



Universitetet
i Stavanger

DET TEKNISK-NATURVITENSKAPELIGE FAKULTET

MASTEROPPGAVE

| | |
|---|--|
| Studieprogram/spesialisering: Konstruksjoner og Materialer | Vårsemesteret, 2010 Åpen |
| Forfatter: Andreas Byre | (signatur forfatter) |
| Faglig ansvarlig: Veileder(e): Professor Jasna B. Jakobsen | |
| Tittel på masteroppgaven: Vindlaster og respons av en VESTAS V27 vindmølle Engelsk tittel: Windloads and response of VESTAS V27 wind turbine | |
| Studiepoeng: 30 | |
| Emneord: - Vindlaster - Ytelse, dreiemoment og aksialkraft - Bladetelementets bevegelsesmengde teori | Sidetall: 63..... + vedlegg/annet:58 Stavanger, 10.06/2010... dato/år |

Sammendrag

Denne oppgaven tar for seg vindlasters innvirkning på vindmølletårnet, rotorbladene og hvordan rotoren omformer vindens kinetiske energi til mekanisk energi, gjennom dreiemoment og ytelse. Det er også gjort statiske beregninger av moment, skjærkraft og deformasjon for rotorblad og vindmølletårn ved ulike vindtilstander. I tillegg til dette er det utført beregninger av stivhet, forskyvning og naturlig frekvens på vindmølletårnet.

Den teoretiske delen av oppgaven begynner med en generell innføring i vindkraft, for så en gjennomgang av de teoriene og metodene som senere danner grunnlaget for beregningsdelen i vedleggene. Kapittel 3 om bladelement teori, er et spesielt viktig tema, ettersom beregninger knyttet til dreiemoment, aksialkraft og ytelse av vindmøllen er beregnet i henhold til denne teorien.

Selve beregningene er gjort i Mathcad. Dette er et beregningsprogram som er svært nyttig til ulike matematiske operasjoner, numeriske beregninger og fremstilling av grafer. Vedleggene B, C og D er produsert i Mathcad, og vindberegningene her er utført i henhold til standardene NS 3491-4, Eurocode 1 og DS-472.

Beregningsdelen i oppgaven omhandler en VESTAS V27 250kW vindmølle. For å sjekke at beregningene gjort for denne vindmøllen er korrekte, har jeg brukt HAWC2. HAWC2 står for "Horizontal Axis Windturbine Code 2" og beregner vindmøllens reaksjoner i et gitt tidsrom. Det var tilstrekkelig informasjon tilgjengelig til å gjøre analyser av en 5MW vindmølle i HAWC2. Ved å tilpasse dimensjonene i Mathcadberegningene til å gjelde for 5MW vindmøllen, var det mulig å sammenligne resultatene mellom analyser gjort i Mathcad og HAWC2. Ved å sjekke avviket mellom mine beregninger i Mathcad opp mot "fasiten" i HAWC2 kan jeg si noe om nøyaktigheten av Mathcadberegningene.

Sammenligning av resultatene fra Mathcad mot tilsvarende utført i HAWC2, viser at dreiemoment og ytelse har et avvik på ca. 7 %, mens avviket for aksialkraft er noe høyere. Hvorfor dette avviket oppstår, er diskutert under kapittel 9, men kan kort oppsummeres til problemer med å modellere rotorbladets noe avanserte utforming. Beregningene for moment, skjærkraft, deformasjon og naturlig frekvens er kontrollert mot resultater beregnet av produsenten og gir fornuftige verdier.

Konklusjonen av beregningene gjort i Mathcadarkene, er at tilstrekkelig informasjon om bladets profil er nødvendig for å oppnå tilfredsstillende resultater. Modelleringen av rotorbladet i beregningene er unøyaktige og er den største faktoren i avviket. Mathcadarkene kan enkelt justeres til å gjelde for en tilfeldig vindmølle med andre dimensjoner.

Forord

Denne masteroppgaven er utført ved Universitetet i Stavanger under veiledning av Professor Jasna Bogunovic Jakobsen. Jeg er svært takknemlig for god veiledning og de tilbakemeldinger jeg har fått.

Jeg vil også benytte sjansen til å takke Professor Jonas Thor Snaebjornsson for å tatt del i oppgaven og stilt sin kunnskap til disposisjon.

Takk til min gode nabo Dr. ing. Einar Leknes for korrekturlesing og gode innspill.

Til slutt vil jeg takke min kjære kone for inspirasjon og støtte gjennom arbeidet med oppgaven.

Innholdsliste

| | |
|--|-----|
| Sammendrag | ii |
| Forord | iii |
| Innholdsliste | iv |
| Figurliste | vii |
| 1 INNLEDNING | 9 |
| 2 GENERELL INNFØRING..... | 10 |
| 2.1 Vindturbin teknologi..... | 10 |
| 2.1.1 Historie | 10 |
| 2.1.2 Moderne vindturbiner | 12 |
| 2.1.3 Norsk vindkraft | 12 |
| 2.1.4 Størrrelse på vindturbiner | 14 |
| 2.2 Grunnleggende vindenergi..... | 15 |
| 2.2.1 Weibull fordeling | 15 |
| 2.2.2 Atmosfæriske grenselag og vindskjær..... | 16 |
| 2.3 Hvordan vind blir til energi..... | 17 |
| 2.3.1 Vindens kinetiske energi | 17 |
| 2.3.2 Tilgjengelig vindenergi..... | 17 |
| 3 BLADELEMENTETS BEVEGELSESMENGDE TEORI (BEM) | 21 |
| 3.1 Bevegelsesmengde teori | 21 |
| 3.1.1 Aksialkraft | 21 |
| 3.1.2 Tangentialkraft | 22 |
| 3.2 Rotorbladets elementteori..... | 23 |
| 3.2.1 Strømning | 24 |
| 3.2.2 Blad element | 25 |
| 3.2.3 Korreksjon for endetap | 26 |
| 3.2.4 Bladelementets bevegelsesmengde ligninger..... | 27 |
| 4 DYNAMISKE OG MEKANISKE LASTER..... | 28 |
| 4.1 Ulike typer laster | 28 |
| 4.2 Last kilder | 29 |
| 4.3 Last antagelser ved design | 29 |
| 4.3.1 Vindmølleklasser | 29 |

| | | |
|-------|--|----|
| 4.3.2 | Normale vindtilstander..... | 30 |
| 4.3.3 | Ekstreme vindtilstander | 32 |
| 4.3.4 | Andre påvirkninger fra miljøet | 33 |
| 4.4 | Bjelketeori for vindmølleblader | 33 |
| 5 | DYNAMISK MODELLERING AV EN VINDMØLLE..... | 38 |
| 5.1 | En frihetsgrad | 38 |
| 5.2 | Aerodynamisk dempning..... | 39 |
| 5.3 | Rayleigh dempning | 40 |
| 5.4 | Prinsipp for virtuelt arbeid på et system av 2 frihetsgrader | 41 |
| 5.5 | Dynamisk system for et vindmølleblad | 43 |
| 6 | VESTAS V27-225kW | 47 |
| 6.1 | Generelle spesifikasjoner | 47 |
| 6.1.1 | Rotor..... | 47 |
| 6.1.2 | Tårn..... | 47 |
| 6.1.3 | Masse og høyder | 47 |
| 6.1.4 | Operasjons data..... | 47 |
| 6.2 | Rotorbladet | 48 |
| 6.2.1 | Rotorblad data..... | 48 |
| 6.2.2 | Rotorbladets oppbygning | 48 |
| 6.3 | Energi produksjon og ytelse | 49 |
| 7 | LASTER PÅ ROTORBLADET I STASJONÆR TILSTAND..... | 50 |
| 7.1 | Motstand- og oppdriftskoeffisienter..... | 50 |
| 7.2 | Dynamisk respons..... | 50 |
| 7.2.1 | Endeforskyvning | 50 |
| 7.2.2 | Dempning | 51 |
| 7.2.3 | Bøyemoment ved roten | 51 |
| 8 | RESULTAT..... | 53 |
| 8.1 | Innledning..... | 53 |
| 8.2 | Analyser gjort for 5MW vindmølle i Mathcad sammenlignet mot HAWC2 | 53 |
| 8.2.1 | Dreiemoment | 54 |
| 8.2.2 | Aksialkraft | 55 |
| 8.2.3 | Ytelse | 56 |
| 8.2.4 | Moment ved rot for stillestående rotorblad kun påvirket av vindtrykk | 56 |
| 8.2.5 | Oversikt over resultat 5MW vindmølle | 57 |

| | | |
|-------|---|----|
| 8.3 | Mathcadanalyse og beregninger av VESTAS V27 | 58 |
| 8.3.1 | Dreiemoment | 58 |
| 8.3.2 | Aksialkraft | 58 |
| 8.3.3 | Ytelse | 58 |
| 8.3.4 | Bøyemoment ved roten av rotorblad - Rotor står i ro med kun vindlast..... | 59 |
| 8.3.5 | Skjærkraft ved roten av rotorblad - Rotor står i ro med kun vindlast..... | 59 |
| 8.3.5 | Deformasjon langs rotorbladet | 59 |
| 9 | KONKLUSJON | 61 |
| 9.1 | Utgangspunkt | 61 |
| 9.2 | HAWC2 kontra Mathcad analyse for 5MW vindmøllen | 61 |
| 9.3 | VESTAS V27..... | 62 |
| 10 | Referanseliste | 63 |

Vedlegg

| | | |
|-----------|---|--------|
| Vedlegg A | Grunnleggende fluid mekanikk (Bernoulli formelen)..... | A1-A2 |
| Vedlegg B | Mathcadanalyse av VESTAS V27 250kW..... | B1-B30 |
| Vedlegg C | Beregninger i Mathcad for ekstreme vindlaster på tårn og rotorblad for V27..... | C1-C10 |
| Vedlegg D | Beregninger av stivhet, deformasjon og naturlig frekvens av tårnet på V27..... | D1-D8 |
| Vedlegg E | Analyse av 5MW vindmølle i HAWC2..... | E1-E7 |

Figurliste

| | |
|--|----|
| Figur 1: Darrieus vindmølle[2]..... | 11 |
| Figur 2: Rotor effektivitet kontra "tip speed ratio"[1] | 11 |
| Figur 3: Deler av vindmølle..... | 12 |
| Figur 4: Maskinhus[3]..... | 12 |
| Figur 5: Årsmiddelvind Norge[4] | 13 |
| Figur 6: Utvikling av vindmøllestørrelse | 14 |
| Figur 7: Weibullfordelinger [7] | 15 |
| Figur 8:Kontrollvolum rundt vindmøllerotor[Fra Conrad Carstensen, "Wind turbines: Technical solutions, challenges and opportunities."] | 18 |
| Figur 9: Skisse av strømningslinjer rundt rotoren, hastighet og trykk opp/nedstrøms for rotoren[9]. | 19 |
| Figur 10: Kraftkoeffisient som en funksjon av u_1/V_0 [10] | 20 |
| Figur 11: Roterende sirkelformet strømningsrør[11]..... | 22 |
| Figur 12: Øverst: Skisse av sirkelformet strømningsrør. Nederst: Bladets element modell [11]..... | 24 |
| Figur 13: Strømning på et rotorblad..... | 24 |
| Figur 14: Vindmølleklasser [13]..... | 30 |
| Figur 15: Turbulens Standardavvik [13]..... | 31 |
| Figur 16: Turbulens intensitet [13]..... | 31 |
| Figur 17: Prinsippskisse som viser de ulike parametrene i et snitt av et vindmølleblad | 34 |
| Figur 18: Koordinatsystem på et snitt av vindmølleblad..... | 34 |
| Figur 19: Skisse av et vindmølleblad [9] | 36 |
| Figur 20: Prinsippskisse av en teknisk bjelke..... | 36 |
| Figur 21: Liten del av bjelken..... | 37 |
| Figur 22: System med en frihetsgrad | 38 |
| Figur 23: System med en frihetsgrad utsatt for aerodynamiske krefter [9] | 40 |
| Figur 24: Dempning som funksjon av frekvens [Fra Hawc2 - Course "Lesson 1: Defining the structure" Risø, DTU] | 41 |
| Figur 25: System med to frihetsgrader[16] | 42 |
| Figur 26: Første flapvise svingeform (1f)..... | 43 |
| Figur 27: Første kantvise svingeform (1e)..... | 44 |
| Figur 28: Andre flapvise svingeform (2f) | 44 |
| Figur 29: Tverrsnitt av et rotorblad [19]..... | 49 |
| Figur 30: Gjennomsnittlig energiproduksjon for VESTAS V27 [17] | 49 |
| Figur 31: Mathcd diagram av dreiemoment for 5MW vindmølle for ulike vindhastigheter | 54 |
| Figur 32: HAWC2 diagram for dreiemoment ved operasjonell drift og 10 m/s vindhastighet | 54 |
| Figur 33: Mathcad diagram over aksialkraft på rotor ved ulike vindhastigheter..... | 55 |
| Figur 34: HAWC2 diagram for aksialkraft ved 10 m/s | 55 |
| Figur 35: Mathcad diagram over ytelse ved ulike vindhastigheter | 56 |
| Figur 36: HAWC2 diagram for ytelse ved en vindhastighet på 10 m/s | 56 |
| Figur 37: Moment ved roten i tilfellet 1 | 57 |
| Figur 38: Moment ved roten i tilfellet 2 | 57 |
| Figur 39: Bøyemoment ved roten for et rotorblad kun påvirket av vindtrykk som funksjon av ulike vindhastigheter | 57 |
| Figur 40: Diagram for dreiemoment som funksjon av ulike vindhastigheter for VESTAS V27..... | 58 |
| Figur 41: Diagram for aksialkraft som funksjon av ulike vindhastigheter | 58 |

| | |
|--|----|
| Figur 42: Diagram for ytelse som funksjon av ulike vindhastigheter | 58 |
| Figur 43: Diagram for bøyemoment ved roten av rotorblad som funksjon av ulike vindhastigheter .. | 59 |
| Figur 44: Diagram for skjærkraft ved roten av rotorblad som funksjon av ulike vindhastigheter..... | 59 |
| Figur 45: Diagram for deformasjon langs rotorbladet ved 25 m/s | 59 |
| Figur 46: Diagram for deformasjon langs rotorbladet ved maks vindhastighet (63.342 m/s)..... | 60 |

1 INNLEDNING

Produksjon av energi ved hjelp av moderne vindmøller, har etter hvert blitt konkurransedyktig i forhold til andre energiformer. Som et resultat av dette, har vindindustrien de siste årene hatt en enorm vekst både i Norge og verden generelt. Et fokus på optimalisering av vindmøllenedesign for hvert enkelt prosjekt ved å modifisere rotorbladet, variere tårnhøyde og generatorkapasitet er med på å gjøre vindmøller til en mer økonomisk energikilde.

Luftens lave tetthet på 1.225kg/m^3 , er ca. 800 ganger lavere enn tettheten for vann, som er den desidert mest brukte energikilder her i landet. Dette er den direkte årsaken til at vindmøllens størrelse er en så viktig faktor for ytelse. En 5MW vindmølle er avhengig av en rotordiameter på over 120 meter, noe som kan være vanskelig å gjennomføre på land og medfører store estetiske inngrep i naturen. Som følge av dette blir det satset mye på offshore baserte vindkraft, der det stort sett bare er teknologien som setter begrensninger for størrelsen på vindmøllene.

Denne oppgaven dreier seg om beregninger av ulike vindlasters innvirkning på vindmøllen og hvordan rotoren omformer vindens kinetiske energi til mekanisk energi. Det er også gjort beregninger for moment, skjærkraft og forskyvning langs rotorbladet som funksjon av ulike vindhastigheter. I tillegg til dette er det beregnet moment ved roten av tårnet ved en ekstrem vindsituasjon (50 års returperiode) og naturlig frekvens.

Det er tatt utgangspunkt i en VESTAS V27 250kW vindmølle og beregningene er stort sett gjort i beregningsprogrammet Mathcad. For å kontrollere beregningene som er gjort i Mathcad, er programmet HAWC2 brukt. Etersom det kun var tilgjengelig data til å analysere en 5MW vindmølle i HAWC2, ble data for denne vindmøllen lagt inn i Mathcadarket for sammenligning av resultater. Kapittel 8 tar for seg de ulike resultatene mellom Mathcad og HAWC2, for å se hvor stort avviket vi får mellom de manuelle beregningene i Mathcad, og analysen i HAWC2. Beregningene som er gjort i Mathcad er i stor grad basert på kapittel 3, som omhandler teori om bladelementets bevegelsesmengde.

HAWC2 er et program som beregner vindmøllens respons i et tidsområde. Programmet er utviklet av Risø, som er det danske forskningsinstituttet for fornybar energi ved Danmarks Tekniske Universitet, DTU.

2 GENERELL INNFORING

2.1 Vindturbin teknologi

2.1.1 Historie

Mennesker har utnyttet vindkraft i lang tid. Dagens vindmøller stammer mest sannsynlig fra Afghanistan, der det er gjort funn av vindmøller med vertikal akse så langt tilbake som på 600-tallet. Også kineserne var tidlig ute med sine "vindhjul" som ble brukt til pumping av vann. Først et par hundre år senere var de første vindmøllene med vertikal akse på plass i Europa.

De første vindmøllene med horisontal akse (som de fleste av dagens vindmøller har) dateres tilbake til 1100-tallet fra områder i nordvest-Frankrike. Disse vindmøllene var hovedsaklig bygd i tre og ble brukt til å male opp korn. Etter hvert som vindmøllekonseptet spredde seg utover Europa ble designet gradvis forandret etter produksjonsnivå og tilgjengelig bygningsmateriale. Ettersom vindmøllene ble større og kraftigere, ble også ulike maskiner koblet til og drevet av vindmøller. Dette var revolusjonerende for tungt arbeid som saging av tømmer og forming av metall. I Nederland har vindmøller hatt spesielt stor betydning for drenering av vann som trenger gjennom dikene og for å hindre sjøen i å oversvømme det lavereliggende landarealet.

Med oppfinnelsen av den elektriske generatoren, varte det ikke lenge før det ble gjort forsøk med å drive generatoren ved hjelp av vindkraft. Det første elektriske ledningsnett hadde et stort transporttap og elektrisitet måtte produseres i nærheten av bruksområdet. Bruk av små vindmøller til strømproduksjon på avsidesliggende gårdsbruk var da ideelt. I Danmark var Poul la Cour (1846-1908) en av de første i verden til å koble en vindmølle til en generator (1891). La Cour gav kurs i hvordan gårdeiere kunne bygge sin egen vindmølle til strømproduksjon og fikk etter hvert installert en av verdens første vindtunneller for å undersøke rotorens aerodynamikk.

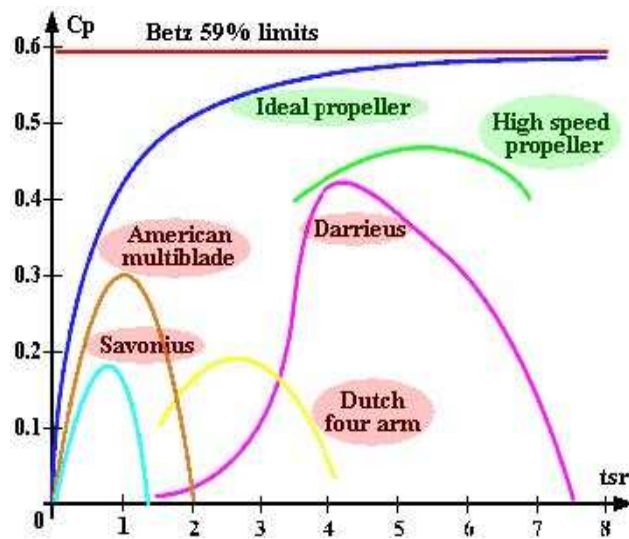
La Cour-Lykkegard vindmøllene ble bygd i ulike størrelser og strømproduksjon. Møllene kunne variere fra 10-35kWh med en rotordiameter opptil 20 meter.

Høye drivstoff priser under den første og annen verdenskrig førte til et økt behov for vindkraft og en kraftig økning av antall vindmøller i disse periodene. Etter den andre verdenskrigen var igjen interessen for vindkraft dalende og ikke før under oljekrisen på 1970 og 80-tallet fikk vindkraft en ny oppsving. Selv med billig elektrisk strøm på 1990-tallet har forskning på vindkraft økt jevnt fram til i dag.

Forskjellige typer vindmøller har blitt bygd i nyere tid. Av disse har vindmøller med horisontal akse vist seg å være de mest økonomiske og effektive. Den nærmeste konkurrenten til vindmøller med horisontal akse er Darrieus vindmøller, som er en type vindmølle med vertikal akse patentert av franskmannen Georges Jean Marie Darrieus i 1931. Selv om det er enkelte fordeler med dette designet er den ikke like effektiv. Dette er vist i Figur 2 i form av en kraft faktor C_p , som er et mål for utnyttelsesgraden av vindenergien^{1,2} (Se også kap. 1.5.2).



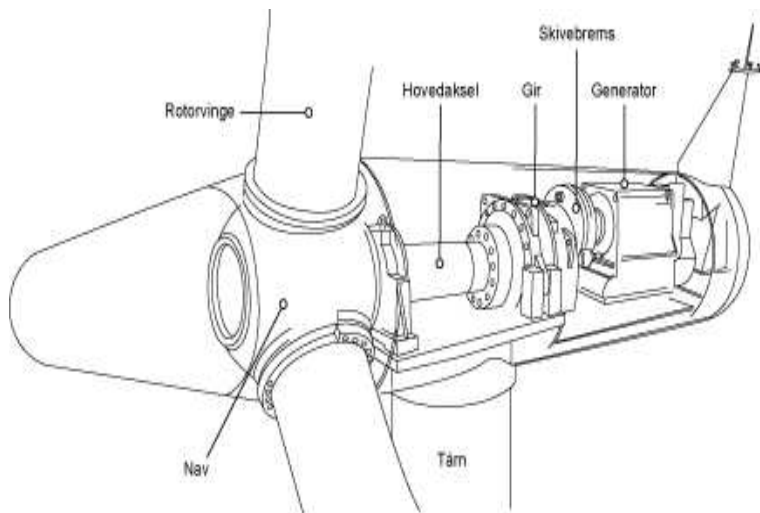
Figur 1: Darrieus vindmølle[2]



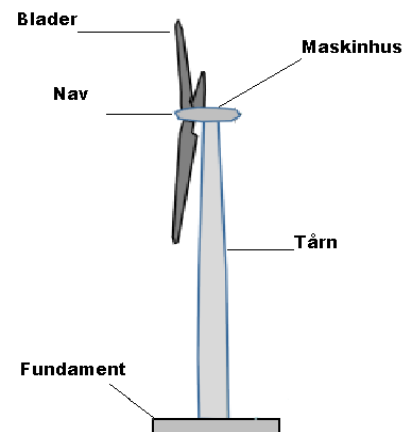
Figur 2: Rotor effektivitet kontra "tip speed ratio"[1]

2.1.2 Moderne vindturbiner

Dagens vindmøller er svært avanserte maskiner. En typisk moderne vindmølle har tre blader, horisontal akse, oppstrøms rotor som kan rotere med varierende hastigheter og aktiv styring av maskinhusets retning i forhold til vindretning og justering av bladvinkel. At vindmøllen kan operere med ulike hastigheter gjør at rotorens RPM (rotasjoner per minutt) varierer og tillater rotoren å operere med maksimum effektivitet ved alle vindhastigheter. Figur 3 og 4³ viser de ulike delene av en vindmølle. I snittet av maskinhuset kan vi se at rotoren er festet til en sent roterende hovedaksel. Giret er bindeleddet mellom hovedakslingen og den høy hastighets roterende generatoren. Som et eksempel vil rotoren rotere med omlag 40RPM og generatoren rotere med omlag 1000RPM.



Figur 4: Maskinhus[3]

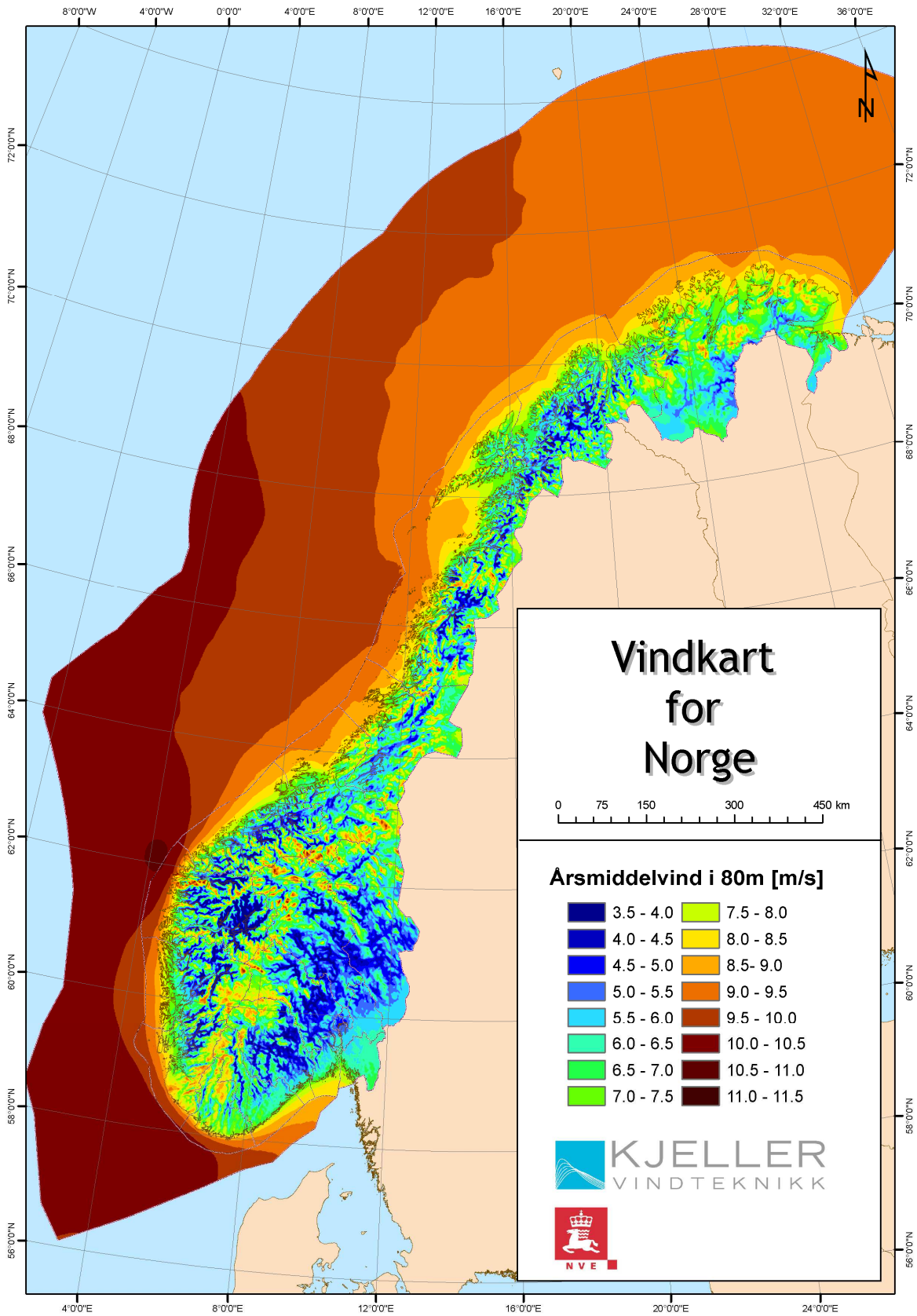


Figur 3: Deler av vindmølle

2.1.3 Norsk vindkraft

I 2009 produserte norske vindkraftverk 980GWh, tilsvarende 0,8 prosent av den samlede kraftproduksjonen i Norge⁴. Dette var en økning på 63GWh fra 2008. Det er bygd ut 18 vindparker med til sammen 200 vindturbiner som gir 431 MW vindkraft i Norge. I fjor ble det installert 2.3MW ny vindkraft, mens 0.3MW ble tatt ut av produksjon. Netto økning i 2009 var dermed 2 MW. Gjennomsnittlig turbin størrelse er nesten 2,2 MW. Som vi kan se står vindkraft pr i dag for en svært liten del av den samlede kraftproduksjonen i Norge. Selv om Norge har noen av de beste forutsetningene for etablering av vindkraftproduksjon i Europa, tar det lang tid fra konsesjonen foreligger til vindkraftverket er realisert. Utbygging av vindmøller medfører negative virkninger som landskaps inngrep, støy, uheldig innvirkning på fugleliv og visuell forurensning. I tillegg har Norge stort sett et overskudd av energi som blir eksportert som billig energi ut i Europa. Et av de store spørsmålene blir da om vi virkelig trenger vindkraft.

Som Fig. 5 viser, er Rogalandskysten et av de beste områdene for offshore vindkraft med en forholdsvis høy årsmiddelvind. Selv om den kraftigste vinden befinner seg i området rundt Stadt, vil eventuelle vindkraftverk her ofte stenge ned som følge av for kraftig og ujevn vind. Kartleggingen viser også at Finmark egner seg svært godt for landbaserte vindkraftverk.⁵

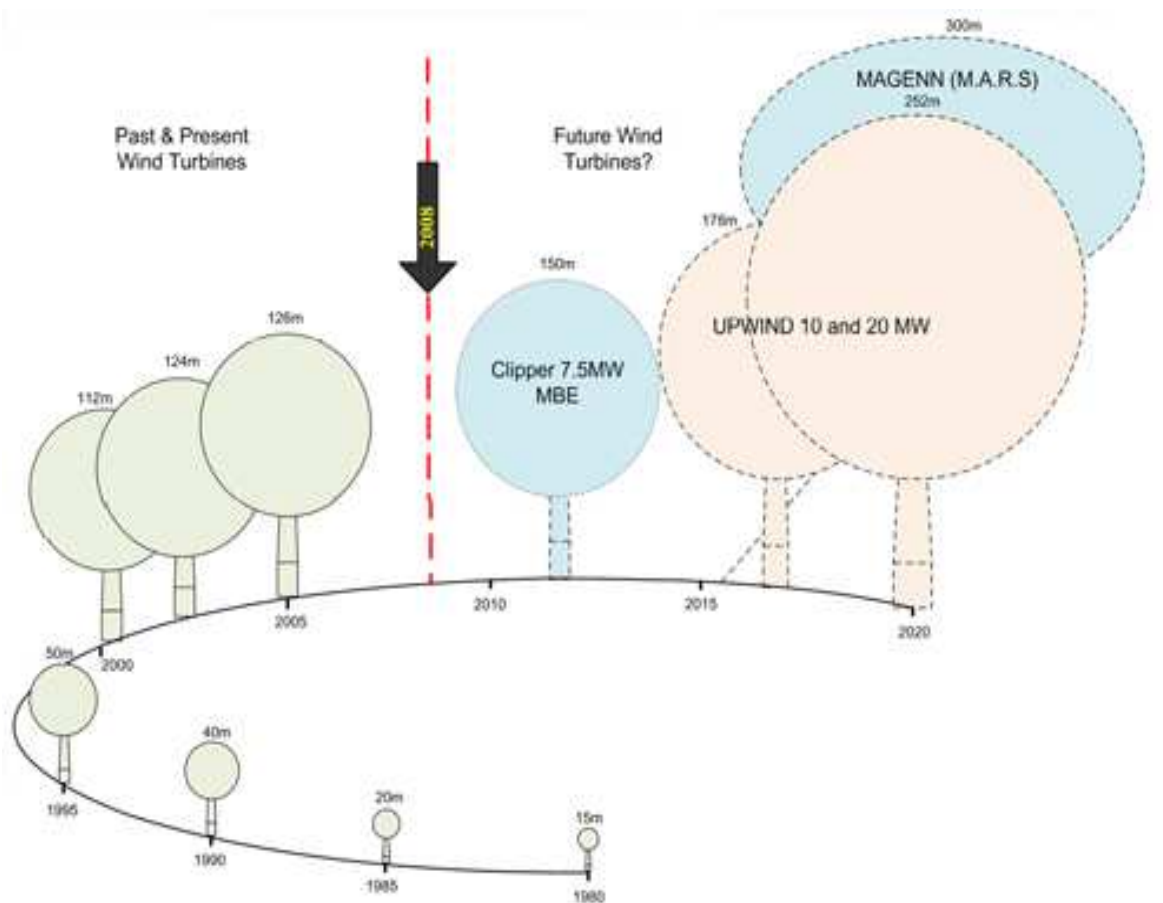


Figur 5: Årsmiddelvind Norge[4]

2.1.4 Størrelse på vindturbiner

De siste tiårene har størrelsen på vindmøller økt betraktelig. Landbaserte vindmøller har per i dag nådd et punkt der størrelsen i stor grad avhenger av mulighet for transport av bladene til monteringssted og kostnaden ved dette. Det sier seg selv at transport av blader med lengder på over 30 meter kan by på problemer med tanke på svingradius og veikurvatur. Et alternativ vil være å frakte disse bladene med helikopter dersom det er mulig. Av egne erfaringer fra Midtfjellet vindpark i Fitjar kommune i Hordaland, vil det være nødvendig å rive enkelte hus i sentrum for at lastebilene med rotorbladene skal komme fram.

For offshore vindmøller spiller størrelse en mindre rolle. Her ser vi fortsatt en jevn økning i størrelse. Vestas tilbyr blant annet sin V112-3.0MW offshore vindmølle med en bladlengde på 54.6 meter. Som fig. 6 viser har rotordiameteren på vindmøller økt kraftig siden 1980-tallet og vi kan fortsatt forvente en videre økning i årene som kommer.



Figur 6: Utvikling av vindmøllestørrelse⁶

2.2 Grunnleggende vindenergi

Vind er i bunn og grunn et produkt av solenergi. Solstråling fører til ujevn oppvarming av jorda, der området rundt ekvator absorberer mer solenergi enn rundt Nord/Sør-polen. Det dannes et ulikt trykk og varme transporteres mot polene med havstrømmer og atmosfæriske vindstrømmer. Den mest kjente vindstrømmen for oss i Norge er Vestavindsbeltet, mens Golfstrømmen er den havstrømmen vi kjenner best til.

2.2.1 Weibull fordeling

På de fleste steder kan vindhastighetens frekvensfordeling over en periode bli beskrevet med en Weibull fordeling. Weibull fordelingen er en funksjon av middelvind og Weibull parametrene c og k . Weibull tilpasningen til hastighetsfordelingen er gitt ved:

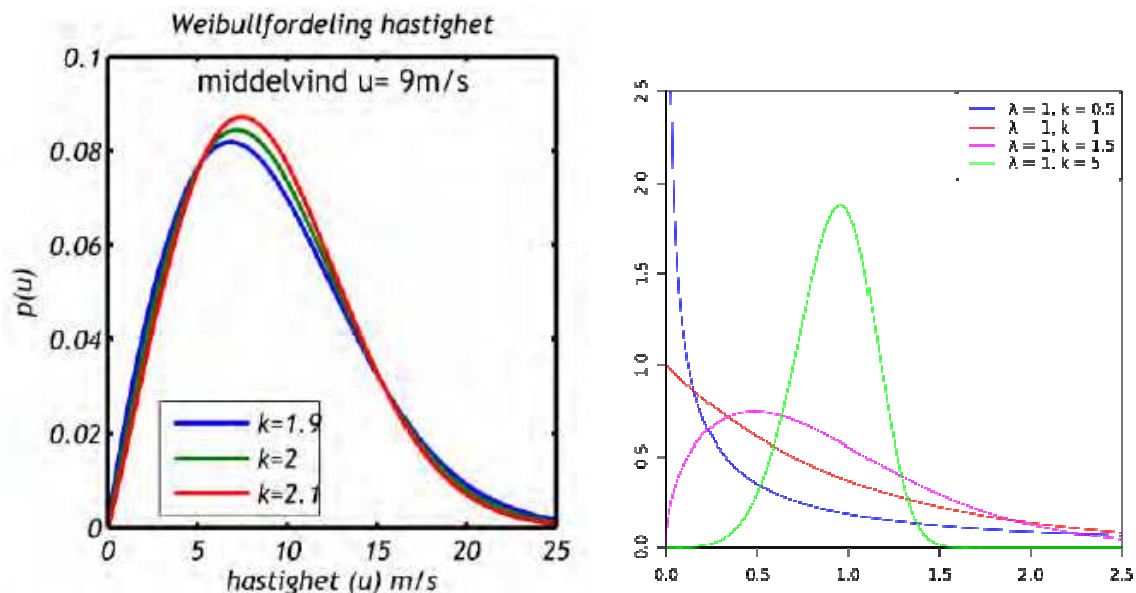
$$f(u) = \frac{k}{c} \left(\frac{u}{c}\right)^{k-1} * \exp\left(-\left(\frac{u}{c}\right)^k\right) \quad (2.1)$$

Der:

u – Midlere vindhastigheten over 10 minutter

c, k – Weibull parametre

Fig. 7 viser en typisk Weibulltilpasning for ulike verdier av form parameteren k og med en middelvind på 9m/s.⁷ Ved $k=1$ vil vi ha eksponential fordeling og ved $k=2$ har vi Reyleigh fordeling. Skalarfaktoren c (λ i figuren til høyre) bestemmer spredningen av fordelingen. En høyere c verdi vil gi en større spredning av fordelingen.



Figur 7: Weibullfordelinger [7]

Som vi kan se av figur 7, der det er tatt utgangspunkt i en middelvindhastighet på 9 m/s, er sannsynligheten for en vindhastigheter på 20 m/s, ca. 1 prosent.

2.2.2 Atmosfæriske grenselag og vindskjær

Atmosfæren er oppdelt i ulike lag. Laget nærmest jordoverflaten blir kalt troposfæren og strekker seg 10 kilometer oppover. For vindmøller er det da denne delen av atmosfæren som er av interesse.

I nærheten av jordoverflaten får vi et atmosfærisk grenselag som følger av luftstrømmer. Innenfor dette grenselaget er det varierende vindhastigheter også kjent som vindskjær. "Vindskjær er forskjell i vindstyrke og/eller vindretning mellom to punkter i atmosfæren".⁸ God kunnskap om lokale vindforhold i det aktuelle området er viktig for å få et optimalt vindmølledesign.

