroll av krav for bruk av tverrkraftmetoden.....    | 60 |
| Skjærkraft ved fundamentnivå .....                     | 60 |
| Forskyvninger.....                                     | 61 |
| Modal responsspektrumanalyse, plan modell .....        | 62 |
| Forenkling av konstruksjonen .....                     | 62 |
| Beregning av egenperioder.....                         | 62 |
| Kontroll av krav .....                                 | 63 |
| Skjærkraft ved fundamentnivå .....                     | 63 |
| Forskyvninger.....                                     | 64 |
| Modal responsspektrumanalyse, romlig modell.....       | 65 |
| Modellering av konstruksjonen .....                    | 65 |
| Modal analyse .....                                    | 66 |
| Skjærkraft ved fundamentnivå .....                     | 66 |
| Forskyvninger.....                                     | 66 |
| Sammenlikning av resultater .....                      | 67 |
| Stivhetsberegninger .....                              | 67 |
| Egenperioder .....                                     | 68 |
| Skjærkrefter .....                                     | 69 |
| Forskyvninger.....                                     | 69 |
| Kapittel 7: Diskusjon og konklusjon .....              | 70 |
| Referanser.....                                        | 72 |

|                                                                                                             |     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Vedlegg .....                                                                                               | 74  |
| Vedlegg 1: Laster og masseberegning .....                                                                   | 74  |
| Vedlegg 2: Inndeling av betongvegger for stivhetsberegninger .....                                          | 80  |
| Vedlegg 3: Stivhetsberegninger .....                                                                        | 82  |
| Vedlegg 4: Beregninger, tverrkraftmetoden.....                                                              | 98  |
| Vedlegg 5: Beregninger modal responsspektrumanalyse, med plan modell og<br>stivhetsberegning metode 1 ..... | 104 |
| Vedlegg 6: Beregninger modal responsspektrumanalyse, med plan modell og<br>stivhetsberegning metode 2 ..... | 118 |
| Vedlegg 7: SAP2000 output – egenperioder og sum av modale masser .....                                      | 132 |
| Vedlegg 8: SAP2000 output – resultater; skjærkrefter og forskyvninger .....                                 | 137 |
| Vedlegg 9: Plantegninger boligbygg.....                                                                     | 138 |

## **Tabelliste**

Tabell 2.1 – Richters skala

Tabell 2.2 – EMS98 intensitetsskala

Tabell 4.1 – Definisjon av seismiske klasser

Tabell 4.2 – Veiledende tabell for klassifisering av seismisk klasse

Tabell 4.3 – Verdier for seismisk faktor

Tabell 4.4 – Grunntyper

Tabell 4.5 – Verdier for parametere som beskriver de anbefalte responspektrene

Tabell 4.6 – Oversikt over q-verdier for ulike duktilitetsklasser

Tabell 4.7 – Konsekvenser av konstruksjonens regularitet for seismisk analyse og dimensjonering

Tabell 5.1 – Oppsummering av resultater

## **Figurliste**

Figur 1.1 – Oversikt over jordskjelv i Norge de siste 200 årene

Figur 2.1 – Inndeling av tektoniske plater

Figur 2.2 – Jordens oppbygning

Figur 2.3 – Plategrenser

Figur 2.4 – Jordskjelvets hyposenter og episenter

Figur 2.5 – Forkastningstyper

Figur 3.1 – Idealisert ”masse-fjær-demper system” med en frihetsgrad

Figur 3.2 – Udempet system utsatt for fri svingning

Figur 3.3 – Effekter av demping på fri svingning

Figur 3.4 – Fri svingning av underdempet, overdempet og kritisk dempet system

Figur 3.5 – En-frihetsgrad system med tilhørende fritt legemediagram

Figur 3.6 – Enhetsimpuls

Figur 3.7 – Enhetsimpuls-responsfunksjonen

Figur 3.8 – En sekvens uendelig korte impulser

Figur 3.9 – En-frihetsgrad system med idealisert modell

Figur 3.10 – Grunnbevegelser registrert under flere forskjellige jordskjelv

Figur 3.11 – Beregningsprosedyre for forskyvnings-responspektrum

Figur 3.12 – Eksempel på responspektrum

Figur 3.13 – Eksempel på kombinert D-V-A spektrum



Figur 3.14 – Responsspektrum registrert i El Centro, California, under jordskjelv i 1940, 1956 og 1968

Figur 3.15 – Eksempel på elastisk designspektrum

Figur 4.1 – Inndeling seismiske soner

Figur 4.2 – Horisontale elastiske responsspektre til bruk i Norge for jordtype A til E

Figur 4.3 – Kraftfordeling tverrkraftmetoden

Figur 4.4 – Modal fordeling av horisontale skjærkrefter

Figur 4.5 – Lineær fordeling av horisontale skjærkrefter

Figur 5.1 – Modell av boligbygg modellert i SAP2000

Figur 5.2 – Dimensjonerende elastisk designspekter laget i Mathcad

Figur 5.3 – Beregning av skjærveggers deformasjon

Figur 5.4 – Modellering av betongvegg

Figur 5.5 – Idealisert modell av boligbygg

Figur 5.6 – SAP2000 modell av boligbygg sett fra ulike vinkler

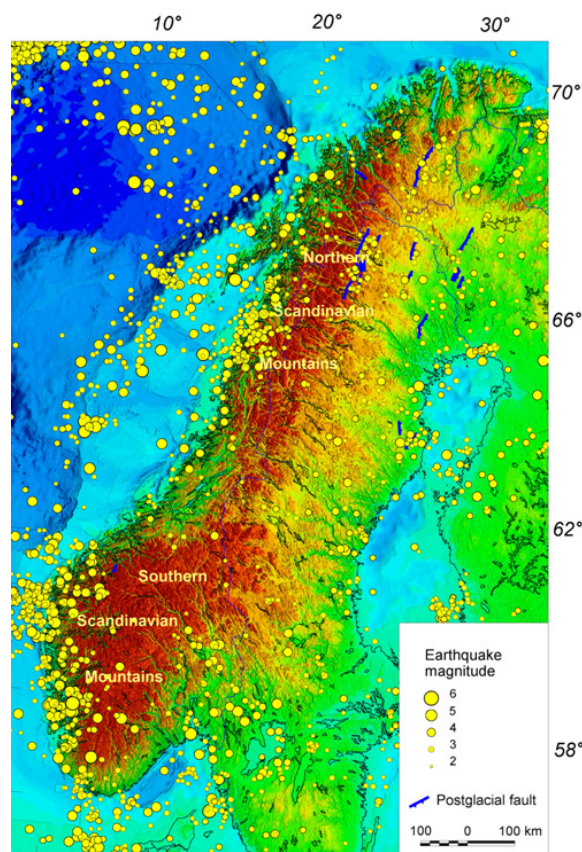
Figur 5.7 – Intervall for maksimal  $S_d(T)$

Figur 6.1 – Designspekter med høy og lav egenperiode

# Kapittel 1: Innledning

## *Bakgrunn for oppgaven*

Norge ikke er kjent for å være det stedet i verden som er mest utsatt for jordskjelv. Allikevel er Norge det området i Nord-Europa som per i dag opplever flest jordskjelv. Ser vi tilbake på jordskjelvets historie i Norge ser vi at det har forekommet relativt store jordskjelv her til lands i løpet av de siste 200 årene. Skjelvet som vekket mest oppsikt skjedde sør for Oslo den 23. oktober 1904. Dette skjelvet hadde en styrke på 5,4 på Richters skal og kunne merkes i store deler av Nord-Europa. Det største jordskjelvet som er registrert i Norge skjedde i Rana den 31. august 1819. Skjelvets styrke har i senere tid blitt anslått til å være 5,8 på Richters skala. Figur 1.1 viser en oversikt over registrerte jordskjelv i Norge for de siste 200 årene. Som vi ser av figuren befinner områdene med størst seismisk aktivitet her til lands seg på Vestlandet og i Nordland.



Figur 1.1, oversikt over jordskjelv i Norge de siste 200 årene [10]

Påvirkninger på grunn av jordskjelv har ikke vært vanlig å ta med ved vurdering av bygningers bæreevne i Norge. I 2004 kom den første norske standarden som tok for seg laster fra seismiske påvirkninger. Dette var NS 3491-12. Den norske oversettelsen av Eurocode 8

med nasjonalt tillegg NS-EN 1998, ble utgitt i 2008. I perioden fra utgivelsen av NS-EN 1998 frem til 1. januar 2010 har det vært en overgangsfase hvor både den gamle og den nye standarden har kunnet brukes. Fra 2010 av har det kun vært Eurocode 8 i form av NS-EN 1998 som er har vært den gjeldende standarden. Eurocode 8 er et større og grundigere dokument enn NS 3491-12 som er beregnet for bruk i hele Europa og tar for seg både belastninger og detaljering av konstruksjoner for jordskjelvbelastninger. De nye kravene som kom i 2004 har ført til økt behov for kompetanse om hvordan konstruksjoner skal dimensjoneres for seismiske påkjenninger.

### ***Omfanget av oppgaven***

Jeg vil i denne oppgaven først se nærmere på fenomenet jordskjelv og hvilke påvirkninger dette kan ha på konstruksjoner. Videre vil jeg foreta jordskjelvanalyser av et konkret bygg med standardens ulike analysemetoder. Resultatene fra de ulike analysene vil så bli vurdert og sammenliknet.

### ***Begrensning av oppgaven***

Rapporten begrenser seg til elastiske beregninger. Den seismiske påvirkningen vil kun bli representert ved elastiske responspektrum. Dette er standardens grunnleggende måte å representere seismiske påvirkninger på.

Analysene av det konkrete bygget fokuserer kun på estimering av de seismiske påkjenningene bygget utsettes for. Det vil derfor ikke bli utført kapasitetsberegninger av søyler, dekker, osv.

### ***Organisering av oppgaven***

Kapittel 2 inneholder bakgrunnsstoff som gir forståelse for hva jordskjelv er og hvorfor de oppstår. Kapittel 3 tar for seg idealisering av konstruksjoner, svingelikninger og en-frihetsgrad systemers respons på grunn av jordskjelv som en funksjon av tid. I kapittelet blir også responspektrumkonseptet presentert. Kapittel 4 tar for seg de viktigste punktene i standarden. Dette omfatter representasjon av seismisk påvirkning, dimensjonerende parametere, egenskaper ved jordskjelvsikre bygninger og ulike analysemetoder. I kapittel 5 blir en jordskjelvanalyse av et konkret bygg utført. Analysen blir utført med tre ulike analysemetoder; tverrkraftmetoden og modal responspektrumanalyse med plan modell som er forenklete overslagsberegninger gjort med håndberegninger, og modal responspektrumanalyse med romlig, full modell som er utført med analyseprogrammet

SAP2000. I slutten av kapittelet blir resultatene fra de ulike analysemetodene sammenliknet og vurdert. Kapittel 6 består av diskusjon og konklusjon basert på erfaringer fra analysene.

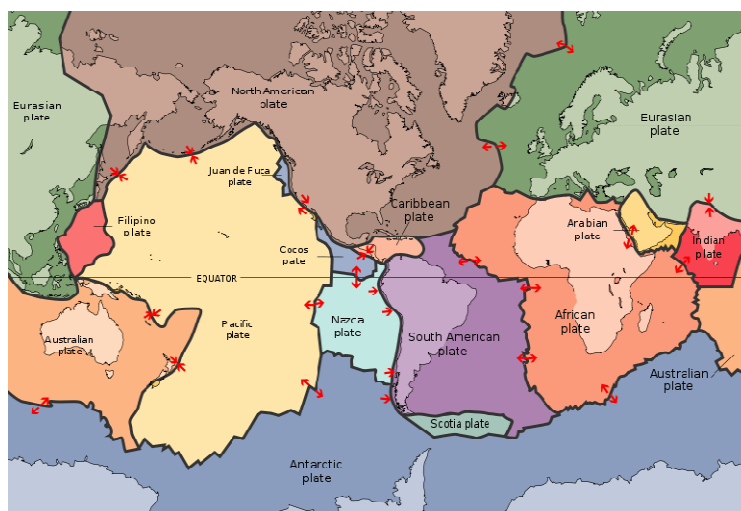
## Kapittel 2: Seismologi

Læren om jordskjelv kalles seismologi. Dette kapittelet baserer seg i stor grad på informasjon hentet fra [www.jordskjelv.no](http://www.jordskjelv.no) [9], en internettside drevet av NORSAR. NORSAR er et uavhengig forskningsinstitutt med spesialfelt innen forskning, tjenester og programvareutvikling relatert til anvendt geofysikk og seismologi [10].

Første del av dette kapittelet tar for seg jordas oppbygning. Videre introduseres begrepet jordskjelv. Jordskjelvs styrke og intensitet blir også omtalt.

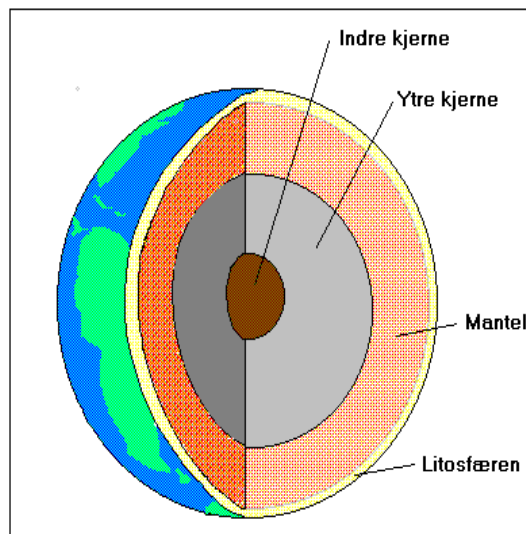
### *Jordens oppbygning*

Jordens indre er bygget opp av en rekke forskjellige lag. Det ytterste laget kalles jordskorpen. På land varierer jordskorpens tykkelse mellom 30 og 40 km, mens den under dyphavene er ca. 10 km tykk. Jordskorpen består av syv store, og en rekke mindre plater. Disse platene kalles tektoniske plater og de beveger seg med en hastighet på opptil ca. 10 cm per år. Man antar at grunnen til disse bevegelsene er at jordens varme kjerne fungerer som en kokeplate som gjør at platene flyter på mantelen og dermed beveger seg.



Figur 2.1, inndelingen av tektoniske plater [11]

Under jordskorpen befinner mantelen seg. Den øverste delen av mantelen kalles litosfæren. Den henger sammen med, og er en del av de tektoniske platene. Undersiden av litosfæren representerer glidesonen for platene som beveger seg over den nedre delen av mantelen, kalt astenosfæren. Mantelen er plastisk. Det vil si at den under trykk kan endre form over tid uten å sprekke. Mantelen strekker seg ned til ca. 2890 km dyp. Innenfor mantelen er det en todelt kjerne; en flytende som strekker seg ned til ca. 5150 km dyp, og under denne en fast indre kjerne som strekker seg inn til jordens sentrum ved ca. 6370 km dyp.



Figur 2.2, skisse av jordens oppbygning [12]

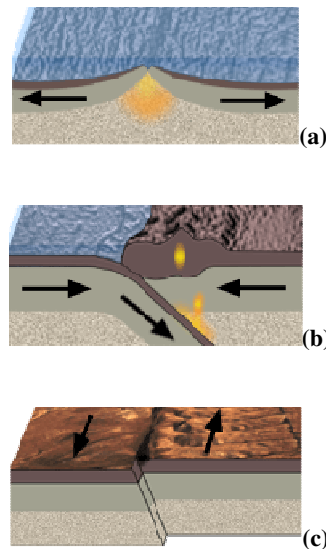
## ***Platetektonikk***

Vitenskapen om jordskorpens bevegelse kalle platetektonikk. Grensene mellom de tektoniske platene kalles plategrenser. Det finnes tre hovedtyper grenser mellom platene, som alle er opphav til større jordskjelv. De tre hovedtypene er konstruktive plategrenser, destruktive plategrenser og sidelengs plategrenser.

Ved en konstruktiv grense beveger platene seg bort fra hverandre, og ny skorpe som er varm og lett dannes imellom. Slike grenser finnes ofte som spredningsrygger i dype hav. Grunnen til at konstruktive plategrenser opptrer som en rygg er at den nye skorpen som blir dannet blir tyngre og kaldere, og synker etter hvert som den beveger seg vekk fra plategrensen. Jordskjelv som oppstår langs en slik rygg er ikke av de største, men det er mange av dem. Med unntak fra Island befinner de konstruktive plategrensene seg stort sett langt fra land.

Ettersom ny skorpe dannes ved de konstruktive plategrensene må gammel skorpe forsvinne et sted. Dette skjer ved de destruktive plategrensene. Dersom den ene av to plater som grenser til hverandre består av havbunn kan denne gli ned under den andre platen, og føre til enorme jordskjelv. Et slikt tilfelle er et eksempel på en destruktiv plategrense. En annen type destruktiv plategrense finnes der to plater som inneholder kontinenter kolliderer med hverandre. I en slik kollisjonssone presses masse opp til fjellkjeder, samtidig som relativt store jordskjelv oppstår. Himalayafjellene er et resultat av en slik kollisjon.

Den tredje hovedtypen av plategrenser er de såkalte sidelengs plategrensene. Ved denne typen grenser beveger to av jordskorpeplatene seg sideslengs i forhold til hverandre.



Figur 2.3, plategrenser; (a) konstruktiv plategrense, (b) destruktiv plategrense og (c) sidelengs plategrense [9]

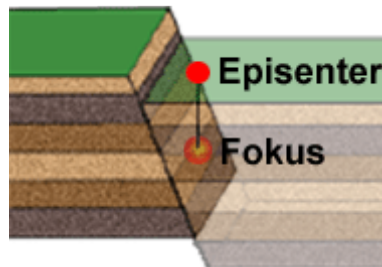
### ***Begrepet jordskjelv***

Med jordskjelv menes i utgangspunktet et plutselig brudd i jordskorpen av naturlig opprinnelse som er kraftig nok til at det sendes ut bølger i form av rystelser. Disse seismiske bølgene er delt inn i to hovedgrupper; rombølger og overflatebølger. Rombølgene forplanter seg gjennom grunnen, mens overflatebølgene brer seg langs overflaten.

Jordskjelv skyldes i de fleste tilfeller at to sider av en sprekk i jorden plutselig glipper i forhold til hverandre. Dette skyldes langsomme bevegelser i jordskorpen. Bevegelsene vil over tid bygge opp kraftige spenninger inne i skorpen, og tilslutt vil den aktuelle bergarten gi etter. Denne typen jordskjelv kalles tektoniske jordskjelv.

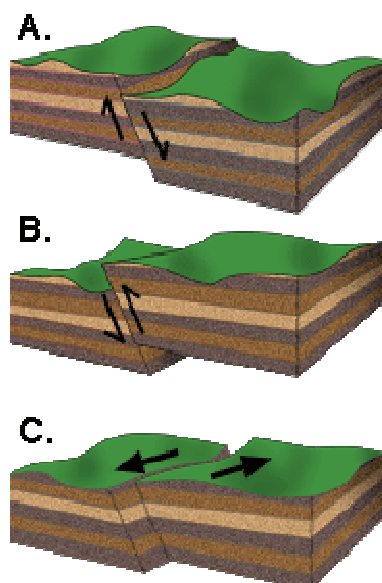
## ***Forkastninger***

Selve sprekken bevegelsen foregår over kalles en forkastning. Det punktet på en forkastning der bruddet starter kalles hyposenter. Punktet som på jordoverflaten ligger loddrett over hyposenteret er skjelvets episenter. Bruddet beveger seg utover langs forkastningen fra hyposenteret helt til spenningene i den omkringliggende jordskorpen er utløst og bevegelsen stopper opp.



**Figur 2.4, jordskjelvets fokus (hyposenter) og episenter [9]**

Jordskjelv og bevegelse på en forkastning kan deles inn i tre forkastningstyper. I tilfeller der jordskorpen blir lengre av bevegelsen kalles forkastningen normal. Dette vil skje i områder der jordskorpen er i strekk. Dersom skorpen blir kortere av en bevegelse på en forkastning kalles dette en reversforkastning. Reversforkastning oppstår der jordskorpen trykkes sammen. Den siste forkastningstypen kalles sidelengsforkastning. I dette tilfellet foregår bevegelsen sidelengs.



**Figur 2.5, forkastningstyper; (A) normalforkastning, (B) reversforkastning og (C) sidelengsforkastning [9]**

## *Jordskjelvs størrelse, styrke og intensitet*

Jordskjelv har store variasjoner i styrke og størrelse. Et jordskjelvs magnitudo er et tall som enkelt brukes for å sette mål på energien et jordskjelv har utløst. Det finnes flere forskjellige magnitudemålinger. På grunn av den store variasjonen i størrelse er slike magnitudeskalaer logaritmiske, hvor hvert trinn tilsvarer en økning i energi med en faktor på ca. 31.

Den mest kjente typen magnitudo er Richter-magnitudo. Denne har sitt navn fra seismologen Charles Richter som utviklet skalaen i 1935 for å måle styrken til jordskjelv på avstander opp til 1000 km. Richters skala er knyttet til utløst energi i skjelvets sentrum. Tabell 2.1 viser Richters skala.

| <b>Richters skala</b> |                                    |                                     |
|-----------------------|------------------------------------|-------------------------------------|
| <i>Richtertall</i>    | <i>Virkning nær episenter</i>      | <i>Anslått antall skjelv per år</i> |
| <2,0                  | Vanligvis ikke følbart             | >1 million                          |
| 2,0–2,9               | Marginalt følbart                  | >300 000                            |
| 3,0–3,9               | Merkes av noen                     | 49 000                              |
| 4,0–4,9               | Merkes av de fleste                | 6200                                |
| 5,0–5,9               | Ødeleggende rystelser              | 800                                 |
| 6,0–6,9               | Ødeleggelser med dødsofre          | 108                                 |
| 7,0–7,9               | Kraftige skjelv, omfattende skader | 18                                  |
| ≥ 8,0                 | Store skjelv, katastrofale skader  | 1–1,5                               |

**Tabell 2.1, Richters skala [13]**

En annen metode for å vurdere jordskjelvs størrelse er gjennom subjektive oppfatninger av rystelsens intensitet. Da denne metoden ikke er basert på nøyaktige målinger blir resultatene noe upresise, men med mange nok observasjoner gir de mye nyttig informasjon om jordskjelvet. Slike intensitetsobservasjoner samles inn rutinemessig over hele verden, også i områder med målestasjoner for magnitudemålinger. I dag brukes en 12-punkts intensitetsskala som ble utviklet tidlig på 1900-tallet. Denne skalaen har siden den tid blitt videreutviklet rundt om i hele verden. I Norge brukes skalaen EMS98 (Europeisk Makroseismisk Skala 1998). Den laveste halvparten av skalaen baserer seg mest på hvordan mennesker oppfattet jordskjelvet, mens de høyeste trinnene stort sett vurderes ut ifra skader på bygninger.



## EMS98 intensitetsskala

| Intensitet | Navn               | Beskrivelse av observasjoner (forkortet)                                                                                                                                                                                                                     |
|------------|--------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| I          | Ikke merket        | Ikke merket                                                                                                                                                                                                                                                  |
| II         | Såvidt merket      | Merket kun av svært få mennesker i ro innendørs.                                                                                                                                                                                                             |
| III        | Svak               | Merket av noen innendørs. Personer i ro merker svaiing eller lette rystelser.                                                                                                                                                                                |
| IV         | Stort sett merket  | Merket av mange innendørs, utendørs av få. Noen personer vekkes. Vinduer, dører og porselen skrangler.                                                                                                                                                       |
| V          | Sterk              | Merket av de fleste innendørs, utendørs av få. Mange vekkes. Noen blir redde. Bygninger ryster gjennomgående. Hengende gjenstander svinger betydelig. Små gjenstander flyttes. Dører og vinduer svinger opp eller igjen.                                     |
| VI         | Litt skadelig      | Mange blir redde og løper ut. Noen gjenstander faller. Mange hus får mindre, ikke-strukturelle skader som hårfine sprekker i mur og små skader på murpuss.                                                                                                   |
| VII        | Skadelig           | De fleste blir redde og løper ut. Møbler flyttes og mange gjenstander faller fra hyller o.l. Mange vanlige, velbygde bygninger får moderate skader: Mindre sprekker i vegger, murpuss løsner, skader på piper. Eldre bygninger kan få større sprekker i mur. |
| VIII       | Svært skadelig     | Mange får problemer med å holde seg oppreist. Mange hus får store sprekker i veggene. Noen vanlige, velbygde bygninger kan få alvorlige brudd i vegger. Noen svakere, eldre bygninger kan kollapse.                                                          |
| IX         | Destruktivt        | Generell panikk. Mange svake konstruksjoner kollapse. Selv velbygde konstruksjoner får alvorlige skader.                                                                                                                                                     |
| X          | Svært destruktivt  | Mange vanlige, velbygde bygninger kollapse                                                                                                                                                                                                                   |
| XI         | Ødeleggende        | De fleste vanlige, velbygde bygninger kollapse, noen jordskjelvsikre konstruksjoner ødelegges.                                                                                                                                                               |
| XII        | Totalt ødeleggende | Nesten alle bygninger ødelegges                                                                                                                                                                                                                              |

Tabell 2.2, EMS98 intensitetsskala [9]

## **Kapittel 3: Teori**

Horisontale bevegelser i grunnen som følger av et jordskjelv vil påføre en konstruksjon en dynamisk last. Når bakken rister vil en bygning respondere på akselerasjonen overført fra grunnen gjennom byggets fundament. Treghtetskreftene som da vil oppstå kan føre til konsentrerte spenninger i konstruksjonens svakere ledd. I verste fall kan dette føre til total kollaps av konstruksjonen. For å forstå det dynamiske lastbildet som oppstår kan en dynamisk analyse utføres. Ved hjelp av en slik analyse kan konstruksjonens respons bestemmes og tas høyde for under dimensjoneringsprosessen.

Første del av dette kapitlet tar for seg idealisering av konstruksjoner, svingelikninger og enkle konstruksjoners respons pga. jordskjelv som en funksjon av tid. Videre introduseres responsspektrum konseptet. Mot slutten av kapitlet presenteres designspektrum konseptet, som er et viktig verktøy ved jordskjelvdimensjonering av nye bygninger.

Kapitlet baserer seg i stor grad på bøkene "Dynamics of structures: theory and applications to earthquake engineering" [1] og "Mechanical vibrations" [2].

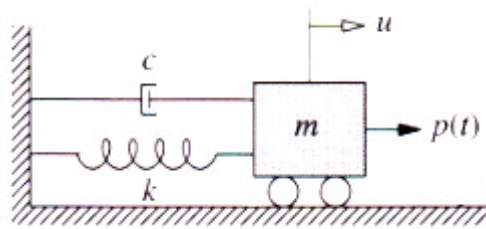
### ***Idealisering og frihetsgrader***

I en dynamisk analyse er det vanlig å forenkle den aktuelle konstruksjonen. Bjelker, søyler, vegger, etc., i den aktuelle konstruksjonen gir bidrag til systemets masse-, stivhet- og dempingsegenskaper. I et idealisert system er hver av disse egenskapene konsentrert i tre separate komponenter; massekomponent, stivhetskomponent og dempingskomponent. Den klassiske måten å fremstille et idealisert system på er med et "masse-fjær-demper system", hvor fjær og demper er uten masse.

Antallet uavhengige forskyvninger som er nødvendig for å bestemme den forflyttede posisjonen til alle systemets masser relativt til deres utgangspunkt kalles antall frihetsgrader for dynamisk analyse. Videre i dette kapitlet vil jeg kun ta for meg teori med en-frihetsgrad system. Teori med flere frihetsgrader har samme prinsipp som en-frihetsgrad, men er mer komplisert rent matematisk.

For enkle konstruksjoner er det nok med et idealisert en-frihetsgrad system, mens det for mer kompliserte konstruksjoner trengs flere frihetsgrader for å bestemme konstruksjonens respons.

Figur 3.1 viser et idealisert ”masse-fjær-demper system” med en frihetsgrad.



Figur 3.1, idealisert ”masse-fjær-demper system” med en frihetsgrad [1]

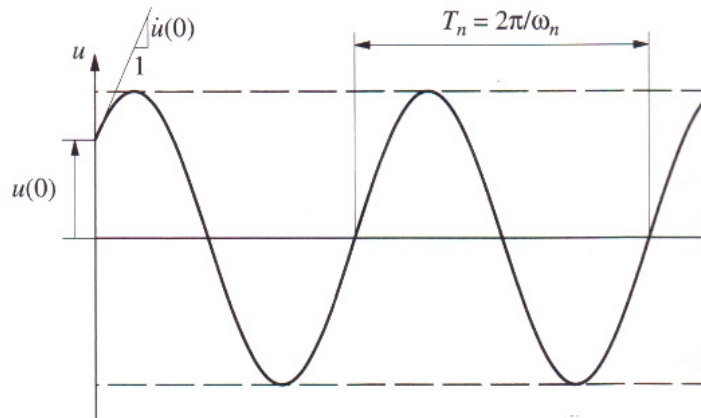
### Viktige begrep innenfor dynamisk analyse

#### Egenperiode

Systemets naturlige egenperiode  $T_n$  er den tiden et udedmpet system utsatt for frie svingninger trenger for å fullføre en vibrasjonssyklus.

Egenperioden er relatert til systemets naturlige egenfrekvens  $\omega_n$  og kan uttrykkes som følger:

$$T_n = \frac{2\pi}{\omega_n} \quad (3.1)$$



Figur 3.2, udedmpet system utsatt for fri svingning [1]

#### Egenfrekvens

Egenfrekvens er definert som ”den frekvensen eller de frekvenser et system svinger med når det har fått en svingebevegelse og så overlates til seg selv” [3]. Systemets naturlige

egenfrekvens  $\omega_n$  er bestemt av massen til legemet som svinger og systemets stivhet. Naturlig

egenfrekvens er uttrykt slik:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (3.2)$$

### **Vibrasjonsfrekvens**

Vibrasjonsfrekvensen er et mål på antall svingesykluser et system utfører per sekund. Et system utfører  $\frac{1}{T_n}$  sykluser på ett sekund, og den naturlige vibrasjonsfrekvensen kan dermed

uttrykkes slik:

$$f_n = \frac{1}{T_n} \quad (3.3)$$

Vibrasjonsfrekvensens enhet er hertz (Hz), og  $f_n$  er relatert til naturlig egenfrekvens:

$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} \quad (3.4)$$

Egenskapene  $T_n$ ,  $\omega_n$  og  $f_n$  er kun avhengig av konstruksjonens stivhet og masse. Betegnelsen naturlig brukes for å understreke at dette er systemets naturlige egenskaper når det får lov til å svinge fritt.

### **Resonans**

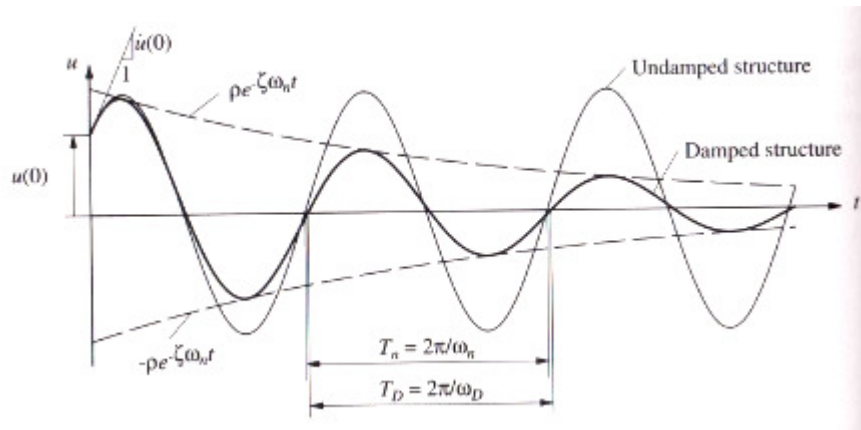
Når et system påvirkes av en periodisk kraft med nær eller lik frekvens som systemets egenfrekvens vil resonans oppstå mellom systemet og den virkende kraften. Ved resonans vil systemet svinge med høyere amplitude enn ved andre frekvenser.

### **Demping**

I mange systemer vil den kinetiske energien, vibrasjonsenergien, gradvis omformes til blant annet varme og lyd. Dette medfører at vibrasjonsenergien reduseres og vibrasjonene til slutt stopper. Mekanismen som fører til denne reduksjonen i vibrasjonsenergi kalles demping.

I bygninger bidrar flere mekanismer til tap av vibrasjonsenergi, og energitapet skyldes ikke kun tap på grunn av varme og lyd. Åpning og lukking av mikrosprekker i betong, friksjon i knutepunkter, friksjon mellom konstruksjonen og ikke-konstruksjonelle elementer som for eksempel lettvegger, og tilstøting av nærliggende konstruksjoner er alle eksempler på mekanismer som bidrar til demping. Alle disse ulike faktorene som spiller inn på en konstruksjons dempingskraft gjør det umulig å beskrive dempingen matematisk for en bestemt konstruksjon.

Som et resultat av det komplekse forholdet mellom de ulike dempingsmekanismene blir demping for en bestemt konstruksjon representert med en idealisert modell. Det finnes ulike måter å idealisere dempingen på, og noen modeller passer bedre for enkelte formål enn andre. De to vanligste modellene er viskøs demping og coulomb demping, også kalt friksjonsdemping.



Figur 3.3, effekter av demping på fri svingning [1]

### Viskøs demping

Viskøs demping er den mest brukte dempingsmekanismen i vibrasjonsanalyser. Denne måten å modellere demping på tar utgangspunkt i energitapet som oppstår i flytende smøring mellom bevegelige deler, eller i en væske som blir tvunget gjennom en liten åpning av et stempel. I viskøs demping er dempingskraften proporsjonal med det vibrerende legemets fart,  $f_D = c\dot{u}$ .

For mange formål kan dempingen i et en-frihetsgrad system idealiseres tilstrekkelig med en lineær viskøs demper. Dempingskoeffisienten velges slik at vibrasjonsenergien som forsvinner er ekvivalent til energien som forsvinner i alle dempingsmekanismene til sammen. Denne idealiseringen kalles ekvivalent viskøs demping.

### Coulomb demping

I Coulomb demping, eller friksjonsdemping som det også kalles, er dempingskraften konstant i størrelsesorden, men motsatt rettet det vibrerende legemets bevegelsesretning. Friksjonsdemping er forårsaket av friksjon mellom tilstøtende overflater.

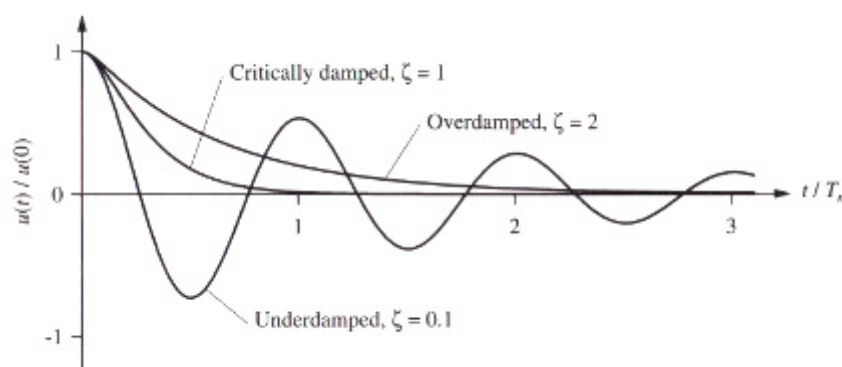
## Dempingsforhold

For ethvert dempet system er dempingsforholdet definert som forholdet mellom dempingskonstanten  $c$ , og den kritiske dempingskonstanten  $c_{cr}$ . Dempingsforholdet er også en egenskap som er avhengig av systemets masse og stivhet, og kan dermed uttrykkes på to måter:

$$\zeta = \frac{c}{2m\omega_n} = \frac{c}{c_{cr}} \quad (3.5)$$

Koeffisienten  $c_{cr}$  kalles den kritiske dempingskonstanten ettersom den representerer den lavest mulige verdien av dempingskonstanten  $c$  som skal til for å forhindre at systemet oscillerer.

Ut fra dempingsforholdet kan et fritt svingende legeme kategoriseres som tre ulike typer systemer. Dersom dempingsforholdet er  $\zeta = 1$  vil systemet returnere til likevektsposisjon uten å vibrere. Et slikt system kalles et kritisk dempet system. Er dempingsforholdet  $\zeta > 1$  vil systemet fremdeles returnere til likevektsposisjon uten å vibrere, men med saktere fart. Ved et slikt tilfelle er det snakk om et overdempet system. Det tredje og siste tilfellet er når dempingsforholdet er  $\zeta < 1$ . Et slikt system vil svinge om sin likevektsposisjon med en gradvis avtagende amplitude. Dette systemet kalles et underdempet system. De fleste konstruksjoner av interesse, som for eksempel bygninger, bruer, dammer, kjernekraftverk og offshorekonstruksjoner faller inn under kategorien underdempet system. Typiske dempingsforhold for slike konstruksjoner er lavere enn 0,10. De tre kategoriene av dempete systemer er illustrert i figur 3.4.



Figur 3.4, fri svingning av underdempet, overdempet og kritisk dempet system [1]

## *Svingelikninger*

### **Kort om svingelikning og utledning**

Svingelikninger er likninger som beskriver hvordan et system oppfører seg som en funksjon av tiden. For et idealisert system med en frihetsgrad styres svingelikningen av en ordinær differensiallikning. Denne svingelikningen kan utledes på forskjellige måter:

a) Newtons 2. lov:

En av metodene å utlede svingelikninger på er ved hjelp av Newtons 2. lov. Newtons 2. lov sier at akselerasjonen til et legeme er direkte proporsjonal med resultantkraften som virker på legemet, og omvendt proporsjonal med legemets masse.

Alternativt kan dette uttrykkes som at kraften som virker på systemet er lik den tidsderiverte av hastighetsendringen av bevegelsesmengden:

$$F(t) = \frac{d}{dt} \left( m \frac{du(t)}{dt} \right)$$

b) D'Alemberts prinsipp:

Prinsippet er basert på konseptet om en tenkt treghetskraft, som er lik produktet av massen gange dens akselerasjon. Denne tenkte treghetskraften opptrer i motsatt retning av akselerasjonen.

D'Alemberts prinsipp sier at når treghetskraftene er tatt hensyn til er systemet i likevekt til enhver tid.

c) Virtuelle forskyvningers prinsipp:

Prinsippet går ut på at når et system i likevekt gis en virtuell forskyvning, vil det totale arbeid fra alle krefter langs forskyvningen være lik null.

d) Prinsippet om bevaring av energi:

Et system er konservativt dersom ingen energi går tapt eller tilføres. Den totale energien i et slikt system vil være uendret, med andre ord vil summen av

kinetisk energi og potensiell energi forbli konstant. Ut fra dette kan svingelikningen utledes.

## Respons

Ved å løse svingelikningen kan systemets respons bestemmes. Respons er et generelt begrep og blir brukt for å inkludere enhver responsstørrelse som forskyvning, hastighet, eller massens akselerasjon, og også indre krefter og spenninger i konstruksjonen. Når svingninger kommer fra en påført, ekstern kraft er det responsstørrelser i form av forskyvninger  $u(t)$ , hastighet  $\dot{u}(t)$  og akselerasjon  $\ddot{u}(t)$  som er av interesse. For eksitasjon i grunnen ved jordskjelv er både de totale og de relative verdiene av disse størrelsene interessante, men den relative forskyvningen  $u(t)$  tilknyttet konstruksjonens deformasjon er viktigst ettersom de indre kreftene i konstruksjonen er direkte relatert til  $u(t)$ . Å ha kjennskap til systemets totale forskyvningen  $u^t(t)$  kan være nyttig for å gi to tilstøtende bygninger nok mellomrom til å forhindre at de slår mot hverandre ved et eventuelt jordskjelv.