I nærheten av jordoverflaten vil vindprofilen variere med høyde etter følgende formel:

$$u = u_r \frac{\ln \frac{z}{z_r}}{\ln \frac{z_r}{r}} \quad (2.2)$$

Der:

u_r - Referanse vindhastighet

z_r - Referanse høyde

z - Høyde over jordoverflaten

r - Ruhetsfaktor

2.3 Hvordan vind blir til energi

2.3.1 Vindens kinetiske energi

Vindmøller omformer vindens kinetiske energi til elektrisitet. Kunnskaper om lokale vindforhold og målinger av vindhastighet er nyttig for å finne ut hvor mye kinetisk energi som er teoretisk tilgjengelig i vinden. Tilgjengelig kraft P_w , er gitt ved:

$$P_w = \frac{1}{2} \dot{m} V_0^2 \quad (2.3)$$

Der:

V_0 - Vindhastighet

\dot{m} - Massestrømmen gjennom arealet A

Massestrømmen gjennom et areal A er gitt ved:

$$\dot{m} = \rho A V_0 \quad (2.4)$$

Der:

ρ - Luftens massetetthet ($\approx 1.225 \text{ kg/m}^3$)

A - Arealet av rotorskiven ($A = \pi r^2$)

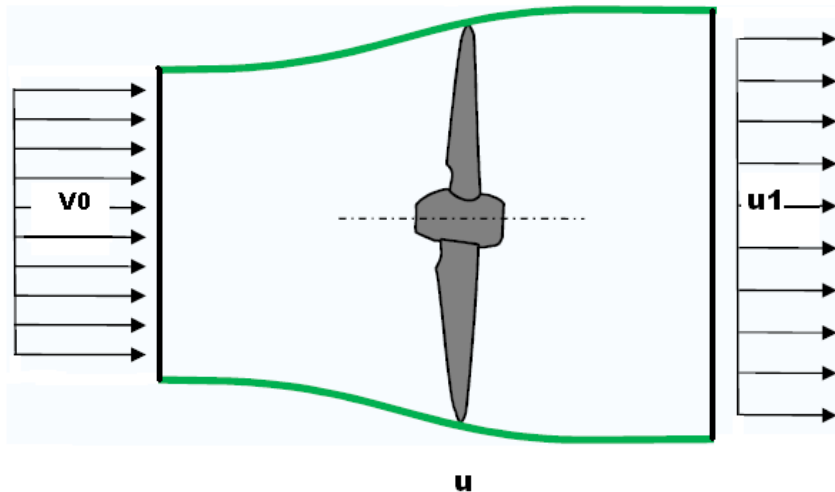
Ved å kombinere de to formlene får vi:

$$P_w = \frac{1}{2} (\rho A V_0) V_0^2 \rightarrow = \frac{1}{2} \rho A V_0^3 \quad (2.5)$$

Som vi ser av denne formelen er kraften, P_w proporsjonal med vindhastigheten opphøyet i tredje potens. Ved en dobling av vindhastigheten vil som følge av denne formelen, kraften åttedobles.

2.3.2 Tilgjengelig vindenergi

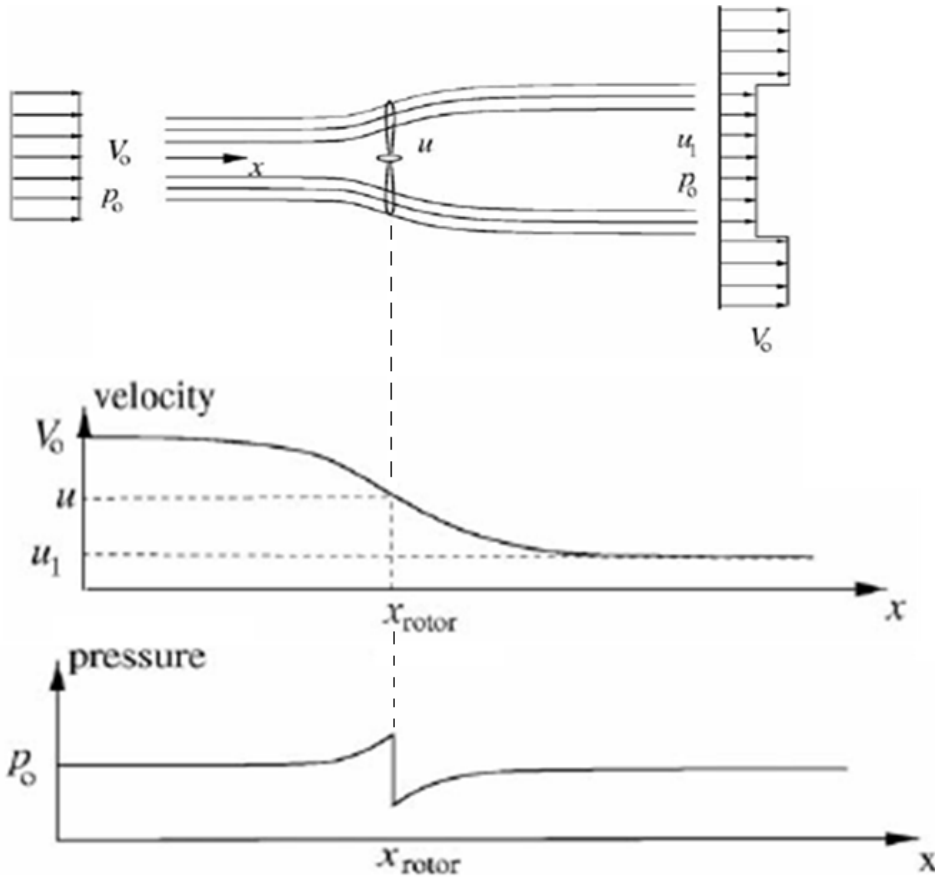
Det er ikke mulig å omforme 100 % av vindens kinetiske energi til mekanisk energi. Fig 8 viser et kontrollvolum rundt en vindmøllerotor der luften går inn i kontrollvolumet med hastigheten V_0 . Ettersom luften passerer vindmøllen blir luftens kinetiske energi omgjort til mekanisk energi og luftens hastighet redusert. Luftens reduserte hastighet ut av kontrollvolumet er u_1 .



Figur 8: Kontrollvolum rundt vindmøllerotor [Fra Conrad Carstensen, "Wind turbines: Technical solutions, challenges and opportunities."]

Mengden omformet energi vil være lik tapet av vindens kinetiske energi, som vil være differansen mellom vindens kinetiske energi ved inngangen og utgangen av kontrollvolumet.

En måte å se på dette er ved hjelp av en metode for beregning av endimensjonal bevegelsesmengde, ved å betrakte en ideell vindturbin. Rotoren blir her betraktet som en tynn sirkulær plate der vi ser bort fra friksjon og eventuelle sirkulære strømningskomponenter bak turbinen. Rotorplatenes motstandskraft reduserer vindhastigheten fra V_0 et godt stykke oppstrøms til u i rotorplanet og u_1 i strømningslinjene bak rotoren. Som følge av dette vil strømningslinjene bevege seg som vist i fig. 9. Motstandskraft kommer fra fallet i trykk over rotoren. Like før rotoren vil det være en liten økning i trykket fra p_0 til p , før trykket faller Δp over rotoren. Nedstrøms vil trykket gradvis øke til det når det opprinnelige atmosfæriske trykket, p_0 . Ut fra antagelser om en ideell rotor kan vi komme fram til enkle sammenhenger mellom vindhastighetene V_0 , u og u_1 , aksialkraft og den absorberte aksialkraften P_b . Aksialkraften virker i retning mot vindstrømningen og kommer av fallet i trykket over rotoren. Det er hovedsakelig aksialkraften som bremser vindhastigheten fra V_0 til u_1 .⁹



Figur 9: Skisse av strømningslinjer rundt rotoren, hastighet og trykk opp/nedstrøms for rotoren[9]

Ved at strømmingen er stasjonær, inkompressibel, friksjonsløs og ingen eksterne krefter virker på fluidet verken opp eller nedstrøms av rotoren kan Bernoulli ligningen brukes. Ligningen er gyldig i området langt oppstrøms til rett foran rotoren og rett bak rotoren til langt nedstrøms. Resultatet av dette (se appendiks A) er at vi sitter igjen med en enkelt betraktning av vindhastigheten i rotorplanet:

$$u = \frac{1}{2}(V_0 + u_1) \tag{2.6}$$

Som vi kan se er vindhastigheten i rotorplanet den midlere hastigheten av vindhastigheten V_0 og den endelige vindhastigheten u_1 .

Mengden energi som vindmøllen absorberer kan betraktes som den energien vinden mister ved å passere vindmøllen, som da vil være differansen mellom kinetisk energi opp/nedstrøms av rotoren.

$$P_w = \frac{1}{2}\dot{m}V_0^2 - \frac{1}{2}\dot{m}u_1^2 = \frac{1}{2}\dot{m}(V_0^2 - u_1^2) \tag{2.7}$$

Beregninger av vindhastigheten V_0 i formel 2.4 viser at halvparten av vindhastigheten reduseres før rotorplanet, men den andre halvparten av reduksjonen skjer etter rotorplanet. Massestrømmen beregnes da ved å bruke gjennomsnittet av V_0 og u_1 :

$$\dot{m} = \rho A \left(\frac{V_0 + u_1}{2} \right) \quad (2.8)$$

Ved å sette 2.8 inn i 2.7 får vi da:

$$P_W = \frac{1}{2} \left(\rho A \left(\frac{V_0 + u_1}{2} \right) \right) (V_0^2 - u_1^2) = \frac{1}{2} \rho A V_0^3 \frac{(1 + \frac{u_1}{V_0})(1 - (\frac{u_1}{V_0})^2)}{2} \quad (2.9)$$

Introduserer den aksiale induksjonsfaktoren som er forholdet mellom vindhastigheten opp- nedstrøms:

$$a = \frac{u_1}{V_0} \quad (2.10)$$

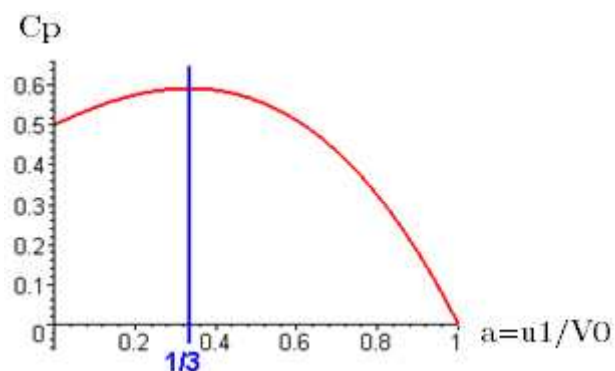
Setter inn i formel 2.9 og får:

$$P_W = \frac{1}{2} \rho A V_0^3 \frac{(1+a)(1-a^2)}{2} \quad (2.11)$$

Der:

$$C_p = \frac{(1+a)(1-a^2)}{2} \quad (2.12)$$

C_p er en kraftkoeffisient som består av vindhastighetene langt oppstrøms (V_0) og langt nedstrøms (u_1) i forhold til rotoren. Det var den tyske fysikeren Albert Betz som i 1919 utviklet "Betz lov" som viser at den maksimale kraftkoeffisienten er ca 16/27 deler eller ca. 59 %. Maks C_p vil inntreffe når u_1 er 1/3 av V_0 , som vist i figuren nedenfor.¹⁰



Figur 10: Kraftkoeffisient som en funksjon av u_1/V_0 [10]

3 BLADELEMENTETS BEVEGELSESMENGDE TEORI (BEM)

Blad elementets bevegelsesmengde teori (BEM) er en måte å beregne kraften som blir overført fra vinden til vindmøllens rotoraksling. Metoden kan både brukes til å analysere eksisterende vindmøller eller i design av nye møller.

BEM metoden ble først utviklet til å bestemme ytelse av flypropeller. BEM deler rotorbladet opp i mindre elementer og ser på aksialtrykk og dreiemomentet som virker på hver enkel del, for deretter å summere opp bidragene langs hele bladet. Aksialkraft og dreiemomentet er her uttrykt ved oppdriftskraft og motstandskraften. I tillegg til dette brukes balanse av bevegelsesmengden gjennom sirkelene som blir formet av de ulike elementene av rotoren som roterer. Ut fra dette kan vi si at BEM er en kombinasjon av 2 metoder/teorier (Bevegelsesmengde teori og Bladelementteori) og som resultat sitter vi igjen med mange likninger som kan løses numerisk.

3.1 Bevegelsesmengde teori

3.1.1 Aksialkraft

Vi vil se på det sirkulære strømningsrøret rundt en vindmøllerotor som vist i fig. 11: Punkt 1 er langt oppstrøms, 2 er rett foran rotorbladene, 3 er rett etter rotorbladene og 4 langt nedstrøms. Det er mellom punkt 2 og 3 transformasjonen av vind til energi skjer og det vil her være som tidligere nevnt en trykkforandring.

Ved å anta at trykket $p_1=p_4$, vindhastighetene $v_2=v_3$ og strømmingen er friksjonsløs mellom punkt 1-2 og 3-4 kan vi bruke Bernoulli's likning. Dette vil gi følgende¹¹:

$$p_2 - p_3 = \frac{1}{2}\rho(V_1^2 - V_4^2) \quad (3.1)$$

Ved at kraft er trykk multiplisert med areal får vi:

$$dF_x = (p_2 - p_3)dA \quad (3.2)$$

$$dF_x = \frac{1}{2}\rho(V_1^2 - V_4^2)dA \quad (3.3)$$

Definerer aksial induksjonsfaktor, a :

$$a = \frac{V_1 - V_2}{V_1} \quad (3.4)$$

Gir oss følgende relasjoner:

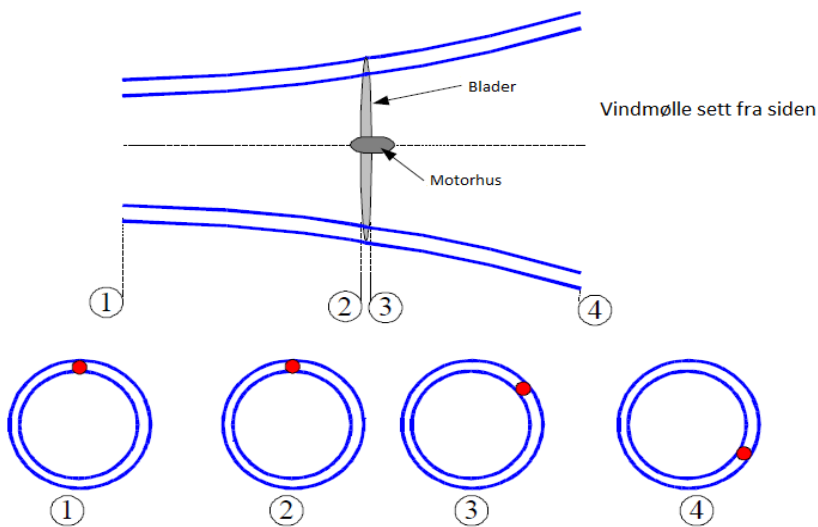
$$V_2 = V_1(1 - a) \quad (3.5)$$

$$V_4 = V_1(1 - 2a) \quad (3.6)$$

Ved å substituere 3.4, 3.5 og 3.6 inn i 3.3 får vi:

$$dF_x = \frac{1}{2} \rho V_1^2 (4a(1 - a)) 2\pi r dr \quad (3.7)$$

Som vi ser i formel 3.7 er arealet dA erstattet med arealet av strømningsrøret med tykkelse dr og avstand r fra bladets rot. $2\pi r$ er da omkretsen den lille delen av rotorbladet følger, multiplisert med en liten tykkelse/lengde dr gjør at vi ender opp med arealet av et strømningsrør som vist i fig.11. For å komme frem til den totale aksialkraften som virker på et rotorblad må vi integrere langs uttrykket langs hele bladets lengde. Dette kan enten gjøres ved numerisk integrasjon (som i Vedlegg B) eller ved hjelp dataprogram.



Figur 11: Roterende sirkelformet strømningsrør[11]

3.1.2 Tangentialkraft

Mellom punkt 2 og 3 i fig. 11 vil rotorens rotasjon gi rotorbladets vindskygge en roterende bevegelse. Ved å se på konservering av spinning som oppstår i det sirkulære strømningsrøret rundt rotoren, vil bladets vindskygge rotere med en vinkelhastighet ω og bladene roterer med en vinkelhastighet Ω . Vi vil da få følgende formler:

$$\text{Tregghetsmoment av en volumsirkel} \quad I = mr^2 \quad (3.8)$$

Drivmoment $L = I\omega$ (3.9)

Dreiemoment $T = \frac{dL}{dt} \rightarrow T = \frac{d(I\omega)}{dt} = \frac{d(mr^2\omega)}{dt} = \frac{dm}{dt}\omega r^2$ (3.10)

For et lite element vil dreiemomentet bli:

$$dT = d\dot{m}\omega r^2 \quad (3.11)$$

For et roterende ringformet element får vi:

$$d\dot{m} = \rho AV_2 \quad (3.12)$$

$$d\dot{m} = \rho 2\pi r dr V_2 \quad (3.13)$$

Ved å sette 3.13 inn i 3.11 får vi:

$$dT = V_2 \rho \omega r^2 2\pi r dr \quad (3.14)$$

Definerer en tangerende komponent til den induserte strømmingen, a' :

$$a' = \frac{\omega}{2\Omega} \quad (3.15)$$

Ved å sette 3.5 og 3.14 inn i formel 3.16 får vi den tangentiale kraften som virker på et roterende fluid element:

$$dT = 4a'(1 - a)\rho V\Omega r^3 \pi dr \quad (3.16)$$

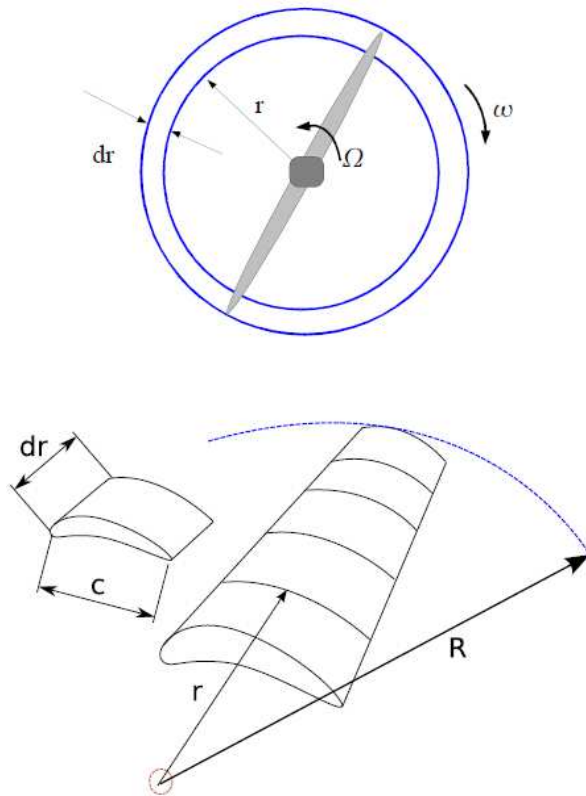
Ved å betrakte bevegelsesmengdeteori har vi nå fått likninger for aksial og tangentialkrefter som virker på fluidet.

3.2 Rotorbladets elementteori

Bladets elementteori har 2 hovedantakelser:

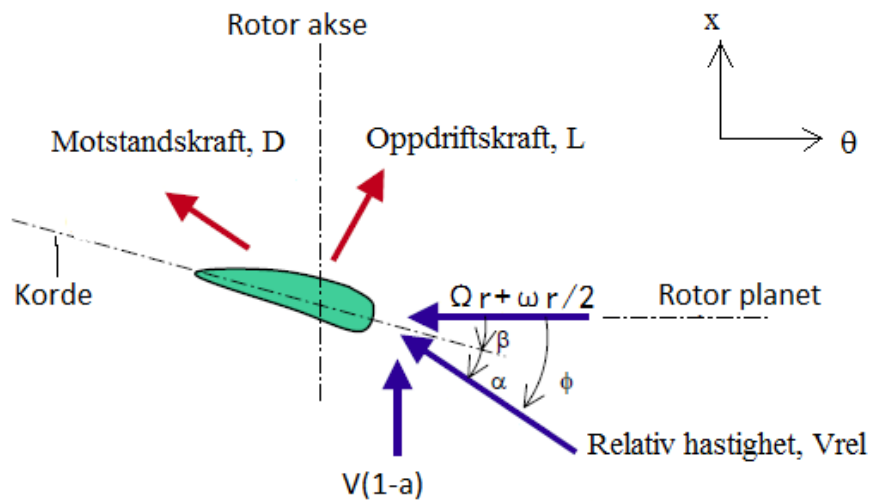
- Det er ingen aerodynamiske virkninger på tvers av elementgrensene langs rotorbladet.
- Kreftene som virker på elementene er kun bestemt av oppdrifts- og motstandskoeffisientene.

Rotorbladet er delt opp i N antall element som vist i fig. 12. Hvert element vil være påvirket av strømning på ulik måte ettersom elementenes roterende hastighet, akselengde og vridning vil variere ut fra posisjon på bladet. Hovedpoenget med BEM er å dele rotorbladet inn i tilstrekkelig antall elementer for så å beregne strømmingen som virker på hvert element. Bladets totale laster får vi ved numerisk integrasjon over hele bladets lengde, R.



Figur 12: Øverst: Skisse av sirkelformet strømningsrør. Nederst: Bladets element modell [11]

3.2.1 Strømning



Figur 13: Strømning på et rotorblad

Strømningen rundt et rotorblad starter i punkt 2 i figur 11 og slutter i punkt 3. Strømningen roterer ikke like foran rotoren, men har i punkt 3 fått en rotasjon med hastighet ω . Den gjennomsnittlige rotasjonen i vindskyggen over bladet vil være $\omega/2$ og bladet roterer med en hastighet Ω . Den gjennomsnittlige tangentielle hastigheten til bladet blir da $\Omega r + \frac{1}{2}\omega r$. Dette kan også skrives som:

$$\Omega r + \frac{\omega r}{2} = \Omega r (1 + a') \quad (3.17)$$

Ut fra fig. 13 får vi følgende uttrykk for vinkelen mellom rotasjonsplanet og den relative hastigheten V_{rel} :

$$\tan\phi = \frac{\Omega r(1+a')}{V(1-a)} \quad (3.18)$$

Der:

V - Strømningshastigheten (V_1)

Ut fra fig. 13 ser vi at β er bladets lokale tilt, som vil si en lokal vinkel mellom korde og rotasjonsplanet. Vi kan finne den lokale angrepsvinkelen ved:

$$\alpha = \phi - \beta \quad (3.19)$$

Det lokale endehastighets forholdet er definert som:

$$\lambda_r = \frac{\Omega r}{V} \quad (3.20)$$

Ved å sette inn 3.20 i 3.18 kan vi forenkle uttrykket til:

$$\tan\phi = \frac{\lambda_r(1+a')}{(1-a)} \quad (3.21)$$

Ut fra fig. 13 kan den relative hastigheten, V_{rel} uttrykkes ved:

$$V_{rel} = \frac{V(1-a)}{\cos\beta} \quad (3.22)$$

3.2.2 Blad element

Kreftene som virker på et bladelement er vist i fig. 13. Som vi ser virker motstandskraften D parallelt og oppdriftskraften L vinkelrett i forhold til strømmingen bladet blir utsatt for. Dvs. at vinkelen mellom motstandskraften og oppdriftskraften som virker på bladet er 90 grader. Ved å dekomponere disse kreftene i x og θ får vi følgende krefter på hvert bladelement:

$$dF_\theta = dL\cos\phi - dD\sin\phi \quad (3.23)$$

$$dF_x = dL\sin\phi + dD\cos\phi \quad (3.24)$$

Der dL og dD er oppdriftskraften og motstandskraften som virker på et element. Disse kan vi finne ut fra følgende formler:

$$dL = C_L \frac{1}{2} \rho V_{rel}^2 cdr \quad (3.25)$$

$$dD = C_D \frac{1}{2} \rho V_{rel}^2 cdr \quad (3.26)$$

Der C_L og C_D er lift og drag koeffisienter som vil variere med ulikt design av bladet og bladets vinkel i forhold til vindstrømmingen. Ved å sette 3.25 og 3.26 inn i 3.23 og 3.24 får vi følgende uttrykk:

$$dF_x = \frac{1}{2} \rho V_{rel}^2 (C_L \sin\phi + C_D \cos\phi) cdr \quad (3.27)$$

$$dF_\theta = \frac{1}{2} \rho V_{rel}^2 (C_L \cos\phi - C_D \sin\phi) cdr \quad (3.28)$$

Disse kreftene virker pr blad og må multipliseres med antall rotorblad for å finne de totale kreftene som virker. Dreiemomentet for et element er den tangentielle kraften multiplisert med radiusen ut til elementet.

$$dT = \frac{1}{2} \rho V_{rel}^2 (C_L \cos\phi - C_D \sin\phi) c r dr \quad (3.29)$$

Denne formelen må også multipliseres med antall rotorblader for å få det totale dreiemomentet. Som vi ser av 3.29 så har drag kraften mye å si for strømproduksjonen i en vindmølle. En økende dragkoeffisient vil gi et lavere dreiemoment som er den kraften som driver akslingene rundt. Ved å sette inn formel 3.22 får vi:

$$dF_x = \sigma' \pi \rho \frac{V^2 (1-a)^2}{\cos^2\phi} (C_L \sin\phi + C_D \cos\phi) r dr \quad (3.30)$$

$$dT = \sigma' \pi \rho \frac{V^2 (1-a)^2}{\cos^2\phi} (C_L \cos\phi - C_D \sin\phi) r^2 dr \quad (3.31)$$

Der σ' er definert som en fraksjon av ringarealet i kontrollvolumet som er dekket av rotorbladene.⁵ σ' er:

$$\sigma' = \frac{c \cdot B}{2\pi r} \quad (3.32)$$

Der c er den lokale korden og B er antall rotorblader.

3.2.3 Korreksjon for endetap

Her kan vi bruke Prandtl's endetaps faktor som tar høyde for at det tidligere har vært antatt at vindmøllen består av et uendelig antall blader. En vindmøllerotor som består av et endelig antall blader, f.eks. 3, som stort sett alle vindmøller med horisontal akse har, vil få et annet virvel/turbulens system i vindskyggen enn en rotor som består av et uendelig antall blader. Prandtl utviklet en korreksjonsfaktor for dette, F . Denne faktoren varierer fra 0 til 1 og vil da redusere kreftene som virker langs rotorbladet.⁹ Det skal sies at Prandtl's endetaps faktor er i mange tilfeller unøyaktig og flere modifikasjoner har blitt foreslått.

$$F = \frac{2}{\pi} \cos^{-1} \left(e \left(- \left(\frac{B}{2} \frac{R-r}{r \sin\phi} \right) \right) \right) \quad (3.33)$$

Der ϕ er vinkelen mellom rotasjonsplanet og den relative hastigheten som vist i fig. 13.

Likningene for aksialkraft og dreiemoment (formel 3.7 og 3.16) blir da:

$$dF_x = F \frac{1}{2} \rho V_1^2 (4a(1-a)) 2\pi r dr \quad (3.34)$$

$$dT = F 4a'(1-a) \rho V \Omega r^3 \pi dr \quad (3.35)$$

I vedlegg B under punkt 10, er endetapet langs rotorbladet beregnet, mens det under punkt 16, er graf over endetapet langs rotorbladet.

3.2.4 Bladelementets bevegelsesmengde ligninger

Vi har nå to ligninger som beskriver aksialkraften som virker på bladet og to likninger som beskriver dreiemomentet. Det ene settet med ligninger fant vi ved hjelp av bevegelsesmengde teori og det andre ved å se på kreftene som virker på bladet og uttrykket dette ved hjelp av oppdrift og motstands koeffisienter som gjelder for bladet. Vi har nå følgende fire ligninger¹¹:

$$dF_x = F \frac{1}{2} \rho V_1^2 (4a(1-a)) 2\pi r dr \quad (3.36)$$

$$dF_x = \sigma' \pi \rho \frac{V^2 (1-a)^2}{\cos^2 \phi} (C_L \sin \phi + C_D \cos \phi) r dr \quad (3.37)$$

$$dT = F 4a'(1-a) \rho V \Omega r^3 \pi dr \quad (3.38)$$

$$dT = \sigma' \pi \rho \frac{V^2 (1-a)^2}{\cos^2 \phi} (C_L \cos \phi - C_D \sin \phi) r^2 dr \quad (3.39)$$

Disse gir følgende sammenhenger som brukes ved design av bladene:

$$\frac{a}{1-a} = \frac{\sigma'(C_L \sin \phi + C_D \cos \phi)}{4F \cos^2 \phi} \quad (3.40)$$

$$\frac{a'}{1-a} = \frac{\sigma'(C_L \cos \phi - C_D \sin \phi)}{4F \lambda_r \cos^2 \phi} \quad (3.41)$$

I formlene 3.40 og 3.41 er hvert sett av ligninger (3.36, 3.37 og 3.38, 3.39) satt lik hverandre og vi har samlet a og a' på venstre side av likhetstegnet. Ved en numerisk beregning vil vi først finne a ut fra formel 3.40 for så å sette inn i 3.41 og finne a' . Dette må gjøres for hvert element langs rotorbladet.

4 DYNAMISKE OG MEKANISKE LASTER

En normert levetid for en vindmølle er ca. 20 år. For at vindmøllen ikke skal bryte sammen i løpet av denne perioden er det viktig å vite hvilke laster konstruksjonen blir utsatt for og hvor de virker. I tillegg til ekstreme vindsituasjoner og utmattingsbrudd, kan også defekter i vindmøllens kontroll og sikkerhetssystem føre til sammenbrudd. Foreksempel vil tap av strøm til generatoren føre til at dreiemomentet som bremses rotoren forsvinner og uten et nødbremsesystem vil rotoren akselerere fritt. Som tidligere vist vil de aerodynamiske kreftene øke ved kvadratet av rotorhastigheten og en ukontrollert økning av denne hastigheten vil gi ekstremt store laster på rotorbladene. Kraftene kan til slutt bli så store at bladene bøyer seg og treffer tårnet eller river seg løs og blir slengt ut av sentrifugalkraften. Det har blitt estimert at flygende rotorblader som følge av for høy rotorhastighet kan lande opp til 300 meter fra vindmøllertårnet.⁹

4.1 Ulike typer laster¹²

Statiske laster

Denne typen last er konstant, varierer ikke med tiden og virker på en konstruksjon som ikke beveger seg. For en vindmølle vil dette være en jevn vind som virker på konstruksjonen uten at bladene roterer og egenvekt av selve konstruksjonen.

Stasjonære laster

Disse lastene varierer heller ikke med tiden, men forskjellen her er at vindmøllen roterer med en jevn hastighet. Som for en ideell vindmølle der vinden blåser med konstant vindhastighet på en vindmølle som roterer. Denne lasten vil endre seg etter vindens innfallsvinkel.

Sykliske laster

Dette er laster som gjentar seg med en viss periode. Disse lastene kommer hovedsakelig av den roterende rotoren. Tyngdekraften som virker på bladene, variasjoner av vindhastigheten og rotasjon av vindmøllertårnet dersom vindretningen forandres, vil ha innvirkning på disse lastene.

Impuls laster

Dette er tidsavhengige laster som oppstår ved at en ekstern kraft virker i et kort tidsintervall på vindmøllen. Ved andre konstruksjoner er dette typisk en kollisjonslast eller lignende som gir høy påkjenning i det korte øyeblikket lasten inntreffer.

Stokastiske laster

I forhold til de andre tidsavhengige lastene vil stokastiske laster inntreffe mer tilfeldig. Under denne kategorien kommer turbulens i vinden der en betraktelig økning i vindhastigheten skjer i løpet av en kort periode.

Resonans

Dette er sykliske laster som oppstår som følge av den dynamiske responsen ved at en vindmølledel blir eksitert i sin naturlige egenfrekvens. Dette kan resultere i store deformasjoner og krefter på vindmøllen som ikke er tatt høyde for under design. Dette må unngås og inntreffer enten ved ekstreme lastsituasjoner eller dårlig design.

4.2 Last kilder⁹

Laster som virker på en vindmølle er ofte kompliserte og ved at flere laster virker samtidig får vi utallige lastkombinasjoner. Det er hovedsaklig fire forskjellige kilder til last som virker på en vindmølle og ved å se på hver enkelt lastkilde separat, kan vi få et litt bedre overblikk over de ulike lastsituasjonene.

Aerodynamikk

Som tidligere beskrevet er dette relatert til de kreftene som oppstår ved at luftstrømmen passerer rotorbladene og resulterer i at rotoren roterer. De lasttilfellene som er av størst betydning, er krefter som øker betraktelig ved høye vindhastigheter og/eller kan føre til utmattingsbrudd. For en stasjonær vindmølle er det hovedsaklig motstandskraften som er av betydning, mens for en operasjonell vindmølle vil oppdriftskraften være av interesse.

Tyngdekraft

Tyngdekraften er en av hovedkreftene som virker på vindmøllebladene. Denne kraften er mer kritisk for store vindmøller med lange rotorblad.

Dynamisk samspill

Bevegelser i vindmøllen som følge av aerodynamiske laster og tyngdekraft fører til laster på andre deler av vindmøllen. Dette kan for eksempel være gyroskopiske krefter som oppstår ved at motorhuset roterer samtidig som rotoren har en bevegelse om motorhusets rotasjonsakse.

Mekanisk kontroll

Store krefter kan oppstå ved enten oppstart av en vindmøllerotor eller kraftig nedbremsing.

4.3 Last antagelser ved design

Dersom vi vet hvorfor til at en last oppstår, vil utfordringen være å finne hvilken tilstand som fører til at vindmøllen blir utsatt for denne lasten. Disse ulike tilstandene blir registrert som ulike lasttilfeller. I definerte lasttilfeller er alltid lastene beregnet fra last antagelser, som til en viss grad stemmer overens med de virkelige lastene vindmøllen er utsatt for. Det er da viktig at de antatte lastene som blir brukt til design av en vindmøllen er større enn de virkelige lastene for å være på sikker side.

4.3.1 Vindmølleklasser

Dagens vindmøller er inndelt i fire klasser som er definert av vindhastighet og turbulens parametre. Selv om disse klassene ikke gjelder for et spesifikt tilfelle vil det stort sett være dekkende for de fleste plasser. Klassene I, II og III er kun til bruk for design av landbaserte vindmøller og tar ikke høyde for

vindmøller til sjøs eller ekstreme situasjoner som orkan og tropiske stormer.¹³ For dette er det en egen vindmølleklasse S, som ikke er aktuell her. De ulike parametrene gjelder for motorhusets høyde over terrenget.

| Wind turbine class | | I | II | III | S |
|--------------------|---------------|------|------|------|----------------------------------|
| V_{ref} | (m/s) | 50 | 42,5 | 37,5 | Values specified by the designer |
| A | I_{ref} (-) | 0,16 | | | |
| B | I_{ref} (-) | 0,14 | | | |
| C | I_{ref} (-) | 0,12 | | | |

Figur 14: Vindmølleklasser [13]

Der:

V_{ref} - referansevindhastighet

A - Høy turbulens kategori

B - Middels turbulens kategori

C - Lav turbulens kategori

Vindmølleklassene blir bare referert til som eksempelvis II_B eller I_A og minimum levetid for vindmøller i klassene I til III er 20 år. I tillegg til disse grunnleggende parametrene er det flere andre viktige parametre som må bestemmes for å få en komplett beskrivelse av det eksterne miljøet for et design.

4.3.2 Normale vindtilstander

En vindmølle skal designes for å tåle påkjenningen fra de vindlaster som er definert av den valgte vindmølleklassen. Vindtilstanden er oppdelt i normal vindtilstand som inntreffer jevnlig i løpet av et år og ekstrem vindtilstand som bare antas å inntreffe en gang i løpet av 50 år.

Den årlige middel vindhastigheten i motorhusets høyde er den viktigste parameteren ved klassifisering av en vindmølle. Middel vindhastigheten over en periode på 10 minutter antas å følge en Rayleigh fordeling som er en spesiell type Weibullfordeling der formfaktoren, $k=2$.

$$P_r(V_{hub}) = 1 - \exp \left[-\pi \left(\frac{V_{hub}}{2V_{ave}} \right)^2 \right] \quad (4.1)$$

Der:

$$V_{ave} = 0.2V_{ref}$$

Vindprofilen for gjennomsnitts vindhastighet som funksjon av høyde over terrenget er gitt ved:

$$V(z) = V_{hub} \left(\frac{z}{z_{hub}} \right)^\alpha \quad (4.2)$$

Der:

α - Settes lik 0,2

Denne vindprofilen blir brukt til å definere gjennomsnittlig vertikalt vindskjær gjennom rotorens rotasjonsområde.¹³

For normal turbulens modell er standardavviket til turbulens gitt ved 90 % kvantilen av vindhastigheten ved motorhusets høyde. For standard vindmølleklassene (I, II og III) er standardavviket gitt ved formelen:

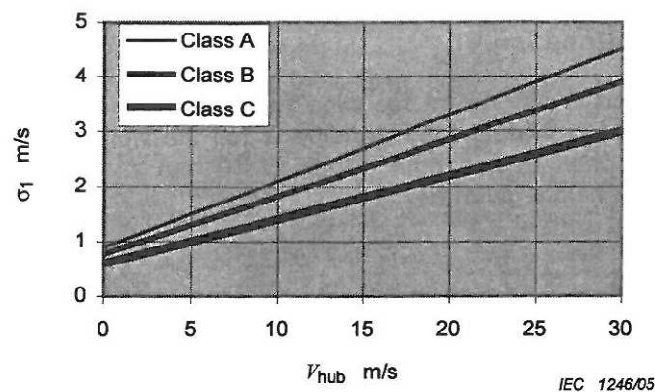
$$\sigma_1 = I_{ref}(0.75V_{hub} + b) \quad (4.3)$$

Der:

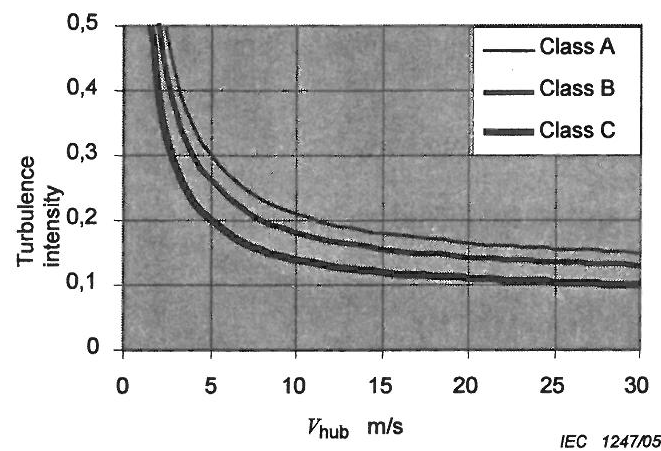
I_{ref} - finnes i fig. 13

$b = 5.6 \text{ m/s}$

Ved design tas også plutselige retningsforandringer av vinden der motorhuset ikke roterer umiddelbart og det oppstår kryssvind i betraktning. Verdier for turbulens standardavviket og turbulensintensitet ved normal vindtilstand er vist i fig. 15 og 16.



Figur 15: Turbulens Standardavvik [13]



Figur 16: Turbulens intensitet [13]

4.3.3 Ekstreme vindtilstander

En vindmølle må være dimensjonert til å tåle de vindhastighetene den blir utsatt for. Dette gjelder for alle tilfeller, bortsett fra ekstreme situasjoner som ved en naturkatastrofe.

Modell for ekstrem vindhastig er basert på referansevindhastigheten, V_{ref} og et konstant turbulens standardavvik, σ_1 , bestemt ut fra området vindmøllen skal plasseres.

For en stasjonær ekstrem vindhastighetsmodell, finner vi de ekstreme vindhastighetene med 1 og 50 års retur periode ved hjelp av følgende formler:

$$V_{e1}(z) = 0.8V_{e50}(z) \quad (4.4)$$

$$V_{e50}(z) = 1.4V_{ref}\left(\frac{z}{z_{hub}}\right)^{0.11} \quad (4.5)$$

Tilsvarende for en turbulent ekstrem vindhastighetsmodell, finner vi her 10 minutters gjennomsnittlig vindhastighet med returperiode på 1 og 50 år ut fra følgende formler:

$$V_1(z) = 0.8V_{50}(z) \quad (4.6)$$

$$V_{50}(z) = V_{ref}\left(\frac{z}{z_{hub}}\right)^{0.11} \quad (4.7)$$

Det må også tas hensyn til vindgust ved maskinhusets høyde. For standard vindmølleklasser, er størrelse av denne plutselige vindøkningen gitt ved:

$$V_{gust} = \min \left[1.35(V_{e1} - V_{hub}); 3.3 \left(\frac{\sigma_1}{1+0.1\left(\frac{D}{\lambda_1}\right)} \right) \right] \quad (4.8)$$

Der:

λ_1 - Turbulens skalerings parameter, for $z < 60m$, $\lambda_1 = 0,7z$

D - Rotorens diameter

Dersom tidsrommet av vindøkningen er større enn $T=10.5s$, er vindhastigheten definert som $V(z)$ i formel 3.2. Ellers er vindhastigheten definert som:

$$V(z, t) = V(z) - 0.37V_{gust} \sin\left(\frac{3\pi t}{T}\right) \left(1 - \cos\left(\frac{3\pi t}{T}\right)\right) \quad (4.9)$$

4.3.4 Andre påvirkninger fra miljøet

Det er ikke bare vindlast som påvirker konstruksjon, utforming og operasjonell drift av en vindmølle. De fleste faktorene av betydning henger sammen med klimaet der vindmøllen skal bygges. Noen av disse er:

- Temperaturforandringer
- Luftens densitet
- Solstråling
- Ising på rotorbladene
- Store fugler som treffer rotorbladene i høy hastighet
- Lyn
- Jordskjelv

4.4 Bjelketeori for vindmølleblader⁹

Et vindmølleblad kan modelleres som en bjelke dersom bøyestivhet og torsjonstivhet på ulike punkt langs bladet er kjent. Ved å bruke bjelketeori kan vi da beregne spenninger og nedbøyning i bladet.

Fig.17 Viser et snitt av bladet og de ulike parametrene som trengs for å beregne nedbøyning av bladet for en gitt last.

Der:

EI_1 – Bøyestivhet om første hovedakse

EI_2 – Bøyestivhet om andre hovedakse

GI_v – Torsjonstivhet

X_E – Avstand fra referansepunkt til elastisitetpunkt

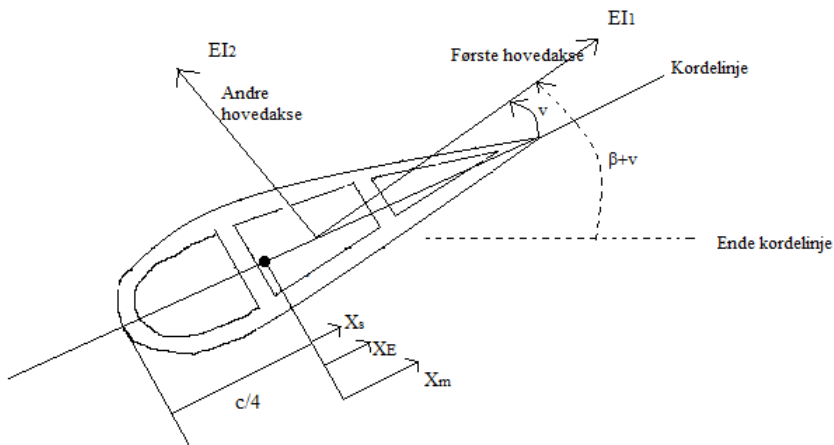
X_m – Avstand fra referansepunkt til massesenter

X_s – Avstand fra referansepunkt til skjærsenter

β – Bladsegmentets vridning i forhold til ende kordelinjen

v – Vinkel mellom kordelinjen og første hovedakse

$v+\beta$ – Vinkel mellom ende kordelinjen og første hovedakse

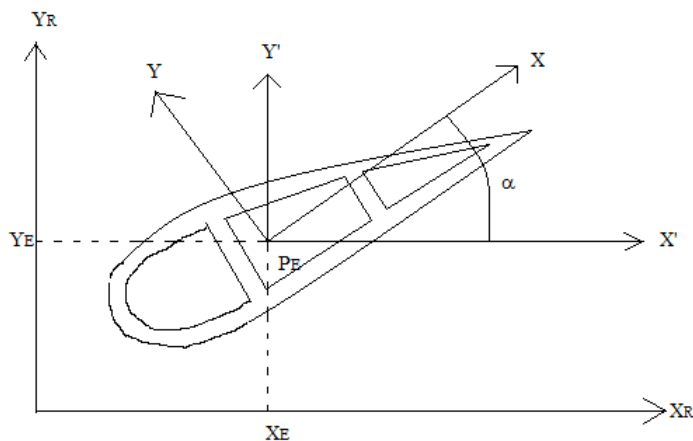


Figur 17: Prinsippkisse som viser de ulike parametrene i et snitt av et vindmølleblad

Elastisitetpunktet er definert som punktet der en normalkraft, ut av planet, ikke vil ha innvirkning på bjelkebøyning. Skjærsenteret er punktet der en kraft i planet ikke vil rotere bladsegmentet. Dersom bjelken bøyes om en av hovedaksene, vil bøyning kun skje om denne akse.

Ut fra fig.18 er følgende verdier definert ut fra referanse koordinatsystemet (X_R, Y_R) :

- Aksial stivhet: $[EA] = \int_A E dA$
- Stivhetsmoment om X_R akse: $[ESx_R] = \int_A E Y_R dA$
- Stivhetsmoment om Y_R Aksen: $[ESy_R] = \int_A E X_R dA$
- Treghetsmoment om X_R akse: $[EIx_R] = \int_A E Y_R^2 dA$
- Treghetsmoment om Y_R Aksen: $[EIy_R] = \int_A E X_R^2 dA$
- Sentrifugal stivhetsmoment: $[EDxy_R] = \int_A E X_R Y_R dA$



Figur 18: Koordinatsystem på et snitt av vindmølleblad

Ut fra disse definisjonene kan vi beregne elastisitetpunktet $P_E=(X_E, Y_E)$ i referanse koordinatsystemet (X_R, Y_R) :

$$X_E = \frac{[ESy_R]}{[EA]} \quad (4.10)$$

$$Y_E = \frac{[ESx_R]}{[EA]} \quad (4.11)$$

For konstante verdier av E og ρ vil elastisitetpunktet være likt som massesenteret av segmentet. Ved å flytte treghetsmomentene og sentrifugal stivhetsmomentet over koordinatsystemet (X', Y') , som er parallelt til referanse koordinatsystemet (X_R, Y_R) og tar utgangspunkt fra elastitetpunktet som vist i fig.18. Vi får da følgende formler:

$$[EI_{X'}] = \int_A E(Y')^2 dA = [EIx_R] - Y_E^2 [EA] \quad (4.12)$$

$$[EI_{Y'}] = \int_A E(X')^2 dA = [EIy_R] - X_E^2 [EA] \quad (4.13)$$

$$[ED_{X'Y'}] = \int_A EX'Y' dA = [EDxy_R] - X_E Y_E [EA] \quad (4.14)$$

Det er nå mulig å beregne vinkelen α mellom X' og første hovedakse og bøyestivhetene om hovedaksen. Den andre hovedaksen står vinkelrett på den første hovedaksen som vist i fig.17.

$$\alpha = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{2[ED_{X'Y'}]}{[EI_{Y'}] - [EI_{X'}]} \right) \quad (4.15)$$

$$[EI_1] = [EI_{X'}] - [ED_{X'Y'}] \tan \alpha \quad (4.16)$$

$$[EI_2] = [EI_{Y'}] + [ED_{X'Y'}] \tan \alpha \quad (4.17)$$

Spenningene i tverrsnittsarealet fra bøyemomentene om hovedaksene og normalkraften finner vi fra følgende formel:

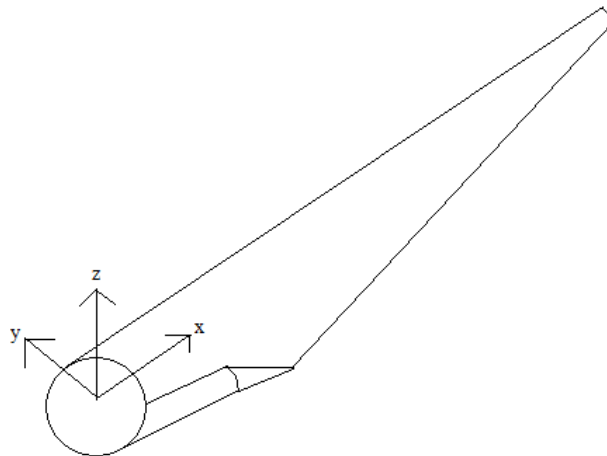
$$\sigma(x, y) = E(x, y) \varepsilon(x, y) \quad (4.18)$$

Der tøyningen er:

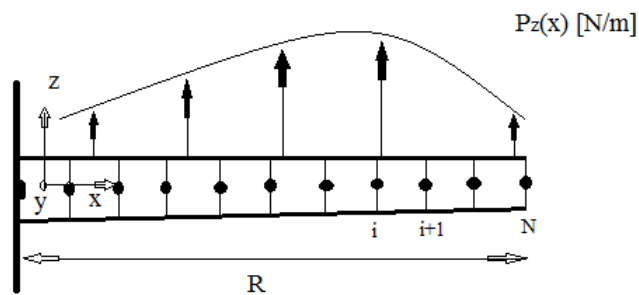
$$\varepsilon(x, y) = \frac{M_1}{[EI_1]} y - \frac{M_2}{[EI_2]} x + \frac{N}{[EA]} \quad (4.19)$$

Spenning, tøyning og normalkraften er positiv ved strekk og negativ ved trykk. Bøyemomentene og normalkraften må beregnes ut fra lasten som virker på rotorbladet. Ettersom et vindmølleblad forholder seg svært stivt når det blir utsatt for torsjon, blir vanligvis torsjonsutbøyning neglisjert.

Et vindmølleblad som vist i fig.19 Kan sees på som en teknisk bjelke som skissert i fig.20



Figur 19: Skisse av et vindmølleblad [9]



Figur 20: Prinsippskisse av en teknisk bjelke

Dersom de eksterne kreftene, P_y og P_z er kjent langs vindmøllebladet, kan vi finne skjærkreftene T_y og T_z og bøyemomentene M_y og M_z :

$$\frac{dT_y}{dx} = -P_y(x) + m(x)\ddot{u}_y(x) \quad (4.20)$$

$$\frac{dT_z}{dx} = -P_z(x) + m(x)\ddot{u}_z(x) \quad (4.21)$$

$$\frac{dM_y}{dx} = T_z \quad (4.22)$$

$$\frac{dM_z}{dx} = -T_y \quad (4.23)$$

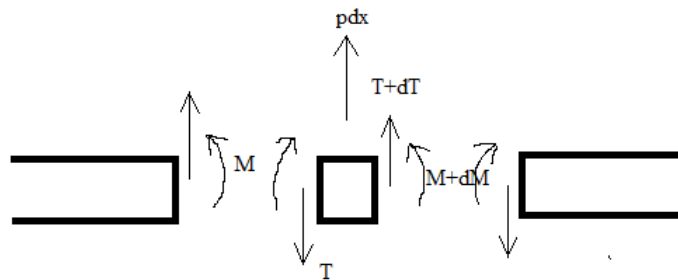
Der:

\ddot{u} - Aksellerasjonen

Disse formlene får vi ved å bruke Newtons andre lov på en liten del dx av bjelken som vist i fig.21. Dersom rotorbladet er i likevekt vil siste ledd i ligning 4.20 og 4.21 forsvinne. Bøyemomentene kan nå transformeres til hovedaksene og dersom Y-aksen legges langs ende kordelinjen får vi følgende uttrykk for bøyemomentene:

$$M_1 = M_y \cos(\beta + v) - M_z \sin(\beta + v) \quad (4.24)$$

$$M_2 = M_y \sin(\beta + v) - M_z \cos(\beta + v) \quad (4.25)$$



Figur 21: Liten del av bjelken

Der:

$\beta+v$ – Vinkelen mellom Y-aksen og første hovedakse som vist i fig.17

Ut fra bjelketeori blir krumningen om hovedaksene:

$$k_1 = \frac{M_1}{EI_1} \quad (4.26)$$

$$k_2 = \frac{M_2}{EI_2} \quad (4.27)$$

Som for bøyemomentene transformeres disse krumningene tilbake til Y-Z aksesystemet og vi får:

$$k_z = -k_1 \sin(\beta + v) + k_2 \cos(\beta + v) \quad (4.28)$$

$$k_y = k_1 \cos(\beta + v) + k_2 \sin(\beta + v) \quad (4.29)$$

Vi kan nå beregne vinkeldeformasjon og utbøyning:

$$\frac{d\theta_y}{dx} = k_y \quad (4.30)$$

$$\frac{d\theta_z}{dx} = k_z \quad (4.31)$$

$$\frac{du_z}{dx} = -\theta_y \quad (4.32)$$

$$\frac{du_y}{dx} = \theta_z \quad (4.33)$$

Dersom vi kjenner lasten i ulike punkt langs bjelken som i fig.20 og antar at lasten varierer lineært mellom punktene og avstanden mellom punktene er konstant kan vi beregne bøyemomentene og utbøyningen numerisk.

5 DYNAMISK MODELLERING AV EN VINDMØLLE

Hovedpoenget med en dynamisk strukturmodell av vindmøllen er å bestemme midlertidige lastvariasjoner i de ulike delene av en vindmølle. Dette blir brukt til å estimere utmatting, stabilitet, deformasjoner og svingninger et vindmølledesign blir utsatt for. Når vi kjenner den dynamiske responsen til de ulike komponentene i vindmøllen, kan den dynamiske responsen til hele strukturen beregnes for de tidsavhengige lastene som konstruksjonen er utsatt for.

En måte å lage en strukturmodell er ved hjelp av prinsippet for virtuelt arbeid.

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = F \quad (5.1)$$

Der:

M - massematrise

C - dempingsmatrise

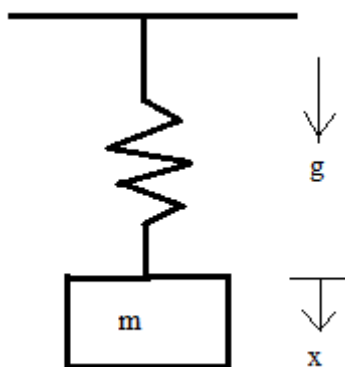
K - stivhetsmatrise

F - kraftvektor for eksterne krefter

Dersom vi vet lasten og nødvendige betingelser for hastighetene og deformasjonene, kan vi løse formelen for akselerasjonene, for så å estimere hastigheter og deformasjoner for neste tids steg. Antall element i x tilsvarer antall frihetsgrader i systemet. Det kan være hensiktsmessig å redusere antall frihetsgrader i et system for å redusere beregningstiden.

5.1 En frihetsgrad¹⁴

Det enkleste dynamiske systemet er en frihetsgrad og består kun av en konsentrert masse som vist i fig. 21. Her vil fjæren strekkes til fjærkraften er lik vekten til klossen, mg.



Figur 22: System med en frihetsgrad

Den dynamiske likevekten til et slikt system med en frihetsgrad er:

$$M\ddot{x} + kx = 0 \quad (5.2)$$

Der k er fjærkonstanten og x er forskyvningen fra statisk likevektsposisjon. Den generelle løsningen på dette systemet kan uttrykkes som:

$$x(t) = C_1 e^{i\omega_n t} + C_2 e^{-i\omega_n t} \quad (5.3)$$

Der C_1 og C_2 er konstanter. Ved å bruke identitetene:

$$e^{+/-iat} = \cos(at) + /-i\sin(at) \quad (5.4)$$

Kan formel 5.3 omskrives til:

$$x(t) = A_1 \cos(\omega_n t) + A_2 \sin(\omega_n t) \quad (5.5)$$

Ved å bruke start betingelsene til systemet kan vi bestemme A_1 og A_2 .

$$x(t = 0) = A_1 = x_0 \quad (5.6)$$

$$\dot{x}(t = 0) = \omega_n A_2 = \dot{x}_0 \quad (5.7)$$

Ved å sette 5.6 og 5.7 inn i 5.5 kommer vi frem til den analytiske løsningen til et udempet systemet med en frihetsgrad:

$$x(t) = x_0 * \cos(\omega_n * t) + \frac{\dot{x}_0}{\omega_n} \sin(\omega_n * t) \quad (5.8)$$

Der ω_n er systemets egenfrekvens, $\sqrt{\frac{k}{M}}$.

5.2 Aerodynamisk dempning⁹

Aerodynamiske laster forårsaket av vindstrømningen forbi vindmøllen kan gi negativ dempning som igjen fører til større svingninger. Ved å ta utgangspunkt i et system med en frihetsgrad som i tillegg blir utsatt for aerodynamiske krefter slik som i fig.23, kan vi på en enkel måte beskrive aerodynamisk dempning. Her er et 2 dimensjonalt vingetverrsnitt festet til en fjær i en vindtunell med en angrepsvinkel α_g , slik at vingetverrsnittet fritt kan bevege seg opp og ned. Dersom rotorbladet beveger seg nedover med en hastighet \dot{x} , vil tverrsnittet bli utsatt for en mothastighet som er motsatt rettet og av samme størrelse. Ved å slå sammen den vertikale vindhastigheten fra rotorbladets rotasjon, \dot{x} og den horisontale vindhastigheten fra vindtunellen, får vi en relativ hastighet som virker på tverrsnittet med en vinkel ϕ . Dersom vi kjenner tverrsnittsdata og oppdriftskoeffisienten for ulike vinkler, kan vi finne angrepsvinkel og kraften som virker i x-retning fra følgende formler:

$$\tan(\phi) = \frac{\dot{x}}{V_0} \quad (5.9)$$

$$\alpha = \alpha_g + \phi \quad (5.10)$$

$$F_x = \frac{1}{2} \rho V_{rel}^2 A C_l(\alpha) \cos(\phi) \quad (5.11)$$

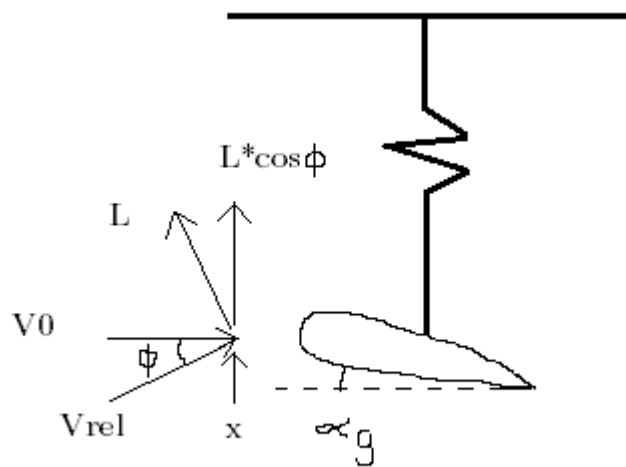
Når tverrsnittet beveger seg nedover vil angrepsvinkelen øke, mens den vil avta når tverrsnittet beveger seg oppover. Dette vil føre til en endring i oppdriftskoeffisienten:

$$C_l = C_{l,0} + \frac{\delta C_l}{\delta \alpha} \Delta \alpha \quad (5.12)$$

Der $C_{l,0}$ er oppdriftskoeffisienten på et tidligere tidspunkt, mens C_l er den oppdriftskoeffisienten med en høyere eller lavere angrepsvinkel. Når tverrsnittet beveger seg nedover, vil oppdriftskoeffisienten og de aerodynamiske kreftene øke og ettersom kreftene i et slikt tilfelle virker i motsatt retning av bladets bevegelse, blir svingningene dempet. Dersom helningen er negativ som i et tilfelle der bladet er kantstilt vil den dempningen også være negativ. Generelt sett kan arbeidet gjort av de aerodynamiske kreftene på tverrsnittet i løpet av en syklus skrives som:

$$W = - \oint \mathbf{F} d\mathbf{x} \quad (5.13)$$

Der F er de aerodynamiske kreftene og x er forflytningen. Dersom arbeidet er positivt, vil tverrsnittet være positivt dempet og motsatt dersom arbeidet er negativt.



Figur 23: System med en frihetsgrad utsatt for aerodynamiske krefter [9]

5.3 Rayleigh demping¹⁵

HAWC2 benytter seg av denne typen demping. Dempningsmatrisen etableres da som en lineær kombinasjon av global stivhets- og massematrisen.

$$\mathbf{C} = \alpha_1 * \mathbf{M} \quad (5.14)$$

Dersom dempninger er proporsjonal med tøyningshastigheten i hvert punkt, er dempningsmatrisen også proporsjonal med stivhetsmatrisen, \mathbf{K} .

$$\mathbf{C} = \alpha_2 * \mathbf{K} \quad (5.15)$$

Ved å koble disse effektene sammen får vi proporsjonal demping eller Rayleigh-dempning:

$$\mathbf{C} = \alpha_1 * \mathbf{M} + \alpha_2 * \mathbf{K} \quad (5.16)$$

Dempningsforholdet blir da:

$$\xi_i = \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha_1}{\omega_i} + \alpha_2 \omega_i \right) \quad (5.17)$$

Dersom vi kjenner dempningsforholdet for to egenfrekvenser, kan vi beregne faktorene α_1 og α_2 ut fra følgende formler:

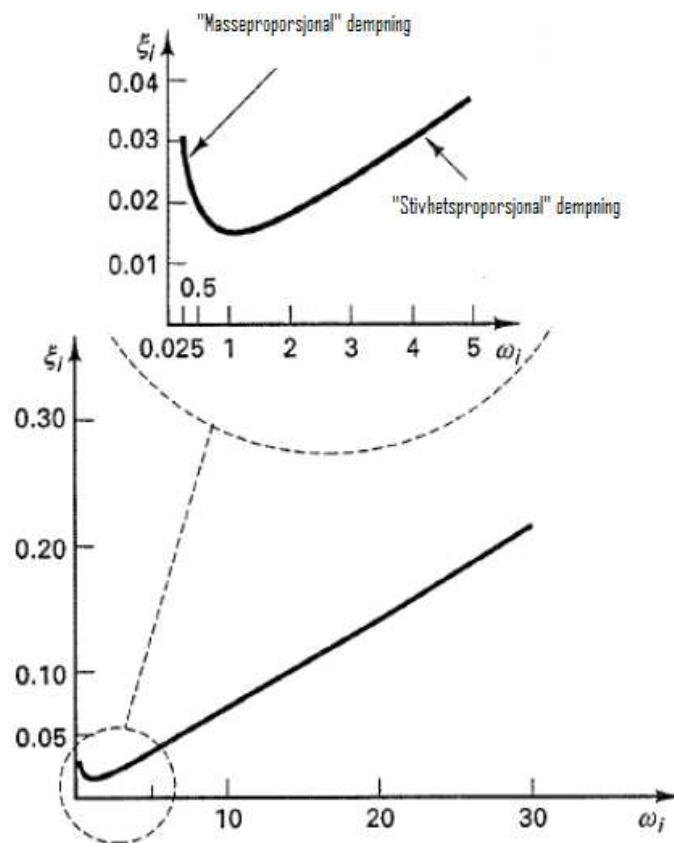
$$\alpha_1 = \frac{2\omega_1\omega_2}{\omega_2^2 - \omega_1^2} (\xi_1\omega_2 - \xi_2\omega_1) \quad (5.18)$$

$$\alpha_2 = \frac{2(\xi_2\omega_2 - \xi_1\omega_1)}{\omega_2^2 - \omega_1^2} \quad (5.19)$$

For HAWC2 må masse og stivhetsproporsjonale dempningsparametre beregnes for vibrasjon i x, y og z retning. Masseproporsjonal dempning styrer den gjennomsnittlige dempningen, mens stivhetsproporsjonal dempning styrer svingninger med høyere frekvens.

Dempningsmatrisen vil da se slik ut:

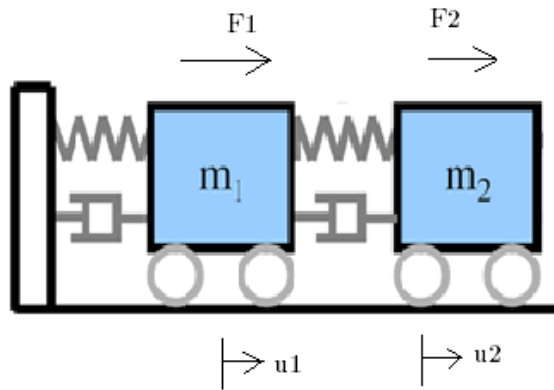
$$C = \alpha_1 M_x + \alpha_2 M_y + \alpha_3 M_z + \alpha_4 K_x + \alpha_5 K_y + \alpha_6 K_z$$



Figur 24: Dempning som funksjon av frekvens [Fra Hawc2 - Course "Lesson 1: Defining the structure" Risø, DTU]

5.4 Prinsipp for virtuelt arbeid på et system av 2 frihetsgrader⁹

Massematrise og stivhetsmatrise sammen med den generaliserte kraftvektoren i fig. 25¹⁶, vil bli satt opp ved hjelp av prinsippet for virtuelt arbeid og generaliserte koordinater.



Figur 25: System med to frihetsgrader[16]

Først definerer vi de generaliserte koordinatene (x_1, x_2) som de relative forskyvningene mellom de to massene:

$$x_1 = u_1 \quad (5.20)$$

$$x_2 = u_2 - u_1 \quad (5.21)$$

Den generaliserte kraftvektoren, F_g , finner vi ved hjelp av prinsippet for virtuelt arbeid som arbeidet gjort av de eksterne kreftene i systemet, F_1 og F_2 , for en forskyvning av en av de generaliserte koordinatene, mens den andre er lik null. Den første komponenten finner vi ved at $x_1=1$ og $x_2=0$ når $F_{g,1} = F_1 + F_2$ siden en forskyvning av den første masse vil medføre en forskyvning på den andre. Den andre komponenten finner vi ved at $x_1=0$ og $x_2=1$ når $F_{g,2} = F_2$ ettersom det her bare er den andre massen som forflytter seg. På samme måte finner vi massematrisen ved at vi angir en enhetsakselerasjon til en av de generaliserte koordinatene, mens den andre er lik null. Vi ender da opp med følgende to massematriser:

$$\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} \\ m_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 + m_2 \\ m_2 \end{bmatrix} \quad (5.22)$$

$$\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{12} \\ m_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_2 \\ m_2 \end{bmatrix} \quad (5.23)$$

Som gir den endelige massematrisen:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1 + m_2 & m_2 \\ m_2 & m_2 \end{bmatrix} \quad (5.24)$$

Den første kolonnen i stivhetsmatrisen finner vi når den generaliserte kraften fører til en enhetsforflyttelse av den første generaliserte koordinaten. Dvs. $x_1=1$ og $x_2=0$, mens de eksterne kreftene som kreves for denne enhetsforflyttelsen er $F_1=k_1$ og $F_2=0$. Den korresponderende generaliserte kraften vil da være $F_{g,1} = F_1 + F_2 = k_1$ og $F_{g,2} = F_2 = 0$. Dette gir den første kolonnen i stivhetsmatrisen som følger:

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} \\ k_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.25)$$

Den andre kolonnen finner vi tilsvarende ved den nødvendige kraften som trengs for å forflytte den andre generaliserte koordinaten, $x_2=1$. Den første massen må da stå stille som medfører at $F_1=-k_2$, mens den andre masse må forflytte seg en enhetslengde som gir kraften $F_2=k_2$. Vi ender da opp med følgende generaliserte krefter, $F_{g,1}= F_1+F_2=0$ og $F_{g,2}=F_2= k_2$. Den andre kolonnen i stivhetsmatrisen blir da:

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{12} \\ k_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ k_2 \end{bmatrix} \quad (5.26)$$

Stivhetsmatrisen for systemet blir da:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{bmatrix} \quad (5.27)$$

Dempingsmatrisen finner vi på samme måte som stivhetsmatrisen og massematrisen. Forskjellen her er at vi bruker den generaliserte kraften som gir de ulike koordinatene enhetshastigheter.

Dempingsmatrisen blir da:

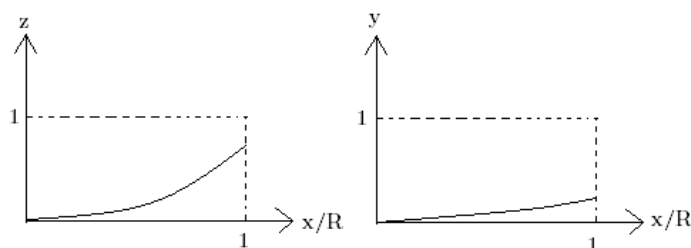
$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_1 & 0 \\ 0 & c_2 \end{bmatrix} \quad (5.28)$$

Der c_1 og c_2 er koeffisientene for den viskøse dempingen i de to demperne. Vi ender da opp med følgende uttrykk for systemet med 2 frihetsgrader:

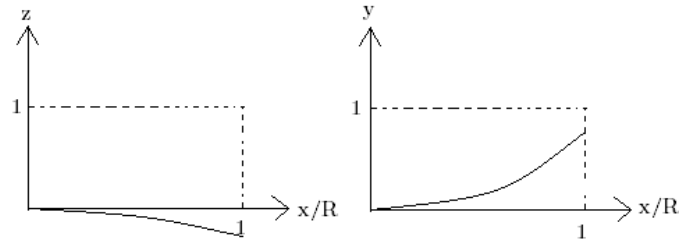
$$\begin{bmatrix} m_1 + m_2 & m_2 \\ m_2 & m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 & 0 \\ 0 & c_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 + F_2 \\ F_2 \end{bmatrix} \quad (5.29)$$

5.5 Dynamisk system for et vindmølleblad⁹

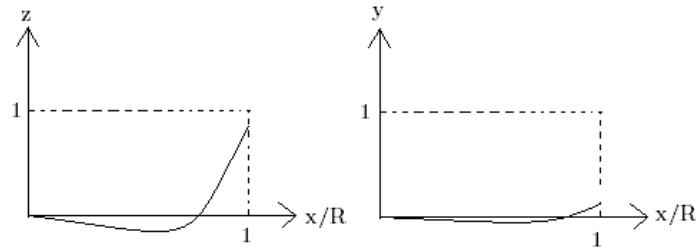
Metoden med generaliserte koordinater kan også brukes på et vindmølleblad. Dersom de første normaliserte svingeformene til bladet med maks forskyvning på 1m er kjent. Vi kan da sette opp matrisene for systemet. Det er her gått ut fra at første flapvise ($u_z^{1f}(x)$) og kantvise svingeform ($u_z^{1e}(x)$) og andre flapvise ($u_z^{2f}(x)$) svingeform er kjent. Disse svingeformene vil typisk se slik ut:



Figur 26: Første flapvise svingeform (1f)



Figur 27: Første kantvise svingeform (1e)



Figur 28: Andre flapvise svingeform (2f)

Ved å beskrive deformasjonen i bladet som en linear kombinasjon av disse tre svingeformene får vi følgende deformasjoner:

$$u_z(x) = x_1 * u_z^{1f}(x) + x_2 * u_z^{1e}(x) + x_3 * u_z^{2f}(x) \quad (5.30)$$

$$u_y(x) = x_1 * u_y^{1f}(x) + x_2 * u_y^{1e}(x) + x_3 * u_y^{2f}(x) \quad (5.31)$$

Sett ut fra bladets koordinater vil x-retningen gå langs bladets lengderetning, mens positiv z-retning vil være vertikalt oppover og positiv y-retning vil gå ut fra bladets avrundede kant. Bladets forskyvninger beskrives her kun med tre parametre som er de generaliserte koordinatene x_1 , x_2 og x_3 . Ettersom svingeformene for bladet er konstante, vil hastighetene og akselerasjonene langs bladet være:

$$\dot{u}_z(x) = x_1 * \dot{u}_z^{1f}(x) + x_2 * \dot{u}_z^{1e}(x) + x_3 * \dot{u}_z^{2f}(x) \quad (5.32)$$

$$\dot{u}_y(x) = x_1 * \dot{u}_y^{1f}(x) + x_2 * \dot{u}_y^{1e}(x) + x_3 * \dot{u}_y^{2f}(x) \quad (5.33)$$

$$\ddot{u}_z(x) = x_1 * \ddot{u}_z^{1f}(x) + x_2 * \ddot{u}_z^{1e}(x) + x_3 * \ddot{u}_z^{2f}(x) \quad (5.34)$$

$$\ddot{u}_y(x) = x_1 * \ddot{u}_y^{1f}(x) + x_2 * \ddot{u}_y^{1e}(x) + x_3 * \ddot{u}_y^{2f}(x) \quad (5.35)$$

Den generaliserte kraften for hver enkelt svingeform er arbeidet som er gjort på denne svingeformen av de eksterne lastene $p_z(x)$ og $p_y(x)$, uten innvirkning fra de andre svingeformene. Vi vil da få følgende uttrykk for de tre generaliserte kreftene:

$$F_{g,1} = \int P_z(x)u_z^{1f}(x)dx + \int P_y(x)u_y^{1f}(x)dx \quad (5.36)$$

$$F_{g,2} = \int P_z(x)u_z^{1e}(x)dx + \int P_y(x)u_y^{1e}(x)dx \quad (5.37)$$

$$F_{g,3} = \int P_z(x)u_z^{2f}(x)dx + \int P_y(x)u_y^{2f}(x)dx \quad (5.38)$$

Vi finner den første kolonnen av massematrisen ved å evaluere de generaliserte kreftene fra de eksterne kreftene som korresponderer til massekreftene for en enhetsakselerasjon for den første frihetsgraden, mens de andre er satt lik null. Dette gir oss $(\ddot{x}_1, \ddot{x}_2, \ddot{x}_3) = (1,0,0)$ i første tilfellet. Ved å bruke formlene 5.34 og 5.35 får vi massekreftene

$$(P_y, P_z) = (m\ddot{u}_y, m\ddot{u}_z) = (m\ddot{u}_y^{1f}, m\ddot{u}_z^{1f}) \quad (5.39)$$

Den første kolonnen i massematrisen blir da:

$$\begin{bmatrix} m_{11} \\ m_{21} \\ m_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \int u_z^{1f}(x)m(x)u_z^{1f}(x)dx & \int u_y^{1f}(x)m(x)u_y^{1f}(x)dx \\ \int u_z^{1f}(x)m(x)u_z^{1e}(x)dx & \int u_y^{1f}(x)m(x)u_y^{1e}(x)dx \\ \int u_z^{1f}(x)m(x)u_z^{2f}(x)dx & \int u_y^{1f}(x)m(x)u_y^{2f}(x)dx \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} GM_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.40)$$

Det første elementet blir den første generaliserte massen, mens de to andre elementene blir lik null på grunn av ortogonalitet og betingelsesligninger mellom egensvingeformene. På tilsvarende vis finner vi de to siste kolonnene i massematrisen til å være henholdsvis:

$$\begin{bmatrix} m_{12} \\ m_{22} \\ m_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ GM_2 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ og } \begin{bmatrix} m_{13} \\ m_{23} \\ m_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ GM_3 \end{bmatrix}$$

Den første kolonnen i stivhetsmatrisen finner vi ved å bruke den generaliserte kraften som trengs for å forskyve den første generaliserte koordinaten en statisk enhetsforskyvning. Her er nedbøyningen lik u_y^{1f}, u_z^{1f} . De lastene som gir denne nedbøyningen er:

$$P_z = m\omega_1^2 u_z^{1f} \quad (5.41)$$

$$P_y = m\omega_1^2 u_y^{1f} \quad (5.42)$$

Ettersom vi for første kolonne ser på nedbøyning for første svingeformen vil $\omega = \omega_1$ som er egenfrekvensen til den første flapvise svingeformen. Første kolonne i stivhetsmatrisen vil da bli:

$$\begin{bmatrix} k_{11} \\ k_{21} \\ k_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \int \omega_1 u_z^{1f}(x)m(x)u_z^{1f}(x)dx & \int \omega_1 u_y^{1f}(x)m(x)u_y^{1f}(x)dx \\ \int \omega_1 u_z^{1f}(x)m(x)u_z^{1e}(x)dx & \int \omega_1 u_y^{1f}(x)m(x)u_y^{1e}(x)dx \\ \int \omega_1 u_z^{1f}(x)m(x)u_z^{2f}(x)dx & \int \omega_1 u_y^{1f}(x)m(x)u_y^{2f}(x)dx \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_1 GM_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.43)$$

På samme måte kommer vi frem til de siste to kolonnene i stivhetsmatrisen:

$$\begin{bmatrix} k_{12} \\ k_{22} \\ k_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_2 GM_2 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ og } \begin{bmatrix} k_{13} \\ k_{23} \\ k_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_3 GM_3 \end{bmatrix}$$

Her er ω_2 og ω_3 hhv. Egenfrekvensene til første kantvise og andre flapvise egensvingeformen.