Når konstruksjonens respons har blitt evaluert ved dynamisk analyse, dvs. ved å løse svingelikningen, kan moment, skjær- og aksialkrefter, og spenninger bestemmes ved statisk analyse. Den foretrukne metoden for dette ved jordskjelvdimensjonering er basert på konseptet om en ekvivalent statisk kraft.

## Metoder å løse svingelikninger på

For å løse en svingelikning fullstendig må startbetingelser for forskyvning  $u(0)$ , og hastighet  $\dot{u}(0)$  defineres. I et jordskjelvscenario vil konstruksjonen vanligvis være i ro før den blir påført eksitasjon. Utgangsforskyvning og –hastighet kan derfor settes lik null.

Differensiallikningen kan løses på ulike måter. Her følger en kort presentasjon av fire metoder.

- 1) **Klassisk løsning:** Klassisk matematisk løsning av differensiallikningen ved å summere komplementærløsning  $u_c(t)$ , og partikulær løsning  $u_p(t)$ .
- 2) **Duhamels integral:** Påførte krefter representeres som en sekvens av uendelig korte impulslaster. Systemets respons bestemmes ved å legge sammen responsen fra alle impulslastene frem til et gitt tidspunkt,  $t$ .



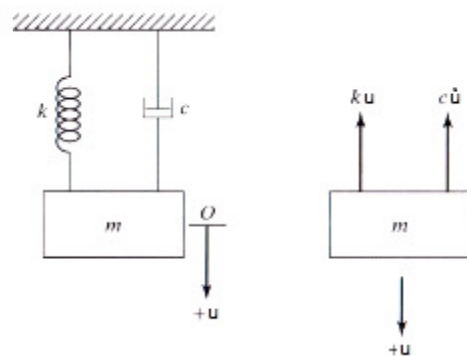
- 3) **Frekvens domene metoden:** Ved hjelp av transformasjoner, som for eksempel Laplace eller Fourier, uttrykkes eksitasjonsfunksjonen som en matematisk funksjon med hensyn på frekvens  $\omega$ , istedenfor tid  $t$ .
- 4) **Numeriske metoder:** De tre metodene nevnt ovenfor er begrenset til lineære systemer. Numeriske metoder må derfor brukes når uelastiske systemer skal analyseres. Disse metodene brukes også for å bestemme et lineært systems respons når den påførte lasten er for komplisert til å defineres analytisk.

### Løsning av svingelikning for et en-frihetsgrad system utsatt for jordskjelv

For å løse svingelikningen og bestemme responsen for et en-frihetsgrad system utsatt for jordskjelv må en kjenne til hvordan systemet vil oppføre seg i andre sammenhenger.

#### *Respons av et fritt svingende, viskøst dempet system*

En konstruksjons demping kan idealiseres på en matematisk praktisk måte som viskøst dempet. Som tidligere nevnt er den viskøse dempingskraften proporsjonal med hastigheten  $\dot{u}$ , og kan uttrykkes:  $f_D = -c\dot{u}$ , hvor  $c$  er dempingskonstanten. Negativt fortegn indikerer at dempingskraften er motsatt rettet i forhold til hastigheten.



Figur 3.5, en-frihetsgrad system med tilhørende fritt legemediagram [2]

Figur 3.5 viser et lineært en-frihetsgrad system skissert som et idealisert ”masse-fjær-demper system”. Svingelikningen kan utledes ved hjelp av D’Alemberts prinsipp om dynamisk likevekt. Det gir følgende svingelikning:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = 0 \quad (3.6)$$

Differensiallikningen har løsning av formen  $u(t) = Ce^{st}$ , hvor C og s er ubestemte konstanter ( $C \neq 0$ ). Ved å sette inn i likning 3.6 får vi karakteristisk likning:

$$ms^2 + cs + k = 0 \quad (3.7)$$

Dette gir røttene

$$s_{1,2} = \frac{-c \pm \sqrt{c^2 - 4mk}}{2m} = -\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}} \quad (3.8)$$

som videre gir de to løsningene:

$$u_1(t) = C_1 e^{s_1 t} \quad \text{og} \quad u_2(t) = C_1 e^{s_2 t} \quad (3.9)$$

Den generelle løsningen av likning (3.6) oppnås ved å kombinere de to løsningene i (3.9), og å sette inn for  $s_1$  og  $s_2$ :

$$\begin{aligned} u(t) &= C_1 e^{s_1 t} + C_2 e^{s_2 t} \\ &= C_1 e^{\left\{-\frac{c}{2m} + \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}}\right\}t} + C_2 e^{\left\{-\frac{c}{2m} - \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}}\right\}t} \end{aligned} \quad (3.10)$$

De vilkårlige konstantene  $C_1$  og  $C_2$  kan videre bestemmes fra systemets randbetingelser.

Responen til et fritt vibrerende, viskøst dempet system gitt i likning (3.10) kan uttrykkes på en enklere og mer oversiktlig måte. Dette gjøres ved å innføre størrelsene kritisk dempingskonstant  $c_{cr}$ , og dempingsforhold  $\zeta$ .

Kritisk dempingskonstant  $c_{cr}$  er definert som den verdien av dempingskonstanten c som gir et uttrykk under rottegnet i likning (3.8) som blir lik null,

$$\left(\frac{c_{cr}}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m} = 0 \quad (3.11)$$

eller uttrykt som

$$c_{cr} = 2m \sqrt{\frac{k}{m}} = 2m\omega_n \quad (3.12)$$

Dempingsforholdet  $\zeta$  er definert tidligere i likning (3.5).

Likning (3.12) innsatt i (3.5) gir:

$$\frac{c}{2m} = \zeta\omega_n \quad (3.13)$$

Ved å sette inn for  $\frac{c}{2m}$  i (3.10) blir den generelle løsningen:

$$u(t) = C_1 e^{(-\zeta + i\sqrt{\zeta^2 - 1})\omega_n t} + C_2 e^{(-\zeta - i\sqrt{\zeta^2 - 1})\omega_n t} \quad (3.14)$$

Som tidligere nevnt i delkapittelet om damping er det underdempede systemer som er av interesse da de fleste bygninger og konstruksjoner faller inn under denne kategorien. For et underdempet system er  $\zeta < 1$ . Dette fører til at  $(\zeta^2 - 1)$  blir negativt. Røttene  $s_1$  og  $s_2$  kan da uttrykkes slik:

$$s_1 = (-\zeta + i\sqrt{1 - \zeta^2})\omega_n \quad \text{og} \quad s_2 = (-\zeta - i\sqrt{1 - \zeta^2})\omega_n$$

Likning (3.14) får da løsningen:

$$\begin{aligned} u(t) &= C_1 e^{(-\zeta + i\sqrt{1 - \zeta^2})\omega_n t} + C_2 e^{(-\zeta - i\sqrt{1 - \zeta^2})\omega_n t} \\ &= e^{-\zeta\omega_n t} \left\{ C_1 e^{i\sqrt{1 - \zeta^2}\omega_n t} + C_2 e^{-i\sqrt{1 - \zeta^2}\omega_n t} \right\} \\ &= e^{-\zeta\omega_n t} \left\{ (C_1 + C_2) \cos \sqrt{1 - \zeta^2}\omega_n t + i(C_1 - C_2) \sin \sqrt{1 - \zeta^2}\omega_n t \right\} \\ &= e^{-\zeta\omega_n t} \left\{ A \cos \sqrt{1 - \zeta^2}\omega_n t + B \sin \sqrt{1 - \zeta^2}\omega_n t \right\} \end{aligned} \quad (3.15)$$

Konstantene A og B bestemmes av randbetingelsene. For å bestemme A brukes initialbetingelsen  $u(t = 0) = u_0$ . Ved  $u(t = 0)$  blir sinusleddet 0, cosinusleddet 1 og eksponentialleddet utenfor parentesen  $e^0 = 1$ . Dette gir  $A = u_0$ .

For å bestemme B deriveres uttrykket  $u(t)$ , og initialbetingelsen  $\dot{u}(t = 0) = \dot{u}_0$  brukes. Dette gir  $B = \frac{\dot{u}_0 + \zeta\omega_n u_0}{\sqrt{1 - \zeta^2}\omega_n}$ .

Ved å sette inn konstantene A og B i likning (3.15) får vi uttrykket for å bestemme responsen til et fritt svingende underdempet system:

$$u(t) = e^{-\zeta\omega_n t} \left\{ u_0 \cos \sqrt{1 - \zeta^2}\omega_n t + \frac{\dot{u}_0 + \zeta\omega_n u_0}{\sqrt{1 - \zeta^2}\omega_n} \sin \sqrt{1 - \zeta^2}\omega_n t \right\} \quad (3.16)$$

Ved å innføre størrelsen dempet egensvingefrekvens,  $\omega_D = \sqrt{1 - \zeta^2} \omega_n$ , kan uttrykket i (3.16) også skrives som:

$$u(t) = e^{-\zeta \omega_n t} \left\{ u_0 \cos \omega_D t + \frac{\dot{u}_0 + \zeta \omega_n u_0}{\omega_D} \sin \omega_D t \right\} \quad (3.17)$$

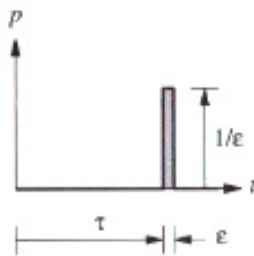
### **Respons av et underdempet en-frihetsgrad system utsatt for en impulslast og en vilkårlig kraft**

I en jordskjelvsituasjon er de dynamiske svingningene verken harmoniske eller periodiske. Responsen til et en-frihetsgrad system utsatt for jordskjelv kan derfor bestemmes ved å se nærmere på eksitasjoner som varierer vilkårlig med tiden.

En generell prosedyre er utviklet for å analysere responsen til en-frihetsgrad systemer påført en last  $p(t)$  som varierer vilkårlig med tiden. I utledningen av den generelle løsningen, betraktes  $p(t)$  som en sekvens av impulser med forsvinnende liten varighet, og responsen til systemet pga.  $p(t)$  er summen av responsen til hver enkelt impuls. Disse individuelle responsene kan hensiktsmessig uttrykkes som systemets respons til en enhetsimpuls.

### **Respons til en enhetsimpulslast:**

En stor kraft som virker i et veldig kort, endelig tidsintervall kalles en impuls kraft. I figur 3.6 er det vist en kraft  $p(t) = \frac{1}{\varepsilon}$ , med varighet  $\varepsilon$  og start ved tiden  $t = \tau$ . Når  $\varepsilon$  går mot null blir kraften uendelig stor, mens impulsens størrelsesorden som er definert av tidsintegralet av  $p(t)$ , forblir like stor. En slik kraft i grensetilfellet  $\varepsilon \rightarrow 0$  kalles en enhetsimpuls.



Figur 3.6, enhetsimpuls [1]

I henhold til Newtons andre lov vil endringen i bevegelsesmengde for et legeme med massen  $m$  og en påført kraft  $p$ , være lik den påførte kraften:

$$\frac{d}{dt}(m\dot{u}) = p \quad (3.18)$$

For et legeme med konstant masse blir dette:

$$p = m\dot{u} \quad (3.19)$$

Begge sider integrert med hensyn på tiden  $t$  gir

$$\int_{t_1}^{t_2} p \, dt = m(\dot{u}_2 - \dot{u}_1) = m\Delta\dot{u} \quad (3.20)$$

hvor integralet på venstre side er impulsens størrelsesorden, og produktet av massen og farten er bevegelsesmengden. Det vil si at impulsens størrelsesorden er lik forandringen i bevegelsesmengde. Dette resultatet er også gjeldene for et "mass-fjær-demper system" med en-frihetsgrad dersom verken fjær eller demping har noen effekt. Et slikt tilfellet kan være dersom en kraft som virker med en uendelig kort varighet slik at fjær og demping ikke får tid til å respondere.

Likning (3.20) gir følgende randbetingelse for en enhetsimpuls ved tiden  $t = \tau$ :

$$\dot{u}(\tau) = \frac{1}{m} \quad (3.21)$$

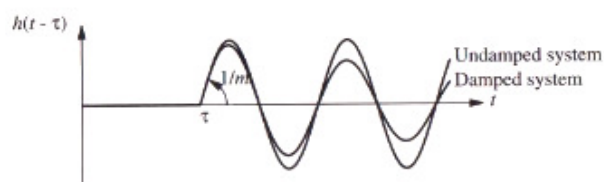
Den andre randbetingelsen oppnås ved å betrakte massens forskyvning. Forskyvningen er lik null før og frem til impulsen inntreffer:

$$u(\tau) = 0 \quad (3.22)$$

En enhetsimpuls påfører et en-frihetsgrad system fri svingning på grunn av startbetingelsene gitt ovenfor. Ved å sette likning (3.21) og (3.22) inn i likning (3.17) oppnås et uttrykk for responsen for et viskøst underdempet system:

$$u(t) = \frac{1}{m\omega_D} e^{-\zeta\omega_n(t-\tau)} \sin[\omega_D(t-\tau)] \quad t \geq \tau \quad (3.23)$$

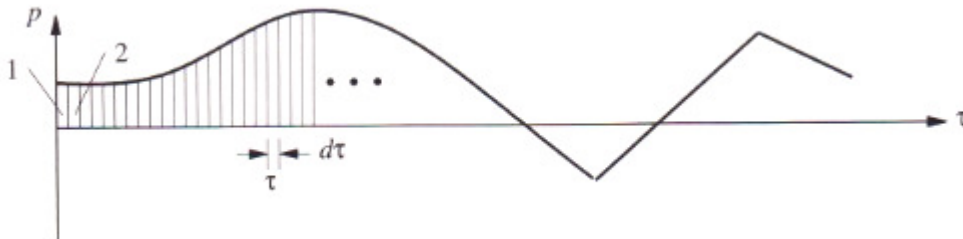
Likning (3.23) kalles enhetsimpuls-responsfunksjonen og betegnes  $h(t - \tau)$ . Funksjonen er vist i figur 3.7.



Figur 3.7, enhetsimpuls-responsfunksjonen [1]

### Respons til en vilkårlig kraft

En kraft  $p(t)$  som varierer vilkårlig med tiden kan representeres som en sekvens av uendelig korte impulser, se figur 3.8.



Figur 3.8, en sekvens uendelig korte impulser [1]

Responsen til impulsen av størrelsesorden  $p(\tau)d\tau$ , ved tiden  $\tau$ , vil for et lineært dynamisk system være denne størrelsen multiplisert med enhetsimpuls-responsfunksjonen:

$$du(t) = [p(\tau)d\tau]h(t - \tau) \quad t > \tau \quad (3.24)$$

Systemets totale respons ved tiden  $t$  er summen av responsen til alle impulsene frem til denne tiden:

$$u(t) = \int_0^t p(\tau)h(t - \tau)d\tau \quad (3.25)$$

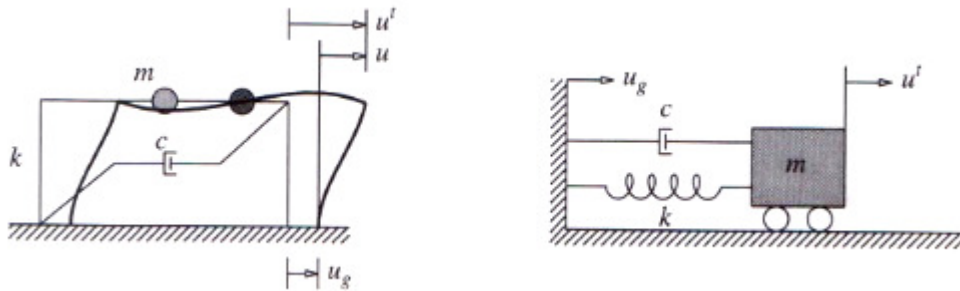
Ved å sette inn uttrykket for enhetsimpuls-responsfunksjonen (3.23) inn i (3.25) oppnås et uttrykk for responsen til en vilkårlig kraft på et underdempet en-frihetsgrad system:

$$u(t) = \frac{1}{m\omega_D} \int_0^t p(\tau)e^{-\zeta\omega_n(t-\tau)} \sin[\omega_D(t - \tau)] d\tau \quad (3.26)$$

Likning (3.25) og (3.26) kalles Duhamels integral. Duhamels integral gir en generell løsning for å bestemme responsen til et lineært en-frihetsgrad system. Denne generelle løsningen er gjeldende kun for lineære system da den er basert på superposisjonsprinsippet. Dersom  $p(\tau)$  er en komplisert funksjon som er beskrevet numerisk må numeriske metoder brukes for å løse integralet.

## Respons til eksitasjon av grunnen

Figur 3.9 viser hvordan et en-frihetsgrad system kan modelleres som en idealisert modell.



Figur 3.9, en-frihetsgrad system med idealisert modell [1]

Forskyvningen i grunnen betegnes  $u_g$ , den totale forskyvningen  $u^t$ , og den relative forskyvningen mellom massen og grunnen  $u$ . Sammenhengen mellom disse er til enhver tid:

$$u^t(t) = u(t) + u_g(t) \quad (3.27)$$

Den relative forskyvningen kan da uttrykkes som:

$$u(t) = u^t(t) - u_g(t) \quad (3.28)$$

Systemets svingelikning bestemmes ved å bruke D'Alemberts prinsipp:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = -m\ddot{u}_g(t) \quad (3.29)$$

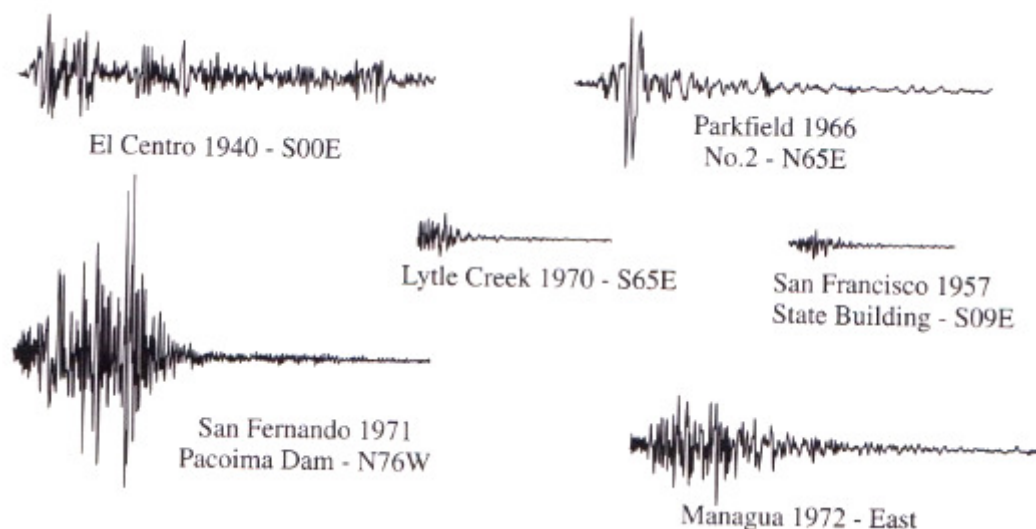
Ved å sammenligne svingelikningen (3.29) og et tilsvarende system med en påført ytre kraft  $p(t)$ , ser vi at forskyvningen  $u(t)$  av konstruksjonen på grunn av grunnakselerasjonen  $\ddot{u}_g(t)$  vil være lik forskyvningen  $u(t)$  av konstruksjonen dersom den stod i ro og var påført den eksterne kraften  $p(t) = -m\ddot{u}_g(t)$ .

Duhamels integral, som kan brukes for å bestemme responsen til et system påført en vilkårlig kraft som varierer med tid, kan derfor også brukes for å bestemme et systems respons ved eksitasjon i grunnen. Ved å sette inn  $p = -m\ddot{u}_g$  i likning (3.26) oppnås uttrykket for den relative forskyvningen av et underdempet system utsatt for eksitasjon av grunnen.

$$u(t) = -\frac{1}{\omega_D} \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) e^{-\zeta\omega_n(t-\tau)} \sin[\omega_D(t-\tau)] d\tau \quad (3.30)$$

## Responsspekter

For en gitt grunnakselerasjonsfunksjon  $\ddot{u}_g(t)$ , egenperiode og dempingsforhold kan Duhamels integral i likning (3.30) brukes for å bestemme systemets respons. Akselerasjonen i grunnen pga. jordskjelv varierer så mye og er så irregulært at en analytisk evaluering av dette integralet ikke lar seg gjøres.



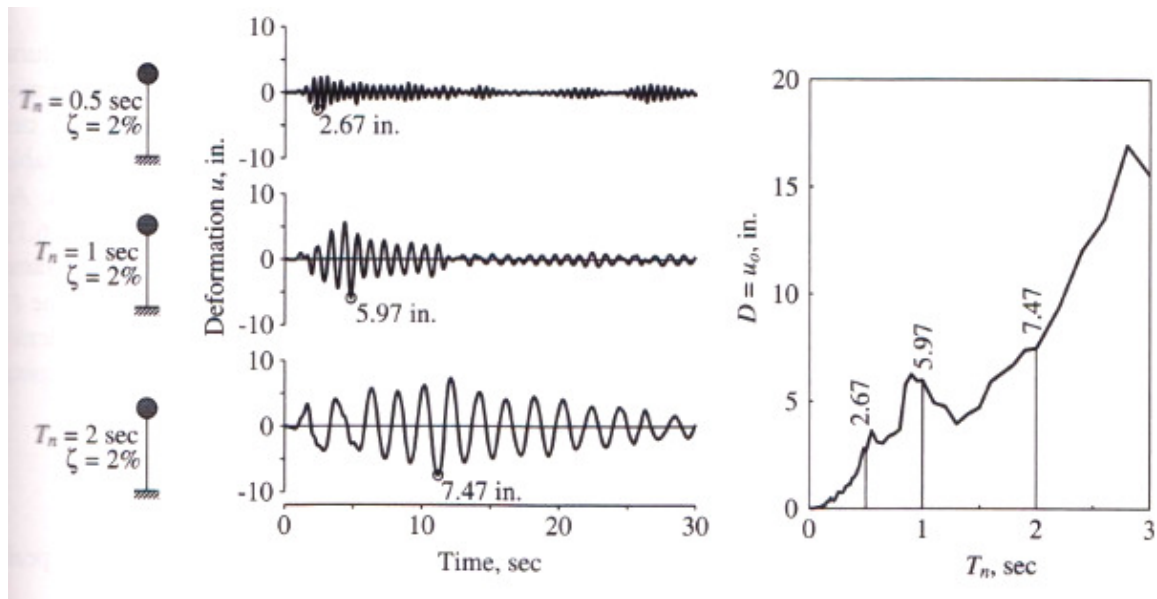
Figur 3.10, grunnbevegelser registrert under flere forskjellige jordskjelv [1]

Den komplette historikken av de ulike responsstørrelsene, i hovedsak forskyvning, hastighet og akselerasjon kan bestemmes ved hjelp av numeriske metoder, som for eksempel numerisk løsning av Duhamels integral og numerisk løsning av svingelikning. For designformål er det imidlertid tilstrekkelig å ha kjennskap til maksimalverdien av jordskjelvets respons.

Et plott av den maksimale verdien av en responsstørrelse som en funksjon av konstruksjonens egenperiode  $T_n$ , egenfrekvens  $\omega_n$ , eller vibrasjonsfrekvens  $f_n$ , utgjør den aktuelle responsstørrelsens (forskyvning, hastighet eller akselerasjon) responsspekter. Vanligvis er det konstruksjonens egenperiode  $T_n$ , som blir brukt. Hvert plott har et bestemt dempingsforhold  $\zeta$ , og flere slike plott med forskjellige dempingsforhold er inkludert for å dekke hele spekteret av demping en kan komme borti når en arbeider med virkelige konstruksjoner.

**Forskyvning-responspekteret** er et responspekter som viser forskyvningen som en funksjon av egenperioden  $T_n$ , og dempingsforholdet  $\zeta$ . Figur 3.11 viser prosedyren for beregning av forskyvning-responspekteret. Figur 3.12 a) viser forskyvning-responspekteret.





Figur 3.11, beregningsprosedyre for forskyvnings-responsspektrum [1]

Her er maksimal forskyvning lest av de forskjellige kurvene som representerer responshistorien til de ulike systemene. Den maksimale forskyvningen er definert som:

$$D = u_{max} \quad (3.31)$$

Alternativt kan maksimal respons uttrykkes i form av størrelsen  $V$ , definert som:

$$V = \omega_n D = \frac{2\pi}{T_n} D \quad (3.32)$$

Størrelsen  $V$  har enheten  $\left[\frac{m}{s}\right]$ , og er relatert til maksimal tøyingsenergi lagret i konstruksjonen under et jordskjelv slik:

$$E_{max} = \frac{1}{2} m V^2 \quad (3.33)$$

Uttrykket i (3.33) kan utledes som følger:

$$E_{max} = \frac{1}{2} k u_{max}^2 = \frac{1}{2} k D^2 = \frac{1}{2} k \left(\frac{V}{\omega_n}\right)^2 = \frac{1}{2} m V^2$$

**Pseudohastighet-responsspekteret** er et plott av  $V$  som funksjon av egenperioden  $T_n$  eller egenfrekvensen  $\omega_n$ . Ordet pseudo understreker at spekteret bygger på en ikke-virkelig bevegelse, da  $V$  ikke er lik maksimalverdien av den relative hastigheten. Ved å bruke relasjonen mellom  $V$  og  $D$  gitt i likning (3.32) kan pseudohastighet-responsspekteret beregnes

på samme måte som forskyvning-responsspekteret, ved å repetere beregningen for ulike systemer med ulik egenperiode. Figur 3.12 b) viser et eksempel på et slikt responsspekter.

Et annen hensiktsmessig mål av den maksimale responsen er størrelsen A, definert som:

$$A = \omega_n V = \omega_n^2 D = \left(\frac{2\pi}{T_n}\right)^2 D \quad (3.34)$$

Størrelsen A har enhet  $\left[\frac{m}{s^2}\right]$ , og er relatert til maksimalverdien av skjærkraft ved fundament slik:

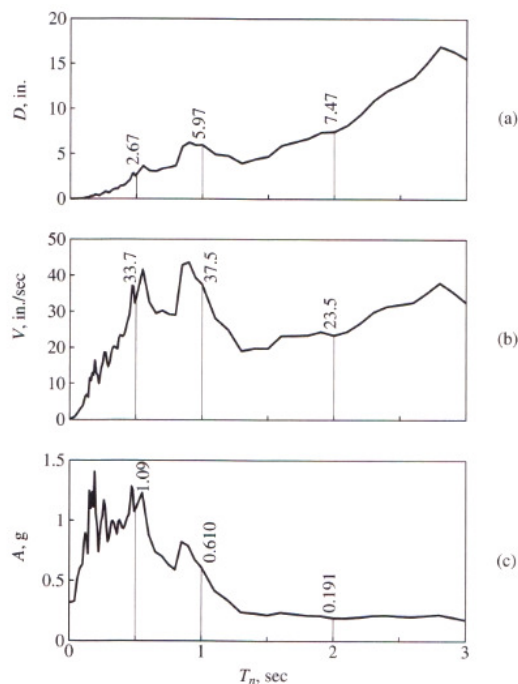
$$V_{bo} = kD = m\omega_n^2 D = mA \quad (3.35)$$

Maksimal skjærkraft ved fundament kan da skrives på formen

$$V_{bo} = \frac{A}{g} w, \quad (3.36)$$

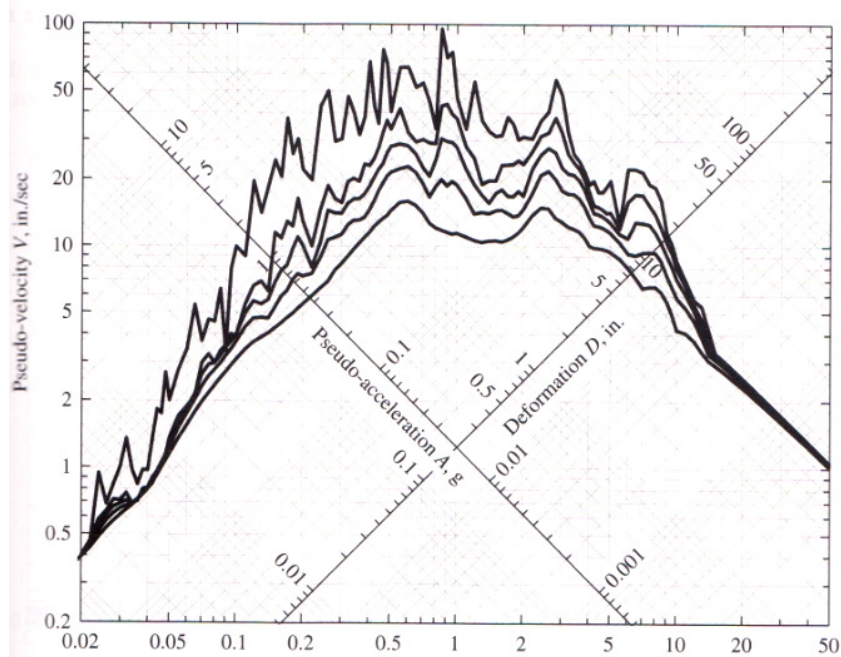
hvor w er systemets vekt og g er gravitasjonsakselerasjonen.

**Pseudoakselerasjon-responsspekteret** er et plott av A som funksjon av egenperioden  $T_n$  eller egenfrekvensen  $\omega_n$ . Spekteret beregnes på samme måte som de to andre responsspekterne ved å bruke relasjonen mellom A og D i likning (3.34). Figur 3.12 c) viser et slikt responsspekter.



Figur 3.12, eksempel på responsspektrum; (a) forskyvning, (b) pseudo-hastighet og (c) pseudo-akselerasjon [1]

De tre ulike responspektrene er alle relatert til hverandre som i likning (3.34), og er ulike måter å presentere den samme informasjonen om en konstruksjons respons på. Ettersom de er relatert til hverandre kan de tre responspektrene presenteres som et kombinert responspekter. Et slikt kombinert responspekter kan være nyttig under dimensjoneringsprosessen, da alle tre spektrene er direkte knyttet til hver sin fysiske størrelse som nevnt tidligere (forskyvning, tøyingsenergi og skjærkraft ved fundament). Figur 3.13 viser et kombinert D-V-A spekter. Det er verdt å merke seg at det kombinerte spekteret har logaritmiske akser. Responspekteret bør dekke et vidt spekter av egenperioder og inkludere flere dempingsforhold slik at det dekker maksimalresponsen til alle mulige konstruksjoner.

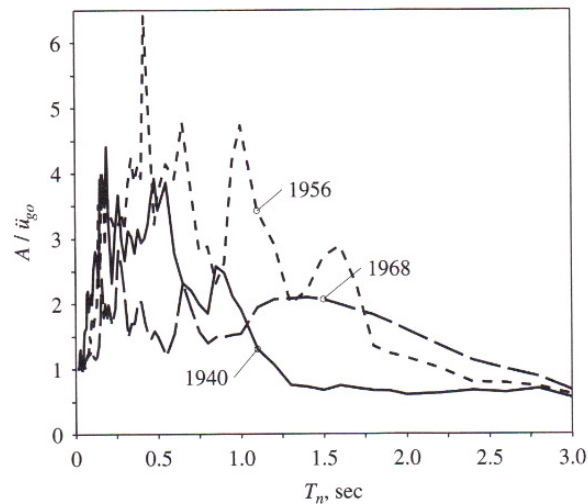


Figur 3.13, eksempel på kombinert D-V-A spektrum [1]

Responspekter har vist seg å være så nyttig med tanke på jordskjelvdimensjonering at spekter for nesten alle grunnbevegelser store nok til å være av interesse nå har blitt beregnet og publisert rett etter at de har blitt registrert. Nok av dem har blitt innhentet for at en skal få en god idé om hvilke bevegelser i grunnen man kan forvente seg ved fremtidige jordskjelv, og hvordan responspekter berøres av avstanden til skjelvet, lokale grunnforhold og regional geologi.

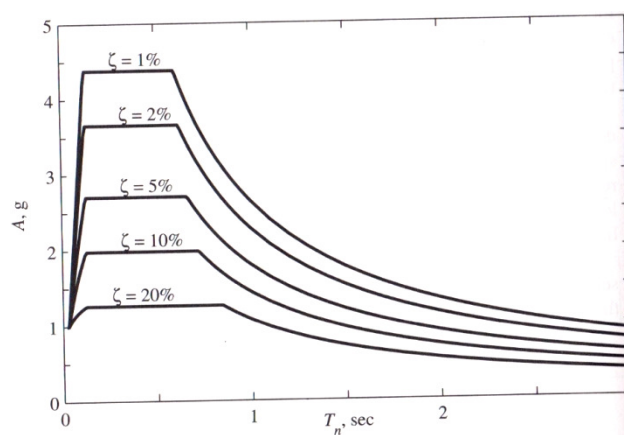
## Elastisk designspekter

Elastisk designspekter er utviklet for bruk ved jordskjelvdimensjonering av nye konstruksjoner, eller ved seismisk sikkerhetsanalyse av eksisterende konstruksjoner. Til dette formålet er responspekteret for en bevegelse i grunnen registrert fra et tidligere jordskjelv til lite nytte. Figur 3.14 viser responspekter registrert på samme sted under tre tidligere jordskjelv.



Figur 3.14, responspektrum registrert i El Centro, California under jordskjelv i 1940, 1956 og 1968 [1]

Som vi ser er responspekteret taggete, og toppene og bunnene er ikke nødvendigvis ved samme egenperioder. Det vil ikke være mulig å forutse det taggete responspekteret helt detaljert for jordskjelv som vil oppstå i fremtiden. Designspekteret består derfor av et sett med rette, glatte linjer med en kurve for hvert dempingsforhold. Figur 3.15 viser et eksempel på et elastisk designspekter.



Figur 3.15, eksempel på elastisk designspektrum [1]

Designspekteret skal i hovedsak baseres på eksitasjoner i grunnen registrert ved tidligere jordskjelv. Dersom det ikke er utført slike registreringer på det aktuelle stedet baseres designspekteret på grunneksitasjoner registrert på andre steder med lignende forhold, som for eksempel størrelse, geologien til jordskjelvbølgenes reiserute og lokale grunnforhold.

Designspekteret er basert på statistiske analyser av responspekteret for flere grunneksitasjoner.

## Kapittel 4: Eurokode 8

Ved prosjektering av bygg og anlegg med tanke på seismiske laster er det visse krav og bestemmelser som må overholdes. I henhold til §6-1 i Tekniske forskrifter til plan- og bygningsloven kan disse krav og bestemmelser anses oppfylt dersom det ”*benyttes metoder og utførelser i samsvar med Norsk Standard, likeverdig standard eller europeisk teknisk godkjenning*” [4]. I Norge brukes prosjekteringsstandarden Eurokode 8 for prosjektering av konstruksjoner for seismisk påvirkning. Den norske oversettelsen NS-EN 1998 med tilhørende nasjonalt tillegg ble utgitt i februar 2008, og kunne fra da av brukes som et alternativ til den allerede eksisterende jordskjelvstandarden NS 3491-12. I 2010 ble den gamle standarden trukket tilbake, og fra da av har Eurokode 8 vært den eneste gjeldende jordskjelvstandard. Formålet med denne standarden ”*er, i tilfelle jordskjelv, å sikre at:*

- *menneskeliv beskyttes;*
- *skadeomfanget begrenses, og*
- *byggverk som er viktige for å beskytte sivilbefolkningen, forblir operative.*” [5]

Første del av dette kapittelet gir en kort presentasjon av hvordan prosjekteringsstandarden er inndelt og hva de ulike delene omhandler. Videre tar kapittelet for seg representasjon av seismisk påvirkning ved elastisk responsspektrum for grunnens akselerasjon i henhold til standarden, samt kriterier for utelatelse av jordskjelvdimensjonering. Mot slutten av kapittelet presenteres egenskaper ved jordskjelvsikre bygninger og ulike analysemetoder.

Stort sett alt som dette kapittelet omhandler er hentet fra NS-EN 1998-1 [5]. Andre kilder som er blitt brukt vil bli spesifisert.

### ***Generelt om prosjekteringsstandarden***

NS-EN 1998 er inndelt i seks forskjellige, separate deler: Del 1, *NS-EN 1998-1*, gjelder for prosjektering av konstruksjoner for seismisk påvirkning. Denne delen omhandler i hovedsak allmenne prosjekteringsregler, bestemmelse av seismiske laster og spesifikke bestemmelser for forskjellige konstruksjonsmaterialer (for eksempel stål, tre, mur, betong, samvirke stål/betong). På grunn av store forskjeller når det gjelder fare for jordskjelv, og seismotektoniske egenskaper i de ulike landene som følger Eurokodene, er det utviklet nasjonale tillegg til NS-EN 1998. Det nasjonale tillegget inneholder alle nasjonalt fastsatte parametere som skal brukes i det aktuelle landet og inngår også i del 1 av standarden.

I tillegg til del 1 består NS-EN 1998 av følgende deler:

- NS-EN 1998-2, som inneholder spesifikke bestemmelser for bruer;
- NS-EN 1998-3 som inneholder bestemmelser for seismisk vurdering og forsterkning av eksisterende bygninger;
- NS-EN 1998-4, som inneholder spesifikke bestemmelser om siloer, beholdere og rørledninger;
- NS-EN 1998-5, som inneholder spesifikke bestemmelser om fundamenter, støttekonstruksjoner og geotekniske forhold;
- NS-EN 1998-6, som inneholder spesifikke bestemmelser om tårn, master og skorsteiner.

### ***Seismisk påvirkning***

Den seismiske påvirkningen på en konstruksjon kan bestemmes med flere ulike metoder. I standarden representeres jordskjelvbevegelsen i de tre hovedretningene ved et gitt punkt på overflaten av et elastisk responspektrum for grunnens akselerasjon.

Den horisontale seismiske påvirkningen beskrives ved to ortogonale komponenter som antas å være uavhengige av hverandre og representert av det samme responspekteret. Den vertikale komponenten i den seismiske påvirkningen trengs, etter punkt 4.3.3.5.2 (1) i standarden, ikke å tas hensyn til i tilfeller med lav seismisitet og kan derfor vanligvis utelates i Norge.

Et bæresystems evne til å motstå seismiske påvirkninger i det ikke-lineære området gir vanligvis lavere dimensjonerende seismiske krefter enn de som kan oppstå ved en lineær elastisk respons. På bakgrunn av dette og for å unngå detaljerte ikke-lineære analyser legger standarden opp til dimensjonering ved hjelp av et dimensjonerende spektrum for elastisk analyse. For å ta hensyn til konstruksjonens evne til å absorbere energi reduseres det dimensjonerende spektrumet, og etablering av et slikt spektrum er avhengig av en rekke parametere.