Matrisen for dempning blir:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \omega_1 GM_1 \frac{\delta_1}{\pi} & 0 & 0 \\ 0 & \omega_2 GM_2 \frac{\delta_2}{\pi} & 0 \\ 0 & 0 & \omega_3 GM_3 \frac{\delta_3}{\pi} \end{bmatrix} \quad (5.44)$$

Der δ er det logaritmiske dekrement for de forskjellige svingeformene. Bladets bevegelse blir generelt motvirket av to former for viskøs dempning, aerodynamisk og konstruksjonsdempning.

6 VESTAS V27-225kW

VESTAS V27 er en "pitchregulert" oppstrøms vindmølle med tre rotorblader som justeres etter vindretningen. Denne vindmøllemodellen har vist seg å være svært pålitelig og effektiv i et stort spektra av ulike vindsituasjoner. Per i dag er denne modellen på vei ut av kommersiell vindproduksjon i Europa og USA, ettersom energiproduksjonen er forholdsvis lav i forhold til større og mer moderne vindmøller. Mange av disse vindmøllene kan kjøpes og prisen ferdig montert er ca. 3mill norske kroner.¹⁷ Spesielt i USA har disse vindmøllene blitt svært populære til energiproduksjon for større gårdsbruk på grunn av god kostnadseffektivitet.

6.1 Generelle spesifikasjoner¹⁸

6.1.1 Rotor

| | |
|---------------------------------------|-----------------------------|
| Diameter | 27m |
| Rotorareal | 573m ² |
| Omdreiningshastighet, stor generator | 44 o/min |
| Omdreiningshastighet, liten generator | 33 o/min |
| Omdreiningsretning | Med klokken |
| Orientering rotor | Oppstrøms |
| Antall rotorblader | 3 |
| Luftbremse | Kantstilling av rotorblader |

6.1.2 Tårn

| | |
|---------------|------|
| Høyde | 30m |
| Diameter bunn | 2.4m |
| Diameter topp | 1.4m |

6.1.3 Masse og høyder

| | |
|------------------------|---------|
| Vekt tårn | 12000kg |
| Vekt motorhus | 7900kg |
| Vekt rotor | 2700kg |
| Total vekt | 22600kg |
| Høyde nav | 31.5m |
| Fri høyde | 18.0m |
| Høyde på høyeste punkt | 45.0m |

6.1.4 Operasjons data

| | |
|--|---------|
| Innkoblings vindhastighet | 3.5 m/s |
| Hastighet for optimal energiproduksjon (225kW) | 12 m/s |
| Stopp hastighet | 25 m/s |
| Overlevelse vindhastighet | 56 m/s |

6.2 Rotorbladet

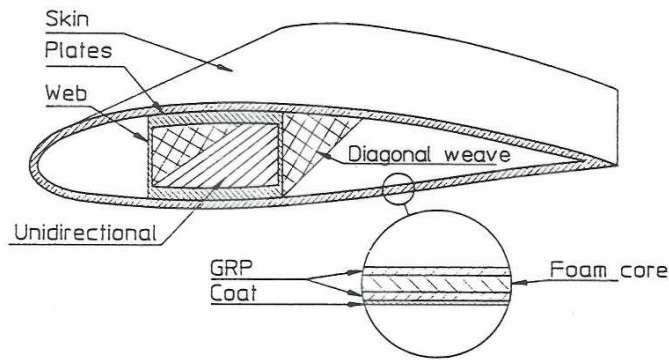
Rotorbladene som er brukt på VESTAS V27 vindmøllen, er en modifisert utgave av NACA 63.200 serien. Bladet er modifisert langs den spisse kanten av bladet (trailing edge) for å øke moment koeffisienten. Kanten av bladet er senket etter en formel og gir hvert enkelt blad en momentøkning på 350Nm i bladets lengderetning. Rotorbladets endelige parametre er bestemt ut fra datasimuleringer og beregninger.

6.2.1 Rotorblad data

| | |
|---------------------------------|--------------------------------|
| Antall rotorblader | 3 |
| Ende radius | 13.50 m |
| Ende korde | 0.47 m |
| Ende tykkelse | 14 % av korde |
| Radius av rot | 2.00 m |
| Rot korde | 1.29 m |
| Rot base radius | 35 % av korde |
| Bladprofilets lengde | 0.5 m |
| Bladprofilets radius | 11.50 m |
| Rotorbladets lengde | 13.00 m |
| Rotorbladets overflateareal | 11.5 m ² |
| Rotorens rotasjonsareal | 573 m ² |
| Soliditet | 6.01 % |
| Aspekt forhold | 14.74 |
| Ende hastighet | 62.2 m/s |
| Reynolds tall ved ende | 2000000 |
| Bjelke senterlinje | 32 % av korde fra ledende kant |
| Bladets rotasjonsakse ved ende | 8 % av korde fra ledende kant |
| Bladets rotasjonsakse ved rot | 32 % av korde |
| Vinkel: bjelke og rotasjonsakse | 0.5 grader |
| Bladets vekt | 600 kg |
| Avstand til massesenter | 4.8 m |
| Massens moment | 29000 Nm |
| Masse treghetsmoment | 22000 kgm ² |
| Profil serie | NACA 63.200 modifisert |

6.2.2 Rotorbladets oppbygning¹⁹

Rotorbladet kan sees på som en utkraget bjelke i konstruksjonsmessig forstand. Bladet er forsterket med en lukket hullprofilbjelke som strekker seg langsgående med bladet i det området som bærer mesteparten av lastene, som vist i fig.29.



Figur 29: Tverrsnitt av et rotorblad [19]

Som vi kan lese fra tabellen av rotorblad data, befinner senterlinjen av den langsgående hullprofilbjelken seg 32 % av kordelinjen fra ledende kant. Som vi ser av fig.29 består selve skallet av to lag med glassfiberarmert polyester med en skumkjerne og et 0.5mm tykt lag hardplast på utsiden.

6.3 Energi produksjon og ytelse

Som tidligere nevnt, er stort sett alle V27 modellene i kommersiell energiproduksjon erstattet med større og moderne vindmøller. De fleste av disse blir solgt og installert for privat bruk og er ideelle for avsidesliggende områder med lav tilgang på miljøvennlig energi og høye energipriser.

| AMWS m/s | Annual MWh | Daily kWh |
|----------|------------|-----------|
| 4 | 128 | 351 |
| 5 | 255 | 699 |
| 6 | 411 | 1,126 |
| 7 | 575 | 1,575 |
| 8 | 734 | 2,011 |
| 9 | 878 | 2,405 |

Figur 30: Gjennomsnittlig energiproduksjon for VESTAS V27 [17]

Som vi kan se av fig. 30, vil en vindmølle plassert i et område med årsmiddelvind på 6 m/s produsere i overkant av 400 MWt strøm. Dersom vi tar utgangspunkt i et lavenergihus (100kWt/m^2)²⁰ på 150m² vil dette tilsvare et maksimalt energiforbruk pr. Hus på 15MWt pr år. En vindmølle vil da kunne forsyne nærmere 30 store eneboliger med strøm. Sammenligner vi dette med Rogalandskysten, der årsmiddelvinden er på nærmere 9 m/s, vil dette tilsvare nærmere en dobling av årlig energiproduksjonen.

7 LASTER PÅ ROTORBLADET I STASJONÆR TILSTAND

7.1 Motstand- og oppdriftskoeffisienter

Maksimum last på rotorbladet inntreffer dersom vindretningen står tilnærmet normalt på bladet, som gir maksimum motstandskoeffisient, eller med en vinkel på 12-16 grader fra rotorbladets plan slik at angrepsvinkelen gir størst oppdrift.

Ettersom det ikke alltid er tilgjengelige verdier for motstandskoeffisienten når vindretningen står normalt på bladet, ble det tidligere tatt utgangspunkt i en uendelig lang plate, der motstandskoeffisienten er 2.0. Denne verdien ble så modifisert for varierende tykkelse langs rotorbladets lengde. Det er flere måter å beregne motstandskoeffisienten på, men i den Danske standarden, DS 472, er motstandskoeffisienten for vindstrømning normalt på rotorbladet stipulert til 1.3.

Når det kommer til oppdriftskoeffisienten, er denne forholdsvis enkel å beregne, ettersom det foreligger mye mer tverrsnittsdata for lavere angrepsvinkler, som gir størst oppdrift. De største verdiene av oppdriftskoeffisienten er svært sjeldent over 1.6, men kan gå så langt som 1.1 på de tykkere delene av rotorbladet. I DS 472 blir oppdriftskoeffisienten satt til 1.5 for laster som virker "ut av rotorplanet".

Vi kan ut fra dette konkludere med at oppdriftskoeffisienten stort sett vil være større enn motstandskoeffisienten og vi vil få de største lastene for vindstrømning vinkelrett på bladets akse med den angrepsvinkelen som gir størst oppdriftskoeffisient.

7.2 Dynamisk respons²¹

7.2.1 Endeforskyvning

Variasjoner i vinden ved frekvenser i nærheten av den naturlige frekvensen til første flappvise svingeformen, vil eksitere resonante svingninger i bladet og føre til tilleggslaster i form av treghtetslaster. Ettersom svingningene er et resultat av variasjon av vindhastigheten rundt gjennomsnittshastigheten, kan standardavviket for endeforskyvningen uttrykkes ved vindens turbulens intensitet og den dimensjonsløse spektrale tettheten ved resonansfrekvensen.

$$\frac{\sigma_{x1}}{\bar{x}_1} = 2 * \frac{\sigma_v}{\bar{V}} * \frac{\pi}{\sqrt{2}\delta} * \sqrt{R_v(n_1)} * \sqrt{K_{sx}(n_1)} \quad (7.1)$$

$$R_v = \frac{nS_v}{\sigma_v^2} \quad (7.2)$$

Der:

\bar{x} - Første svingeform komponenten av jevn endeforskyvning

\bar{V} - Gjennomsnittlig vindhastighet over 10min

δ - Logaritmisk dekrement for konstruksjonen

$K_{sx}(n_1)$ - Reduksjonsfaktor for manglende korrelasjon av vinden langs vindmøllebladet i relevant frekvens

7.2.2 Dempning

Som vi ser i formel 7.1 spiller dempningen en stor rolle i medsvingende endeforskyvning. Generelt sett kan vi si at dempningen består av to komponenter, aerodynamisk- og konstruksjons dempning. I et tilfelle der rotorbladet står med den "flate" siden mot vindretningen, vil det varierende aerodynamiske lasten per enhetslengde være gitt ved:

$$\frac{1}{2}\rho(\bar{V} - \dot{x})^2 C_d c(r) - \frac{1}{2}\rho\bar{V}^2 C_d c(r) \cong \rho\bar{V}\dot{x}C_d c(r) \quad (7.3)$$

Der:

\dot{x} - Bladets flapvise hastighet

C_d - Motstandskoeffisienten

$c(r)$ - Lokal korde

Videre vil aerodynamisk dempning per enhetslengde og den første svingeformens dempningsforhold bli:

$$\hat{C}_a(r) = \rho\bar{V}C_d c(r) \quad (7.4)$$

$$\xi_{a1} = \frac{C_{a1}}{2m_1\omega_1} = \frac{\int_0^R \hat{C}_a(r)\mu_1^2(r)dr}{2m_1\omega_1} = \frac{\rho\bar{V}C_d \int_0^R \mu_1^2(r)c(r)dr}{2m_1\omega_1} \quad (7.5)$$

Der:

$\mu_1(r)$ - Første svingeformen

m_1 - Den generaliserte massen

ω_1 - Første svingeformens naturlige frekvens [rad/s]

Det logaritmiske dekrementet får vi ved å multiplisere dempningsforholdet med 2π .

7.2.3 Bøyemoment ved roten

Standardavviket av endeforskyvningen i kombinasjon med bladets svingeform gir en fordeling av treghetslasten som kan brukes til å beregne standardavviket til det resulterende bøyemomenten på en vilkårlig posisjon langs rotorbladet. Standardavviket for bøyemomentet ved roten kan uttrykkes ved hjelp av det gjennomsnittlige bøyemomentet ved roten på følgende måte:

$$\frac{\sigma_{M1}}{M} = 2 * \frac{\sigma_v}{\bar{V}} * \frac{\pi}{\sqrt{2\delta}} * \sqrt{R_v(n_1)} * \sqrt{K_{sx}(n_1)} * \lambda_{M1} = \frac{\sigma_{x1}}{\bar{x}_1} * \lambda_{M1} \quad (7.6)$$

$$\lambda_{M1} = \frac{\int_0^R m(r)*\mu_1(r)rdr}{m_1 \int_0^R c(r)rdr} \int_0^R c(r)\mu_1(r)dr \quad (7.7)$$

Vi kan videre komme fram til formelen for maks moment ved roten for en design situasjon. I en slik situasjon brukes verdier for 50 år returperiode, 10 minutters gjennomsnittlig vindhastighet i tillegg til en rekke standardavvik for rotens bøyemoment ved ulike vindhastighetstopper i løpet av 10 minutters perioden. Formelen for maks bøyemoment blir da:

$$M_{maks} = C_f \frac{1}{2} \rho V_{e50}^2 \int_0^R c(r) r dr * Q_D \quad (7.8)$$

Der Q_D er en dynamisk faktor gitt ved:

$$Q_D = \frac{1+g(2*\frac{\sigma_v}{v})\sqrt{K_{SMB}+\frac{\pi^2}{2\delta}R_v(n_1)K_{sx}(n_1)\lambda_{M1}^2}}{1+g_0(2*\frac{\sigma_v}{v})\sqrt{K_{SMB}}} \quad (7.9)$$

Der g er toppfaktoren som avhenger av antall variasjoner av rotens bøyemoment i løpet av 10 minutter. Formelen for toppfaktoren er gitt ved:

$$g = \sqrt{2\ln(600v)} + \frac{0.577}{\sqrt{2\ln(600v)}} \quad (7.10)$$

Der:

v - Gjennomsnittlig nulloppekryssningsfrekvensen

K_{SMB} - Størrelse reduksjonsfaktor som tar høyde for manglende korrelasjon av vindens variasjon langs rotorbladet.

Ved tilstrekkelig informasjon om vindklima og rotorbladet er det nå mulig å beregne bøyemoment for rotorbladet.

8 RESULTAT

8.1 Innledning

Beregninger i denne oppgaven er (stort sett) gjort i Mathcad og HAWC2. Microsoft Excel er også brukt til å lage tabeller og gjøre enkle beregninger. Hoveddelen av beregningene omhandler vindlaster på en VESTAS V27 vindmølle og består av følgende:

- Vedlegg B: Mathcad ark der det er brukt bladets elementteori til å analysere VESTAS V27 i operasjonell virksomhet i ulike vindhastigheter. Disse beregningene resulterer i dreiemoment, tangentialkraft og effekt som funksjon av de ulike vindhastighetene vindmøllen opererer i. Det er også gjort enkle beregninger for moment, skjærkraft og nedbøyning av rotorbladet ved største operasjonelle vindhastigheten.
- Vedlegg C: Mathcad ark med beregninger av vindlaster på rotorblad og vindmølletårn ved ekstrem vindsituasjon (50 års returperiode). Grunnlaget for disse beregningene er hovedsakelig hentet fra den danske vindmøllestandarden DS-412 i tillegg til den norske standarden NS 3491-4 og Eurocode 1 part 1-4: Wind actions.
- Vedlegg D: Mathcad ark med beregninger av naturlig frekvens, stivhet og forskyvning av vindmølletårnet. Disse beregningene er gjort på bakgrunn av prinsippet for virtuelt arbeid på en utkraget bjelke med varierende tverrsnitt.

Ettersom vi ikke fikk nok informasjon om VESTAS V27 vindmøllen til å gjøre de nødvendige analysene for V27 vindmøllen i programmet HAWC2, har jeg sammenlignet mine beregninger i vedlegg B opp mot analyser gjort i HAWC2 for en 5MW vindmølle. 5MW vindmøllen ble brukt som et eksempel på HAWC2 kurset jeg deltok på i Trondheim; mars 2010 og det var derfor tilstrekkelig informasjon tilgjengelig. Resonnementet bak dette var om analysen for 5MW vindmøllen i Mathcad stemmer overens med analysen i HAWC2, vil Mathcad arket i vedlegg B være noenlunde korrekt og kunne brukes på VESTAS V27 vindmøllen.

8.2 Analyser gjort for 5MW vindmølle i Mathcad sammenlignet mot HAWC2

Siktemålet med analysen er å sjekke forskjellen mellom resultatene fra Mathcad mot tilsvarende fra HAWC2. Ettersom det er gjort enkelte lineære forenklinger i Mathcadarket vil nok resultatene her ligge litt under tilsvarende for HAWC2.

Jeg har valgt å sammenligne beregningene ved en tilfeldig valgt vindhastighet på 10 m/s. Tilgjengelig effekt i vinden med denne hastigheten er:

$$P_w = \frac{1}{2} \rho_{luft} * V_s^3 \pi R^2 \quad (8.1)$$

Der:

V_s - Vindhastigheten

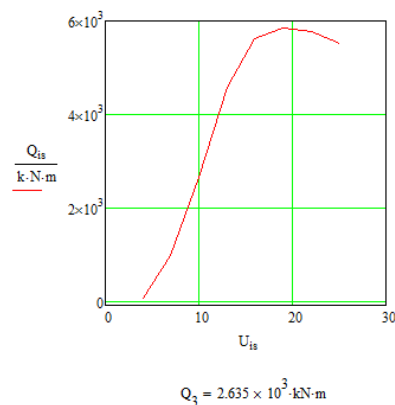
R - Rotorbladets radius

ρ_{luft} - Luftens tetthet (1.225 kg/m³)

For en vindhastighet på 10 m/s og radius på 61.5m vil det være 7.2779 MW energi tilgjengelig. Det er ikke realistisk å kunne utnytte hele denne energien, men rundt 50 % burde være realistisk. Både analysen i Mathcad og HAWC2 tar her utgangspunkt i en jevn vind på 10 m/s som virker over hele rotorarealet. Normalt ville det være små variasjoner i vinden ved variasjon av høyde og turbulens. For enkelhetens skyld ser jeg bort fra variasjoner i denne sammenligningen.

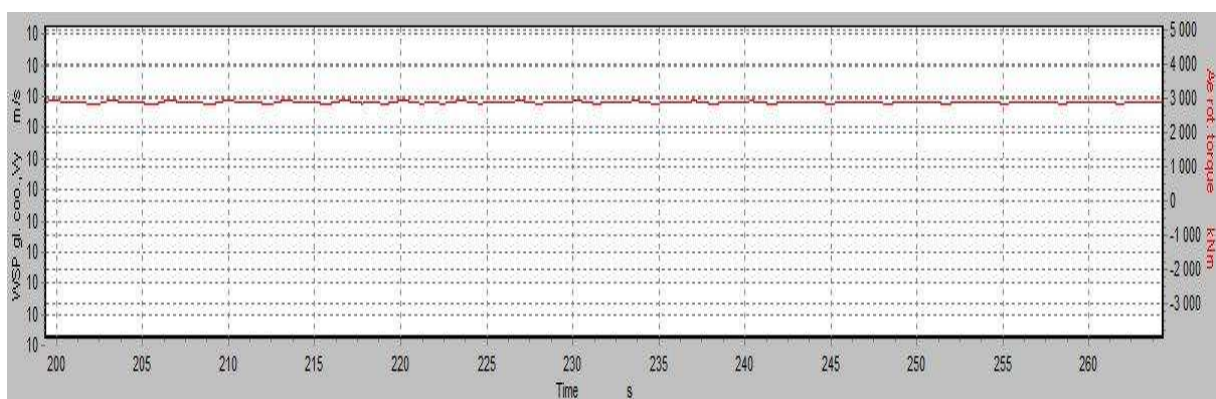
8.2.1 Dreiemoment

Analyse i Mathcad:



Figur 31: Mathcad diagram av dreiemoment for 5MW vindmølle for ulike vindhastigheter

Analyse i HAWC2:

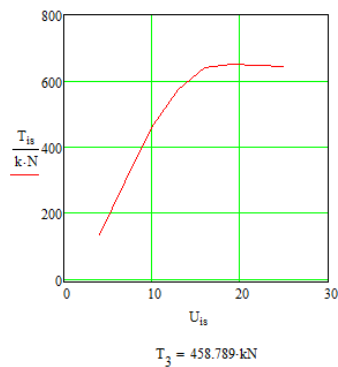


Figur 32: HAWC2 diagram for dreiemoment ved operasjonell drift og 10 m/s vindhastighet

Som vi kan se fra fig. 32 er dreiemomentet for 5MW vindmøllen ved vindhastighet på 10 m/s ca. 2850 kNm. Tilsvarende analyse i Mathcad arket gir et dreiemoment på 2635 kNm som vist i fig. 31.

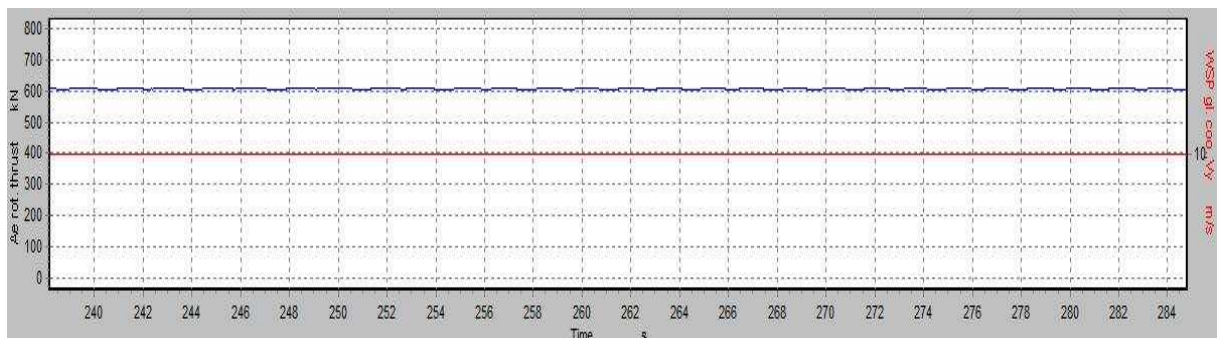
8.2.2 Aksialkraft

Analyse i Mathcad:



Figur 33: Mathcad diagram over aksialkraft på rotor ved ulike vindhastigheter

Analyse i HAWC2:

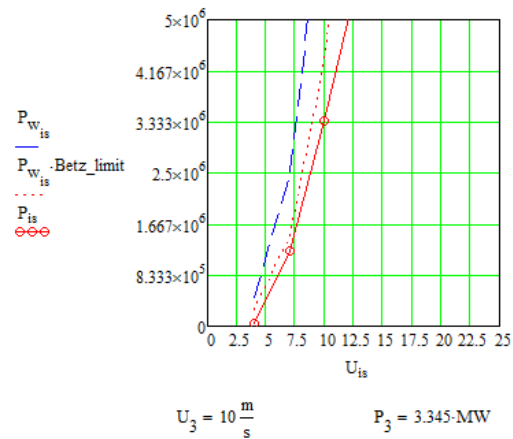


Figur 34: HAWC2 diagram for aksialkraft ved 10 m/s

Fig. 33 som viser diagrammet over beregningene i Mathcad gir en aksialkraft på rotoren ved 10 m/s på 459 kN, mens analysen i HAWC2 gir aksialkraft i tilsvarende tilfellet på ca. 600kN.

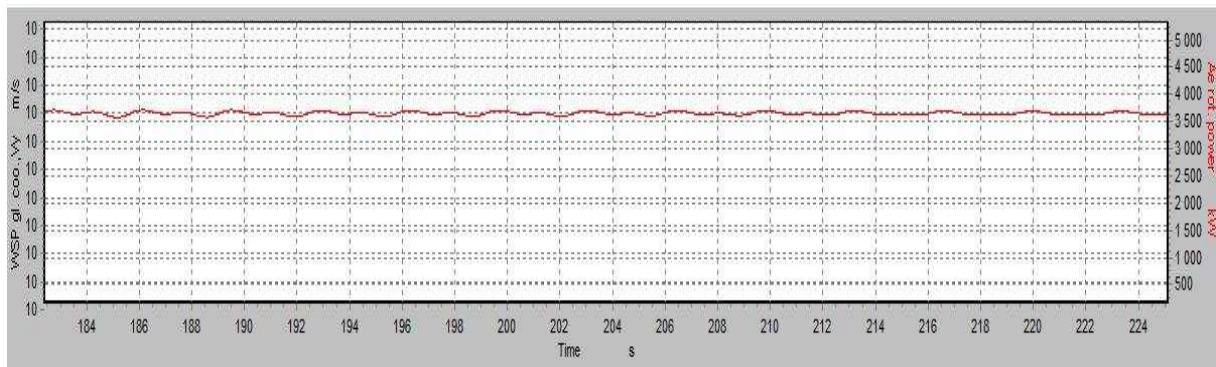
8.2.3 Ytelse

Analyse i Mathcad:



Figur 35: Mathcad diagram over ytelse ved ulike vindhastigheter

Analyse i HAWC2:



Figur 36: HAWC2 diagram for ytelse ved en vindhastighet på 10 m/s

Som vi ser av fig. 35 gir analysen i Mathcad en ytelse på 3.345MW ved vindhastighet på 10 m/s, mens tilsvarende analyse i HAWC2 gir en ytelse på ca. 3.6MW.

8.2.4 Moment ved rot for stillestående rotorblad kun påvirket av vindtrykk

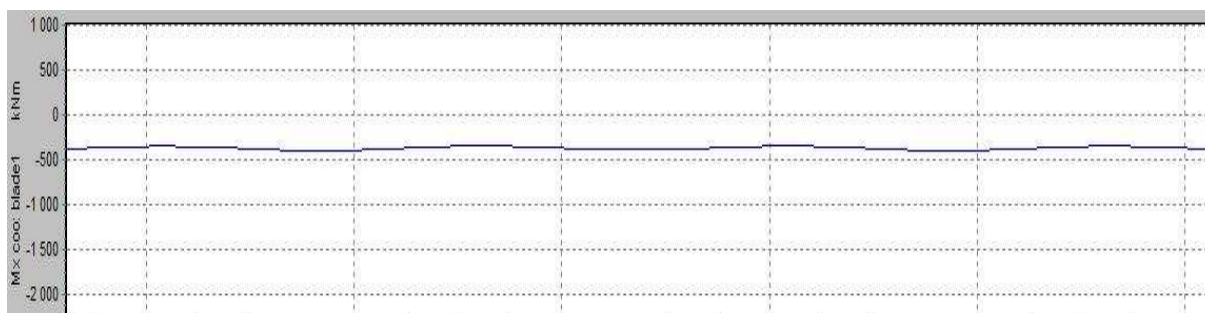
Beregningene i Mathcad tar kun hensyn til vindtrykket på rotorbladet ved beregning av momentet ved roten, M_x . Tilsvarende analyse i HAWC2 tar også hensyn til varierende masse av bladet ved beregning av dette momentet. For å få tilsvarende resultat må jeg kjøre to analyser i HAWC2:

1. Rotoren står i ro med en jevn vindhastighet på 10 m/s som virker på rotoren.
2. Rotoren står i ro uten påvirkning av vind.

Ved å trekke fra momentet i tilfellet 2 fra tilfellet 1 vil vi da stå igjen med momentet ved roten som følge av kun vindtrykket fra en vindhastighet på 10 m/s.

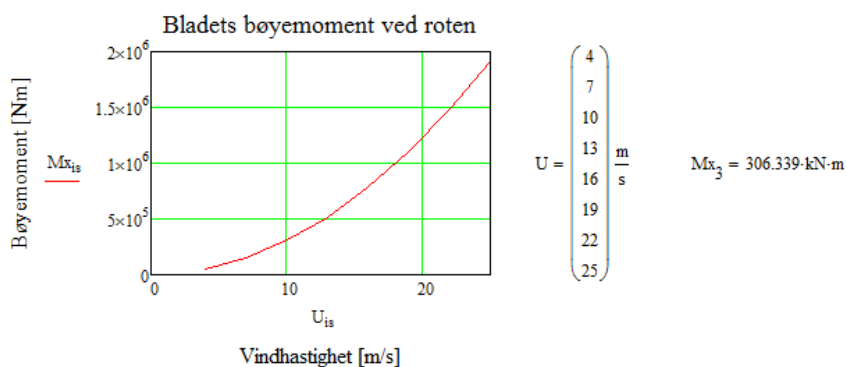


Figur 37: Moment ved roten i tilfellet 1



Figur 38: Moment ved roten i tilfellet 2

Tilfellet 1 gir et moment ved roten på ca. 700kNm, mens tilfellet 2 gir oss et moment på ca. 400kNm. Dersom vi trekker tilfellet 2 fra tilfellet 1 ender vi opp på et bøyemoment ved roten på ca. 300kNm. Fig. 39 viser beregninger gjort i Mathcad som gir et moment ved roten på 306kNm.



Figur 39: Bøyemoment ved roten for et rotorblad kun påvirket av vindtrykk som funksjon av ulike vindhastigheter

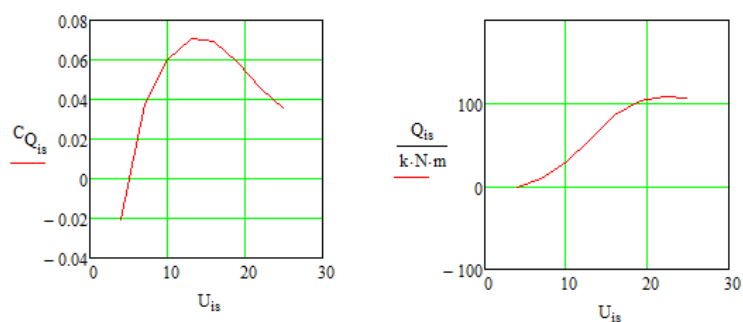
8.2.5 Oversikt over resultat 5MW vindmølle

| | HAWC2 | Mathcad | Avvik |
|---------------------|----------|----------|--------|
| Dreiemoment | 2850 kNm | 2635 kNm | 7.5 % |
| Aksialkraft | 600 kN | 459 kN | 23.5 % |
| Ytelse | 3.6 MW | 3.345 MW | 7.1 % |
| Rotmoment rotorblad | 300 kNm | 306 kNm | 2 % |

8.3 Mathcadanalyse og beregninger av VESTAS V27

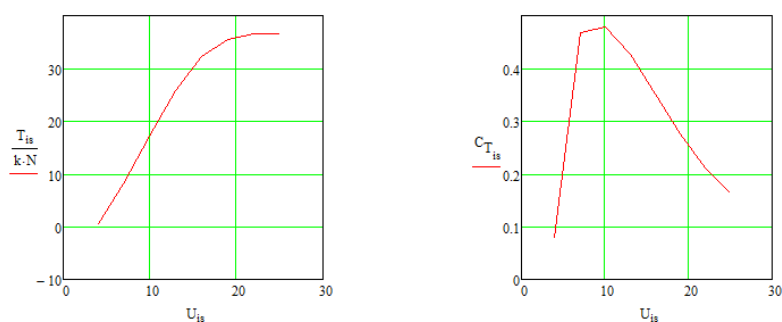
De ulike resultatene av analysen og beregninger av V27 vindmøllen følger fortløpende. Diskusjon og konklusjon av resultatene blir grundig gjennomgått i kapittel 9.

8.3.1 Dreiemoment



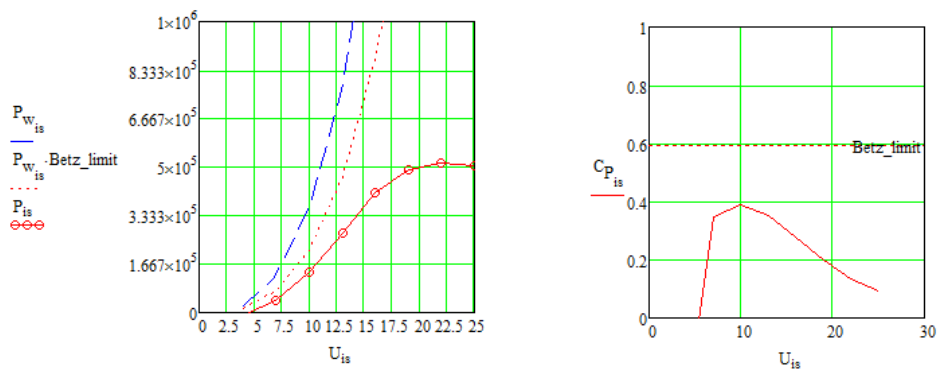
Figur 40: Diagram for dreiemoment som funksjon av ulike vindhastigheter for VESTAS V27

8.3.2 Aksialkraft



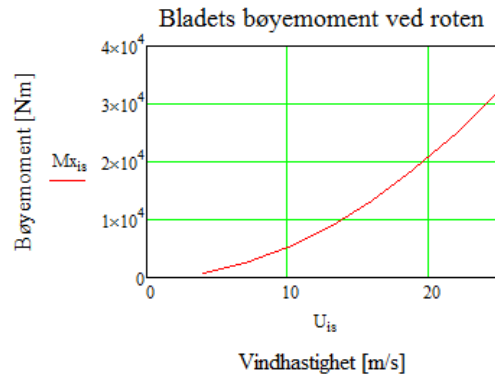
Figur 41: Diagram for aksialkraft som funksjon av ulike vindhastigheter

8.3.3 Ytelse



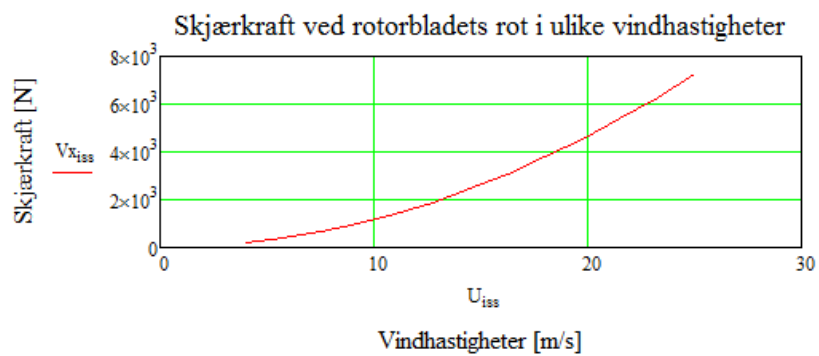
Figur 42: Diagram for ytelse som funksjon av ulike vindhastigheter

8.3.4 Bøyemoment ved roten av rotorblad - Rotor står i ro med kun vindlast



Figur 43: Diagram for bøyemoment ved roten av rotorblad som funksjon av ulike vindhastigheter

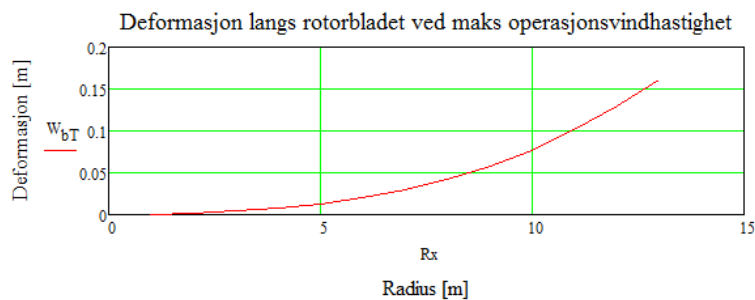
8.3.5 Skjærkraft ved roten av rotorblad - Rotor står i ro med kun vindlast



Figur 44: Diagram for skjærkraft ved roten av rotorblad som funksjon av ulike vindhastigheter

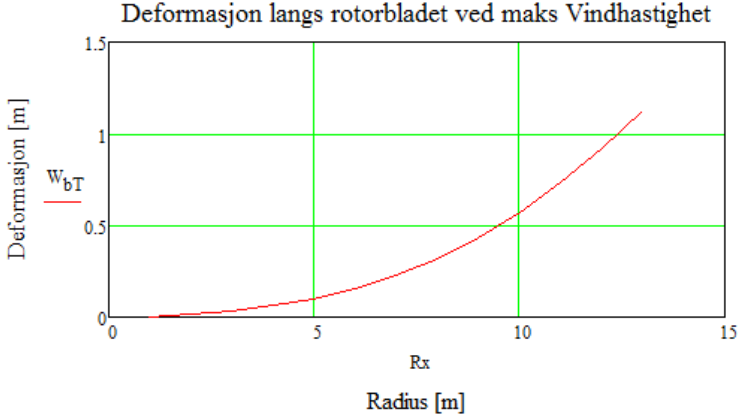
8.3.5 Deformasjon langs rotorbladet

Deformasjon langs et rotorblad som står i ro med vindlaster fra vindhastighet på 25 m/s:



Figur 45: Diagram for deformasjon langs rotorbladet ved 25 m/s

Deformasjon langs et rotorblad som står i ro med vindlaster fra maks vindhastighet (50 års returperiode). Dette er beregnet i vedlegg C til 63.342 m/s.



Figur 46: Diagram for deformasjon langs rotorbladet ved maks vindhastighet (63.342 m/s)

9 KONKLUSJON

9.1 Utgangspunkt

Utgangspunktet for denne oppgaven var å se på statiske og dynamiske vindlaster på ulike deler av en VESTAS V27 vindmølle. Hovedfokus er lagt på rotorbladene og hvordan vindmøllen omformer vindens kinetiske energi til mekanisk energi. I utgangspunktet var det tenkt å bruke programmet HAWC2 til å analysere V27 vindmøllen, men grunnet manglende informasjon om rotorbladene var det ikke mulig å lage en realistisk modell av V27 i HAWC2. Jeg har derfor lagd et beregningsark i Mathcad, med bagrunn i teori om bladelementets bevegelsesmengde (se kap. 3), som beregner flere av de samme kreftene og parametrene som HAWC2.