## Seismisk klasse

Eurokoden deler bygninger inn i fire seismiske klasser. Denne klassifiseringen gjøres på bakgrunn av en vurdering av konsekvensene ved konstruksjonens sammenbrudd med hensyn til:

- menneskeliv
- byggets betydning for offentlig sikkerhet
- beskyttelse av befolkningen umiddelbart etter et jordskjelv
- sosiale og økonomiske konsekvenser

Ved å dele konstruksjoner inn i ulike seismiske klasser oppnås en differensiering av konstruksjonens pålitelighet. Dette gir grunnlag for ulike krav og parametere ved jordskjelvdimensjonering av en konstruksjon. Definisjonen av de seismiske klassene er gitt i tabell 4.1.

| Seismisk klasse | Bygninger                                                                                                                                                                  |
|-----------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| I               | Bygninger av mindre betydning for offentlig sikkerhet, for eksempel jordbruksbygninger osv.                                                                                |
| II              | Vanlige bygninger, som ikke hører til i de andre kategoriene.                                                                                                              |
| III             | Bygninger med en seismisk motstand som er av betydning på grunn av konsekvensene knyttet til sammenbrudd, for eksempel skoler, aulaer, kulturinstitusjoner osv.            |
| IV              | Bygninger der det er av største viktighet for beskyttelse av liv og helse at de forblir uskadd under jordskjelv, for eksempel sykehus, brannstasjoner, kraftstasjoner osv. |

Tabell 4.1, definisjon av de seismiske klassene [5]

Veiledende eksempler på klassifisering er gitt i tabell 4.2. Denne tabellen er hentet fra tabell NA.4(902) i standardens nasjonale tillegg.



**Tabell NA.4(902) – Veiledende tabell ved valg av seismisk klasse**

| Byggverk                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | I   | II  | III | IV              |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|-----|-----|-----------------|
| Byggverk der konsekvensene av sammenbrudd er særlig store                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |     |     |     | X <sup>1)</sup> |
| Viktig infrastruktur: sykehus, brannstasjoner, redningssentraler, kraftforsyning og lignende                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |     |     | (X) | X               |
| Høye bygninger, mer enn 15 etasjer                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |     | (X) | X   |                 |
| Jernbanebruer <sup>2)</sup>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |     |     | X   | (X)             |
| Veg- og gangbruer <sup>2)</sup>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |     | (X) | X   | (X)             |
| Byggverk med store ansamlinger av mennesker (tribuner, kinosaler, sportshaller, kjøpesentre, forsamlingslokaler osv.)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |     | (X) | X   |                 |
| Kaier og havneanlegg                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |     | X   | (X) |                 |
| Tårn, master, skorsteiner, siloer                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | (X) | X   | (X) |                 |
| Industrianlegg                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |     | X   | (X) |                 |
| Skoler og institusjonsbygg                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |     | (X) | X   |                 |
| Kontorer, forretningsbygg og boligbygg                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |     | X   | (X) |                 |
| Småhus, rekkehus, bygg i én etasje, mindre lagerhus osv.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | X   | (X) |     |                 |
| Landbruksbygg                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | (X) |     |     |                 |
| Fiskerihavner                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | (X) |     |     |                 |
| Kaier og fortøyningsanlegg for sport og fritid                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | (X) |     |     |                 |
| <sup>1)</sup> For byggverk der konsekvensene av sammenbrudd er særlig store, for eksempel ved atomreaktorer og lagringsanlegg for radioaktivt avfall, store dammer og marine konstruksjoner bør jordskjelvriskoen vurderes spesielt, eventuelt basert på en risikoanalyse.<br>Lagertanker for flytende gass og store hydrokarbonførende rørlødningsanlegg over land er behandlet i NA til NS-EN 1998-4.<br><sup>2)</sup> Se veiledende tabell for valg av seismisk klasse for bruer i NA til NS-EN 1998-2. |     |     |     |                 |

**Tabell 4.2, veiledende tabell for klassifisering [5]**

Konstruksjoners seismiske klasser kjennetegnes med forskjellige seismiske faktorer,  $\gamma_1$ . Den seismiske faktoren for de ulike seismiske klassene er gitt i tabell NA.4(901) i det nasjonale tillegget, og er vist i tabell 4.3.

**Tabell NA.4(901) – Verdier for seismisk faktor  $\gamma_1$**

| Seismisk klasse | $\gamma_1$ |
|-----------------|------------|
| I               | 0,7        |
| II              | 1,0        |
| III             | 1,4        |
| IV              | 2,0        |

**Tabell 4.3, verdier for seismisk faktor [5]**

## Grunnforhold

Dette delkapittelet er basert på Eurokode 8 [5] og RIFs ”Realistisk dimensjonering for jordskjelv” [6].

Fundamentering direkte på fjell vil i de fleste tilfeller være best, da bløte grunnforhold gir en forsterkning av jordskjelvlastene. Jordskjelvbølgens høyfrekvente komponenter filtreres bort på grunn av løsmassenes ikke-lineære oppførsel. Dette vil føre til en forsterkning av jordskjelvbølgens lavfrekvente komponenter. Dersom jordskjelvbølgene som påvirker konstruksjonen ligger i samme frekvensområde som selve konstruksjonen kan resonans oppstå. Konstruksjonens svingninger vil da bli kraftig forsterket. Slike sammenfallende frekvenser bør derfor unngås, og løsmassenes vibrasjonsforsterkning må tas hensyn til.

Forsterkning av vibrasjoner gjennom løsmasser tas hensyn til med forstærkningsfaktoren  $S$ .  $S$ -verdien er avhengig av grunnforholdene. Standarden definerer sju forskjellige grunntyper og hver grunntype har en tilhørende  $S$ -verdi. Grunntypene setter også begrensninger på det dimensjonerende spekteret med forskjellige verdier av  $T_B$ ,  $T_C$  og  $T_D$ . Grunntypene er spesifisert i det nasjonale tillegget:

| Grunntype | Beskrivelse av stratigrafisk profil                                                                                                                                                              | Parametere          |                       |             |
|-----------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------|-----------------------|-------------|
|           |                                                                                                                                                                                                  | $v_{s,30}$ (m/s)    | $N_{SPT}$ (slag/30cm) | $c_u$ (kPa) |
| A         | Fjell eller fjell-liknende geologisk formasjon, medregnet høyst 5 m svakere materiale på overflaten.                                                                                             | > 800               | –                     | –           |
| B         | Avleiringer av svært fast sand eller grus eller svært stiv leire, med en tykkelse på flere titalls meter, kjennetegnet ved en gradvis økning av mekaniske egenskaper med dybden.                 | 360 – 800           | > 50                  | > 250       |
| C         | Dype avleiringer av fast eller middels fast sand eller grus eller stiv leire med en tykkelse fra et titalls meter til flere hundre meter.                                                        | 180 – 360           | 15 - 50               | 70 - 250    |
| D         | Avleiringer av løs til middels fast kohesjonsløs jord (med eller uten enkelte myke kohesjonslag) eller av hovedsakelig myk til fast kohesjonsjord.                                               | 130 – 180           | 10 – 15               | 40 – 70     |
| E         | Et grunnprofil som består av et alluviumlag i overflaten med $v_s$ -verdier av type C eller D og en tykkelse som varierer mellom ca. 5 m og 20 m, over et stivere materiale med $v_s > 800$ m/s. |                     |                       |             |
| $S_1$     | Avleiringer som består av eller inneholder et lag med en tykkelse på minst 10 m av bløt leire/silt med høy plastisitetsindeks ( $PI > 40$ ) og høyt vanninnhold.                                 | < 100<br>(antydnet) | –                     | 10 - 20     |
| $S_2$     | Avleiringer av jord som kan gå over i flytefase (liquefaction), sensitive leirer eller annen grunnprofil som ikke er med i typene A – E eller $S_1$ .                                            |                     |                       |             |

Tabell 4.4, grunntyper (NA.3.1) [5]

**Tabell NA.3.3 – Verdier for parametere som beskriver de anbefalte elastiske responspektrene**

| Grunntype | $S$  | $T_B$ (s) | $T_C$ (s) | $T_D$ (s) |
|-----------|------|-----------|-----------|-----------|
| A         | 1,0  | 0,10      | 0,25      | 1,5       |
| B         | 1,25 | 0,10      | 0,30      | 1,5       |
| C         | 1,4  | 0,15      | 0,35      | 1,5       |
| D         | 1,6  | 0,15      | 0,45      | 1,5       |
| E         | 1,7  | 0,10      | 0,35      | 1,5       |

**Tabell 4.5, verdier for parametere som beskriver de anbefalte responspektrene [5]**

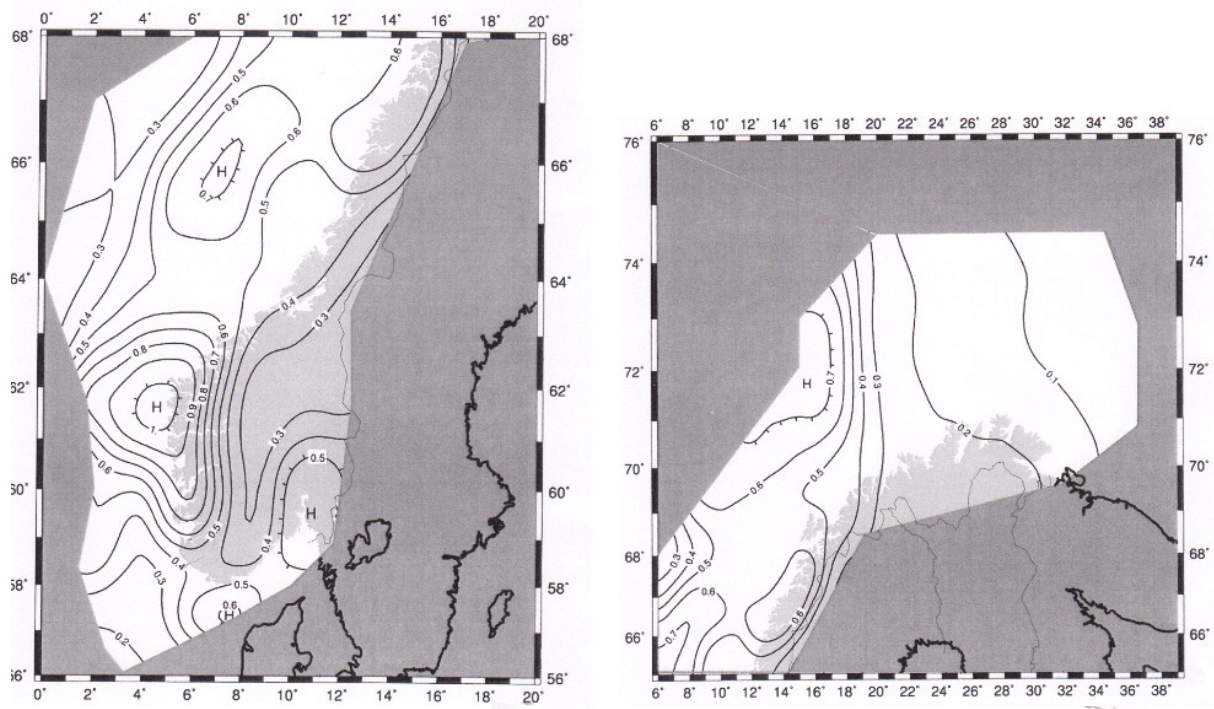
For å identifisere grunntypen på den aktuelle byggegrunnen bør verdien av den gjennomsnittlige skjærbølgehastigheten  $v_{s,30}$  brukes. Den beregnes i samsvar med følgende uttrykk:

$$v_{s,30} = 30 / \sum_{i=1,N} \frac{h_i}{v_i}$$

Dersom den gjennomsnittlige skjærbølgehastigheten ikke er tilgjengelig bør verdien av  $N_{SPT}$  brukes.

### **Grunnens akselerasjon**

Beregning av jordskjelvlast etter Eurokode 8 baserer seg på den dimensjonerende grunnakselerasjonen  $a_g$ , som bestemmes ved hjelp av referansespissverdien for grunnens akselerasjon  $a_{gR}$ . Eurokoden deler Norge inn i seismiske soner. Innenfor hver sone er jordskjelvfaren antatt å være konstant. Spissverdien for berggrunnens akselerasjon er for de ulike seismiske sonene gitt i det nasjonale tillegget under punkt NA.3.2.1. Figur 4.1 viser inndelingen av Norge i seismiske soner med tilhørende spissverdier for grunnakselerasjon.



Figur 4.1, inndeling seismiske soner [5]

Sonekartene angir spissverdier for grunnakselerasjonen  $a_{g40Hz}$  med en returperiode på 475 år. Verdiene er gitt for grunntype A.  $a_{g40Hz}$  er oppgitt i  $\frac{m}{s^2}$  og betegner at grunnakselerasjonen er normaliserte verdier ved frekvensen  $f = 40Hz$ .

I maksimumsområdene skal det legges til et konstant tillegg på  $0,05 \frac{m}{s^2}$  til isokurveverdien for  $a_{g40Hz}$ .

For byggesteder som er lokalisert mellom isokurvene for grunnakselerasjonens spissverdi kan det interpoleres. Det er også verdt å merke seg at verdiene for  $a_{g40Hz}$  kun skal brukes for Norges fastland. For kontinentalsokkelen, Svalbard, Jan Mayen og Bjørnøya er derfor ikke disse sonekartene gjeldene.

Referansespissverdien  $a_{gR}$  settes lik  $0,8 a_{g40Hz}$ . Den dimensjonerende grunnakselerasjonen  $a_g$  er lik  $a_{gR}$  ganger den seismiske faktoren  $\gamma_1$  som avhenger av hvilken seismisk klasse konstruksjoner går inn under.

## Duktilitet

Som tidligere nevnt baserer det dimensjonerende spektrumet seg på et elastisk responsspektrum som er redusert med hensyn på konstruksjonens duktilitet. Denne reduksjonen oppnås ved å innføre konstruksjonsfaktoren  $q$ , som tar hensyn til konstruksjonens evne til å absorbere energi gjennom duktil oppførsel. Ved å redusere det elastiske responsspektrumet med tanke på duktilitet unngås detaljerte, ikke-lineære analyser.

Etter standarden kan en konstruksjon deles inn i tre ulike duktilitetsklasser, og konstruksjonsfaktoren  $q$  bestemmes på bakgrunn av dette. De tre duktilitetsklassene er DCL, DCM og DCH. Konstruksjoner med lav-, middels- og høy duktilitet klassifiseres henholdsvis som DCL, DCM og DCH.

I Norge utgår duktilitetsklasse DCH da det står presisert i det nasjonale tillegget at  $q$ -verdien ikke skal velges med høyere verdi enn den som er spesifisert for duktilitetsklasse DCM. Dersom duktilitetsklasse DCM velges må konstruksjonens kapasitet dokumenteres ved flytning i materialene. I denne kategorien stilles det derimot ingen krav om at konstruksjonens duktilitet dokumenteres. For å gjøre videre prosjektering enklest mulig anbefales derfor først å velge duktilitetsklasse DCL. Ved valg av DCL skal konstruksjonen dimensjoneres i bruddgrensetilstand i henhold til aktuelle materialstandarder.

| Dimensjoneringsprinsipp                               | Konstruksjonens duktilitetsklasse | Område av referanseverdier for valg av konstruksjonsfaktor $q$ |
|-------------------------------------------------------|-----------------------------------|----------------------------------------------------------------|
| Prinsipp a)<br>Konstruksjon med lite energiabsorpsjon | DCL (Lav)                         | $\leq 1,5$                                                     |
| Prinsipp b)<br>Energiabsorberende konstruksjon        | DCM (Middels)                     | $\leq 4$<br>Også begrenset av verdiene for DCM i tabell 6.2    |
|                                                       | DCH (Høy)                         | Som for DCM                                                    |

Tabell 4.6, oversikt over  $q$ -verdier for ulike duktilitetsklasser [5]

### ***Etablering av dimensjonerende spekter for elastisk analyse***

Når de ulike parameterne er bestemt kan det dimensjonerende spekteret etableres. For de horisontale komponentene av den seismiske påvirkningen gjøres det med følgende uttrykk (pkt. 3.2.2.5 i NS-EN 1998-1):

$$0 \leq T \leq T_B : S_d(T) = a_g \cdot S \cdot \left[ \frac{2}{3} + \frac{T}{T_B} \cdot \left( \frac{2,5}{q} - \frac{2}{3} \right) \right] \quad (4.1)$$

$$T_B \leq T \leq T_C : S_d(T) = a_g \cdot S \cdot \frac{2,5}{q} \quad (4.2)$$

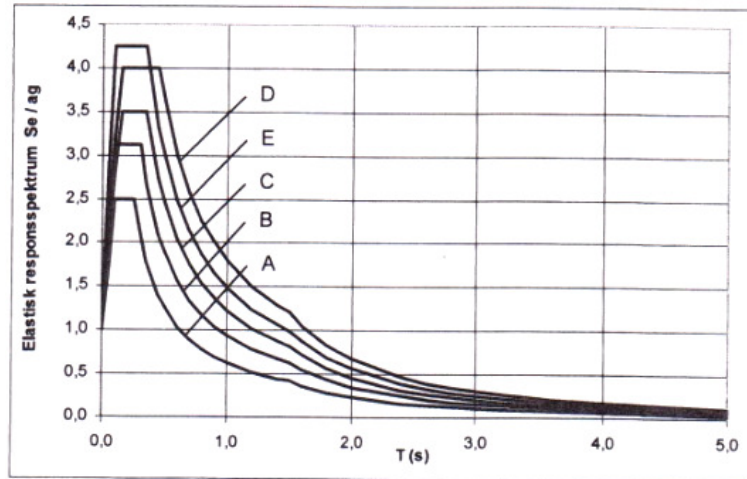
$$T_C \leq T \leq T_D : S_d(T) \begin{cases} = a_g \cdot S \cdot \frac{2,5}{q} \cdot \left[ \frac{T_C}{T} \right] \\ \geq \beta \cdot a_g \end{cases} \quad (4.3)$$

$$T_D \leq T : S_d(T) \begin{cases} = a_g \cdot S \cdot \frac{2,5}{q} \cdot \left[ \frac{T_C T_D}{T^2} \right] \\ \geq \beta \cdot a_g \end{cases} \quad (4.4)$$

der

- $a_g$ : dimensjonerende grunnakselerasjon for grunntype A ( $a_g = 0,8 \cdot a_{g40Hz} \cdot \gamma_1$ )
- $\gamma_1$ : seismisk faktor, avhenger av seismisk klasse
- S: forsterkningsfaktor, avhenger av grunnforhold
- T: systemets egensvingeperiode
- q: konstruksjonsfaktor
- $T_B, T_C$  og  $T_D$ : grenseverdier som bestemmer knekkpunktene for responsspekteret, avhenger av grunnforhold
- $\beta$ : faktor for nedre grenseverdi for det horisontale dimensjonerende spekteret, settes lik 0,2 i henhold til pkt. NA.3.2.2.5 i nasjonalt tillegg

Figur 4.2 viser horisontale elastiske responspektre for grunntypene A til E. Figuren er hentet fra fig. NA.3(903) i det nasjonale tillegget.



Figur 4.2, horisontale elastiske responspektre til bruk i Norge for jordtype A til E [5]

### *Utelatelseskriterier*

Standarden definerer kriterier der jordskjelvdimensjonering kan sees bort i fra. I punkt 3.2.1 (5) står det: *"I tilfeller med svært lav seismisitet er det ikke nødvendig å overholde bestemmelsene i NS-EN 1998"* [5]. De ulike tilfellene som definerer utelatelseskriteriene er angitt i standardens nasjonale tillegg under punkt NA.3.2.1 (5):

- konstruksjoner i seismisk klasse 1
- lette trekonstruksjoner
- svært lav seismisitet:  $a_g S < 0,05g = 0,49 \frac{m}{s^2}$
- dimensjonerende spektrum  $S_d(T) < 0,05g = 0,49 \frac{m}{s^2}$ , beregnet med konstruksjonsfaktor  $q \leq 1,5$

Disse tilfellene er ikke gjeldende for bruer i seismisk klasse IV, hvor det i henhold til standarden alltid er krav til påvisning av tilstrekkelig sikkerhet.

I tillegg til utelatelseskriteriene angitt i det nasjonale tillegget vil også ytterligere kontroll kunne utelates dersom:

- skjærkraft ved grunnivå på grunn av jordskjelv er mindre enn skjærkraften fra andre relevante lastkombinasjoner.

Dersom ingen av utelatelseskriteriene er oppfylt må konstruksjonen dimensjoneres for de aktuelle jordskjelvlastene.

## ***Egenskaper ved jordskjelvsikre bygninger***

### **Prinsipper for prosjektering**

Standarden definerer en rekke styrende prinsipper som skal ligge til grunn ved jordskjelvprosjektering av et bygg. Formålet med disse prinsippene er at det på bakgrunn av dette skal etableres gode og sikre bæresystemer med tanke på jordskjelv.

De styrende prinsippene er gitt i punkt 4.2 i NS-EN 1998-1 og lyder som følger:

- ***Konstruksjonsmessig enkelthet:*** Frie og direkte baner for overføring av de seismiske lastene gir redusert usikkerhet knyttet til modellering, beregning, dimensjonering, detaljering og oppføring av konstruksjoner. Konstruksjonens seismiske oppførsel blir dermed lettere å forutse.
  
- ***Regelmessighet, symmetri og redundans:*** Regelmessighet i konstruksjonen gir en jevn fordeling av de bærende bygningsdelene. Dette gir korte og direkte overføringer av treghetskraftene som oppstår. Regelmessighet i oppriss vil eliminere sensitive soner med høye spenningskonsentrasjoner.  
Et symmetrisk avstivningssystem vil ha et massesenter og stivhetssenter som sammenfaller eller er i nærheten av hverandre. Ved å plassere de bærende bygningsdelene symmetrisk og jevnt i planet sikrer man at konstruksjonens torsjonspåkjenninger blir lavest mulig.  
En jevn fordeling av bærende bygningsdeler øker redundansen og gir en bedre omfordeling av lastvirkninger, og energiabsorpsjon over hele konstruksjonen.
  
- ***Motstand og stivhet i to retninger:*** Ettersom horisontale seismiske bevegelser er et toveisfenomen må konstruksjonen være i stand til å motstå horisontale påvirkninger i alle retninger. For å sikre like motstands- og stivhetsegenskaper i begge hovedretninger bør de bærende bygningsdelene ordnes i et rettvinklet mønster i planet.
  
- ***Torsjonsmotstand og –stivhet:*** For å begrense dreiebevegelser som gir en ujevn belastning på de ulike bærende bygningsdelene bør konstruksjonen ha tilstrekkelig



torsjonsmotstand og –stivhet. Dette kan oppnås ved en jevn fordeling av de viktigste bygningsdelene som motstår den seismiske påvirkningen nær bygningens ytterkanter.

- **Skivevirkning ved etasjenivå:** Gulv og tak virker som horisontale skiver som samler og overfører treghetskrefter til de vertikale bæresystemene og sikrer at disse systemene sammen motstår den horisontale seismiske påvirkningen. For å kunne fordele de horisontale treghetskreftene til de vertikale bæresystemene bør gulvsystemer og tak derfor ha tilstrekkelig stivhet og motstand i planet. En effektiv kopling mellom de horisontale skivene og de vertikale bæresystemene er også nødvendig for å oppnå ønsket skivevirkning.
- **Passende fundament:** Konstruksjon og dimensjonering av fundamentene og koplingen til overbygningen skal sikre at hele konstruksjonen settes for en jevn seismisk påvirkning.

### **Primære og sekundære seismiske konstruksjonsdeler**

Standarden deler konstruksjoner inn i to typer seismiske konstruksjonsdeler; primære og sekundære.

Konstruksjonsdelene som betegnes som sekundære utgjør ikke en del av bæresystemet i bygningen som motstår den seismiske påvirkningen. Disse delenes fasthet og stivhet mot seismiske påvirkninger skal ikke tas hensyn til, og de spesifikke krav og bestemmelser gitt i NS-EN 1998-1 kapittel 5 til 9 trenger ikke være oppfylt. De sekundære konstruksjonsdelene skal likevel dimensjoneres og detaljeres for å oppta gravitasjonslaster som følger av forskyvninger forårsaket av den seismiske påvirkningen. Det totale bidraget til sideveis stivhet fra alle de sekundære konstruksjonsdelene bør, etter pkt. 4.2.2 (4) i standarden, ikke overskride 15% av bidraget fra alle primære seismiske konstruksjonsdeler.

Alle konstruksjonsdeler som ikke betegnes som sekundære betegnes som primære seismiske konstruksjonsdeler. Disse konstruksjonsdelene anses å være en del av det systemet som motstår sidekreftene og må dimensjoneres og detaljeres i samsvar med bestemmelsene i kapittel 5 til 9 i standarden.

## Konstruksjoners regularitet

For seismisk dimensjonering skiller standarden mellom regulære og ikke-regulære bygningskonstruksjoner. Punktene 4.2.3.2 og 4.2.3.3 i standarden definerer kriterier for regularitet i henholdsvis planet og i oppriss. Skillet mellom regulære og ikke-regulære bygningskonstruksjoner har betydning for ulike forhold ved den seismiske dimensjoneringen. Både konstruksjonsmodell, analysemetode og verdien av konstruksjonsfaktoren  $q$  avhenger av bygningens regularitet i planet og i oppriss.

Tabell 4.7 viser hvilke konsekvenser konstruksjonens regularitet har for seismisk analyse og dimensjonering.

| Regularitet |         | Tillatt forenkling |                         | Konstruksjonsfaktor  |
|-------------|---------|--------------------|-------------------------|----------------------|
| Plan        | Oppriss | Modell             | Lineær-elastisk analyse | (for lineær analyse) |
| Ja          | Ja      | Plan               | Tverrkraft              | Referanseverdi       |
| Ja          | Nei     | Plan               | Modal                   | Redusert verdi       |
| Nei         | Ja      | Romlig             | Tverrkraft              | Referanseverdi       |
| Nei         | Nei     | Romlig             | Modal                   | Redusert verdi       |

Tabell 4.7, konsekvenser av konstruksjonens regularitet for seismisk analyse og dimensjonering [5]

Redusert verdi av konstruksjonsfaktoren  $q$  er gitt som referanseverdien multiplisert med 0,8. Den aktuelle referanseverdien for  $q$  er oppgitt i kapittel 5 til kapittel 9 i standarden, avhengig av materialet som brukes.

## ***Konstruksjonsanalyse***

Som tidligere nevnt er valget av analysemetode og tillatte forenklinger avhengig av bygningens konstruktive egenskaper. På bakgrunn av dette kan en av følgende to typer lineær-elastisk analyse brukes:

- Tverrkraftmetoden
- Modal responsspektrumanalyse

Dette delkapittelet bygger på Eurocode 8 [5] og boken "Earthquake engineering for structural design" [7].

### **Analyse ved hjelp av tverrkraftmetoden**

Den enkleste analysemetoden standarden legger opp til er tverrkraftmetoden. Denne metoden er en ekvivalent statisk analyse som og går ut på å plassere statiske laster på den aktuelle konstruksjonen, med størrelse og retning som omtrentlig gjenspeiler effekten av de dynamiske lastene som oppstår på grunn av jordskjelv. Tverrkraftmetoden er med andre ord en tilnærming av de dynamiske lastene konstruksjonen påføres under et jordskjelv.

Tverrkraftmetoden kan brukes på konstruksjoner med en respons som ikke påvirkes betydelig av bidrag fra høyere vibrasjonsformer enn den første egensvingeformen i hver hovedretning.

For at dette skal være tilfredsstillt angir standarden i punkt 4.3.3.2.1 (2) følgende krav:

- konstruksjonen har første egensvingeperiode  $T_1$  i de to hovedretningene som er mindre enn følgende verdier

$$T_1 \leq \begin{cases} 4 \cdot T_C \\ 2,0 \text{ s} \end{cases}$$

der  $T_C$  er som nevnt i tabell 4.5.

- konstruksjonen oppfyller kriteriene for regularitet i oppriss gitt i punkt 4.2.3.3 i standarden.

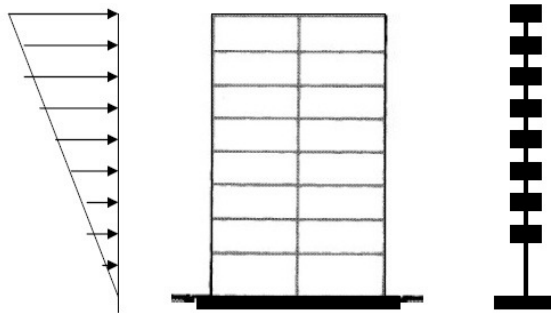
Dersom konstruksjonen har en høyde på opptil 40 m kan verdien av konstruksjonens første egensvingeperiode beregnes med forenklet metode gitt i punkt 4.3.3.2.2 (3):

$$T_1 = C_t \cdot H^{3/4},$$

der  $C_t$  er 0,085 for momentstive stålrammer, 0,075 for momentstive romlige betongrammer og eksentrisk avstivede stålrammer, og 0,050 for alle andre konstruksjoner.

H er konstruksjonens høyde fra fundament eller overkant av stiv kjeller.

Tilnærmingen av det dynamiske lastbildet vil gi konsentrerte horisontalkrefter ved etasjene, hvor massen er høyest. Disse konsentrerte kreftene vil øke med høyden av konstruksjonen. Ved dimensjonering med tverrkraftmetoden fordeles den seismiske skjærkraften ved fundamentnivå oppover i etasjene som horisontale krefter.



Figur 4.3, kraftfordeling tverrkraftmetoden [7]

Den seismiske skjærkraften ved fundament eller ved toppen av stiv kjeller bestemmes ved følgende uttrykk:

$$F_b = S_d(T_1) \cdot m \cdot \lambda \quad (4.5)$$

der

$S_d(T_1)$ : er verdien fra det dimensjonerende responspekteret for periode  $T_1$ .

$T_1$ : er bygningens første egensvingeperiode for sidebevegelse i retning som vurderes (x- og y-retning kan ses på uavhengig av hverandre).

m: er bygningens totale masse over fundamentet, beregnet i samsvar med punkt 3.2.4 (2) i standarden.

$\lambda$ : er korreksjonsfaktoren  $\begin{cases} = 0,85 \text{ hvis } T_1 \leq 2 T_C \text{ og antall etasjer} > 2 \\ = 1,0 \text{ ellers} \end{cases}$

Fordelingen av de horisontale seismiske kreftene kan gjøres på to måter; modalt og lineært. Modal fordeling gjøres på bakgrunn av konstruksjonens forskyvning. De horisontale seismiske kreftene beregnes da etter følgende formel:

$$F_i = F_b \cdot \frac{s_i \cdot m_i}{\sum s_j \cdot m_j} \quad (4.6)$$

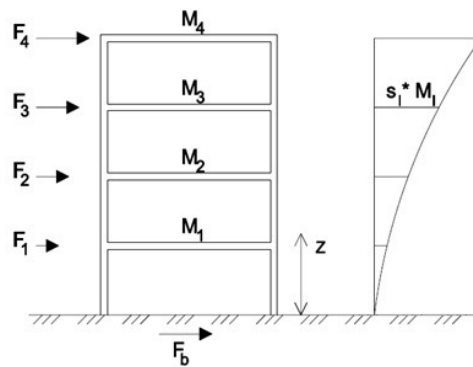
der

$F_i$ : er den horisontale kraften som virker på etasje i.

$F_b$ : er den seismiske skjærekraften ved fundament eller ved topp av stiv kjeller.

$s_i, s_j$ : er forskyvningen av massene  $m_i$  og  $m_j$  i den første egensvingeformen.

$m_i, m_j$ : er etasjemassene.



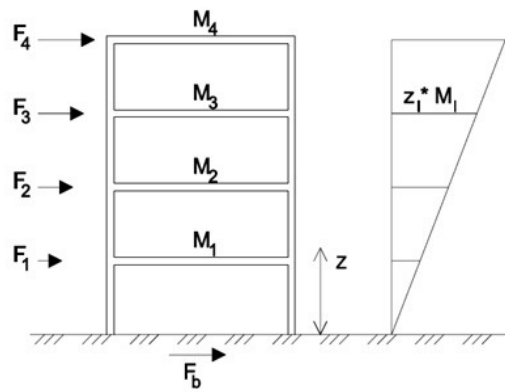
Figur 4.4, modal fordeling av horisontale skjærkrefter [6]

Lineær fordeling av de horisontale seismiske kreftene gjøres ved å forutsette at de horisontale forskyvningene øker lineært langs høyden. De horisontale kreftene bestemmes da med følgende uttrykk:

$$F_i = F_b \cdot \frac{z_i \cdot m_i}{\sum z_j \cdot m_j} \quad (4.7)$$

der

$z_i, z_j$ : er høyden av massene  $m_i$  og  $m_j$  over fundament eller topp av stiv kjeller.



Figur 4.5, lineær fordeling av horisontale skjærkrefter [6]

Tverrkraftmetoden er en forenklet metode som er passende for regulære bygninger hvor byggets respons ikke påvirkes nevneverdig av høyere vibrasjonsformer enn den første egensvingeperioden. Ved analyse av slike konstruksjoner vil metoden være konservativ å bruke. Når bidraget fra høyere vibrasjonsformer er vesentlig vil ikke metoden være konservativ lenger og skal da derfor ikke brukes. I slike tilfeller skal det utføres en modal responspektrumanalyse.

### Modal responspektrumanalyse

Modal responspektrumanalyse er anvendbar for alle typer bygninger og skal brukes på bygninger som ikke tilfredsstiller betingelsene for analyse ved hjelp av tverrkraftmetoden.

Denne analysemetoden tar hensyn til flere svingeformer og består hovedsakelig av å beregne konstruksjonens ulike svingeformer og tilhørende egenperioder. På bakgrunn av dette kan den maksimale responsen for hver svingeform bestemmes ved hjelp av det dimensjonerende responspekteret og de dimensjonerende seismiske kreftene kan beregnes. Den totale responsen kan beskrives som en kombinasjon av flere svingeformer.

For å kombinere ulike svingeformers respons legger standarden opp til bruken av to forskjellige metoder:

- SRSS (the square root of the sum of the squares) av seismisk lastvirkning (krefter og forskyvninger). Denne metoden antar at alle de relevante modale responsene er uavhengige av hverandre. Maksimal seismisk lastvirkning beregnes som følger:

$E_E = \sqrt{\sum E_{Ei}^2}$ , der  $E_E$  er den seismiske lastvirkningen og  $E_{Ei}$  er verdien av denne seismiske lastvirkningen som følge av svingeform i.

- CQC (fullstendig kvadratisk kombinasjon) av modal respons. Denne metoden er en forbedring av SRSS som tar hensyn til svingeformer med egenperioder som ligger nær hverandre, og som derfor kan påvirke hverandre.

Ved bruk av modal responsspektrumanalyse stiller standarden krav til at det skal tas hensyn til responsen fra alle svingeformer som bidrar betydelig til den globale responsen. Dette kan anses å være oppfylt dersom ett av følgende krav kan påvises:

- summen av de effektive modale massene for svingeformene som det er tatt hensyn til er minst 90% av konstruksjonens masse
- det tas hensyn til alle svingeformer med effektiv modal masse større enn 5% av den totale massen

Brukes en romlig modell må de to kravene være overholdt for hver aktuell retning. Dersom ingen av de to kravene er tilfredstilt i en romlig analyse skal følgende være oppfylt:

$$k \geq 3 \cdot \sqrt{n}$$

og

$$T_k \leq 0,20s$$

der

- k: er antallet svingeformer som er tatt hensyn til
- n: er antall etasjer over fundament eller toppen på en stiv kjeller
- $T_k$ : er egenperioden av svingeform k

For en modal responsspektrumanalyse med en plan modell kan analysen enkelt gjøres for hånd. Skal derimot analysen utføres med en romlig modell bør et analyseverktøy brukes, som for eksempel SAP2000.

## Kombinasjon av seismiske lastvirkninger

Generelt skal komponentene i den seismiske påvirkningen forutsettes å virke samtidig. Punkt 4.3.3.5.2 i standarden angir følgende tre kombinasjoner for å beregne lastvirkningene på:

a)  $E_{Edx} + 0,30 E_{Edy} + 0,30 E_{Edz}$

b)  $0,30 E_{Edx} + E_{Edy} + 0,30 E_{Edz}$

c)  $0,30 E_{Edx} + 0,30 E_{Edy} + E_{Edz}$

Vanligvis trengs det ikke å ta hensyn til vertikale rystninger i Norge. Er dette tilfellet settes  $E_{Edz} = 0$ .



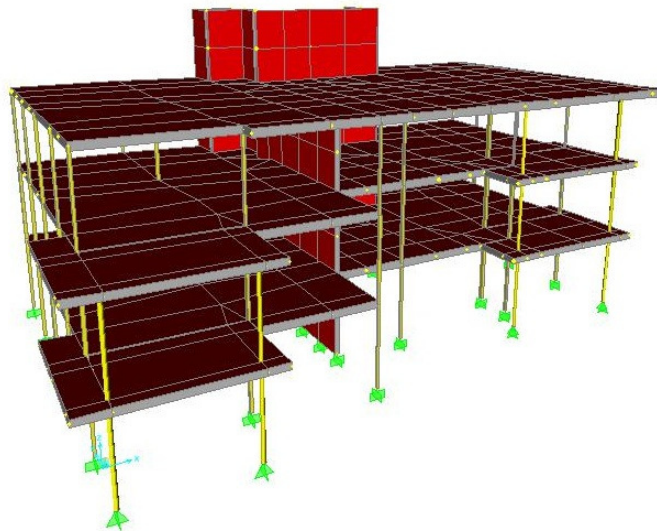
## Kapittel 5: Jordskjelvanalyse av boligbygg

### *Beskrivelse av bygningen*

Bygningen som skal analyseres med hensyn til jordskjelvlaster er allerede oppført. Bygget er et fire etasjers høyt boligbygg. Bæresystemet består av hulprofilsøyler av stål, betongvegger og betongdekker. Søylene er sveiset fast til innstøpte stålplater og betraktes som fast innspenne i begge ender. Figur 5.1 viser en modell av bygget. Som vi ser av modellen er det ingen bærende stålsøyler i fjerde etasje. I denne etasjen bæres taket av betongveggene og en trekonstruksjon. Trekonstruksjonen er i denne analysen ikke ansett som en del av de primære seismiske konstruksjonsdelene, og er derfor utelatt. En fullstendig oversikt over byggets geometri i planet finnes i plantegningene gitt i vedlegg 9.

Byggets geometri og relevant data:

- Betongkvalitet på vegger og dekker: B30
- Etasjehøyde: 3 m (inkludert dekke)
- Total høyde av bygget: 12 m
- Dekketykkelse etasjeskillere: 270 mm
- Dekketykkelse terrasse: 220 mm
- Beliggenhet: Sauda kommune, Rogaland
- Byggets masse og laster: se vedlegg 1



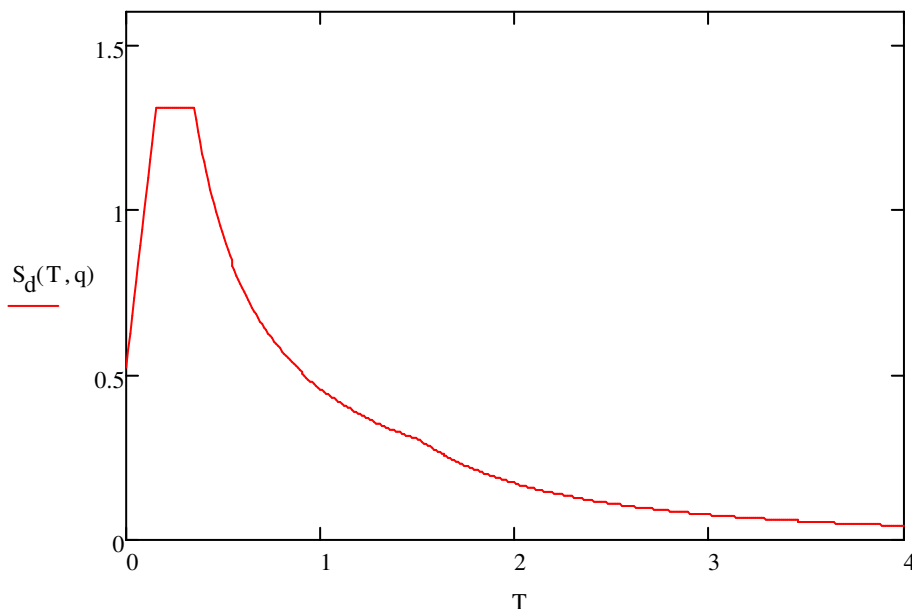
Figur 5.1, modell av boligbygg laget i SAP2000

## ***Dimensjonerende elastisk designspekter***

De seismiske påvirkningene bygget utsettes for representeres med et dimensjonerende elastiske designspekter. Alle analysene som er utført er basert på det samme designspekteret.