9.2 HAWC2 kontra Mathcad analyse for 5MW vindmøllen

Det er her tatt utgangspunkt i at resultatene for analysen gjort i HAWC2 er "fasiten" for 5MW vindmøllen og avviket mellom analysen gjort i Mathcad kontra HAWC2 gir en indikasjon på nøyaktigheten av resultatene fra analysen gjort i Mathcad. Som vi kan se i kap. 8.2 er avviket på selvtelsen rett over 7 % og vi må finne ut hva dette avviket skyldes.

Jeg hadde regnet med å ende opp med et avvik, men var usikker på hvor stort dette ville bli. I Mathcad analysen er det brukt lineær interpolasjon dersom vi skal finne verdiene mellom 2 kjente punkt. Det er selvsagt ikke en selvfølge at grafen i dette området er lineært, tvert imot.

Et av disse punktene er tabellene i vedlegg B under punkt 7. Her er oppdrift og motstandskoeffisientene gitt for tilhørende angrepsvinkel og eventuelle verdier mellom de oppgitte angrepsvinklene blir lineært interpolert. Eks. på hvordan dette kan feil verdier vil være:

Punkt 1: $\alpha=30^\circ$ med tilhørende koeffisienter $C_l=0.7$ og $C_d=0.2$

Punkt 2: $\alpha=40^\circ$ med tilhørende koeffisienter $C_l=0.5$ og $C_d=0.3$

Dersom vi skal finne verdier for $\alpha=35^\circ$ i Mathcadarket, vil dette gi $C_l=0.6$ og $C_d=0.25$ ved lineær interpolasjon. Problemet med en lineær antagelse er verdiene for dette punktet like godt kan være $C_l=0.69$ og $C_d=0.28$. Den eneste måten å redusere dette avviket vil være å ta verdier for alle vinkler mellom -180° og 180° .

Andre årsaker til avvik er selve modelleringen av rotorbladet. På grunn av bladets avanserte form er det svært vanskelig å få et riktig bilde av bladets vridning og kordelengder. Spesielt en unøyaktig vridning langs bladet kan gi store utslag på resultatene. Når det kommer til kordelengdene så øker denne i starten av bladprofilen opp mot en maksimum verdi, for så å avta mot enden av bladet. Kordelengde blir enklere å beregne for VESTAS V27 vindmøllen, der rotorbladet har størst kordelengde i starten av profilet og lengden minker mot enden av bladet.

Mye tyder på at avviket kommer av at vridningen langs rotorbladet er unøyaktig og påvirker strømningsvinklene på de ulike elementene av rotorbladet. Dette fører til at oppdrifts- og

motstandskoeffisientene også blir unøyaktige og får verdier for ikke helt stemmer med blad elementenes virkelige koeffisienter.

Hvorvidt avviket er stort eller lite kan være vanskelig å avgjøre. Et avvik på 23 % for aksialkraft er nok for stort, og tyder på at bladets vridning er unøyaktig modellert. Hvorfor avviket er mye større for aksialkraft, enn for ytelse og dreiemoment er jeg litt usikker på. Tanken på at HAWC2 inkluderer en faktor her som jeg ikke har inkludert i mine beregninger har slått meg. Som et mål på hvor stort utslag et avvik på 7 % for dreiemoment og ytelse utgjør, har jeg valgt å bruke lengden på rotorbladene. For å oppnå samme verdier i Mathcad som i HAWC2 er jeg nødt å øke lengden på rotorbladene med 2 meter, fra 61.5 til 63.5 meter.

9.3 VESTAS V27

Stort sett de samme unøyaktighetene gjelder for Mathcad analysen av denne modellen som for 5MW vindmøllen diskutert i kap. 9.1. Her har i tillegg ikke noe informasjon angående det modifiserte rotorbladet som er brukt i denne modellen. Analysen vil muligens gi enda større avvik enn beregningene gjort for 5MW vindmøllen, der informasjon om oppdrifts- og motstandskoeffisientene ved ulike angrepsvinkler var tilgjengelige. Beregninger for moment, skjærkraft og deformasjon for rotorblad under påkjenning av kun vindlaster er riktige. Formlene i Mathcadarket er kontrollert for samme vindhastighet som i beregninger for last ved ekstrem vindsituasjon gjort av Risø, og gir tilsvarende resultater for forskyvning.

Dersom vi ser på grafen for ytelse ved ulike vindhastigheter oppnår vindmøllen maks mekanisk energi som er 250kW ved en vindhastighet mellom 13-14 m/s. Dette ikke er så langt unna produsentens veiledende verdier.

Beregningene gjort for vindhastigheter ved ekstrem vindsituasjon og påfølgende laster i vedlegg C er gjort etter norsk vindstandard og Eurocode 1. Resultatene er kontrollert og sammenlignet mot andre tilsvarende vindberegninger.

Beregninger av stivhet, forskyvning og den laveste naturlige frekvensen på vindmølletårnet er beregnet med forskjellige metoder og tilnærminger. Metoden brukt i vedlegg D er kontrollert ved manuelle numeriske beregninger i Excel og gir tilfredsstillende resultater. Tilsvarende beregninger fra Risø angir den laveste naturlige frekvensen til 0.84Hz, noe som stemmer godt overens med mine beregninger som gir 0.838Hz.

Konklusjonen basert på gjennomgang over, blir da at analyse og beregninger i Mathcad gir fornuftige resultater, men vi er svært avhengig av å ha nøyaktig informasjon om bladprofilet. Det er også vanskelig å lage en funksjon som gir et nøyaktig bilde av rotorbladets vridning. Beregningene for moment, skjærkraft og deformasjon tar utgangspunkt i at rotoren står i ro med største overflateareal vendt mot vinden. Resultater for disse beregningene foreligger også i dokumenter fra Risø, og resultatene gjort i Mathcad er sammenlignet mot dette og stemmer overens.

Mathcadberegningene er lagd på en oversiktelig måte, som gjør det enkelt å tilpasse beregningene for ulike vindmøller.

10 Referanseliste

- ¹ <http://www.windturbine-analysis.netfirms.com/index-intro.htm>
- ² http://en.wikipedia.org/wiki/Darrieus_wind_turbine
- ³ "http://www.google.no/images?um=1&hl=no&tbs=isch:1&q=wind+turbine+nacelle&sa=N&start=198&ndsp=18"
- ⁴ Norge Vassdrags- og energidirektorat, " <http://www.nve.no/no/Energi1/Fornybar-energi/Vindkraft/>"
- ⁵ Kjeller Vindteknikk, www.vindteknikk.no
- ⁶ " <http://www.renewable-energy-sources.com/2009/11/11/wind-turbine-size-the-past-the-present-and-the-future/>"
- ⁷ Norge Vassdrags- og energidirektorat. <http://www.nve.no/Global/Publikasjoner/Publikasjoner%202009/Oppdragsrapport%20A%202009/oppdragsrapportA9-09.pdf>
- ⁸ Wikipedia. <http://no.wikipedia.org/wiki/Vindskj%C3%A6r>
- ⁹ Martin O. L. Hansen. "Aerodynamics of wind turbines."
- ¹⁰ " http://en.wikipedia.org/wiki/Betz'_law"
- ¹¹ Grant Ingram. "Wind Turbine Blade Analysis using the Blade Element Momentum Method." http://www.dur.ac.uk/g.l.ingram/download/wind_turbine_design.pdf
- ¹² J. F. Manwell, J. G McGowan, A. L. Rogers. "Wind Energy Explained."
- ¹³ International Standard, IEC 61400-1. "Wind turbines- Part 1: Design requirements"
- ¹⁴ Singiresu S. Rao. "Mechanical Vibrations"
- ¹⁵ Ivar Langen, Ragnar Sigbjörnson. "Dynamisk analyse av konstruksjoner."
- ¹⁶ " http://en.wikipedia.org/wiki/File:2dof_model.gif"
- ¹⁷ <http://www.segen.co.uk/downloads/Vestas%20V27-Technical-Specification.pdf>
- ¹⁸ <http://www.bs-green.com/pdf/de/General%20Specification%20V27.pdf>
- ¹⁹ RISØ, "Generel spesifikasjon, VESTAS V27"
- ²⁰ <http://www.lavenergihus.no/asp/sider.asp?menyKategoriID=45&sideID=0>
- ²¹ T. Burton, D. Sharpe, N. Jenkins, E. Bossanya. "Wind Energy Handbook"

VEDLEGG

| | | |
|-----------|---|--------|
| Vedlegg A | Grunnleggende fluid mekanikk (Bernoulli formelen)..... | A1-A2 |
| Vedlegg B | Mathcadanalyse av VESTAS V27 250kW..... | B1-B30 |
| Vedlegg C | Beregninger i Mathcad for ekstreme vindlaster på tårn og rotorblad for V27..... | C1-C10 |
| Vedlegg D | Beregninger av stivhet, deformasjon og naturlig frekvens av tårnet på V27..... | D1-D8 |
| Vedlegg E | Analyse av 5MW vindmølle i HAWC2..... | E1-E7 |

VEDLEGG A

Vedlegg A: Grunnleggende formler for fluid mekanikk (Bernoulli formelen)⁹

I et fluid uten uavhengige faste partikler er det vanlig å betrakte et stasjonært volum i rommet som et kontrollvolum (kv). Newton's andre lov gir:

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{P}}{dt} \quad (\text{A.1})$$

Der $\mathbf{F} = (F_x, F_y, F_z)$ er den totale kraften, \mathbf{P} er bevegelsesenergien og t er tiden. Tidsderivatet for bevegelsesenergien får vi ved å integrere over kontrollvolumet:

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{kv} \rho \mathbf{V} d(\text{vol}) + \iint_{ko} \mathbf{V} \rho \mathbf{V} * \mathbf{dA} \quad (\text{A.2})$$

Der ρ er tettheten, \mathbf{V} er hastigheten, $d(\text{vol})$ er en liten del av det totale kontrollvolumet, ko er overflaten av kontrollvolumet og \mathbf{dA} er normalvektoren til en liten del av kontrolloverflaten. Lengden av \mathbf{dA} er arealet av den lille delen av kontrollvolumet. Newton's andre lov for kontrollvolumet blir da:

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{kv} \rho \mathbf{V} d(\text{vol}) + \iint_{ko} \mathbf{V} \rho \mathbf{V} * \mathbf{dA} = \mathbf{F} \quad (\text{A.3})$$

Der \mathbf{F} er de totale eksterne kreftene inkludert trykk og viskøse, som virker på kontrolloverflaten.

Navier-Stokes formlene for et inkompressibelt fluid med konstant viskositet μ :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (\text{A.4})$$

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + f_x \quad (\text{A.5})$$

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) + f_y \quad (\text{A.6})$$

$$\rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + f_z \quad (\text{A.7})$$

Formel A.4 sørger for at massestrømmen inn og ut av et liten rektangulær del av kontrollvolumet med sidene dx , dy og dz er lik null. Formlene A.5-A.7 er Newton's andre lov i henholdvis x , y og z retningene. Venstre side av formlene er treghetskreftene, mens høyre av likhetstegnet er trykk, viskøse krefter og eksterne krefter på legemet. Formlene A.5-A.7 kan også skrives på vektorform:

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} * \nabla) \mathbf{V} \right) = -\nabla P + \mu \nabla^2 \mathbf{V} + \mathbf{f} \quad (\text{A.8})$$

Dersom ingen eksterne krefter virker på legemet, strømmingen er stasjonær og de viskøse kreftene er lik null, kan formel A.8 forkortes til:

$$-\frac{\nabla P}{\rho} = (\mathbf{V} * \nabla) \mathbf{V} = \frac{1}{2} \nabla (\mathbf{V} * \mathbf{V}) - \mathbf{V} \times (\nabla \times \mathbf{V}) \quad (\text{A.9})$$

VEDLEGG A

Dersom strømmingen er rotasjonsfri vil $\nabla \times \mathbf{V} = 0$. Bernoulli formelen kommer direkte fra A.9 og er gjeldene for to punkt i strømningsområdet:

$$P + \frac{1}{2}\rho(u^2 + v^2 + w^2) = \textit{konstant} \quad (\text{A.10})$$

Dersom strømmingen ikke er rotasjonsfri vil fortsatt Bernoulli formelen være gjeldende, men bare langs en strømningslinje. For å bruke Bernoulli formelen må strømmingen være stasjonær, ingen eksterne krefter som virker i tillegg til at strømmingen er inkompressibel og friksjonsløs.

VEDLEGG B

VEDLEGG B: Blad Element teori for Vestas V27 Vindmølle

ORIGIN := 1

1) Rotor data:

| | | | |
|--------------------------|---|--|------------------------|
| Massetthet Luft | $\rho_f := 1.25 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ | $k \equiv 10^3$ | $M \equiv 10^6$ |
| Antall Blader | $N_b := 3$ | $N \equiv \text{newton}$ | $W \equiv \text{watt}$ |
| Radius | $R := 13.5\text{m}$ | | |
| Rotor frekvens | $f_o := 0.7615\text{Hz}$ | | |
| Tilt vinkel | $\beta_t := -2\text{deg}$ | | |
| Rotor frekvens i rad/sek | $\Omega := f_o \cdot 2 \cdot \pi$ | $\Omega = 4.785 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ | |

2) Endeastighets forhold for ulike vindhastigheter

| | |
|--------------------------|--|
| Utkoblings vindhastighet | $U_{\text{maks}} := 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ |
| Start Vindhastighet | $U_{\text{min}} := 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ |
| Steg | $\Delta U := 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ |
| Antall Steg | $N_s := \frac{U_{\text{maks}} - U_{\text{min}}}{\Delta U} + 1 \quad N_s = 8$ |
| | $i_s := 1..N_s$ |

VEDLEGG B

Ulike vindhastigheter

$$U_{is} := U_{\min} + (is - 1) \cdot \Delta U$$

Endehastighets forhold ved ulik vindhastighet

$$\lambda_{is} := \frac{f_0 \cdot 2 \cdot \pi \cdot R}{U_{is}}$$

3) Blad Geometri og Modellering

Antall element langs hvert blad

$$Nr := 13$$

Element steg fra rot til ende

$$ir := 1 .. Nr$$

Definerer rot og ende elementets radius og interpolerer linært langs bladet

Radius rotstykke

$$R_r := 1 \text{ m}$$

$$\Delta \text{len} := \frac{R - R_r}{Nr - 1}$$

$$\Delta \text{len} = 1.042 \text{ m} \quad \text{len}_{ir} := R_r + (ir - 1) \cdot \Delta \text{len}$$

Akse lengder

$$\text{Rot akse} \quad C_r := 1.366 \text{ m}$$

$$\text{Ende akse} \quad C_t := 0.47 \text{ m}$$

$$\Delta \text{Akse} := \frac{C_t - C_r}{Nr - 1}$$

$$\text{Akse}_{ir} := C_r + (ir - 1) \cdot \Delta \text{Akse}$$

VEDLEGG B

Vridning av mølleblad er definert som summen av linear og spiralformet vridning.

Linear vridning

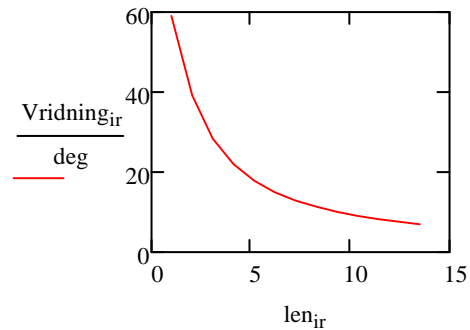
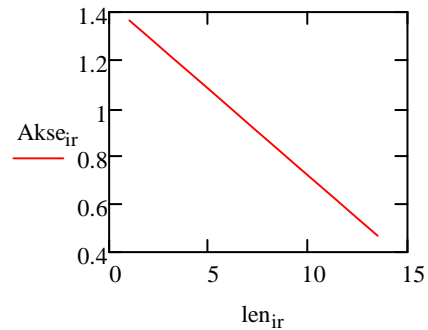
$$\text{Vridning}_{\text{lin},r} := 0 \cdot \text{deg} \quad \text{Vridning}_{\text{lin},t} := 0 \cdot \text{deg}$$

$$\Delta \text{Vridning} := \frac{\text{Vridning}_{\text{lin},t} - \text{Vridning}_{\text{lin},r}}{N_r - 1} \quad \text{LinVridning}_{ir} := \text{Vridning}_{\text{lin},r} + (ir - 1) \cdot \Delta \text{Vridning}$$

For spiralformet vridning blir en hastighet Ublad definert som en hastighet spiralen treffer når rotorbladene roterer.

$$\text{Ublad} := 8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{Spiralvridning}_{ir} := \text{angle}(\Omega \cdot \text{len}_{ir}, \text{Ublad})$$

Disse to vridningene summeres til en total vridning $\text{Vridning} := \text{LinVridning} + \text{Spiralvridning}$



VEDLEGG B

4) Definerer Blad akse, vridningsvinkel, lokal tilt vinkel vilkårlig langs bladet

$$\alpha(\text{radius}) := \text{linterp}(\text{len}, \text{Vridning}, \text{radius})$$

$$c(\text{radius}) := \text{linterp}(\text{len}, \text{Akse}, \text{radius})$$

$$\beta(r) := \alpha(r) + \beta_t$$

5) Definerer Beregningsområder

Antall bladelement for aerodynamisk response $N_e := 10$

Lengde av hvert element $\Delta r := \frac{R - R_r}{N_e}$ $\Delta r = 1.25 \text{ m}$

Nummer blad element $ie := 1..N_e$

Radius til element nummer i

$$r_{ie} := \left[\left(R_r + \frac{\Delta r}{2} \right) + \Delta r \cdot (ie - 1) \right]$$

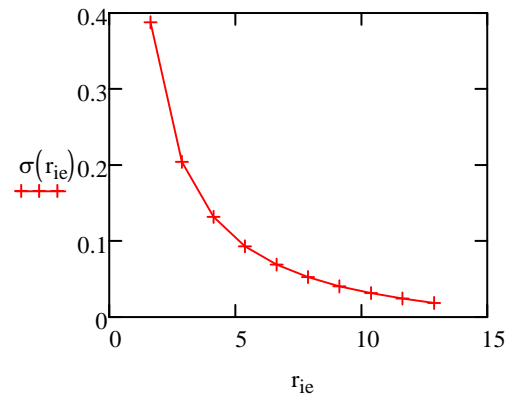
| | | | | | | | | | | |
|---------|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-----|----|
| $r^T =$ | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | |
| | 1 | 1.625 | 2.875 | 4.125 | 5.375 | 6.625 | 7.875 | 9.125 | ... | ·m |

VEDLEGG B

6) Definerer element området

$$\sigma(r) := \frac{N_b \cdot c(r)}{2 \cdot \pi \cdot r} \quad \text{Lokal soliditet ratio for et bladelement i en radius } r$$

$$\Delta A_{\text{skive}}(r) := 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \Delta r \quad \Delta A_{\text{blad}}(r) := c(r) \cdot \Delta r$$



VEDLEGG B

7) Bladets oppdrift og motstandskoeffisienter

Nc := 23 ia := 1..Nc

$\frac{A}{w_{ra}}$:= CD_{ia} := CL_{ia} :=

| | | |
|----------|--------|--------|
| -180·deg | 0.0198 | 0.0 |
| -170·deg | 0.0955 | 0.749 |
| -135·deg | 0.8537 | 0.771 |
| -105·deg | 1.3104 | 0.282 |
| -90·deg | 1.3587 | -0.067 |
| -70·deg | 1.2212 | -0.512 |
| -50·deg | 0.882 | -0.814 |
| -30·deg | 0.4295 | -0.829 |
| -15·deg | 0.0535 | -1.105 |
| -10·deg | 0.0111 | -0.711 |
| -4·deg | 0.0072 | -0.017 |
| 0·deg | 0.0052 | 0.442 |
| 4·deg | 0.0054 | 0.898 |
| 8·deg | 0.0124 | 1.257 |
| 12·deg | 0.0613 | 1.434 |
| 18·deg | 0.1947 | 1.448 |
| 30·deg | 0.4294 | 0.926 |
| 45·deg | 0.7573 | 0.793 |
| 70·deg | 1.2438 | 0.495 |
| 95·deg | 1.4533 | -0.074 |
| 135·deg | 0.9064 | -0.84 |
| 170·deg | 0.0971 | -0.749 |
| 180·deg | 0.0198 | 0 |

Motstand- og oppdriftskoeffisientene som funksjon av ulike angrepsvinkler er her hentet fra en fil som fulgte med HAWC2 programmet for blad i NACA 64 serien. VESTAS V-27 bruker et modifisert blad i NACA 63.200 serien som nok vil gi en litt høyere ytelse.

For en vindmølle som opererer under normale tilstander vil vi kun se på vinklene mellom 0 og 45 grader.

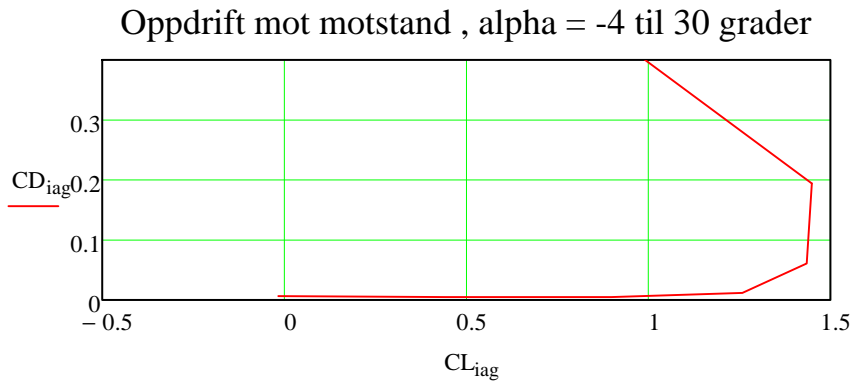
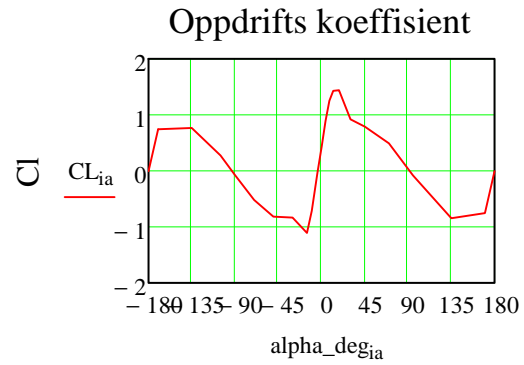
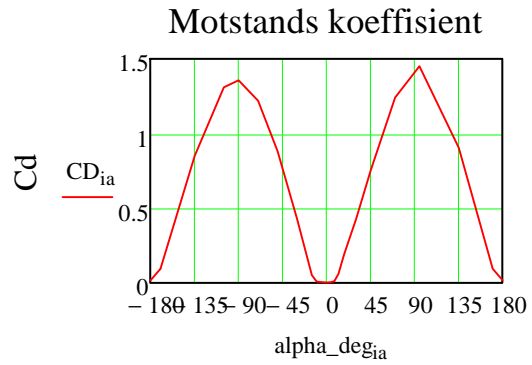
Må gjøre om til radianer for plotting i diagram

$$\text{alpha_deg} := \frac{A}{\text{deg}}$$

VEDLEGG B

8) Oppdrift og motstandskoeffisient

Funksjon som gir oss heltall $i_{ag} := \text{floor}(0.5 \cdot N_c) .. \text{floor}(0.75 \cdot N_c)$



Ut fra denne grafen ser vi at motstandskoeffisienten stiger raskt etter vi har nådd en topp i oppdriftskoeffisienten.

VEDLEGG B

Funksjon som gir oss tilsvarende vinkel dersom utenfor området

$$\text{Vink}(\alpha) := 2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{\alpha + \pi}{2 \cdot \pi} - \text{floor} \left(\frac{\alpha + \pi}{2 \cdot \pi} \right) \right) - \pi \quad \text{Test: } \text{Vink}(185 \cdot \text{deg}) = -175 \cdot \text{deg}$$

Funksjoner for Oppdrifts og motstandskoeffisient

$$C_1(\alpha) := \text{linterp}(A, CL, \text{Vink}(\alpha)) \quad C_d(\alpha) := \text{linterp}(A, CD, \text{Vink}(\alpha))$$

Disse funksjonene interpolerer lineært verdien for vinklen som ligger mellom 2 vinkler.

Tester dette:

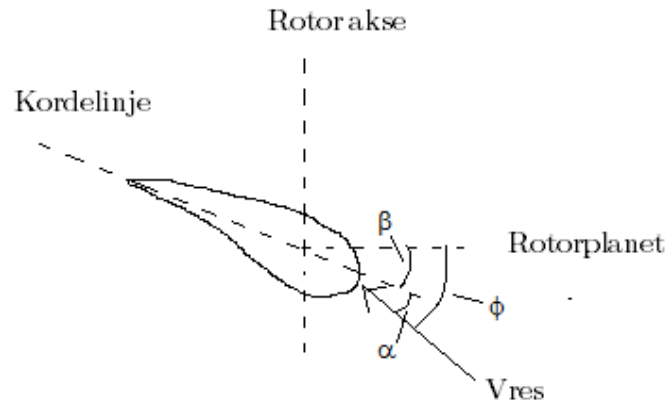
$$C_1(7 \text{deg}) = 1.167 \quad C_d(7 \text{deg}) = 0.011$$

9) Beregner oppdrift- og motstandskoeffisientene som en funksjon av strømnings innfallsvinkel relativt til rotorplanet.

Ovenfor er 2D oppdrift- og motstandskoeffisienter gitt som funksjon av innfallsvinkelen relativt til korde linjen. Videre er det hensiktsmessig å relatere disse koeffisientene innfallsvinkelen relativt til rotorplanet, ϕ .

$$\alpha = \phi - \beta \quad Cl(\phi, r) := C_1(\phi - \beta(r)) \quad Cd(\phi, r) := C_d(\phi - \beta(r))$$

VEDLEGG B



Her er en skisse over de ulike strømningsvinklene. Relativt til rotorplanet og kordelinjen.

10) Prandtl's endetaps koeffisient

$$F = \frac{2}{\pi} \cdot \cos^{-1}(e^{-f})$$

$$f = \frac{N_b}{2} \cdot \frac{R - r}{r \cdot \sin(\phi)}$$

$$\text{Ende_funksjon}(\lambda, r, a) := \frac{2}{\pi} \cdot \text{acos} \left[\exp \left[-\pi \cdot \frac{(R - r) \cdot |\lambda| \cdot N_b}{2 \cdot \pi \cdot r} \right] \right]$$

VEDLEGG B

11) Aksial og radial interferens faktor (a og a')

Vi må finne sammenhengen mellom aksialkraften som virker på rotoren som følge av oppdrift- og motstandskoeffisientene C_l og C_d langs rotorbladene og den reduserte strømningshastigheten ved rotoren $(1-a)U$

Aksialkraften på rotoren:

$$F = Nb \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho_f \cdot \left[\frac{U^2 \cdot (1-a)^2}{\sin(\phi)^2} \right] \cdot (\Delta A_{1\text{blad}}) \cdot (C_l(\phi, r) \cdot \cos(\phi) + C_d(\phi, r) \cdot \sin(\phi))$$

Der $A_{1\text{blad}}$ er elementarealet på et rotorblad

Uttrykket for aksialkraft dersom vi ser på bevegelsemengde ($F = dm/dt$) er gitt ved:

$$F = [\rho_f \cdot \Delta A_{\text{skive}} \cdot |U| \cdot (1-a)] \cdot (2 \cdot U \cdot a)$$

Der det som står innenfor klaffene er massestrømningen gjennom skiveelementet og $2Ua$ er forandring i hastigheten. A_{disk} er elementarealet av et lite element av rotorskiven.

Disse to uttrykkene for aksialkraft omformes til aksialkraft koeffisient ved å dele

uttrykkene med $\frac{1}{2} \cdot \rho_f \cdot \Delta A_{\text{skive}} \cdot U^2$

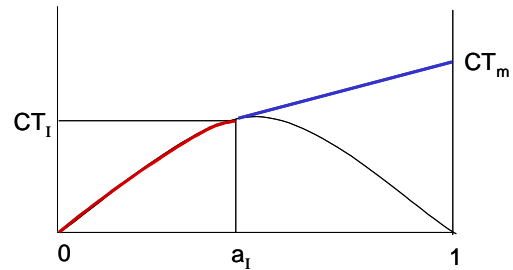
Vi står da igjen med følgende uttrykk for aksialkraft koeffisienten C_T :

$$C_T = Nb \cdot \left[\frac{(1-a)^2}{\sin(\phi)^2} \right] \cdot \frac{(\Delta A_{1\text{blad}})}{\Delta A_{\text{skive}}} \cdot (C_l(\phi, r) \cdot \cos(\phi) + C_d(\phi, r) \cdot \sin(\phi)) \quad C_T = 4 \cdot (1-a) \cdot (a)$$

VEDLEGG B

12) Empirisk tilpasning av aksialkraft koeffisienten basert på bevegelsemengde

Vi må her korrigere på grunn av at turbulens påvirker forholdet ved høy rotorlast og det finnes bedre tilnærminger enn en parabel ved høye verdier av aksialkraft. Som figuren under viser, brukes parabelen til å finne CT og a for lave verdier og en rett linje ved høyere verdier.



Vi må finne en måte å tilpasse parabelen med den rette linjen og uttrykke a som en funksjon av CT.

For delen som er parabel er det teoretiske forholdet mellom CT og a kjent som:

$$CT = 4a \cdot (1 - a) \text{ og } \frac{d}{da} CT = 4 - 8 \cdot a$$

For $a=1.0$ vil den empiriske verdien av CT være ca. 1.8. Vi setter da $CT_m := 1.8$

VEDLEGG B

Dersom den rette linjen er en tangent til parabelen i punktet (a_I, CT_I) vil linjen:

$$CT_m = CT_I + \left(\frac{d}{da} CT\right) \cdot (1 - a_I) \quad \text{Løser for } a_I \text{ og får} \quad a_I := 1 - 0.5 \cdot \sqrt{CT_m} \quad a_I = 0.329$$
$$CT_I := 4 \cdot a_I (1 - a_I) \quad CT_I = 0.883$$

Formelen for parabelen kan da skives som:

$$a1(CT) := \frac{1 - \sqrt{1 - CT}}{2}$$

Formelen for den rette linjen:

$$a2(CT) := 1 - \frac{(CT_m - CT)}{4 - 8 \cdot a_I}$$

Vi må da laga en funksjon som forteller oss når vi skal bruke de ulike funksjonene for en gitt verdi av aksialkraft koeffisienten CT

$$a_e(CT) := \text{if}(CT < CT_I, a1(CT), a2(CT))$$

VEDLEGG B

13) Lager nå en funksjon som itererer verdier for ulike endehastigheter langs rotorbladet

$$\text{Solve}(r, \lambda) := \left(\begin{array}{l} \phi_1 \leftarrow 0.1 \quad a_1 \leftarrow \frac{a_I}{2} \quad a'_1 \leftarrow 0.01 \quad CT_1 \leftarrow \frac{CT_I}{2} \quad \text{Ende_eff}_1 \leftarrow \text{Ende_funksjon}(\lambda, r, a_1) \\ \text{for } it \in 2..Nt \\ \quad \phi_{it} \leftarrow \text{Vink} \left[\left[\text{angle} \left[r \cdot \left[(1 + a'_{it-1}) \cdot \lambda \right], R \cdot (1 - a_{it-1}) \right] \right] \right] \\ \quad \text{Ende_eff}_{it} \leftarrow \text{Ende_funksjon}(\lambda, r, a_{it-1}) \\ \quad CT_{it} \leftarrow N_b \cdot \frac{\Delta A_{1blad}(r)}{\Delta A_{skive}(r)} \cdot \frac{(1 - a_{it-1})^2}{\sin(\phi_{it-1})^2} \cdot \left(Cl(\phi_{it-1}, r) \cdot \cos(\phi_{it-1}) + Cd(\phi_{it-1}, r) \cdot \sin(\phi_{it-1}) \cdot Cdf \right) \\ \quad CT_{it} \leftarrow CT_m \cdot \text{sign}(CT_{it}) \quad \text{if } |CT_{it}| > CT_m \\ \quad a_{it} \leftarrow a_e(CT_{it-1}) \cdot \text{Ende_eff}_{it} \\ \quad a_{it} \leftarrow 1 \cdot \text{sign}(a_{it}) \quad \text{if } |a_{it}| > 1 \\ \quad a'_{it} \leftarrow \frac{1}{4} \cdot N_b \cdot \frac{\Delta A_{1blad}(r)}{\Delta A_{skive}(r)} \cdot \left(\frac{1 - a_{it-1}}{\sin(\phi_{it-1})^2} \right) \cdot \frac{R}{r \cdot \lambda} \cdot \left(Cl(\phi_{it-1}, r) \cdot \sin(\phi_{it-1}) - Cd(\phi_{it-1}, r) \cdot \cos(\phi_{it-1}) \cdot Cdf \right) \\ \quad a'_{it} \leftarrow 1 \cdot \text{sign}(a'_{it}) \quad \text{if } |a'_{it}| > 1 \\ \quad \left[CT_{it} \leftarrow CT_{it} \cdot \text{fac}_{it} + CT_{it-1} \cdot (1 - \text{fac}_{it}) \quad a_{it} \leftarrow a_{it} \cdot \text{fac}_{it} + a_{it-1} \cdot (1 - \text{fac}_{it}) \quad a'_{it} \leftarrow a'_{it} \cdot \text{fac}_{it} + a'_{it-1} \cdot (1 - \text{fac}_{it}) \right] \\ \left(\begin{array}{l} \phi \\ CT \\ \text{Ende_eff} \\ a \\ a' \end{array} \right) \end{array} \right)$$

VEDLEGG B

14) Resultat og sortering av resultatene

$$\text{Resultat}_{ie, is} := \text{Solve}(r_{ie}, \lambda_{is})$$

Resultatet kommer ut som en tabell for hvert element og strømningshastighet. Iterasjonen gir resultat for:

- Strømningsvinkel
- Lokal aksialkraft koeffisient
- Endetaps koeffisient
- Aksial induksjonsfaktor
- Radial induksjonsfaktor

Disse er beregnet for hver radius og ved forskjellige vindhastigheter

$$Nt \equiv 100 \quad it \equiv 1..Nt$$

Antall itterasjoner

$$fac_0 \equiv 0.15 \quad fac_{end} \equiv 0.2$$

Dempningsfaktor for å forsikre oss om konvergering

$$fac_{it} \equiv fac_0 + \frac{it}{Nt} \cdot fac_{end} - fac_0$$

Reduserer denne dempningsfaktoren etter hvert som itterasjonen konvergerer

$$Cdf \equiv 1$$

Gjør det mulig at Cd=0 ved beregning av CT

$$Cdf' \equiv 1$$

Gjør det mulig at Cd=0 ved beregning av a'

$$\phi_{ie, is} := \left[\left(\text{Resultat}_{ie, is} \right)_{1, 1} \right] \quad CT_{ie, is} := \left[\left(\text{Resultat}_{ie, is} \right)_{2, 1} \right] \quad \text{Ende_eff}_{ie, is} := \left[\left(\text{Resultat}_{ie, is} \right)_{3, 1} \right]$$

$$a_{ie, is} := \left[\left(\text{Resultat}_{ie, is} \right)_{4, 1} \right] \quad a'_{ie, is} := \left[\left(\text{Resultat}_{ie, is} \right)_{5, 1} \right]$$

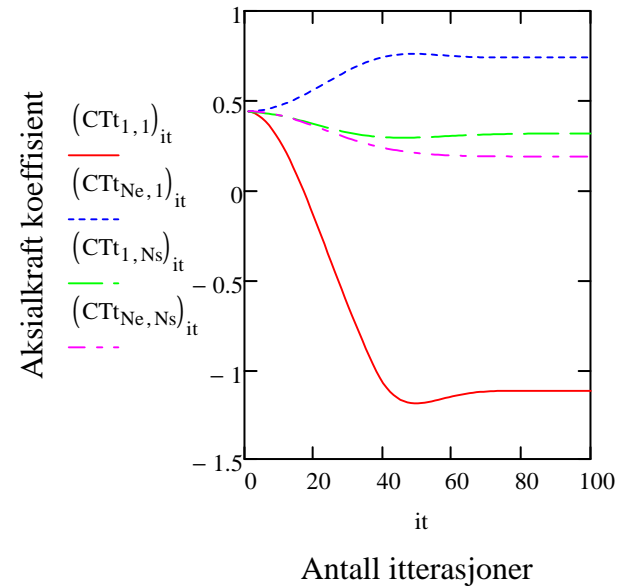
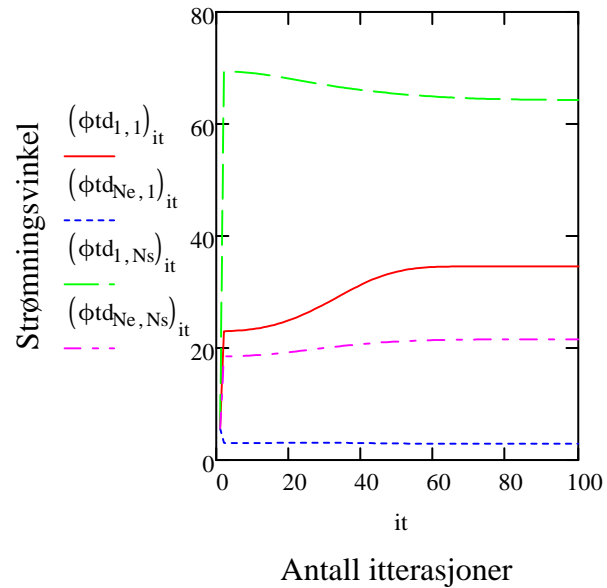
VEDLEGG B

$$\phi_{ie, is} := (\phi_{t_{ie, is}})_{Nt} \quad CT_{ie, is} := (CT_{t_{ie, is}})_{Nt} \quad Ende_eff_{ie, is} := (Ende_eff_{t_{ie, is}})_{Nt}$$