Parametere som inngår i det dimensjonerende elastiske designspekteret:

- Spissverdi for grunnakselerasjon:  $a_{g40Hz} = 0,7 \frac{m}{s^2}$
- Seismisk klasse II, som gir seismisk faktor:  $\gamma_1 = 1,0$
- Grunnforhold: Grunntype C
- Duktilitetsklasse DCL, som gir konstruksjonsfaktor:  $q = 1,5$
- Dempingsforhold antas lik 5% i samsvar med standarden



Figur 5.2, dimensjonerende elastisk designspekter laget i Mathcad

## ***Byggets stivhet***

For analysene utført med håndberegninger er det nødvendig å kjenne til bygningens stivhetsegenskaper for hver etasje. Disse egenskapene er vanskelig å bestemme helt nøyaktig.

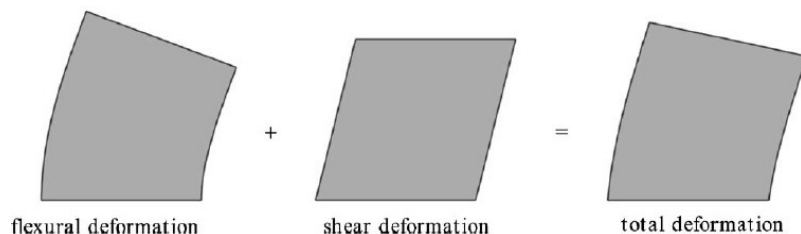
### **Stivhetsegenskaper til betongvegger**

Byggets stivhetsegenskaper er beregnet med to forskjellige tilnærminger til betongveggenes stivhet. Dette gir et bedre sammenlikningsgrunnlag og kan også gi en pekepinn på hvilken av de to tilnærmingene som er det beste estimatet av byggets stivhet. Beregningsmetoder for

betongveggenes stivhet er hentet fra artikkelen ”*Lateral stiffness of shear walls with openings*” [14].

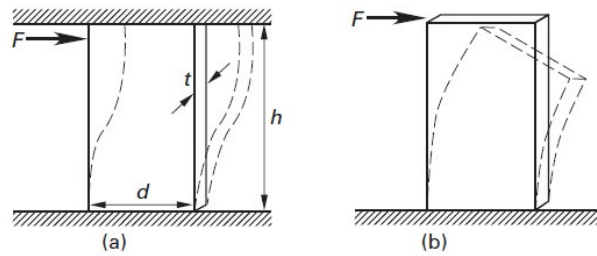
I begge tilnærmingene forenkles betongveggene. Veggene er delt opp i mindre vegger med en høyde lik etasjehøyden. En full oversikt over inndelingen av vegger finnes i vedlegg 2. De utsparingene som finnes skyldes dører, og totalt sett har ikke veggene mange slike utsparinger. Utsparingene er derfor sett bort ifra i denne oppgaven. Selv om det er veldig få utsparinger vil disse gi sitt bidrag til veggens stivhetsegenskaper. For å få et best mulig sammenlikningsgrunnlag av resultatene for de ulike analysene er derfor bygget modellert uten utsparinger i SAP2000-modellen også.

En passende måte å modellere en betongvegg uten åpninger og med konstant tverrsnitt på er som en dyp bjelke. Begge tilnærmingene brukt i denne oppgaven tar utgangspunkt i dette. Med utgangspunkt i en slik modell og prinsippet om virtuelle krefter kan betongveggenes totale, horisontale forskyvning bestemmes ved å legge sammen deformasjon pga. bøyning og skjærdeformasjon;  $\Delta_{tot} = \Delta_{flex} + \Delta_{shear}$ . Veggens stivhet kan deretter enkelt bestemmes med utgangspunkt i Hookes lov og den påførte enhetslasten;  $k = \frac{1}{\Delta_{tot}}$ .



Figur 5.3, beregning av skjærveggers deformasjon [14]

Ved beregning av stivhet med tilnærming 1 antas hver vegg kun å være fast innspent i bunnen. Dette gir følgende deformasjon pga. bøyning:  $\Delta_{flex} = \frac{P \cdot H^3}{3EI}$ . I tilnærming 2 antas hver vegg å være innspent både i topp og bunn. Deformasjon pga. bøyning blir da:  $\Delta_{flex} = \frac{P \cdot H^3}{12EI}$ . Skjærdeformasjonen vil være den samme for begge tilnærmingene:  $\Delta_{shear} = \alpha \cdot \frac{PH}{GA}$ .



Figur 5.4, modellering av betongvegg; (a) tilnærming 2, (b) tilnærming 1 [16]

### Stivhetsegenskaper til stålsøyler

Stålsøylene anses som nevnt tidligere fast innspent i topp og bunn, og sideveis stivhet kan enkelt beregnes ut fra stivhetstabell i ”*Stålkonstruksjoner: profiler og formler*” [15]:  $k = \frac{12EI}{H^3}$ . Søylene som bærer terrassene virker som pendelsøyler og bidrar derfor ikke til byggets horisontale stivhet.

### Byggets totale stivhet

Ved beregning av byggets totale sideveis stivhet legges betongveggens stivhet og søylenes stivhet sammen. En fullstendig beregning av byggets totale stivhet med de to beregningsmetodene er gitt i vedlegg 3.

## **Analyse med tverrkraftmetoden**

I dette delkapittelet er kun nøkkeltall fra analysen med tverrkraftmetoden presentert. For den fullstendige utregningen vises det til vedlegg 4. Beregningene er utført i Mathcad.

### **Forenklet beregning av byggets første egenperiode**

Ettersom bygningens høyde er lavere enn 40 m kan byggets første egenperiode beregnes forenklet etter punkt 4.3.3.2.2 (3) i standarden. Denne metoden gir lik første egenperiode i begge de to hovedretningene.

Byggets første egenperiode blir dermed:

$$T_1 = C_t \cdot H^{0,75} = 0,050 \cdot 12^{0,75} = 0,322 \text{ s}$$

### **Kontroll av krav for bruk av tverrkraftmetoden**

For at tverrkraftmetoden kan benyttes som analysemetode er det to krav som må være tilfredsstillt. Kravene er gitt i punkt 4.3.3.2.1 (2) i standarden, og er som følger:

- a) Byggets første egensvingeperiode i de to hovedretningene skal være mindre enn følgende verdier:

$$T_1 \leq \begin{cases} 4 \cdot T_C \\ 2,0 \text{ s} \end{cases}$$

- b) Bygningen oppfyller kriteriene for regularitet i oppriss gitt i punkt 4.2.3.3 i standarden.

I dette tilfellet antas det at bygget oppfyller kriteriene for regularitet i oppriss.

Begge kravene er tilfredsstillt, og tverrkraftmetoden kan dermed benyttes.

### **Skjærkraft ved fundamentnivå**

Den dimensjonerende seismiske akselerasjonen  $S_d(T_1)$  leses av det dimensjonerende spektrumet:

$$S_d(T_1) = 1,307 \frac{m}{s^2}$$

Byggets totale seismiske masse er:

$$m = 799,122 \text{ tonn} \quad (\text{se vedlegg 1})$$

Korreksjonsfaktoren  $\lambda$  er:

$$\lambda = 0,85$$

Skjærkraften ved fundamentnivå beregnes etter formel (4.5):

$$\begin{aligned} F_b &= S_d(T_1) \cdot m \cdot \lambda \\ &= 1,307 \frac{m}{s^2} \cdot 799,122 \text{ tonn} \cdot 0,85 \\ &= 887,56 \text{ kN} \end{aligned}$$

På grunn av lik første egenperiode i begge retningene blir også skjærkraften ved fundamentnivå lik i både x- og y-retning.

### **Forskyvninger**

Skjærkraft ved fundamentnivå fordeles lineært utover etasjene etter formel (4.7).

De fordelte kreftene samles i kraftmatrisen  $[F]$ , og forskyvninger beregnes med Hookes lov:

$[F] = [k] \cdot [u]$ , der stivhetsmatrisen  $[k]$  er hentet fra stivhetsberegningene i vedlegg 3.

Ved å bruke stivhetsmatrise fra beregningsmetode 1 blir forskyvninger i topp for de to hovedretningene:

$$u_x = 1,062 \text{ mm}$$

$$u_y = 0,731 \text{ mm}$$

Ved bruk av stivhetsmatrise fra beregningsmetode 2 blir forskyvninger i topp for de to hovedretningene:

$$u_x = 0,566 \text{ mm}$$

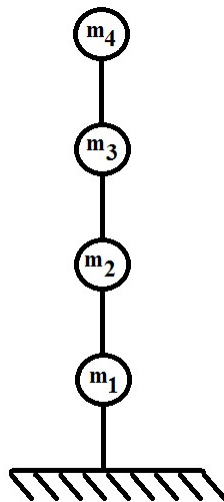
$$u_y = 0,417 \text{ mm}$$

## ***Modal responspektrumanalyse, plan modell***

I dette delkapittelet vil kun nøkkeltall og de viktigste momentene i utregningen bli presentert. Fullstendig utregning med modal responspektrumanalyse med en plan modell er gitt i vedlegg 5 og 6. Vedlegg 5 viser beregningene basert på stivhetsegenskaper etter stivhetsberegningemetode 1, mens vedlegg 6 viser beregningene basert på metode 2. Beregningene er utført i Mathcad.

### **Forenkling av konstruksjonen**

I denne typen analyse defineres formen på bygget ut fra høyde og antall etasjer. Massen og stivheten for hver etasje konsentreres i en massekomponent og en stivhetskomponent som vist i fig. 5.5.



Figur 5.5, idealisert modell av boligbygg

Hver etasje har i utgangspunktet tre frihetsgrader, en translasjonsfrihet og to rotasjonsfriheter. Dekkene i hver etasje er i denne beregningen satt som uendelig stive. Denne forenklingen gjør at hver etasje kun vil ha en frihetsgrad, translasjonsfrihet. Konstruksjonen er dermed forenklet til et system med fire frihetsgrader.

### **Beregning av egenperioder**

Svingelikning for et system uten demping med flere frihetsgrader er:  $m\ddot{u} + ku = 0$ . Denne likningen har en løsning på formen:  $u = \varphi \cos \omega t$ , hvor  $\varphi$  er en egenvektor. Innsatt løsningen for  $u$  i svingelikningen gir følgende egenverdiproblem:  $k\varphi_n = \omega_n^2 m\varphi_n$ . Ved å løse egenverdi problemet med hensyn på  $\omega_n^2$  kan konstruksjonens egenperioder bestemmes [1].

Egenperioder beregnet med stivhet fra metode 1:

$$T_x = \begin{bmatrix} 0,163 \\ 0,057 \\ 0,039 \\ 0,023 \end{bmatrix} s \quad T_y = \begin{bmatrix} 0,126 \\ 0,05 \\ 0,039 \\ 0,029 \end{bmatrix} s$$

Egenperioder beregnet med stivhet fra metode 2:

$$T_x = \begin{bmatrix} 0,119 \\ 0,042 \\ 0,028 \\ 0,019 \end{bmatrix} s \quad T_y = \begin{bmatrix} 0,097 \\ 0,036 \\ 0,029 \\ 0,022 \end{bmatrix} s$$

### Kontroll av krav

Standarden stiller krav til at responsen fra alle svingeformer som bidrar betydelig til den globale responsen skal tas hensyn til når modal responspektrumanalyse brukes. Kravene er gitt i punkt. 4.3.3.2.1 (2) i standarden, og tidligere omtalt i kapittelet 4 under delkapittelet om modal responspektrumanalyse.

I beregningene er alle svingeformene tatt hensyn til, og kravene i standarden er derfor oppfylt.

### Skjærkraft ved fundamentnivå

Horisontalkraftene som vil virke på masse  $j$ , for svingeform  $i$ , beregnes ut fra følgende formel [1]:

$$F_{ij} = \frac{L_i}{M_i} \cdot S_d(T_i) \cdot \varphi_{ij} \cdot m_j$$

der

$S_d(T_i)$  er den seismiske akselerasjonen lest av det dimensjonerende spekteret for egenperioden med svingeform  $i$ .

$L_i$  er vektet masse.  $L_i = \varphi_i^T \cdot m \cdot \text{enhetsvektor}$

$M_i$  er modal masse.  $M_i = \varphi_i^T \cdot m \cdot \varphi_i$

Maksimal total skjærkraft ved fundamentnivå beregnes ved først å summere alle de horisontale etasjekraftene for hver svingeform. Videre kombineres skjærkraftene for hver



svingform i henhold til punkt 4.3.3.3.2 i standarden. I dette tilfellet er kravene til bruk av SRSS for kombinerings oppfylt og denne metoden er derfor anvendt.

Ved å bruke stivhetsmatrise fra beregningsmetode 1 blir skjærkraft ved fundamentnivå for de to hovedretningene:

$$F_{b_x} = 951,75 \text{ kN}$$

$$F_{b_y} = 852,47 \text{ kN}$$

Ved å bruke stivhetsmatrise fra beregningsmetode 2 blir skjærkraft ved fundamentnivå for de to hovedretningene:

$$F_{b_x} = 832,41 \text{ kN}$$

$$F_{b_y} = 745,30 \text{ kN}$$

## **Forskyvninger**

De etasjevise forskyvningene beregnes ut fra følgende formel [1]:

$$u_i = \frac{\Gamma^i}{\omega_n^2} \cdot \varphi_i \cdot S_d(T_i)$$

Maksimal forskyvning i toppen bestemmes ved å kombinere på samme måte som for skjærkraft ved fundamentnivå.

Ved å bruke stivhetsmatrise fra beregningsmetode 1 blir maksimal forskyvning i toppen for de to hovedretningene:

$$u_x = 1,086 \text{ mm}$$

$$u_y = 0,661 \text{ mm}$$

Ved å bruke stivhetsmatrise fra beregningsmetode 2 blir maksimal forskyvning i toppen for de to hovedretningene:

$$u_x = 0,506 \text{ mm}$$

$$u_y = 0,33 \text{ mm}$$

## ***Modal responspektrumanalyse, romlig modell***

For denne analysen ble boligbygget i sin helhet modellert i SAP2000. SAP2000 er et analyseprogram som baserer seg på elementmetoden.

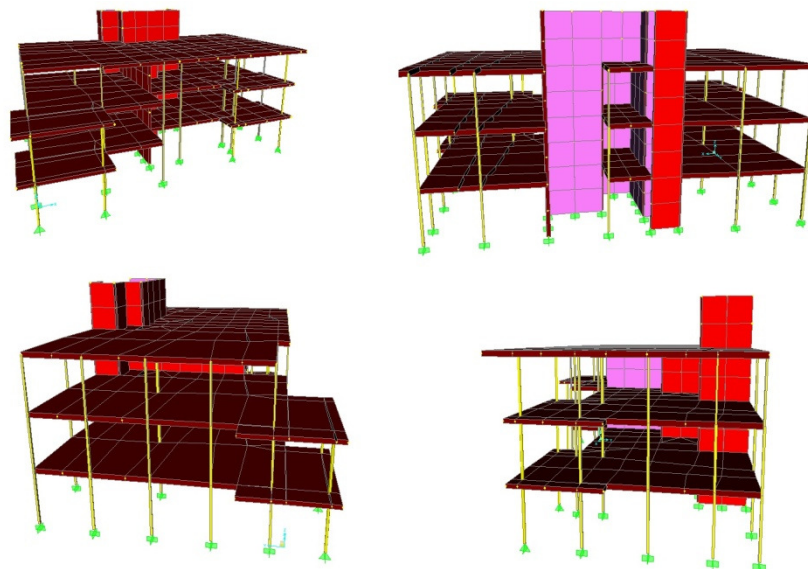
Det ble utført en modal responspektrumanalyse for hver av de to hovedretningene, og de modale responsene ble kombinert med CQC ( fullstendig kvadratisk kombinasjon).

### **Modellering av konstruksjonen**

Alle søylene bortsett fra terrassesøylene er modellert som fast innspent ved fundamentnivå. Terrassesøylene er fritt opplagte. Betongveggene modelleres også som fast innspente ved fundamentnivå. Dekker og vegger er modellert med "shell elements", mens søylene er modellert med "frame elements".

Alle lastene er modellert som jevnt fordelte laster i hver etasje. Ettersom trekonstruksjonen i øverste etasje ikke er tatt med i modellen er det gjort en forenkling i plasseringen av laster på taket. Lastene som egentlig virker på taket er plassert på dekket i etasjen under.

Vedlagt rapporten følger en input fil og en .sdb fil med modellen i sin helhet.



**Figur 5.6, SAP2000 modell av boligbygg sett fra ulike vinkler**

## **Modal analyse**

Egenperiodene som benyttes i responsspektrumanalysen er hentet fra en egendefinert modalanalyse som også er gjort i SAP2000. For modalanalysen er maksimalt antall moder som skal inkluderes satt til 200, mens minimum er satt til 1 mode. Videre er modal massedeltakelse fra egenlaste og nyttelaste satt til å inkludere minst 95% av konstruksjonens masse. Ved bruk av 200 moder var den modale massedeltakelsen over 98% i begge hovedretninger. Kravet i standarden om minst 90% massedeltakelse er dermed overholdt.

I vedlegg 7 er alle egenperioder og de modale massenes deltagelse for alle 200 modene gitt.

Modalanalysen ble utført med både egenvektorer og ritzvektorer. Ved bruk av 200 moder gav begge svingeformentypene så godt som nøyaktig samme resultat. Kun resultater fra analysen utført med egenvektorer vil derfor bli presentert.

## **Skjærkraft ved fundamentnivå**

Resultatene for skjærkrefter ved fundamentnivå er gitt i vedlegg 8. Analysen gav følgende maksimale skjærkrefter ved fundamentnivå i de to hovedretningene:

$$F_{b_x} = 773,57 \text{ kN}$$

$$F_{b_y} = 590,95 \text{ kN}$$

## **Forskyvninger**

Resultatene for den maksimale forskyvningen er gitt i vedlegg 8. Analysen gav følgende maksimale forskyvninger:

$$u_x = 1,661 \text{ mm}$$

$$u_y = 1,785 \text{ mm}$$

Her er det verdt å merke seg at påført grunnakselerasjon i x-retning gir størst forskyvninger i både x- og y-retning.

## Sammenlikning av resultater

I tabell 5.1 er resultatene fra alle analysene oppsummert.

|                                                   | Tx [s] | Ty [s] | Fbx [kN] | Fby [kN] | ux,max [mm] | uy,max [mm] |
|---------------------------------------------------|--------|--------|----------|----------|-------------|-------------|
| <b>Tverrkraftmetoden</b>                          |        |        |          |          |             |             |
| Stivhetsberegning 1                               | 0,322  | 0,322  | 887,56   | 887,56   | 1,062       | 0,731       |
| Stivhetsberegning 2                               |        |        |          |          | 0,566       | 0,417       |
| <b>Modal responsspekteranalyse, plan modell</b>   |        |        |          |          |             |             |
| Stivhetsberegning 1                               | 0,163* | 0,126* | 951,75   | 852,47   | 1,086       | 0,661       |
| Stivhetsberegning 2                               | 0,119* | 0,097* | 832,41   | 745,30   | 0,506       | 0,330       |
| <b>Modal responsspekteranalyse, romlig modell</b> |        |        |          |          |             |             |
| SAP2000                                           | 0,156* | 0,111* | 773,57   | 590,95   | 1,661       | 1,785       |

Tab. 5.1, oppsummering av resultater

\*Egenperioder oppgitt for de modale responsspektrumanalysene er egenperiodene med størst bidrag til responsen. Disse analysene har flere egenperioder.

For å gi best mulig sammenlikningsgrunnlag er ikke komponentene i den seismiske påvirkningen kombinert for samtidig virkning etter punkt 4.3.3.5.2 i standarden.

### Stivhetsberegninger

Ut fra resultatene som er avhengig av stivhetsberegningene gjort for hånd ser vi at avviket i forskyvningene mellom de to metodene er av en betydelig karakter. Det store avviket skyldes at det totale stivhetsbidraget fra betongveggene er høyere for beregningsmetode 2 enn hva det er for beregningsmetode 1, da deformasjon på grunn av bøyning vil være fire ganger større i beregningsmetode 1 (se vedlegg 3). Avviket i forskyvningene basert på stivhetsberegningene er derfor i tråd med hva som var forventet.

Forskjellen på de to stivhetsberegningene fører også til avvik i de beregnede egenperiodene. Dette gir ulike dimensjonerende seismisk akselerasjon  $S_d(T)$ , som igjen gir ulike skjærkrefter ved fundamentnivå.

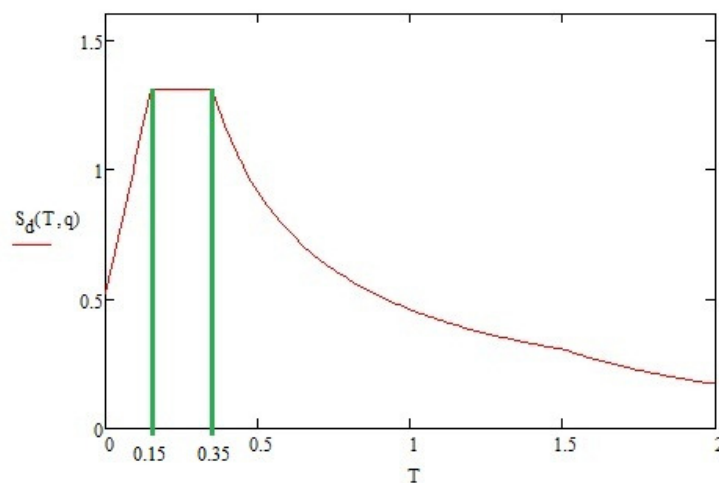
Sammenlikner vi skjærkreftene fra de to resultatene som er avhengig av stivhetsberegningene med skjærkreftene fra de andre beregningsmetodene ser vi at resultatet fra stivhetsberegningemetode 2 har det laveste avviket. Det er naturlig å tro at resultatet fra metode 2 er det mest riktige av de to resultatene som avhenger av stivhetsberegningene. Betongveggene er delt opp i etasjehøye vegger som allikevel er kontinuerlige hele veien til toppen av bygget. Fast innspenning i både topp og bunn av hver vegg vil derfor være en bedre

modellering enn fire vegger innspent i bunnen som er stilt oppå hverandre. Resultater avhengig av stivhetsberegning 1 omtales derfor ikke videre i rapporten.

Den største andelen av den aktuelle konstruksjonens horisontale stivhetsegenskaper er tilknyttet betongveggene. Generelt kan man derfor si at det i dette tilfellet er en god porsjon usikkerhet knyttet til stivhetsberegningene.

## Egenperioder

Tar vi en nærmere kikk på egenperiodene fra de ulike analysene ser vi at den forenklete egenperioden beregnet i analysen med tverrkraftmetoden skiller seg ut i forhold til de andre. Den største dimensjonerende seismiske akselerasjonen designspekteret kan gi er  $S_d(T) = 1,307 \frac{m}{s^2}$ . Denne verdien av  $S_d(T)$  oppnås for alle egenperioder mellom 0,15 s og 0,35 s. Den forenklete egenperioden befinner seg innenfor dette intervallet. Ettersom tverrkraftmetoden kun tar utgangspunkt i denne ene svingeformen vil den i dette tilfellet gi konservative resultater når det gjelder skjærkrefter ved fundamentnivå.



Figur 5.7, innenfor dette intervallet gir egenperioden størst verdi av  $S_d$

Også egenperioden  $T_x = 0,156$  s, som gir det største bidraget til responsen fra analysen med romlig modell ligger innenfor dette intervallet. Det forventes likevel ikke resultater tilsvarende tverrkraftmetoden for skjærkrefter ved fundamentnivå i x-retning. Dette på grunn av at analysen med romlig modell er gjort på bakgrunn av mange flere svingeformer, med lavere dimensjonerende seismiske akselerasjoner.

## Skjærkrefter

Som nettopp nevnt vil tverrkraftmetoden gi skjærkrefter ved fundamentnivå som er konservative i begge hovedretningene. Her er skjærkreftene  $F_{b_x} = F_{b_y} = 887,56 \text{ kN}$ . En mer nøyaktig beregning av bygningens egenperioder gjort med modal responspektrumanalyse med plan modell ser vi gir en reduksjon i skjærkreftene i forhold til tverrkraftmetoden. I denne analysen er skjærkreftene redusert til  $F_{b_x} = 832,41 \text{ kN}$  og  $F_{b_y} = 745,30 \text{ kN}$ . Laveste skjærkrefter ved fundamentnivå gir den modale responspektrumanalysen med romlig modell, hvor  $F_{b_x} = 773,57 \text{ kN}$  og  $F_{b_y} = 590,95 \text{ kN}$ .

Som vi ser av tallene fra analysene med plan modell og romlig modell er det et markant dropp på 20,7% i skjærkreftene i y-retning. Tilsvarende differanse er i x-retningen ca. 7%. En viss differanse er å forvente seg, dog kanskje litt mer lik i begge retningene. Ser vi nærmere på plasseringen av konstruksjonens betongvegger (vedlegg 9) ser vi at veggens plassering gir et betraktelig større stivhetsbidrag i y-retning enn i x-retning. Den store differansen i skjærkreftene i y-retningen er derfor trolig knyttet opp mot usikkerheten i stivhetsberegningene.

Det er også verdt å nevne at analysen i SAP2000 ble utført med både CQC og SRSS for å kombinere modale responser. Skjærkreftene fra analysen med SRSS var markant lavere enn resultatene fra analysen med CQC. Dette tyder på at noen av konstruksjonens svingeformer har egenperioder som ligger nær hverandre og som derfor påvirker hverandre.

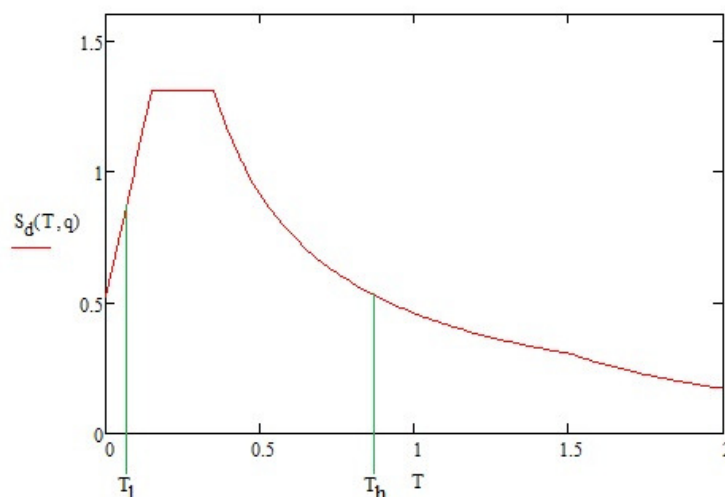
## Forskyvninger

Sammenlikner vi de maksimale forskyvningene gitt i tab. 5.1 ser vi at tallene er meget forskjellige. Høyeste maksimale forskyvninger gir analysen i SAP2000.

De forenklede analysemetodenes forskyvningsberegninger er basert på en konsentrert stivhetskomponent i hver etasje. Følgelig vil ikke eventuelle torsjonseffekter bli tatt hensyn til. Analysen utført i SAP2000 tar derimot hensyn til byggets relativt uryddige geometri og stivhetsfordeling. Som vi har sett tidligere er den største delen av byggets stivhet plassert i midtpartiet av konstruksjonen. Denne stivhetsplasseringen er ugunstig med tanke på forskyvninger da byggets ytterkanter vil ha lav stivhet og torsjonseffekter kan oppstå. Det er nettopp i ytterkanten av bygget vi får den høyeste maksimale forskyvningen.

## Kapittel 7: Diskusjon og konklusjon

Ved bruk av forenklet beregnet egenperiode gir tverrkraftmetoden i dette tilfellet konservative skjærkrefter (til sikker side). Forskyvninger beregnet med tverrkraftmetoden er ikke konservative. Den forenklete metoden for beregning av første svingeperiode gir en høyere egenperiode enn de mer nøyaktige beregningene gjør. Egenperioden er allikevel ikke høyere enn at den gir lik dimensjonerende seismisk akselerasjon som den modale responspektrumanalysen med plan modells første svingeform, og høyere enn analysen utført i SAP2000s første svingeform. Med første øyenkast kan det være vanskelig å se om den forenklete metoden for beregning av første egenperiode vil gi en konservativ verdi. En grei tommelfingerregel ved bruk av denne metoden kan være å kontrollere den beregnede egenperioden opp mot designspektrumet. Som vist i fig. 6.1 kan en for høy egenperiode  $T_h$  gi lav  $S_d(T)$ , som kan gi ikke-konservative resultater. På samme måte kan en lav egenperiode  $T_l$  gi lav  $S_d(T)$ .



Figur 6.1, designspekter med høy og lav egenperiode

Den modale responspektrumanalysen med plan modell gir reduksjon i skjærkrefter og forskyvninger sammenliknet med tverrkraftmetoden. For denne analysemetoden, som for tverrkraftmetoden, ser vi at byggets respons i stor grad påvirkes av den første egensvingeformen.

Den modale responspektrumanalysen med romlig modell utført i analyseprogrammet SAP2000 gir markant lavere skjærkrefter, men høyere maksimale forskyvninger.

Dersom forenklete analysemetoder som tverrkraftmetoden og modal responspektrumanalyse med plan modell skal brukes er det viktig å gjøre en grundig evaluering av byggets avstivningssystem og tilhørende stivhetsegenskaper. Som vi har sett i denne analysen har de forenklete metodene gitt konservative verdier for responsen i form av skjærkrefter, mens respons i form av forskyvninger har vært for lave. I tillegg til en evaluering av byggets stivhetsegenskaper må selvfølgelig alle krav i standarden til bruk av disse metodene være oppfylt.

På bakgrunn av dette kan det konkluderes med at forenklete analysemetoder egner seg godt for å gjøre overslag av dimensjonerende krefter og forskyvninger dersom konstruksjonen har en ryddig geometri og en jevn og symmetrisk fordeling av stivhet. Det forutsettes også gode estimater av byggets stivhetsegenskaper. Flere skjærvegger som henger sammen, som er tilfellet for bygningen brukt i denne oppgaven, vil gjøre estimeringen av byggets stivhetsegenskaper vanskeligere og estimatet blir dårligere. Har bygget slike vegger, en uryddig geometri og usymmetrisk fordeling av stivhet bør analysen gjøre med en romlig modell i et analyseprogram som for eksempel SAP2000. En slik analyse vil også gi innsikt i hvordan bygget vil bli påvirket av torsjon.

Det er viktig å være kritisk til resultater som kommer direkte ut av et analyseprogram. Ved bruk av et slike programmer kan det derfor være greit med oversiktlige overslagsberegninger beregnet for hånd. Dette kan gi et godt sammenlikningsgrunnlag for å vurdere om resultatene en kommer frem til virker fornuftige. Dersom resultatene fra analysen ikke stemmer overens med overslagsberegningene utført for hånd må de ulike analysene undersøkes nøye og feilkilder avdekkes. Forskjellige resultater kan skyldes både feil i håndberegningene eller analysemodellen. Dersom det er samsvar mellom resultatene fra analyseprogrammet og håndberegningene kan en være rimelig sikker på at resultatene en sitter igjen med er riktige.



## Referanser

- [1] Chopra, Anil K., 2007, *Dynamics of structures; theory and applications to earthquake engineering*. Third edition. PEARSON, Prentice Hall.
- [2] Rao, Singiresu S., 2004, *Mechanical vibrations*. Fourth edition. PEARSON, Prentice Hall.
- [3] Om egenfrekvens, Søkeord: Egenfrekvens, hentet 01.03.2011 fra:  
<http://www.snl.no/egenfrekvens>
- [4] Statens bygningstekniske etat, *Forskrift om krav til byggverk og produkter til byggverk*, hentet 12.03.2011 fra: <http://www.be.no/beweb/regler/forskrift/tekn97/06metode.html>
- [5] NS-EN 1998-1:2004+NA:2008, 2008, *Eurokode 8: Prosjektering av konstruksjoner for seismisk påvirkning – Del 1: Allmenne regler, seismiske laster og regler for bygninger*, utgave: 1 Standard Norge.
- [6] Veileder til NS3491-12, 2007, *Realistisk dimensjonering for jordskjelv*. Rådgivende Ingeniørers Forening (RIF).
- [7] Gioncu, Victor og Mazzolani, Federico M., 2011, *Earthquake engineering for structural design*, Spon Press.
- [8] Regneark, *Seismiske\_laster\_RIF\_April\_2010.xls*, Rådgivende Ingeniørers Forening (RIF).
- [9] Om jordskjelv, hentet 07.03.2011 fra: <http://www.jordskjelv.no>, NORSAR.
- [10] Om NORSAR, hentet 07.03.2011 fra: <http://www.norsar.no>, NORSAR.
- [11] Figur, tektoniske plater, hentet 04.04.2011 fra:  
[http://no.wikipedia.org/wiki/Fil:Plates\\_tect2\\_en.svg](http://no.wikipedia.org/wiki/Fil:Plates_tect2_en.svg)
- [12] Figur, jordens oppbygning, hentet 04.04.2011 fra:  
<http://fuv.hivolda.no/prosjekt/terjeraftevold/Pangea.htm>
- [13] Tabell, Richters skala, hentet 04.04.2011 fra: [http://www.snl.no/Richters\\_skala](http://www.snl.no/Richters_skala)
- [14] Neuenhofer, A., *Lateral stiffness of shear walls with openings*, tilgjengelig fra:  
[http://ascelibrary.org/sto/resource/1/jsendh/v132/i11/p1846\\_s1?isAuthorized=no](http://ascelibrary.org/sto/resource/1/jsendh/v132/i11/p1846_s1?isAuthorized=no)

[15] Institutt for konstruksjonsteknikk NTNU, 2003, *Stålkonstruksjoner: profiler og formler*, Trondheim, Tapir akademisk forlag.

[16] Lindeburg, Michael R. og McMullin, Kurt M., 1996, *Seismic design of building structures*, Belmont, CA, Professional Publications, Inc.

# Vedlegg

## Vedlegg 1: Laster og masseberegning

### Karakteristiske laster

For å utføre en analyse ved hjelp av tverrkraftmetoden må bygningens totale masse over fundamentet beregnes. Til dette trengs de dimensjonerende lastene som virker på bygget. De kan bestemmes på bakgrunn av de karakteristiske lastene.

### Karakteristiske egenlaster:

De karakteristiske egenlastene er beregnet i henhold til NS-EN 1991-1-1:2002.

Densiteten til normalbetong er gitt som:

$$\gamma_{\text{betong}} := 25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$$

Dekketykkelsen til etasjeskillere er:

$$t_e := 0.27\text{m}$$

Dekketykkelse terrasse er:

$$t_t := 0.22\text{m}$$

Dette gir følgende egenlast av etasjeskillere og terrasse:

$$g_{k_e} := t_e \cdot \gamma_{\text{betong}} = 6.75 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$g_{k_t} := t_t \cdot \gamma_{\text{betong}} = 5.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

Gulvet antas å være avrettet med et påstøp på 1 cm.

$$g_{k_{\text{avretting}}} := 0.01\text{m} \cdot \gamma_{\text{betong}} = 0.25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

Egenlasten av de ikkebærende delene antas å være 1 kN/m<sup>2</sup>.

$$g_{k_{\text{ibd}}} := 1 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

Dermed blir den totale egenlasten pr. etasjeskiller:

$$g_{k_{\text{etasje}}} := g_{k_{\text{avretting}}} + g_{k_e} + g_{k_{\text{ibd}}} = 8 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

Og for terrasser:

$$g_{k_{\text{terrasse}}} := g_{k_{\text{avretting}}} + g_{k_t} = 5.75 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

Takets karakteristiske egenlast:

$$g_{k_{\text{tak}}} := 1.0 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

### Karakteristiske nyttelaster:

Den karakteristiske nyttelasten er beregnet i henhold til NS-EN 1991-1-1:2002.

Den aktuelle bygningen er et boligbygg. Arealer i boliger faller inn under brukskategori A som gir følgende karakteristiske nyttelaster:

For gulv:

$$q_{k\_gulv} := 2 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

For terrasse:

$$q_{k\_terrasse} := 3 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

For tak:

$$q_{k\_tak} := 1.0 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

### Dimensjonerende laster for seismisk dimensjonerende situasjon

Når vi nå kjenner de karakteristiske lastene kan vi beregne de dimensjonerende lastene.

#### Generelt om dimensjonerende verdier av laster for seismisk situasjon:

Den dimensjonerende verdien  $E_d$  av lastvirkningen i den dimensjonerende seismiske situasjonen skal bestemmes i samsvar med NS-EN 1990:2002, 6.4.3.4. Verdiene for  $\psi_2$  er gitt i NS-EN 1990:2002 tabell NA.A1.1.

#### Kombinasjonsfaktorer for de variable påvirkningene:

For kategori A (boliger) er følgende verdi for  $\psi_2$  gitt:

$$\Psi_{2\_nyttelast} := 0.3$$

#### Dimensjonerende egenlastlast:

Fra pkt. 6.4.3.4 i NS-EN 1990:2002 ser vi at den dimensjonerende egenlasten for seismisk dimensjonerende situasjon skal settes lik den karakteristiske egenlasten.

$$g_{dseismisk\_etasje} := g_{k\_etasje} = 8 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$g_{dseismisk\_terrasse} := g_{k\_terrasse} = 5.75 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$g_{dseismisk\_tak} := g_{k\_tak} = 1 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

### Dimensjonerende nyttelast:

Da nyttelasten er en variabel last skal den reduseres med faktoren  $\psi_2$ , etter NS-EN 1990:2002, 6.4.3.4.

$$q_{\text{dseismisk_etasje}} := \psi_2_{\text{nyttelast}} \cdot q_{\text{k_gulv}} = 0.6 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$q_{\text{dseismisk_terrasse}} := \psi_2_{\text{nyttelast}} \cdot q_{\text{k_terrasse}} = 0.9 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$q_{\text{dseismisk_tak}} := \psi_2_{\text{nyttelast}} \cdot q_{\text{k_tak}} = 0.3 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

### Masseberegning

#### $\varphi$ -faktoren:

Treghetseffektene av den dimensjonerende seismiske bestemmes etter NS-EN 1998-1:2004, 3.2.4 (2).

$\psi_{E,i}$  er faktor for kombinasjonsverdien for de variable påvirkningene i og skal beregnes etter NS-EN 1998-1:2004 4.2.4.

De dimensjonerende variable lastene som er satt opp ovenfor må derfor multipliseres med faktoren  $\varphi$  i masseberegningen. Tabell NA.4.2 i NS-EN 1998-1:2004 angir verdier for  $\varphi$ .

Tak:

$$\varphi_{\text{tak}} := 1.0$$

Etasjer med samtidig bruk:

$$\varphi_{\text{etasje}} := 1.0$$

#### Masse pr. etasje:

Massen i etasjene og på taket beregnes på bakgrunn av påførte egenlast og nyttelaster.