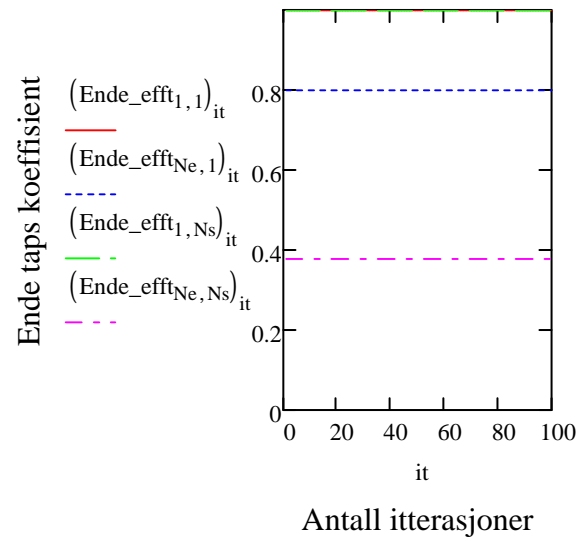
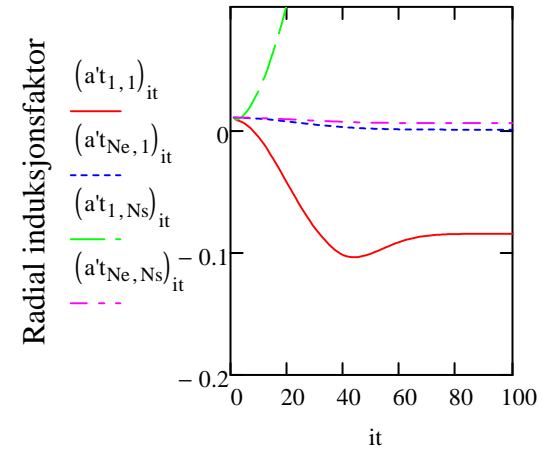
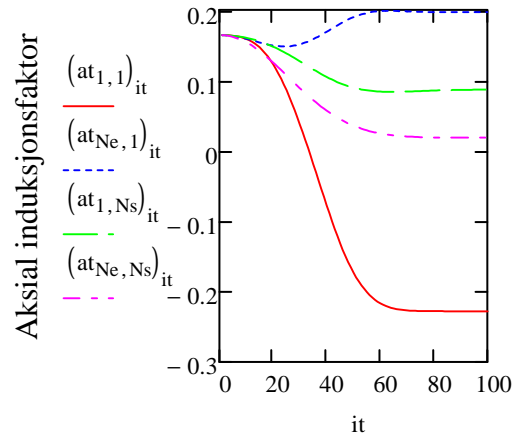
$$a_{ie, is} := (a_{t_{ie, is}})_{Nt} \quad a'_{ie, is} := (a'_{t_{ie, is}})_{Nt}$$

15) Grafer over resultatene av itterasjon

Konverterer til grader til bruk i grafene $\phi_{td} := \frac{\phi_t}{\text{deg}}$

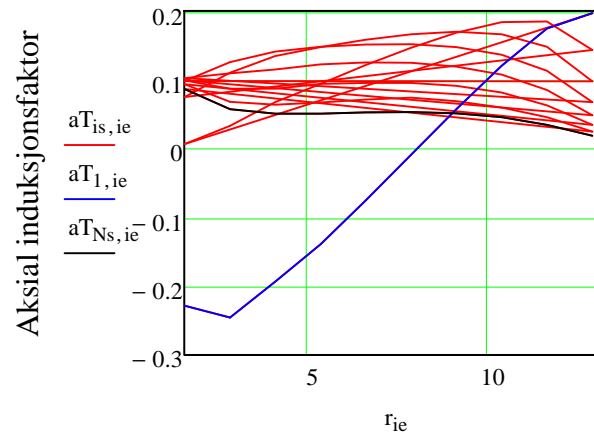


VEDLEGG B



VEDLEGG B

16) Grafer av faktorer langs bladets lengde:

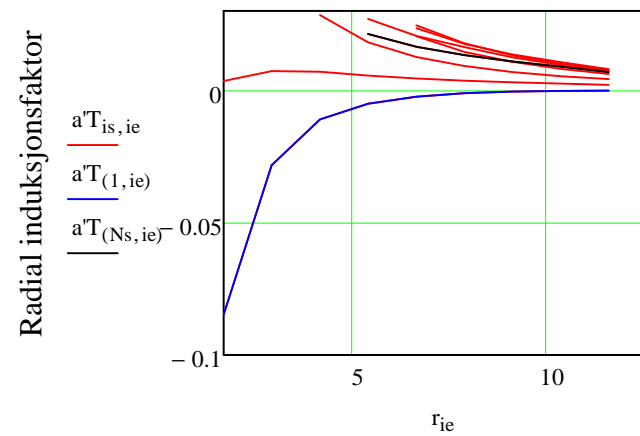


Radius langs bladet

- Alle vindhastigheter
- Laveste vindhastighet
- Høyeste vindhastighet

Aksial induksjonsfaktorer

$$a^T := a^T \quad a^T := a^T \quad \text{Ende_eff}^T := \text{Ende_eff}^T$$

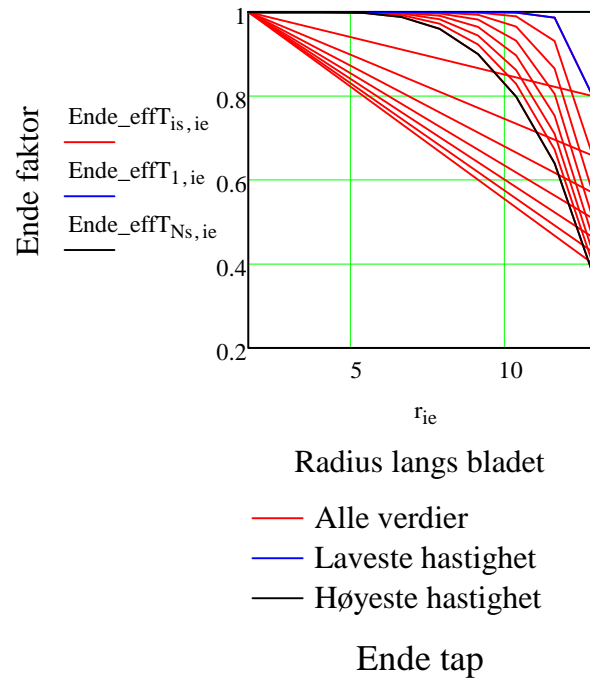


Radius langs bladet

- Alle vindhastigheter
- Laveste vindhastighet
- Høyeste vindhastighet

Radiale induksjonsfaktorer

VEDLEGG B



For endetap vil 1.0 tilsvare ingen endetap. Som vi ser er det mot enden av bladet tapet begynner å bli stort.

VEDLEGG B

17) Lokale oppdrifts- og motstandskrefter

Fra de aksiale og radiale induksjonsfaktorene beregnet over kan vi finne hastigheten av strømningshvirvlene og vindskyggen forårsaket av de aksielle kreftene. Disse hastighetene antas å være "låst" ved beregning av angrepsvinklene på bladet (α og ϕ).

Vindskygge hastighet $v_{ie, is} := U_{is} \cdot a_{ie, is}$

Hastighet av hvirvlene i vindskyggen $w_{ie, is} := r_{ie} \cdot \Omega \cdot a'_{ie, is}$

18) Resulterende strømningsretning i forhold til rotorplanet ϕ og angrepsvinkel for hver seksjon av rotorbladet α for de ulike strømningshastighetene.

$U^T = (4 \ 7 \ 10 \ 13 \ 16 \ 19 \ 22 \ 25) \frac{m}{s}$ $\alpha_{ie, is} := \text{Vink}(\phi_{ie, is} - \beta(r_{ie}))$

$\alpha =$

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|----|-----|----|---|---|----|----|----|----|
| 1 | -11 | -4 | 2 | 6 | 10 | 13 | 16 | 19 |
| 2 | -8 | -3 | 3 | 9 | 15 | 20 | 25 | 29 |
| 3 | -6 | -2 | 3 | 8 | 14 | 20 | 25 | 29 |
| 4 | -5 | -2 | 3 | 7 | 12 | 18 | 22 | 27 |
| 5 | -4 | -1 | 2 | 7 | 11 | 16 | 20 | 24 |
| 6 | -4 | -1 | 2 | 6 | 10 | 14 | 18 | 22 |
| 7 | -3 | -1 | 2 | 6 | 9 | 13 | 16 | 20 |
| 8 | -3 | -1 | 2 | 5 | 9 | 12 | 15 | 18 |
| 9 | -3 | -0 | 2 | 5 | 8 | 11 | 14 | 17 |
| 10 | -2 | 0 | 3 | 6 | 8 | 11 | 14 | 16 |

$\cdot \text{deg}$

Strømningsvinkel i forhold til koorde linje

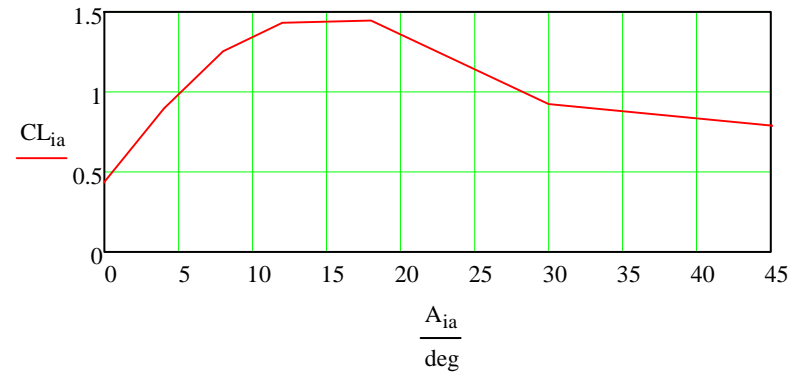
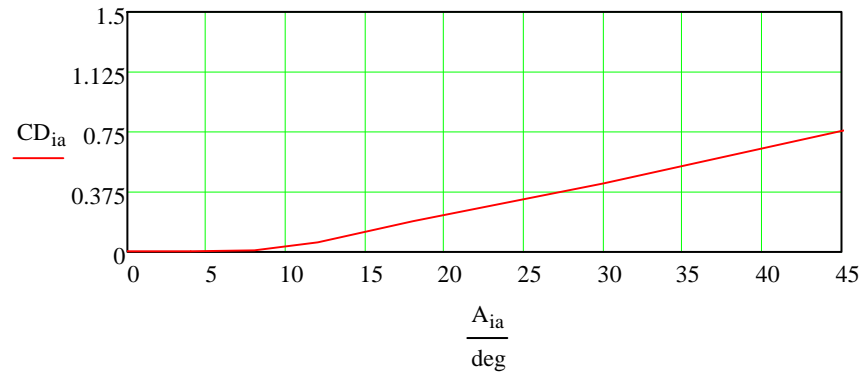
$\phi =$

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 35 | 42 | 47 | 51 | 55 | 59 | 62 | 64 |
| 2 | 20 | 26 | 32 | 37 | 43 | 49 | 54 | 58 |
| 3 | 14 | 18 | 23 | 28 | 34 | 40 | 45 | 49 |
| 4 | 10 | 14 | 18 | 23 | 28 | 33 | 38 | 42 |
| 5 | 8 | 11 | 15 | 19 | 23 | 28 | 32 | 36 |
| 6 | 6 | 9 | 12 | 16 | 20 | 24 | 28 | 32 |
| 7 | 5 | 8 | 11 | 14 | 18 | 21 | 25 | 28 |
| 8 | 4 | 7 | 9 | 13 | 16 | 19 | 22 | 25 |
| 9 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | 21 | 23 |
| 10 | 3 | 6 | 8 | 11 | 14 | 16 | 19 | 22 |

$\cdot \text{deg}$

Strømningsvinkel i forhold til rotorplanet

VEDLEGG B



| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|----|-----|----|----|----|----|-----|
| 1 | -23 | 1 | 8 | 10 | 10 | 10 |
| 2 | -24 | 3 | 11 | 13 | 11 | 9 |
| 3 | -19 | 7 | 13 | 14 | 12 | 9 |
| 4 | -14 | 9 | 15 | 15 | 12 | 9 |
| 5 | -7 | 12 | 16 | 15 | 13 | 10 |
| 6 | -1 | 15 | 17 | 15 | 12 | 10 |
| 7 | 6 | 17 | 17 | 15 | 12 | 9 |
| 8 | 12 | 18 | 17 | 14 | 11 | 8 |
| 9 | 17 | 18 | 15 | 11 | 9 | 6 |
| 10 | 20 | 14 | 10 | 7 | 5 | ... |

·%

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|----|----------------------|-----|------|------|------|------|
| 1 | -8.5 | 0.4 | 10.3 | 20.3 | 28.7 | 34.6 |
| 2 | -2.8 | 0.7 | 4.9 | 8.8 | 10.2 | 9.7 |
| 3 | -1.1 | 0.7 | 2.9 | 4.9 | 5.4 | 4.9 |
| 4 | -0.5 | 0.6 | 1.8 | 3.1 | 3.6 | 3.3 |
| 5 | -0.2 | 0.5 | 1.3 | 2.1 | 2.5 | 2.4 |
| 6 | -0.1 | 0.4 | 0.9 | 1.5 | 1.8 | 1.8 |
| 7 | -0 | 0.3 | 0.7 | 1.1 | 1.3 | 1.4 |
| 8 | $-7.5 \cdot 10^{-3}$ | 0.3 | 0.5 | 0.8 | 1 | 1.1 |
| 9 | $6 \cdot 10^{-3}$ | 0.2 | 0.4 | 0.6 | 0.8 | 0.8 |
| 10 | 0 | 0.2 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | ... |

·%

19) Resulterende hastighet og krefter

Relativ strømningshastighet U_r :

$$U_{r_{ie, is}} := \sqrt{\left[U_{is} \cdot (1 - a_{ie, is}) \right]^2 + \left[\Omega \cdot r_{ie} \cdot (1 + a'_{ie, is}) \right]^2}$$

Oppdriftskraft på rotorblad [N]:

$$l_{ie, is} := \frac{1}{2} \cdot \rho_f \cdot (U_{r_{ie, is}})^2 \cdot (c(r_{ie}) \cdot \Delta r) \cdot Cl(\phi_{ie, is}, r_{ie}) \cdot Ende_{eff_{ie, is}}$$

Motstandskraft på rotorblad [N]:

$$d_{ie, is} := \frac{1}{2} \cdot \rho_f \cdot (U_{r_{ie, is}})^2 \cdot (c(r_{ie}) \cdot \Delta r) \cdot Cd(\phi_{ie, is}, r_{ie}) \cdot Ende_{eff_{ie, is}}$$

(Som vi ser her er endeeffekter tatt med i betraktningen)

VEDLEGG B

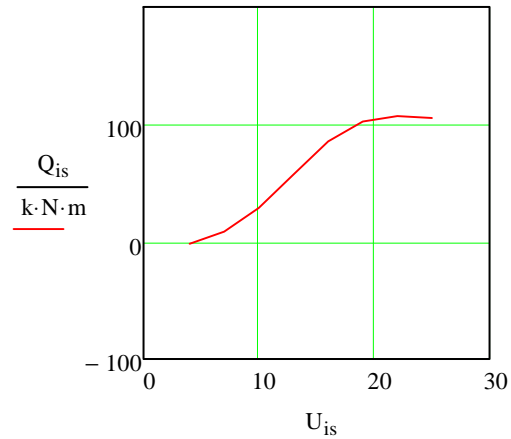
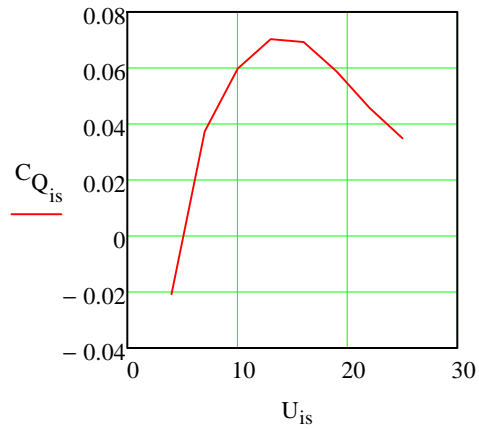
20) Beregning av Dreiemoment, Aksialkraft og Ytelse for ulike hastigheter med rotoren i en stabil tilstand.

20a) Dreiemoment Q :

$$Q_{is} := N_b \cdot \left[\sum_{ie} \left[r_{ie} \cdot (l_{ie, is} \cdot \sin(\phi_{ie, is}) - d_{ie, is} \cdot \cos(\phi_{ie, is})) \right] \right]$$

Dreiemoment koeffisient:

$$C_{Q_{is}} := \frac{Q_{is}}{\left[\frac{1}{2} \cdot \rho_f \cdot (U_{is})^2 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot R \right]}$$



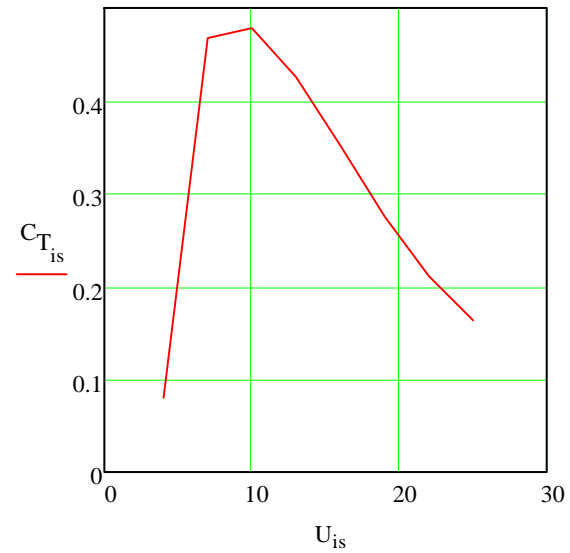
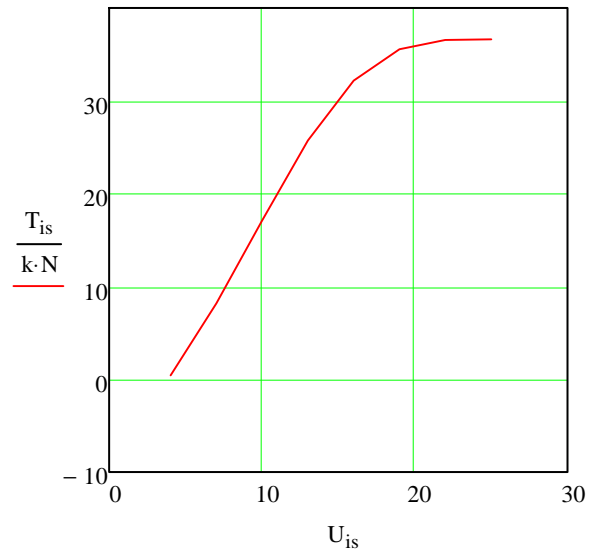
VEDLEGG B

20b) Aksialkraft T:

$$\overset{\text{NBS}}{T_{is}} := N_b \cdot \left[\sum_{ie} (l_{ie, is} \cdot \cos(\phi_{ie, is}) + d_{ie, is} \cdot \sin(\phi_{ie, is})) \right]$$

Aksialkraft koeffisient:

$$C_{T_{is}} := \frac{T_{is}}{\left[\frac{1}{2} \cdot \rho_f \cdot (U_{is})^2 \cdot \pi \cdot R^2 \right]}$$



VEDLEGG B

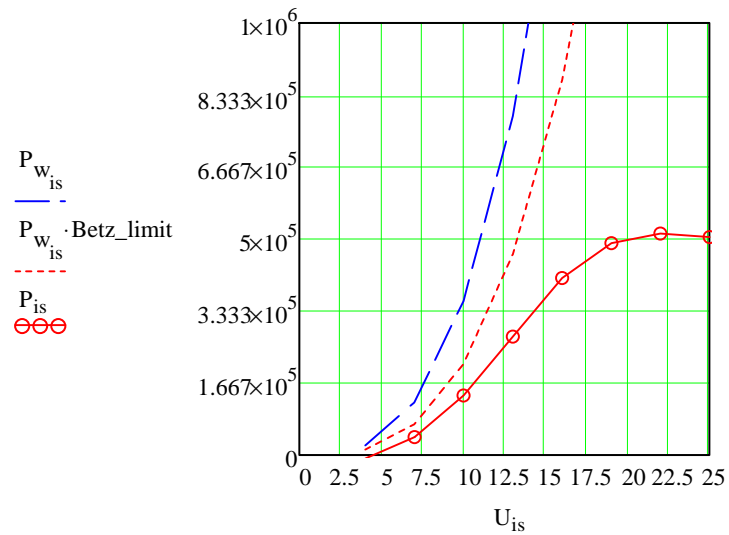
20c) Ytelse P:

Ytelse som er i vinden $P_{w_{is}} := \frac{1}{2} \cdot \rho_f \cdot (U_{is})^3 \cdot \pi \cdot R^2$

$$P_{is} := Q_{is} \cdot \Omega$$

Ytelsekoeffisient:

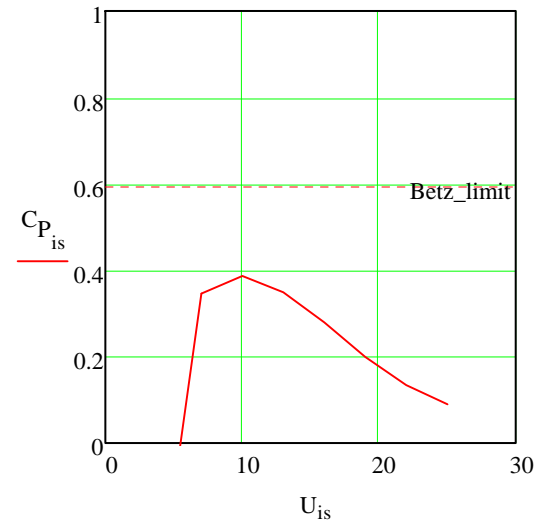
$$C_{P_{is}} := \frac{P_{is}}{\left[\frac{1}{2} \cdot \rho_f \cdot (U_{is})^3 \cdot \pi \cdot R^2 \right]}$$



Grenseverdien til Betz er plottet i grafen opp mot resultatene for denne vindmøllen

Betz_limit := 0.593

| | | | | |
|-------|-----------------------------|-------------|----|--------|
| $U =$ | $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ | $\lambda =$ | 4 | 16.148 |
| | | | 7 | 9.228 |
| | | | 10 | 6.459 |
| | | | 13 | 4.969 |
| | | | 16 | 4.037 |
| | | | 19 | 3.4 |
| | | | 22 | 2.936 |
| | | | 25 | 2.584 |

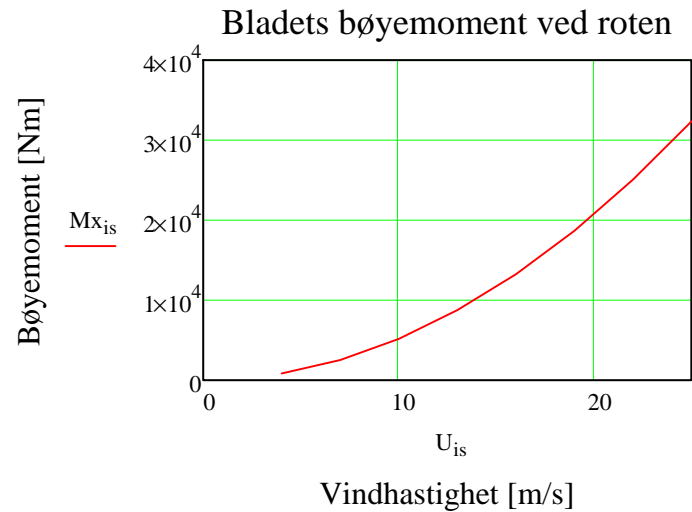


VEDLEGG B

21) Moment i rotorblad

Data:

| | | | |
|-----------------|---|-----------------|-----------------------|
| Formfaktor | $C_s := 1.38$ | Radius til rot | $r_r := 1\text{m}$ |
| Luftens tetthet | $\rho_f = 1.25 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ | Radius til ende | $r_t := 13.5\text{m}$ |
| vindtrykk | $p_{h_{is}} := \frac{\rho_f}{2} \cdot (U_{is})^2 \cdot C_s$ | | |
| Moment på blad | $M_{x_{is}} := \frac{p_{h_{is}}}{6} \cdot \frac{(C_r - C_t) \cdot (r_t - r_r)^3}{(r_t - r_r)} + \frac{p_{h_{is}}}{2} \cdot C_t \cdot (r_t - r_r)^2$ | | |



VEDLEGG B

Tar verdier for hver hastighet fra U_{\min} til U_{\max} med steg på 1.75 m/s $\Delta U_{is} := 1.75 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

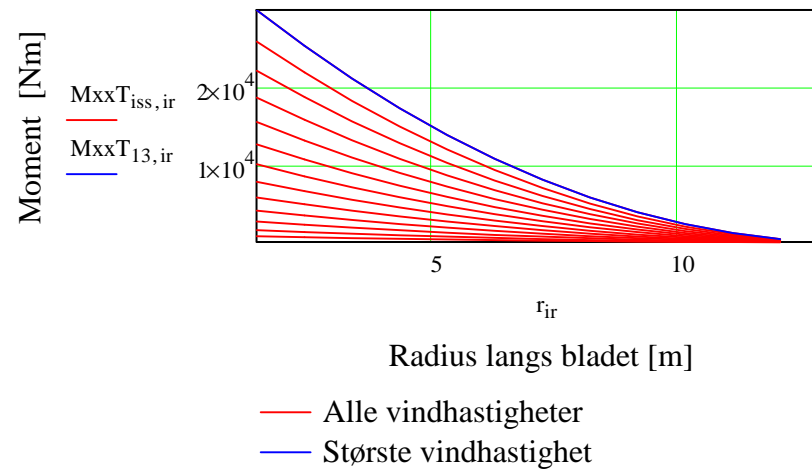
Totalt antall steg $N_{is} := \frac{U_{\max} - U_{\min}}{\Delta U_{is}} + 1$ $N_{is} = 13$ $iss := 1..N_{is}$ $U_{iss} := U_{\min} + (iss - 1) \cdot \Delta U_{is}$

Antall steg for radius og strørrelsen pr. Steg $N_{ir} := 13$ $\Delta r_{ir} := \frac{R - R_r}{N_{ir}}$ $ir := 1..N_{ir}$ $r_{ir} := \left[\left(R_r + \frac{\Delta r_{ir}}{2} \right) + \Delta r_{ir} \cdot (ir - 1) \right]$

Vindtrykk for de ulike hastighetene $P_{h_{iss}} := \frac{\rho_f}{2} \cdot (U_{iss})^2 \cdot C_s$

Moment for de ulike hastigheten $M_{xx,ir,iss} := \frac{P_{h_{iss}}}{6} \cdot \frac{(C_r - C_t) \cdot (r_t - r_{ir})^3}{(r_t - r_{ir})} + \frac{P_{h_{iss}}}{2} \cdot C_t \cdot (r_t - r_{ir})^2$ $M_{xxT} := M_{xx}^T$

Som vi kan se av momentdiagrammet er det høyeste momentet for maksimal vindhastighet før rotorens nødbrems kobles inn, $U_{\max}=25 \text{ m/s}$ og det laveste momentet for $U_{\min}=4 \text{ m/s}$.



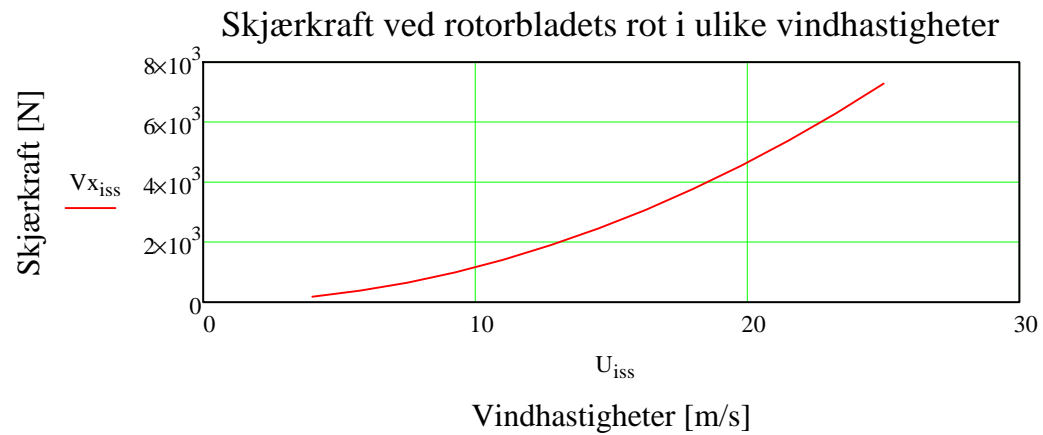
VEDLEGG B

22) Skjærkraft

Korde bredde $C_b := (1.438 \ 1.402 \ 1.366 \ 1.294 \ 1.223 \ 1.151 \ 1.079 \ 1.008 \ 0.936 \ 0.864 \ 0.793 \ 0.721 \ 0.649 \ 0.578 \ 0.506)\text{m}$

Gjennomsnittlig korde bredde $C_m := \frac{\sum C_b}{15} \quad C_m = 1.001 \text{ m}$

Skjærkraft for utkraget bjelke med jevnt fordelt last $V_m = q \cdot L \quad V_{x_{iss}} := \rho h_{iss} \cdot C_m \cdot R$



VEDLEGG B

23) Nedbøyning av rotorbladet

E-modul til rotorbladet

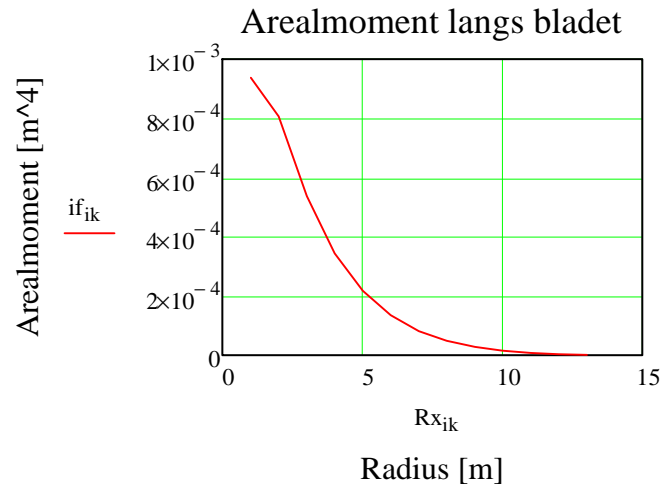
$$E_b := 30000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Teori:

$$\text{Krumning} = \frac{1}{r} = \frac{M}{EI} = -\left(\frac{d^2}{dx^2} V\right)$$

Nk := 13 ik := 1..Nk

Verdiene for arealmomentet langs bladet er hentet fra kalkulasjoner i Vestas-V27 Encl. 5 A1. Arealmomentet er summen av arealmomentet for bjelken i rotorbladet og skallet. Deformasjonen blir beregnet for den høyeste operasjonelle vindhastigheten, Umaks.



Rx_{ik} :=

| |
|-----|
| 1m |
| 2m |
| 3m |
| 4m |
| 5m |
| 6m |
| 7m |
| 8m |
| 9m |
| 10m |
| 11m |
| 12m |
| 13m |

$$\text{if} := \begin{pmatrix} 0.000937 \\ 0.000806 \\ 0.000537 \\ 0.000344 \\ 0.000217 \\ 0.000135 \\ 0.0000812 \\ 0.0000487 \\ 0.0000279 \\ 0.0000151 \\ 0.0000075 \\ 0.00000333 \\ 0.000000606 \end{pmatrix} \cdot \text{m}^4$$

mf :=

$$\begin{pmatrix} M_{xxT_{13,1}} \\ M_{xxT_{13,2}} \\ M_{xxT_{13,3}} \\ M_{xxT_{13,4}} \\ M_{xxT_{13,5}} \\ M_{xxT_{13,6}} \\ M_{xxT_{13,7}} \\ M_{xxT_{13,8}} \\ M_{xxT_{13,9}} \\ M_{xxT_{13,10}} \\ M_{xxT_{13,11}} \\ M_{xxT_{13,12}} \\ M_{xxT_{13,13}} \end{pmatrix}$$

VEDLEGG B

Kurvatur $R_k := \frac{\overrightarrow{(mf \cdot if^{-1})}}{E_b}$

Størrelsen på steg $B := 1\text{m}$

Sum av kurvatur langs bladet:

| | | |
|----|-----------------------|----------------------|
| | 1 | |
| 1 | $1.065 \cdot 10^{-3}$ | |
| 2 | $1.048 \cdot 10^{-3}$ | |
| 3 | $1.311 \cdot 10^{-3}$ | |
| 4 | $1.675 \cdot 10^{-3}$ | |
| 5 | $2.126 \cdot 10^{-3}$ | |
| 6 | $2.66 \cdot 10^{-3}$ | $\frac{1}{\text{m}}$ |
| 7 | $3.322 \cdot 10^{-3}$ | |
| 8 | $3.966 \cdot 10^{-3}$ | |
| 9 | $4.634 \cdot 10^{-3}$ | |
| 10 | $5.18 \cdot 10^{-3}$ | |
| 11 | $5.321 \cdot 10^{-3}$ | |
| 12 | $4.314 \cdot 10^{-3}$ | |
| 13 | $2.634 \cdot 10^{-3}$ | |

$$R_m := 1\text{m} \left(\sum_{i=1}^1 R_{k_i} \sum_{i=2}^1 R_{k_i} \sum_{i=3}^1 R_{k_i} \sum_{i=4}^1 R_{k_i} \sum_{i=5}^1 R_{k_i} \sum_{i=6}^1 R_{k_i} \sum_{i=7}^1 R_{k_i} \sum_{i=8}^1 R_{k_i} \sum_{i=9}^1 R_{k_i} \sum_{i=10}^1 R_{k_i} \sum_{i=11}^1 R_{k_i} \sum_{i=12}^1 R_{k_i} \sum_{i=13}^1 R_{k_i} \right)$$

Nedbøyning for hvert punkt langs bladet:

$$w := \left[R_{m_{1,1}} \cdot \frac{B}{2} \left[\sum_{i=1}^2 \left[\left(R_{m_{1,i}} \cdot \frac{B}{2} \right) \right] \sum_{i=1}^3 \left[\left(R_{m_{1,i}} \cdot \frac{B}{2} \right) \right] \sum_{i=1}^4 \left[\left(R_{m_{1,i}} \cdot \frac{B}{2} \right) \right] \sum_{i=1}^5 \left[\left(R_{m_{1,i}} \cdot \frac{B}{2} \right) \right] \sum_{i=1}^6 \left[\left(R_{m_{1,i}} \cdot \frac{B}{2} \right) \right] \sum_{i=1}^7 \left[\left(R_{m_{1,i}} \cdot \frac{B}{2} \right) \right] \sum_{i=1}^8 \left[\left(R_{m_{1,i}} \cdot \frac{B}{2} \right) \right] \sum_{i=1}^9 \left[\left(R_{m_{1,i}} \cdot \frac{B}{2} \right) \right] \right]$$

(Denne summeringsformelen blir litt for stor til at hele får plass i vedlegget)

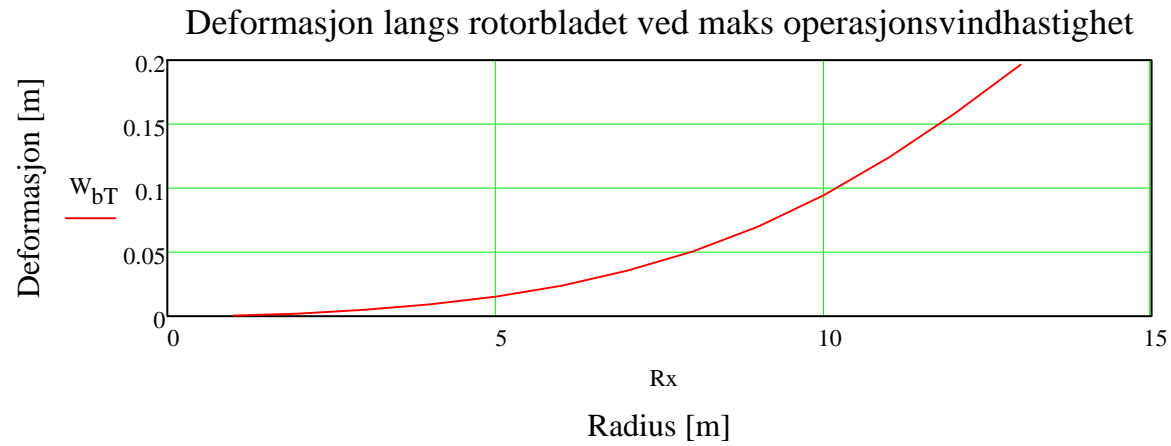
VEDLEGG B

Total Nedbøyning langs bladet

$$W_b := \left(w_{1,1} \sum_{i=1}^2 w_{1,i} \sum_{i=2}^3 w_{1,i} \sum_{i=3}^4 w_{1,i} \sum_{i=4}^5 w_{1,i} \sum_{i=5}^6 w_{1,i} \sum_{i=6}^7 w_{1,i} \sum_{i=7}^8 w_{1,i} \sum_{i=8}^9 w_{1,i} \sum_{i=9}^{10} w_{1,i} \sum_{i=10}^{11} w_{1,i} \sum_{i=11}^{12} w_{1,i} \sum_{i=12}^{13} w_{1,i} \right)$$

$$W_b = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline 1 & 5.324 \cdot 10^{-4} & 2.121 \cdot 10^{-3} & 4.889 \cdot 10^{-3} & 9.15 \cdot 10^{-3} & \dots \\ \hline \end{array} \cdot m$$

Transponerer for å tilpasse grafen $W_{bT} := W_b^T$



VEDLEGG C

Vedlegg C: Aerodynamiske laster på VESTAS V27 - Ekstrem vindhastighet i stasjonær tilstand

| | | |
|------------------------|--|--|
| Referansevindhastighet | $V_{ref} := 28 \frac{m}{s}$ | (Foreks Sola kommune har denne ref. vindhastigheten) |
| Retningsfaktor | $k_{ret} := 1.0$ | |
| Årstidvariasjon | $k_{\ddot{a}r} := 1.0$ | |
| Nivåfaktor | $k_{niv\ddot{a}} := 1.0$ | |
| Sannsynlighetsfaktor | $k_{san} := 1.0$ | (1.0 for 50 års returperiode) |
| Basis vindhastighet | $V_b := V_{ref} \cdot k_{ret} \cdot k_{\ddot{a}r} \cdot k_{niv\ddot{a}} \cdot k_{san}$ | $V_b = 28 \frac{m}{s}$ |
| Data: | | |
| Massetetthet luft | $\rho_{luft} := 1.25 \frac{kg}{m^3}$ | |
| Toppfaktor | $k_p := 3.5$ | |
| Terrennfaktor | $k_{tt} := 1.0$ | |

Parametre for terrengets ruhetsfaktor er definert i tabellen under fra Norsk standard, NS 3491-4

| Kategorinummer | Terrengruhetskategori | k_T | z_0 (m) | z_{min} (m) |
|----------------|---|-------|-----------|---------------|
| 0 | Åpent opprørt hav | 0,16 | 0,003 | 2 |
| I | Kystnær, opprørt sjø. Åpne vidder og strandsoner uten trær eller busker | 0,17 | 0,01 | 2 |
| II | Landbruksområde, område med spredte små bygninger eller trær | 0,19 | 0,05 | 4 |
| III | Sammenhengende småhusbebyggelse, industriområder eller skogsområder | 0,22 | 0,3 | 8 |
| IV | Byområder der minst 15 % av arealet er dekket med bygninger og deres gjennomsnittlige høyde overskrider 15 m. Granskogområder | 0,24 | 1 | 16 |

Dersom vindmøllen er plassert ved Rogalandskysten kommer dette under kategori I:

$$k_t := 0.17 \quad z_0 := 0.01m \quad z_{min} := 2m$$

Terrengets ruhetsfaktor $k_r(z)$ er avhengig av høyden z og terrenkkategorien

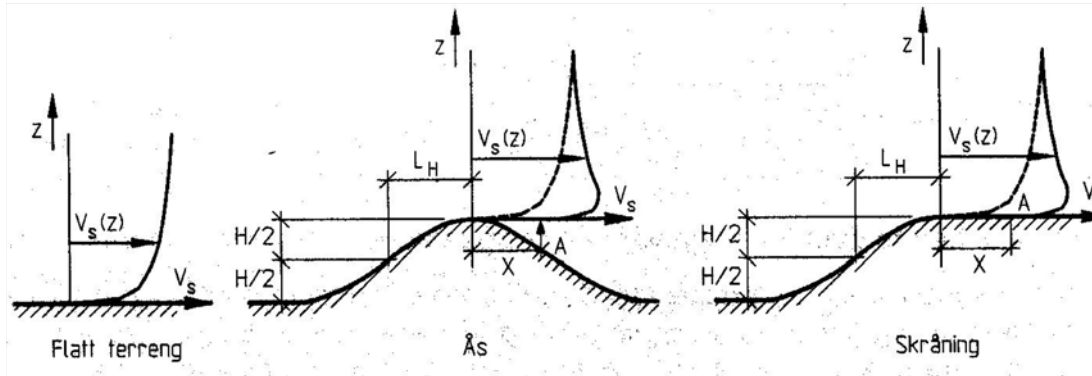
$$k_r(z) := \text{if} \left(z > z_{min}, k_t \cdot \ln \left(\frac{z}{z_0} \right), k_t \cdot \ln \left(\frac{z_{min}}{z_0} \right) \right)$$

Vindmøllens motorhus ligger på en høyde z_1 over bakken $z_1 := 30m$

$$k_r(z_1) = 1.361$$

VEDLEGG C

Topografi faktorer tar hensyn til endring av vindhastighet på byggeplass dersom vindmøllen er plassert på en ås eller i nærheten av en skråning. Dette forekommer ofte ved plassering av vindmøller. Figuren under fra NS 3491-4 viser ulike parametre brukt til beregning av topografi faktoren.



Jeg tar her utgangspunkt i en fiktiv ås med følgende dimensjoner:

- Høyde på ås $H_{\text{ås}} := 50\text{m}$
- Bredde av ås i vindretning ved vindmøllen $L_H := 150\text{m}$
- Bredde av ås ved toppen av åsen $L_0 := 150\text{m}$ (Plasserer vindmøllen på toppen av åsen)
- Bredde av ås vinkelrett på vindretning $B_{\text{ås}} := 200\text{m}$
- Avstand fra Vindmølle til åstopp $x_{\text{ås}} := 0\text{m}$

B og L er avstander til der høyden av åsen er halvert.

| Topografi form | $\Delta S_{z, \text{maks}}$ | a | k_{virk} | |
|----------------|-----------------------------|-----|-------------------|-------|
| | | | x < 0 | x > 0 |
| Ås | $2 H/L_H$ ¹⁾ | 3 | 1,5 | 1,5 |
| Skråning | $1,8 H/L_H$ ¹⁾ | 2,5 | 1,5 | 4 |

¹⁾ For $H/L_H > 0,5$, anta at $H/L_H = 0,5$

Hvis en ås i vindvektorplanet er vesentlig mindre bratt på lesiden enn på losiden, se figur 5 kan dette tilfellet, for $x > 0$, behandles ved å benytte interpolerte verdier for både k_{virk} og a

$$\frac{H_{\text{ås}}}{L_0} = 0.333 \quad \Delta S_{z, \text{maks}} := \frac{2 \cdot H_{\text{ås}}}{L_0} \quad \Delta S_{z, \text{maks}} = 0.667$$

$$k_{\text{top}}(z) := 1 + \Delta S_{z, \text{maks}} \cdot \left(\frac{\frac{B_{\text{ås}}}{L_0}}{\frac{B_{\text{ås}}}{L_0} + 0.4} \right) \cdot \left(1 - \frac{x_{\text{ås}}}{k_{\text{virk}} \cdot L_H} \right) \cdot e^{-\frac{a \cdot z}{L_H}} \quad k_{\text{top}}(z_1) = 1.281$$

VEDLEGG C

Stedsvindhastighet $V_s(z) := k_r(z) \cdot k_{top}(z) \cdot V_b \quad V_s(30m) = 48.836 \frac{m}{s}$

Hastighetstrykk $q_s(z) := \frac{1}{2} \cdot \rho_{luft} \cdot V_s(z)^2$

Turbulens intensitet $I_V(z) := \text{if} \left(z > z_{min}, \frac{k_{tt} \cdot k_t}{k_r(z) \cdot k_{top}(z)}, \frac{k_{tt} \cdot k_t}{k_r(z_{min}) \cdot k_{top}(z)} \right)$

$I_V(z_1) = 0.097$

Vindkasthastigheten $V_{kast}(z) := V_s(z) \cdot \sqrt{1 + 2 \cdot k_p \cdot I_V(z)} \quad V_{kast}(z_1) = 63.342 \frac{m}{s}$

Vindkasthastighetstrykk $q_{kast}(z) := (1 + 2k_p \cdot I_V(z)) \cdot q_s(z) \quad q_{kast}(z_1) = 2.508 \cdot \frac{kN}{m^2}$

Dette er i henhold til Norsk standard NS-3491-4

I den Danske standarden DS-412 beregnes ekstreme laster på et rotorblad på følgende måte:

Kraft langs rotorbladet $P(r) = q_{2s} \cdot K_f \cdot k(r)$

Der K_f er kraftkoeffisienten, $k(r)$ er korde lengde i aktuelt punkt og q_{2s} er det dynamiske trykket fra ekstrem vindhastighets tilfellet gjennomsnittlig over 2 sekunder.

Den ekstreme gjennomsnittlige vindhastigheten over 2sek, V_{2s} finner vi fra formelen:

$$V_{2s} = V_b \cdot k_t \cdot \left(\ln \left(\frac{h}{z_0} \right) + 3 \right) = V_{10min} + 3\sigma$$

I følge standarden skal den gjennomsnittlige ekstrem vindhastigheten i løpet av 2 sekunder beregnes i en høyde $h = h_{maskinhus} + 2/3 \cdot R$ og en kraftfaktor $K_f = 1.5$ skal brukes.

Rotorens radius $R := 13.5m$

Maskinhusets høyde over bakken $h_{maskinhus} := z_1$

Høyde $h := h_{maskinhus} + \frac{2}{3} \cdot R$

$h = 39m$

$V_{2s} := V_b \cdot k_t \cdot \left(\ln \left(\frac{h}{z_0} \right) + 3 \right) \quad V_{2s} = 53.639 \frac{m}{s}$

Her er det tenkt at vindmøllens plassering er på et flatt jorde, ettersom det ikke er så mange åser/topper i Danmark å sette vindmøllene på.

Ekstrem last ved $r=1.0m$

$P_{1m} := 0.5 \cdot \rho_{luft} \cdot V_{2s}^2 \cdot 1.366m \cdot 1.5 \quad P_{1m} = 3.685 \cdot \frac{kN}{m}$

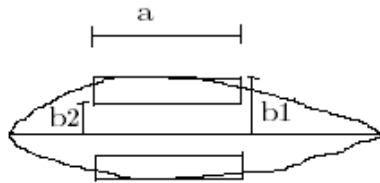
VEDLEGG C

Tilhørende bøyemoment blir da:

$$M = \int_r^R rP(r) dr \quad M_{1m} := 0.5 \cdot P_{1m} \cdot [(13.5m)^2 - (1m)^2] \quad M_{1m} = 333.914 \cdot kN \cdot m$$

Det betyr at tverrsnittet ved $r=1m$ må være dimensjonert til å tåle et moment på 336kNm

For et forenklet tverrsnitt som vist i figuren under kan vi beregne arealmomentet om den flapvise akse som:



$$I_{forenklet} = \frac{1}{12} \cdot a \cdot [(2 \cdot b_1)^3 - (2 \cdot b_2)^3] = \frac{2}{3} \cdot a \cdot (b_1^3 - b_2^3)$$

Tverrsnittsdata:

$$E := 30000 \frac{N}{mm^2} \quad c_{1m} := 1.366m$$

$$\text{Tykkelse} \quad t_1 := 0.384 \cdot c_{1m} \quad t_1 = 0.525 \text{ m} \quad b_1 := \frac{t_1}{2} \quad b_1 = 0.262 \text{ m}$$

$$\text{Nødvendig tykkelse av skallet for at bladet ikke brekker} \quad t_s = b_1 - b_2$$

Ettersom lastene i den tangentielle retningen er små, blir tøyningen:

$$\epsilon_1 = \frac{M_{1m} \cdot y}{E \cdot I} \quad \epsilon_{kol} := 0.02$$

Maks tøyning oppstår når $y=b_1$ og dersom vi tenker oss at bladet kollapser for $\epsilon = \epsilon_{kol} = 0.02$ må det nødvendige arealmomentet for bladet bli:

$$I_{forenklet} := \frac{M_{1m} \cdot b_1}{E \cdot \epsilon_{kol}} \quad I_{forenklet} = 1.46 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

Vi kan da finne da finne nødvendig nødvendig skalltykkelse som funksjon av "a".

Dersom vi setter $a=0.5m$ vil nødvendig skalltykkelse være:

$$b_2 := \left(b_1^3 - 3 \cdot \frac{I_{forenklet}}{2a} \right)^{\frac{1}{3}} \quad b_2 = 0.26 \text{ m} \quad a := 0.5m$$

$$\text{Nødvendig skalltykkelse} \quad t_s := b_1 - b_2 \quad t_s = 2.139 \cdot mm$$

VEDLEGG C

Vindlast på rotorblad når vindmøllen står i ro

Blad data:

| | |
|-----------------------------|---|
| Korde lengde ved enden | $c_{\text{ende}} := 0.47\text{m}$ |
| Korde lengde ved rot | $c_{\text{rot}} := 1.366\text{m}$ |
| Rotor radius til ende | $r_{\text{ende}} := 13.5\text{m}$ |
| Rotor radius til rot | $r_{\text{rot}} := 1\text{m}$ |
| Profilets tykkelse ved ende | $t_{\text{ende}} := 0.14 \quad (t/c=14 \%)$ |
| Profilets tykkelse ved rot | $t_{\text{rot}} := 0.384 \quad (t/c=38.4 \%)$ |

Vind data:

$V_{\text{kast}}(z_1) = 63.342 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ Bruker her ekstrem vindhastigheten for vindmøllen som står på toppen av åsen beregnet lenger oppe.

Vindmøllebladets formfaktor $k_{\text{form}} := 1.38$

Luft trykk $P_h := \frac{\rho_{\text{luft}}}{2} \cdot V_{\text{kast}}(z_1)^2 \cdot k_{\text{form}} \quad P_h = 3.461 \times 10^3 \cdot \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$

Moment $M(x) := \frac{P_h}{6} \cdot \frac{(c_{\text{rot}} - c_{\text{ende}}) \cdot (r_{\text{ende}} - x)^3}{r_{\text{ende}} - r_{\text{rot}}} + \frac{P_h}{2} \cdot c_{\text{ende}} \cdot (r_{\text{ende}} - x)^2$

$M(1\text{m}) = 207.811 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$

$A_0 := 12.878\text{m}^2$

Last $F_0 := P_h \cdot A_0 \quad F_0 = 44.564 \cdot \text{kN}$

$A_2 := 10.146\text{m}^2$

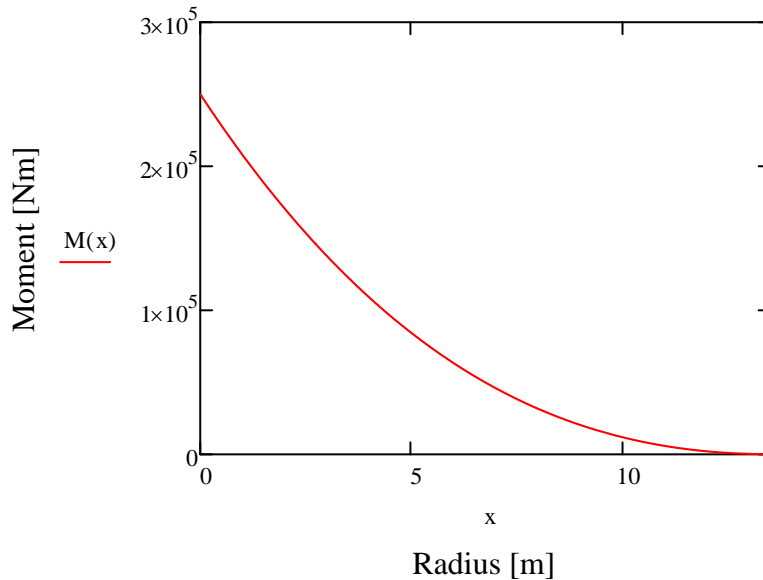
$F_2 := P_h \cdot A_2 \quad F_2 = 35.11 \cdot \text{kN}$

| Korde og areal | | |
|---|-------|---------------------|
| R [m] | C [m] | A [m ²] |
| 0 | 1,438 | 12,878 |
| 0,5 | 1,402 | 12,168 |
| 1 | 1,366 | 11,476 |
| 2 | 1,294 | 10,146 |
| 3 | 1,223 | 8,8875 |
| 4 | 1,151 | 7,7005 |
| 5 | 1,079 | 6,5855 |
| 6 | 1,008 | 5,542 |
| 7 | 0,936 | 4,57 |
| 8 | 0,864 | 3,67 |
| 9 | 0,793 | 2,8415 |
| 10 | 0,721 | 2,0845 |
| 11 | 0,649 | 1,3995 |
| 12 | 0,578 | 0,786 |
| 13 | 0,506 | 0,244 |
| 13,5 | 0,47 | |
| Areal profil 10,146 [m ²] | | |
| Totalt areal 12,878 [m ²] | | |
| Areal av profilet er beregnet ved trapes metode | | |

VEDLEGG C

Avstand fra rot til resultantkraft på bladet

$$F_0 \cdot r_{\text{res}} = M(0\text{m}) \quad r_{\text{res}} := \frac{M(0\text{m})}{F_0} \quad r_{\text{res}} = 5.608 \text{ m}$$



Vindmøllertårnets dynamisk respons til ekstrem vindlast

Her tar jeg utgangspunkt i vindmøllertårnet som en sirkulær sylinder med varierende tverrsnitt. Strømningsforholdene og trykkfordelingen rundt en slik konstruksjon er komplisert, og både kraftfaktor og formfaktor avhenger av Reynoldstallet.

Når vi skal regne ut de lokale kreftene i langs en sylinder må vi kjenne til fordelingen av vindtrykket over sylinderens overflate. Stort sett vil sylindren være utsatt for et sug, bortsett fra et lite område på sylindrens lo side. NS 3491-4 noen formfaktorer for ulike verdier av Reynoldstallet og det går an å anslå formfaktoren noenlunde ut fra tabell/graf.

$$\text{Bøyemoment} \quad M_{\text{maks}} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot U_{50}^2 \cdot H_{\text{hub}} \cdot \int C_f \cdot \left(\frac{z}{H_{\text{hub}}} \right)^{1+2\alpha} dA \cdot Q_D$$

Der Q_D er en dynamisk faktor, definert som størrelsen av moment toppene over en 10min periode der resonans eksitasjon av tårnet er inkludert. α er skjær eksponenten og settes lik 0.11 ifølge IEC 61400-1. U_{50} er vindhastighets toppen med 50 års retur periode i generatorhusets høyde.

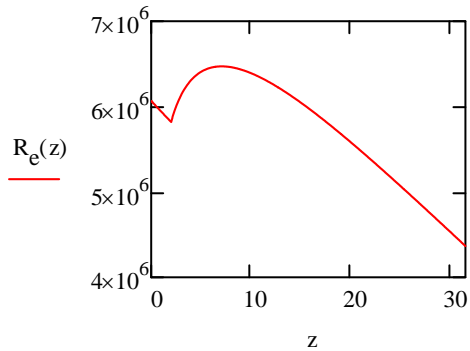
$$\text{Diameter av tårn} \quad b(z) := 2.4\text{m} - \frac{1}{30} \cdot z \quad \text{Diameteren er 2.4m i bunn og 1.4m ved toppen av tårnet(30m høyt)}$$

$$\text{Kinematisk viskositet} \quad \nu := 1.51 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

VEDLEGG C

Reynoldstallet
$$Re(z) := \frac{b(z) \cdot V_s(z)}{\nu}$$

v_s er stedsvindhastigheten, b er sylindrens diameter og ν er luftens kinematiske viskositet.



Utvendig formfaktor
$$C_{pe} = c_{p0} \cdot \psi_{\lambda x}$$

Der C_{p0} er utvendig formfaktor uten endeeffekter og $\psi_{\lambda x}$ er endeeffektfaktor

Reynoldstall ved bunn
$$Re(0) = 6.064 \times 10^6$$

Reynoldstall ved topp
$$Re(30m) = 4.528 \times 10^6$$

Ut fra NS 3491-4 kan vi lese av C_{p0} som en funksjon av reynoldstallet. Vi kan der se at $Re=2 \cdot 10^6$ gir en formfaktor på -1.9 og $Re=10^7$ gir oss en formfaktor på -1.5 så kan vi finne gjeldende formfaktor ved lineær interpolasjon.

Endeeffekt
$$\psi_{\lambda} := 1.0$$
 Neglisjerbart ved stor slankhet ($L/b > 12$)

Formfaktor
$$c_{p0}(z) := -1.9 + \frac{Re(z) \cdot 0.4}{10^7 - 2 \cdot 10^6}$$

$c_{p0}(0m) = -1.597$

$c_{p0}(30m) = -1.674$

$$C_{pe}(z) := c_{p0}(z) \cdot \psi_{\lambda}$$

Kraft faktor $k := 0.006mm$ (Antar glatt maling)

$$\tau(z) := \frac{k}{b(z)}$$
 Ekvivalent ruhet

$\tau(0m) = 2.5 \times 10^{-6}$

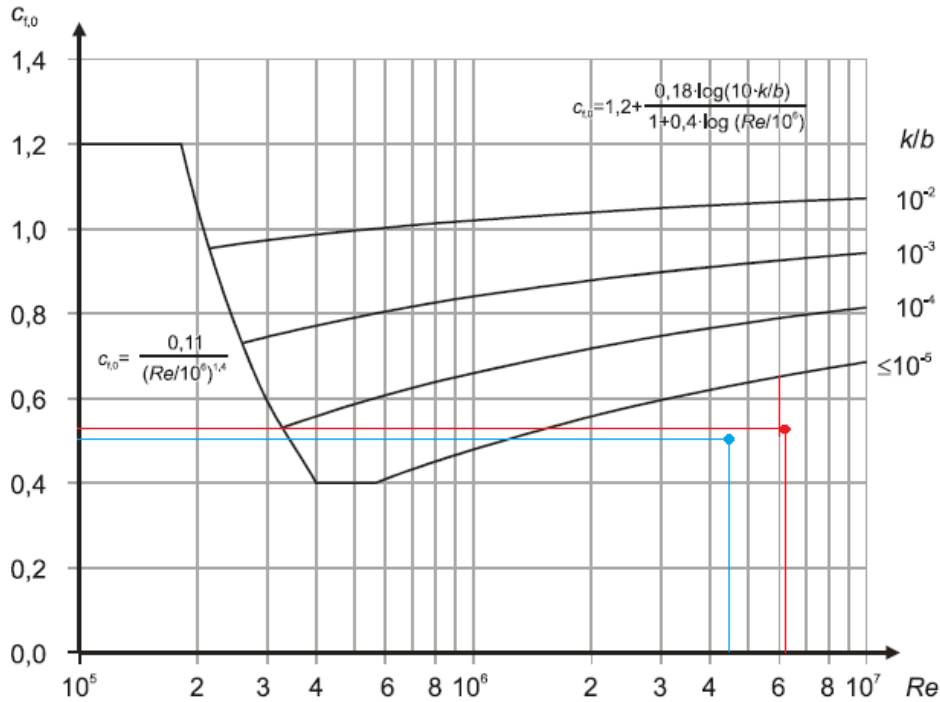
$\tau(30m) = 4.286 \times 10^{-6}$

VEDLEGG C

$$c_{f0}(z) := 1.2 + \frac{0.18 \log(10 \cdot \tau(z))}{1 + 0.4 \cdot \log\left(\frac{R_e(z)}{10^6}\right)} \quad c_{f0}(0m) = 0.569$$

$$c_{f0}(30m) = 0.577$$

$$c_f := \frac{c_{f0}(0m) + c_{f0}(30m)}{2} \cdot \psi_\lambda \quad c_f = 0.573$$



Referanse areal $A_{ref}(z) := \frac{b(0m) + b(z)}{2} \cdot z \quad A_{ref}(30m) = 57 \text{ m}^2$

Konstruksjonsfaktor $c_s c_d$

$$c_{scd} = \frac{1 + 2 \cdot k_p \cdot I_V(z_e) \cdot \sqrt{B^2 + R^2}}{1 + 7 I_V(z_e)}$$

Der z_e er ref. høyde, I_V er turbulens intensiteten, B^2 er bakgrunnsfaktor og R^2 resonans faktor

$c_{scd} := 1.1$ Ut fra diagram i Eurocode 1

VEDLEGG C

Fundamental frekvens for en lang og hul sylinder uten oppstivingsringer fra "Eurocode 1: Actions on structures - General actions - Part 1-4: Wind actions".

$$n_{10} = 0.492 \cdot \sqrt{\frac{t^3 \cdot E}{\mu_s \cdot (1 - \nu^2) \cdot b^4}}$$

Der: E - E-modul
 t - Skallets tykkelse
 ν - poisson forholdet
 μ_s - masse av skall pr enhetsareal
 b - diameter

Ettersom tårnet har en varierende diameter og skall tykkelse tar jeg her midlere verdier

$$E_m := 210 \cdot 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \quad t_{\text{skall}} := 0.008 \text{m} \quad \nu := 0.22 \quad m_{\text{tårn}} := 12000 \text{kg}$$

$$b_{\text{mid}} := 1.9 \text{m}$$

Gjennomsnittlig skall areal pr meter

$$A_{\text{tverr}} := \pi \cdot \left(\frac{b_{\text{mid}}}{2} \right)^2 - \pi \cdot \left(\frac{b_{\text{mid}} - t_{\text{skall}}}{2} \right)^2$$

$$A_{\text{tverr}} = 0.024 \text{m}^2$$

Skallets masse pr enhetsareal

$$\mu_s := \frac{m_{\text{tårn}}}{30 \cdot A_{\text{tverr}}} \quad \mu_s = 1.679 \times 10^4 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

$$n_{10} := 0.492 \cdot \sqrt{\frac{t_{\text{skall}}^3 \cdot E_m}{\mu_s \cdot (1 - \nu^2) \cdot b_{\text{mid}}^4}}$$

$$n_{10} = 0.354 \cdot \text{Hz}$$

Denne frekvensen ligger nok litt lavere enn hva som er tilfellet. VESTAS V27 tårnet blir levert i en eller to seksjoner og vil nok være stivere i disse overgangene. I tillegg er skallet og diameteren litt tykkere lenger nede på konstruksjonen, noe som alt i alt vil gi enn litt stivere konstruksjon enn bare å bruke midlere verdier. Verdien av Poisson tallet er også anslått ut fra noenlunde tilsvarende konstruksjoner.

Midlere vindkasthastighetstrykk som virker på konstruksjonen

$$q_{\text{mid}} := \frac{q_{\text{kast}}(0\text{m}) + q_{\text{kast}}(30\text{m})}{2} \quad q_{\text{mid}} = 2.106 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

VEDLEGG C

Resulterende vindkraft på tårnet

$$F_w := c_{scd} \cdot c_f \cdot A_{ref}(30m) \cdot q_{mid} \quad F_w = 75.683 \cdot \text{kN}$$

Denne resultanten vil her virke ved en høyde på 16 meter over fundament. Fordelt last har form som et trapes.

Moment ved fundament

$$M_w := F_w \cdot 16m \quad M_w = 1.211 \times 10^3 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Forenklet beregning av tårnets egenfrekvens i hht. Norsk forening for stålkonstruksjoner for konstruksjon lavere enn 40meter.

$c_t := 0.05$ For skivet avstivning eller andre avstivningssystem(uten om stålramme/betong ramme)

$$H_{tårn} := 30$$

$$\text{Egenfrekvens} \quad n_e := c_t \cdot H_{tårn}^{\frac{3}{4}} \cdot \frac{1}{s} \quad n_e = 0.641 \cdot \text{Hz}$$

Dette er vel og merket en forenklet tilnærming av den laveste horisontale egensvingeperioden.

Total momentlast ved fundament tårn+blader

Tenker meg her at et rotorblad står i vertikal posisjon (90grader), og de to andre på hhv. 210 og 330 grader.

Arm fra hub og ut til resultantkraft $r_{res} = 5.608 \text{ m}$

Momentarm for blad i pos med 90grader $h_{b1} := 30m + r_{res}$

Momentarm for blad 2 og 3 $h_{b23} := 30m - r_{res} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$

Moment ved fundament for bladene $M_{blad} := 2F_0 \cdot h_{b23} + F_0 \cdot h_{b1}$

Totalt moment ved fundament ved ekstrem vindsituasjon

$$M_{tot} := M_w + M_{blad} \quad M_{tot} = 5.222 \times 10^3 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

VEDLEGG D

VEDLEGG D - Stivhet, forskyvning og naturlig frekvens av vindmøllertårnet på VESTAS V27

Her anslår jeg funksjonen til forskyvningen under lasten og finner løsningene til variablene i forskyvningsfunksjonen slik at U (lagret energi - arbeid) blir tilnærmet null. I et energi konserveringsystem som i elastiske materialer, vil den lagrede energien i bjelken som følge av kvasi-statiske reaksjonene av eksterne krefter være lik arbeidet som blir gjort av disse kreftene.

Konservering av energi $U = W - P \cdot y$ Der W er tøyingsenergi, P er ekstern punktlast og y er forskyvning ved punktlast

Bjelke data:

Skalltykkelse ved h=0m $t_b := 10\text{mm}$

Skalltykkelse ved h=30m $t_t := 6\text{mm}$

Diameter ved h=0m $d_b := 2400\text{mm}$

Diameter ved h=30m $d_t := 1400\text{mm}$

Høyde tårn $L_0 := 30000\text{mm}$

Lineært varierende tverrsnitt $d_y(y) := d_b \cdot \left(1 - \frac{y}{2.4 \cdot L_0}\right)$ $d_y(0\text{m}) = 2.4 \text{ m}$

$d_y(30\text{m}) = 1.4 \text{ m}$

Lineært varierende skalltykkelse $t_s(y) := t_b - \left(\frac{t_b - t_t}{L_0}\right) \cdot y$ $t_s(0\text{m}) = 0.01 \text{ m}$

$t_s(30\text{m}) = 6 \times 10^{-3} \text{ m}$

E-modul for stål $E_{\text{stål}} := 210000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

VEDLEGG D

Anta formelen for forskyvning

$$y_{\text{maks}}(y) = c_2 \cdot y^2 + c_3 \cdot y^3$$

Der c_2 og c_3 er variablene vi må tilpasse dette tilfellet. Formelen må overholde grensebetingelsene.

Tøyingsenergi og arbeid gjort av den eksterne lasten P

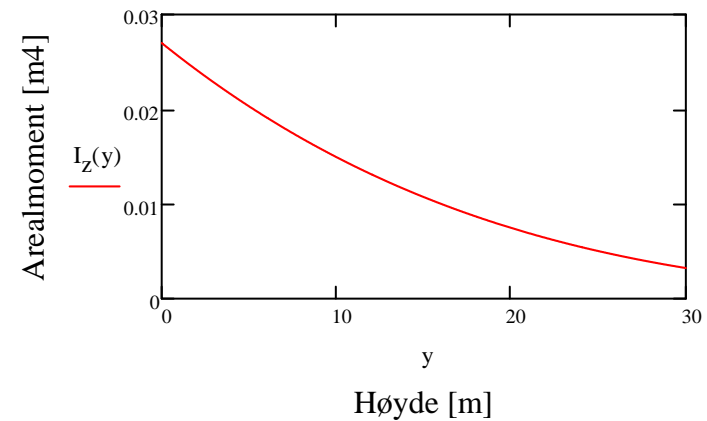
$$U = W_{\text{bøøy}} - P \cdot y(L_0)$$

Der $W_{\text{bøøy}}$ er bøyings energien

$$W_{\text{bøøy}} = \frac{1}{2} \cdot E_{\text{stål}} \cdot \int_0^{L_0} I_Z(y) \cdot \left(\frac{d^2 y_{\text{maks}}}{dy^2} \right) dy \quad \text{Der} \quad \frac{d^2 y_{\text{maks}}}{dy^2} = 2c_2 + 6c_3 y$$

Arealmomentet $I_Z(y) := \frac{\pi}{64} \left[d_y(y)^4 - (d_y(y) - t_s(y))^4 \right]$

Arealmoment langs tårnets høyde



VEDLEGG D

Uttrykket for bøyingsenergien blir da:

$$W_{bø} = \frac{1}{2} \cdot E_{\text{stål}} \cdot \int_0^{L_0} \left[\frac{\pi}{64} \left[d_y(y)^4 - (d_y(y) - t_s(y))^4 \right] \cdot (2c_2 + 6c_3 y)^2 dy \right]$$

$$W_{bø} = \frac{\pi}{128} \cdot E_{\text{stål}} \cdot \int_0^{L_0} \left[\left[d_b \cdot \left(1 - \frac{y}{2.4 \cdot L_0} \right) \right]^4 - \left[d_b \cdot \left(1 - \frac{y}{2.4 \cdot L_0} \right) - \left[t_b - \left(\frac{t_b - t_t}{L_0} \right) \cdot y \right] \right]^4 \right] \cdot (2c_2 + 6c_3 y)^2 dy$$

Konservering av energi

$$U = \frac{\pi}{128} \cdot E_{\text{stål}} \cdot \int_0^{L_0} \left[\left[d_b \cdot \left(1 - \frac{y}{2.4 \cdot L_0} \right) \right]^4 - \left[d_b \cdot \left(1 - \frac{y}{2.4 \cdot L_0} \right) - \left[t_b - \left(\frac{t_b - t_t}{L_0} \right) \cdot y \right] \right]^4 \right] \cdot (2c_2 + 6c_3 y)^2 dy - P \cdot (c_2 \cdot L_0^2 + c_3 \cdot L_0^3)$$

Der $c_2 \cdot L_0^2 + c_3 \cdot L_0^3$ er endeforskyvningen

Neste steg vil være å finne c_2 og c_3 slik at U kommer så nærme null som mulig.

Dersom vi hadde hatt den korrekte løsningen ville $U=0$

Vi må da ta de partiellderiverte av U med hensyn til c_2 og c_3

$$\frac{\delta U}{\delta c_2} = 0 \quad \frac{\delta U}{\delta c_3} = 0$$

VEDLEGG D

Nedenfor kommer utregning av integralet og de partiell deriverte. Noen av uttrykkene strekker seg over flere ark og blir for store å ta med. Siste del av uttrykket for U under er vekke, ($c_3 \cdot \text{mm}^3$) og den samme delen av $U(c_2, c_3, P)$.

$$U = \frac{13125}{8} \cdot \pi \cdot \frac{N}{\text{mm}^2} \cdot \left(.43983735066761142857e26 \cdot c_3^2 \cdot \text{mm}^7 + .1826532709689600000e22 \cdot \text{mm}^6 \cdot c_2 \cdot c_3 + 29731496278656000.000 \cdot \text{mm}^5 \cdot c_2^2 \right) - P \cdot \left(900000000 \cdot c_2 \cdot \text{mm}^2 + 2700000000000 \cdot c_3 \cdot \text{mm}^3 \right)$$

Beregner parameteren c2:

$$U(c_2, c_3, P) := \frac{13125}{8} \cdot \pi \cdot \frac{N}{\text{mm}^2} \cdot \left(.43983735066761142857e26 \cdot c_3^2 \cdot \text{mm}^7 + .1826532709689600000e22 \cdot \text{mm}^6 \cdot c_2 \cdot c_3 + 29731496278656000.000 \cdot \text{mm}^5 \cdot c_2^2 \right) - P \cdot \left(900000000 \cdot c_2 \cdot \text{mm}^2 + 2700000000000 \cdot c_3 \cdot \text{mm}^3 \right)$$

$$\frac{d}{dc_2} U(c_2, c_3, P) \rightarrow \frac{13125 \cdot \pi \cdot N \cdot \left(1.8265327096896e21 \cdot c_3 \cdot \text{mm}^6 + 5.9462992557312e16 \cdot c_2 \cdot \text{mm}^5 \right)}{8 \cdot \text{mm}^2} - 900000000 \cdot P \cdot \text{mm}^2$$

$$\frac{13125}{8} \cdot \pi \cdot \frac{N}{\text{mm}^2} \cdot \left(.1826532709689600000e22 \cdot \text{mm}^6 \cdot c_3 + 59462992557312000.000 \cdot \text{mm}^5 \cdot c_2 \right) - 900000000 \cdot P \cdot \text{mm}^2 = 0$$

$$c_2 = .29365442518546583156e-11 \cdot \frac{(-10460300051071911.820) \cdot N \cdot \text{mm}^2 \cdot c_3 + P}{N \cdot \text{mm}}$$

VEDLEGG D

Beregner parameteren c3:

$$\frac{d}{dc_3} U(c_2, c_3, P) \rightarrow \frac{13125 \cdot \pi \cdot N \cdot (1.8265327096896e21 \cdot c_2 \cdot \text{mm}^6 + 8.7967470133522285714e25 \cdot c_3 \cdot \text{mm}^7)}{8 \cdot \text{mm}^2} - 27000000000000 \cdot P \cdot \text{mm}^3$$

$$\frac{13125}{8} \cdot \pi \cdot \frac{N}{\text{mm}^2} \cdot (.87967470133522285714e26 \cdot c_3 \cdot \text{mm}^7 + .18265327096896000000e22 \cdot \text{mm}^6 \cdot c_2) - 27000000000000 \cdot P \cdot \text{mm}^3 = 0$$

$$c_3 = .29775047877449820829e-16 \cdot \frac{(-697353336738.12745465) \cdot N \cdot \text{mm} \cdot c_2 + 2 \cdot P}{N \cdot \text{mm}^2}$$

Setter inn c2 i uttrykket for c3:

$$c_3 = .29775047877449820829e-16 \cdot \frac{(-697353336738.12745465) \cdot N \cdot \text{mm} \cdot \left[.29365442518546583156e-11 \cdot \frac{(-10460300051071911.820) \cdot N \cdot \text{mm}^2 \cdot c_3 + P}{N \cdot \text{mm}} \right] + 2 \cdot P}{N \cdot \text{mm}^2}$$

$$C_3 = (-.39302100482745659907e-17) \cdot \frac{P}{N \cdot \text{mm}^2}$$

VEDLEGG D

Setter inn for c_3 i uttrykket for c_2 :

$$C_2 = \frac{(-10460300051071911.820) \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2 \cdot \left[(-.39302100482745659907\text{e-}17) \cdot \frac{P}{\text{N} \cdot \text{mm}^2} \right] + P}{\text{N} \cdot \text{mm}}$$

$$c_2 = .30572690405071173651\text{e-}11 \cdot \frac{P}{\text{N} \cdot \text{mm}}$$

Forskyvningsformelen blir da:

$$y_{\text{maks}}(y) = c_2 \cdot y^2 + c_3 \cdot y^3$$

$$Y_{\text{maks}}(y) = \left(.30572690405071173651\text{e-}11 \cdot \frac{P}{\text{N} \cdot \text{mm}} \right) \cdot y^2 + \left[(-.39302100482745659907\text{e-}17) \cdot \frac{P}{\text{N} \cdot \text{mm}^2} \right] \cdot y^3$$

$$Y_{\text{maks}}(P, y) := \left(.30572690405071173651\text{e-}11 \cdot \frac{P}{\text{N} \cdot \text{mm}} \right) \cdot y^2 + \left[(-.39302100482745659907\text{e-}17) \cdot \frac{P}{\text{N} \cdot \text{mm}^2} \right] \cdot y^3$$

$$Y_{\text{maks}}(1\text{N}, L_0) = 2.645 \times 10^{-6} \text{ m} \quad Y_{\text{maks}} = P \cdot (2.645 \times 10^{-6}) \frac{\text{m}}{\text{N}}$$

$$k_0 = \frac{P}{P \cdot (2.645 \times 10^{-6}) \frac{\text{m}}{\text{N}}}$$

VEDLEGG D

Stivheten blir da:

$$k_{\text{tapered}} := \frac{1}{(2.645 \cdot 10^{-6}) \cdot \frac{\text{m}}{\text{N}}} \quad k_{\text{tapered}} = 3.781 \times 10^5 \cdot \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Sammenlignet med tidligere beregninger av stivheten i tårnet er denne litt høyere

Stivhet og naturlig frekvens:

Naturlig frekvens (neglisjert masse av tårn)

$$\omega_{\text{ntap1}} := \sqrt{\frac{k_{\text{tapered}}}{10800\text{kg}}} \quad \omega_{\text{ntap1}} = 5.917 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad f_{\text{n1}} := \frac{\omega_{\text{ntap1}}}{2\pi} \quad f_{\text{n1}} = 0.942 \cdot \text{Hz}$$

Naturlig frekvens med ekvivalent masse(33/140m)

$$\omega_{\text{ntap2}} := \sqrt{\frac{k_{\text{tapered}}}{10800\text{kg} + \frac{33}{140} \cdot 12000\text{kg}}} \quad \omega_{\text{ntap2}} = 5.267 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad f_{\text{n2}} := \frac{\omega_{\text{ntap2}}}{2\pi} \quad f_{\text{n2}} = 0.838 \cdot \text{Hz}$$

Konklusjon: Det vil fortsatt være en usikkerhet i fordelingen av massen ettersom tverrsnittets skalltykkelse og diameter varierer, mens 33/140 deler kommer fra en tilsvarende bjelke med konstant tverrsnitt. Det er uansett ikke så mye feilplassert masse det er snakk om, men jeg velger å beregne nye naturlige frekvenser med +/- 5% ekvivalent masse for å se hvilke utslag dette vil få.

$$m_{\text{ekvp}} := 1.05 \cdot \frac{33}{140} \cdot 12000\text{kg} \quad m_{\text{ekvp}} = 2.97 \times 10^3 \text{ kg}$$

$$m_{\text{ekvm}} := 0.95 \cdot \frac{33}{140} \cdot 12000\text{kg} \quad m_{\text{ekvm}} = 2.687 \times 10^3 \text{ kg}$$

VEDLEGG D

Naturlig frekvens med ekvivalent masse, m_{ekvp}

$$\omega_{ntap3} := \sqrt{\frac{k_{tapered}}{10800\text{kg} + m_{ekvp}}}$$

$$\omega_{ntap3} = 5.24 \cdot \text{Hz}$$

$$f_{n3} := \frac{\omega_{ntap3}}{2\pi}$$

$$f_{n3} = 0.834 \cdot \text{Hz}$$

Naturlig frekvens med ekvivalent masse, m_{ekvm}

$$\omega_{ntap4} := \sqrt{\frac{k_{tapered}}{10800\text{kg} + m_{ekvm}}}$$

$$\omega_{ntap4} = 5.295 \cdot \text{Hz}$$

$$f_{n4} := \frac{\omega_{ntap4}}{2\pi}$$

$$f_{n4} = 0.843 \cdot \text{Hz}$$

Prosentvis forskjell:

$$\eta := \frac{f_{n4} - f_{n3}}{f_{n4}} \cdot 100$$

$$\eta = 1.032$$

Ser her at prosentvis forskjell er kun rett over 1% dersom den ekvivalente massen forandrer seg 10%.