Areal av etasjeskiller/dekke og terrasse over første etasje:

$$A_{1\text{etasje}} := 222.6\text{m}^2 - (1.33\text{m} \cdot 1.63\text{m}) - (3.3\text{m} \cdot 2.75\text{m}) = 211.357\text{m}^2$$

$$A_{1\text{terrasse}} := 37.835\text{m}^2 \quad (\text{Minusene er heissjakt og trappesjakt})$$

Areal av etasjeskiller/dekke og terrasse over andre etasje:

$$A_{2\text{etasje}} := A_{1\text{etasje}} = 211.357\text{m}^2$$

$$A_{2\text{terrasse}} := A_{1\text{terrasse}} = 37.835\text{m}^2$$

Areal av etasjeskiller/dekke og terrasse over tredje etasje:

$$A_{3\text{etasje}} := 269.075\text{m}^2 - (1.33\text{m} \cdot 1.63\text{m}) - (3.3\text{m} \cdot 2.75\text{m}) = 257.83\text{m}^2$$

Areal av tak:

$$A_{4\text{tak}} := 269.075\text{m}^2$$

Massen av søylene beregnes ved å ta med massen til halvparten av søylene over dekket og halvparten av søylene under dekket.

Etasjehøyde:  $h_{\text{etasje}} := 3\text{m}$

Massen til aktuelle søyler:

$$m_{\text{HUP100x100x8}} = 22.9 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

$$m_{\text{HUP100x100x6.3}} = 18.4 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

$$m_{\text{HUP80x80x6.3}} = 14.4 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

$$m_{\text{HUP120x120x10}} = 34.2 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

$$m_{\text{Ø140x6}} = 20.34 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

Masse av søyler til dekke over første etasje:

$$m_{\text{søylr}_1} := \left(16 \cdot \frac{h_{\text{etasje}}}{2} \cdot m_{\text{HUP100x100x8}}\right) + \left(2 \cdot \frac{h_{\text{etasje}}}{2} \cdot m_{\text{HUP120x120x10}}\right) + \left(16 \cdot \frac{h_{\text{etasje}}}{2} \cdot m_{\text{HUP100x100x6.3}}\right) + \left(2 \cdot \frac{h_{\text{etasje}}}{2} \cdot m_{\text{HUP120x120x10}}\right) + (4 \cdot h_{\text{etasje}} \cdot m_{\text{Ø140x6}}) = 1440.48\text{kg}$$

Masse av søyler til dekke over andre etasje:

$$m_{\text{søylr}_2} := \left(16 \cdot \frac{h_{\text{etasje}}}{2} \cdot m_{\text{HUP100x100x6.3}}\right) + \left(2 \cdot \frac{h_{\text{etasje}}}{2} \cdot m_{\text{HUP120x120x10}}\right) + \left(16 \cdot \frac{h_{\text{etasje}}}{2} \cdot m_{\text{HUP80x80x6.3}}\right) + \left(2 \cdot \frac{h_{\text{etasje}}}{2} \cdot m_{\text{HUP120x120x10}}\right) + (2 \cdot h_{\text{etasje}} \cdot m_{\text{Ø140x6}}) + \left(2 \cdot \frac{h_{\text{etasje}}}{2} \cdot m_{\text{Ø140x6}}\right) = 1175.46\text{kg}$$

Masse av søyler til dekke over tredje etasje:

$$m_{\text{søylr}_3} := \left(16 \cdot \frac{h_{\text{etasje}}}{2} \cdot m_{\text{HUP80x80x6.3}}\right) + \left(2 \cdot \frac{h_{\text{etasje}}}{2} \cdot m_{\text{HUP120x120x10}}\right) + \left(2 \cdot \frac{h_{\text{etasje}}}{2} \cdot m_{\text{Ø140x6}}\right) = 509.22\text{kg}$$

Masse av søyler til dekke over fjerde etasje:

$$m_{\text{søylr}_4} := 0\text{kg}$$

Byggets betongvegger går fra fundament og helt opp til taket. Veggens tverrsnittsareal er likt opp til dekket over tredje etasje. Massen av betongveggene fordeles på samme måte som søylene.

Tverrsnittsareal betongvegger, opp til dekke over tredje etasje:

$$A_{\text{vegg1}} := 4.722\text{m}^2$$

Tverrsnittsareal betongvegger, fra dekke over tredje til taket:

$$A_{\text{vegg2}} := 2.902 \text{m}^2$$

Masse av vegger til dekke over første etasje:

$$m_{\text{vegger}_1} := A_{\text{vegg1}} \cdot h_{\text{etasje}} \cdot \gamma_{\text{betong}} \cdot \frac{1}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 36100.917 \text{kg}$$

Masse av vegger til dekke over andre etasje:

$$m_{\text{vegger}_2} := A_{\text{vegg1}} \cdot h_{\text{etasje}} \cdot \gamma_{\text{betong}} \cdot \frac{1}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 36100.917 \text{kg}$$

Masse av vegger til dekke over tredje etasje:

$$m_{\text{vegger}_3} := \left[ \left( A_{\text{vegg1}} \cdot \frac{h_{\text{etasje}}}{2} \cdot \gamma_{\text{betong}} \right) + \left( A_{\text{vegg2}} \cdot \frac{h_{\text{etasje}}}{2} \cdot \gamma_{\text{betong}} \right) \right] \cdot \frac{1}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 29143.731 \text{kg}$$

Masse av vegger til dekke over fjerde etasje:

$$m_{\text{vegger}_4} := A_{\text{vegg2}} \cdot \frac{h_{\text{etasje}}}{2} \cdot \gamma_{\text{betong}} \cdot \frac{1}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 11093.272 \text{kg}$$

Total masse pr. etasje:

$$m_1 := \frac{[(g_{\text{dseismisk\_etasje}} + \varphi_{\text{etasje}} \cdot q_{\text{dseismisk\_etasje}}) \cdot A_{1\text{etasje}}] + [(g_{\text{dseismisk\_terrasse}} + \varphi_{\text{etasje}} \cdot q_{\text{dseismisk\_terrasse}}) \cdot A_{1\text{terrasse}}]}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} + m_{\text{søyer}_1} + m_{\text{vegger}_1} = 248476.53 \text{kg}$$

$$m_2 := \frac{[(g_{\text{dseismisk\_etasje}} + \varphi_{\text{etasje}} \cdot q_{\text{dseismisk\_etasje}}) \cdot A_{2\text{etasje}}] + [(g_{\text{dseismisk\_terrasse}} + \varphi_{\text{etasje}} \cdot q_{\text{dseismisk\_terrasse}}) \cdot A_{2\text{terrasse}}]}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} + m_{\text{søyer}_2} + m_{\text{vegger}_2} = 248211.53 \text{kg}$$

$$m_3 := \frac{[(g_{\text{dseismisk\_etasje}} + \varphi_{\text{etasje}} \cdot q_{\text{dseismisk\_etasje}}) \cdot A_{3\text{etasje}}]}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} + m_{\text{søyer}_3} + m_{\text{vegger}_3} = 255683.13 \text{kg}$$

$$m_4 := \frac{[(g_{\text{dseismisk\_tak}} + \varphi_{\text{etasje}} \cdot q_{\text{dseismisk\_tak}}) \cdot A_{4\text{tak}}]}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} + m_{\text{søyer}_4} + m_{\text{vegger}_4} = 46750.51 \text{kg}$$

**Total masse av bygget:**

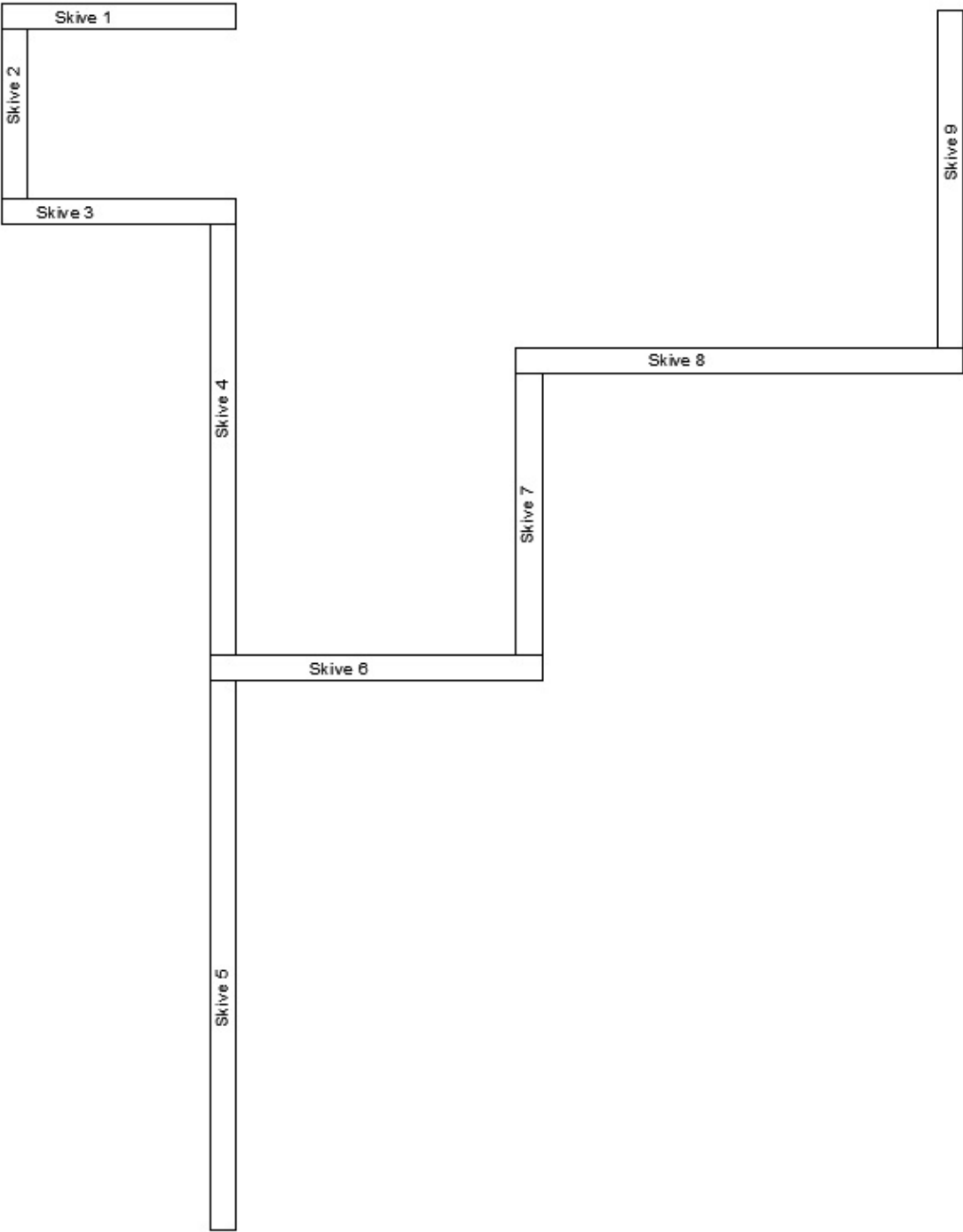
Summerer og får byggets totale masse som skal brukes i beregninger ved hjelp av tverrkraftmetoden:

$$m_{\text{tot}} := m_1 + m_2 + m_3 + m_4 = 799121.71\text{kg}$$

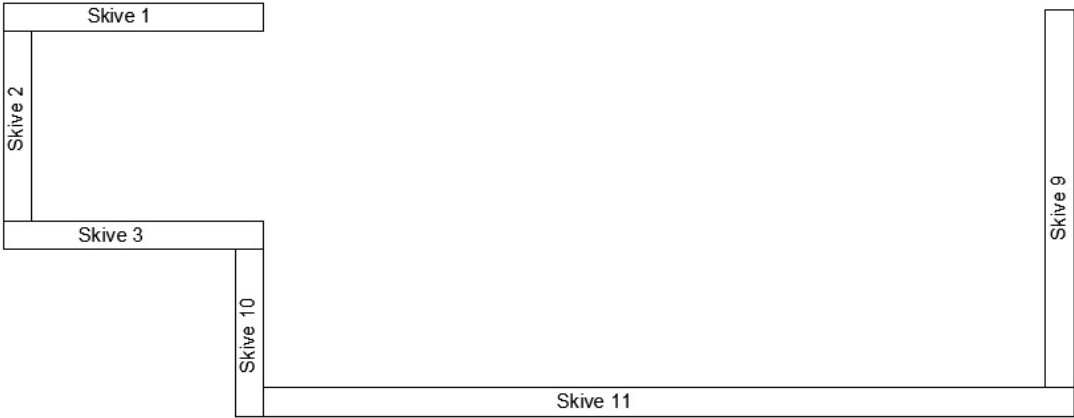


**Vedlegg 2: Inndeling av betongvegger for stivhetsberegninger**

Inndeling av vegger; første, andre og tredje etasje:



Inndeling av vegger; fjerde etasje:



### Vedlegg 3: Stivhetsberegninger

Materialdata:

#### Beregning av bygningens horisontale stivhet

Søylene regnes som fast innspennt i begge ender da de er sveist fast i innstøpte plater. Betongvegger regnes som fast innspennt i fundament.

Søylene som bærer terrassen virker som pendelsøyler og bidrar derfor ikke til byggets horisontale stivhet.

#### Materialdata:

Stål:

$$\text{E-modul: } E_s := 2.1 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$I_1 := 4.08 \cdot 10^6 \cdot \text{mm}^4 \quad (\text{HUP } 100 \times 100 \times 8)$$

$$I_2 := 3.41 \cdot 10^6 \text{mm}^4 \quad (\text{HUP } 100 \times 100 \times 6.3)$$

$$I_3 := 1.65 \cdot 10^6 \text{mm}^4 \quad (\text{HUP } 80 \times 80 \times 6.3)$$

$$I_{123} := 8.70 \cdot 10^6 \text{mm}^4 \quad (\text{HUP } 120 \times 120 \times 10)$$

Søylelengde:

$$L_s := 3\text{m}$$

Betong:

E-modul:

$$E_b := 26355 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Poissons's tall:

$$\nu := 0.25$$

Vegghøyde pr. etasje:

$$H_v := 3\text{m}$$

Skjærmodul:

$$G := \frac{E_b}{2(1 + \nu)} = 10542 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Formfaktor:

$$\alpha := 1.2$$

Stivhetsberegning med metode 1:

**Betongskiver:**

Da skjærveggene har samme tverrsnitt fra første til tredje etasje vil den horisontale stivheten fra betongskivene være lik i første, andre og tredje etasje.

$$P := 1\text{N} \quad (\text{Enhetslast})$$

Første, andre og tredje etasje:

Skive 1:

$$b_1 := 1830\text{mm}$$

$$h_1 := 200\text{mm}$$

$$A_1 := b_1 \cdot h_1 = 0.366\text{m}^2$$

$$\delta_{\text{total\_S1x}} := \frac{PH_v^3}{3E_b \cdot \frac{h_1 \cdot b_1^3}{12}} + \alpha \cdot \frac{P \cdot H_v}{G A_1} = 4.276 \times 10^{-6} \cdot \text{mm}$$

$$k_{\text{S1\_x}} := \frac{P}{\delta_{\text{total\_S1x}}} = 233844155.15 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$\delta_{\text{total\_S1y}} := \frac{PH_v^3}{3E_b \cdot \frac{b_1 \cdot h_1^3}{12}} + \alpha \cdot \frac{P \cdot H_v}{G A_1} = 0 \cdot \text{mm}$$

$$k_{\text{S1\_y}} := \frac{P}{\delta_{\text{total\_S1y}}} = 3560697.67 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Skive 2:

$$b_2 := 200\text{mm}$$

$$h_2 := 1330\text{mm}$$

$$A_2 := b_2 \cdot h_2 = 0.266\text{m}^2$$

$$\delta_{\text{total\_S2x}} := \frac{PH_v^3}{3E_b \cdot \frac{h_2 \cdot b_2^3}{12}} + \alpha \cdot \frac{P \cdot H_v}{G A_2} = 0 \cdot \text{mm}$$

$$k_{\text{S2\_x}} := \frac{P}{\delta_{\text{total\_S2x}}} = 2587829.46 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$\delta_{\text{total\_S2y}} := \frac{PH_V^3}{3E_b \cdot \frac{b_2 \cdot h_2^3}{12}} + \alpha \cdot \frac{P \cdot H_V}{G A_2} = 9.993 \times 10^{-6} \cdot \text{mm}$$

$$k_{\text{S2\_y}} := \frac{P}{\delta_{\text{total\_S2y}}} = 1 \times 10^8 \cdot \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

### Skive 3:

$$b_3 := 1830 \text{mm}$$

$$h_3 := 200 \text{mm}$$

$$A_3 := b_3 \cdot h_3 = 0.366 \text{m}^2$$

$$\delta_{\text{total\_S3x}} := \frac{PH_V^3}{3E_b \cdot \frac{h_3 \cdot b_3^3}{12}} + \alpha \cdot \frac{P \cdot H_V}{G A_3} = 4.276 \times 10^{-6} \cdot \text{mm}$$

$$k_{\text{S3\_x}} := \frac{P}{\delta_{\text{total\_S3x}}} = 233844155.15 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$\delta_{\text{total\_S3y}} := \frac{PH_V^3}{3E_b \cdot \frac{b_3 \cdot h_3^3}{12}} + \alpha \cdot \frac{P \cdot H_V}{G A_3} = 0 \cdot \text{mm}$$

$$k_{\text{S3\_y}} := \frac{P}{\delta_{\text{total\_S3y}}} = 3560697.67 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

### Skive 4:

$$b_4 := 200 \text{mm}$$

$$h_4 := 3370 \text{mm}$$

$$A_4 := b_4 \cdot h_4 = 0.674 \text{m}^2$$

$$\delta_{\text{total\_S4x}} := \frac{PH_V^3}{3E_b \cdot \frac{h_4 \cdot b_4^3}{12}} + \alpha \cdot \frac{P \cdot H_V}{G A_4} = 0 \cdot \text{mm}$$

$$k_{\text{S4\_x}} := \frac{P}{\delta_{\text{total\_S4x}}} = 6557131.78 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$\delta_{\text{total\_S4y}} := \frac{PH_V^3}{3E_b \cdot \frac{b_4 \cdot h_4^3}{12}} + \alpha \cdot \frac{P \cdot H_V}{G \cdot A_4} = 1.042 \times 10^{-6} \cdot \text{m}$$

$$k_{S4\_y} := \frac{P}{\delta_{\text{total\_S4y}}} = 9.6 \times 10^8 \cdot \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Skive 5:

$$b_5 := 200 \text{mm}$$

$$h_5 := 4300 \text{mm}$$

$$A_5 := b_5 \cdot h_5 = 0.86 \text{m}^2$$

$$\delta_{\text{total\_S5x}} := \frac{PH_V^3}{3E_b \cdot \frac{h_5 \cdot b_5^3}{12}} + \alpha \cdot \frac{P \cdot H_V}{G \cdot A_5} = 0 \cdot \text{m}$$

$$k_{S5\_x} := \frac{P}{\delta_{\text{total\_S5x}}} = 83666666.67 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$\delta_{\text{total\_S5y}} := \frac{PH_V^3}{3E_b \cdot \frac{b_5 \cdot h_5^3}{12}} + \alpha \cdot \frac{P \cdot H_V}{G \cdot A_5} = 6.548 \times 10^{-7} \cdot \text{m}$$

$$k_{S5\_y} := \frac{P}{\delta_{\text{total\_S5y}}} = 1.53 \times 10^9 \cdot \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Skive 6:

$$b_6 := 2600 \text{mm}$$

$$h_6 := 200 \text{mm}$$

$$A_6 := b_6 \cdot h_6 = 0.52 \text{m}^2$$

$$\delta_{\text{total\_S6x}} := \frac{PH_V^3}{3E_b \cdot \frac{h_6 \cdot b_6^3}{12}} + \alpha \cdot \frac{P \cdot H_V}{G \cdot A_6} = 1.822 \times 10^{-6} \cdot \text{m}$$

$$k_{S6\_x} := \frac{P}{\delta_{\text{total\_S6x}}} = 548703482.59 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$\delta_{\text{total\_S6y}} := \frac{PH_V^3}{3E_b \cdot \frac{b_6 \cdot h_6^3}{12}} + \alpha \cdot \frac{P \cdot H_V}{G A_6} = 0 \cdot \text{mm}$$

$$k_{S6\_y} := \frac{P}{\delta_{\text{total\_S6y}}} = 5058914.73 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

**Skive 7:**

$$b_7 := 200 \text{mm}$$

$$h_7 := 2200 \text{mm}$$

$$A_7 := b_7 \cdot h_7 = 0.44 \text{m}^2$$

$$\delta_{\text{total\_S7x}} := \frac{PH_V^3}{3E_b \cdot \frac{h_7 \cdot b_7^3}{12}} + \alpha \cdot \frac{P \cdot H_V}{G A_7} = 0 \cdot \text{mm}$$

$$k_{S7\_x} := \frac{P}{\delta_{\text{total\_S7x}}} = 4280620.16 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$\delta_{\text{total\_S7y}} := \frac{PH_V^3}{3E_b \cdot \frac{b_7 \cdot h_7^3}{12}} + \alpha \cdot \frac{P \cdot H_V}{G A_7} = 2.7 \times 10^{-6} \cdot \text{mm}$$

$$k_{S7\_y} := \frac{P}{\delta_{\text{total\_S7y}}} = 3.7 \times 10^8 \cdot \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

**Skive 8:**

$$b_8 := 3500 \text{mm}$$

$$h_8 := 200 \text{mm}$$

$$A_8 := b_8 \cdot h_8 = 0.7 \text{m}^2$$

$$\delta_{\text{total\_S8x}} := \frac{PH_V^3}{3E_b \cdot \frac{h_8 \cdot b_8^3}{12}} + \alpha \cdot \frac{P \cdot H_V}{G A_8} = 9.657 \times 10^{-7} \cdot \text{mm}$$

$$k_{S8\_x} := \frac{P}{\delta_{\text{total\_S8x}}} = 1.04 \times 10^9 \cdot \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$\delta_{\text{total\_S8y}} := \frac{PH_V^3}{3E_b \cdot \frac{b_8 \cdot h_8^3}{12}} + \alpha \cdot \frac{P \cdot H_V}{G A_8} = 0 \cdot \text{mm}$$

$$k_{S8\_y} := \frac{P}{\delta_{\text{total\_S8y}}} = 6810077.52 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

### Skive 9:

$$b_9 := 200 \text{mm}$$

$$h_9 := 2650 \text{mm}$$

$$A_9 := b_9 \cdot h_9 = 0.53 \text{m}^2$$

$$\delta_{\text{total\_S9x}} := \frac{PH_V^3}{3E_b \cdot \frac{h_9 \cdot b_9^3}{12}} + \alpha \cdot \frac{P \cdot H_V}{G A_9} = 0 \cdot \text{mm}$$

$$k_{S9\_x} := \frac{P}{\delta_{\text{total\_S9x}}} = 5156201.55 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$\delta_{\text{total\_S9y}} := \frac{PH_V^3}{3E_b \cdot \frac{b_9 \cdot h_9^3}{12}} + \alpha \cdot \frac{P \cdot H_V}{G A_9} = 1.745 \times 10^{-6} \cdot \text{mm}$$

$$k_{S9\_y} := \frac{P}{\delta_{\text{total\_S9y}}} = 5.73 \times 10^8 \cdot \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Totalt stivhetsbidrag fra betongvegger i første, andre og tredje etasje:

$$k_{x1\_vegger} := k_{S1\_x} + k_{S2\_x} + k_{S3\_x} + k_{S4\_x} + k_{S5\_x} + k_{S6\_x} + k_{S7\_x} + k_{S8\_x} + k_{S9\_x} = 2078.823 \frac{\text{MN}}{\text{m}}$$

$$k_{y1\_vegger} := k_{S1\_y} + k_{S2\_y} + k_{S3\_y} + k_{S4\_y} + k_{S5\_y} + k_{S6\_y} + k_{S7\_y} + k_{S8\_y} + k_{S9\_y} = 3549.221 \frac{\text{MN}}{\text{m}}$$

$$k_{x2\_vegger} := k_{x1\_vegger} = 2078.823 \frac{\text{MN}}{\text{m}}$$

$$k_{y2\_vegger} := k_{y1\_vegger} = 3549.221 \frac{\text{MN}}{\text{m}}$$

$$k_{x3\_vegger} := k_{x1\_vegger} = 2078.823 \frac{\text{MN}}{\text{m}}$$

$$k_{y3\_vegger} := k_{y1\_vegger} = 3549.221 \frac{\text{MN}}{\text{m}}$$



Fjerde etasje:

I fjerde etasje har vi skive 1, 2, 3 og 9, som i de andre etasjene. I tillegg har vi skive 10 og 11.

Skive 10:

$$b_{10} := 200\text{mm}$$

$$h_{10} := 1170\text{mm}$$

$$A_{10} := b_{10} \cdot h_{10} = 0.234\text{m}^2$$

$$\delta_{\text{total\_S10x}} := \frac{P H_V^3}{3E_b \cdot \frac{h_{10}^3 b_{10}}{12}} + \alpha \cdot \frac{P \cdot H_V}{G A_{10}} = 0 \cdot \text{mm}$$

$$k_{\text{S10\_x}} := \frac{P}{\delta_{\text{total\_S10x}}} = 2276511.63 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$\delta_{\text{total\_S10y}} := \frac{P H_V^3}{3E_b \cdot \frac{b_{10}^3 h_{10}}{12}} + \alpha \cdot \frac{P \cdot H_V}{G A_{10}} = 0 \cdot \text{mm}$$

$$k_{\text{S10\_y}} := \frac{P}{\delta_{\text{total\_S10y}}} = 70163689.38 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Skive 11:

$$b_{11} := 5700\text{mm}$$

$$h_{11} := 200\text{mm}$$

$$A_{11} := b_{11} \cdot h_{11} = 1.14\text{m}^2$$

$$\delta_{\text{total\_S11x}} := \frac{P H_V^3}{3E_b \cdot \frac{h_{11}^3 b_{11}}{12}} + \alpha \cdot \frac{P \cdot H_V}{G A_{11}} = 4.102 \times 10^{-7} \cdot \text{mm}$$

$$k_{\text{S11\_x}} := \frac{P}{\delta_{\text{total\_S11x}}} = 2.44 \times 10^9 \cdot \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$\delta_{\text{total\_S11y}} := \frac{P H_V^3}{3E_b \cdot \frac{b_{11}^3 h_{11}}{12}} + \alpha \cdot \frac{P \cdot H_V}{G A_{11}} = 0 \cdot \text{mm}$$

$$k_{S11\_y} := \frac{P}{\delta_{\text{total\_S11y}}} = 11090697.67 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Totalt stivhetsbidrag fra betongvegger i fjerde etasje:

$$k_{x4\_vegger} := k_{S1\_x} + k_{S2\_x} + k_{S3\_x} + k_{S9\_x} + k_{S10\_x} + k_{S11\_x} = 2915.591 \frac{\text{MN}}{\text{m}}$$

$$k_{y4\_vegger} := k_{S1\_y} + k_{S2\_y} + k_{S3\_y} + k_{S9\_y} + k_{S10\_y} + k_{S11\_y} = 761.401 \frac{\text{MN}}{\text{m}}$$

### Søyler:

Ettersom søylene i bygget er kvadratiske hulprofiler vil den horisontale stivheten for stålsøylene være lik i x- og y-retning.

Første etasje:

I første etasje er det 16 HUP 100x100x8 søyler og 2 HUP 120x120x12 søyler.

$$k_{1\_søyler} := 16 \cdot \frac{12E_s \cdot I_1}{L_s^3} + 2 \cdot \frac{12 \cdot E_s \cdot I_{123}}{L_s^3} = 7716800 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Andre etasje:

I andre etasje er det 16 HUP 100x100x6 søyler og 2 HUP 120x120x12 søyler.

$$k_{2\_søyler} := 16 \cdot \frac{12E_s \cdot I_2}{L_s^3} + 2 \cdot \frac{12 \cdot E_s \cdot I_{123}}{L_s^3} = 6716266.67 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Tredje etasje:

I tredje etasje er det 16 HUP 80x80x6 søyler og 2 HUP 120x120x12 søyler.

$$k_{3\_søyler} := 16 \cdot \frac{12E_s \cdot I_3}{L_s^3} + 2 \cdot \frac{12 \cdot E_s \cdot I_{123}}{L_s^3} = 4088000 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Fjerde etasje:

I fjerde etasje ingen stålsøyler.

$$k_{4\_søyler} := 0 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

**Total horisontal stivhet:**

Første etasje:

$$k_{x1} := k_{1\_søyler} + k_{x1\_vegger} = 2.08654 \times 10^3 \cdot \frac{\text{MN}}{\text{m}}$$

$$k_{y1} := k_{1\_søyler} + k_{y1\_vegger} = 3.556938 \times 10^3 \cdot \frac{\text{MN}}{\text{m}}$$

Andre etasje:

$$k_{x2} := k_{2\_søyler} + k_{x2\_vegger} = 2.085539 \times 10^3 \cdot \frac{\text{MN}}{\text{m}}$$

$$k_{y2} := k_{2\_søyler} + k_{y2\_vegger} = 3.555937 \times 10^3 \cdot \frac{\text{MN}}{\text{m}}$$

Tredje etasje:

$$k_{x3} := k_{3\_søyler} + k_{x3\_vegger} = 2.082911 \times 10^3 \cdot \frac{\text{MN}}{\text{m}}$$

$$k_{y3} := k_{3\_søyler} + k_{y3\_vegger} = 3.553309 \times 10^3 \cdot \frac{\text{MN}}{\text{m}}$$

Fjerde etasje:

$$k_{x4} := k_{4\_søyler} + k_{x4\_vegger} = 2.915591 \times 10^3 \cdot \frac{\text{MN}}{\text{m}}$$

$$k_{y4} := k_{4\_søyler} + k_{y4\_vegger} = 761.401338 \frac{\text{MN}}{\text{m}}$$

## Stivhetsberegning med metode 2:

Da skjærveggene har samme tverrsnitt fra første til tredje etasje vil den horisontale stivheten fra betongskivene være lik i første, andre og tredje etasje.

$$P := 1\text{N} \quad (\text{Enhetslast})$$

Første, andre og tredje etasje:

### Skive 1:

$$b_1 := 1830\text{mm}$$

$$h_1 := 200\text{mm}$$

$$\delta_{\text{total\_S1x}} := \frac{P}{E_b \cdot h_1} \left[ \left( \frac{H_v}{b_1} \right)^3 + 3 \left( \frac{H_v}{b_1} \right) \right] = 1.769 \times 10^{-6} \cdot \text{mm}$$

$$k_{\text{S1\_x}} := \frac{P}{\delta_{\text{total\_S1x}}} = 565334239.47 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$\delta_{\text{total\_S1y}} := \frac{P}{E_b \cdot b_1} \left[ \left( \frac{H_v}{h_1} \right)^3 + 3 \left( \frac{H_v}{h_1} \right) \right]$$

$$k_{\text{S1\_y}} := \frac{P}{\delta_{\text{total\_S1y}}} = 14102236.84 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

### Skive 2:

$$b_2 := 200\text{mm}$$

$$h_2 := 1330\text{mm}$$

$$\delta_{\text{total\_S2x}} := \frac{P}{E_b \cdot h_2} \left[ \left( \frac{H_v}{b_2} \right)^3 + 3 \left( \frac{H_v}{b_2} \right) \right] = 0 \cdot \text{mm}$$

$$k_{\text{S2\_x}} := \frac{P}{\delta_{\text{total\_S2x}}} = 10249166.67 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$\delta_{\text{total\_S2y}} := \frac{P}{E_b \cdot b_2} \left[ \left( \frac{H_v}{h_2} \right)^3 + 3 \left( \frac{H_v}{h_2} \right) \right] = 3.461 \times 10^{-6} \cdot \text{mm}$$

$$k_{\text{S2\_y}} := \frac{P}{\delta_{\text{total\_S2y}}} = 288926391.76 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Skive 3:

$$b_3 := 1830 \text{mm}$$

$$h_3 := 200 \text{mm}$$

$$\delta_{\text{total\_S3x}} := \frac{P}{E_b \cdot h_3} \left[ \left( \frac{H_v}{b_3} \right)^3 + 3 \left( \frac{H_v}{b_3} \right) \right] = 1.769 \times 10^{-6} \cdot \text{mm}$$

$$k_{\text{S3\_x}} := \frac{P}{\delta_{\text{total\_S3x}}} = 565334239.47 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$\delta_{\text{total\_S3y}} := \frac{P}{E_b \cdot b_3} \left[ \left( \frac{H_v}{h_3} \right)^3 + 3 \left( \frac{H_v}{h_3} \right) \right] = 0 \cdot \text{mm}$$

$$k_{\text{S3\_y}} := \frac{P}{\delta_{\text{total\_S3y}}} = 14102236.84 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Skive 4:

$$b_4 := 200 \text{mm}$$

$$h_4 := 3370 \text{mm}$$

$$\delta_{\text{total\_S4x}} := \frac{P}{E_b \cdot h_4} \left[ \left( \frac{H_v}{b_4} \right)^3 + 3 \left( \frac{H_v}{b_4} \right) \right] = 0 \cdot \text{mm}$$

$$k_{\text{S4\_x}} := \frac{P}{\delta_{\text{total\_S4x}}} = 25969692.98 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$\delta_{\text{total\_S4y}} := \frac{P}{E_b \cdot b_4} \left[ \left( \frac{H_v}{h_4} \right)^3 + 3 \left( \frac{H_v}{h_4} \right) \right] = 6.405 \times 10^{-7} \cdot \text{mm}$$

$$k_{S4\_y} := \frac{P}{\delta_{total\_S4y}} = 1561275461.53 \frac{N}{m}$$

Skive 5:

$$b_5 := 200 \text{ mm}$$

$$h_5 := 4300 \text{ mm}$$

$$\delta_{total\_S5x} := \frac{P}{E_b \cdot h_5} \left[ \left( \frac{H_v}{b_5} \right)^3 + 3 \left( \frac{H_v}{b_5} \right) \right] = 0 \cdot \text{mm}$$

$$k_{S5\_x} := \frac{P}{\delta_{total\_S5x}} = 33136403.51 \frac{N}{m}$$

$$\delta_{total\_S5y} := \frac{P}{E_b \cdot b_5} \left[ \left( \frac{H_v}{h_5} \right)^3 + 3 \left( \frac{H_v}{h_5} \right) \right] = 4.615 \times 10^{-7} \cdot \text{mm}$$

$$k_{S5\_y} := \frac{P}{\delta_{total\_S5y}} = 2166803148.75 \frac{N}{m}$$

Skive 6:

$$b_6 := 2600 \text{ mm}$$

$$h_6 := 200 \text{ mm}$$

$$\delta_{total\_S6x} := \frac{P}{E_b \cdot h_6} \left[ \left( \frac{H_v}{b_6} \right)^3 + 3 \left( \frac{H_v}{b_6} \right) \right] = 9.482 \times 10^{-7} \cdot \text{mm}$$

$$k_{S6\_x} := \frac{P}{\delta_{total\_S6x}} = 1054680054.64 \frac{N}{m}$$

$$\delta_{total\_S6y} := \frac{P}{E_b \cdot b_6} \left[ \left( \frac{H_v}{h_6} \right)^3 + 3 \left( \frac{H_v}{h_6} \right) \right] = 0 \cdot \text{mm}$$

$$k_{S6\_y} := \frac{P}{\delta_{total\_S6y}} = 20035964.91 \frac{N}{m}$$

Skive 7:

$$b_7 := 200\text{mm}$$

$$h_7 := 2200\text{mm}$$

$$\delta_{\text{total\_S7x}} := \frac{P}{E_b \cdot h_7} \left[ \left( \frac{H_v}{b_7} \right)^3 + 3 \left( \frac{H_v}{b_7} \right) \right] = 0 \cdot \text{mm}$$

$$k_{\text{S7\_x}} := \frac{P}{\delta_{\text{total\_S7x}}} = 16953508.77 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$\delta_{\text{total\_S7y}} := \frac{P}{E_b \cdot b_7} \left[ \left( \frac{H_v}{h_7} \right)^3 + 3 \left( \frac{H_v}{h_7} \right) \right] = 1.257 \times 10^{-6} \cdot \text{mm}$$

$$k_{\text{S7\_y}} := \frac{P}{\delta_{\text{total\_S7y}}} = 795430952.38 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Skive 8:

$$b_8 := 3500\text{mm}$$

$$h_8 := 200\text{mm}$$

$$\delta_{\text{total\_S8x}} := \frac{P}{E_b \cdot h_8} \left[ \left( \frac{H_v}{b_8} \right)^3 + 3 \left( \frac{H_v}{b_8} \right) \right] = 6.073 \times 10^{-7} \cdot \text{mm}$$

$$k_{\text{S8\_x}} := \frac{P}{\delta_{\text{total\_S8x}}} = 1.65 \times 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$\delta_{\text{total\_S8y}} := \frac{P}{E_b \cdot b_8} \left[ \left( \frac{H_v}{h_8} \right)^3 + 3 \left( \frac{H_v}{h_8} \right) \right] = 0 \cdot \text{mm}$$

$$k_{\text{S8\_y}} := \frac{P}{\delta_{\text{total\_S8y}}} = 26971491.23 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Skive 9:

$$b_9 := 200\text{mm}$$

$$h_9 := 2650\text{mm}$$

$$\delta_{\text{total\_S9x}} := \frac{P}{E_b \cdot h_9} \left[ \left( \frac{H_v}{b_9} \right)^3 + 3 \left( \frac{H_v}{b_9} \right) \right] = 0 \cdot \text{mm}$$

$$k_{\text{S9\_x}} := \frac{P}{\delta_{\text{total\_S9x}}} = 20421271.93 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$\delta_{\text{total\_S9y}} := \frac{P}{E_b \cdot b_9} \left[ \left( \frac{H_v}{h_9} \right)^3 + 3 \left( \frac{H_v}{h_9} \right) \right] = 9.196 \times 10^{-7} \cdot \text{mm}$$

$$k_{\text{S9\_y}} := \frac{P}{\delta_{\text{total\_S9y}}} = 1.09 \times 10^9 \cdot \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Totalt stivhetsbidrag fra betongvegger i første, andre og tredje etasje:

$$k_{x1\_vegger} := k_{\text{S1\_x}} + k_{\text{S2\_x}} + k_{\text{S3\_x}} + k_{\text{S4\_x}} + k_{\text{S5\_x}} + k_{\text{S6\_x}} + k_{\text{S7\_x}} + k_{\text{S8\_x}} + k_{\text{S9\_x}} = 3938.666 \frac{\text{MN}}{\text{m}}$$

$$k_{y1\_vegger} := k_{\text{S1\_y}} + k_{\text{S2\_y}} + k_{\text{S3\_y}} + k_{\text{S4\_y}} + k_{\text{S5\_y}} + k_{\text{S6\_y}} + k_{\text{S7\_y}} + k_{\text{S8\_y}} + k_{\text{S9\_y}} = 5975.105 \frac{\text{MN}}{\text{m}}$$

$$k_{x2\_vegger} := k_{x1\_vegger} = 3938.666 \frac{\text{MN}}{\text{m}}$$

$$k_{y2\_vegger} := k_{y1\_vegger} = 5975.105 \frac{\text{MN}}{\text{m}}$$

$$k_{x3\_vegger} := k_{x1\_vegger} = 3938.666 \frac{\text{MN}}{\text{m}}$$

$$k_{y3\_vegger} := k_{y1\_vegger} = 5975.105 \frac{\text{MN}}{\text{m}}$$

Fjerde etasje:

I fjerde etasje har vi skive 1, 2, 3 og 9, som i de andre etasjene. I tillegg har vi skive 10 og 11.

Skive 10:

$$b_{10} := 200 \text{mm}$$

$$h_{10} := 1170 \text{mm}$$

$$\delta_{\text{total\_S10x}} := \frac{P}{E_b \cdot h_{10}} \left[ \left( \frac{H_v}{b_{10}} \right)^3 + 3 \left( \frac{H_v}{b_{10}} \right) \right] = 0 \cdot \text{mm}$$



$$k_{S10\_x} := \frac{P}{\delta_{total\_S10x}} = 9016184.21 \frac{N}{m}$$

$$\delta_{total\_S10y} := \frac{P}{E_b \cdot b_{10}} \left[ \left( \frac{H_v}{h_{10}} \right)^3 + 3 \left( \frac{H_v}{h_{10}} \right) \right] = 4.658 \times 10^{-6} \cdot \text{mm}$$

$$k_{S10\_y} := \frac{P}{\delta_{total\_S10y}} = 2.15 \times 10^8 \cdot \frac{N}{m}$$

#### Skive 11:

$$b_{11} := 5700 \text{mm}$$

$$h_{11} := 200 \text{mm}$$

$$\delta_{total\_S11x} := \frac{P}{E_b \cdot h_{11}} \left[ \left( \frac{H_v}{b_{11}} \right)^3 + 3 \left( \frac{H_v}{b_{11}} \right) \right] = 3.272 \times 10^{-7} \cdot \text{mm}$$

$$k_{S11\_x} := \frac{P}{\delta_{total\_S11x}} = 3.06 \times 10^9 \cdot \frac{N}{m}$$

$$\delta_{total\_S11y} := \frac{P}{E_b \cdot b_{11}} \left[ \left( \frac{H_v}{h_{11}} \right)^3 + 3 \left( \frac{H_v}{h_{11}} \right) \right] = 0 \text{mm}$$

$$k_{S11\_y} := \frac{P}{\delta_{total\_S11y}} = 43925000 \cdot \frac{N}{m}$$

Totalt stivhetsbidrag fra betongvegger i fjerde etasje:

$$k_{x4\_vegger} := k_{S1\_x} + k_{S2\_x} + k_{S3\_x} + k_{S9\_x} + k_{S10\_x} + k_{S11\_x} = 4226.466 \frac{MN}{m}$$

$$k_{y4\_vegger} := k_{S1\_y} + k_{S2\_y} + k_{S3\_y} + k_{S9\_y} + k_{S10\_y} + k_{S11\_y} = 1663.215 \frac{MN}{m}$$

#### **Søyler:**

Ettersom søylene i bygget er kvadratiske hulprofiler vil den horisontale stivheten for stålsøylene være lik i x- og y-retning.

Første etasje:

I første etasje er det 16 HUP 100x100x8 søyler og 2 HUP 120x120x12 søyler.

$$k_{1\_søyler} := 16 \cdot \frac{12E_s \cdot I_1}{L_s^3} + 2 \cdot \frac{12 \cdot E_s \cdot I_{123}}{L_s^3} = 7716800 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Andre etasje:

I andre etasje er det 16 HUP 100x100x6 søyler og 2 HUP 120x120x12 søyler.

$$k_{2\_søyler} := 16 \cdot \frac{12E_s \cdot I_2}{L_s^3} + 2 \cdot \frac{12 \cdot E_s \cdot I_{123}}{L_s^3} = 6716266.67 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Tredje etasje:

I tredje etasje er det 16 HUP 80x80x6 søyler og 2 HUP 120x120x12 søyler.

$$k_{3\_søyler} := 16 \cdot \frac{12E_s \cdot I_3}{L_s^3} + 2 \cdot \frac{12 \cdot E_s \cdot I_{123}}{L_s^3} = 4088000 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Fjerde etasje:

I fjerde etasje ingen stålsøyler.

$$k_{4\_søyler} := 0 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

### Total horisontal stivhet:

Første etasje:

$$k_{x1} := k_{1\_søyler} + k_{x1\_vegger} = 3.946383 \times 10^3 \cdot \frac{\text{MN}}{\text{m}}$$

$$k_{y1} := k_{1\_søyler} + k_{y1\_vegger} = 5.982822 \times 10^3 \cdot \frac{\text{MN}}{\text{m}}$$

Andre etasje:

$$k_{x2} := k_{2\_søyler} + k_{x2\_vegger} = 3.945382 \times 10^3 \cdot \frac{\text{MN}}{\text{m}}$$

$$k_{y2} := k_{2\_søyler} + k_{y2\_vegger} = 5.981821 \times 10^3 \cdot \frac{\text{MN}}{\text{m}}$$

Tredje etasje:

$$k_{x3} := k_{3\_søyler} + k_{x3\_vegger} = 3.942754 \times 10^3 \cdot \frac{\text{MN}}{\text{m}}$$

$$k_{y3} := k_{3\_søyler} + k_{y3\_vegger} = 5.979193 \times 10^3 \cdot \frac{\text{MN}}{\text{m}}$$

Fjerde etasje:

$$k_{x4} := k_{4\_søyler} + k_{x4\_vegger} = 4.226466 \times 10^3 \cdot \frac{\text{MN}}{\text{m}}$$

$$k_{y4} := k_{4\_søyler} + k_{y4\_vegger} = 1.663215 \times 10^3 \cdot \frac{\text{MN}}{\text{m}}$$

## Vedlegg 4: Beregninger, tverrkraftmetoden

### Analyse med tverrkraftmetoden:

#### Forenklet beregning av egenperioden:

Ettersom bygningens høyde er lavere enn 40 m kan byggets første egensvingeperiode beregnes forenklet etter NS-EN 1998-1:2004, 4.3.3.2.2 (3).

Denne metoden gir lik første egensvingeperiode i begge de to hovedretningene.

Byggets høyde fra fundamentet:  $H := 4 \cdot h_{\text{etasje}} = 12 \text{ m}$

Verdien av  $C_t$ :  $C_t := 0.050 \text{ m}^{-0.75}$

Byggets første egensvingeperiode blir dermed:

$$T_1 := C_t \cdot H^{0.75} \text{ s} = 0.322 \text{ s}$$

#### Kontroll av krav:

For at tverrkraftmetoden kan benyttes som analysemetode er det to krav som må være tilfredsstillt. Kravene er gitt i NS-EN 1998-1:2004, 4.3.3.2.1 (2), og er som følger:

- a) Byggets første egensvingeperiode i de to hovedretningene skal være mindre enn følgende verdier:

$$T_1 \leq \begin{cases} 4T_C \\ 2.0 \text{ s} \end{cases}$$

- b) Bygningen oppfyller kriteriene for regularitet i oppriss gitt i NS-EN 1998-1:2002, 4.2.3.3.

I dette tilfellet antas det at bygget oppfyller kriteriene for regularitet i oppriss.

Begge kravene er tilfredsstillt. Tverrkraftmetoden kan benyttes.

#### Grunnakselerasjon:

Spissverdier for grunnakselerasjonen hentes fra NS-EN 1998-1:2002, fig. NA.3.901.

$$a_{g40\text{Hz}} := 0.7 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Referansespissverdien for grunnakselerasjonen blir da:

$$a_{gR} := 0.8 \cdot a_{g40\text{Hz}} = 0.56 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Byggets seismiske klasse finnes i NS-EN 1998-1:2002, tab. NA. 4(902).

Boligbygg tilhører seismisk klasse II.  
NS-EN 1998-1:2002, tab. NA. 4(901) angir følgende seismisk faktor for seismisk klasse II:

$$\gamma_1 := 1.0$$

Dimensjonerende grunnakselerasjon blir da:

$$a_g := \gamma_1 \cdot a_{gR} = 0.56 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

### Grunntype:

Vi har i dette tilfellet grunntype C. NS-EN 1998-1:2002, tab. NA. 3.3 gir følgende verdier for grunntype C:

Forsterkningsfaktor:

$$S := 1.4$$

Andre parametere:

$$T_B := 0.15\text{s}$$

$$T_C := 0.35\text{s}$$

$$T_D := 1.5\text{s}$$

### Duktilitet:

Konstruksjonen velges å tilhøre duktilitetsklasse DCL og konstruksjonsfaktoren velges på bakgrunn av dette.

Konstruksjonsfaktor:

$$q := 1.5$$

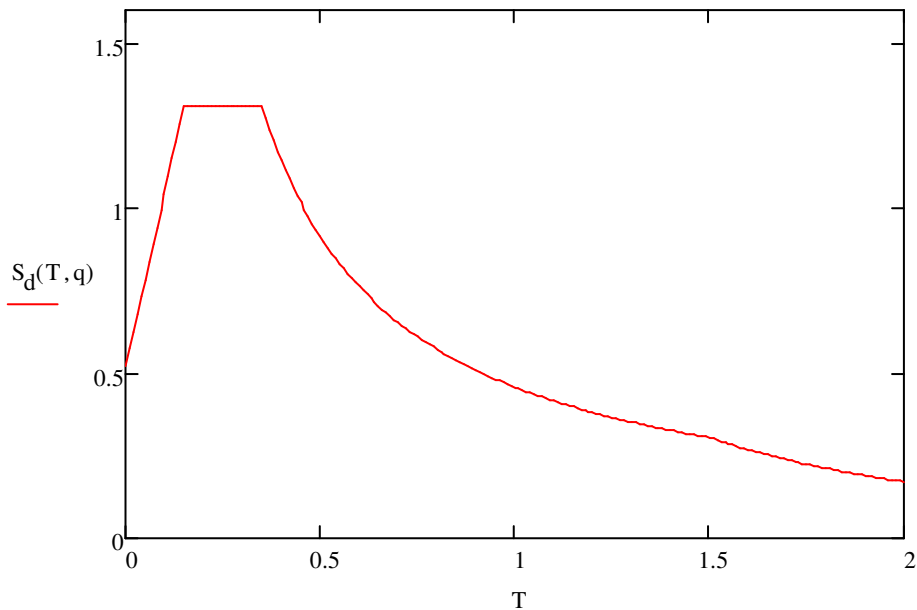
### Dimensjonerende spektrum:

Det dimensjonerende spektrumet etableres etter NS-EN 1998-1:2002, 3.2.2.5 (4), med følgende formler:

$$S_d(T, q) := \begin{cases} a_g \cdot S \cdot \left[ \frac{2}{3} + \frac{T}{T_B} \cdot \left( \frac{2.5}{q} - \frac{2}{3} \right) \right] & \text{if } 0 \leq T \leq T_B \\ a_g \cdot S \cdot \frac{2.5}{q} & \text{if } T_B \leq T \leq T_C \\ a_g \cdot S \cdot \frac{2.5}{q} \cdot \left( \frac{T_C}{T} \right) & \text{if } T_C \leq T \leq T_D \\ a_g \cdot S \cdot \frac{2.5}{q} \cdot \frac{T_C T_D}{T^2} & \text{if } T_D \leq T \end{cases}$$

Plott:

$T := 0s, 0.01s .. 2s$



#### Dimensjonerende seimisk akselerasjon:

Den dimensjonerende seismiske akselerasjonen leses av det dimensjonerende spektrumet.

Dimensjonerende seimisk akselerasjon:

$$S_d(T_1, q) = 1.307 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

#### Skjærkraft ved fundamentnivå:

Uttrykket for den samlede seismiske kraften,  $F_b$ , for hver horisontalretning bygget analyseres i er gitt NS-EN 1998-1:2002, 4.3.3.2.2 (1).

Korreksjonsfaktoren  $\lambda$  bestemmes:

$$\lambda := \begin{cases} 0.85 & \text{if } T_1 \leq 2T_C \quad \text{og bygningen har flere enn to etasjer.} \\ 1.0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\lambda = 0.85$$

Den samlede seismiske kraften:

$$F_b := S_d(T_1, q) \cdot m_{\text{tot}} \cdot \lambda = 887.56 \text{ kN}$$

### Fordeling av de horisontale seismiske kreftene:

Punkt 4.3.3.2.3 i NS-EN 1998-1:2002 tar for seg fordelingen av de horisontale seismiske kreftene. Når første egensvingeperiode beregnes tilnærmedesvis ved å forutsette at de horisontale forskyvningene øker lineært med høyden skal følgende uttrykk benyttes:

$$F_i := F_b \cdot \frac{z_i \cdot m_{e_i}}{\sum_{j=0}^j (z_j \cdot m_{e_j})}$$

Høyden av massene  $m_i$  og  $m_j$ :

$$\begin{aligned} j &:= 4 \\ i &:= 0, 1..j \\ z_i &:= i \cdot h_{\text{etasje}} \end{aligned} \quad z = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 6 \\ 9 \\ 12 \end{pmatrix} \text{ m}$$

Etasjemasser:

$$m_0 := 0 \text{ kg}$$

$$m_e := \begin{pmatrix} m_0 \\ m_1 \\ m_2 \\ m_3 \\ m_4 \end{pmatrix}$$

Fordelingen av krefter på etasjene blir:

$$F_i := F_b \cdot \frac{z_i \cdot m_{e_i}}{\sum_{j=0}^j (z_j \cdot m_{e_j})} \quad F = \begin{pmatrix} 0 \\ 129.808 \\ 259.339 \\ 400.718 \\ 97.693 \end{pmatrix} \cdot \text{kN}$$

$$F_1 = 129.808 \text{ kN}$$

$$F_2 = 259.339 \text{ kN}$$

$$F_3 = 400.718 \text{ kN}$$

$$F_4 = 97.693 \text{ kN}$$

### Forskyvninger:

Forskyvninger basert på stivhetsberegningemetode 1:

Stivhetsmatriser:

$$K_x = \begin{pmatrix} 4.172 \times 10^9 & -2.086 \times 10^9 & 0 & 0 \\ -2.086 \times 10^9 & 4.168 \times 10^9 & -2.083 \times 10^9 & 0 \\ 0 & -2.083 \times 10^9 & 4.999 \times 10^9 & -2.916 \times 10^9 \\ 0 & 0 & -2.916 \times 10^9 & 2.916 \times 10^9 \end{pmatrix} \cdot \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$K_y = \begin{pmatrix} 7.113 \times 10^9 & -3.556 \times 10^9 & 0 & 0 \\ -3.556 \times 10^9 & 7.109 \times 10^9 & -3.553 \times 10^9 & 0 \\ 0 & -3.553 \times 10^9 & 4.315 \times 10^9 & -7.614 \times 10^8 \\ 0 & 0 & -7.614 \times 10^8 & 7.614 \times 10^8 \end{pmatrix} \cdot \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Fordelte krefter:

$$F_x := \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 129.808 \\ 259.339 \\ 400.718 \\ 97.693 \end{pmatrix} \cdot \text{kN} \quad F_y := F_x$$

Forskyvninger:

Forskyvninger beregnes etter følgende formel,  $[k] \cdot [u] = [F]$

$$\text{x-retning:} \quad u_x := \text{lsolve}(K_x, F_x) = \begin{pmatrix} 0.425 \\ 0.789 \\ 1.028 \\ 1.062 \end{pmatrix} \cdot \text{mm}$$

$$\text{y-retning:} \quad u_y := \text{lsolve}(K_y, F_y) = \begin{pmatrix} 0.25 \\ 0.463 \\ 0.603 \\ 0.731 \end{pmatrix} \cdot \text{mm}$$

Forskyvninger basert på stivhetsberegningemetode 2:

Stivhetsmatriser:

$$K_x = \begin{pmatrix} 7.892 \times 10^9 & -3.945 \times 10^9 & 0 & 0 \\ -3.945 \times 10^9 & 7.888 \times 10^9 & -3.943 \times 10^9 & 0 \\ 0 & -3.943 \times 10^9 & 8.169 \times 10^9 & -4.226 \times 10^9 \\ 0 & 0 & -4.226 \times 10^9 & 4.226 \times 10^9 \end{pmatrix} \cdot \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$K_y = \begin{pmatrix} 1.196 \times 10^{10} & -5.982 \times 10^9 & 0 & 0 \\ -5.982 \times 10^9 & 1.196 \times 10^{10} & -5.979 \times 10^9 & 0 \\ 0 & -5.979 \times 10^9 & 7.642 \times 10^9 & -1.663 \times 10^9 \\ 0 & 0 & -1.663 \times 10^9 & 1.663 \times 10^9 \end{pmatrix} \cdot \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Fordelte krefter:

$$F_x := \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 129.808 \\ 259.339 \\ 400.718 \\ 97.693 \end{pmatrix} \cdot \text{kN} \quad F_y := F_x$$

Forskyvninger:

Forskyvninger beregnes etter følgende formel,  $[k] \cdot [u] = [F]$

$$\text{x-retning:} \quad u_x := \text{lsolve}(K_x, F_x) = \begin{pmatrix} 0.225 \\ 0.417 \\ 0.543 \\ 0.566 \end{pmatrix} \cdot \text{mm}$$

$$\text{y-retning:} \quad u_y := \text{lsolve}(K_y, F_y) = \begin{pmatrix} 0.148 \\ 0.275 \\ 0.358 \\ 0.417 \end{pmatrix} \cdot \text{mm}$$



## Vedlegg 5: Beregninger modal responspektrumanalyse, med plan modell og stivhetsberegningemetode 1

### Modal responspektrumanalyse:

Analysen utføres i de to hovedretningene.

#### Massematrise:

$$M := \begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_4 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{\text{kg}} = \begin{pmatrix} 248476.55 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 248211.53 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 255683.13 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 46750.51 \end{pmatrix}$$

#### x-retning:

##### Stivhetsmatrise, x-retning:

$$K_x := \begin{pmatrix} k_{x1} + k_{x2} & -k_{x2} & 0 & 0 \\ -k_{x2} & k_{x2} + k_{x3} & -k_{x3} & 0 \\ 0 & -k_{x3} & k_{x3} + k_{x4} & -k_{x4} \\ 0 & 0 & -k_{x4} & k_{x4} \end{pmatrix} \cdot \frac{\text{s}^2}{\text{kg}} = \begin{pmatrix} 4.172 \times 10^9 & -2.086 \times 10^9 & 0 & 0 \\ -2.086 \times 10^9 & 4.168 \times 10^9 & -2.083 \times 10^9 & 0 \\ 0 & -2.083 \times 10^9 & 4.999 \times 10^9 & -2.916 \times 10^9 \\ 0 & 0 & -2.916 \times 10^9 & 2.916 \times 10^9 \end{pmatrix}$$

#### Egenperioder:

Egenverdier:

$$\lambda_x := \text{genvals}(K_x, M) = \begin{pmatrix} 26558.239 \\ 12077.999 \\ 1482.498 \\ 75380.336 \end{pmatrix}$$

Det gir følgende egenfrekvenser:

$$\omega_x := \sqrt{\lambda_x} \cdot \frac{\text{rad}}{\text{s}} = \begin{pmatrix} 162.967 \\ 109.9 \\ 38.503 \\ 274.555 \end{pmatrix} \cdot \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

De ulike egenperiodene blir dermed:

$$T_x := \frac{2\pi}{\omega_x} = \begin{pmatrix} 0.039 \\ 0.057 \\ 0.163 \\ 0.023 \end{pmatrix} \text{ s}$$

### Svingemoder:

Først bestemmes egenvektoren.

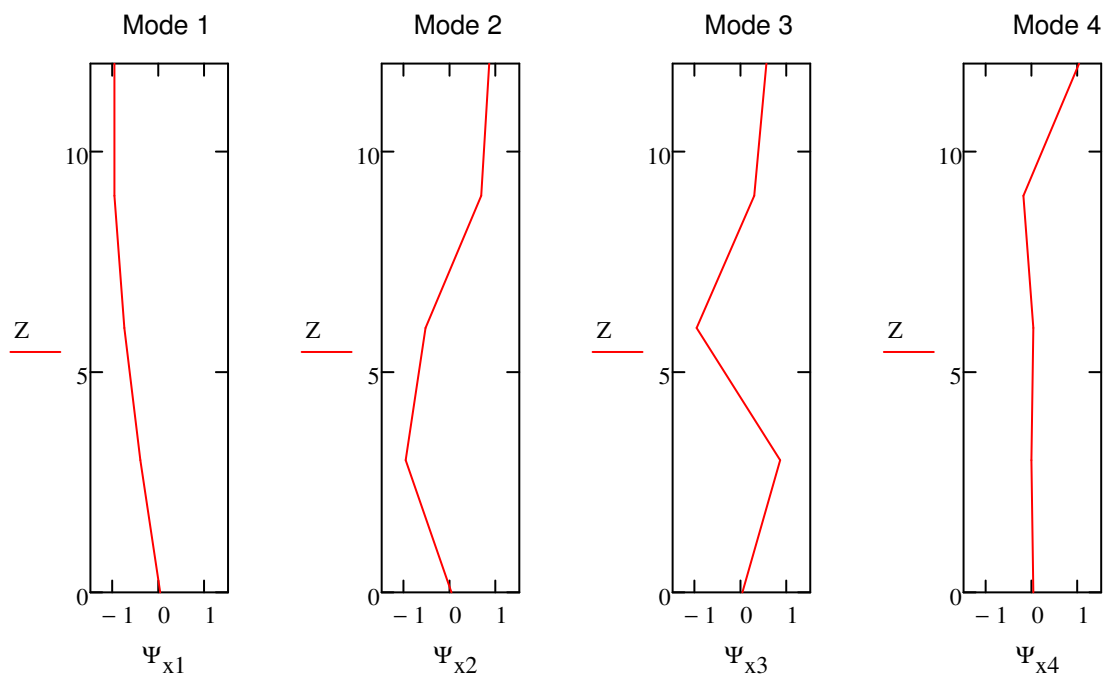
$$\Phi_X := \text{genvecs}(K_X, M) = \begin{matrix} & \text{Mode 3} & \text{Mode 2} & \text{Mode 1} & \text{Mode 4} \\ \begin{pmatrix} 0.859 & -1 & -0.42 & -0.004 \\ -1 & -0.561 & -0.765 & 0.031 \\ 0.303 & 0.686 & -0.976 & -0.209 \\ 0.528 & 0.85 & -1 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Svingemodene blir som vist i figurene.

$$\Psi_{x1} := \begin{pmatrix} 0 \\ \Phi_{x0,2} \\ \Phi_{x1,2} \\ \Phi_{x2,2} \\ \Phi_{x3,2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -0.42 \\ -0.765 \\ -0.976 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \Psi_{x2} := \begin{pmatrix} 0 \\ \Phi_{x0,1} \\ \Phi_{x1,1} \\ \Phi_{x2,1} \\ \Phi_{x3,1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -0.561 \\ 0.686 \\ 0.85 \end{pmatrix}$$

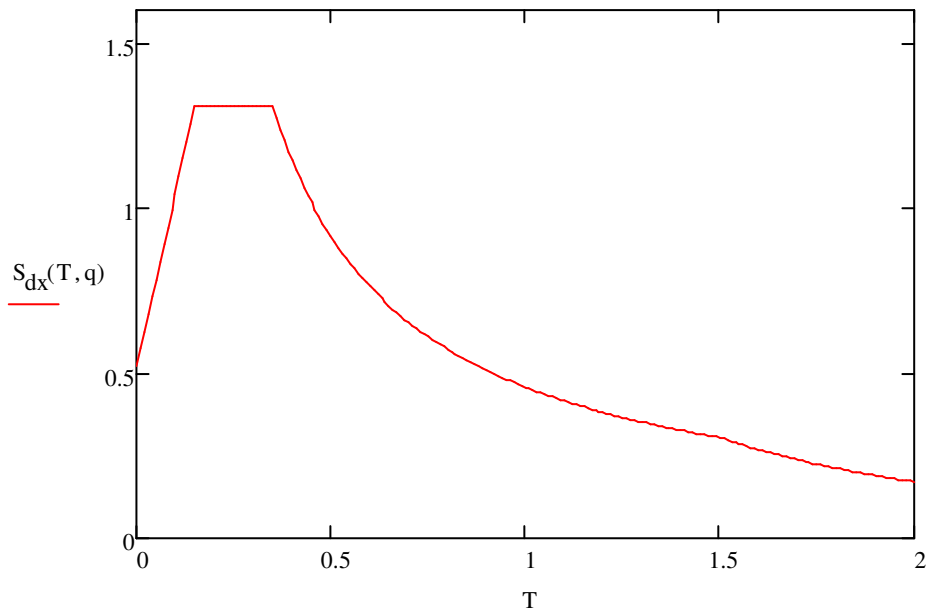
$$\Psi_{x3} := \begin{pmatrix} 0 \\ \Phi_{x0,0} \\ \Phi_{x1,0} \\ \Phi_{x2,0} \\ \Phi_{x3,0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.859 \\ -1 \\ 0.303 \\ 0.528 \end{pmatrix} \quad \Psi_{x4} := \begin{pmatrix} 0 \\ \Phi_{x0,3} \\ \Phi_{x1,3} \\ \Phi_{x2,3} \\ \Phi_{x3,3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -0.004 \\ 0.031 \\ -0.209 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$Z := \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 6 \\ 9 \\ 12 \end{pmatrix}$$



### Dimensjonerende seimisk akselerasjon:

Den dimensjonerende seismiske akselerasjonen leses av det samme dimensjonerende spektrumet som ble etablert ved beregning med tverrkraftmetoden.



Dimensjonerende seismiske akselerasjoner for de ulike egenperiodene:

$$\ddot{u}_{x1} := S_{dx}(T_{x2}, q) = 1.307 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\ddot{u}_{x2} := S_{dx}(T_{x1}, q) = 0.821 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\ddot{u}_{x3} := S_{dx}(T_{x0}, q) = 0.724 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\ddot{u}_{x4} := S_{dx}(T_{x3}, q) = 0.642 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

### Horisontale krefter i etasjene:

De horisontale kreftene i etasjene beregnes for de ulike modene.

Modal masse:

$$\text{Mode 1: } M_{x1} := \Phi_x^{(2)T} \cdot M \cdot \Phi_x^{(2)} = 4.795 \times 10^5$$

$$\text{Mode 2: } M_{x2} := \Phi_x^{(1)T} \cdot M \cdot \Phi_x^{(1)} = 4.808 \times 10^5$$

$$\text{Mode 3: } M_{x3} := \Phi_x^{(0)T} \cdot M \cdot \Phi_x^{(0)} = 4.682 \times 10^5$$

$$\text{Mode 4: } M_{x4} := \Phi_x^{(3)T} \cdot M \cdot \Phi_x^{(3)} = 5.812 \times 10^4$$

Vektet masse:

$$\text{Mode 1: } L_{x1} := \Phi_x^{(2)T} \cdot M \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = -590574.163$$

$$\text{Mode 2: } L_{x2} := \Phi_x^{(1)T} \cdot M \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = -172755.426$$

$$\text{Mode 3: } L_{x3} := \Phi_x^{(0)T} \cdot M \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 67510.662$$

$$\text{Mode 4: } L_{x4} := \Phi_x^{(3)T} \cdot M \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = -121.023$$

Effektiv masse:

$$\text{Mode 1: } \Gamma_{x1} := \frac{L_{x1}}{M_{x1}} = -1.232$$

$$\text{Mode 2: } \Gamma_{x2} := \frac{L_{x2}}{M_{x2}} = -0.359$$

$$\text{Mode 3: } \Gamma_{x3} := \frac{L_{x3}}{M_{x3}} = 0.144$$

$$\text{Mode 4: } \Gamma_{x4} := \frac{L_{x4}}{M_{x4}} = -0.002$$

NS-EN 1998-1:2004 angir krav for antall svingformer som skal tas med i beregningen. Ettersom det i dette tilfellet kun er fire svingformer har jeg valgt å ta med alle fire, uten å se nærmere på kravene i standarden for å utelate eventuelle moder.

Fordelingen av de horisontale kreftene blir:

Mode 1:

$$s_{x1} := \Gamma_{x1} \cdot M \cdot \Phi_x^{(2)} = \begin{pmatrix} 128402.289 \\ 233936.87 \\ 307396.54 \\ 57574.703 \end{pmatrix}$$

$$f_{x1} := s_{x1} \cdot \ddot{u}_{x1} \text{ kg} = \begin{pmatrix} 167.779 \\ 305.678 \\ 401.665 \\ 75.231 \end{pmatrix} \cdot \text{kN}$$

Mode 2:

$$s_{x2} := \Gamma_{x2} \cdot M \cdot \Phi_x^{(1)} = \begin{pmatrix} 89286.345 \\ 50078.644 \\ -63001.562 \\ -14286.339 \end{pmatrix}$$

$$f_{x2} := s_{x2} \cdot \ddot{u}_{x2} \text{ kg} = \begin{pmatrix} 73.347 \\ 41.139 \\ -51.755 \\ -11.736 \end{pmatrix} \cdot \text{kN}$$

Mode 3:

$$s_{x3} := \Gamma_{x3} \cdot M \cdot \Phi_x^{(0)} = \begin{pmatrix} 30785.654 \\ -35788.21 \\ 11177.045 \\ 3559.489 \end{pmatrix}$$

$$f_{x3} := s_{x3} \cdot \ddot{u}_{x3} \text{ kg} = \begin{pmatrix} 22.294 \\ -25.917 \\ 8.094 \\ 2.578 \end{pmatrix} \cdot \text{kN}$$

Mode 4:

$$s_{x4} := \Gamma_{x4} \cdot M \cdot \Phi_x^{(3)} = \begin{pmatrix} 2.262 \\ -15.774 \\ 111.107 \\ -97.343 \end{pmatrix}$$

$$f_{x4} := s_{x4} \cdot \ddot{u}_{x4} \text{ kg} = \begin{pmatrix} 0.001 \\ -0.01 \\ 0.071 \\ -0.063 \end{pmatrix} \cdot \text{kN}$$

På matriseform:

$$f_x := \begin{pmatrix} f_{x1_0} & f_{x2_0} & f_{x3_0} & f_{x4_0} \\ f_{x1_1} & f_{x2_1} & f_{x3_1} & f_{x4_1} \\ f_{x1_2} & f_{x2_2} & f_{x3_2} & f_{x4_2} \\ f_{x1_3} & f_{x2_3} & f_{x3_3} & f_{x4_3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 167.779 & 73.347 & 22.294 & 0.001 \\ 305.678 & 41.139 & -25.917 & -0.01 \\ 401.665 & -51.755 & 8.094 & 0.071 \\ 75.231 & -11.736 & 2.578 & -0.063 \end{pmatrix} \cdot \text{kN}$$

Skjærkraft i node 1  
Skjærkraft i node 2  
Skjærkraft i node 3  
Skjærkraft i node 4

Mode 1      Mode 2      Mode 3      Mode 4

### Skjærkraft ved fundamentnivå:

Den totale skjærkraften ved fundamentnivå beregnes ved å summere alle de horisontale etasjekreftene for hver mode.

Mode 1:

$$F_{xb1} := \sum f_x^{(0)} = 950.352 \text{ kN}$$

Mode 2:

$$F_{xb2} := \sum f_x^{(1)} = 50.995 \text{ kN}$$

Mode 3:

$$F_{xb3} := \sum f_x^{(2)} = 7.049 \text{ kN}$$

Mode 4:

$$F_{xb4} := \sum f_x^{(3)} = 0.00016 \text{ kN}$$

### Kombinasjon av modale responser:

Kravet i punkt 4.3.3.3.2 i NS-EN 1998-1:2004 er tilfredsstillt og de modale responsene kan dermed anses som uavhengige av hverandre. For å kombinere responsene og bestemme den største verdien av en seismisk lastvirkning kan derfor kombinasjon med SRSS (square-root-of-sum-of-squares) benyttes.

Skjærkraft ved fundamentnivå blir dermed:

$$F_{xb} := \sqrt{F_{xb1}^2 + F_{xb2}^2 + F_{xb3}^2 + F_{xb4}^2} = 951.746 \text{ kN}$$

## Forskyvninger:

Mode 1:

$$u_{x1} := \frac{\Gamma_{x1}}{(\omega_{x2})^2} \cdot \Phi_x^{(2)} \cdot \ddot{u}_{x1} = \begin{pmatrix} 0.455 \\ 0.831 \\ 1.06 \\ 1.085 \end{pmatrix} \cdot \text{mmr}$$

Forskyvning i etasje 1  
Forskyvning i etasje 2  
Forskyvning i etasje 3  
Forskyvning i etasje 4

Mode 2:

$$u_{x2} := \frac{\Gamma_{x2}}{(\omega_{x1})^2} \cdot \Phi_x^{(1)} \cdot \ddot{u}_{x2} = \begin{pmatrix} 0.024 \\ 0.014 \\ -0.017 \\ -0.021 \end{pmatrix} \cdot \text{mmr}$$

Forskyvning i etasje 1  
Forskyvning i etasje 2  
Forskyvning i etasje 3  
Forskyvning i etasje 4

Mode 3:

$$u_{x3} := \frac{\Gamma_{x3}}{(\omega_{x0})^2} \cdot \Phi_x^{(0)} \cdot \ddot{u}_{x3} = \begin{pmatrix} 0.003 \\ -0.004 \\ 0.001 \\ 0.002 \end{pmatrix} \cdot \text{mmr}$$

Forskyvning i etasje 1  
Forskyvning i etasje 2  
Forskyvning i etasje 3  
Forskyvning i etasje 4

Mode 4:

$$u_{x4} := \frac{\Gamma_{x4}}{(\omega_{x3})^2} \cdot \Phi_x^{(3)} \cdot \ddot{u}_{x4} = \begin{pmatrix} 0 \\ -0.000001 \\ 0.000004 \\ -0.000018 \end{pmatrix} \cdot \text{mmr}$$

Forskyvning i etasje 1  
Forskyvning i etasje 2  
Forskyvning i etasje 3  
Forskyvning i etasje 4

Maksimal forskyvning de fire svingemodene kan gi bestemmes på samme måte som skjærkrefter ved fundamentnivå, ved å kombinere med SRSS.

$$u_{x\_max\_etasje1} := \sqrt{(u_{x1_0})^2 + (u_{x2_0})^2 + (u_{x3_0})^2 + (u_{x4_0})^2} = 0.456 \text{ mnr}$$

$$u_{x\_max\_etasje2} := \sqrt{(u_{x1_1})^2 + (u_{x2_1})^2 + (u_{x3_1})^2 + (u_{x4_1})^2} = 0.831 \text{ mnr}$$

$$u_{x\_max\_etasje3} := \sqrt{(u_{x1_2})^2 + (u_{x2_2})^2 + (u_{x3_2})^2 + (u_{x4_2})^2} = 1.06 \text{ mnr}$$

$$u_{x\_max\_etasje4} := \sqrt{(u_{x1_3})^2 + (u_{x2_3})^2 + (u_{x3_3})^2 + (u_{x4_3})^2} = 1.086 \text{ mnr}$$

**y-retning:**

**Stivhetsmatrise, y-retning:**

$$K_y := \begin{pmatrix} k_{y1} + k_{y2} & -k_{y2} & 0 & 0 \\ -k_{y2} & k_{y2} + k_{y3} & -k_{y3} & 0 \\ 0 & -k_{y3} & k_{y3} + k_{y4} & -k_{y4} \\ 0 & 0 & -k_{y4} & k_{y4} \end{pmatrix} \cdot \frac{\text{s}^2}{\text{kg}} = \begin{pmatrix} 7.113 \times 10^9 & -3.556 \times 10^9 & 0 & 0 \\ -3.556 \times 10^9 & 7.109 \times 10^9 & -3.553 \times 10^9 & 0 \\ 0 & -3.553 \times 10^9 & 4.315 \times 10^9 & -7.614 \times 10^8 \\ 0 & 0 & -7.614 \times 10^8 & 7.614 \times 10^8 \end{pmatrix}$$

**Egenperioder:**

Egenverdier:

$$\lambda_y := \text{genvals}(K_y, M) = \begin{pmatrix} 46876.761 \\ 2491.351 \\ 25435.252 \\ 15626.171 \end{pmatrix}$$

Det gir følgende egenfrekvenser:

$$\omega_y := \sqrt{\lambda_y} \cdot \frac{\text{rad}}{\text{s}} = \begin{pmatrix} 216.51 \\ 49.913 \\ 159.484 \\ 125.005 \end{pmatrix} \cdot \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

De ulike egenperiodene blir dermed:

$$T_y := \frac{2\pi}{\omega_y} = \begin{pmatrix} 0.029 \\ 0.126 \\ 0.039 \\ 0.05 \end{pmatrix} \text{s}$$

**Svingemoder:**

Først bestemmes egenvektoren.

$$\Phi_y := \text{genvecs}(K_y, M) = \begin{matrix} & \text{Mode 4} & \text{Mode 1} & \text{Mode 3} & \text{Mode 2} \\ \begin{pmatrix} 0.784 & 0.363 & -0.591 & -0.232 \\ -1 & 0.662 & -0.132 & -0.211 \\ 0.489 & 0.847 & 0.562 & 0.041 \\ -0.26 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

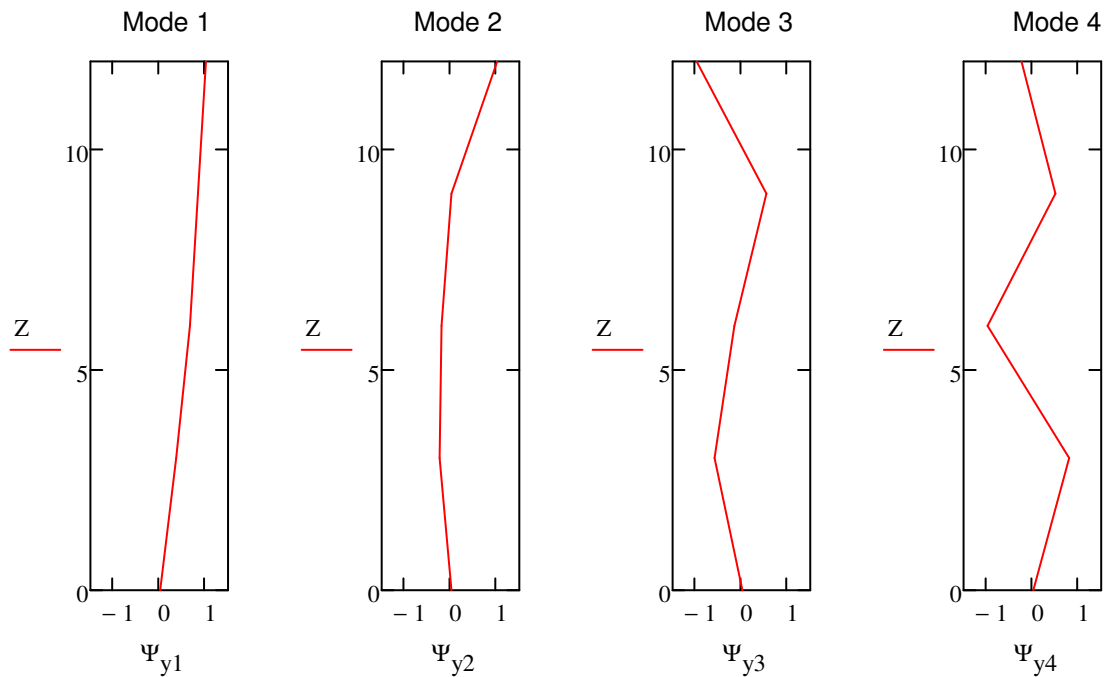


Svingemodene blir som vist i figurene.

$$\Psi_{y1} := \begin{pmatrix} 0 \\ \Phi_{y0,1} \\ \Phi_{y1,1} \\ \Phi_{y2,1} \\ \Phi_{y3,1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.363 \\ 0.662 \\ 0.847 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \Psi_{y2} := \begin{pmatrix} 0 \\ \Phi_{y0,3} \\ \Phi_{y1,3} \\ \Phi_{y2,3} \\ \Phi_{y3,3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -0.232 \\ -0.211 \\ 0.041 \\ 1 \end{pmatrix}$$

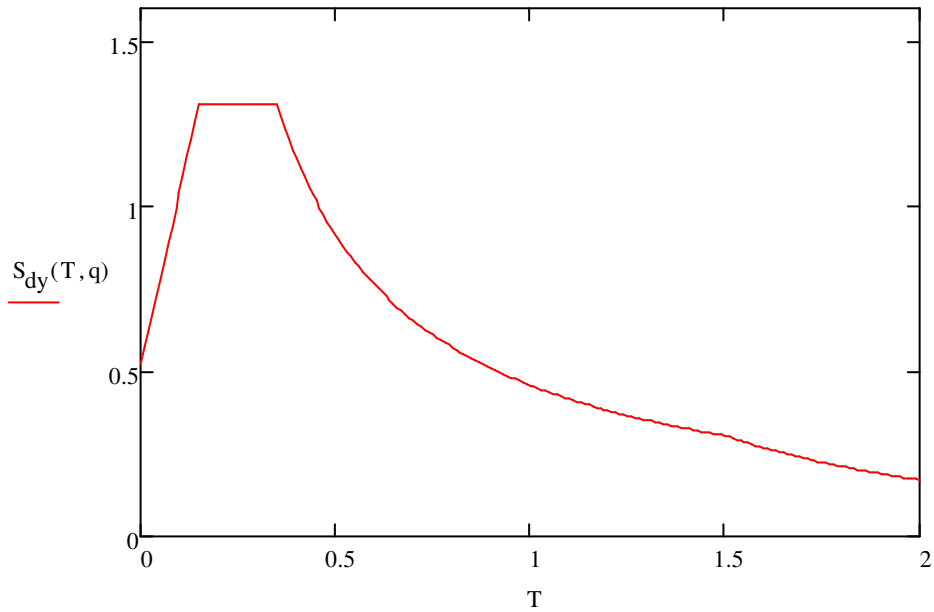
$$\Psi_{y3} := \begin{pmatrix} 0 \\ \Phi_{y0,2} \\ \Phi_{y1,2} \\ \Phi_{y2,2} \\ \Phi_{y3,2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -0.591 \\ -0.132 \\ 0.562 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \Psi_{y4} := \begin{pmatrix} 0 \\ \Phi_{y0,0} \\ \Phi_{y1,0} \\ \Phi_{y2,0} \\ \Phi_{y3,0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.784 \\ -1 \\ 0.489 \\ -0.26 \end{pmatrix}$$

$$Z := \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 6 \\ 9 \\ 12 \end{pmatrix}$$



#### Dimensjonerende seimisk akselerasjon:

Den dimensjonerende seimiske akselerasjonen leses av det samme dimensjonerende spektrumet som ble etablert ved beregning med tverrkraftmetoden.