VEDLEGG E

Vedlegg E: Ulike analyser av 5MW vindmølle i HAWC2

I dette vedlegget er resultater av ulike analyser gjort for 5MW vindmøllen i HAWC2. Det er gjort 3 ulike analyser av vindmøllen, der det er tatt utgangspunkt i en vindhastighet på 10 m/s. Følgende analyser er gjort:

1. Vindhastighet på 10 m/s som virker over hele vindmøllen, uten turbulens eller variasjoner av i vinden med høyde.
2. Vindhastighet på 10 m/s ved generatorhusets høyde (90 meter), høyere vindhastighet over og lavere vindhastighet under. Vindhastigheter følger formelen:

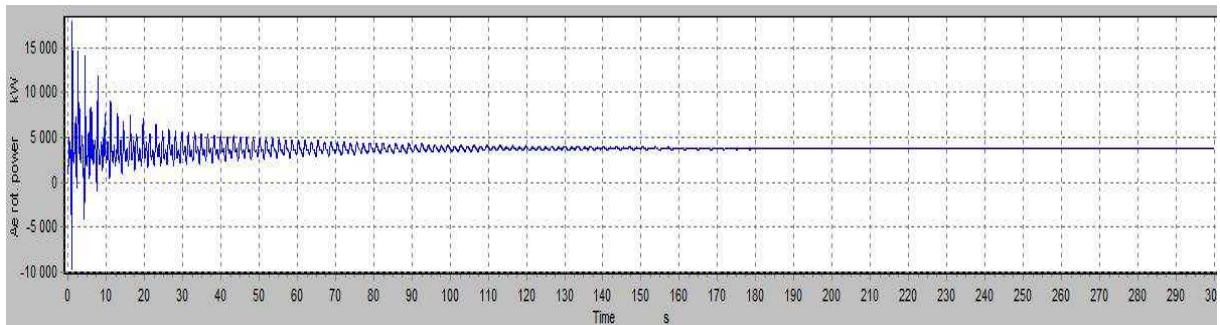
$$V(h) = V_{generator} \left(\frac{h}{h_{generator}} \right)^{\alpha} \quad \alpha=0.2 \quad (E.1)$$

3. Tilfelle 2 + turbulens. Her er turbulensintensitetsfaktoren satt til 0.2.

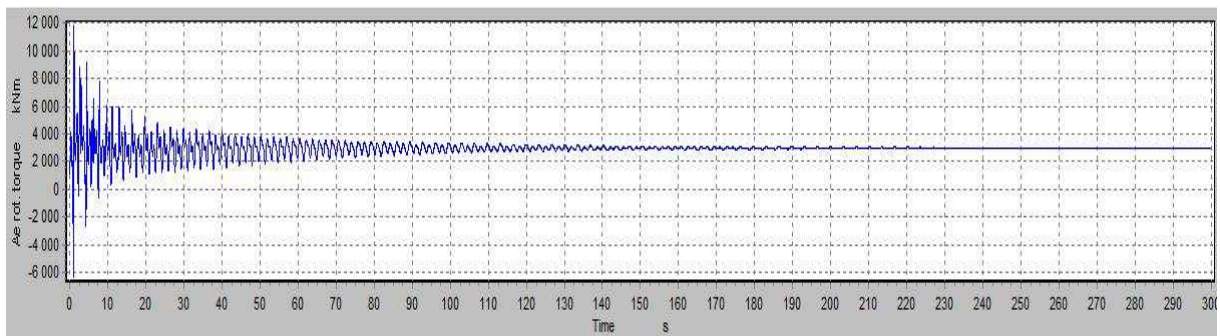
Alle analysene er gjort over et tidsrom på 300 sekunder og med en rotasjonsfrekvens på rotoren på 12.1 rpm (1.269 Hz).

Tilfelle 1

Her er hele vindmøllen utsatt for en konstant vindhastighet på 10 m/s. Som vi kan på grafene som følger, tar det nærmere 60 sekunder før vindmøllen stabiliserer seg og roterer med den rotorfrekvensen som er satt.

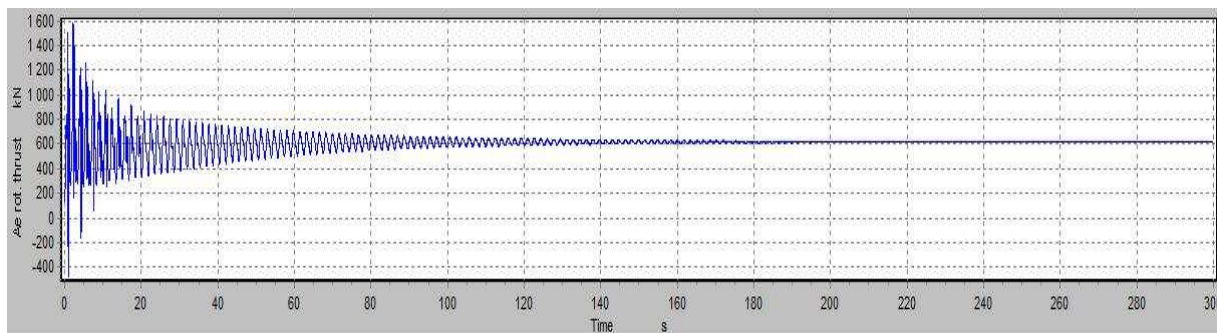


Figur I: Rotor kraft

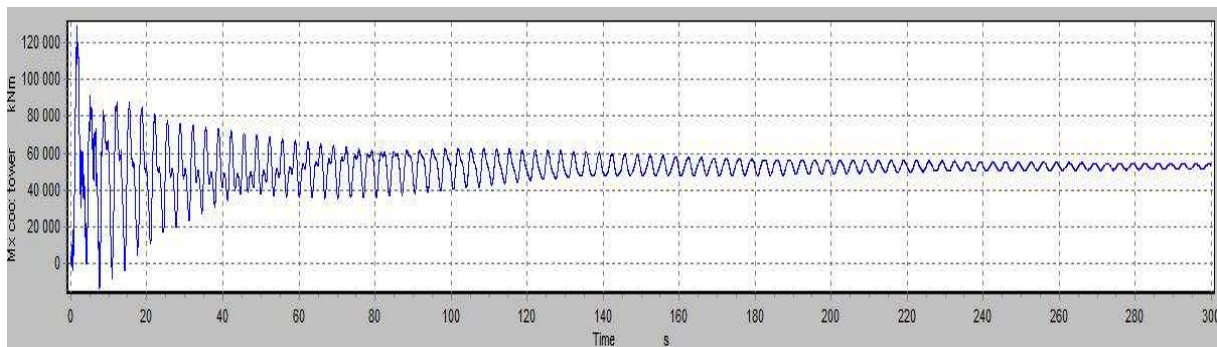


Figur II: Dreiemoment

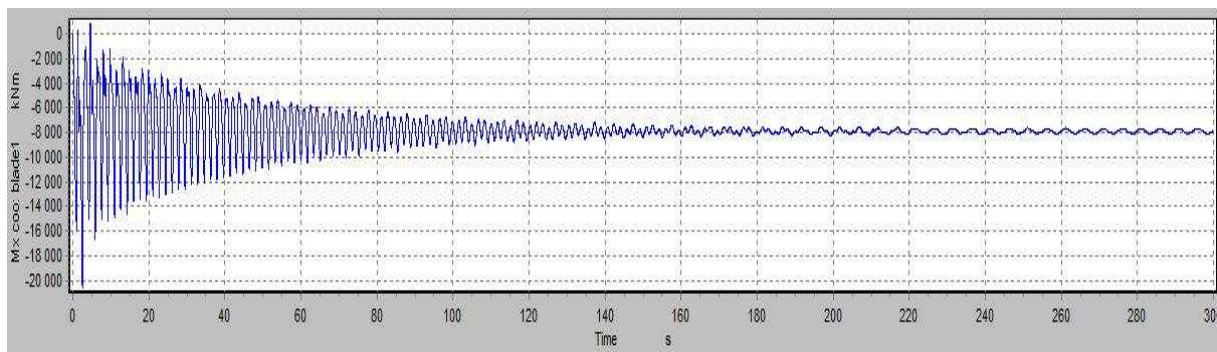
VEDLEGG E



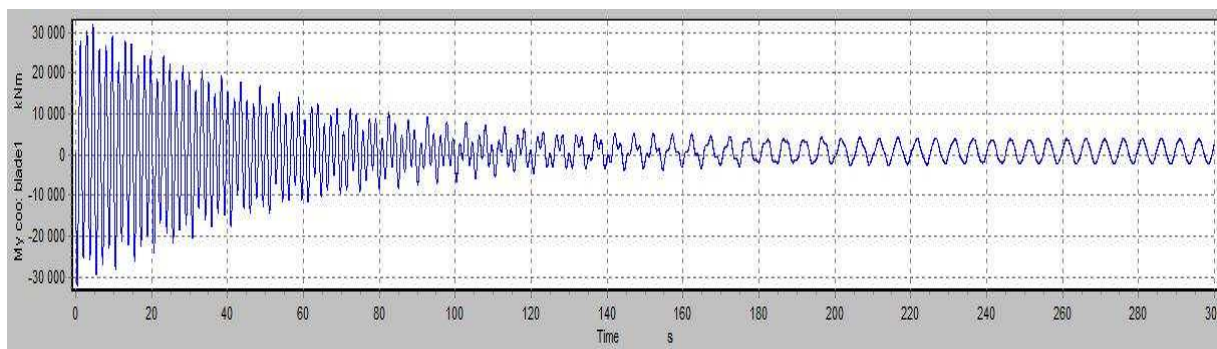
Figur III: Aksialkraft



Figur IV: Moment ved roten av tårnet, Mx

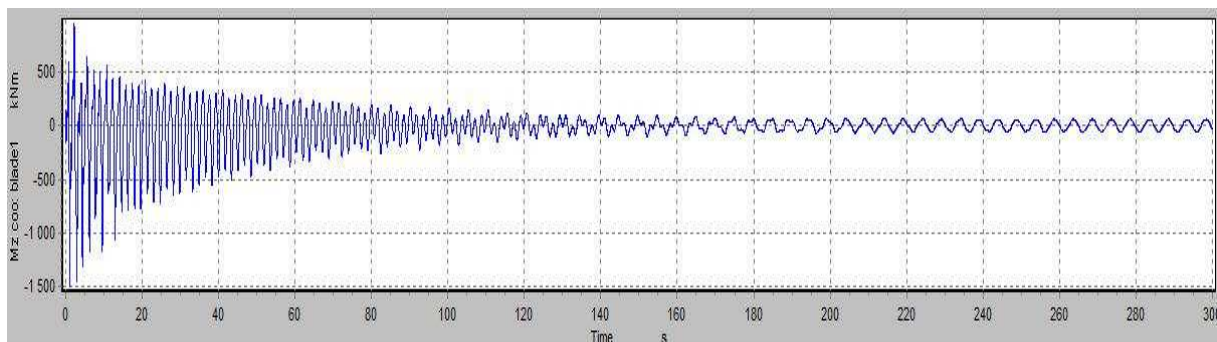


Figur V: Moment ved roten av bladet, Mx



Figur VI: Moment ved roten av bladet, My

VEDLEGG E

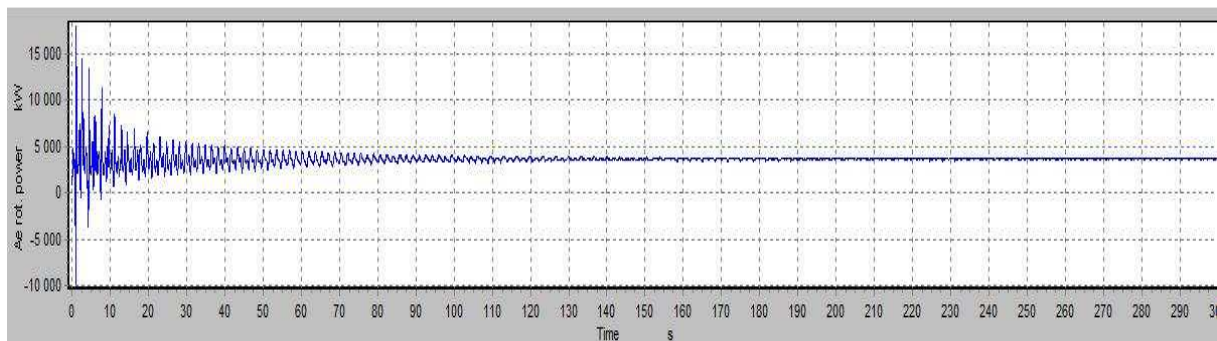


Figur VII: Moment ved roten av bladet, M_z

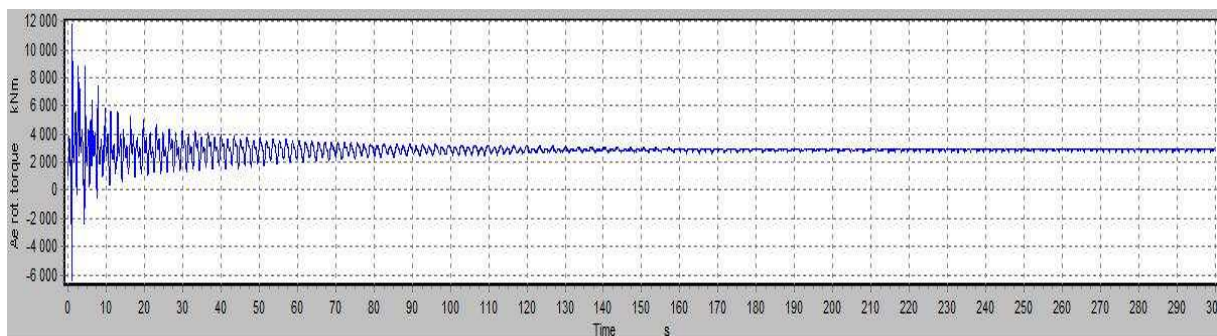
Som vi kan se av figur IV så stabiliserer momentet ved roten av tårnet seg rett over 50 000 kNm. For bladet er det momentet M_x som har stor innvirkning og ligger rundt 8000 kNm.

Tilfelle 2

Forskjellen mellom tilfelle 1 og 2, er at vindhastigheten varierer med høyden etter formel E.1. Generatorhuset ligger i en høyde på 90 meter og vindhastigheten på denne høyden er satt til 10 m/s.

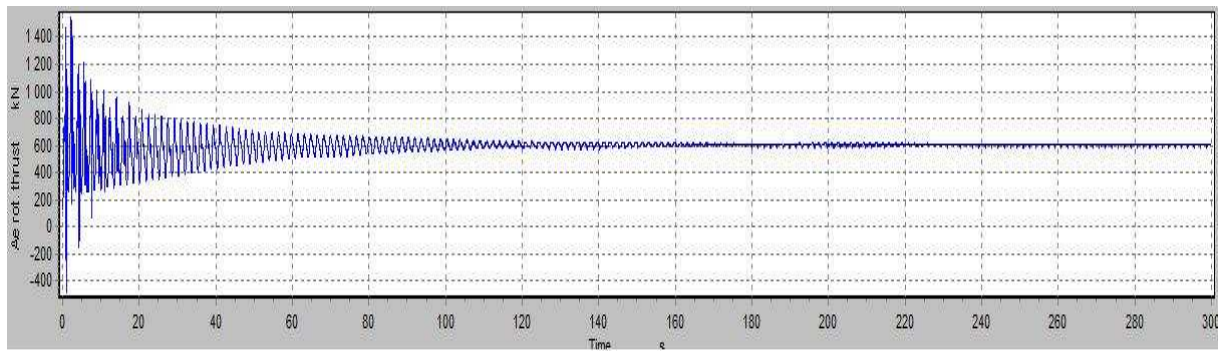


Figur VIII: Rotorkraft

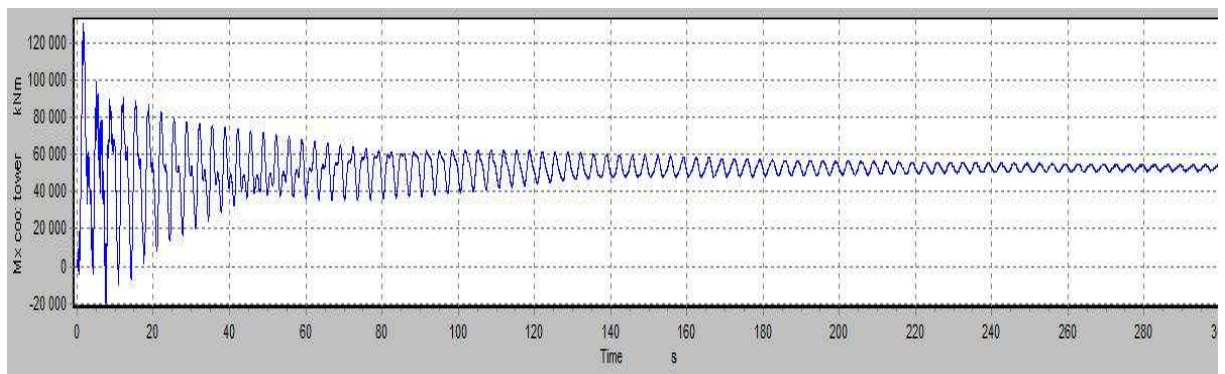


Figur IX: Dreiemoment

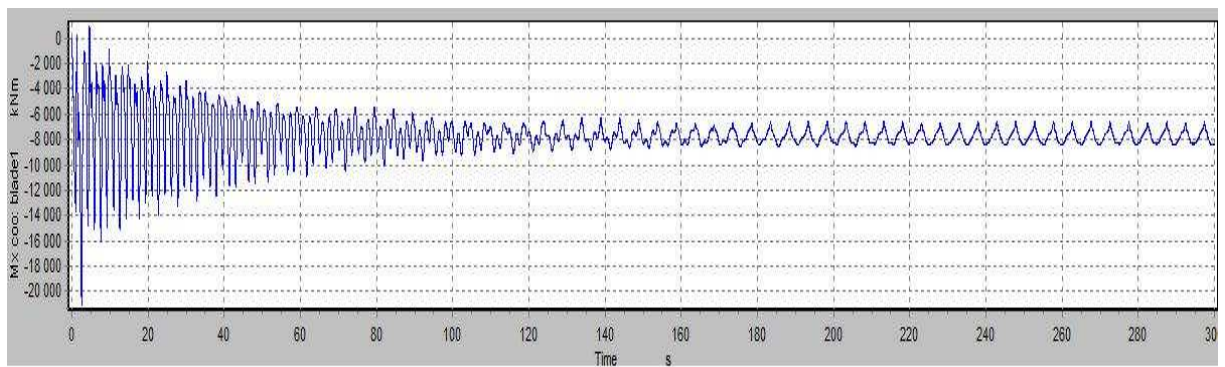
VEDLEGG E



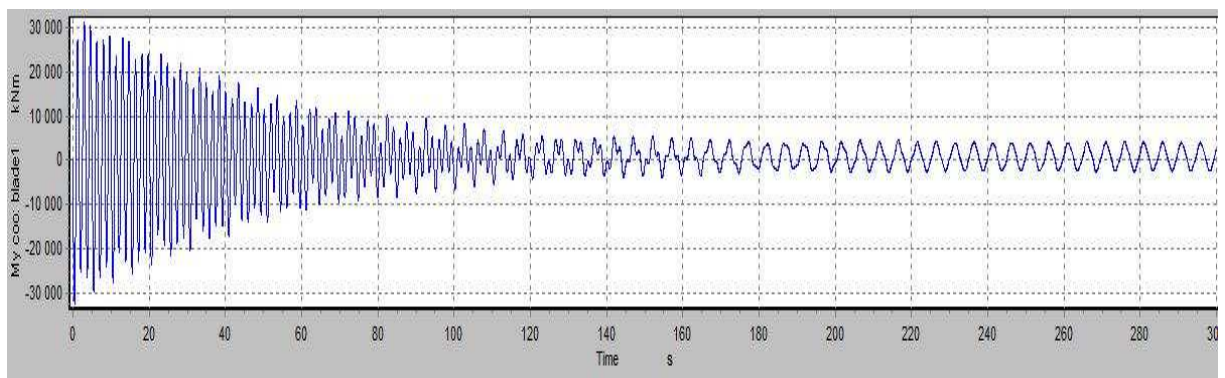
Figur X: Aksialkraft



Figur XI: Moment ved roten av tårnet, Mx

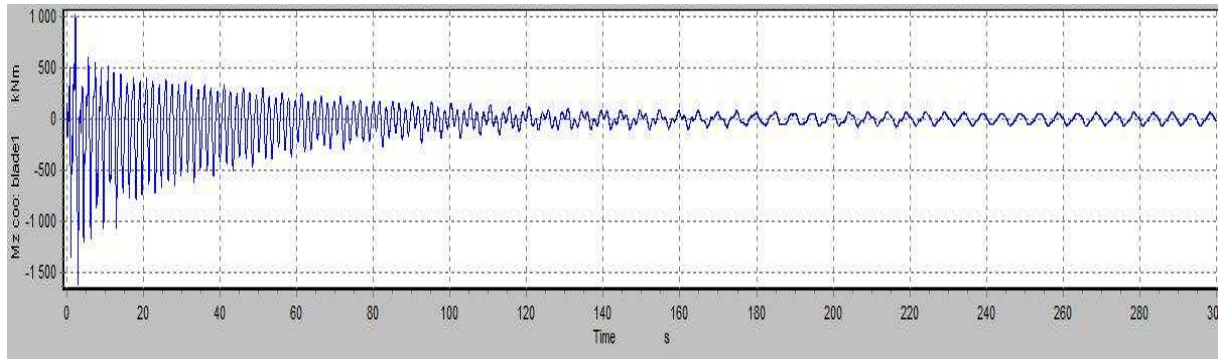


Figur XII: Moment ved roten av bladet, Mx



Figur XIII: Moment ved roten av bladet, My

VEDLEGG E

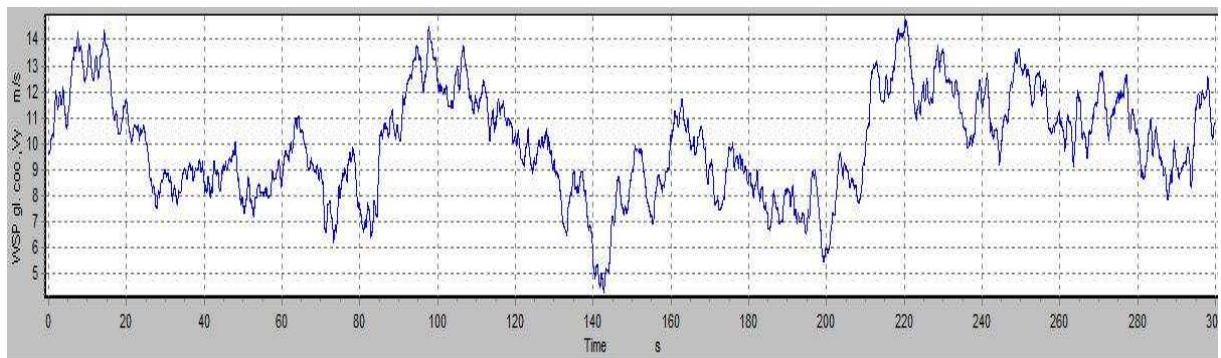


Figur XIV: Moment ved roten av bladet, M_z

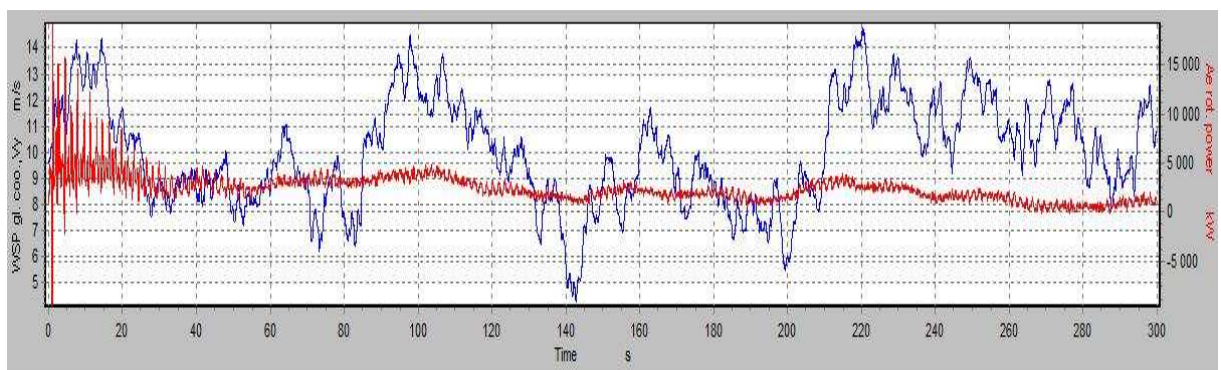
Som vi kan se av grafene for tilfelle 2, er det ikke så stor forskjell fra tilfelle 1. Det er stort sett på momentet for tårnet det går an å se at dette er litt lavere enn i 1. Det er først når turbulens kommer inn i tilfelle 3 vi kan se store forskjeller.

Tilfelle 3

Turbulensintensitetsfaktoren er satt til 0.2.

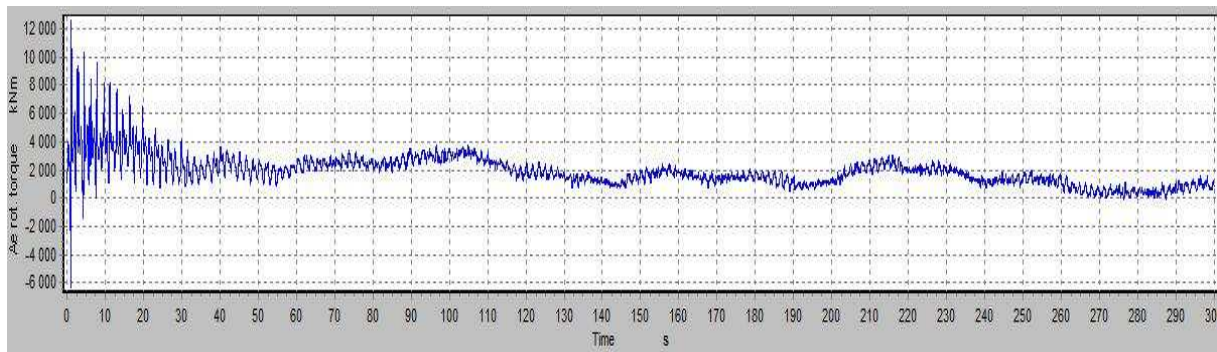


Figur XV: Vindhastighet ved generatorhøyde

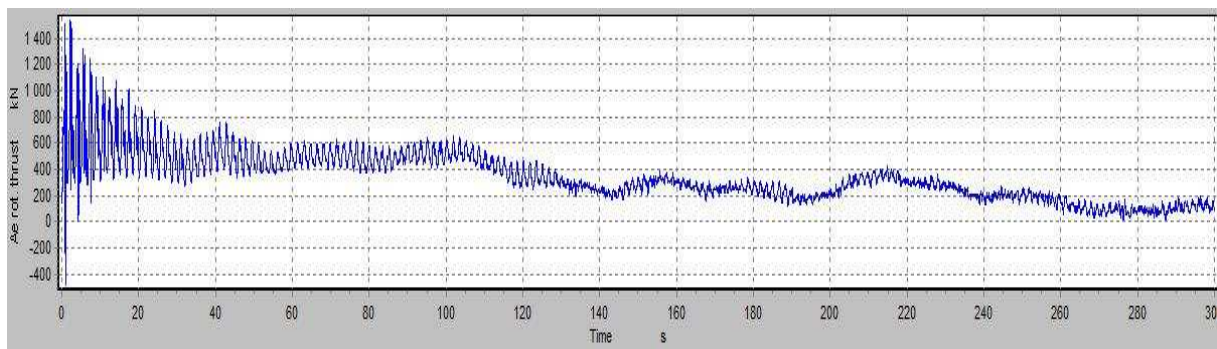


Figur XVI: Vindhastighet og rotorkraft

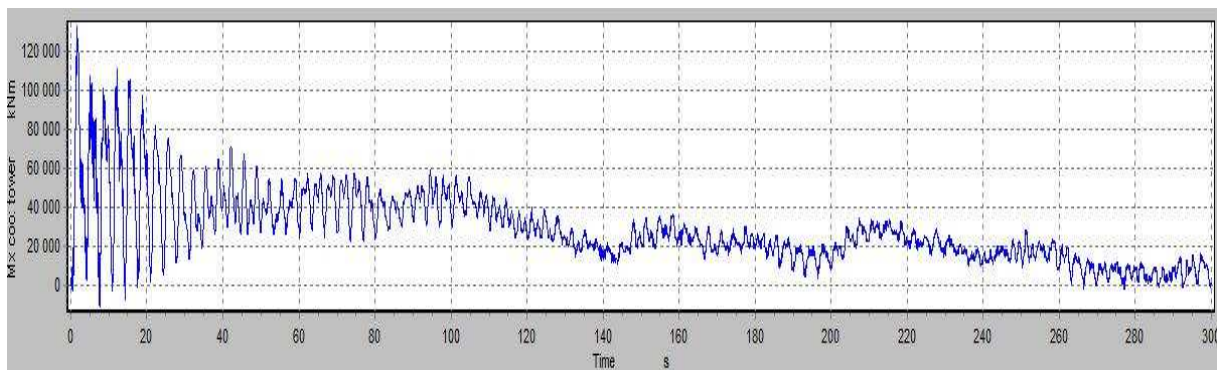
VEDLEGG E



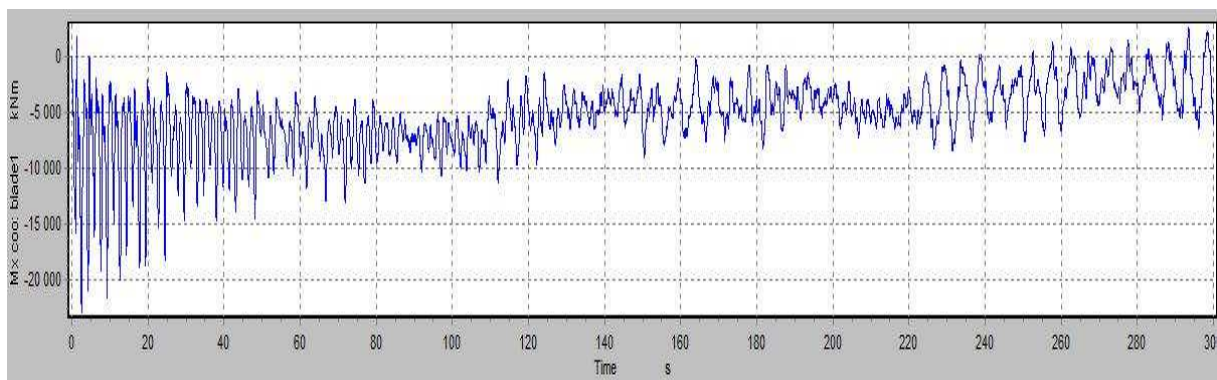
Figur XVII: Dreiemoment



Figur XVIII: Aksialkraft

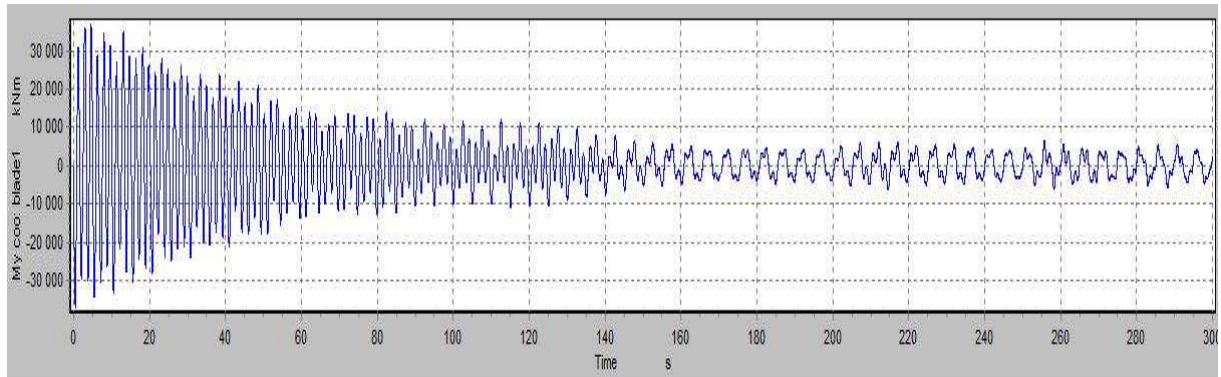


Figur XIX: Moment ved roten av tårn, Mx

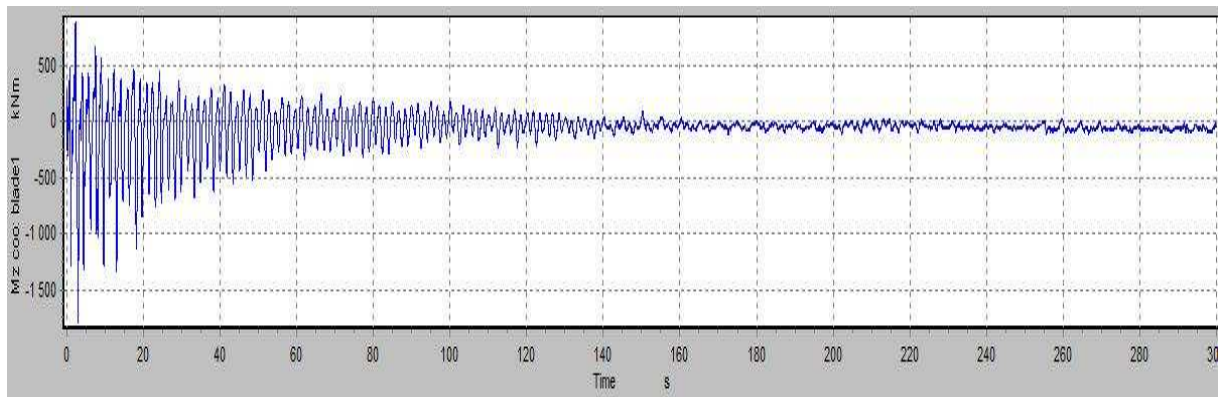


Figur XX: Moment ved roten av bladet, Mx

VEDLEGG E



Figur XXI: Moment ved roten av bladet, M_y



Figur XXII: Moment ved roten av bladet, M_z

Som vi ser av figur XV fører turbulens til store variasjoner i vinden. Dersom vi ser nøye på figur XVI kan vi merke oss at det er en liten forsinkelse mellom endring i vindhastighet og rotorkraft. Det tar med andre ord litt tid før rotoren justerer seg etter vindhastigheten. Turbulens fører også til større variasjoner i lastene.