Dimensjonerende seismiske akselerasjoner for de ulike egenperiodene:

$$\ddot{u}_{y1} := S_{dy}(T_{y_1}, q) = 1.181 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\ddot{u}_{y2} := S_{dy}(T_{y_3}, q) = 0.785 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\ddot{u}_{y3} := S_{dy}(T_{y_2}, q) = 0.729 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\ddot{u}_{y4} := S_{dy}(T_{y_0}, q) = 0.674 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

### Horisontale krefter i etasjene:

De horisontale kreftene i etasjene beregnes for de ulike modene.

Modal masse:

$$\text{Mode 1: } M_{y1} := \Phi_y^{(1)T} \cdot M \cdot \Phi_y^{(1)} = 3.718 \times 10^5$$

$$\text{Mode 2: } M_{y2} := \Phi_y^{(3)T} \cdot M \cdot \Phi_y^{(3)} = 7.154 \times 10^4$$

$$\text{Mode 3: } M_{y3} := \Phi_y^{(2)T} \cdot M \cdot \Phi_y^{(2)} = 2.185 \times 10^5$$

$$\text{Mode 4: } M_{y4} := \Phi_y^{(0)T} \cdot M \cdot \Phi_y^{(0)} = 4.653 \times 10^5$$

Vektet masse:

$$\text{Mode 1: } L_{y1} := \Phi_y^{\langle 1 \rangle T} \cdot M \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 517866.806$$

$$\text{Mode 2: } L_{y2} := \Phi_y^{\langle 3 \rangle T} \cdot M \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = -52782.314$$

$$\text{Mode 3: } L_{y3} := \Phi_y^{\langle 2 \rangle T} \cdot M \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = -82620.333$$

$$\text{Mode 4: } L_{y4} := \Phi_y^{\langle 0 \rangle T} \cdot M \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 59498.364$$

Effektiv masse:

$$\text{Mode 1: } \Gamma_{y1} := \frac{L_{y1}}{M_{y1}} = 1.393$$

$$\text{Mode 2: } \Gamma_{y2} := \frac{L_{y2}}{M_{y2}} = -0.738$$

$$\text{Mode 3: } \Gamma_{y3} := \frac{L_{y3}}{M_{y3}} = -0.378$$

$$\text{Mode 4: } \Gamma_{y4} := \frac{L_{y4}}{M_{y4}} = 0.128$$

NS-EN 1998-1:2004 angir krav for antall svingformer som skal tas med i beregningen. Ettersom det i dette tilfellet kun er fire svingformer har jeg valgt å ta med alle fire, uten å se nærmere på kravene i standarden for å utelate eventuelle moder.

Fordelingen av de horisontale kreftene blir:

Mode 1:

$$s_{y1} := \Gamma_{y1} \cdot M \cdot \Phi_y^{\langle 1 \rangle} = \begin{pmatrix} 125538.468 \\ 229013.124 \\ 301658.262 \\ 65117.988 \end{pmatrix}$$

$$f_{y1} := s_{y1} \cdot \ddot{u}_{y1} \cdot \text{kg} = \begin{pmatrix} 148.212 \\ 270.375 \\ 356.14 \\ 76.879 \end{pmatrix} \cdot \text{kN}$$

Mode 2:

$$s_{y2} := \Gamma_{y2} \cdot M \cdot \Phi_y^{(3)} = \begin{pmatrix} 42507.751 \\ 38571.956 \\ -7647.882 \\ -34490.886 \end{pmatrix}$$

$$f_{y2} := s_{y2} \cdot \ddot{u}_{y2} \cdot \text{kg} = \begin{pmatrix} 33.385 \\ 30.294 \\ -6.006 \\ -27.088 \end{pmatrix} \cdot \text{kN}$$

Mode 3:

$$s_{y3} := \Gamma_{y3} \cdot M \cdot \Phi_y^{(2)} = \begin{pmatrix} 55517.051 \\ 12364.564 \\ -54316.499 \\ 17679.933 \end{pmatrix}$$

$$f_{y3} := s_{y3} \cdot \ddot{u}_{y3} \cdot \text{kg} = \begin{pmatrix} 40.449 \\ 9.009 \\ -39.574 \\ 12.881 \end{pmatrix} \cdot \text{kN}$$

Mode 4:

$$s_{y4} := \Gamma_{y4} \cdot M \cdot \Phi_y^{(0)} = \begin{pmatrix} 24913.28 \\ -31738.114 \\ 15989.249 \\ -1556.525 \end{pmatrix}$$

$$f_{y4} := s_{y4} \cdot \ddot{u}_{y4} \cdot \text{kg} = \begin{pmatrix} 16.8 \\ -21.402 \\ 10.782 \\ -1.05 \end{pmatrix} \cdot \text{kN}$$

På matriseform:

$$f_y := \begin{pmatrix} f_{y1_0} & f_{y2_0} & f_{y3_0} & f_{y4_0} \\ f_{y1_1} & f_{y2_1} & f_{y3_1} & f_{y4_1} \\ f_{y1_2} & f_{y2_2} & f_{y3_2} & f_{y4_2} \\ f_{y1_3} & f_{y2_3} & f_{y3_3} & f_{y4_3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 148.212 & 33.385 & 40.449 & 16.8 \\ 270.375 & 30.294 & 9.009 & -21.402 \\ 356.14 & -6.006 & -39.574 & 10.782 \\ 76.879 & -27.088 & 12.881 & -1.05 \end{pmatrix} \cdot \text{kN}$$

Skjærkraft i node 1  
Skjærkraft i node 2  
Skjærkraft i node 3  
Skjærkraft i node 4

Mode 1      Mode 2      Mode 3      Mode 4

### Skjærkraft ved fundamentnivå:

Den totale skjærkraften ved fundamentnivå beregnes ved å summere alle de horisontale etasjekreftene for hver mode.

Mode 1:

$$F_{yb1} := \sum f_y^{(0)} = 851.605 \text{ kN}$$

Mode 2:

$$F_{yb2} := \sum f_y^{(1)} = 30.583 \text{ kN}$$

Mode 3:

$$F_{yb3} := \sum f_y^{(2)} = 22.765 \text{ kN}$$

Mode 4:

$$F_{yb4} := \sum f_y^{(3)} = 5.13035 \text{ kN}$$

### Kombinasjon av modale responser:

Kravet i punkt 4.3.3.3.2 i NS-EN 1998-1:2004 er tilfredsstillt og de modale responsene kan dermed anses som uavhengige av hverandre. For å kombinere responsene og bestemme den største verdien av en seismisk lastvirkning kan derfor kombinasjon med SRSS (square-root-of-sum-of-squares) benyttes.

Skjærkraft ved fundamentnivå blir dermed:

$$F_{yb} := \sqrt{F_{yb1}^2 + F_{yb2}^2 + F_{yb3}^2 + F_{yb4}^2} = 852.474 \text{ kN}$$

## Forskyvninger:

Mode 1:

$$u_{y1} := \frac{\Gamma_{y1}}{(\omega_{y1})^2} \cdot \Phi_y^{(1)} \cdot \ddot{u}_{y1} = \begin{pmatrix} 0.239 \\ 0.437 \\ 0.559 \\ 0.66 \end{pmatrix} \cdot \text{mmr}$$

Forskyvning i etasje 1  
Forskyvning i etasje 2  
Forskyvning i etasje 3  
Forskyvning i etasje 4

Mode 2:

$$u_{y2} := \frac{\Gamma_{y2}}{(\omega_{y3})^2} \cdot \Phi_y^{(3)} \cdot \ddot{u}_{y2} = \begin{pmatrix} 0.009 \\ 0.008 \\ -0.002 \\ -0.037 \end{pmatrix} \cdot \text{mmr}$$

Forskyvning i etasje 1  
Forskyvning i etasje 2  
Forskyvning i etasje 3  
Forskyvning i etasje 4

Mode 3:

$$u_{y3} := \frac{\Gamma_{y3}}{(\omega_{y2})^2} \cdot \Phi_y^{(2)} \cdot \ddot{u}_{y3} = \begin{pmatrix} 0.006 \\ 0.001 \\ -0.006 \\ 0.011 \end{pmatrix} \cdot \text{mmr}$$

Forskyvning i etasje 1  
Forskyvning i etasje 2  
Forskyvning i etasje 3  
Forskyvning i etasje 4

Mode 4:

$$u_{y4} := \frac{\Gamma_{y4}}{(\omega_{y0})^2} \cdot \Phi_y^{(0)} \cdot \ddot{u}_{y4} = \begin{pmatrix} 0.0014 \\ -0.0018 \\ 0.0009 \\ -0.0005 \end{pmatrix} \cdot \text{mmr}$$

Forskyvning i etasje 1  
Forskyvning i etasje 2  
Forskyvning i etasje 3  
Forskyvning i etasje 4

Maksimal forskyvning de fire svingemodene kan gi bestemmes på samme måte som skjærkrefter ved fundamentnivå, ved å kombinere med SRSS.

$$u_{y\_max\_etasje1} := \sqrt{(u_{y1_0})^2 + (u_{y2_0})^2 + (u_{y3_0})^2 + (u_{y4_0})^2} = 0.24 \text{ mnr}$$

$$u_{y\_max\_etasje2} := \sqrt{(u_{y1_1})^2 + (u_{y2_1})^2 + (u_{y3_1})^2 + (u_{y4_1})^2} = 0.437 \text{ mnr}$$

$$u_{y\_max\_etasje3} := \sqrt{(u_{y1_2})^2 + (u_{y2_2})^2 + (u_{y3_2})^2 + (u_{y4_2})^2} = 0.559 \text{ mnr}$$

$$u_{y\_max\_etasje4} := \sqrt{(u_{y1_3})^2 + (u_{y2_3})^2 + (u_{y3_3})^2 + (u_{y4_3})^2} = 0.661 \text{ mnr}$$

## Vedlegg 6: Beregninger modal responspektrumanalyse, med plan modell og stivhetsberegningemetode 2

### Modal responspektrumanalyse:

Analysen utføres i de to hovedretningene.

#### Massematrise:

$$M := \begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_4 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{\text{kg}} = \begin{pmatrix} 248476.55 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 248211.53 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 255683.13 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 46750.51 \end{pmatrix}$$

#### x-retning:

##### Stivhetsmatrise, x-retning:

$$K_x := \begin{pmatrix} k_{x1} + k_{x2} & -k_{x2} & 0 & 0 \\ -k_{x2} & k_{x2} + k_{x3} & -k_{x3} & 0 \\ 0 & -k_{x3} & k_{x3} + k_{x4} & -k_{x4} \\ 0 & 0 & -k_{x4} & k_{x4} \end{pmatrix} \cdot \frac{\text{s}^2}{\text{kg}} = \begin{pmatrix} 7.892 \times 10^9 & -3.945 \times 10^9 & 0 & 0 \\ -3.945 \times 10^9 & 7.888 \times 10^9 & -3.943 \times 10^9 & 0 \\ 0 & -3.943 \times 10^9 & 8.169 \times 10^9 & -4.226 \times 10^9 \\ 0 & 0 & -4.226 \times 10^9 & 4.226 \times 10^9 \end{pmatrix}$$

#### Egenperioder:

Eigenverdier:

$$\lambda_x := \text{genvals}(K_x, M) = \begin{pmatrix} 2802.457 \\ 22754.211 \\ 50035.696 \\ 110303.395 \end{pmatrix}$$

Det gir følgende egenfrekvenser:

$$\omega_x := \sqrt{\lambda_x} \cdot \frac{\text{rad}}{\text{s}} = \begin{pmatrix} 52.938 \\ 150.845 \\ 223.687 \\ 332.12 \end{pmatrix} \cdot \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

De ulike egenperiodene blir dermed:

$$T_x := \frac{2\pi}{\omega_x} = \begin{pmatrix} 0.119 \\ 0.042 \\ 0.028 \\ 0.019 \end{pmatrix} \text{s}$$

### Svingemoder:

Først bestemmes egenvektoren.

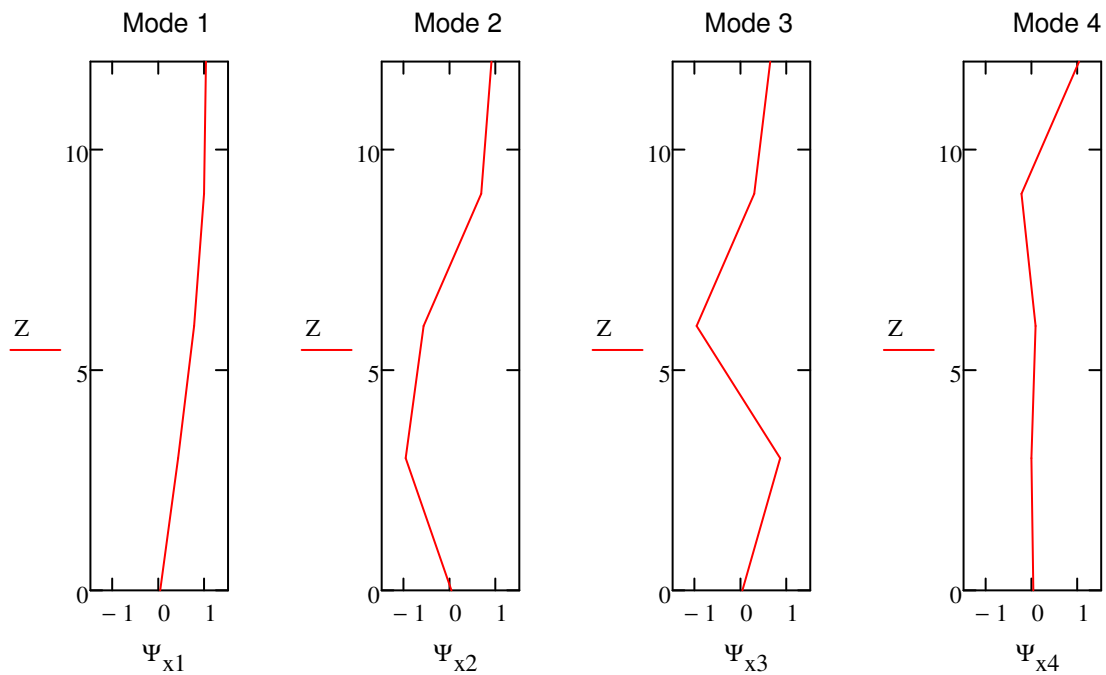
$$\Phi_X := \text{genvecs}(K_X, M) = \begin{matrix} & \text{Mode 1} & \text{Mode 2} & \text{Mode 3} & \text{Mode 4} \\ \begin{pmatrix} 0.417 & -1 & 0.869 & -0.009 \\ 0.76 & -0.567 & -1 & 0.046 \\ 0.969 & 0.678 & 0.28 & -0.22 \\ 1 & 0.907 & 0.627 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Svingemodene blir som vist i figurene.

$$\Psi_{x1} := \begin{pmatrix} 0 \\ \Phi_{x0,0} \\ \Phi_{x1,0} \\ \Phi_{x2,0} \\ \Phi_{x3,0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.417 \\ 0.76 \\ 0.969 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \Psi_{x2} := \begin{pmatrix} 0 \\ \Phi_{x0,1} \\ \Phi_{x1,1} \\ \Phi_{x2,1} \\ \Phi_{x3,1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -0.567 \\ 0.678 \\ 0.907 \end{pmatrix}$$

$$\Psi_{x3} := \begin{pmatrix} 0 \\ \Phi_{x0,2} \\ \Phi_{x1,2} \\ \Phi_{x2,2} \\ \Phi_{x3,2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.869 \\ -1 \\ 0.28 \\ 0.627 \end{pmatrix} \quad \Psi_{x4} := \begin{pmatrix} 0 \\ \Phi_{x0,3} \\ \Phi_{x1,3} \\ \Phi_{x2,3} \\ \Phi_{x3,3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -0.009 \\ 0.046 \\ -0.22 \\ 1 \end{pmatrix}$$

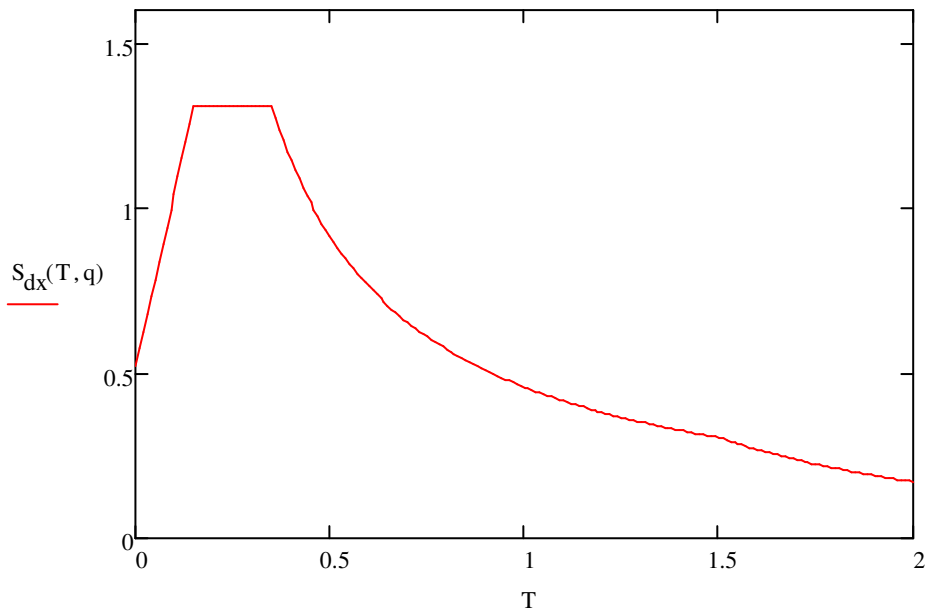
$$Z := \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 6 \\ 9 \\ 12 \end{pmatrix}$$





### Dimensjonerende seimisk akselerasjon:

Den dimensjonerende seismiske akselerasjonen leses av det samme dimensjonerende spektrumet som ble etablert ved beregning med tverrkraftmetoden.



Dimensjonerende seismiske akselerasjoner for de ulike egenperiodene:

$$\ddot{u}_{x1} := S_{dx}(T_{x0}, q) = 1.143 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\ddot{u}_{x2} := S_{dx}(T_{x1}, q) = 0.74 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\ddot{u}_{x3} := S_{dx}(T_{x2}, q) = 0.669 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\ddot{u}_{x4} := S_{dx}(T_{x3}, q) = 0.622 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

### Horisontale krefter i etasjene:

De horisontale kreftene i etasjene beregnes for de ulike modene.

Modal masse:

$$\text{Mode 1: } M_{x1} := \Phi_x^{(0)T} \cdot M \cdot \Phi_x^{(0)} = 4.732 \times 10^5$$

$$\text{Mode 2: } M_{x2} := \Phi_x^{(1)T} \cdot M \cdot \Phi_x^{(1)} = 4.844 \times 10^5$$

$$\text{Mode 3: } M_{x3} := \Phi_x^{(2)T} \cdot M \cdot \Phi_x^{(2)} = 4.742 \times 10^5$$

$$\text{Mode 4: } M_{x4} := \Phi_x^{(3)T} \cdot M \cdot \Phi_x^{(3)} = 5.969 \times 10^4$$

Vektet masse:

$$\text{Mode 1: } L_{x1} := \Phi_x^{(0)T} \cdot M \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 586566.822$$

$$\text{Mode 2: } L_{x2} := \Phi_x^{(1)T} \cdot M \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = -173435.274$$

$$\text{Mode 3: } L_{x3} := \Phi_x^{(2)T} \cdot M \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 68527.26$$

$$\text{Mode 4: } L_{x4} := \Phi_x^{(3)T} \cdot M \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = -335.788$$

Effektiv masse:

$$\text{Mode 1: } \Gamma_{x1} := \frac{L_{x1}}{M_{x1}} = 1.24$$

$$\text{Mode 2: } \Gamma_{x2} := \frac{L_{x2}}{M_{x2}} = -0.358$$

$$\text{Mode 3: } \Gamma_{x3} := \frac{L_{x3}}{M_{x3}} = 0.145$$

$$\text{Mode 4: } \Gamma_{x4} := \frac{L_{x4}}{M_{x4}} = -0.006$$

NS-EN 1998-1:2004 angir krav for antall svingformer som skal tas med i beregningen. Ettersom det i dette tilfellet kun er fire svingformer har jeg valgt å ta med alle fire, uten å se nærmere på kravene i standarden for å utelate eventuelle moder.

Fordelingen av de horisontale kreftene blir:

Mode 1:

$$s_{x1} := \Gamma_{x1} \cdot M \cdot \Phi_x^{(0)} = \begin{pmatrix} 128301.632 \\ 233741.485 \\ 307125.468 \\ 57952.996 \end{pmatrix}$$

$$f_{x1} := s_{x1} \ddot{u}_{x1} \text{ kg} = \begin{pmatrix} 146.651 \\ 267.17 \\ 351.049 \\ 66.241 \end{pmatrix} \cdot \text{kN}$$

Mode 2:

$$s_{x2} := \Gamma_{x2} M \cdot \Phi_x^{(1)} = \begin{pmatrix} 88961.552 \\ 50406.445 \\ -62099.569 \\ -15173.75 \end{pmatrix}$$

$$f_{x2} := s_{x2} \ddot{u}_{x2} \text{ kg} = \begin{pmatrix} 65.865 \\ 37.32 \\ -45.977 \\ -11.234 \end{pmatrix} \cdot \text{kN}$$

Mode 3:

$$s_{x3} := \Gamma_{x3} M \cdot \Phi_x^{(2)} = \begin{pmatrix} 31200.248 \\ -35871.579 \\ 10340.662 \\ 4234.241 \end{pmatrix}$$

$$f_{x3} := s_{x3} \ddot{u}_{x3} \text{ kg} = \begin{pmatrix} 20.888 \\ -24.015 \\ 6.923 \\ 2.835 \end{pmatrix} \cdot \text{kN}$$

Mode 4:

$$s_{x4} := \Gamma_{x4} M \cdot \Phi_x^{(3)} = \begin{pmatrix} 13.118 \\ -64.82 \\ 316.568 \\ -262.977 \end{pmatrix}$$

$$f_{x4} := s_{x4} \ddot{u}_{x4} \text{ kg} = \begin{pmatrix} 0.008 \\ -0.04 \\ 0.197 \\ -0.163 \end{pmatrix} \cdot \text{kN}$$

På matriseform:

$$f_x := \begin{pmatrix} f_{x1_0} & f_{x2_0} & f_{x3_0} & f_{x4_0} \\ f_{x1_1} & f_{x2_1} & f_{x3_1} & f_{x4_1} \\ f_{x1_2} & f_{x2_2} & f_{x3_2} & f_{x4_2} \\ f_{x1_3} & f_{x2_3} & f_{x3_3} & f_{x4_3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 146.651 & 65.865 & 20.888 & 0.008 \\ 267.17 & 37.32 & -24.015 & -0.04 \\ 351.049 & -45.977 & 6.923 & 0.197 \\ 66.241 & -11.234 & 2.835 & -0.163 \end{pmatrix} \cdot \text{kN}$$

Skjærkraft i node 1  
Skjærkraft i node 2  
Skjærkraft i node 3  
Skjærkraft i node 4

Mode 1      Mode 2      Mode 3      Mode 4

### Skjærkraft ved fundamentnivå:

Den totale skjærkraften ved fundamentnivå beregnes ved å summere alle de horisontale etasjekreftene for hver mode.

Mode 1:

$$F_{xb1} := \sum f_x^{(0)} = 831.11 \text{ kN}$$

Mode 2:

$$F_{xb2} := \sum f_x^{(1)} = 45.973 \text{ kN}$$

Mode 3:

$$F_{xb3} := \sum f_x^{(2)} = 6.63 \text{ kN}$$

Mode 4:

$$F_{xb4} := \sum f_x^{(3)} = 0.00117 \text{ kN}$$

### Kombinasjon av modale responser:

Kravet i punkt 4.3.3.3.2 i NS-EN 1998-1:2004 er tilfredsstillt og de modale responsene kan dermed anses som uavhengige av hverandre. For å kombinere responsene og bestemme den største verdien av en seismisk lastvirkning kan derfor kombinasjon med SRSS (square-root-of-sum-of-squares) benyttes.

Skjærkraft ved fundamentnivå blir dermed:

$$F_{xb} := \sqrt{F_{xb1}^2 + F_{xb2}^2 + F_{xb3}^2 + F_{xb4}^2} = 832.407 \text{ kN}$$

## Forskyvninger:

Mode 1:

$$u_{x1} := \frac{\Gamma_{x1}}{(\omega_{x0})^2} \cdot \Phi_x^{(0)} \cdot \ddot{u}_{x1} = \begin{pmatrix} 0.211 \\ 0.384 \\ 0.49 \\ 0.506 \end{pmatrix} \cdot \text{mm}$$

Forskyvning i etasje 1  
Forskyvning i etasje 2  
Forskyvning i etasje 3  
Forskyvning i etasje 4

Mode 2:

$$u_{x2} := \frac{\Gamma_{x2}}{(\omega_{x1})^2} \cdot \Phi_x^{(1)} \cdot \ddot{u}_{x2} = \begin{pmatrix} 0.012 \\ 0.007 \\ -0.008 \\ -0.011 \end{pmatrix} \cdot \text{mm}$$

Forskyvning i etasje 1  
Forskyvning i etasje 2  
Forskyvning i etasje 3  
Forskyvning i etasje 4

Mode 3:

$$u_{x3} := \frac{\Gamma_{x3}}{(\omega_{x2})^2} \cdot \Phi_x^{(2)} \cdot \ddot{u}_{x3} = \begin{pmatrix} 0.0017 \\ -0.0019 \\ 0.0005 \\ 0.0012 \end{pmatrix} \cdot \text{mm}$$

Forskyvning i etasje 1  
Forskyvning i etasje 2  
Forskyvning i etasje 3  
Forskyvning i etasje 4

Mode 4:

$$u_{x4} := \frac{\Gamma_{x4}}{(\omega_{x3})^2} \cdot \Phi_x^{(3)} \cdot \ddot{u}_{x4} = \begin{pmatrix} 0 \\ -0.000001 \\ 0.000007 \\ -0.000032 \end{pmatrix} \cdot \text{mm}$$

Forskyvning i etasje 1  
Forskyvning i etasje 2  
Forskyvning i etasje 3  
Forskyvning i etasje 4

Maksimal forskyvning de fire svingemodene kan gi bestemmes på samme måte som skjærkrefter ved fundamentnivå, ved å kombinere med SRSS.

$$u_{x\_max\_etasje1} := \sqrt{(u_{x1_0})^2 + (u_{x2_0})^2 + (u_{x3_0})^2 + (u_{x4_0})^2} = 0.211 \text{ mm}$$

$$u_{x\_max\_etasje2} := \sqrt{(u_{x1_1})^2 + (u_{x2_1})^2 + (u_{x3_1})^2 + (u_{x4_1})^2} = 0.384 \text{ mm}$$

$$u_{x\_max\_etasje3} := \sqrt{(u_{x1_2})^2 + (u_{x2_2})^2 + (u_{x3_2})^2 + (u_{x4_2})^2} = 0.49 \text{ mm}$$

$$u_{x\_max\_etasje4} := \sqrt{(u_{x1_3})^2 + (u_{x2_3})^2 + (u_{x3_3})^2 + (u_{x4_3})^2} = 0.506 \text{ mm}$$

**y-retning:**

**Stivhetsmatrise, y-retning:**

$$K_y := \begin{pmatrix} k_{y1} + k_{y2} & -k_{y2} & 0 & 0 \\ -k_{y2} & k_{y2} + k_{y3} & -k_{y3} & 0 \\ 0 & -k_{y3} & k_{y3} + k_{y4} & -k_{y4} \\ 0 & 0 & -k_{y4} & k_{y4} \end{pmatrix} \cdot \frac{\text{s}^2}{\text{kg}} = \begin{pmatrix} 1.196 \times 10^{10} & -5.982 \times 10^9 & 0 & 0 \\ -5.982 \times 10^9 & 1.196 \times 10^{10} & -5.979 \times 10^9 & 0 \\ 0 & -5.979 \times 10^9 & 7.642 \times 10^9 & -1.663 \times 10^9 \\ 0 & 0 & -1.663 \times 10^9 & 1.663 \times 10^9 \end{pmatrix}$$

**Egenperioder:**

Egenverdier:

$$\lambda_y := \text{genvals}(K_y, M) = \begin{pmatrix} 79448.134 \\ 4208.852 \\ 29957.311 \\ 48193.044 \end{pmatrix}$$

Det gir følgende egenfrekvenser:

$$\omega_y := \sqrt{\lambda_y} \cdot \frac{\text{rad}}{\text{s}} = \begin{pmatrix} 281.865 \\ 64.876 \\ 173.082 \\ 219.529 \end{pmatrix} \cdot \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

De ulike egenperiodene blir dermed:

$$T_y := \frac{2\pi}{\omega_y} = \begin{pmatrix} 0.022 \\ 0.097 \\ 0.036 \\ 0.029 \end{pmatrix} \text{s}$$

**Svingemoder:**

Først bestemmes egenvektoren.

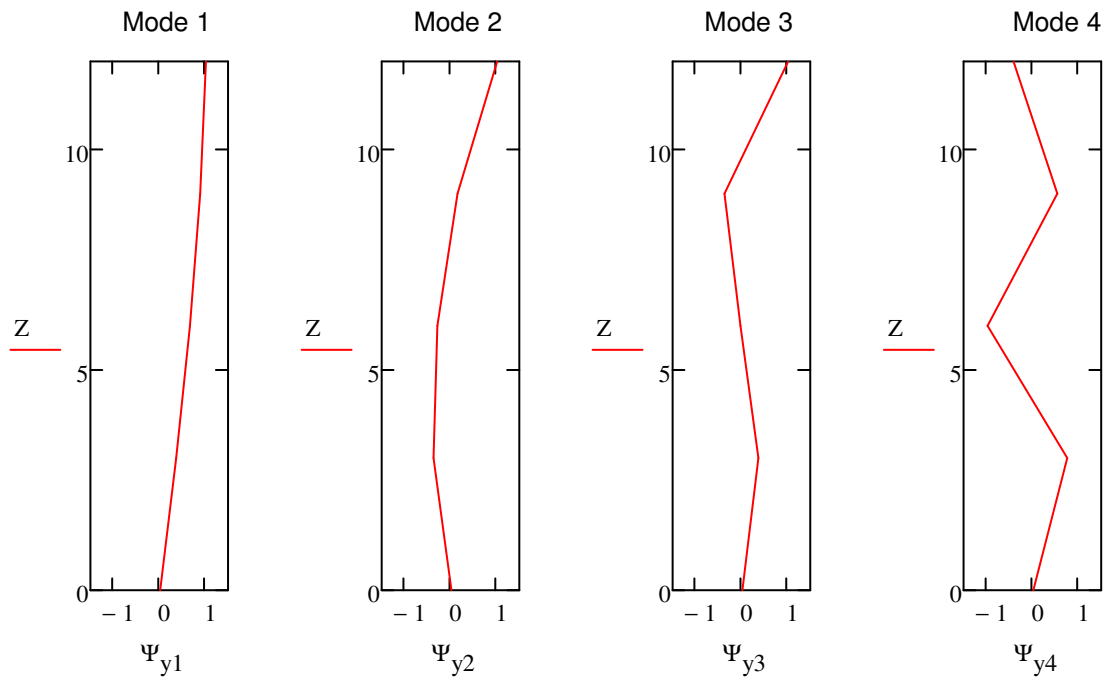
$$\Phi_y := \text{genvecs}(K_y, M) = \begin{pmatrix} \text{Mode 4} & \text{Mode 1} & \text{Mode 2} & \text{Mode 3} \\ 0.769 & 0.378 & -0.369 & 0.354 \\ -1 & 0.69 & -0.279 & -6.044 \times 10^{-4} \\ 0.528 & 0.882 & 0.158 & -0.355 \\ -0.428 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Svingemodene blir som vist i figurene.

$$\Psi_{y1} := \begin{pmatrix} 0 \\ \Phi_{y0,1} \\ \Phi_{y1,1} \\ \Phi_{y2,1} \\ \Phi_{y3,1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.378 \\ 0.69 \\ 0.882 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \Psi_{y2} := \begin{pmatrix} 0 \\ \Phi_{y0,2} \\ \Phi_{y1,2} \\ \Phi_{y2,2} \\ \Phi_{y3,2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -0.369 \\ -0.279 \\ 0.158 \\ 1 \end{pmatrix}$$

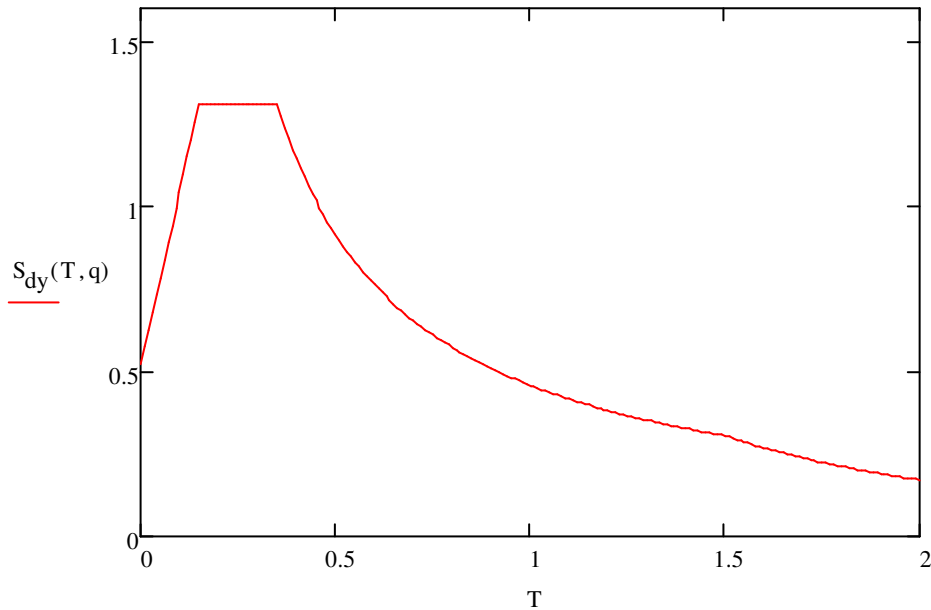
$$\Psi_{y3} := \begin{pmatrix} 0 \\ \Phi_{y0,3} \\ \Phi_{y1,3} \\ \Phi_{y2,3} \\ \Phi_{y3,3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.354 \\ -6.044 \times 10^{-4} \\ -0.355 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \Psi_{y4} := \begin{pmatrix} 0 \\ \Phi_{y0,0} \\ \Phi_{y1,0} \\ \Phi_{y2,0} \\ \Phi_{y3,0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.769 \\ -1 \\ 0.528 \\ -0.428 \end{pmatrix}$$

$$Z := \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 6 \\ 9 \\ 12 \end{pmatrix}$$



#### Dimensjonerende seimisk akselerasjon:

Den dimensjonerende seimiske akselerasjonen leses av det samme dimensjonerende spektrumet som ble etablert ved beregning med tverrkraftmetoden.



Dimensjonerende seismiske akselerasjoner for de ulike egenperiodene:

$$\ddot{u}_{y1} := S_{dy}(T_{y1}, q) = 1.029 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\ddot{u}_{y2} := S_{dy}(T_{y2}, q) = 0.712 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\ddot{u}_{y3} := S_{dy}(T_{y3}, q) = 0.672 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\ddot{u}_{y4} := S_{dy}(T_{y0}, q) = 0.639 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

### Horisontale krefter i etasjene:

De horisontale kreftene i etasjene beregnes for de ulike modene.

Modal masse:

$$\text{Mode 1: } M_{y1} := \Phi_y^{(1)T} \cdot M \cdot \Phi_y^{(1)} = 3.992 \times 10^5$$

$$\text{Mode 2: } M_{y2} := \Phi_y^{(2)T} \cdot M \cdot \Phi_y^{(2)} = 1.062 \times 10^5$$

$$\text{Mode 3: } M_{y3} := \Phi_y^{(3)T} \cdot M \cdot \Phi_y^{(3)} = 1.101 \times 10^5$$

$$\text{Mode 4: } M_{y4} := \Phi_y^{(0)T} \cdot M \cdot \Phi_y^{(0)} = 4.751 \times 10^5$$

Vektet masse:

$$\text{Mode 1: } L_{y1} := \Phi_y^{(1)T} \cdot M \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 537416.642$$



$$\text{Mode 2: } L_{y2} := \Phi_y^{(2)T} \cdot M \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = -73624.099$$

$$\text{Mode 3: } L_{y3} := \Phi_y^{(3)T} \cdot M \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 44006.103$$

$$\text{Mode 4: } L_{y4} := \Phi_y^{(4)T} \cdot M \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 57926.816$$

Effektiv masse:

$$\text{Mode 1: } \Gamma_{y1} := \frac{L_{y1}}{M_{y1}} = 1.346$$

$$\text{Mode 2: } \Gamma_{y2} := \frac{L_{y2}}{M_{y2}} = -0.693$$

$$\text{Mode 3: } \Gamma_{y3} := \frac{L_{y3}}{M_{y3}} = 0.4$$

$$\text{Mode 4: } \Gamma_{y4} := \frac{L_{y4}}{M_{y4}} = 0.122$$

NS-EN 1998-1:2004 angir krav for antall svingeformer som skal tas med i beregningen. Ettersom det i dette tilfellet kun er fire svingeformer har jeg valgt å ta med alle fire, uten å se nærmere på kravene i standarden for å utelate eventuelle moder.

Fordelingen av de horisontale kreftene blir:

Mode 1:

$$s_{y1} := \Gamma_{y1} \cdot M \cdot \Phi_y^{(1)} = \begin{pmatrix} 126453.991 \\ 230575.007 \\ 303458.308 \\ 62931.016 \end{pmatrix}$$

$$f_{y1} := s_{y1} \cdot \ddot{u}_{y1} \cdot \text{kg} = \begin{pmatrix} 130.104 \\ 237.231 \\ 312.218 \\ 64.748 \end{pmatrix} \cdot \text{kN}$$

Mode 2:

$$s_{y2} := \Gamma_{y2} \cdot M \cdot \Phi_y^{(2)} = \begin{pmatrix} 63523.553 \\ 47958.759 \\ -28005.185 \\ -32420.444 \end{pmatrix}$$

$$f_{y2} := s_{y2} \cdot \ddot{u}_{y2} \cdot \text{kg} = \begin{pmatrix} 45.254 \\ 34.166 \\ -19.951 \\ -23.096 \end{pmatrix} \cdot \text{kN}$$

Mode 3:

$$s_{y3} := \Gamma_{y3} \cdot M \cdot \Phi_y^{(3)} = \begin{pmatrix} 35195.427 \\ -59.941 \\ -36232.111 \\ 18680.822 \end{pmatrix}$$

$$f_{y3} := s_{y3} \cdot \ddot{u}_{y3} \cdot \text{kg} = \begin{pmatrix} 23.66 \\ -0.04 \\ -24.357 \\ 12.558 \end{pmatrix} \cdot \text{kN}$$

Mode 4:

$$s_{y4} := \Gamma_{y4} \cdot M \cdot \Phi_y^{(4)} = \begin{pmatrix} 23303.578 \\ -30262.295 \\ 16462.118 \\ -2440.884 \end{pmatrix}$$

$$f_{y4} := s_{y4} \cdot \ddot{u}_{y4} \cdot \text{kg} = \begin{pmatrix} 14.895 \\ -19.343 \\ 10.522 \\ -1.56 \end{pmatrix} \cdot \text{kN}$$

På matriseform:

$$f_y := \begin{pmatrix} f_{y1_0} & f_{y2_0} & f_{y3_0} & f_{y4_0} \\ f_{y1_1} & f_{y2_1} & f_{y3_1} & f_{y4_1} \\ f_{y1_2} & f_{y2_2} & f_{y3_2} & f_{y4_2} \\ f_{y1_3} & f_{y2_3} & f_{y3_3} & f_{y4_3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 130.104 & 45.254 & 23.66 & 14.895 \\ 237.231 & 34.166 & -0.04 & -19.343 \\ 312.218 & -19.951 & -24.357 & 10.522 \\ 64.748 & -23.096 & 12.558 & -1.56 \end{pmatrix} \cdot \text{kN}$$

Skjærkraft i node 1  
 Skjærkraft i node 2  
 Skjærkraft i node 3  
 Skjærkraft i node 4

### Skjærkraft ved fundamentnivå:

Den totale skjærkraften ved fundamentnivå beregnes ved å summere alle de horisontale etasjekreftene for hver mode.

Mode 1:

$$F_{yb1} := \sum f_y^{(0)} = 744.302 \text{ kN}$$

Mode 2:

$$F_{yb2} := \sum f_y^{(1)} = 36.373 \text{ kN}$$

Mode 3:

$$F_{yb3} := \sum f_y^{(2)} = 11.821 \text{ kN}$$

Mode 4:

$$F_{yb4} := \sum f_y^{(3)} = 4.5142 \text{ kN}$$

### Kombinasjon av modale responser:

Kravet i punkt 4.3.3.3.2 i NS-EN 1998-1:2004 er tilfredsstillt og de modale responsene kan dermed anses som uavhengige av hverandre. For å kombinere responsene og bestemme den største verdien av en seismisk lastvirkning kan derfor kombinasjon med SRSS (square-root-of-sum-of-squares) benyttes.

Skjærkraft ved fundamentnivå blir dermed:

$$F_{yb} := \sqrt{F_{yb1}^2 + F_{yb2}^2 + F_{yb3}^2 + F_{yb4}^2} = 745.297 \text{ kN}$$

### Forskyvninger:

Mode 1:

$$u_{y1} := \frac{\Gamma_{y1}}{(\omega_{y1})^2} \cdot \Phi_y^{(1)} \cdot \ddot{u}_{y1} = \begin{pmatrix} 0.124 \\ 0.227 \\ 0.29 \\ 0.329 \end{pmatrix} \cdot \text{mm}$$

Forskyvning i etasje 1  
Forskyvning i etasje 2  
Forskyvning i etasje 3  
Forskyvning i etasje 4

Mode 2:

$$u_{y2} := \frac{\Gamma_{y2}}{(\omega_{y2})^2} \cdot \Phi_y^{(2)} \cdot \ddot{u}_{y2} = \begin{pmatrix} 0.006 \\ 0.005 \\ -0.003 \\ -0.016 \end{pmatrix} \cdot \text{mm}$$

Forskyvning i etasje 1  
Forskyvning i etasje 2  
Forskyvning i etasje 3  
Forskyvning i etasje 4

Mode 3:

$$u_{y3} := \frac{\Gamma_{y3}}{(\omega_{y3})^2} \cdot \Phi_y^{(3)} \cdot \ddot{u}_{y3} = \begin{pmatrix} 0.001976 \\ -0.000003 \\ -0.001977 \\ 0.005574 \end{pmatrix} \cdot \text{mm}$$

Forskyvning i etasje 1  
Forskyvning i etasje 2  
Forskyvning i etasje 3  
Forskyvning i etasje 4

Mode 4:

$$u_{y4} := \frac{\Gamma_{y4}}{(\omega_{y0})^2} \cdot \Phi_y^{(0)} \cdot \ddot{u}_{y4} = \begin{pmatrix} 0.0008 \\ -0.001 \\ 0.0005 \\ -0.0004 \end{pmatrix} \cdot \text{mm}$$

Forskyvning i etasje 1  
Forskyvning i etasje 2  
Forskyvning i etasje 3  
Forskyvning i etasje 4

Maksimal forskyvning de fire svingemodene kan gi bestemmes på samme måte som skjærkrefter ved fundamentnivå, ved å kombinere med SRSS.

$$u_{y\_max\_etasje1} := \sqrt{(u_{y1_0})^2 + (u_{y2_0})^2 + (u_{y3_0})^2 + (u_{y4_0})^2} = 0.125 \text{ mm}$$

$$u_{y\_max\_etasje2} := \sqrt{(u_{y1_1})^2 + (u_{y2_1})^2 + (u_{y3_1})^2 + (u_{y4_1})^2} = 0.227 \text{ mm}$$

$$u_{y\_max\_etasje3} := \sqrt{(u_{y1_2})^2 + (u_{y2_2})^2 + (u_{y3_2})^2 + (u_{y4_2})^2} = 0.29 \text{ mm}$$

$$u_{y\_max\_etasje4} := \sqrt{(u_{y1_3})^2 + (u_{y2_3})^2 + (u_{y3_3})^2 + (u_{y4_3})^2} = 0.33 \text{ mm}$$

**Vedlegg 7: SAP2000 output – egenperioder og sum av modale masser**

| <b>TABLE: Modal Participating Mass Ratios</b> |                 |                |               |             |             |              |              |
|-----------------------------------------------|-----------------|----------------|---------------|-------------|-------------|--------------|--------------|
| <b>OutputCase</b>                             | <b>StepType</b> | <b>StepNum</b> | <b>Period</b> | <b>UX</b>   | <b>UY</b>   | <b>SumUX</b> | <b>SumUY</b> |
| Text                                          | Text            | Unitless       | Sec           | Unitless    | Unitless    | Unitless     | Unitless     |
| MODAL                                         | Mode            | 1              | 0.41214       | 0.02193     | 0.00697     | 0.02193      | 0.00697      |
| MODAL                                         | Mode            | 2              | 0.156287      | 0.71293     | 0.07853     | 0.73486      | 0.0855       |
| MODAL                                         | Mode            | 3              | 0.11633       | 0.04019     | 0.23728     | 0.77505      | 0.32277      |
| MODAL                                         | Mode            | 4              | 0.111244      | 0.00561     | 0.00067     | 0.78066      | 0.32345      |
| MODAL                                         | Mode            | 5              | 0.110833      | 0.02161     | 0.3313      | 0.80227      | 0.65474      |
| MODAL                                         | Mode            | 6              | 0.104587      | 0.02327     | 0.10447     | 0.82554      | 0.75922      |
| MODAL                                         | Mode            | 7              | 0.102086      | 0.00152     | 0.02494     | 0.82705      | 0.78415      |
| MODAL                                         | Mode            | 8              | 0.09155       | 0.0000525   | 0.00764     | 0.82711      | 0.79179      |
| MODAL                                         | Mode            | 9              | 0.086894      | 0.00208     | 0.0008      | 0.82918      | 0.79258      |
| MODAL                                         | Mode            | 10             | 0.078843      | 0.00287     | 0.00087     | 0.83205      | 0.79346      |
| MODAL                                         | Mode            | 11             | 0.07823       | 0.0012      | 0.00044     | 0.83325      | 0.79389      |
| MODAL                                         | Mode            | 12             | 0.077799      | 0.00032     | 0.00174     | 0.83357      | 0.79564      |
| MODAL                                         | Mode            | 13             | 0.075178      | 0.00025     | 0.00136     | 0.83383      | 0.797        |
| MODAL                                         | Mode            | 14             | 0.074379      | 0.00001412  | 0.0011      | 0.83384      | 0.79809      |
| MODAL                                         | Mode            | 15             | 0.071818      | 0.00003579  | 0.000001408 | 0.83388      | 0.79809      |
| MODAL                                         | Mode            | 16             | 0.071287      | 0.00068     | 0.00034     | 0.83456      | 0.79843      |
| MODAL                                         | Mode            | 17             | 0.071163      | 0.00024     | 0.00001892  | 0.8348       | 0.79845      |
| MODAL                                         | Mode            | 18             | 0.069579      | 0.00245     | 0.00005587  | 0.83725      | 0.79851      |
| MODAL                                         | Mode            | 19             | 0.066523      | 0.000000677 | 0.00034     | 0.83726      | 0.79885      |
| MODAL                                         | Mode            | 20             | 0.063237      | 0.00015     | 6.886E-07   | 0.83741      | 0.79885      |
| MODAL                                         | Mode            | 21             | 0.061483      | 0.00004597  | 0.00012     | 0.83745      | 0.79896      |
| MODAL                                         | Mode            | 22             | 0.059297      | 0.00207     | 0.00006872  | 0.83952      | 0.79903      |
| MODAL                                         | Mode            | 23             | 0.058733      | 1.38E-08    | 0.00006975  | 0.83952      | 0.7991       |
| MODAL                                         | Mode            | 24             | 0.058296      | 0.00036     | 0.00539     | 0.83988      | 0.80449      |
| MODAL                                         | Mode            | 25             | 0.05686       | 0.000009925 | 0.00095     | 0.83989      | 0.80545      |
| MODAL                                         | Mode            | 26             | 0.055395      | 0.00057     | 0.00549     | 0.84046      | 0.81094      |
| MODAL                                         | Mode            | 27             | 0.054759      | 0.0001      | 0.00021     | 0.84056      | 0.81115      |
| MODAL                                         | Mode            | 28             | 0.054169      | 0.00504     | 0.06045     | 0.84561      | 0.8716       |
| MODAL                                         | Mode            | 29             | 0.052898      | 0.00034     | 0.00696     | 0.84595      | 0.87855      |
| MODAL                                         | Mode            | 30             | 0.050718      | 0.00072     | 0.00001048  | 0.84667      | 0.87857      |
| MODAL                                         | Mode            | 31             | 0.049799      | 0.00092     | 0.000003098 | 0.84759      | 0.87857      |
| MODAL                                         | Mode            | 32             | 0.049512      | 0.00034     | 0.00015     | 0.84793      | 0.87872      |
| MODAL                                         | Mode            | 33             | 0.048719      | 0.00219     | 0.00006146  | 0.85013      | 0.87878      |
| MODAL                                         | Mode            | 34             | 0.047003      | 0.00065     | 0.01439     | 0.85077      | 0.89316      |
| MODAL                                         | Mode            | 35             | 0.046372      | 0.08263     | 0.00134     | 0.9334       | 0.8945       |
| MODAL                                         | Mode            | 36             | 0.045296      | 0.00312     | 0.000001337 | 0.93652      | 0.89451      |
| MODAL                                         | Mode            | 37             | 0.044795      | 0.00023     | 0.00028     | 0.93676      | 0.89479      |
| MODAL                                         | Mode            | 38             | 0.044151      | 0.01984     | 0.00185     | 0.9566       | 0.89663      |
| MODAL                                         | Mode            | 39             | 0.043748      | 0.00062     | 0.000004453 | 0.95722      | 0.89664      |
| MODAL                                         | Mode            | 40             | 0.041919      | 0.00003192  | 0.00005601  | 0.95725      | 0.89669      |
| MODAL                                         | Mode            | 41             | 0.041336      | 0.00017     | 0.00001482  | 0.95742      | 0.89671      |

|       |      |    |          |             |             |         |         |
|-------|------|----|----------|-------------|-------------|---------|---------|
| MODAL | Mode | 42 | 0.041102 | 0.00004452  | 0.000007297 | 0.95747 | 0.89672 |
| MODAL | Mode | 43 | 0.040701 | 0.00017     | 0.00008531  | 0.95763 | 0.8968  |
| MODAL | Mode | 44 | 0.040513 | 9.862E-08   | 0.000001265 | 0.95763 | 0.8968  |
| MODAL | Mode | 45 | 0.039549 | 0.0003      | 0.00008766  | 0.95794 | 0.89689 |
| MODAL | Mode | 46 | 0.039242 | 0.00016     | 0.00022     | 0.9581  | 0.89711 |
| MODAL | Mode | 47 | 0.038967 | 0.00183     | 0.00013     | 0.95993 | 0.89724 |
| MODAL | Mode | 48 | 0.037885 | 0.00041     | 0.000006898 | 0.96034 | 0.89725 |
| MODAL | Mode | 49 | 0.037277 | 0.000002225 | 0.00011     | 0.96034 | 0.89736 |
| MODAL | Mode | 50 | 0.036365 | 0.0003      | 0.000008388 | 0.96064 | 0.89737 |
| MODAL | Mode | 51 | 0.036157 | 0.00002349  | 0.0002      | 0.96067 | 0.89757 |
| MODAL | Mode | 52 | 0.035949 | 8.636E-07   | 0.000006595 | 0.96067 | 0.89758 |
| MODAL | Mode | 53 | 0.035176 | 0.00014     | 0.000004221 | 0.9608  | 0.89758 |
| MODAL | Mode | 54 | 0.034755 | 0.00004821  | 0.00001368  | 0.96085 | 0.8976  |
| MODAL | Mode | 55 | 0.034681 | 0.0000938   | 0.00014     | 0.96094 | 0.89774 |
| MODAL | Mode | 56 | 0.033863 | 0.000009792 | 0.00008162  | 0.96095 | 0.89782 |
| MODAL | Mode | 57 | 0.033598 | 0.00003306  | 0.00027     | 0.96099 | 0.89809 |
| MODAL | Mode | 58 | 0.033477 | 0.0000934   | 0.00002125  | 0.96108 | 0.89811 |
| MODAL | Mode | 59 | 0.033144 | 0.00001027  | 0.00396     | 0.96109 | 0.90208 |
| MODAL | Mode | 60 | 0.033071 | 0.00008586  | 0.02206     | 0.96118 | 0.92413 |
| MODAL | Mode | 61 | 0.032448 | 0.00017     | 0.0002      | 0.96134 | 0.92433 |
| MODAL | Mode | 62 | 0.031929 | 0.00064     | 0.00056     | 0.96198 | 0.92489 |
| MODAL | Mode | 63 | 0.031387 | 0.00001047  | 0.000004785 | 0.96199 | 0.92489 |
| MODAL | Mode | 64 | 0.03075  | 0.00061     | 0.00064     | 0.9626  | 0.92553 |
| MODAL | Mode | 65 | 0.030119 | 0.00000434  | 0.00002744  | 0.9626  | 0.92555 |
| MODAL | Mode | 66 | 0.029914 | 9.242E-07   | 0.00003749  | 0.9626  | 0.92559 |
| MODAL | Mode | 67 | 0.02949  | 0.00004661  | 0.00005807  | 0.96265 | 0.92565 |
| MODAL | Mode | 68 | 0.029267 | 7.464E-07   | 0.00011     | 0.96265 | 0.92576 |
| MODAL | Mode | 69 | 0.029023 | 0.00085     | 0.00126     | 0.9635  | 0.92702 |
| MODAL | Mode | 70 | 0.028932 | 0.0004      | 0.00063     | 0.9639  | 0.92764 |
| MODAL | Mode | 71 | 0.028584 | 0.01485     | 0.0032      | 0.97875 | 0.93084 |
| MODAL | Mode | 72 | 0.02827  | 0.00546     | 0.00029     | 0.98421 | 0.93114 |
| MODAL | Mode | 73 | 0.027939 | 0.00035     | 0.00035     | 0.98456 | 0.93149 |
| MODAL | Mode | 74 | 0.027587 | 0.00079     | 0.00498     | 0.98535 | 0.93646 |
| MODAL | Mode | 75 | 0.02725  | 0.0001      | 0.000001216 | 0.98546 | 0.93646 |
| MODAL | Mode | 76 | 0.026763 | 0.00001315  | 0.00094     | 0.98547 | 0.9374  |
| MODAL | Mode | 77 | 0.02669  | 0.00003774  | 0.00234     | 0.98551 | 0.93974 |
| MODAL | Mode | 78 | 0.026368 | 0.000008794 | 0.00295     | 0.98552 | 0.94269 |
| MODAL | Mode | 79 | 0.026166 | 0.000002519 | 0.00008835  | 0.98552 | 0.94278 |
| MODAL | Mode | 80 | 0.02601  | 0.00002691  | 0.0015      | 0.98554 | 0.94428 |
| MODAL | Mode | 81 | 0.025769 | 0.00014     | 0.01375     | 0.98568 | 0.95803 |
| MODAL | Mode | 82 | 0.025576 | 0.00012     | 0.00651     | 0.9858  | 0.96454 |
| MODAL | Mode | 83 | 0.025288 | 4.852E-07   | 0.00084     | 0.9858  | 0.96538 |
| MODAL | Mode | 84 | 0.024913 | 0.00007075  | 0.00067     | 0.98587 | 0.96605 |
| MODAL | Mode | 85 | 0.02476  | 0.000004045 | 0.00126     | 0.98588 | 0.96732 |
| MODAL | Mode | 86 | 0.024684 | 0.000002342 | 0.00031     | 0.98588 | 0.96762 |
| MODAL | Mode | 87 | 0.024357 | 0.0000004   | 0.00038     | 0.98588 | 0.968   |

|       |      |     |          |             |             |         |         |
|-------|------|-----|----------|-------------|-------------|---------|---------|
| MODAL | Mode | 88  | 0.024324 | 0.000001692 | 0.00007807  | 0.98588 | 0.96808 |
| MODAL | Mode | 89  | 0.023981 | 0.00001477  | 0.00012     | 0.9859  | 0.9682  |
| MODAL | Mode | 90  | 0.023853 | 0.000002719 | 0.00002646  | 0.9859  | 0.96823 |
| MODAL | Mode | 91  | 0.023716 | 2.139E-07   | 0.00003087  | 0.9859  | 0.96826 |
| MODAL | Mode | 92  | 0.023368 | 7.418E-07   | 0.00002596  | 0.9859  | 0.96829 |
| MODAL | Mode | 93  | 0.023047 | 0.00002361  | 0.00013     | 0.98592 | 0.96842 |
| MODAL | Mode | 94  | 0.022777 | 0.00001051  | 0.00008571  | 0.98593 | 0.9685  |
| MODAL | Mode | 95  | 0.022665 | 0.00001628  | 6.131E-08   | 0.98595 | 0.9685  |
| MODAL | Mode | 96  | 0.022491 | 1.783E-08   | 3.353E-07   | 0.98595 | 0.9685  |
| MODAL | Mode | 97  | 0.022451 | 7.082E-07   | 0.00007327  | 0.98595 | 0.96857 |
| MODAL | Mode | 98  | 0.022095 | 0.00000998  | 2.139E-07   | 0.98596 | 0.96857 |
| MODAL | Mode | 99  | 0.021879 | 0.000002333 | 0.000002944 | 0.98596 | 0.96858 |
| MODAL | Mode | 100 | 0.021767 | 0.000007498 | 0.000003591 | 0.98597 | 0.96858 |
| MODAL | Mode | 101 | 0.021624 | 8.223E-07   | 0.0001      | 0.98597 | 0.96868 |
| MODAL | Mode | 102 | 0.021196 | 0.000004251 | 0.00001834  | 0.98598 | 0.9687  |
| MODAL | Mode | 103 | 0.021119 | 2.369E-07   | 0.00002693  | 0.98598 | 0.96873 |
| MODAL | Mode | 104 | 0.02099  | 8.058E-08   | 0.00023     | 0.98598 | 0.96896 |
| MODAL | Mode | 105 | 0.020957 | 0.000009028 | 0.000007908 | 0.98598 | 0.96897 |
| MODAL | Mode | 106 | 0.020606 | 0.00011     | 0.00007421  | 0.9861  | 0.96904 |
| MODAL | Mode | 107 | 0.020508 | 0.000005085 | 0.0000247   | 0.9861  | 0.96907 |
| MODAL | Mode | 108 | 0.020334 | 0.00009703  | 0.00184     | 0.9862  | 0.97091 |
| MODAL | Mode | 109 | 0.020255 | 0.00001199  | 0.000002182 | 0.98621 | 0.97091 |
| MODAL | Mode | 110 | 0.020167 | 0.00003509  | 0.00014     | 0.98624 | 0.97105 |
| MODAL | Mode | 111 | 0.020155 | 0.00001437  | 0.0008      | 0.98626 | 0.97185 |
| MODAL | Mode | 112 | 0.020046 | 0.00013     | 0.00559     | 0.98639 | 0.97744 |
| MODAL | Mode | 113 | 0.019922 | 0.00001899  | 0.000004073 | 0.98641 | 0.97744 |
| MODAL | Mode | 114 | 0.01988  | 6.828E-10   | 3.234E-08   | 0.98641 | 0.97744 |
| MODAL | Mode | 115 | 0.019726 | 0.00002472  | 0.00013     | 0.98643 | 0.97757 |
| MODAL | Mode | 116 | 0.019541 | 0.000001148 | 4.971E-07   | 0.98643 | 0.97757 |
| MODAL | Mode | 117 | 0.019245 | 0.000003742 | 0.00003827  | 0.98644 | 0.97761 |
| MODAL | Mode | 118 | 0.019221 | 0.000000219 | 0.000004978 | 0.98644 | 0.97761 |
| MODAL | Mode | 119 | 0.019112 | 0.00002665  | 0.00008289  | 0.98646 | 0.97769 |
| MODAL | Mode | 120 | 0.019049 | 0.00006272  | 2.678E-07   | 0.98653 | 0.97769 |
| MODAL | Mode | 121 | 0.018976 | 0.00002475  | 0.00003963  | 0.98655 | 0.97773 |
| MODAL | Mode | 122 | 0.018822 | 0.00001215  | 0.00001065  | 0.98656 | 0.97774 |
| MODAL | Mode | 123 | 0.018764 | 0.00008777  | 0.00001894  | 0.98665 | 0.97776 |
| MODAL | Mode | 124 | 0.018548 | 0.00004331  | 0.00007916  | 0.98669 | 0.97784 |
| MODAL | Mode | 125 | 0.018481 | 0.00008966  | 0.0004      | 0.98678 | 0.97825 |
| MODAL | Mode | 126 | 0.01835  | 9.728E-07   | 0.000001665 | 0.98678 | 0.97825 |
| MODAL | Mode | 127 | 0.01818  | 0.000007676 | 0.00022     | 0.98679 | 0.97847 |
| MODAL | Mode | 128 | 0.018075 | 0.000003752 | 0.00001202  | 0.9868  | 0.97848 |
| MODAL | Mode | 129 | 0.018023 | 0.000005915 | 0.00002     | 0.9868  | 0.9785  |
| MODAL | Mode | 130 | 0.017977 | 0.000005435 | 4.618E-07   | 0.98681 | 0.9785  |
| MODAL | Mode | 131 | 0.017899 | 1.241E-08   | 0.00012     | 0.98681 | 0.97862 |
| MODAL | Mode | 132 | 0.017837 | 0.000005154 | 0.00024     | 0.98681 | 0.97886 |
| MODAL | Mode | 133 | 0.017775 | 0.00009972  | 0.00019     | 0.98691 | 0.97905 |

|       |      |     |          |             |             |         |         |
|-------|------|-----|----------|-------------|-------------|---------|---------|
| MODAL | Mode | 134 | 0.017728 | 0.00001016  | 0.00144     | 0.98692 | 0.98049 |
| MODAL | Mode | 135 | 0.017636 | 0.00005089  | 0.00007384  | 0.98697 | 0.98057 |
| MODAL | Mode | 136 | 0.017572 | 4.866E-08   | 0.00034     | 0.98697 | 0.98091 |
| MODAL | Mode | 137 | 0.017479 | 6.217E-07   | 0.00007043  | 0.98697 | 0.98098 |
| MODAL | Mode | 138 | 0.017373 | 7.346E-07   | 0.00002347  | 0.98697 | 0.981   |
| MODAL | Mode | 139 | 0.017343 | 0.00001273  | 0.00006194  | 0.98699 | 0.98106 |
| MODAL | Mode | 140 | 0.017332 | 0.00001993  | 0.00007743  | 0.98701 | 0.98114 |
| MODAL | Mode | 141 | 0.017304 | 0.00003296  | 0.00003519  | 0.98704 | 0.98118 |
| MODAL | Mode | 142 | 0.017085 | 0.000006049 | 0.00008745  | 0.98705 | 0.98126 |
| MODAL | Mode | 143 | 0.017016 | 2.863E-07   | 0.0000108   | 0.98705 | 0.98127 |
| MODAL | Mode | 144 | 0.016802 | 0.000000983 | 0.00002895  | 0.98705 | 0.9813  |
| MODAL | Mode | 145 | 0.016732 | 0.000001256 | 0.00021     | 0.98705 | 0.98151 |
| MODAL | Mode | 146 | 0.016679 | 0.000009293 | 0.00024     | 0.98706 | 0.98174 |
| MODAL | Mode | 147 | 0.016642 | 3.364E-07   | 0.00006868  | 0.98706 | 0.98181 |
| MODAL | Mode | 148 | 0.016619 | 0.000004796 | 0.00003037  | 0.98706 | 0.98184 |
| MODAL | Mode | 149 | 0.016524 | 0.000002369 | 0.00042     | 0.98707 | 0.98226 |
| MODAL | Mode | 150 | 0.016509 | 0.000004175 | 0.00001686  | 0.98707 | 0.98228 |
| MODAL | Mode | 151 | 0.01649  | 0.0000504   | 0.00016     | 0.98712 | 0.98244 |
| MODAL | Mode | 152 | 0.016455 | 0.000003025 | 0.00003948  | 0.98712 | 0.98247 |
| MODAL | Mode | 153 | 0.016374 | 0.00001246  | 0.00004729  | 0.98714 | 0.98252 |
| MODAL | Mode | 154 | 0.016298 | 0.000007346 | 0.00001791  | 0.98714 | 0.98254 |
| MODAL | Mode | 155 | 0.016162 | 0.00007823  | 0.00004292  | 0.98722 | 0.98258 |
| MODAL | Mode | 156 | 0.016125 | 3.426E-07   | 0.00028     | 0.98722 | 0.98286 |
| MODAL | Mode | 157 | 0.016104 | 0.00002816  | 3.248E-07   | 0.98725 | 0.98286 |
| MODAL | Mode | 158 | 0.015984 | 0.00001673  | 0.00012     | 0.98727 | 0.98298 |
| MODAL | Mode | 159 | 0.015966 | 8.392E-07   | 0.000001328 | 0.98727 | 0.98298 |
| MODAL | Mode | 160 | 0.015823 | 0.00006807  | 0.00024     | 0.98734 | 0.98322 |
| MODAL | Mode | 161 | 0.015782 | 0.00002153  | 0.000009982 | 0.98736 | 0.98323 |
| MODAL | Mode | 162 | 0.015756 | 0.00001845  | 0.000008843 | 0.98738 | 0.98324 |
| MODAL | Mode | 163 | 0.015723 | 0.00001972  | 0.00009063  | 0.9874  | 0.98333 |
| MODAL | Mode | 164 | 0.015692 | 0.00003247  | 0.00004084  | 0.98743 | 0.98337 |
| MODAL | Mode | 165 | 0.01567  | 0.00001545  | 0.000009698 | 0.98744 | 0.98338 |
| MODAL | Mode | 166 | 0.015572 | 0.000003476 | 0.00004658  | 0.98745 | 0.98342 |
| MODAL | Mode | 167 | 0.01553  | 0.000003117 | 0.00023     | 0.98745 | 0.98366 |
| MODAL | Mode | 168 | 0.015386 | 0.00006271  | 0.00019     | 0.98751 | 0.98385 |
| MODAL | Mode | 169 | 0.015315 | 0.00004466  | 0.00013     | 0.98756 | 0.98398 |
| MODAL | Mode | 170 | 0.015289 | 0.00001423  | 0.00003358  | 0.98757 | 0.98401 |
| MODAL | Mode | 171 | 0.015249 | 0.00006413  | 0.000007251 | 0.98764 | 0.98402 |
| MODAL | Mode | 172 | 0.015167 | 9.231E-07   | 0.000007527 | 0.98764 | 0.98403 |
| MODAL | Mode | 173 | 0.015084 | 0.00002133  | 0.00014     | 0.98766 | 0.98416 |
| MODAL | Mode | 174 | 0.015072 | 0.000006446 | 0.000001588 | 0.98766 | 0.98416 |
| MODAL | Mode | 175 | 0.014989 | 0.00000165  | 9.955E-07   | 0.98767 | 0.98417 |
| MODAL | Mode | 176 | 0.014935 | 0.000000279 | 0.000009642 | 0.98767 | 0.98418 |
| MODAL | Mode | 177 | 0.01485  | 0.000001506 | 5.644E-07   | 0.98767 | 0.98418 |
| MODAL | Mode | 178 | 0.014767 | 0.00001614  | 0.00006296  | 0.98768 | 0.98424 |
| MODAL | Mode | 179 | 0.014737 | 0.000009025 | 0.00002712  | 0.98769 | 0.98427 |



|       |      |     |          |             |             |         |         |
|-------|------|-----|----------|-------------|-------------|---------|---------|
| MODAL | Mode | 180 | 0.014685 | 0.0000163   | 0.00005883  | 0.98771 | 0.98432 |
| MODAL | Mode | 181 | 0.014623 | 2.306E-07   | 2.862E-07   | 0.98771 | 0.98432 |
| MODAL | Mode | 182 | 0.014546 | 0.0000201   | 1.08E-08    | 0.98773 | 0.98432 |
| MODAL | Mode | 183 | 0.014488 | 0.00001506  | 0.000004182 | 0.98774 | 0.98433 |
| MODAL | Mode | 184 | 0.014428 | 0.000001411 | 9.934E-07   | 0.98775 | 0.98433 |
| MODAL | Mode | 185 | 0.014368 | 0.00003064  | 0.000006333 | 0.98778 | 0.98434 |
| MODAL | Mode | 186 | 0.014232 | 7.262E-07   | 0.00003619  | 0.98778 | 0.98437 |
| MODAL | Mode | 187 | 0.0142   | 0.00005523  | 0.00002216  | 0.98783 | 0.98439 |
| MODAL | Mode | 188 | 0.014081 | 0.00016     | 0.00002507  | 0.98799 | 0.98442 |
| MODAL | Mode | 189 | 0.014025 | 0.00003152  | 0.00000166  | 0.98803 | 0.98442 |
| MODAL | Mode | 190 | 0.013955 | 0.000001413 | 0.0000788   | 0.98803 | 0.9845  |
| MODAL | Mode | 191 | 0.01393  | 0.000024    | 0.00012     | 0.98805 | 0.98462 |
| MODAL | Mode | 192 | 0.013889 | 7.148E-07   | 0.000006268 | 0.98805 | 0.98462 |
| MODAL | Mode | 193 | 0.013873 | 0.000004319 | 0.00000597  | 0.98806 | 0.98463 |
| MODAL | Mode | 194 | 0.013836 | 4.893E-07   | 9.387E-08   | 0.98806 | 0.98463 |
| MODAL | Mode | 195 | 0.013778 | 0.00036     | 0.00024     | 0.98841 | 0.98487 |
| MODAL | Mode | 196 | 0.013747 | 0.00003528  | 0.00003598  | 0.98845 | 0.9849  |
| MODAL | Mode | 197 | 0.013663 | 0.000001496 | 0.000007    | 0.98845 | 0.98491 |
| MODAL | Mode | 198 | 0.013572 | 0.00001444  | 0.00001284  | 0.98847 | 0.98492 |
| MODAL | Mode | 199 | 0.013491 | 5.011E-08   | 4.884E-08   | 0.98847 | 0.98492 |
| MODAL | Mode | 200 | 0.013471 | 0.000004211 | 1.531E-08   | 0.98847 | 0.98492 |

***Vedlegg 8: SAP2000 output – resultater; skjærkrefter og forskyvninger***

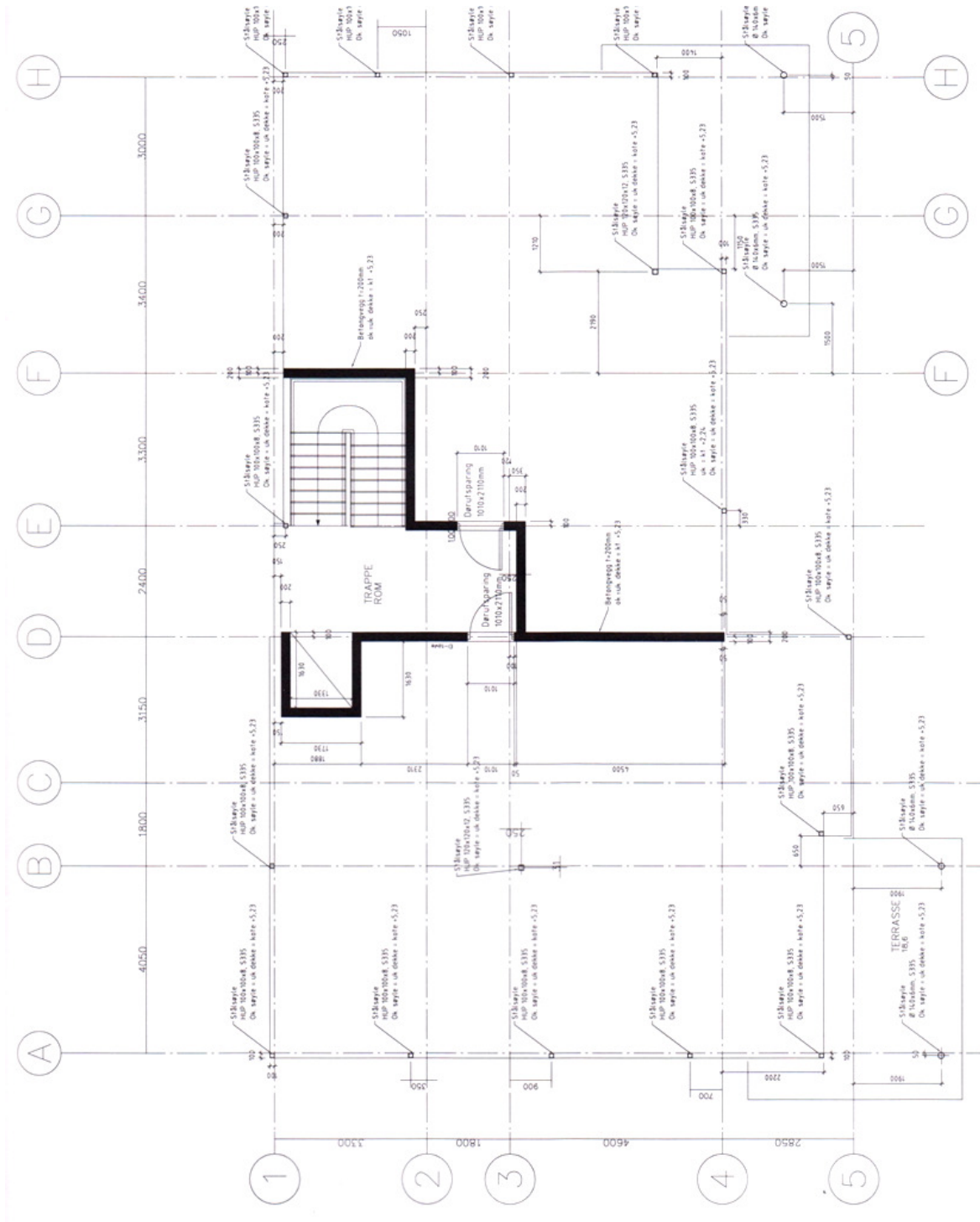
| <b>TABLE: Base Reactions</b> |                 |                 |                |                 |                 |
|------------------------------|-----------------|-----------------|----------------|-----------------|-----------------|
| <b>OutputCase</b>            | <b>CaseType</b> | <b>StepType</b> | <b>StepNum</b> | <b>GlobalFX</b> | <b>GlobalFY</b> |
| Text                         | Text            | Text            | Unitless       | KN              | KN              |
| RSP x-retning                | LinRespSpec     | Max             |                | 773.568         | 299.978         |
| RSP y-retning                | LinRespSpec     | Max             |                | 299.401         | 590.948         |

| <b>TABLE: Joint Displacements</b> |              |                 |                 |           |           |
|-----------------------------------|--------------|-----------------|-----------------|-----------|-----------|
| <b>OutputCase</b>                 | <b>Joint</b> | <b>CaseType</b> | <b>StepType</b> | <b>U1</b> | <b>U2</b> |
| Text                              | Text         | Text            | Text            | mm        | mm        |
| RSP x-retning                     | 295          | LinRespSpec     | Max             | 1.660822  | 1.132436  |
| RSP x-retning                     | 504          | LinRespSpec     | Max             | 1.172266  | 1.785111  |

## Vedlegg 9: Plantegninger boligbygg

Plassering av vegger og søyler i første, andre og tredje etasje:



Plassering av vegger i fjerde etasje:

