Universitetet
i Stavanger

DET HUMANISTISKE FAKULTET

MASTEROPPGAVE

Studieprogram: Master i Grunnskolens matematikkfag	Vårsemesteret, 2010 Åpen
Forfatter: Oddrun Irene Aarstad	………………………………………… (signatur forfatter)
Veileder: Raymond Bjuland	
Tittel på masteroppgaven: Fokus på den spesialiserte fagkunnskapen. - *En intervjustudie for å identifisere og beskrive matematikklærerens fagkunnskap*. Engelsk tittel: Focus on Specialized Content Knowledge. - *An interview study to identify and describe the mathematic teachers' Content Knowledge*.	
Emneord: Undervisningskunnskap i matematikk Spesialisert fagkunnskap Allmenn fagkunnskap Fagdidaktisk kunnskap	Sidetall: 82 + vedlegg/annet: 109 Stavanger, ……………….. dato/år

Forord

Høsten 2008 begynte jeg på masterstudiet; *Grunnskolens matematikkfag* ved Universitetet i Stavanger. Dette er en toårig studie som avsluttes våren 2010 med gjennomføringen av et forskningsprosjekt, hvorpå denne masteroppgaven er resultatet.

Som en av tre mastergradsstudenter har jeg vært del av et svært lite studentmiljø. Den lille studentgruppen har resultert i et nært forhold både mellom lærere og studenter, men også oss studenter i mellom. Dette har gitt rom for en inkluderende og fruktbar undervisning i tillegg til tett oppfølging gjennom hele kurset, ikke bare i forbindelse skriving av masteroppgaven. I tillegg har en av medstudentene mine bidratt litt ekstra på motivasjonsfronten. Hun har både inspirert og utfordret meg, samtidig har hun vært en god støttespiller i perioder hvor oppgaveskrivingen føltes litt uoverkommelig.

I masteroppgaven min intervjuet jeg to ingeniører og to lærere for å finne ut mer om lærernes kunnskap. Uten velvillige informanter ville jeg ikke kunnet gjennomføre dette prosjektet, og jeg er svært takknemlig for at de sa ja til å delta i studien min. Jeg ble også imponert over den åpenheten og tilliten de viste meg som forsker i løpet av intervjuene.

Jeg ble veiledet av Raymond Bjuland og Reidar Mosvold. I løpet av prosessen har begge to bidratt med faglig støtte, gode råd og oppmuntring. Jeg har aldri følt meg alene i prosessen, og har hatt stor nytte av den veiledningen de har gitt meg. De fikk meg til å stille kritiske spørsmål underveis og på den måten beholde fokus på det som var viktig. Jeg fikk også verdifulle tilbakemeldinger på det skriftlige arbeidet etter hvert som oppgaven begynte å ta form. Dette samarbeidet fungerte svært bra, og jeg fikk alltid den veiledningen og tilbakemeldingen jeg hadde behov for. Jeg fikk en følelse av at de ønsket at jeg skulle lykkes i arbeidet mitt. Dette oppmuntret og motiverte meg gjennom en tidvis krevende, men spennende prosess.

Oddrun Irene Aarstad
Universitetet i Stavanger
27.05.2010

Sammendrag

Denne masteroppgaven rapporterer fra en studie hvor målet var å finne ut mer om lærernes kunnskap. Med utgangspunkt i tidligere forskning på området har jeg forsøkt å belyse hvordan matematikklærerens *spesialiserte fagkunnskap* skiller seg fra *allmenn fagkunnskap* i en kvalitativ intervjustudie av to lærere og to ingeniører. Disse to begrepene har jeg hentet fra LMT-prosjektet (Learning Mathematics for Teaching) som er et amerikansk forskningsarbeid gjennomført av et forskerteam ved University of Michigan. Intensjonen med prosjektet deres er å undersøke den matematiske kunnskapen lærere trenger for å undervise, samt hvordan denne kunnskapen utvikles gjennom praksis og utdannelse (http://sitemaker.umich.edu/lmt/home). LMT-prosjektet har sammen med beslektede studier bidratt som en teoretisk og begrepsmessig ramme for studien min. I tillegg har jeg brukt et metodisk verktøy (multiple-choice oppgaver) utviklet av disse forskerne som en del av metoden i arbeidet mitt.

Data er basert på to fokusgruppeintervju, ett lærerintervju og ett ingeniørintervju. Begge ble gjennomført ut fra oppgaveløsing av ti multiple-choice oppgaver hentet fra LMT-prosjektet. I analysen har jeg hovedsakelig tatt utgangspunkt i lærernes refleksjoner rundt disse oppgavene fremfor de skriftlige besvarelsene. I løpet av dette arbeidet har jeg blant annet fått innblikk i hvordan lærere og ingeniører resonnerer rundt sine egne løsningsstrategier og matematiske kunnskap. Jeg har også fått belyst ulike sider ved lærernes undervisning, for eksempel hvilke faktorer lærerne prioriterer i arbeidet sitt.

Studien dokumenterer eksistensen av en spesialisert fagkunnskap som skiller seg fra den allmenne fagkunnskapen. Lærernes refleksjoner viser at de har kunnskap om konkretisering og bruk av matematiske regler/algoritmer ut fra en undervisningskontekst. Ingeniørene hadde svært begrenset kunnskap om dette, noe som antyder at dette er en unik kunnskap for lærerne. På bakgrunn av lærernes lave matematikkutdannelse er dette sannsynligvis en type kunnskap som har utviklet seg gjennom praksis.

Måten ingeniørene løste og reflekterte rundt oppgavene på kan kategoriseres som solid allmenn fagkunnskap. Lærernes begrensninger tilknyttet oppgaveløsningen viser en svakere allmenn fagkunnskap som først og fremst kan ses i sammenheng med utdannelsen deres. Studien antyder videre at fagkunnskap påvirker den fagdidaktiske kunnskapen, og at den spesialiserte fagkunnskapen fungerer som et bindeledd mellom disse to

kunnskapskategoriene. En implikasjon av dette vil være å forske videre på den spesialiserte fagkunnskapen for å finne ut om og hvordan de ulike kunnskapskategoriene påvirker hverandre.

Studien viser at lærerens kunnskap er kompleks og dynamisk. Samtidig viser den at undervisningsarbeidet både krever og skaper spesialisert fagkunnskap unik for lærerprofesjonen.

Innholdsfortegnelse

1 Innledning

I denne masteroppgaven ønsker jeg å se nærmere på matematikklærerens kunnskap. Min egen skolegang og videre utdannelse har presentert meg for en rekke ulike lærertyper, med forskjellige personligheter, styrker, svakheter og kunnskaper. Som elev, lærerskole- og masterstudent har jeg møtt lærere innenfor mange ulike utdanningsarenaer. Dette har vært nyttige erfaringer, på godt og vondt. Det som er helt klart er at lærerne har satt sine spor, og de har uten tvil påvirket meg for ettertiden. Personlig erfaring kombinert med mer bevisst refleksjon knyttet til lærerrollen fikk meg til å ønske å se nærmere på læreren og mer spesifikt matematikklærerens kunnskap.

Læreryrket og lærernes kompetanse trekkes stadig frem i media og samfunnsdebatten. Ofte dreier diskusjonen seg om at lærerne i den norske skolen mangler kunnskap og kompetanse, og at norske elever scorer dårlig på internasjonale tester som for eksempel PISA (Kjærnsli, Lie, Olsen & Røe, 2007) og TIMMS (Grønnmo & Onstad, 2009). Det etterlyses et kompetanseløft for denne yrkesgruppen. I forbindelse med Kunnskapsløftet (Utdanningsdirektoratet, 2006) har det vært snakk om at lærerne skal få et kompetanseløft, og at dette i sin tur vil medføre at elevene vil få bedre matematikkundervisning, og derav lære mer matematikk (Fauskanger & Mosvold, 2008).

Da skolehverdagen og den totale undervisningssituasjonen er en meget kompleks og dynamisk konstellasjon (Hill, Blunk, Charalambous, Lewis, Phelps, Sleep & Ball, 2008a; Engelsen, 2002) virker slike påstander noe ufullstendige, og ifølge Hundeland (2010) er det flere faktorer som påvirker og former lærerens undervisning. Med det sagt, er det liten tvil om at lærerens fagkunnskap er en forutsetning for at elever skal lære mer matematikk (Baumert, Kunter, Blum, Brunner, Voss, Jordan, Klausmann, Krauss, Neubrand og Tsai, 2009; Hill et al., 2008a; Hill, Rowan & Ball, 2005). Forskningen konkluderer blant annet med at lærernes kunnskaper gir signifikante utslag. Elever som har lærere med gode kunnskaper lærer mer i løpet av et år enn elever som har lærere med dårligere kunnskaper, og det eksisterer en unik kunnskap relatert til undervisning som henger nøye sammen med kvaliteten på undervisningen (Hill et al., 2008a). Dette sett i sammenheng med forskning fra de siste 20 årene, som viser at den matematiske kunnskapen hos flere lærere er nedslående svak (Ball, Hill & Bass, 2005), gjør at et kompetanseløft virker som noe å strebe etter. Spørsmålet er bare hvordan en skal gå frem for å gjøre dette, og hvilken kompetanse det er snakk om å løfte. Det overordnede målet med denne masteroppgaven er å finne ut mer om matematikklærernes kunnskap. Jeg håper resultatene som kommer frem av denne studien kan belyse ulike sider ved lærerens kunnskap, og at funnene i tillegg til å ha en egenverdi, kan inspirere til videre forskning på området.

Forskning på matematikklærerens kunnskap er et vidtspennende forskningsfelt, som preges av uenighet når det gjelder hvilken type kunnskap matematikklærerne bør ha. Jeg ønsket et smalere og mer definert fokusområde for dette forskningsprosjektet. Tema for denne masteroppgaven ble derfor lærernes *undervisningskunnskap i matematikk* (UKM). UKM begrepet innfører både en rekke avgrensende faktorer, samt et konkret utgangspunkt for forskning på lærernes kunnskap. Jeg kommer til å bruke den norske oversettelsen UKM, i stedet for det amerikanske uttrykket *Mathematical Knowledge for Teaching* (MKT). Begrepsinnholdet beskrives som: "…a kind of professional knowledge of mathematics different from that demanded by other mathematically intensive occupations, such as engineering, physics, accounting and carpentry" (Ball et al., 2005, s. 17).

Jeg kommer til å ta utgangspunkt i teori og modeller knyttet til lærernes UKM. Mer spesifikt vil jeg fokusere på de ulike kategoriene som UKM inndeles i, og da spesielt to kategorier som beskriver lærernes *fagkunnskap*. Jeg velger å bruke det norske begrepet; fagkunnskap (FK), i stedet for det engelske; subject matter knowledge (SMK). Forenklet sett kan disse kategoriene beskrives slik (Delaney, Ball, Hill, Schilling & Zopf, 2008):

1) Allmenn fagkunnskap (AFK): en type matematisk kunnskap som alle velutdannete voksne burde ha.

2) Spesialisert fagkunnskap (SFK): en type kunnskap som er mer spesialisert og rettet mot de som skal undervise i matematikk.

Jeg vil i likhet med Fauskanger, Bjuland og Mosvold (in press) bruke de norske begrepene allmenn fagkunnskap og spesialisert fagkunnskap i stedet for de amerikanske *Common Content Knowledge* (CCK) og *Specialized Content Knowledge* (SCK) (Ball et al., 2005). Det eksisterer i dag en generell enighet om at læreren bør ha en solid faglig kunnskap i det faget han eller hun skal undervise i (Baumert et al., 2009). Nøyaktig hva denne faglige kunnskapen bør inneholde er imidlertid mindre klart. Baumert og kollegaer (2009) retter søkelyset mot hvilken type matematikkutdannelse lærerne bør gjennomgå. Er det for eksempel hensiktsmessig at lærerstudenter som skal undervise i grunnskolen følge den samme utdannelsen som andre typer matematikkstudenter? Manglende forskning på hvilken type fagkunnskap lærerne trenger for å kunne levere undervisning av høy kvalitet aktualiserer behovet for et skjerpet fokus på lærerens fagkunnskap.

Det konkrete målet med dette forskningsprosjektet er å få en teoretisk oversikt over tidligere studier som på ulike måter kan relateres til lærernes undervisningskunnskap i matematikk, samt gjennomføre en empirisk undersøkelse om, og eventuelt hvordan lærernes spesialiserte fagkunnskap skiller seg fra annen matematisk kunnskap gjennom en *kvalitativ intervjustudie*. For selv om det de siste 20 årene har blitt forsket en del på strukturen og effekten av lærernes kunnskap (f. eks. Ball et al., 2005; Baumert et al., 2009; Hill et al., 2008a; Ma, 1999), er dette utvilsomt et forskningsfelt med mange ubesvarte spørsmål. Dette gjelder for eksempel nettopp spørsmål knyttet til eksistensen av, og det potensielt unike ved lærerens kunnskap sammenlignet med andre yrkesgrupper. ”Little is known yet about whether and how content knowledge for teaching relates to the content knowledge of other professionals or of ordinary educated adults” (Hill, Schilling & Ball, 2004, s. 11).

For å finne ut mer om dette har jeg latt meg inspirere av flere forskningsarbeid knyttet til lærernes UKM. Med et teoretisk utgangspunkt, og ved bruk av oppgaveløsning kombinert med fokusgruppeintervju antar jeg at denne masteroppgaven kan belyse følgende problemstilling:

Hvordan skiller matematikklærerens spesialiserte fagkunnskap seg fra allmenn fagkunnskap i en kvalitativ intervjustudie av to lærere og to ingeniører?

Her forutsetter jeg eksistensen av, og muligheten for å identifisere spesialisert fagkunnskap og allmenn fagkunnskap. I tillegg vil eventuelle funn selvfølgelig være begrenset til dette spesifikke studiet, og de avgrensningene som ligger fast i prosjektets rammer. På et overordnet nivå påpeker Niss (2003) at generaliserbarhet i matematikkdidaktikk er begrenset av tid og rom grunnet den spesifikke konteksten matematikkundervisning og matematikkinnlæring faktisk skjer innenfor. Med bakgrunn i Niss (2003) ønsker jeg å understreke at jeg vurderer dette som en inngående studie av to lærere og to ingeniører innenfor en gitt kontekst. I tillegg ønsker jeg å presisere at hensikten ikke var å sammenligne de enkelte lærernes kunnskap med ingeniørenes, fremfor å se dette i sammenheng med teori for å kunne belyse denne ut fra det empiriske materialet. Denne typen teoretisk og analytisk tilnærming til lærernes kunnskap støttes blant annet av Kotsopoulos og Lavigne (2008) som hevder at: ”Theorization about mathematics for teaching is an important endeavor in order to make sense of the many complexities involved in effective mathematics instruction. The resulting outcomes of such theorization can lead to important insights that would ultimately benefit students” (s.2).

Jeg ønsker å finne empirisk dokumentasjon for å styrke det teoretiske skillet mellom spesialisert fagkunnskap og allmenn fagkunnskap. Jeg valgte derfor å benytte meg av informanter som - på bakgrunn av varierende utdannelse og praksis - kan forventes å være forskjellige, spesielt med tanke på spesialisert fagkunnskap. For å finne svar på problemstillingen min analyserte jeg informantenes refleksjoner knyttet til oppgaveløsning av UKM-oppgaver. I denne analysen la jeg størst vekt på informantenes uttalelser fremfor de skriftlige besvarelsene, og det er denne analysen som utgjør hoveddelen av masteroppgaven min. Den består av to historier basert på data fra to fokusgruppeintervju og en teoretisk tolkning av dem. Disse to historiene vil på ulikt vis være relevante for, og belyse problemstillingen min.

Intensjonen bak forskningsprosjektet mitt var å finne ut mer om lærernes UKM, og håpet er videre at denne masteroppgaven skal virke inspirerende for andre slagkraftige forskningsarbeid i fremtiden. Behovet for økt kunnskap på dette området er allerede dokumentert. Er det ikke på tide å finne ut mer om hvilken kunnskap en ønsker å øke?

2 Teoretisk perspektiv og begrepsavklaring

I dette kapittelet ønsker jeg å gi en kort presentasjon av ulike forskningsarbeid som på forskjellige måter påvirker og definerer studien min. Intensjonen er å gi et teoretisk utgangspunkt for å kunne forholde seg til de tolkningene jeg gjør i analysedelen. Jeg ønsker å beskrive og klargjøre de teoretiske rammene jeg har tolket dataene og trukket konklusjoner innenfor.

Det teoretiske fundamentet for denne studien er et forskningsfelt i utvikling. Jeg har støttet meg til en relativt ung fagdisiplin, som ikke før de siste 30-40 årene har etablert seg på den internasjonale arenaen. Niss (2003) presenterer en svært innholdsrik definisjon av *matematikkdidaktikk*, som oppsummeres i et overordnet punkt som han hevder er det overgripende formålet med hele virksomheten, nemlig å fremme og forbedre elevers og studenters matematikkinnlæring, samt sikre at de tilegner seg en matematisk kompetanse. Fremgangsmåtene for å innfri dette målet har variert, og utviklingen innenfor forskningsfeltet har gått fra kvantitativ forskning (1960- og 1970-tallet), til mer kvalitative studier. Forskningsprosjektet mitt føyer seg inn i rekken av flere kvalitative studier som ser nærmere på lærerens kunnskap. På bakgrunn av tidligere studier som fremhever lærerens sentrale rolle for elevenes læring og matematiske kompetanse, er det klart at denne studien kan føre forskningsfeltet et lite skritt nærmere det overordnede målet. Ifølge Mosvold, Fauskanger, Jakobsen og Melhus (2009) eksisterer det i en norsk setting for få studier som faktisk har hatt som mål å beskrive og måle lærernes kunnskap. Med denne masteroppgaven håper jeg å kunne komme med et lite bidrag nettopp på dette feltet.

Tre teoretiske fokusområder ligger til grunn for dette forskningsprosjektet. Det viktigste og kanskje mest prominente, er teori knyttet til *lærernes kunnskap* med spesielt fokus på lærernes undervisningskunnskap i matematikk og LMT-prosjektet (Ball et al., 2005; Hill et al., 2004; Hill et al., 2008a; Kotsopoulos & Lavigne, 2008; Ma, 1999; Shulman, 1986, 1987). Kort fortalt er LMT-prosjektet et amerikansk forskningsarbeid som både har studert naturen av den matematiske kunnskapen som er nødvendig for undervisning, samt hvordan den utvikles gjennom praksis og utdannelse. Videre har teori om *oversettelse og bruk av UKM-oppgaver* vært med på å forme arbeidet (Delaney et al., 2008; Fauskanger & Mosvold, 2008; Fauskanger & Mosvold, 2010; Fauskanger et al., in press; Mosvold & Fauskanger, 2009; Mosvold et al., 2009; Schilling & Hill, 2007). Avslutningsvis valgte jeg metodelitteratur

(Dalland, 2008; Kvale & Brinkmann, 2009; Ohna, 2000; Silverman, 2001; Thagaard, 2009; Widerberg, 2005), og diverse faglitteratur til bruk i analysen (Orton, 2004; Pekhonen, 2003) ut fra prosjektets behov og utvikling.

2.1 Lærerens kunnskap

I denne studien står læreren og lærerens kunnskap i fokus. Jeg har forsøkt å tilnærme meg dette området ut fra ulike innfallsvinkler.

2.1.1 Hva er egentlig kunnskap?

Når en skal forske på lærerens kunnskap er det hensiktsmessig å innlede med en liten redegjørelse av begrepet. I litteraturen presenteres to ytterpunkt som man kan definere kunnskap ut fra. På den ene siden kan en se på kunnskap som en objektiv størrelse, et ferdig produkt basert på bestemte kriterier (Hundeland, 2010). Han sier videre at dersom en velger å innta denne posisjonen, så vil det åpne for muligheten å analysere hvorvidt lærere innehar denne bestemte kunnskapen, disse absolutte sannhetene eller ikke. I tilknytning til læreryrket kan en derfor tenke seg at det er mulig å måle i hvilken grad lærere innehar de kunnskapene eller kompetansene som er nødvendige for å utføre lærergjerningen på en tilfredsstillende måte.

På den andre siden vil et *konstruktivistisk læringssyn* definere kunnskap som en subjektiv konstruksjon basert på egne erfaringer. Ut fra dette perspektivet vil kunnskap være uttrykk for individets oppfattelse av verden (von Glasersfeld, 1990). Med det sagt betyr ikke dette at det ikke går an å konstruere en felles kunnskapsbase som definerer viktige fakta og ferdigheter, og som kan omtales som "objektive kunnskaper". Von Glasersfeld (1990) forklarer det overnevnte som at kunnskap skapes av det enkelte individ, samtidig som det dannes som del av en kultur eller et sosialt fellesskap. Det å skulle forske på kunnskap krever derfor at jeg er bevisst det overnevnte, og at jeg tar høyde for eksistensen av ulike perspektiver på kunnskap. Rent praktisk håndterer jeg dette ved å beskrive hvordan jeg velger å forholde meg til begrepet gjennom forskningsprosjektet mitt.

2.1.2 Kunnskap og kompetanse

I en del av litteraturen som ligger til grunn for denne studien blir kunnskapsbegrepet tidvis brukt synonymt med kompetansebegrepet. Hundeland (2010) trekker imidlertid et skille mellom disse begrepene ved å si at kunnskap handler om å *vite*, mens kompetanse handler om å *gjøre*, og at dette har betydning for hvordan en kan drive forskning på lærernes kunnskap.

Han mener at det gjennom samtale og observasjon er umulig å avdekke fult ut hva læreren har kunnskap om, mens det en faktisk kan avdekke er hva læreren har kompetanse til å gjøre. Uten å problematisere dette videre mener jeg at studien min tar høyde for dette, og at den belyser både kunnskap og kompetanse gjennom en kombinasjon av oppgaveløsning og kvalitative intervju. Jeg kommer ikke til å presisere dette skillet i den videre presentasjonen av teori, og jeg velger å benytte meg av begrepene slik de originalt har blitt benyttet i de ulike kildene.

2.1.3 Profesjon og kunnskap

Læreryrket er ikke et nytt yrke, og undervisning som fenomen kan spores langt tilbake i historien. Tiltross for læreryrkets lange livsløp eksisterer det fremdeles uenighet knyttet til hva det vil si å være en god lærer, og hvordan dette kan knyttes til profesjonsbegrepet. Ifølge Mathisen (2008) skårer for eksempel lærerne lavt på formelle profesjonskriteriene. Han hevder at læreryrket har liten autonomi og en udefinert kunnskapsbase, videre at dette kan være noe av grunnen til at enkelte har gått i mot å tilkjenne læreryrket profesjonsstatus. Tendensen den siste tiden har allikevel vært at læreryrket stadig oftere knyttes opp mot profesjonsbegrepet. Med dette aktualiseres behovet for en mer definert kunnskapsbase, og forskning på lærerens kunnskap blir derfor et skritt på veien.

Kunnskapens rolle fremheves som essensiell for læreryrkets tilknytning til profesjonsbegrepet (Mathisen, 2008). Dette aktualiseres ytterligere i annen litteratur, blant annet gjennom økt fokus på lærernes kompetanse etter innføringen av Kunnskapsløftet (Utdanningsdirektoratet, 2006). Intensjonen med dette var at lærerne skulle få et kompetanseløft, noe som igjen skulle resultere i bedre undervisning og økt læring for elevene (Fauskanger & Mosvold, 2008). Det paradoksale er at ulike tiltak gjennomført for å heve lærernes kompetanse ikke har gitt de resultatene en hadde håpet på (Fauskanger & Mosvold, 2008).

Årsaken til dette vil være sammensatt av flere faktorer. Jeg vil trekke frem en av disse, da jeg anser denne som en av de mest elementære. Det er nemlig et faktum at vi fremdeles mangler en tydeliggjøring av hva som er spesielt ved den kunnskapen som kreves for å undervise nettopp i matematikk. Dette virker nesten litt besynderlig gitt at forskningen de siste tretti årene har vist en klar sammenheng mellom lærernes kunnskap og elevenes resultater (Hill et al., 2005; Hill et al., 2008a). Med det sagt har det faktisk blitt gjort en del forskning på hva denne kunnskapen går ut på. Kvaliteten har imidlertid vært varierende, og den tidligste forskningen blir beskrevet som enkel og lite teoretisk (Hill et al., 2004). Som en kontrast til dette, og et skritt i riktig retning, har det de siste tjue årene blitt rettet økt oppmerksomhet mot *kvantiteten* og *kvaliteten* av lærernes matematiske kunnskap (f. eks. An, Kulm & Wu, 2004; Ball et al., 2005; Baumert et al., 2009; Kotsopoulos & Lavigne, 2008; Ma, 1999). Dette forskningsprosjektet kan ses på som en forgrening av disse prosjektene, hvor kvaliteten av lærernes matematiske kunnskap har stått i fokus.

2.1.4 Læreren

Cochran-Smith & Zeichner (2005) fremhever læreren som en av de viktigste faktorene for elevenes læring. Med dette aktualiseres både forskning på læreren generelt, men også mer spesifikt på lærerens matematiske kunnskap. Mye kan sies og har blitt sagt om læreren og lærerens rolle, men ifølge Imsen (2002) betraktes læreren først og fremst som en *fagperson* innenfor den akademiske tradisjonen. Det betyr blant annet at overveielser om faglig innhold i undervisningen, og omforming av fagstoff til en pedagogisk anrettet form står i fokus. Læreren har også vært fokus for Shulmans (1986, 1987) forskning om kunnskapsvekst i undervisning. Det intellektuelle grunnlaget for undervisning og lærernes omforming av fagkunnskap har vært sentrale momenter i studiene hans. Kort fortalt har Shulman forsøkt å finne svar på hva slags fagkunnskap lærere trenger for å undervise på en måte som elevene forstår, og det er vel egentlig dette spørsmålet det aller meste av forskningen på lærerens kunnskap søker å finne svar på. Shulman var tidlig ute med disse spørsmålene, og har derfor fungert som teoretisk utgangspunkt for en rekke studier knyttet til emnet. Han mener blant annet at en ved å studere dyktige praktikere, kan finne ut om det finnes en spesiell praktisk kunnskap som lærere utvikler, og som kan kodifiseres i en kunnskapsbase for lærere (Shulman, 1986, 1987). Shulman åpner opp for en rekke spennende studier på læreren og lærerens kunnskap, hvor hans egne studier naturlig nok spiller en sentral rolle.

2.1.5 Fagdidaktisk kunnskap

Shulmans siktemål var å bidra til utviklingen av en tydeligere kunnskapsbasis for lærere, som igjen ville styrke lærernes profesjonalitet. Som et ledd i dette arbeidet utviklet han en teoretisk kunnskapsbase, som skulle bidra til å skape forståelse for lærernes komplekse kunnskap. Et sentralt begrep i denne kunnskapsbasen er Shulmans *pedagogical content knowledge* (PCK). Jeg velger å bruke oversettelsen av begrepet; *fagdidaktisk kunnskap* (FDK). Begrepsinnholdet formulerer Shulman (1986) slik:

> …the most regularly taught topics in one's subject area, the most useful forms of representation of those ideas, the most powerful analogies, illustrations, examples, explanations, and demonstrations - in a word, the ways of representing and formulating the subject that make it comprehensible to others (s. 9).

Shulman introduserte på slutten av 1980-tallet ideen om en fagdidaktisk kunnskap som en reaksjon på datidens forskningstrend, hvor fag og pedagogikk i stor grad ble behandlet som to uavhengige kunnskapsfelt. Dette synet fikk konsekvenser også her til lands, blant annet i organisering av lærerutdanning og etter- og videreutdanning. Periodevis varierte lærerutdanningen fra å være rene matematikkurs til å inneholde minimalt med matematikkundervisning (Fauskanger et al., in press). Shulman på sin side mente at en i stedet for å tenke "enten-eller", burde se på forholdet og sammenhengen mellom fag og pedagogikk, og fagdidaktisk kunnskap ble med det et aktuelt begrep. Denne fagdidaktiske kunnskapen skiller seg nemlig fra fagekspertens, samtidig som den er noe mer enn generell pedagogisk kunnskap på tvers av fagene. For å illustrere dette kan en si at fagdidaktisk kunnskap befinner seg i skjæringspunktet mellom fag og pedagogikk.

Shulmans presenterte sin egen forklaring av innholdet i den fagdidaktiske kunnskapen. Samtidig varierer forståelsen av begrepet, og en mer presis definisjon kunne med fordel vært utarbeidet (Lederman & Gess-Newsome, 1992). For å forstå hva som ligger i begrepet er det viktig å huske at fagdidaktisk kunnskap kun er én av komponentene innenfor en klassisk inndeling av lærernes kunnskap. Fagdidaktisk kunnskap ble for det første introdusert som et essensielt tilbehør til de allerede eksisterende kategoriene av lærernes kunnskap; lærernes fagkunnskap, og generell pedagogisk kunnskap. Det som skilte den nydefinerte kunnskapen fra andre mer generelle pedagogiske begrep, var at fagdidaktisk kunnskap var spesifikk for faget det ble undervist i (Shulman, 1986, 1987). Kunnskap om vanlige matematiske misoppfatninger er et eksempel på fagdidaktisk kunnskap innenfor matematikk. Denne kunnskapen strekker seg med andre ord utover hva vanlige velutdannede voksne forventes å kunne, og med det fremstår denne som en unik kunnskap for den profesjonelle læreren (Lederman og Gess-Newsome, 1992).

Forenklet sagt er fagkunnskap dybden og bredden av fagkunnskapen inne i hodet til læreren, og pedagogisk kunnskap refererer til den generelle pedagogiske kunnskapen. Fagdidaktisk kunnskap skiller seg fra begge disse da den består av måten å representere faget på som gjør det forståelig for andre (Shulman, 1986). Kort fortalt handler det om å ha kunnskap om fag, læreplan, elever og pedagogisk kontekst, samt praktisk innsikt og kyndighet i omformingen av disse kunnskapene til konkret pedagogisk handling (Mathisen, 2008).

Dette er på ingen måte den eneste inndelingen og beskrivelsen som har blitt gjort av lærernes kunnskap (f.eks. Leinhardt & Smith, 1985; Rowland & Turner, 2008). Rowland og Turner (2008) har fremsatt en annen klassifisering av lærenes kunnskap, inspirert av Schwab (1978), Shulman (1986) og LMT-prosjektet hvor de velger å skille mellom det de kaller *substantivisk* og *syntaktisk* fagkunnskap i stedet for allmenn fagkunnskap og spesialisert fagkunnskap. Dette kan forstås som et skille mellom *innhold* (substantivisk) og *prosess* (syntaktisk). De presenterer videre en tredeling av lærernes kunnskap, bestående av: substantivisk fagkunnskap, syntaktisk fagkunnskap og fagdidaktisk kunnskap, og hevder at dette er en minimal, men adekvat klassifikasjon av lærernes kunnskap. I tillegg til ulike inndelinger av lærernes kunnskap, har forskningen på denne kunnskapen også hatt varierende fokus. Sherin, Sherin og Madanes (2000, ref. i Burgess, 2006) skiller for eksempel mellom forskning på innholdet i lærerens kunnskap og forskning på formen av denne kunnskapen. Jeg har i hovedsak valgt å fokusere på litteratur som omhandler innholdet i lærernes kunnskap. I tillegg vil Shulmans kategorier og litteratur som bygger videre på disse, danne det teoretiske fundamentet for denne studien.

Shulman (1986, 1987) og andre forskere har både før og etter introduksjonen av begrepet fagdidaktisk kunnskap, arbeidet med å finne ut mer om lærernes kunnskap. Hundeland (2010) gir i sin doktorgradsavhandling en inngående oversikt over flere av disse arbeidene. Han presenterer blant annet KOM-prosjektet (Niss, 2004; Niss & Jensen, 2002, ref. i Hundeland, 2010) som et hensiktsmessig analyseverktøy i en studie av lærernes kompetanse. KOM-prosjektet fokuserer i stor grad på lærernes handlinger og praksis. Da jeg ikke skulle studere lærernes praksis fremstod andre modeller som mer hensiktsmessige analyseverktøy for studien min.

Shulman (1986, 1987) har som fungert som utgangspunkt for en rekke studier som på ulike måter har utvidet og spesifisert kjernekomponentene i lærernes profesjonskunnskap. Med tiden har det utviklet seg flere og mer komplekse beskrivelse av lærerens profesjonskunnskap. Da jeg ønsket å se nærmere på lærernes fagkunnskap var det viktig for meg å orientere meg i teori knyttet til lærernes undervisningskunnskap i matematikk. Disse studiene kan karakteriseres som en forlengelse av Shulman, og de har fungert som teoretisk utgangspunkt for denne masteroppgaven.

2.1.6 LMT-prosjektet

Med utgangspunkt i Shulman (1986, 1987), har internasjonal forskning fokusert på hvordan den fagspesifikke profesjonskunnskapen kan forme lærernes undervisningspraksis. Et av de mest kjente eksemplene på slikt forskningsarbeid er gjennomført av Ball og kollegaer ved University of Michigan. Dette teamet driver forskning på den matematiske kunnskapen som er nødvendig for å kunne undervise. I LMT-prosjektet har de sett nærmere på lærernes undervisningskunnskap i matematikk, og forsøkt å finne ut mer om komposisjonen og strukturen av denne kunnskapen. Målet for arbeidet deres har vært å definere en praksisbasert teori rundt lærernes UKM [1]. I korte trekk kan arbeidet deles opp i tre hovedområder:

(1) Analyse av klasseromsundervisning

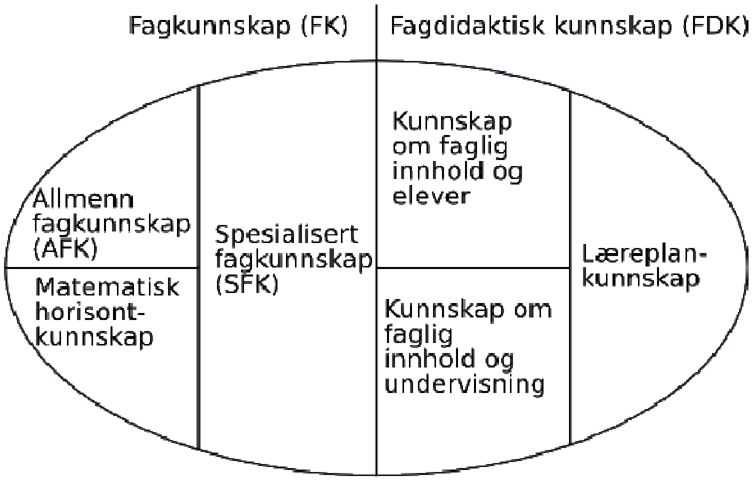
I et forsøk på å identifisere hva lærere må kunne for å undervise, har det amerikanske forskerteamet tatt utgangspunkt i lærernes praksis, og studert undervisningen deres (Ball & Bass, 2003). Denne praktiske tilnærmingen resulterte i to sentrale punkt. For det første at elementær matematikkundervisning forutsetter en stor grad av matematisk arbeid og matematisk kunnskap som går ut over det rent pedagogiske. For det andre identifiserte de en rekke undervisningsutfordringer (Vedlegg nr 1) som i sin tur fungerte som utgangspunkt for det videre arbeidet med å utvikle teori og målingsverktøy for å kategorisere og måle lærernes UKM (Ball, Thames & Phelps, 2008).

(2) Kategorisere og måle UKM

Den praktiske tilnærmingen og analysen av klasseromsundervisningen lå til grunn for utviklingen av teori samt en kategoriseringsmodell (Figur 1) knyttet til lærernes UKM. I tillegg var dette utgangspunktet for konstruksjonen av et målingsverktøy for å måle lærernes UKM. Forskerteamet brukte den praksisbaserte analysen til å videreutvikle Shulmans kategorier om fagkunnskap og fagdidaktisk kunnskap. De spesifiserte og utdypet disse ved å dele fagkunnskap opp i; allmenn fagkunnskap, spesialisert fagkunnskap og matematisk horisontkunnskap, og videre fagdidaktisk kunnskap i; kunnskap om faglig innhold og elever, kunnskap om faglig innhold og undervisning og læreplankunnskap (Ball et al., 2008). Det

[1] Mer informasjon om forskningen deres ligger på nettsiden http://sitemaker.umich.edu/lmt/home.

finnes også andre varianter av denne modellen (Fauskanger et al., in press), men hovedtrekkene er de samme.



Figur 1. Modell over lærernes UKM. Utviklet av forskerne ved University of Michigan.

Denne inndelingen fungerte videre som utgangspunkt for konstruksjonen av et målingsverktøy (UKM-oppgaver) bestående av en rekke multiple-choice oppgaver som har til hensikt å representere den kunnskapen lærere bruker i sin undervisning av elementær matematikk. Dette gjelder for eksempel kunnskap om tall, utradisjonelle elevsvar og løsningsalgoritmer, samt å kunne forutse hvilke vansker elever kan få i tilknytning til fagstoffet. Oppgavene har til hensikt å måle lærernes kunnskap innenfor de ulike kategoriene; allmenn fagkunnskap, spesialisert fagkunnskap, kunnskap om faglig innhold og elever og kunnskap om faglig innhold og undervisning. Tanken var at oppgavene innenfor hver kategori, skal fange opp hvorvidt lærerne kan løse de oppgavene som blir gitt til elevene, og i tillegg kunne si noe om hvordan lærerne løser de spesielle matematiske utfordringene som oppstår i undervisningssituasjonen. Dette gjelder for eksempel evaluering av utradisjonelle løsningsmetoder, bruk av matematiske definisjoner, representasjon av matematisk innhold til elevene og identifisering av riktige elevsvar.

Intensjonen var at forskningen ved hjelp av disse oppgavene skulle resultere i noe annet enn kvalitative eksempler og logiske argumenter. Målingene har blitt validert gjennom kognitive intervjuer, forskning på undervisningspraksis og sammenligning med elevers ferdigheter. Ut fra denne valideringsprosessen konkluderte forskerne med at det eksisterer matematisk kunnskap som er unik for matematikkundervisningen, og at dette er en type kunnskap som kvantitativt kan måles ved hjelp av denne typen verktøy (Hill, et al., 2004).

(3) Undervisning av UKM
Som en videreføring har disse forskerne også utarbeidet og evaluert ulike undervisningstilnærminger som har til hensikt å hjelpe lærere og andre som jobber med undervisning i å lære UKM.

Disse tre punktene beskriver et omfattende og bredt forskningsarbeid knyttet til lærernes undervisningskunnskap i matematikk. Forskningen min bygger på dette arbeidet, og da spesielt på punkt 1) og 2), hvor jeg har hatt særlig fokus på to nøkkelkomponenter av lærernes fagkunnskap, nemlig allmenn fagkunnskap og spesialisert fagkunnskap.

Allmenn fagkunnskap beskrives av Fauskanger og kollegaer (in press) som matematisk kunnskap som kan bli brukt i undervisning, i tillegg til andre settinger. Denne kunnskapen er ikke spesiell for undervisningsarbeidet, og kan dermed besittes av andre enn lærere, da den blir benyttet i undervisningsarbeidet på samme måte som den blir brukt i andre yrker hvor en også trenger matematikk.

Den spesialiserte fagkunnskapen, er derimot en unik kunnskap relatert til den jobben læreren faktisk utfører, og som matematikere eller andre med god allmenn fagkunnskap ikke nødvendigvis innehar. Ifølge Fauskanger og kollegaer (in press) er denne typen kunnskap, i likhet med den fagdidaktiske kunnskapen, tett knyttet til praksis. Det som skiller disse to er at den spesialiserte fagkunnskapen ikke krever kunnskap om eleven eller undervisningen. I praksis vil det si, at det å kunne utføre et regnestykke ved hjelp av en standardalgoritme er typisk allmenn fagkunnskap, mens det å kunne bruke og vurdere gyldigheten til ulike løsningsstrategier er et eksempel på spesialisert fagkunnskap. Som lærer skal en for eksempel kunne identifisere og analysere ulike elevfeil, og ha kunnskap om hvordan en kan hjelpe eleven å få det riktig. En lærer skal kunne forklare hvorfor ulike løsningsprosedyrer/algoritmer virker, og velge ut strategiske eksempel for å illustrere matematiske ideer. Dette er bare tre eksempel på utfordringer lærere må hanskes med i undervisningssituasjonen. Ingen av disse krever direkte kunnskap verken om eleven eller pedagogikk. Det avgjørende er at læreren har en dypere og mer eksplisitt matematisk kunnskap, som går lenger enn å kunne utføre de ulike trinnene i en algoritme, og det er denne kunnskapen de amerikanske forskerne kaller spesialisert fagkunnskap, og som jeg ønsker å se nærmere på i mitt forskningsarbeid.

Den tredje kategorien som sier noe om lærernes fagkunnskap er matematisk horisontkunnskap. Kort fortalt handler det om å ha kjennskap til hvordan ulike matematiske emner er relatert til hverandre innenfor læreplanens rammer. (Ball et al., 2008).

Den fagdidaktiske kunnskapen deles som inn i følgende kategorier: kunnskap om faglig innhold og elever, kunnskap om faglig innhold og undervisning samt læreplankunnskap. Samtlige av disse faller inn under Shulmans fagdidaktiske kunnskap (Mosvold et al., 2009). Den kategorien som er verd å merke seg i tilknytning tilforskningsprosjektet mitt er kategorien; kunnskap om elever og undervisning. Jeg antar at denne fagdidaktiske kategorien vil være spesielt nært tilknyttet lærerens fagkunnskap, og at det tidvis vil være vanskelig å skille mellom de ulike kategoriene. Dette aktualiseres og utdypes av Baumert og kollegaer (2009). De hevder blant annet at det omtalte målingsverktøyet mangler et klart skille mellom de ulike kategoriene. De sier videre at de amerikanske forskerne mislyktes i å empirisk skille allmenn fagkunnskap og spesialisert fagkunnskap, noe som resulterte i et målingsverktøy som måler en legering av de ulike kategoriene. Dette eksemplifiserer de blant annet ved å vise til oppgaver som er ment å belyse lærernes spesialiserte fagkunnskap, men som også kan ses på som oppgaver relatert til lærernes fagdidaktiske kunnskap. I motsetning til denne kritikken vurderer jeg ikke dette som en svakhet ved oppgavene i tilknytning til mitt forskningsprosjekt. Jeg ser heller på det som en påminnelse om at virkeligheten ofte er mer kompleks enn hva som lar seg innkapsle i en statisk modell. Jeg har valgt å ta utgangspunkt i det amerikanske forskningsarbeidet. Samtidig har jeg hele tiden vært oppmerksom på at dette ikke er den eneste forskningen som har blitt gjort på feltet, og at andre forskere har presentert ulike og komplementære fokus tilknyttet tema (Baumert et al., 2009; Schoenfeld, 2007; Silverman & Thompson, 2008; Thompson, Carlson & Silveman, 2007,). Jeg kommer ikke til å gå noe videre inn på alle disse studiene i denne rapporten.

2.2 Oversettelse og bruk av UKM-oppgaver

UKM-oppgavene har som sagt blitt utarbeidet over flere år som en del av et større forskningsarbeid (LMT-prosjekt), med tanke på og utgangspunkt i amerikansk praksis. Innholdet i disse oppgavene er ifølge Delaney og kollegaer (2008) spesialtilpasset bruk i USA, og de var ikke tiltenkt bruk utenfor den amerikanske settingen. Det amerikanske forskerteamet har investert en hel del tid og ressurser på å utvikle disse oppgavene, og jeg vurderer dette som en god grunn til å forsøke og finne en måte å tilpasse disse oppgavene for bruk i en norsk kontekst. Dette medfører imidlertid en rekke vurderinger som må gjøres dersom dette skal kunne gjennomføres på en vellykket måte. Det er langt fra uproblematisk å bruke oppgavene i land utenfor USA. Da dette er et praksisbasert målingsverktøy bør man i en setting hvor praksis skiller seg fra den originale, være oppmerksom på denne problematikken, og ifølge PISA 2003 Technical Report (Adams, 2005), er nettopp dårlige oversettelser kjent for å være en viktig årsak til at noen oppgaver fungerer dårlig i internasjonal testing. Måleverktøyet har allikevel blitt benyttet av en rekke forskere i ulike forskningsarbeid utenfor USA, og med dette har oversettelse og tilpasning blitt et eget forskningstema relatert til arbeid knyttet til lærerens undervisningskunnskap i matematikk (Delaney et al., 2008; Fauskanger & Mosvold, 2008; Fauskanger & Mosvold, 2010; Ma, 1999; Mosvold & Fauskanger, 2009; Mosvold et al., 2009; Ng, Mosvold & Fauskanger, 2010).

Oppgavene ble konstruert for å teste ut hypotesen om eksistensen av, og innholdet i lærernes profesjonskunnskap. Et lite utvalg av disse har blitt gjort tilgjengelige for andre å benytte seg av i et sett *frigitte UKM-oppgaver*. Tilknyttet de frigitte oppgavene har forfatterne lagt ved et informasjonsskriv hvor de sier litt om oppgavenes opprinnelse, samt hvordan disse kan benyttes i annen forskning. De hevder at oppgavene kan være nyttige i en rekke sammenhenger, og oppfordrer til denne typen bruk. Dette gjelder blant annet forskning tilknyttet profesjonsutvikling og lærerutdanning. Her kan disse oppgavene fungere som eksempel på hvilken type kunnskap lærere muligens trenger å ha (Ball & Hill, 2008). Jeg har valgt å bruke disse oppgavene nettopp fordi jeg ønsker å finne ut mer om ulike typer lærerkunnskap.

Det har blitt gjort en rekke forsøk på å bruke disse oppgavene i ulike forskningsprosjekt utenfor USA, blant annet i Irland, Indonesia, Ghana, Sør-Korea og Norge (Fauskanger & Mosvold, 2010). I flere av disse prosjektene har oversettelse og tilpassing i seg selv blitt gjenstand for ulike typer forskningsarbeid. Dette gjelder for eksempel en irsk studie (Delaney et al., 2008), hvor de forsket på hvordan dette målingsverktøyet kunne tilpasses for å måle irske læreres UKM. Dette forskerteamet gjennomførte en studie hvor de først oversatte og tilpasset oppgavene fra en amerikansk til en irsk setting, for så å benytte seg av ulike psykometriske og intervjubaserte metoder for å undersøke hvordan disse oppgavene fungerte i Irland sammenlignet med USA. Det overordnede spørsmålet i dette prosjektet var om oppgavene ville fungere slik de var intendert av de amerikanske forskerne etter at de hadde blitt tilpasset den irske konteksten. Delaney og kollegaer (2008) fant for det første en overlapping mellom den kunnskapen som blir brukt for å undervise i de to landene, i tillegg konkluderte de med at oppgavene egnet seg for å si noe om denne kunnskapen. Studien bekreftet også viktigheten og nytteverdien av denne typen tilpasningsarbeid. ”However specific findings confirm the usefulness of conducting extensive checks on the validity of items used in cross-national contexts” (Delaney et al., 2008, 171).

Denne studien legitimerer og oppfordrer til at disse oppgavene kan og bør tas i bruk utenfor USA, samtidig understrekes viktigheten av et grundig oversettelses- og tilpassningsarbeid. Den irske studien presenterer en hel del føringer for hvordan en bør gå frem i denne typen arbeid. Her understrekes det blant annet at en tilpassing og oversettelse ikke bare handler om språklige ulikheter, men at aspekter som kultur, skolekultur og matematisk innhold også må vurderes og tilpasses i en eventuell oversettelsesprosess.

Resultatene fra studien peker både på utfordringer og potensialet ved denne typen arbeid. Dette arbeidet har i sin tur vært med på å påvirke en pågående studie ved Universitetet i Stavanger, som i likhet med den irske, ser nærmere på hvordan en kan tilpasse og oversette disse oppgavene (Fauskanger & Mosvold, 2010; Mosvold & Fauskanger, 2009; Mosvold et al., 2009). Det norske forskningsarbeidet har så langt resultert i en rekke erfaringer knyttet til oversettelsesprosessen, blant annet at det handler om mer enn en god tekstoversettelse; at det i like stor grad dreier seg om å representere det matematiske og det pedagogiske innholdet på en korrekt og meningsfull måte. Ifølge Geisinger (1994, ref. i Mosvold et al., 2009) bør for eksempel testens intensjon ivaretas i en oversettelse. I den forbindelse fremstår *ekvivalens* som et sentralt begrep. Dette er imidlertid ikke et enkelt definerbart begrep, og består av flere komponenter som utdypes og diskuteres i litteraturen. Peña (2007) var utgangspunktet for Delaney (2008) da han i sitt forskningsarbeid forsøkte å finne ut mer om disse. I en videreføring av Singh (1995) benevnes disse elementene som *funksjonell ekvivalens*, *begrepsmessig ekvivalens* og *instrumentell ekvivalens*. For en norsk studie kommer også *språklig ekvivalens* inn som en egen kategori. Det som er viktig å huske er at det i en god oversettelse er nødvendig, men ikke tilstrekkelig å sikre *språklig ekvivalens* (Peña, 2007). Det er med andre ord ikke tilstrekkelig med en ordrett oversettelse fra engelsk til norsk.

Funksjonell ekvivalens går ut på om begrepet UKM tjener en *universell funksjon*. Mosvold og kollegaer (2009) hevder at dersom elever skal oppnå kunnskap, så kreves det at lærerne har kunnskap relatert til undervisning; UKM. De sier videre at dette vil være felles for alle land, og at UKM derfor kan sies å ha en universell funksjon. Når det gjelder *begrepsmessig ekvivalens* skal en spørre seg hvorvidt begrepet UKM betyr det samme i Norge som i USA, og om kravene til matematikkundervisningen i den norske skolen er like de kravene som gjelder i en amerikansk setting. Mosvold og kollegaer (2009) hevder at dersom en ikke kan være sikker på at begrepene blir forstått på samme måte i USA som i Norge, så vil det få konsekvenser for den forskningen som blir gjort i relasjon til disse. *Instrumentell ekvivalens* handler om oppgavenes format og innhold. Dersom oppgavene tolkes likt både i Norge og USA, vil en ifølge Sing (1995), ha oppnådd instrumentell ekvivalens. Disse aspektene ved ekvivalensbegrepet bør forskeren være bevisst på i et oversettelsesarbeid. Rent praktisk skal en forsøke å oversette og tilpasse oppgavene på en måte som gjør at oppgavene kan leses og tolkes likt originalene var intendert å gjøre. Den irske studien fremsatte flere nyttige retningslinjer for hvordan jeg burde og kunne gå frem.

Både den irske og den norske studien har forsøkt å ta hensyn til disse retningslinjene. Det som skiller den norske studien fra den irske, er imidlertid den språklige faktoren. Det å skulle oversette oppgavene til norsk aktualiserer noen tilleggsmoment som ikke var like relevante i den irske studien. En oversettelse fra amerikansk til norsk vil medføre et behov for enda flere typer forandringer:

> Although such differences may be dismissed as mathematically trivial, some evidence pointed to teachers` performances in items being sensitive to apparently minor variations in items. With non-English speaking countries, or in countries with markedly different ways of teaching mathematics, many more changes may be required. Therefore, explicit guidelines for adapting teaching knowledge items need to be developed (Delaney, 2008, s. 21).

Både den irske og den norske studien har fungert støttende og retningsgivende for oversettelsesarbeidet i dette forskningsprosjektet.

2.2.1 Praktiske dimensjoner

Relatert til den språklige ekvivalensen fremhevet det norske forskerteamet blant annet *dobbel oversettelse* (Adams, 2005) som en god metode for å sikre dette. Dobbel oversettelse beskrives som to uavhengige oversettelser fra originalspråket, med godkjennelse fra en tredje person. Erfaring fra denne typen arbeid i forbindelse med PISA har også vist at kvaliteten på oversettelsene kan bli enda bedre dersom en har mulighet for å oversette fra to ulike originalspråk. I forbindelse med oversettelse av PISA-oppgaver, har det også blitt stilt en del krav til de som skal oversette (Adams, 2005). Det kreves for eksempel at de som skal oversette oppgavene har; svært god beherskelse av målspråket, profesjonell erfaring med oversettelse, tilstrekkelig kjennskap til originalspråket, matematisk kompetanse og undervisningserfaring. Disse punktene presiserer kompleksiteten ved oversettelsesprosessen, og illustrerer at dette er en multidimensjonal oppgave. Den overordnede intensjonen med en dobbel oversettelse bør uansett være å sikre kvalitet, og med det øke validiteten til det arbeidet oppgavene utgjør en del av.

Både i den irske og norske forskningen ble det gjennomført en detaljert og systematisk dokumentasjonsprosess, hvor forskerne registrerte de forandringene som ble gjort. For det norske arbeidet gjaldt ikke dette ord som ble direkte oversatt fra engelsk til norsk (Mosvold et al., 2009). Delaney og kollegaer (2008) kategoriserte de ulike forandringene ut fra følgende fire punkt:

1. Endringer relatert til den generelle kulturelle konteksten
2. Endringer relatert til den skolekulturelle konteksten
3. Endringer relatert til matematisk innhold
4. Andre endringer

Ifølge Mosvold og kollegaer (2009) vil det å skulle oversette fra amerikansk engelsk til norsk være en mer kompleks prosess enn å oversette fra amerikansk engelsk til britisk engelsk. Dette løste de ved å utvide listen med to nye punkt:

1. Endringer relatert til oversettelsen fra amerikansk engelsk til norsk innenfor denne konteksten
2. Endringer relatert til politiske direktiver

I tillegg til å dokumentere endringer, presenterer de norske forskerne konkrete eksempel som på en illustrerende måte fremhever kompleksiteten ved dette arbeidet. På bakgrunn av slike detaljerte beskrivelser gir denne forskningen gode retningslinjer for hvordan en kan gå frem i denne typen oversettelsesarbeid.

Med utgangspunkt i generell teori knyttet til profesjonsbegrepet og lærerens kunnskap og kompetanse har jeg konstruert et forskningsprosjekt inspirert av tidligere studier relatert til lærernes UKM for å finne ut mer om de ulike komponentene av lærernes kunnskap. Mer presist *hvordan matematikklærerens spesialiserte fagkunnskap skiller seg fra allmenn fagkunnskap i en kvalitativ intervjustudie av to lærere og to ingeniører?* Det overordnede målet med dette forskningsprosjektet har vært å konstruere kunnskap som kan bidra til å styrke utviklingen av lærerprofesjonen gjennom en mer definert kunnskapsbase.

3 Metode

I dette kapittelet vil jeg redegjøre for det metodiske grunnlaget for forskningsprosjektet mitt, samt beskrive arbeidsprosessen fra begynnelsen frem til det endelige resultatet. Prosjektets oppstartsfase kan beskrives som todelt, da både teori og metodisk verktøy var med på å styre fremdriften. På den ene siden tok jeg utgangspunkt i litteratur som omhandler lærernes kunnskap. På den andre siden ble jeg gjennom litteraturen kjent med et metodisk verktøy (UKM-oppgaver) som jeg ønsket å benytte meg av. Dette er en samling multiple-choice oppgaver som fikk en sentral rolle i forskningsprosjektet. Med dette utgangspunktet ble valg av problemstilling og derav metode, en parallell vurderings- og sammenflettingsprosess mellom teori og metodisk verktøy. Forskningsprosjektets ”hva” kom med andre ord frem gjennom det innledende arbeidet med teori og metodisk verktøy. Jeg ønsket å finne svar på *hvordan matematikklærerens spesialiserte fagkunnskap skiller seg fra allmenn fagkunnskap*, og på mange måter har UKM-oppgavene og oversettelsesprosessen vært styrende for forarbeidet, fremdriften, gjennomføringen og resultatene av prosjektet.

3.1 Arbeidsprosessen frem til intervjuene

Jeg ønsker å gjøre rede for denne delen av forskningsprosjektet i en kronologisk rekkefølge, fra metodevalg frem til fokusgruppeintervjuene. Denne forenklede fremstillingen presenterer de store linjene, og det skal legges til at den egentlige forskningsprosessen hadde en mye mindre rettlinjet fremtoning.

3.1.1 Forberedelse

Valg av metode

Ifølge Silverman (2001) er en styrke ved kvalitative tilnærminger at vi kan studere fenomener som det er vanskelig å få tilgang til ved andre metoder. Kvale & Brinkmann (2009) formulerer dette på en mer direkte måte: ”Hvis du vil vite hvordan folk oppfatter verden og livet sitt, hvorfor ikke spørre dem?” (s. 19). I boken *Det kvalitative forskningsintervju* legitimerer de bruken av det kvalitative forskningsintervjuet i ulike typer forskningsprosjekt. Dersom en ser dette i sammenheng med deler av Niss (2003) sin definisjon av matematikkdidaktikken, fremstår denne metoden som svært gunstig innenfor dette forskningsfeltet. Matematikkdidaktikk som: - Studieobjekt. Matematikkdidaktikken utgjør det vitenskapelige arbeidsfeltet der man prøver å *identifisere, beskrive og forstå fenomener og prosesser* som er eller kunne vært en del av undervisning og læring når det gjelder matematikk på alle nivåer i utdanningssystemet (s. 339). Min studie faller innenfor den kvalitative forskningstradisjonen. Samtidig bygger studien på andre typer forskningsprosjekt, både av kvalitativ og mer kvantitativ art. Målet er at forskningsprosjektet mitt skal kunne supplere og nyansere forskning innenfor et fagfelt i utvikling.

Jeg ønsket som sagt å inkludere et utvalg UKM-oppgaver i prosjektet mitt, spørsmålet var bare hvordan jeg skulle bruke dem. Ut fra min begrensede forskerkompetanse og rammene for masteroppgaven var det ikke aktuelt for meg å bruke dem i den typen kvantitativ forskning som oppgavene opprinnelig er designet for. Jeg bestemte meg for å benytte meg av oppgavene i et kvalitativt prosjekt, og vurderte det som overkommelig og interessant å bruke et utvalg oversatte og tilpassede UKM-oppgaver som utgangspunkt for to fokusgruppeintervju for å finne ut mer om problemstillingen min.

Ifølge Dalland (2008) er det problemstillingen som skal styre metodevalget, og Widerberg (2005) understreker at metoden ikke er noe som ligger ferdig, klar til å tas i bruk. Metoden er med andre ord en innfallsvinkel som må bearbeides for å passe til spørsmålet. Bearbeiding ble derfor et viktig moment i den første fasen av prosjektet.

I Kvale og Brinkmann (2009) sin ånd så jeg for meg, at det kvalitative forskningsintervjuet kombinert med oppgaveløsing kunne hjelpe meg med å utforske lærernes kunnskap. Videre måtte jeg vurdere hvilken type intervju som ville være mest hensiktsmessig og praktisk gjennomførbart. Jeg orienterte meg i metodelitteratur, og lot meg inspirere av Dalland (2008) som beskriver fokusgruppeintervju som et gruppeintervju hvor informantenes personlige erfaringer og synspunkter belyses gjennom interaksjon i gruppa. Jeg vurderte dette som en hensiktsmessig metode, både med tanke på problemstillingen, men også ut fra praktiske anliggender. Intensjonen var at fokusgruppeintervjuet skulle legge til rette for kunnskapsutvikling, og at metoden ville være tidsmessig gunstig på bakgrunn av gruppedynamikkens egenskaper (Dalland, 2008). En annen antakelse var at det ville være enklere å få informanter til et gruppeintervju enn til et individuelt intervju.

Den innledende fasen resulterte for det første i en mer avgrenset problemstilling basert på en teoretisk inndeling av lærernes kunnskap. Videre fremstod fokusgruppeintervju som en hensiktsmessig tilnærmingsmåte. Dette var utgangspunktet for det videre arbeidet. Valg av aktuelle informantgrupper og utforming av intervjuguide stod nå for tur.

Valg av informanter

Informanter ble valgt på bakgrunn av problemstillingen, prosjektets rammer og aktuelle teori. Ut fra det teoretiske skillet mellom allmenn fagkunnskap og spesialisert fagkunnskap, bestemte jeg meg for å intervjue to yrkesgrupper; en lærergruppe og en gruppe ingeniører. Disse yrkesgruppene kan, på bakgrunn av ulik matematisk utdannelse og undervisningserfaring, forventes å skille seg fra hverandre både med tanke på fagkunnskap og fagdidaktisk kunnskap, men også spesialisert fagkunnskap og allmenn fagkunnskap. Grunnen til at jeg valgte ingeniører som den andre yrkesgruppen var fordi de kan forventes å ha en høy matematisk utdannelse, høy allmenn fagkunnskap og samtidig manglende kunnskap relatert til undervisning (Ball et al., 2005). Krav til informantene var derfor at de skulle ha en viss arbeidserfaring innenfor de respektive yrkene, og at ingen av ingeniørene jobbet i undervisningsrelaterte yrker. Ut over dette hadde jeg ingen krav med tanke på kjønn, alder og arbeidssted da disse faktorene ville være uten betydning for problemstillingen min. Jeg så i utgangspunktet for meg en gruppestørrelse på 3-5 personer.

Etablering av kontakt med informantene

Den innledende kontakten med aktuelle informanter gikk via veileder og biveileder. Jeg fikk overlevert kontaktinformasjon til en lærer og tre ingeniører. De to ingeniørene virket positivt innstilt, og vi etablerte raskt en grei dialog. Det samme gjaldt ikke på lærerfronten, hvor den første lærerkontakten trakk seg fra prosjektet.

Dette ble en erfaring på veien, og resulterte i at jeg brukte en mer direkte fremgangsmåte for å få tak i nye informanter til lærerintervjuet. Jeg gikk veien om en bekjent, og ba henne om å spørre et par kollegaer om de kunne tenke seg å delta i prosjektet. Dette resulterte i at to lærere sa ja til å delta. Jeg fikk overlevert kontaktinformasjon og kom raskt i dialog med dem. Nå hadde jeg fire informanter, to ingeniører og to lærere. Det var færre enn jeg hadde sett for meg i utgangspunktet, men med støtte i Dalland (2008) som hevder at gruppebetegnelsen kan brukes for alt over en person, og at det i en studentoppgave vil kunne komme gode og relevante data fra et intervju med bare to personer, vurderte jeg den nye gruppestørrelsen som tilfredsstillende og potensielt fordelaktig.

Metodisk verktøy

Det var et omfattende arbeid å oversette og tilpasse UKM-oppgavene. Jeg valgte å følge retningslinjer gitt i lignende forskningsarbeid. Her presiseres det blant annet at denne typen arbeid handler om mer enn god tekstoversettelse. Det understrekes at det også dreier seg om å representere det matematiske og det pedagogiske innholdet på en korrekt og meningsfull måte. Jeg ønsket å ivareta testens intensjon i oversettelsen, og forsøkte derfor i størst mulig grad å beholde *funksjonell, begrepsmessig, instrumentell og språklig ekvivalens,* hvorav de to siste fikk størst oppmerksomhet i denne studien. Jeg var klar over at en ordrett oversettelse fra engelsk til norsk ikke var nok for å ivareta oppgavenes intensjon.

Målet mitt var å gjennomføre dette arbeidet slik at oppgavene kunne leses og tolkes likt i Norge, som originalene var intendert å gjøre. I tillegg måtte jeg ta hensyn til formålet med oppgavene, hvilke rammer jeg hadde for prosjektet samt egne ferdigheter. Da oppgavene skulle brukes i en annen forskningssituasjon enn det som var tiltenkt disse oppgavene i utgangspunktet, var det viktig å ha en bevissthet rundt dette både i forberedelsen, gjennomføringen og analysedelen av prosjektet.

Rammene for prosjektet la en del begrensinger for hvor grundig jeg kunne gå til verks i oversettelsesprosessen. Jeg ønsket allikevel i størst mulig grad å jobbe ut fra retningslinjene i litteraturen (Mosvold et al., 2009; Delaney et al., 2008). Jeg valgte for eksempel å gjennomføre en *dobbel oversettelse* i samarbeid med veileder og biveileder. I tillegg til å sikre språklig ekvivalens, tilførte denne fremgangsmåten nyttig ekspertise. Jeg vurderte det som viktig gitt min begrensede kompetanse på området. Den overordnede intensjonen var å øke prosjektets validitet.

Valg av oppgaver

Ut fra problemstillingen min visste jeg hva jeg ønsket å si noe om. I denne delen av prosessen var det imidlertid prosjektets ”hvordan” som stod i fokus. Først måtte jeg velge hvilke oppgaver jeg ønsket å bruke. Utvalget bestod av tolv oppgavesett, ett frigitt og elleve ikke frigitte sett med UKM-oppgaver. Jeg valgte i hovedsak å bruke oppgaver hentet fra det frigitte oppgavesettet, da det gav større frihet med tanke på gjengivelsen av oppgavene. Med det sagt var det først og fremst problemstillingen som styrte utvalget. Jeg måtte derfor finne ut hvilke oppgaver som kunne bidra til å identifisere og belyse lærernes spesialiserte fagkunnskap. Jeg begynte med å velge ut flere aktuelle oppgaver. Det videre arbeidet gikk over flere trinn, og oversettelsene måtte gjentatte ganger skrives om og bearbeides. Jeg startet med å regne gjennom og grovt oversette samtlige av de frigitte oppgavene, pluss et mindre utvalg av de ikke frigitte. Deretter fokuserte jeg nærmere på innholdet. Jeg gjorde meg opp en del antakelser om hvilke typer svar, tanker og refleksjoner jeg kunne forvente å få på bakgrunn av de ulike oppgavene. Jeg forsøkte med andre ord å knytte prosjektets ”hva” sammen med prosjektets ”hvordan”. Jeg prøvde å se den enkelte oppgaven som en del av helheten, den endelige historien. Flere oppgaver falt bort i denne delen av prosessen, og jeg endte i første omgang opp med 20 aktuelle oppgaver.

Oversettelse

Etter å ha foretatt et første utvalg begynte selve oversettelsesprosessen. Fremgangsmåten har jeg hentet fra Mosvold og kollegaer (2009). Det viktigste var å dokumentere de ulike valgene jeg tok. Jeg brukte fargekoder for å markere og samtidig kategorisere de ordene og formuleringer som ikke var en direkte oversettelse fra amerikansk engelsk til norsk, og som derfor kunne få en betydning for hvordan informantene ville oppfatte oppgavene. De ulike kategoriene hjalp meg å systematisere arbeidet underveis på en effektiv og oversiktlig måte. Samtidig illustrerer de kompleksiteten ved å oversette matematikkoppgaver fra ett språk til et annet. Å jobbe på denne måten bød på flere utfordringer, og en rekke spørsmål gjorde seg gjeldende både i løpet og i etterkant av den første oversettelsen. Spørsmål knyttet til oversettelsen, kombinert med andre usikkerhetsmomenter gjorde at jeg følte et behov for å foreta et prøveintervju i forkant av det videre arbeidet.

Behovet for et prøveintervju

Jeg håpte at prøveintervjuet skulle gi meg en indikasjon på kvaliteten av oversettelsen, og med det fungere som et viktig ledd av valideringsprosessen. I tillegg ønsket jeg å finne ut hvordan oppgavene fungerte i forhold til problemstillingen min, om de fungerte slik jeg hadde sett for meg. Dette var også en mulighet for å teste ut de praktiske aspektene ved intervjusituasjonen. Det gjaldt for eksempel tidsbruk, plassering i rommet, min rolle som intervjuer og generell intervjutrening. I forkant hadde jeg laget utkast til intervjuguide, samt en plan over hvordan jeg ønsket at intervjuet skulle foreløpe. Jeg så for meg at informantene skulle jobbe med oppgavene individuelt, og at fokusgruppeintervjuet skulle følge etter dette. Intensjonen var at oppgavene skulle fungere som utgangspunkt for den videre kommunikasjonen.

Prøveintervju

I første omgang hadde jeg tenkt å gjennomføre prøveintervjuet med to medstudenter. I løpet av forberedelsesfasen fant jeg imidlertid ut at det ville være mer hensiktsmessig og autentisk å intervjue to lærere som faktisk har en del undervisningspraksis. To erfarne lærere sa ja til å delta i prøveintervjuet. Jeg gjennomførte prøveintervjuet tett opp mot planen for de egentlige intervjuene, men utelot audio- og videoopptak da formålet ikke var å konstruere data for videre analyse.

Prøveintervjuet resulterte i nyttig informasjon. For det første fungerte de fleste oppgavene som intendert, nemlig som utgangspunkt for samtale rundt lærernes kunnskap, både fag- og fagdidaktisk kunnskap. Jeg fikk i stor grad rollen som ordstyrer, og prøveintervjuet gav meg nyttig erfaring i form av intervjupraksis. I tillegg fikk jeg en indikasjon på hva jeg burde tenke gjennom i forkant av de påfølgende intervjuene. Jeg fant for eksempel ut at intervjuet tok lenger tid enn antatt, at jeg hadde valgt for mange oppgaver, og at noen av dem fungerte dårligere enn forventet. I etterkant av intervjuet kom lærerne med forslag til forbedringer. De rettet oppmerksomhet mot nye elementer ved oppgavene, og gav meg et mer nyansert bilde av disse.

Etterarbeid som forarbeid

I etterkant av prøveintervjuet skrev jeg ned erfaringer, og reflekterte over hvordan jeg kunne bruke disse i den videre forberedelsen. Jeg måtte blant annet redusere antall oppgaver (Vedlegg nr 2) og videreutvikle intervjuguiden. Jeg valgte å beholde de åpne spørsmålene i intervjuguiden da de viste seg å være nyttige inngangsportaler til ulike emner. I tillegg systematiserte jeg de andre spørsmålene, slik at de kunne fungere som utdypings- eller oppfølgingsspørsmål innenfor de ulike emnene (Vedlegg nr 3). Tanken var å gjøre det enklere å forfølge et tema uten å miste tråden. Jeg så for meg at en viss tematisk struktur også ville være fordelaktig med tanke på analysedelen, uten at noen videre bestemmelse for analysen var fastsatt ved dette tidspunktet i prosessen.

3.1.2 Tekniske forhold ved intervjusituasjonen

I tillegg til de rent praktiske forberedelsene måtte jeg også tenke gjennom og planlegge et par andre aspekter. Jeg måtte for eksempel bestemme meg for hvordan jeg ønsket å dokumentere de påfølgende intervjuene. Videre måtte jeg reflektere over hvordan jeg ønsket å fylle forskerrollen i dette forskningsprosjektet. Tilknyttet disse punktene fremstod etiske overveielser som en fremtredende og viktig del av prosessen.

Metodiske hjelpemiddel

I motsetning til prøveintervjuet var det i de egentlige intervjuene viktig å dokumentere data, da dette var utgangspunkt for den videre analysen. Av erfaring fra et tidligere forskningsprosjekt visste jeg at en kombinasjon mellom audio og video var et nyttig hjelpemiddel i en slik prosess, og at behovene mine ville bli dekket av denne fremgangsmåten. Jeg valgte å dokumentere de to intervjuene ved hjelp av lydopptaker og videokamera. Dette var ikke et selvfølgelig valg da jeg visste at dette ville påvirke resultatene. Jeg vurderte fordelene som større enn ulempene, samtidig var det viktig for meg å være forberedt på hvilke implikasjoner dette ville få for resultatene mine. Det avgjørende kriteriet var å velge en dokumentasjonsform som kunne ivareta interaksjonen mellom mennesker på en mest mulig autentisk måte (Kvale & Brinkmann, 2009).

Etiske refleksjoner

Kvale og Brinkmann (2009) identifiserer fire viktige områder med tanke på etiske refleksjoner; *informert samtykke, fortrolighet, konsekvenser og forskerens rolle*. De kaller dette usikkerhetsområder man bør forholde seg til og reflektere over gjennom hele forskningsprosjektet. Jeg forsøkte å overholde dette, og hadde i forkant av intervjuet sendt informasjonsskriv til informantene hvor jeg opplyste om undersøkelsenes overordnede formål, deres rolle i prosjektet og retten til å trekke seg fra undersøkelsen. Skrivet inneholdt også informasjon om hvem som ville få tilgang til materialet, og hvordan dette ville bli behandlet etter at prosjektet var avsluttet. Vedlagt denne informasjonen fulgte et dokument hvor informantene ble bedt om å gi skriftlig samtykke til å delta i undersøkelsen, samt tillatelse til fremtidig bruk av materialet (Vedlegg nr 4). På denne måten forsøkte jeg å handle på en etisk forsvarlig måte med tanke på informert samtykke.

I denne forbindelse merket jeg at det var utfordrende å finne en hensiktsmessig balanse mellom total åpenhet og tilbakeholdelse av informasjon. I utgangspunktet ønsket jeg å dele mest mulig informasjon med deltakerne, samtidig var det ting jeg verken kunne, eller fant det forsvarlig å si for mye om ved prosjektets oppstart. Jeg visste for eksempel ikke nøyaktig hvordan analysen kom til å bli. Jeg ønsket heller ikke å si for mye om mine egne tanker og forutanelser i fare for å påvirke informantenes svar i den ene eller andre retningen. I relasjon til *konfidensialitetsmomentet* fikk deltakerne informasjon om hvordan jeg hadde planlagt å behandle og presentere data for å ivareta anonymiteten deres. Rent praktisk var dette punktet mer aktuelt i det videre arbeidet med transkripsjon og databehandling, men det var viktig for meg at informantene visste hvordan jeg hadde tenkt å gå frem, og at de visste hvilken informasjon som ville være tilgjengelig for hvem (Kvale & Brinkmann, 2009). Forskningsprosjektets *konsekvenser* ble ikke viet spesiell oppmerksomhet i denne delen av prosessen. Dette handler mer om at jeg forsøkte å ivareta informantene gjennom hele forskningsprosessen, slik at ingen skadelige konsekvenser skulle følge som resultat av deres deltakelse i prosjektet.

På mange måter forenes de tre punktene i et siste moment; nemlig *forskerens rolle*. Ifølge Kvale og Brinkmann (2009) rommer forskerens rolle alt fra forskeren som person, til hans eller hennes integritet. De hevder at forskeren vil få innvirkning på den vitenskapelige kunnskapen og de etiske beslutningene som blir foretatt i løpet av forskningsprosessen. Med bakgrunn i dette var det viktig for meg å strebe etter en moralsk ansvarlig forskningsatferd, ikke bare gjennom abstrakte etiske refleksjoner, men også rent praktisk gjennom integritet, sensitivitet og engasjement uttrykt gjennom bevisste moralske handlinger.

Forskerens rolle

Mye kunne blitt sagt om forskerens rolle innenfor den kvalitative forskningen. På grunn av rapportens rammer har jeg ikke mulighet for å gå inn på alt dette. I stedet har jeg foretatt et utvalg tilpasset arbeidet mitt. Ifølge Thagaard (2009) er det for eksempel viktig å reflektere over hvilken betydning forskerens nærvær har for forskningssituasjonen, og hvordan han eller hun oppfattes av de personene som studeres. Jeg deltok sammen med informantene i intervjusituasjonen. Refleksjonene mine handlet derfor om hvordan jeg håndterte denne deltakelse. Jeg forsøkte for eksempel å være genuint til stede i intervjusituasjonen ved å balansere mellom mine behov og informantenes interesser. Videre valgte jeg å innta et interaksjonistisk perspektiv, som ifølge Thagaard (2009) innebærer en gjensidighet mellom forsker og informant. Denne gjensidigheten kom til syne gjennom uformell utveksling og gjensidig åpenhet som bidrog til utvikling av kunnskap og forståelse. Jeg forsøkte på den ene siden å legge til rette for en gjensidig åpenhet ved å være aktiv i intervjusituasjonen. På den ande siden ønsket jeg å utnytte potensialet i fokusgruppeintervjuet som metode, ved å la informantene kommunisere med hverandre, og selv innta en mer passiv rolle. Dette viste seg å være en fruktbar veksling mellom to forskerroller; hvor jeg på den ene siden forholdt meg som nøytral ordstyrer og observatør, og på andre siden som aktiv aktør i interaksjon med informantene. Denne dualistiske forskerrollen kom nokså naturlig, men fremsatte også noen dilemma som jeg måtte ta stilling til i prosessen.

Jeg måtte for eksempel forholde meg til motsetningsforholdet mellom å utdype de enkelte temaene og samtidig dekke bredden av tema som jeg ønsket å belyse i løpet av intervjuene.

I tillegg måtte jeg ta stilling til motsetningen mellom det budskapet som ble uttrykt med ord, og det som ble formidlet gjennom kroppsspråk. Gjennom hele intervjusekvensen var det viktig å lytte til det som ble sagt, og samtidig være var informantenes kroppsholdning, mimikk og non-verbale kommunikasjon. Dette var noe jeg måtte ta stilling til både mens intervjuene pågikk, men også i transkripsjonsfasen og dataanalysen. Bruken av video viste seg å være spesielt nyttig i denne sammenhengen, da denne typen opptak gjør det mulig å vurdere non-verbal kommunikasjon i etterkant for å tolke transkripsjonene på en mest mulig rettferdig måte.

3.2 Gjennomføring av intervjuene

Etter å ha vært gjennom en omfattende forberedelsesprosess var jeg klar for de to egentlige intervjuene. Disse skulle gjennomføres med en dags mellomrom. Av praktiske årsaker skulle jeg intervjue ingeniørene først. Det viste seg i ettertid å være en gunstig rekkefølge, da jeg kunne bruke erfaringer fra det første intervjuet inn i møtet med lærerne.

3.2.1 Fokusgruppeintervju med to ingeniører

De to ingeniørene hadde ulik utdanningsbakgrunn, men begge to kan sies å ha en form for høyere matematisk utdannelse hvor ulike matematiske emner inngår i beskrivelsen av studiet deres. Det kom også frem at arbeidsoppgavene deres er ulike selv om begge to har yrker relatert til matematikk. I beskrivelsen av arbeidsdagen deres kom det frem at den ene bruker matematikk i arbeidet, mens den andre bruker sin kunnskap om faget i sitt arbeid. De er ansatt ved to forskjellige bedrifter, og hadde ikke møtt hverandre før intervjuet.

Jeg antok at ingeniørene på bakgrunn av matematisk utdannelse og yrkespraksis ville skille seg fra lærerne med tanke på spesialisert fagkunnskap og fagdidaktisk kunnskap. Begge ingeniørene oppfylte de kravene jeg hadde satt i forkant av prosjektet, og ulikhetene dem imellom; type utdannelse, arbeidsbeskrivelse, alder og arbeidsplass, vurderte jeg som potensielt berikende for datamaterialet. Jeg så for meg at dette kunne resultere i et rikere datamateriale, med flere synspunkt og større kontraster enn hvis informantene hadde hatt likere utdannelse og arbeidserfaring, uten at det heller ville vært en selvfølgelighet.
Dette intervjuet fant sted ved Universitetet i Stavanger. Møtet varte i ca. to klokketimer, og resulterte i 80 minutter audio- og videoopptak.

3.2.2 Fokusgruppeintervju med to lærere

Da jeg startet forskningsprosessen forestilte jeg meg at det ville være mest hensiktsmessig å intervjue lærere fra ungdomstrinnet. Dette gjorde jeg først og fremst på bakgrunn av de oppgavene jeg hadde valgt i den første utvelgingsfasen. Da jeg ikke fikk tak i informanter som oppfylte dette kravet ble jeg nødt til å omstille meg, og tilgjengelighet ble en medvirkende faktor i valg av informanter. De to lærerne som sa seg villige til å delta i prosjektet har ingen form for matematisk fordypning. Lærerne underviste ikke på ungdomstrinnet, men oppfylte de resterende kravene jeg hadde satt for denne gruppen informanter. Begge hadde mer enn ti års fartstid i skolen, og underviser til daglig i matematikk. Da jeg i intervjuet spurte dem om matematisk utdannelse, kunne den ene referere til videregående skole med realfag, mens den andre har gjennomført lærerskolen med obligatorisk matematikkundervisning tilsvarende 15 studiepoeng.

Den ene læreren jobber til daglig i småskolen hvor hun blant flere fag underviser i matematikk på 1.-4. trinn. Tidligere har hun vært lærer på mellomtrinnet hvor hun også underviste i matematikk. Til sammen har hun undervist i ti år. Den andre læreren har vært lenger i skolen, og har periodevis undervist klasser på ulike trinn. Hovedpraksis har hun imidlertid fra undervisningsarbeid med enkeltelever og tilpasset undervisning for mindre elevgrupper. De to lærerinformantene hadde ulik utdannelse og ulik undervisningsbakgrunn. I likhet med ingeniørene vurderte jeg denne ulikheten som potensielt berikende for intervjusituasjonen.

Dette intervjuet fant sted to dager etter intervjuet med ingeniørene. Vi gjennomførte intervjuet hjemme hos meg. Møtet varte rundt to klokketimer, og resulterte i 60 minutter video- og audioopptak.

3.3 Fra tale til tekst

Kvale og Brinkmann (2009) hevder at det ikke finnes en sann, objektiv oversettelse fra muntlig til skriftlig form, og at dette fører til at *reliabilitet* og *validitet* kommer inn som to sentrale aspekt knyttet til transkripsjonsprosessen. Reliabilitet handler i hovedsak om pålitelighet, om hvorvidt to personer transkriberer det samme intervjuet på samme måte. Validitet handler om å vurdere intervjutranskripsjonenes gyldighet; det faktum at transkripsjoner kan være ulike, og samtidig like objektive da begge representerer en skriftlig konstruksjon av det samme muntlige utsagnet. Jeg forstår Kvale og Brinkmann (2009) slik, at en i stedet for å spørre hva en korrekt transkripsjon er, heller bør stille seg spørsmålet om hvilken type transkripsjon som vil være nyttig for det spesifikke forskningsprosjektet. Jeg tok utgangspunkt i dette spørsmålet da jeg startet transkripsjonsarbeidet.

Etter at jeg hadde gjennomført de to fokusgruppeintervjuene satt jeg med 140 minutter opptak som jeg ønsket å oversette fra muntlig tale til skriftlig tekst. Dette innebar en rekke vurderingsmoment. Først av alt vurderte jeg det som hensiktsmessig å transkribere materialet selv, da jeg så på dette som et viktig steg i analyseprosessen. Jeg tok utgangspunkt i lydopptaket, og forsøkte å transkribere begge intervjuene så ordrett som mulig. Deretter brukte jeg videoopptakene, først som et supplement for å utvide transkripsjonene med non-verbal kommunikasjon og andre faktorer som lydopptaket ikke hadde fanget inn, videre som en etterkontroll på at jeg hadde fått med meg alt. I dette arbeidet brukte jeg en enkel transkripsjonsnøkkel (Vedlegg nr 5) som jeg utvidet med to kolonner, en for ”non-verbal kommunikasjon” og en for ”andre kommentarer”.

3.3.1 Etiske overveielser

Det etiske aspektet gjennomsyret som tidligere nevnt hele forskningsprosessen, og fikk også konsekvenser for transkripsjonen. I første rekke handlet det om *konfidensialitet*. Jeg ønsket å anonymisere deltakerne allerede her, og måtte derfor foreta noen grep for å få til dette. For det første bestemte jeg meg for å skrive hele transkripsjonsmaterialet på bokmål, videre erstattet jeg informantenes navn med Lærer A/B og Ingeniør A/B, utelot referanser til stedsnavn, arbeidsplass og andre forhold som kunne identifisert informantene.

I tillegg til konfidensialitet var det viktig for meg å ta høyde for at muntlig tale kan oppfattes som usammenhengende når den kommer på skriftlig form, og at dette i noen tilfeller kan oppleves som en indikasjon på svakt intellektuelt nivå (Kvale & Brinkmann, 2009). Jeg ønsket ikke å fremstille informantene slik, og valgte å foreta en ny omskriving av de sekvensene jeg skulle presentere i analysen. Her forsøkte jeg å gjengi innholdet i de utvalgte sekvensene på en autentisk, men samtidig mer skriftvennlig form.

Det overnevnte eksemplifiserer hvordan jeg kontinuerlig måtte foreta valg og fortolkninger som i sin tur fikk betydning for resultatet. Dette understreker i sin tur det *spenningsfeltet* (Kvale & Brinkmann, 2009), som eksisterer mellom talespråk og skriftspråk, samt viktigheten av å reflektere over og dokumentere de tekniske og fortolkningsmessige beslutningene som fattes i løpet av prosessen.

3.4 Første fase; fra transkripsjon til "egentlig" tolkning

Etter at båndopptakeren og videokamera var slått av, og transkripsjonsprosessen var gjennomført, satt jeg igjen med 120 sider datamateriale (Vedlegg II). Dette var et håndfast produkt av alle delprosessene jeg hadde vært gjennom. Nå skulle historien fortelles, og jeg fikk rollen som historieforteller (Kvale & Brinkmann, 2009). Tolkningsaspektet ble tydeligere og fikk en mer teoretisk rolle, selv om det allerede hadde gjort seg gjeldene gjennom en første tolkning av informantenes utsagn, både i intervju- og transkripsjonsprosessen.

3.4.1 Helheten i fokus

Også i denne delen av forskningsprosessen var viktig å fokusere på problemstillingen, og la den være styrende for historien. Jeg startet med å lese gjennom intervjuene med fokus på helheten. Jeg noterte alt fra egne tolkninger, koblinger til relevant litteratur, personlige følelser og refleksjoner med tanke på den videre analysen. Det overordnede målet var at forarbeid, teori, metode og analyse på denne måten skulle få sin rettmessige fortellerstemme i den endelige historien. Jeg ønsket ikke at analysen skulle fremstå som en isolert enhet, heller som en integrert del av forskningsprosjektet hvor alle delprosessene påvirket hverandre. I forarbeidet og gjennomføringen hadde nettopp tanker om resultatene og analysen vært med som styrende faktorer, og det ville derfor vært kunstig og jobbet med materialet uten at disse faktorene ble inkludert som en viktig del av produktet.

3.4.2 En teoretisk systematisering

Etter å ha lest gjennom begge fokusgruppeintervjuene ønsket jeg å systematisere det utvidede datamaterialet. Her valgte jeg å ta utgangspunkt i en liste over ulike utfordringer matematikklærerne møter i undervisningsarbeidet sitt. Denne listen har jeg hentet fra Fauskanger og kollegaer (in press) som i sin studie har sett nærmere på utfordringer knyttet til undervisningsarbeidet i matematikk. De har i sin tur hentet og direkte oversatt listen fra den amerikanske studien (Ball et al., 2008). Da denne forskningen i stor grad har vært utgangspunkt for forskningsprosjektet mitt, virket det naturlig og hensiktsmessig å benytte meg av disse punktene i en første sortering av datamaterialet. Målet var å få en oversikt over det faktiske datamaterialet på en måte som kunne passe til den videre analysen.

Jeg brukte listen i kombinasjon med ulike fargekoder for å systematisere transkripsjonene. Dette hadde jeg erfart som en hensiktsmessig fremgangsmåte i oversettelsesarbeidet, og valgte derfor en lignende strategi her. Jeg jobbet ut fra min egen tolkning av punktene, samt min forståelse og tolkning av datamaterialet. Flere av episodene kunne tolkes inn under mer enn en fargekode. I disse tilfellene valgte jeg å kategorisere dem ut fra problemstillingen. Dette resulterte i at analyse og vurdering ble en kontinuerlig og inkorporert prosess av sorteringsarbeidet. Dette hjalp meg med å holde fokus på problemstillingen og helheten. Systematiseringsarbeidet førte til at noen punkt ble mer aktuelle enn andre. I det videre arbeidet tok jeg utgangspunkt i disse. Jeg eliminerte de punktene som ikke ble berørt i intervjuene, og listen ble seende slik ut:

- Finne eksempel for å få frem et bestemt matematisk poeng
- Være klar over hva som involveres når en bestemt fremstilling tas i bruk
- Knytte representasjoner til underliggende ideer og til andre representasjoner
- Knytte emnet en underviser i, til emner fra tidligere år, eller til kommende emner
- Endre oppgaver slik at de blir mer eller mindre utfordrende
- Forklare om elevenes påstander er rimelige (ofte raskt)
- Gi, eller evaluere, matematiske forklaringer
- Velge og utvikle gode definisjoner
- Bruke matematisk notasjon og språk, og bedømme bruken
- Stille fruktbare matematiske spørsmål
- Velg ut hensiktsmessige representasjoner

Videre flyttet jeg fokus fra listen tilbake til transkripsjonen, og forsøkte å se grundigere på hvordan datamaterialet kunne belyse de ulike punktene. Det var hele tiden problemstillingen som styrte sorteringsprosessen og la føringer for den videre analysen. Jeg konstruerte et skjema (Vedlegg nr 6), og forsøkte å organisere utvalgte episoder ved hjelp av dette. Samtidig noterte jeg ned tanker og refleksjoner knyttet til problemstillingen. Intensjonen var å identifisere hvorvidt episodene sa noe om allmenn fagkunnskap, spesialisert fagkunnskap eller fagdidaktisk kunnskap.

Et eksempel på hvordan jeg brukte dette skjema i arbeidet:

Nr	Tid	Hvem	Utfordring i m.underv.	Diskurs	Fagdidaktisk kunnskap
66	07,22	A	Knytte emnet en underviser i, til emner fra tidligere år, eller til kommende emner	Jeg tenker at det er forståelse for mengde (.) å klare å gjøre det over, å koble virkeligheten (.) eller noe konkret med det abstrakte mattespråket. Forstå tegn og symboler. Å forstå mengde (.) . Altså (.). Det er vel å gjøre det om til (2s).	Forståelse for mengde. Lære å koble noe konkret til det abstrakte mattespårket.
67	07,43	G		Konkretisering. (.)	Konkretisering.
68	07,44	A		Ja. Du vet når vi snakker om norsk og lesing, så før de skal kunne lese, så må de ha en del slike (.), språktrappen, ikke sant vel, så de må lytte ut, rim og fonem alt det her. Hva er det det heter? (.) Ja så noe slikt er det jo i matte også, men vi har kanskje ikke, det er kanskje ikke så, vi er ikke så vant med å (.).	Sammenligner matematikkinnlæringen med norskfaget og lesing spesielt. Det virker som om læreren forestiller seg en trapp av matematiske emner, men det virker ikke som om denne læreren har tenkt så mye over dette tidligere.

Denne sekvensen er hentet fra lærernes fokusgruppeintervju. Spørsmålene mine førte til at lærerne kom med ytringer som fortrinnsvis kan relateres til fagdidaktisk kunnskap. I tillegg forteller den noe om den undervisningsutfordringen det er å ”knytte emnet en underviser i, til emner fra tidligere år, eller til kommende emner”. Dette er bare ett eksempel på hvordan én sekvens har blitt kategorisert etter hvilken undervisningsrelatert utfordring den belyser, og begynt analysert etter hvilken type kunnskap den forteller noe om.

3.4.3 Utvalg og avgrensing

På denne måten jobbet jeg meg gjennom intervjuene. I tillegg til å systematisere data ble dette, på grunn av den begynnende analysen, automatisk en avgrensings- og utvelgelsesprosess. Noen episoder viste seg å være mer aktuelle enn andre. Dette gjaldt fortrinnsvis episoder som kunne knyttes opp mot lærernes fagkunnskap; både allmenn og spesialisert fagkunnskap. I første omgang valgte jeg bort episoder som verken belyste fagkunnskap eller fagdidaktisk kunnskap, ikke fordi de er uinteressante, men fordi de var mindre relevante for prosjektet.

3.5 Andre fase; fra tolking til presentasjon

Etter å ha festet merkelapper på en del episoder var det på tide å ta et skritt tilbake for å få et overblikk. Tiden var kommet for en dypere og mer kritisk fortolkning av teksten. Jeg var på jakt etter meningsstrukturer og betydningsrelasjoner som gikk utover de uttalte ord. Jeg ønsket å reflektere over hvordan jeg kunne forstå de ulike episodene og forholdet mellom dem. Som beskrevet av Kvale og Brinkmann (2009) fant jeg det hensiktsmessig å rekontekstualisere episodene innenfor en bredere, teoretisk referanseramme. Målet med dette var å skape en helhetlig sammenheng som de ulike merkelappene kunne forstås innenfor. Som tolkende helhet valgte jeg å bruke tema for å knytte episodene sammen. Disse temaene dannet videre basis for hvordan jeg valgte å presentere det empiriske materialet.

3.5.1 Tematisering

Ut fra problemstilling og en første sortering av data var det noen tema og tendenser som utmerket seg. Dette var for eksempel tema som ble ekstra godt beskrevet i intervjuene, eller tema som til stadighet ble et samtaleemne ut fra forskjellige innfallsvinkler. Jeg vurderte en tematisk presentasjon på tvers av oppgavene og på tvers av intervjuene som den mest hensiktsmessige presentasjonsformen. Jeg så for meg at et tematisk fokus kunne motvirke en fragmentert analyse og at det derav ville bli enklere å beholde fokus på helheten. Ut fra de to intervjuene identifiserte jeg to hovedtema som begge bestod av episoder som på ulike måter sier noe om lærernes kunnskap. Det var først og fremst problemstillingen min som styrte utvelgelsen, og jeg endte opp med følgende to tema: *konkretisering* og *regneregler*.

Jeg forespeilte meg at hvert av disse kunne fortelle en historie som igjen kunne belyse problemstillingen, og at jeg gjennom en teoretisk lesning og analyse ville kunne beskrive og løfte frem interessante momenter ved lærernes kunnskap. Jeg valgte å presentere to enkeltstående historier basert på utvalgte sekvenser og analysen av disse. Årsaken til at jeg flettet analysen inn i presentasjonen av data var for å avspeile arbeidsprosessen min og samtidig bevare helheten og flyten i materialet. Jeg ønsket at historiene skulle fremstå minst mulig fragmentert, og at de skulle fungere som tematiske enheter for den videre drøftingen. Målet var å identifisere noen overordnede element som ville belyse problemstillingen.

3.5.2 Analysemodell

Intervjuanalysen faller inn under det Kvale og Brinkmann (2009) beskriver som en mer generell analysetilnærming; en intervjuanalyse som bricolage. Jeg benyttet meg av flere metoder som passet til materialet, til prosjektet og til mine forutsetninger. Kort oppsummert leste jeg gjennom fokusgruppeintervjuene for å danne meg et overordnet bilde av dem, valgte ut interessante episoder med utgangspunkt i et teoretisk sorteringsverktøy, tematiserte disse ut fra teori og forskningsspørsmål og forsøkte avslutningsvis å fortelle den historien som ble konstruert gjennom teoretisk refleksjon og fortolking. Med utgangspunkt i teorien så jeg etter sammenheng og struktur som kunne være av betydning, og de teoretiske kategoriene jeg valgte for sortering av data, hjalp meg i denne prosessen. De fungerte som en bro mellom data, analyse og teori.

3.5.3 Validitet

Jeg valgte å ta utgangspunkt i Kvale og Brinkmann (2009) og deres tilnærming til validitetsbegrepet. De hevder at det handler om i hvilken grad observasjonene reflekterer de fenomenene en ønsker å vite noe om. Videre sier de at validitet kan vurderes ut fra tre forhold; validitet som håndverksmessig kvalitet, validitet som kommunikasjon og validitet som handling. Jeg har lagt særlig vekt på de to førstnevnte. Jeg har for eksempel forsøkt å gi en bred og detaljert redegjørelse for de ulike stegene av forskningsprosessen min. Dette kan relateres til validitet som håndverksmessig kvalitet. Ved å beskrive de ulike trinnene i prosessen har jeg forsøkt å gi rom for en vurdering av hvorvidt de ulike fasene er fornuftige og forsvarlige, og med det lagt til rette for at en skal kunne vurdere om dette understøtter konklusjonene i studien.

Validitet som kommunikasjon handler ifølge Kvale og Brinkmann (2009) om forståelse og dialog mellom ulike valideringsfellesskap; informantene selv, det allmenne publikum og forskerfellesskapet. Hva som er en valid observasjon bestemmes derav gjennom deltakernes argumenter i en samtale. Det sentrale spørsmålet i denne sammenhengen blir derfor om tolkningene mine øker leserens forståelse av fenomenet, og videre hvilket grunnlag leseren får for å forstå hvordan jeg har kommet frem til de ulike tolkningene. Fire kriterier kan knyttes til validitet som kommunikasjon (Ohna, 2000). Det første gjelder språkbruk, og krav om tydelighet og enkelhet i fremstillingen. Det andre kriteriet gjelder forskerens forforståelse, og hvordan denne blir gjort rede for. Det tredje gjelder hvilke muligheter leseren gis til å kontrollere tolkningene og slutningene i sttudien. Her handler det om å vise hvordan en er kommet frem til slutningene og at skillet mellom data, argumentasjon og tolkninger tydeliggjøres. Det fjerde og siste kriteriet er et spørsmål om hvorvidt fremstillingen formidler en økt forståelse av fenomenet som er studert og hvordan rapporten i seg selv kan bidra til å øke leserens forståelse. I forskningsprosjektet mitt skjedde det en forskyving av perspektiv i løpet av analyseprosessen; fra å ha fokus på informantenes historier, til å undersøke teksten med utgangspunkt i meg selv og min forforståelse i tillegg til annen teori. På den måten kan en si at den overordnede tolkningen gikk via intervjupersonenes selvforståelse, overskred en fornuftsbasert oppfatning og resulterte i et valideringsfellesskap bestående av de som er fortrolige med tema for rapporten og teoriene som ble brukt.

Ohna (2000) skiller også mellom intern og ekstern validitet. Disse momentene påvirket prosjektet mitt på ulike måter. Intern validitet handler om at tolkningens gyldighet skal prøves mot tolkningens interne konsistens. Forenklet sagt skal en undersøke om tolkningene henger sammen på en konsistent måte, om det eksisterer en indre logikk. Jeg forsøkte kontinuerlig å se til at det eksisterte en slik indre logikk i rapporten min, ved at de tolkningene jeg gjorde var gyldige i forhold til den tolkningsrammen de var plassert inn i. Ekstern validitet, på sin side, handler om at tolkningens gyldighet skal prøves mot data. For å ivareta dette valgte jeg å presentere relativt store utsnitt fra intervjutekstene i forbindelse med analysearbeidet. På denne måten gav jeg leseren mulighet for å kontrollere den eksterne validiteten. Videre forsøkte jeg i situasjoner hvor det var naturlig, å fremheve og drøfte alternative tolkninger.

I dette kapittelet har jeg forklart hvordan to historier om lærernes kunnskap utviklet seg gjennom en innfløkt forskningsprosess, fra problemstilling, via datainnsamling til ferdig analyse. Denne forklaringen handler ikke bare om å gi en detaljert beskrivelse av hva jeg har gjort, den handler vel så mye om hvorfor jeg har gjort slik jeg har gjort. Jeg har forsøkt å være så grundig som mulig i denne forklaringen for å gi leseren anledning til å følge og samtidig vurdere de ulike trinnene av forskningsprosessen. Jeg ser på dette som essensielt med tanke på forskningens validitet.

4 Analyse

Jeg ønsker å presentere to historier om lærernes undervisningskunnskap i matematikk, ut fra to fokusgruppeintervju og en teoretisk lesing av dem. Den første handler om *konkretisering* og den andre om *forholdet mellom regler og forståelse*. Disse historiene er langt i fra de eneste som kunne blitt fortalt, men jeg vurderer disse som spesielt interessante og relevante, både ut fra problemstillingen og tema for forskningsprosjektet. Den videre presentasjonen kommer til å være strukturert etter tematikk. For hvert tema vil jeg sammenføye utvalgte og bearbeidede sekvenser fra datamaterialet, og analysen av dem i én historie. Jeg valgte å gjøre det slik, da jeg mener det vil skape en oversiktlig og helhetspreget fremstilling av data og analyse. Intensjonen var å skape et komplett bilde, både av datamaterialet samt analysen av det. Dette fremstod som et logisk valg da det faktisk er kombinasjonen av disse komponentene, som skaper den spennende historien jeg synes er verd å fortelle.

4.1 Konkretisering

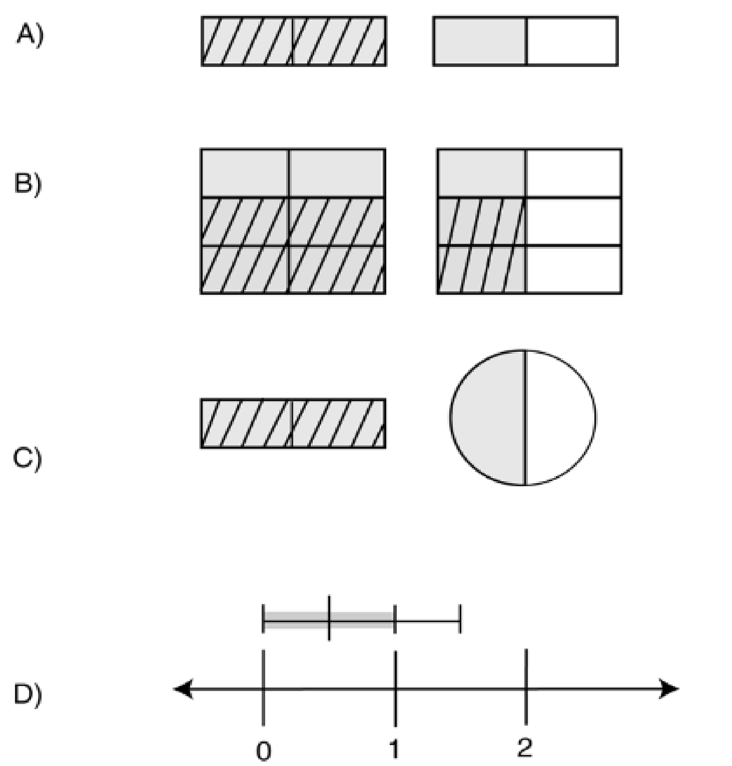
"Jeg sitter her og lurer på om det er for mye håndarbeidslærere og norsklærere i matematikkundervisningen."

Det var flere av de ti oppgavene som viste seg å være relevante med tanke på informantenes refleksjoner om konkretisering i matematikkfaget. Samtalen rundt oppgave 2 er bare ett eksempel på dette. Jeg valgte å ta utgangspunkt i denne konkrete oppgaven da den resulterte i et rikt datamateriale som viste seg å peke på et interessant skille mellom ingeniørene og lærerne. I løpet av intervjuet ble ulike sider ved konkretisering og eksemplifisering et stadig tilbakevendende tema i de to intervjuene, spesielt i lærerintervjuet. Datamaterialet fra dette intervjuet sett under ett, viste hvordan lærerne til stadighet forsøkte å knytte oppgavene opp mot sin egen praksis. Ofte dreide samtalen seg om hvordan den abstrakte matematikken kan gjøres mer konkret. I de fleste tilfellene skjedde dette uoppfordret, på lærernes eget initiativ. Ifølge Orton (2004) er det nærliggende å tro at denne typen fokus henger sammen med lærernes undervisningskunnskap i matematikk, kanskje spesielt siden begge lærerne hovedsakelig arbeider med de yngste elevene. Ingeniørene viste naturlig nok ikke den samme tendensen, men Cockcroft (1982, ref. i Orton, 2004) hevder at alle, til en viss grad lærer gjennom konkrete eksempler, selv om evnen til å tenke mer abstrakt mest sannsynlig øker med alderen. Det interessante med dette tema var uansett lærernes kunnskap om, interesse for og tiltro til konkretisering, satt i kontrast til ingeniørenes tilsynelatende skepsis, manglende kunnskap og erfaring med dette.

4.1.1 Litt om oppgaven

Oppgave 2 er hentet fra de frigitte oppgavene. Med tanke på oversettelse inneholdt oppgaven relativt lite tekst, og bød ikke på innholdsmessig store utfordringer. Jeg valgte også å bruke de samme figurene som i originalen. Dette gjorde jeg til tross for at det i prøveintervjuet hadde kommet frem at alternativ D) er en ”typisk amerikansk” tallinje, og at dette kunne virke forvirrende i en norsk setting. Jeg valgte å beholde figuren, men var samtidig oppmerksom på at det kunne få innvirkning på oppgaven. I intervjuet var det imidlertid ikke noen av informantene som kommenterte dette. Det virket tvert i mot som om det nettopp var tallinjerepresentasjonen som var mest kjent for ingeniørene. Det var ingen kommentarer som handlet om innhold i, og form av oppgaven som kan relateres til oversettelsesarbeidet.

I denne oppgaven ble informantene bedt om å avgjøre hvilken av de følgende figurene som <u>ikke</u> kan brukes til å vise at $1\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = 1$.



4.1.2 Brikkene må være like

I begge intervjuene var det én informant som svarte alternativ C), og som dermed gav et matematisk korrekt svar. Disse to informantenes refleksjoner var i utgangspunktet nokså like med tanke på innhold. Jeg starter historien med en gjengivelse av disse. Læreren som svarte alternativ C), begrunnet svaret sitt på følgende måte:

> Lærer A: Jeg tenkte; det må være den fordi det er to ulike figurer. Du kan ikke sammenligne. Altså skal du ha deler, så må delene være like, så jeg... Men jeg oppdaget jo at det ikke er mye jeg har undervist i brøk, for det var vel de to årene, som jeg var på Solskolen [fiktivt navn]. Og vi brukte jo så mye konkreter, men ikke på ganging. Og jeg satt her og tenkte på hvordan i alle dager, jeg kan ikke huske at jeg brukte konkreter når vi skulle gange. Der bare kunne vi regelen.

Denne begrunnelsen minner matematisk om den som ble gitt av ingeniør A som også svarte alternativ C) på den samme oppgaven:

> Ingeniør A: Altså, først tenkte jeg jo at C) og A) var ganske like, men så tenkte jeg at... Det er den rundingen som får meg til å gjøre det. At du har på en måte delt opp noe i tre og i fire og slikt, men den rundingen representerer ikke samme arealet som den firkanten, mens for alle de andre så er det like store brikker hele tiden. Derfor har jeg fjernet C).

Begge to vektlegger at figurene må være like for å kunne representere dette multiplikasjonsstykket, og at det er bruken av to forskjellige figurer som gjør at dette ikke er et gyldig alternativ.

4.1.3 Antydning til et skille

I første omgang kan det være vanskelig å skille de to besvarelsene på bakgrunn av transkripsjonene, for på mange måter sier de det samme. For selv om ingeniøren gikk veien om areal i sin forklaring, virker det i grove trekk som om resonneringsprosessene var ganske like. Begge konkluderte med at brikkene må være like store for å kunne brukes til det intenderte formålet. Jeg hadde allikevel en følelse av at de to besvarelsene skilte seg fra hverandre, uten at jeg direkte kunne identifisere dette ut fra datamaterialet. Denne problematikken belyses av Kvale og Brinkmann (2009) som retter oppmerksomhet mot språket i en intervjuanalyse. De trekker frem språklig analyse og konversasjonsanalyse som kilder til å generere og verifisere meningen med ulike utsagn. Med dette understreker de nytteverdien av et samarbeid mellom samfunnsforskere og lingvister, og sidestiller dette med samarbeidet mellom forskere og statistiske konsulenter ved analysering av kvantitative data. Videre sier de:

> Mens forståelsen av betydningen av forskjellig bruk av grammatiske former, …, kan tolkes på grunnlag av vanlig sunn fornuft, vil *en språkvitenskapelig utdannet leser straks være på utkikk etter språklige uttrykk og være i stand til å få frem nyanser som kan være viktige for fortolkningen av et utsagns mening* (Kvale & Brinkmann, 2009, s. 227).

Jeg hadde ikke mulighet for denne typen samarbeid, men synes Kvale og Brinkmann (2009) presenterer et interessant moment; nemlig at denne typen fokus kan øke presisjonen av analysen og fremme sensitivitet til datamaterialet slik at andre nyanser kan fremkomme. Muligens er det nettopp disse nyansene som beskriver det skillet jeg mener å ha sett antydning til, og som jeg velger å beskrive som observasjonen av en selvfølgelighet. Denne selvfølgeligheten lå implisitt i lærerens svar, og var fraværende i ingeniørens ytringer. Den gjorde seg gjeldene i den faktiske intervjusituasjonen først og fremst i måten informantene pratet på. Jeg registrerte for eksempel et varierende tonefall og ulik talehastighet hos læreren sammenlignet med ingeniøren. Jeg har ikke kompetanse verken til å utdype eller dokumentere dette. Uansett illustrerer det et sentralt poeng, nemlig hvor viktig det er å være oppmerksom på at informasjon kan gå tapt i transkripsjonsprosessen hvor en skal oversette og fortolke den muntlige samtalen til et nedskrevet dokument. Det var ikke bare i denne episoden dette gjorde seg gjeldene. Jeg registrerte flere lignende tilfeller, hvor svarene var innholdsmessig tilnærmet like og faglig sa det samme, mens tonefall og kroppsspråk/gestikulering antydet et skille mellom lærerne og ingeniørene. Bjuland, Cestari og Borgersen (2008) retter fokus på hvordan elevenes matematiske resonnementer blir synlige gjennom samtale og gestikulering. Jeg antar at dette i en viss grad også vil gjelde for voksne som befinner seg i en lignende setting. Dette legger jeg til grunn for observasjonene mine.

Læreren kunne relatere dette til en praktisk situasjon og til sin egen undervisning, nettopp fordi hun var vant til å bruke grafikk og visuelle representasjoner for å konkretisere brøk. Orton (2004) understreker viktigheten av å gå fra det konkrete til det abstrakte. Denne progresjonen vises også i Kunnskapsløftet (Utdanningsdirektoratet, 2006) og i ulike læremidler, både lærebøker og ulike undervisningsforum på internett. Det er nærliggende å tro at dette er noe læreren har kunnskap om ut fra sitt virke. Motsatt virker det ut fra tonefall, talemåte og kroppsspråk som om dette var en ny tenkemåte for ingeniøren. Jeg fikk inntrykk av at hun i intervjusituasjonen fremdeles var inne i en tankeprosess mens hun forklarte hvordan hun hadde gått frem for å løse oppgaven. Det virket som om dette var ny kunnskap for henne.

4.1.4 Historien får en sterkere stemme

En annen innfallsvinkel fikk jeg da jeg så nærmere på hva den andre læreren og den andre ingeniøren hadde svart i forbindelse med denne oppgaven. Begge to svarte alternativ B) på den skriftlige besvarelsen. Fra et matematisk standpunkt er dette feil svar, da denne figuren også illustrerer multiplikasjonsstykket. Videre observerte jeg at selv om det skriftlige svaret var likt, så var tankene de gjorde rundt dette ganske forskjellige. I lærerintervjuet diskuterte de aldri hvorvidt disse figurene faktisk representerer brøk. For dem virket det helt selvfølgelig at dette er en vanlig måte å fremstille et brøkstykke på. Selv om utdannelse og arbeidspraksis ble trukket frem som en forklaring på at brøkmultiplikasjon ble oppfattet som vanskeligere enn andre regneoperasjoner med brøk, viste lærene at de er fortrolige med denne typen matematisk tenkning. I dialogen mellom de to lærene kom det for eksempel frem at begge hadde tanker om hvordan brøk med fordel kan konkretiseres, og de viste i løpet av samtalen at de har en konkret kunnskap om hvordan dette skal gjøres. Med dette mener jeg ikke en kunnskap om elevene eller en kunnskap om undervisning, men matematisk kunnskap om hvilken matematikk som faktisk ligger innbakt i denne fremstillingen. Jeg hevder med dette at det er en *indikasjon på spesialisert fagkunnskap,* som ikke nødvendigvis andre med god allmenn fagkunnskap i matematikk innehar. At lærerne kunne reflektere over hva dette gjør for undervisningen og hvordan elevene best lærer går på den fagdidaktiske kunnskapen. For at dette ikke skal fremstå som rene spekulasjoner fra min side, ønsker jeg å underbygge dette med et par eksempel som viser hvordan informantene reflekterte rundt det aktuelle tema.

I intervjuet med lærerne fortsatte samtalen i samme spor. De pratet om hvordan de helt konkret kunne gått frem for å konkretisere denne spesifikke brøkmultiplikasjonen.

> Lærer B: Du måtte jo tatt… For eksempel… Eller her var det jo to tredeler, hvis du for eksempel skulle gange to tredeler med noe, må du vise at du tok to tredeler av en sjokoladeplate, så må du gange det med en halv, så må du jo ta halvparten av det da.
>
> Lærer A: Ja.
>
> Lærer B: Så ble det.
>
> Lærer A: Ja Jeg ville…
>
> Lærer B: For det blir jo mindre.

> Lærer A: Jeg ville hatt noe konkret jeg også.
>
> Lærer B: For ellers forventer vi jo at det blir større og større når vi ganger, ikke sant?
>
> Lærer A: Ja.
>
> Lærer B: Men når du ganger med brøk så blir det mindre og mindre.

Her viser lærer B at hun har kunnskap om hvordan brøk kan ha andre representasjonsformer enn tallsymboler, og hvordan en helt praktisk kan konkretisere brøkmultiplikasjon. Askew og Wiliam (1995, ref. i Orton, 2004) hevder at lærere bør bruke ulike typer eksempler og moteksempler for å illustrere ulike matematiske poeng. Med dette understreker de at denne typen kunnskap bør være et sentralt element i lærerens kunnskap. Denne typen kunnskap fremstår derfor som essensiell for å kunne gjennomføre denne typen undervisning. Jeg mener også at det vil ha innvirkning på hvordan lærerne evner å bruke og vurdere elevenes ulike løsningsmetoder enten de er grafiske, ved hjelp av konkreter eller mer standardiserte metoder og algoritmer. Det virker som om læreren har en dypere forståelse for fundamental matematikk på dette området, som går ut over det å kunne løse regnestykket ved hjelp av en løsningsalgoritme (Ma, 1999).

Ingeniørene var ikke fortrolige med denne måten å fremstille brøk på, og det virket heller ikke som om de så noen umiddelbar hensikt ved det. I intervjuet spurte jeg dem om de hadde sett denne typen fremstillinger tidligere. Dette avkreftet de, og understrekte at dette ikke var måten de forstod brøk på. To eksempel på dette gjengis nedenfor.

> Ingeniør B: Nei, vi har ikke… Når vi har diskutert det har vi ikke brukt tegninger. Vi har bare brukt tall, så jeg, men det er også kanskje litt, altså... Jeg sitter her og lurer på om det er for mye håndarbeidslærere og norsklærere i matematikkundervisningen (latter). For jeg vet ikke… Har du slike figurer i hodet når du tenker på brøk? Jeg har bare tallene i hodet jeg.
>
> Ingeniør A: Jeg har tall og ja.
>
> Ingeniør B: Jeg har ikke, jeg har ikke grafikk.
>
> Ingeniør A: Det er det jeg sier, jeg har ikke visuell…
>
> Ingeniør B: Jeg har ikke grafikk der i det hele tatt.

Det virket som om ingeniørene så på brøk kun som tallrepresentasjoner, og at figurene virket mer forvirrende enn forklarende. Den ene ingeniøren resonnerte seg riktignok frem til et riktig svar, og hun viste med det at hun evner å sette seg inn i tankegangen. Med det sagt mistenker jeg at alternativene hjalp henne i denne refleksjonen, og at samme typen oppgave hadde blitt oppfattet som enda vanskeligere dersom det ikke hadde vært gitt svaralternativ. Hvis oppgaven hadde vært å konstruere en feilaktig illustrasjon av dette regnestykket, antar jeg at ingeniørene hadde fått enda større problemer. For lærerne tror jeg det kunne fungert motsatt, gitt deres kunnskap på området. I hvert fall dersom det hadde vært snakk om addisjon og subtraksjon av brøk da dette er mer praksisnære emner enn brøkmultiplikasjon.

Den ene ingeniørens ytringer forsterker denne mistanken. Hun forklarer i den påfølgende sekvensen hvorfor hun valgte å svare alternativ B).

> Ingeniør B: Jeg synes denne var forvirrende i og med at den gikk over i den andre boksen, så jeg tenkte at hvis en virkelig skulle forvirre ungene mine, så hadde jeg gjort det slik.
> Alle: (Latter)
> Ingeniør B: For meg så… Om det er runde brøker eller firkantede brøker er egentlig det samme. Det er litt den samme tenkemåten som tidligere. Det spiller ingen rolle. Jeg tenkte ikke på arealet, for det vil være å trekke inn en ny parameter. Jeg tenkte bare på brøker.
> Intervjuer: Mm.
> Ingeniør B: Og brøker er jo samme benevningsløse ting.
> Ingeniør A: Mm.
> Ingeniør B: Så for meg så er den her helt lik den der, altså A) og C) er helt like i en brøksammenheng, i min brøkverden (latter).

Ingeniør B opplevde figur B) som forvirrende, og det virker ikke som om hun kjente igjen matematikken i figurene. Dette er kanskje den figuren som tilsynelatende ser mest forvirrende ut, gitt flere streker og markerte områder, men i prinsippet er den lik figur A). Det faktum at ingeniøren ikke ser sammenhengen mellom figur A) og B) understreker de tendensene jeg har trukket frem tidligere.

4.1.5 Blikket rettet utover

De utvalgte episodene fra intervjuene ble ikke plukket fordi de var unike, heller motsatt; fordi de var så lite spesielle. De representerer med sin hyppighet en slags ”trend”, i datamaterialet både spesifikt til denne oppgaven, men også til tema konkretisering og eksemplifisering generelt. Både i den videre samtalen rundt oppgaven, men også i forbindelse med andre oppgaver, virket det som om lærerne hadde en annen type kunnskap knyttet til hvordan matematikk kan illustreres og konkretiseres gjennom andre uttrykksformer enn den tradisjonelle algoritmen og allmenne tankemåten. Hedrèn (2003) understreker viktigheten av at elevene utvikler en god talloppfatning, og fremhever at en av komponentene i denne vil være å ha forståelse for ulike måter å avbilde tall på. Det virket som om dette var noe lærerne var oppmerksomme på og hadde kunnskap om.

Til tross for at disse to ingeniørene ikke var kjent med den visuelle måten å fremstille brøk på, er det allikevel en kjensgjerning at ulike figurer; firkanter og sirkler blir benyttet i den norske skole, både i matematikkundervisningen, ulike læringsforum på internett og i lærebøkene for å illustrere brøk. (f. eks. Utdanningsdirektoratet, 2006; Alseth, Nordberg & Røsseland, 2008; Pedersen, Pedersen & Skoogh, 2005). Ifølge Ma (1999) gjelder dette også i den amerikanske skolen hvor brøk for eksempel illustreres av sirkelformet mat som pai og pizza. Dette blir brukt av lærere i undervisningen for å gjøre matematikken mer forståelig for elevene (Ma, 1999), sannsynligvis gjelder det samme for den norske skolen. Nedenfor gjengis et punkt hentet fra et nettbasert læringsforum tilknyttet læringsverket Multi, som i sin tur består av diverse lærebøker i tillegg til den refererte nettsiden [2]. Dette viser at bruken av figurer for å representere brøk heller ikke er en ukjent tanke i det norske skoleverket. ”Etter 5. trinn bør elevene kunne: Tall og Algebra: om brøk som del av en helhet, der helheten kan være en mengde, en lengde eller en figur, elevene skal kunne finne delen når det hele er oppgitt, og de skal kunne finne det hele når delen er oppgitt.” [3]

Et punkt som er verd å merke seg fra studien til Ma (1999) i forbindelse med forskningsprosjektet mitt, er at figurene og representasjonene i seg selv ikke er nok. Hun understreker at en også må forstå det matematiske begrepet for å kunne presentere dette på en korrekt måte, enten det er ved tallsymboler eller pizza.

> Doubtless connecting school mathematics learning with students´ out-of-school lives may help them make more sense of mathematics. However, the ”real world” cannot produce mathematical content by itself. Without a solid knowledge of what to represent, no matter how rich one’s knowledge of students´ lives, no matter how much one is motivated to connect mathematics with students´ lives, one still cannot produce a conceptually correct representation (ibid., s. 82).

Pedagogisk kunnskap kan ikke veie opp for manglende fagkompetanse. Det holder ikke å bruke figurer og eksempel fra elevenes hverdag i undervisningen dersom en ikke har fagkunnskap om hvordan en skal gjøre det på en matematisk forsvarlig måte. Og det er

[2] www.gyldendal.no/multi
[3] http://web2.gyldendal.no/cims2html/default.ashx?template=grunnskolelarer&projectId=72&nick=multilarer&menuId=7877

nettopp denne fagkompetansen og kunnskapen jeg mener å ha sett eksempel på i intervjuet, gjennom lærernes detaljerte forklaringer. Ingeniørenes tilsynelatende manglende kunnskap bidrar i sin tur som en indikasjon på at dette er et eksempel på spesialisert fagkunnskap.

Samtidig kan det tenkes at dette skillet ville vært tydeligere dersom dette hadde vært en oppgave som omhandlet brøkaddisjon eller brøksubtraksjon da dette er mer praksisnære tema for lærerne enn brøkmultiplikasjon. For ingeniørene ville dette trolig spilt en mindre rolle da det var den spesialiserte kunnskapen knyttet til representasjonsformen, og ikke den allmenne fagkunnskapen i seg selv, som viste seg å være utfordrende for dem. Jeg antar nemlig at både ingeniørene og lærerne ville hatt kunnskap om hvordan de skulle regne ut ½ + ¾ ved hjelp av de vanlige regnereglene (allmenn fagkunnskap), men at lærerne i tillegg ville hatt en spesialisert kunnskap knyttet til det å konstruere matematisk korrekte representasjoner. Ma (1999) konkluderer i studien sin at: "… in order to have a pedagogically powerful representation for a topic, a teacher should first have a comprehensive understanding of it" (ibid., s. 83). Jeg fikk aldri inntrykk av at ingeniørene manglet kunnskap knyttet til selve utregningen. Det virket imidlertid som om kunnskapen deres knyttet til den bakenforliggende matematikken var fjernere hos ingeniørene enn hos lærerne, og at dette i sin tur resulterte i at det ble vanskeligere for dem å knytte regnestykket til en figurativ representasjon.

Sett i sammenheng med de punktene jeg brukte for å systematisere transkripsjonene i metodekapittelet, vurderer jeg denne spesialiserte fagkunnskapen som spesielt viktig for å kunne beherske følgende undervisningsutfordringer på en tilfredsstillende måte.

- Knytte representasjoner til underliggende ideer og til andre representasjoner
- Endre oppgaver slik at de blir mer eller mindre utfordrende
- Velge ut hensiktsmessige representasjoner

4.2 Regel

"Det er bare kunnskap, det er ikke en regel."

Den andre historien er lenger og mindre rettlinjet enn den foregående. Dette kommer av at de to intervjuene beskrev en komplisert historie knyttet til dette tema. Innledningsvis fikk jeg inntrykk av at både lærerne og ingeniørene hadde et ambivalent og derav vanskelig definerbart forhold til regler i matematikken. Dette handlet ikke bare om varierende emosjonelle og holdningsmessige faktorer, men også om hvordan informantenes varierte kunnskap fikk betydning for hvordan og hvorfor de selv benyttet seg av innøvde regler og standard algoritmer for å løse de ulike oppgavene. Flere av de ti oppgavene resulterte i en refleksjon knyttet til regelbruk og forståelse i matematikken. Jeg identifiserte en rekke episoder i løpet av intervjuene og i datamaterialet som omhandlet dette tema, og det er disse episodene som danner grunnlaget for historien.

4.2.1 Innhold

Denne historien tar utgangspunkt i flere episoder som er knyttet til ulike oppgaver, ikke til én enkelt som i den foregående. Disse episodene forteller på den ene siden hvordan informantene reflekterer rundt tema regler og forståelse, på den andre siden gir de en beskrivelse av de ulike komponentene av lærerens kunnskap. Mer presist hvordan og hvorfor lærerne vekslet mellom to kunnskapskategorier; allmenn fagkunnskap og kunnskap om faglig innhold og eleven. Jeg forteller denne historien i håp om at den kan bidra til å belyse problemstillingen min.

4.2.2 En ukjent oppgave

Jeg starter historien med en episode hvor lærerne møter en ukjent oppgave. I oppgave 1 ble informantene bedt om å vurdere fire forskjellige elevsvar knyttet til det matematiske emnet delelighet. Dette er opprinnelig en oppgave som tar høyde for å måle spesialisert fagkunnskap, ved å avdekke hvorvidt lærere har matematisk forståelse som går dypere og bredere enn beherskelse av ulike standardalgoritmer. I teksten fikk informantene oppgitt at; et tall er delelig med 4, hvis og bare hvis de to siste sifrene i tallet er delelig med 4. Oppgaven ble først å tenke over hvorfor det faktisk er slik, for så å finne et svaralternativ som forklarer dette på best mulig måte. En direkte gjengivelse av oppgaven slik den ble presentert for informantene vises nedenfor.

 # 1

Ellen jobbet med regler for delelighet i klassen sin. Hun fortalte klassen at et tall er delelig med 4 hvis og bare hvis de to siste sifrene i tallet er delelig med 4. En av elevene spurte henne hvorfor denne regelen for 4 tallet fungerte. Hun spurte de andre elevene om de kunne finne ut av dette, og flere mulige forklaringer ble foreslått. Hvilken av de følgende påstandene kommer nærmest en forklaring på regelen for delelighet med 4? (Marker ETT svaralternativ.)

a) Fire er et partall, og oddetall er ikke delelige med partall.

b) Tallet 100 er delelig med 4 (og det er også 1000, 10 000, osv.).

c) Annethvert partall er delelig med 4, for eksempel 24 og 28 men ikke 26.
d) Det fungerer bare når summen av de to siste sifrene er et partall.

Begge lærerne gav uttrykk for at dette var en vanskelig oppgave, og de gav ulike svar i de skriftlige besvarelsene sine. Lærer A svarte alternativ b), mens lærer B svarte c). Dette sier ikke så mye i seg selv, men den påfølgende episoden presenterer derimot, en kompleks beskrivelse av lærernes fagdidaktiske kunnskap. Episoden blir illustrert gjennom utvalgte sekvenser knyttet til oppgave 1.

Lærer A ble bedt om å forklare hvorfor hun svarte alternativ b). Jeg vurderer dette som det formelt riktige svaralternativet, og ønsket å vite mer om hvordan hun hadde tenkt for å løse oppgaven.

> Lærer A: Skal jeg først si hvordan jeg opplevde det? Det var litt slik; oi det var lenge siden, jeg får det ikke til, dette var vanskelig. Så fikk jeg litt "hetta" med en gang, for jeg tenkte; dette må jo jeg kunne (latter) voksen dame som jeg er. Så begynte jeg å tenke på når jeg jobber med partall med mine elver. Vi lager jo regler hele tiden. Her må jeg jo finne en regel. Så jeg stresset nok litt med at jeg ikke fikk det til med en gang.

Denne sekvensen presenterer to interessante punkt. Det ene går på lærerens egen mestringsfølelse, og det andre går på holdninger til bruk av regler i skolen. Læreren virket ærlig i refleksjonen sin, og viste både gjennom ord og kroppsspråk at hun opplevde oppgaven som vanskelig. Hun begrunnet dette med at det var lenge siden hun hadde jobbet med denne typen oppgaver. Refleksjonen hennes kan beskrives som emosjonell og tidvis preget av usikkerhet og stress. Denne usikkerheten tolker jeg som en indikasjon på at oppgaven opplevdes som ukjent. En lignende situasjon belyses av Ma (1999) som blant annet undersøker hvordan lærere går frem for å løse en ukjent type matematikkoppgave. Studien hennes konkluderer med at det er to aspekt ved lærernes fagkunnskap som spiller en rolle for hvorvidt lærerne lykkes i denne sammenhengen; *kunnskap om beslektede emner* og *matematisk holdning*. Jeg tolker sekvensen ovenfor som uttrykk for at læreren forsøkte å bruke kunnskap om et beslektet emne for å løse oppgaven. Læreren valgte å trekke forbindelser til sin egen undervisning om partall. Hun beskrev en undervisning hvor det virker som om det å lage regler er en vanlig arbeidsprosedyre. Dette forteller noe om lærerens holdninger til bruk av regler i matematikkundervisningen, og det virker som om hun har et positivt syn på dette.

Sett i sammenheng med problemstillingen min virker det som om denne læreren følte en viss usikkerhet i møte med en ukjent oppgave. Dette resulterte i at hun valgte å bruke erfaringer fra, og kunnskap om sin egen undervisning for å løse oppgaven. Usikkerheten kan på sin side tolkes som en indikasjon på manglende fagkunnskap. Kort fortalt illustrerer denne sekvensen hvordan en oppgave som egentlig er konstruert for å måle lærerens spesialiserte fagkunnskap, ender opp med å belyse lærerens fagdidaktiske kunnskap.

Et uventet valg

Videre i episoden forklarte den samme læreren at hun var misfornøyd med svaret sitt. Hun gav uttrykk for at hun ville valgt et annet alternativ dersom hun hadde fått bedre tid til å tenke. Det interessante med dette er at hun ved nærmere ettertanke ønsket å gå bort fra det matematisk riktige svaret. Det virket som om hun i løpet av episoden ble overbevist om at alternativ c) var det riktige svaret. Jeg ba læreren forklare hvorfor hun valgte å gå bort fra det opprinnelige svaret, og hun begrunnet dette slik:

> Lærer A: Jeg kom frem til dette svaret [alternativ b] fordi jeg tenkte at det var enkelt. Jeg liker slike ryddige regler. Men alle her er jo regler, eller de tre første er jo regler, men jeg hengte meg liksom på at det var en tydelig regel. Men så ser jeg etterpå at det var feil regel. Jeg ville heller valgt en annen. (Latter). Når jeg får roe meg ned og tenke…
> Intervjuer: Du liker regler?
> Lærer A: Ja. Det føler jeg er knagger for å hjelpe til å huske. Viktige. Ja.

Her er det sentralt å presisere at denne sekvensen fulgte etter at lærer B hadde fortalt at hun hadde svart alternativ c). Det virker som om lærer A ble overbevist om at alternativ c) var et bedre svar gjennom dialogen med lærer B.

> Lærer A: Jeg har svart b), men jeg tenker jo etterpå, nå når jeg roer meg ned og leser så tenker jeg, det var jo litt mer logisk med 4 og 28.

De sekvensene jeg har presentert ovenfor sier ingenting direkte om hva lærer A har tenkt rent matematisk, og jeg tolker fraværet av matematisk resonnement som en indikasjon på manglende fagkunnskap innenfor dette matematiske emnet. Det interessante er at Lærer A, som i utgangspunktet hadde svart riktig, ikke hadde kommet frem til dette svaret ut fra en matematisk tenkning. Hun sa selv at hun valgte alternativ b) på grunn av at dette var en enkel regel. Det virker som om læreren utelukkende har brukt sin fagdidaktiske kunnskap for å besvare oppgaven, og at alternativ c) vurderes som et riktigere alternativ innenfor disse rammene. På mange måter har denne læreren konstruert sin egen ”riktighetsskala” basert på fagdidaktiske komponenter. At læreren velger å skifte svar antyder også at hun har et bevisst forhold til hva som er mer og mindre riktig innenfor denne vurderingsskalaen.

Denne episoden sier foreløpig lite om lærernes spesialiserte fagkunnskap. Det den først og fremst sier noe om er denne lærerens fagdidaktiske kunnskap, og hennes syn på regler i undervisningen. Kort oppsummert sier hun at hun liker ryddige regler, og at hun ser på disse som *”knagger å henge ting på”*. Jeg tolker dette inn i en undervisningssammenheng, og vurderer dette som en direkte ytring om eleven og faglig innhold. Videre gir hun uttrykk for at regler har en naturlig plass i undervisningen hennes, og det virker som om hun i utgangspunktet har et positivt syn på enkle og konkrete regler. Dette tolker jeg som en ytring om lærerens undervisning. I møte med en ukjent oppgave fant denne læreren det hensiktsmessig å bruke sin fagdidaktiske kunnskap om regler for å løse oppgaven. Det resulterte i at jakten på en ”bestemt type regel” styrte besvarelsen hennes i større grad enn matematisk refleksjon.

Konkurrerende kunnskapsarenaer

Antakelsen om at ulike fagdidaktiske vurderinger ble viktigere enn den matematiske tenkningen forsterkes gjennom lærer B sine ytringer knyttet til den samme episoden. Utgangspunktet er en tilsynelatende uoverensstemmelse mellom denne lærerens refleksjon og skriftlige besvarelse. Ut fra den muntlige forklaringen hennes skulle en tro at hun hadde svart alternativ b). Hun valgte i stedet alternativ c). Lærer B sa følgende om hvordan hun tenkte for å løse oppgaven:

> Lærer B: Jeg tenkte vel logisk. Jeg tenkte at alt som er før, som er mer enn tjuefire og tjueåtte vil bli hundre eller tusen, og det går jo godt an å dele med fire, og da må jo de to siste sifrene kunne deles med fire.

Tankene hennes minnet innholdsmessig om ingeniørenes:

> Intervjuer: Så der, egentlig visste dere svarene før dere så alternativene under?
> Ingeniør A: Ja. Akkurat her er det grunnleggende tallforståelse hvis du kan si det? For jeg tenkte med en gang, på denne regelen her, så er det at du har tatt bort alle hundrerne, for de kan du dele og så har du rest, så det er jo oppbygging av tallsystemet som er grunnlaget her.

Begge ingeniørene svarte alternativ b) i den skriftlige besvarelsen, og jeg vurderer det svaralternativet som det mest logiske ut fra den overnevnte tankerekken. I utgangspunktet virker det som om lærer B har vært inne på den samme tanken som ingeniør A; nemlig at en kan se bort fra tierpotenser større enn 10^1, da 4 vil gå opp i samtlige av disse, og at det derfor er de to siste sifrene som avgjør hvorvidt et tall er delelig på fire eller ikke. Disse ytringene skiller seg fra lærer A sine ytringer, da disse helt direkte kan knyttes opp mot informantens fagkunnskap. Ingeniørenes ytringer samsvarer på en opplagt måte med det skriftlige svaret, og en kan si at løsningen deres er basert på fagkunnskap. Det samme gjaldt ikke for lærer B. Nøyaktig hvorfor lærer B valgte å gi et svar som ikke stemmer med de refleksjonene hun gjorde, er ikke lett å si. Det er mange faktorer som kan ha medvirket til dette. Phekonen (2003) presenterer én mulig forklaring. Han hevder for det første at en skal være varsom med å beskrive denne typen observasjon som ulogisk. Han begrunner dette med at informantens oppfatningssystem styres etter en *indre subjektiv logikk*, hvor informanten bruker sine egne logikkregler og sine egne aksiomer for å skape sammenheng. Ut fra en slik tankegang og tolkning av intervjuet som helhet, virker episoden mindre ulogisk enn ved første øyekast.

For det første er dette en lærer som gjennom hele intervjuet viste et klart elevfokus. Det virker sannsynlig at kunnskap om eleven er spesielt viktig for denne læreren, og at det er denne kunnskapen som styrer hennes indre subjektive logikk. Dette kan nyanseres ytterligere ut fra et teoretisk perspektiv. At læreren valgte å svare alternativ c) kan tolkes som en indikasjon på kunnskap om eleven som læreren har fått gjennom arbeidspraksis med de yngste elevene. Jeg baserer denne tolkningen på Orton (2004) som hevder at det å undervise de yngste elevene byr på spesielle utfordringer, da disse elevene har en svært begrenset matematisk kunnskap, og derav få begreper å ta utgangspunkt i for videre læring. Det er helt opplagt at denne undervisningen ikke kan være tilfeldig, og at fagdidaktisk kunnskap spiller en sentral rolle. Et annet viktig moment er at den fagdidaktiske kunnskapen ikke kan fungere optimalt uten spesialisert fagkunnskap. Det er sannsynlig at denne læreren på bakgrunn av sitt elevfokus har opparbeidet seg en hel del praksisrelatert fagkunnskap som kan knyttes til den tidligste innlæringen av matematikk. Jeg antar derfor at en kombinasjon mellom fagdidaktisk kunnskap og spesialisert fagkunnskap kan ha resultert i at hun valgte det alternativet som hun vurderte som mest elevvennlig og konkret. Ytringen nedenfor underbygger dette, og eksemplifiserer hvordan læreren forsøkte å forenkle og konkretisere.

> Lærer B: Jeg kan jo si at å dele med fire er lett å gjøre med tosifrede tall. Her er det jo tjueåtte og tjuefire, det er jo i firegangen, tjueseks er jo ikke i firegangen derfor var det greie tall her. Det kunne ha vært førtiåtte eller nittiseks eller…

Som sagt er det mange faktorer som kan ha medvirket til at læreren svarte slik hun gjorde. En alternativ begrunnelse er, at manglende fagkunnskap resulterte i at hun ikke kjente igjen det opprinnelige matematiske resonnementet sitt i noen av de ferdige alternativene. Det kan tenkes at hun ikke identifiserte alternativ b) som en gjengivelse av den matematikken hun beskrev i det hun kalte logisk tenkning. Dersom dette var tilfelle, og læreren i utgangspunktet kjente seg faglig usikker, er det mulig at hun fant trygghet i de konkrete tallene og at det var grunnen til at hun valgte dette alternativet.

Uansett virker det som om hun valgte det alternativet som eksemplifiserte tankene hennes på en enkel måte. Hvorvidt dette kan relateres til lærerens spesialiserte fagkunnskap eller fagdidaktisk kunnskap er vanskelig å avgjøre ut fra denne episoden alene. Isolert sett sier denne episoden kun at lærer B støttet seg til eksemplifisering og firegangen i stedet for å resonnere videre rundt den mer abstrakte matematikken knyttet til titallsystemet og egenskapene ved posisjonsverdisystemet. Det virker uansett sannsynlig at læreren forsøkte å finne en regel som passer til eleven. Da dette er en lærer som i hovedsak har jobbet med de elevene som trenger ekstra støtte i matematikkundervisningen, er det antageligvis kunnskap om eleven og faglig innhold som har styrt denne lærerens besvarelse. Samtidig er det en kjensgjerning at kunnskap om faglig innhold og eleven forutsetter og henger nøye sammen med en form for spesialisert fagkunnskap (Baumert et al., 2009). Lærerens refleksjoner sier derfor også noe om denne lærerens spesialiserte fagkunnskap. Forholdet mellom fagkunnskap og fagdidaktisk kunnskap er ifølge litteraturen vanskelig å identifisere. Dette erfarte jeg også i praksis, og tidvis følte jeg at fagdidaktisk kunnskap og fagkunnskap var så nært knyttet sammen, at en heller burde snakke om en kombinert kunnskap, eller en overlapping mellom de to kunnskapskomponentene.

4.2.3 Ikke den eneste kunnskapen

I lærerintervjuet fungerte oppgave 1, som en ukjent oppgavetype. Til forskjell fra ingeniørene hadde ikke lærerne den fagkunnskapen som tydeligvis lå til grunn for ingeniørenes svar. Dette resulterte i at lærerne hentet kunnskap fra en annen kunnskapsarena. De resonnerte ut fra sin egen praksis, og vurderte de ulike svaralternativene ut fra en undervisningskontekst hvor de yngste elevene og de som trenger ekstra støtte står i sentrum. Det resulterte i at det matematiske resonnementet ble nedprioritert til fordel for en ren fagdidaktisk vekting. Dette er min tolkning for hvorfor det konkrete eksempelet ble favorisert fremfor det mer abstrakte.

Videre i intervjuet virket det som om det matematiske emnet hadde betydning for hvilken kunnskapskategori som dominerte lærernes refleksjoner. Denne antakelsen ble bekreftet, blant annet på bakgrunn av oppgave 7. Denne oppgaven minnet om oppgave 1 med tanke på form, men skilte seg samtidig innholdsmessig fra denne. Jeg observerte at lærernes refleksjoner var annerledes enn for oppgave 1.

Oppgave 7 gjengis nedenfor slik den ble presentert for informantene:

7
Elevene til Kai arbeidet med å verifisere ekvivalensen mellom uttrykk. Han ba elevene forklare hvorfor uttrykkene a – (b + c) og a – b – c er like. Noen av svarene som elevene ga er listet opp.

Hvilket av de følgende utsagnene kommer nærmest en forklaring på hvorfor a – (b + c) og a – b – c er ekvivalente? (Marker ETT svaralternativ.)

a) De er like fordi vi vet at a – (b + c) ikke er det samme som a – b + c, derfor må det være lik a– b – c.

b) Dersom du setter inn tall, som a = 10, b = 2 og c = 5, så får du 3 for begge uttrykkene. Derfor er de ekvivalente.

c) De er like på grunn av den assosiative lov. Vi vet at a – (b + c) er lik (a – b) – c som igjen er lik a – b – c.

d) De er ekvivalente fordi du må gjøre det samme på begge sider.

e) De er like på grunn av den distributive lov. Når vi multipliserer (b + c) med – 1 så får vi – b – c.

For det første virket det som om denne oppgaven ble oppfattet som enklere å gi et skriftlig svar på. Denne oppgaven opplevdes ikke som ukjent for lærerne slik oppgave 1 hadde gjort. Lærer A forklarte at hun kunne en regel, og at det var den hun hadde brukt for å løse oppgaven. Dette var en regel hun nylig hadde brukt den for å hjelpe barnet sitt med leksene. Det at hun hadde en regel så friskt i minnet kan ha bidratt til at kunnskapen var lett å ”hente frem”, og dermed lett å bruke da hun kjente igjen den distributive lov i ett av svaralternativene. Hun svarte alternativ e) og begrunnet det slik:

> Lærer A: Og det var det som hjalp meg, eller hjalp, men i hvert fall grunnen til at jeg svarte e) rimelig fort er fordi jeg har et barn som går på ungdomsskolen som jeg sitter og regner med, og da... Det er jo en regel.
> Intervjuer: Mm.
> Lærer B: Ja det er det.
> Lærer A: Står det minus fremfor, så endrer det seg inne i parentesen.
> Lærer B: Ja det gjør det.
> Lærer A: Men det er ikke noe jeg har fra skolehverdagen min nå. Så det var litt fjernt, men det er vel… Så det er en regel jeg har hengt meg på her.
> Intervjuer: Mm.

Med dette understrekte læreren at dette ikke er en type matematikk hun jobber med til daglig. Det kan i seg selv være en forklaring på hvorfor hun ikke benyttet sin egen praksis for å løse denne oppgaven. Til forskjell fra oppgave 1 kom ikke kunnskap om eleven i fokus for lærerens refleksjon. Hun løste oppgaven ut fra kunnskap om en regneregel; ”står det minus fremfor, så endrer det seg inne i parentesen”. Denne typen kunnskap kan sies å være en del av denne lærerens allmenne fagkunnskap.

Videre er det verd å merke seg at hun virket usikker på kvaliteten av denne kunnskapen. Det virket som om hun satte spørsmålstegn ved om denne regelen var nok. Det kom frem når læreren skulle forklare hvordan hun hadde løst oppgaven. Hun brukte først ordet ”hjalp”, før hun modifiserte dette til at det som var ”grunnen til” at hun svarte slik hun gjorde, var kunnskap om en konkret regel. Jeg tolker denne spørrende holdningen som en antydning på en indre konflikt i læreren. Hun virket i tvil om dette er noe hun virkelig kan, eller om hun bare har ”hengt seg på en regel” for å besvare oppgaven. Sammenlignet med de refleksjonene hun gjorde rundt oppgave 1, virket læreren sikrere på sin fagdidaktiske kunnskap enn på den allmenne fagkunnskapen.

4.2.4 To sider

Forholdet mellom lærernes fagdidaktiske og allmenne kunnskap ble også aktuelt i forbindelse med oppgave 8. Dette er en oppgave som omhandler det matematiske emnet ulikheter. Jeg valgte å ta med denne oppgaven for å finne ut mer om informantenes allmenne fagkunnskap. Ulikheter er et matematisk tema som de fleste har blitt introdusert for i løpet av tidligere skolegang. Ifølge Baumert og kollegaer (2009) blir denne typen skolekunnskap (allmenn fagkunnskap) ofte glemt dersom en ikke holder den ved like. Jeg hadde en forutanelse om at oppgaven skulle bidra til å belyse ulike sider ved, bruken av og synet på, regler og algoritmer i matematikken. Videre hadde jeg en mistanke om at ulikheter, i likhet med ligninger, er et emne hvor mange lærer seg en løsningsalgoritme som gjør at de kan løse slike oppgaver innenfor en begrenset tidsperiode av livet. Av erfaring vet jeg at slike regler blir glemt dersom de ikke brukes. Dette kan skyldes en begrenset forståelse for den matematikken som ligger innbakt i regelen/løsningsalgoritmen. Dette finner jeg støtte for i den didaktiske litteraturen. Ut fra et elevperspektiv vil flere algoritmer som lærere forventer at elevene skal huske og bruke, mangle mening for elevene (Orton, 2004). Jeg antar at denne beskrivelsen til en viss grad gjelder for alle som lærer, ikke bare for elever slik det blir presentert over.

Oppgave 8 gjengis nedenfor slik den ble presentert for informantene.

#8

Liva hadde en time der fokus var på å løse oppgaver som inneholdt en ulikhet. Hun presenterte følgende oppgave:

$$– x < 9$$

Maia løste denne oppgaven ved å snu ulikhetstegnet når hun delte på – 1, slik at x > – 9. En annen elev spurte hvorfor vi snur ulikhetstegnet når vi deler på et negativt tall. Liva ba de andre elevene om å forklare dette. Hvilken elev ga den beste forklaringen på hvorfor denne metoden virker? (Marker ETT svaralternativ).

a) Fordi det motsatte av x er mindre enn 9.

b) Fordi du må legge til en x på begge sider av ulikhetstegnet for å løse denne oppgaven.

c) Fordi vi ikke kan tegne – x < 9 på en tallinje så deler vi på minustegnet og snur ulikhetstegnet.

d) Fordi denne metoden er en snarvei for å flytte både x og 9 på andre siden av ulikhetstegnet. Dette gir det samme svaret som Maia fikk, men på en annen form: - 9 < x.

I likhet med oppgave 1 omtalte lærerne dette som en vanskelig oppgave. Det kan se ut som om lærerne opplevde oppgavene som vanskelige dersom de manglet fagkunnskap som gjorde at de umiddelbart kunne løse dem. Til forskjell fra oppgave 1, men i likhet med oppgave 7 virket det som om lærerne ønsket å bruke fagkunnskap for å løse denne oppgaven. I refleksjonen deres begynte de umiddelbart å diskutere reglene for ulikheter, og i overensstemmelse med antakelsen min, virket det som om dette var en regel de en gang hadde kunnet, men som ikke lenger var like friskt i minnet.

Lærer B: Jeg tenkte jo på disse reglene; ganger med minus en og slikt.
Intervjuer: Ja.
Lærer A: Det gjorde jeg og. Så tenkte jeg, hvis du ganger med minus en, så vil i hvert fall minus forsvinne der, og så vil den komme der. Men så skulle allikevel det tegnet snu seg, og der føler jeg at jeg ikke helt har… Det henger ikke helt sammen. (Latter).

Lærer A spør ”hvorfor ulikhetstegnet snur seg når en ganger med minus en?”. Jeg tolker dette som en indikasjon på at læreren mangler forståelse for de trinnvise regneoperasjonene som ligger til grunn for regelen. I samsvar med Orton (2004) kan dette tolkes som et tegn på at lærerne en gang har kunnet regelen, men at den var vanskelig å huske da det er lenge siden de har brukt den.

Videre i samtalen presenterer lærer A en lignende fremgangsmåte som hun brukte i oppgave 1. I møte med en ukjent oppgave forsøkte hun å knytte det til noe hun kunne fra før. I oppgave 1 forsøkte hun å bruke den fagdidaktiske kunnskapen sin for å løse oppgaven. Det er ikke tilfelle for denne oppgaven hvor læreren velger å bruke sin egen fagkunnskap om et liknende emne. En mulig forklaring på dette er at ulikheter (og likninger) ligger over det nivået læreren underviser på, og at hun derfor ikke har den samme fagdidaktiske kunnskapen som hun følte hun hadde i oppgave 1. I likhet med oppgave 7 forsvant fokus på eleven ut av refleksjonen. Det samme gjaldt for lærer B. Det lærerne gjorde var å bruke de reglene de husket fra sin egen skolegang. Jeg tolker dette ut fra ytringer som ”å få x alene på den ene siden”. Dette er ett av trinnene i løsningsalgoritmen som ofte blir brukt i skolen for å løse likninger. Lærerne bekreftet dette, og påpekte selv sammenhengen mellom ulikheter og likninger. De understrekte at oppgaven hadde vært enklere dersom det hadde vært en likning.

Lærer A: Jeg gikk rett på en regel, og tenkte; jeg må få x alene på den ene siden. Og da måtte jeg dele på minus en. Slik. Sant?
Lærer B: Ja.
Lærer A: Men jeg forstår ikke hva jeg holder på med.
Lærer B: Nei. Og at tegnet snudde seg samtidig.
Lærer A: Hadde det vært en ”erlik”, så hadde det jo vært litt tryggere.
Lærer B: Ja.
Lærer A: Da kunne det variere x. Men her forstod jeg det ikke.
Lærer B: Nei.
Lærer A: Jeg forstod på en måte ikke hensikten.
Intervjuer: Har du kunnet løse denne oppgaven noen gang?
Lærer B: Har kanskje det.

Lærer A: Jeg har nok det ja.

Jeg ønsket at lærerne skulle forklare hvorfor de vurderte likninger som et enklere emne enn ulikheter. Lærerne trakk frem erfaring og forståelse som forklaringer på dette. Det virket som om lærerne i tillegg til å ha begrenset erfaring med denne typen oppgaver, manglet forståelse for det matematiske innholdet i oppgaven. Jeg fikk inntrykk av at lærerne både husket reglene og hadde en dypere forståelse for likninger. Lærer A bekreftet dette i sin refleksjon om likninger.

Lærer B: Ja, for det er jo regelen det at du kan gange med minus en på begge sider.
Intervjuer: Er det på grunn av regelen; at dere husker den regelen bedre enn denne?
Lærer B: Ja, den regelen husker jeg, men jeg husker ikke denne.
Lærer A: Vi har vel gjort det mye mer.
Intervjuer: Har det noe med forståelsen av ulikhetstegnet å gjøre? Kan det være at det var mindre forståelse involvert enn med likhetstegnet og likninger?
Lærer A: ”Erlik”. Da ser du for deg vekten. For når jeg ser for meg det du kaller det for ulikhetstegn, så kaller jo vi det for; større eller mindre enn…
Lærer B: Ja, vi gjør jo det.
Lærer A: Jeg har ikke tenkt på at det er ulik.

Her kom det frem at lærer A, i tillegg til å referere til standardalgoritmen brukte ”skålvekten” for å beskrive sin forståelse av likninger. Jeg tolker dette som en antydning på at fagkunnskapen om likninger omfatter mer enn automatiserte regler, og at læreren derfor kan sies å ha en spesialisert fagkunnskap knyttet til likningsbegrepet. Det er trolig forståelsen for ulikheter som mangler hos lærerne, og som gjør oppgaven vanskelig å løse. Dette bringer oss videre til det siste punktet i denne historien; forholdet mellom regler og forståelse.

4.2.5 To sider av samme sak

Jeg fikk inntrykk av at både lærerne og ingeniørene trekker et skille mellom det å kunne en regel og det å ha forståelse for matematikk. Informantenes uttalte tanker rundt dette viser imidlertid et skille mellom de to informantgruppene. Dette skillet bidrar til å belyse forskjeller mellom lærernes og ingeniørenes kunnskap, og fungerer som en passende avrunding på denne historien.

Opptegningen av et skille

I motsetning til lærerne opplevde ingeniørene oppgave 1 som svært enkel. Jeg ba dem forklare hvordan de hadde tenkt for å løse den.

> Ingeniør A: Akkurat oppgave en var mer forståelse enn regel.
>
> Ingeniør B: Det føler jeg og. Puslespillbrikkene i tallsystemet som…
>
> Ingeniør A: Ja. Det er litt sånn med min bakgrunn i matematikk. Jeg har alltid ønsket å ha forståelsen i stedet for regelen. Jeg vet en del slike regler liker jeg ikke fordi det er bedre å forstå bakgrunnen. Jeg vet du har denne amerikanske regelen ved ganging av to parenteser; ”first inner, outer last”. De har sånne ord på det. Sånn vil jeg ikke ha. Jeg vil forstå, altså ikke regelen, bare forståelsen bak. Jeg vil ikke ha en huskeregel på hvorfor det er delelig med fire, jeg vil bare ha forståelsen for det.

Denne sekvensen frembringer flere interessante moment. For det første viser ingeniørene at de har brukt fagkunnskap for å løse oppgaven. For det andre trekker de et skille mellom regel og forståelse, og det ser ut som om de definerer regler som mekaniske huskeregler. I tillegg kommer det inn et vurderingsmoment, hvor ingeniør A tydelig favoriserer det å ha forståelsen for, fremfor å kunne en huskeregel. Denne vurderingen virker i utgangspunktet nokså uproblematisk, men det viste seg å være litt mer komplisert enn hva den første sekvensen gir uttrykk for.

Senere i samtalen, fremdeles knyttet til oppgave 1, kom det frem at ingeniør A også skiller mellom kunnskap og regel, og det virker som om ingeniøren mener at det å ha forståelse for noe er det samme som å ha kunnskap om noe.

> Ingeniør A: Ja, men da er det grunnleggende forståelse. Det kan du. Det er bare kunnskap, det er ikke en regel.

Med dette forsterkes inntrykket, både av et skille, men også av hvilke ferdigheter som er overordnet andre. Min tolkning ut fra den overnevnte og lignende ytringer, er at ingeniørene trekker et skille mellom det å kunne en regel, og det å ha forståelse for tenkningen bak regelen. De snakket om grunnleggende matematisk forståelse som en kontrast til det å kunne en regel. Jeg vurderer denne typen refleksjon som unyanserte da ingeniørene ikke gav noen videre begrunnelse for dette. Det virker i utgangspunktet som om ingeniørene har et mindre positivt syn på regelbruk i matematikken enn lærerne, da lærerne flere ganger forklarte hvordan og hvorfor regler bør ha en sentral plass i matematikkundervisningen.

Dette motsetningsforholdet viste seg å være et tilbakevendende tema i begge intervjuene, men lærernes refleksjoner skilte seg som sagt fra ingeniørenes. I forbindelse med oppgave 2 spurte jeg ingeniørene hvilke tanker de gjorde seg om hvordan elever lærer brøkmultiplikasjon i skolen i dag. Naturlig nok visste ingeniørene mindre om dette enn lærerne. Jeg valgte derfor å fortelle dem litt om mine erfaringer fra praksis og tidligere forskningsarbeid, og forsøkte med det å gi dem et utgangspunkt å reflektere rundt. Dette resulterte i at ingeniør A fortalte hvordan hun i sin tid hadde lært brøkdivisjon:

> Ingeniør A: Det er litt vanskelig å se. Jeg husker bare så godt hvordan jeg lærte det selv. Derfor er det litt vanskelig å forholde meg til det. Jeg husker når vi skulle lære deling av, det var ikke ganging av brøk, men deling av brøk da tok han opp to elever, så snudde han den ene på hodet. (Latter). Holdt en elev på hodet. Og det var slik; da satt det vet du. Men det var jo ikke multiplikasjon, men deling av brøk…
> Intervjuer: Og da konkretiserer han prosessen, regelen?
> Ingeniør A: Ja.

I motsetning til tidligere virket det som om hun hadde et annet syn på regler i denne sammenhengen. Fra å ha opphevet forståelse som det ønskelige, virket det som om dette var en regel hun fremdeles husket, og at innlæringen av denne hadde skjedd nokså mekanisk. Denne sekvensen gav ikke det samme inntrykket som jeg hadde fått tidligere, og dette var bare ett av flere eksempel hvor informantene gav uttrykk for å ha ulike holdninger til bruken av regler.

I dialogen rundt oppgave 7 virket det som om ingeniøren selv ble oppmerksom på dette. Med bakgrunn i denne oppgaven lot jeg ingeniørene ta ordet uten å legge føringer for tema. Jeg valgte å gjøre det slik for at informantene skulle stå fritt til å ta opp tema som var aktuelle for dem. Innledningsvis sa de at dette var en grei oppgave, hvor de i likhet med oppgave 1 visste svaret før de så svaralternativene. Jeg ba dem utdype hvorfor dette opplevdes som en enkel oppgave.

> Intervjuer: Ja. Hvorfor var dette en enkel oppgave?
> Ingeniør A: Kanskje er det litt regneregler. Du vet at når det er minus utenfor en parentes så må jeg "flippe" alle tegnene inni fordi det er minus på hele uttrykket.
> Ingeniør B: Automatisert.
> Ingeniør A: Ja. Det er automatisert.
> Ingeniør B: Regning på ungdomsskolematematikken.

> Ingeniør A: Ja, at alle pluss og minus inni parentesen må snus når du har minus fremfor. Det her er jo en regneregel. Den er blant de regnereglene jeg bruker mest i min matematikk i det daglige. Hvis jeg sitter og regner, så er de slike regneregler jeg kommer borti.

I denne sekvensen forteller ingeniørene at de benyttet seg av en mekanisk regneregel for å løse oppgaven; ”flippe” alle tegnene inne i parentesen hvis det står minus foran. Informantene forklarte at dette var en regel som de hadde automatisert på ungdomsskolen. Refleksjonene de gjorde her minnet om refleksjonene rundt oppgave 2, hvor automatiserte regneregler fremstod som svært sentrale i løsningsstrategien deres. Ingeniørene brukte selv ord som mekanisk, automatisert og drill når de snakket om regnereglen, og ingeniør B forklarte at dette var en regel hun hadde drillet inn i ungdomsskolen. Hun sa videre at hun synes dette er et fornuftig tidspunkt for innlæring av dette, og at unger bør kunne denne regelen når de kommer på videregående skole. Det virker som om hun her refererte til det å kunne regelen på en mekanisk måte, gitt at ytringen kom sammen med ytringen om å drille inn regelen.

Jeg vurderer dette som et positivt syn på regler i seg selv, i tillegg virker det også som om ingeniørene anser drillpreget innlæring som en hensiktsmessig måte å lære disse på. Ved første øyekast synes dette ulogisk gitt tidligere ytringer, hvor ingeniørene helt tydelig favoriserte forståelse fremfor mekaniske regneregler. Alternativt kan dette tolkes som et skille mellom det å snakke om matematikk, og det å gjøre matematikk. Når ingeniørene snakket om matematikk fremstod forståelse som det viktigste. Samtidig benyttet de seg ukritisk av regler når de selv skulle gjøre matematikk, og de viste gjennom dette en gjennomgående solid allmenn fagkunnskap. Det virket for eksempel uproblematisk for dem å løse oppgaver som omhandlet ungdomsskole/videregående pensum. Eksempel på slike oppgaver er: ”Hvilket tall ligger mellom 1,1 og 1,11?” og ”Hvilken tierpotens representerer tallet en?” Ingeniørene kunne mange regler og løsningsalgoritmer som gjorde at de fleste oppgavene opplevdes som uproblematiske for dem.

Lærerne viste ikke den samme styrken med tanke på allmenn fagkunnskap. De uttrykte flere ganger at oppgavene opplevdes vanskelige, og at de ikke visste hvordan de skulle løse dem. I likhet med ingeniørene skilte også lærerne mellom regel og forståelse, men refleksjonene var annerledes. Dette ble eksemplifisert i forbindelse med lærernes samtale rundt oppgave 2. Jeg ba dem forklare hvorfor de tror konkretisering blir mindre brukt for brøkmultiplikasjon enn andre brøkoperasjoner. Spørsmålet munnet ut i en diskusjon knyttet til regler og forståelse. I denne dialogen oppstod en sekvens om automatisering av regler.

> Lærer A: Jeg tror det er fordi de ikke vet det, eller fordi det tar for lang tid. Elevene er så store nå, at nå bare pugger vi det. Men det er da jeg… Når vi begynner med slikt; bare pugger det… Eller vi må jo pugge ting, det tror jeg, men det er da vi begynner å miste noen av lasset, for at ”jeg fatter det ikke likevel”.
> Ingeniør B: Jeg tror nok at jeg har lært dette her med pugging først, og så har jeg etterpå begynt å tenke på hva det er som egentlig skjer.
> Lærer A: At du har begge deler slik at du kan få en forståelse av hva du holder på med.

Denne sekvensen både forsterket og utvider ingeniørenes uttalelser. Lærerne løfter diskusjonen da de knytter refleksjonene sine til praksis. Med bakgrunn i fagdidaktisk kunnskap begrunner de påstandene sine på en helt annen måte enn ingeniørene. Lærerne aktualiserer for eksempel viktigheten av at elevene utvikler forståelse i tillegg til ferdigheter knyttet til bruk av regelen. At denne sekvensen inkluderer tanker og kunnskap om eleven, markerer et skille mellom lærernes og ingeniørenes refleksjoner. Der ingeniørene naturlig nok reflekterte rundt sin egen skolegang, knyttet lærerne refleksjonen sin opp mot praksis, og plasserte den inn i en skolekontekst. Det interessante med dette er at den fagdidaktiske kunnskapen gav lærerne en helt annen kunnskapsarena å tenke ut fra. Lærerne kunne for eksempel trekke frem tid og alder som mulige årsaksforklaringer til at pugging brukes i skolen for å lære matematikk. Innbakt i slike ytringer ligger en praksiserfart kunnskap som gjør at lærerne kan hevde at ”drill” er en tidsbesparende metode, og at dette er mer passende for de ”eldste elevene”. Hvorvidt ”drill” i virkeligheten er tidsbesparende ønsker jeg ikke komme inn på i denne sammenhengen, men støtte for lærernes syn på progresjon; fra det konkrete til det abstrakte, kan vi blant annet finne hos Orton (2004). Om dette forteller noe om lærernes egen praksis gav ikke datamaterialet grunnlag for å si noe om. Uansett forteller dette at lærernes praksis gir et utvidet kunnskapsfelt som åpner for refleksjon rundt andre faktorer enn personlig erfaring. Begge faktorene kan plasseres inn under lærernes fagdidaktiske kunnskap. Dette fungerer derfor som en bekreftelse på eksistensen av lærernes fagdidaktiske kunnskap.

Ulik type kunnskap

Avslutningsvis uttrykte både lærerne og ingeniørene at regler og algoritmer har og bør ha en plass i matematikkundervisningen. Jeg fikk også inntrykk av at informantene tidvis fant dette problematisk, og at de hadde behov for å utdype dette. Måten dette ble gjort på var forskjellig for de to informantgruppene. Ingeniørene snakket først om at de hadde automatisert en regel, og som en videreføring og muligens en rettferdiggjøring av dette, trakk de frem den praktiske nytteverdien ved å relatere dette til sin egen arbeidspraksis.

> Ingeniør A: Ja, det er automatisk. Den skal sitte så grundig. For hvis det ikke går automatisk så har vi et problem. Det blir for tungvindt å ha regler for å huske tilbake til hva regelen var for den og for den. Det skal komme automatisk.
> Ingeniør B: Ja. Jeg ganger ikke med minus en.
> Ingeniør A: Nei, du bytter fortegn inne i parentesen når jeg fjerner parentesen.

I den videre samtalen virket det som om ingeniør A ble oppmerksom på fremtoningen av det hun sa, og at hun ønsket å modifisere dette ved å sammenføye regel og forståelse fremfor å skille mellom dem. Hun understrekte at selv om de kan og faktisk benytter seg av regler, så har de også forståelse for dem.

> Ingeniør A: Men den er også veldig nyttig videre. Den dukker opp overalt. For det er ofte på det nivået man gjør regnestykker.
> Intervjuer: Snakker vi her om elementær matematikk?
> Ingeniør A: Ja. Elementær regneregel.
> Intervjuer: Basiskunnskap?
> Ingeniør A: Ja. Basiskunnskap for å kunne regne med litt mer enn ett tall av gangen. Så den, ja det blir jo for så vidt, en regel i bunn og grunn, men vi har jo forståelse for regelen også…

Den andre ingeniøren underbygget dette, og understrekte at hun forstår matematikken som ligger i regelen. Allikevel sier hun at svaralternativene virket forvirrende. Ingeniørens uttalelser fremstår tidvis usammenhengende. Jeg tolker dette som at hun ubevisst bruker regelen om at ”minus ganger minus blir pluss”, men at hun fra et vurderingsperspektiv mener at forståelse er viktig. Hun gir inntrykk av at dette er en vel innøvd regel som til vanlig blir benyttet uten videre refleksjon om hvorfor den fungerer.

> Ingeniør B: Jeg blir forvirret av at det står minus en, men jeg skjønner jo at det står minus en. Når du setter minus foran parentesen så er det minus på de alle. Hvis du får minus, minus så får du pluss. Jeg trenger ikke kunne den loven. Det er forvirrende.

Disse sekvensene forteller ikke noe nytt om ingeniørenes forhold til regler i matematikken. De understreker bare inntrykket av at ingeniørene bruker mekaniske regler for å løse oppgaver, samtidig som de vurderer forståelse som overordnet den mekaniske regneregelen. På mange måter har intervjuet med ingeniørene et syklisk preg hvor refleksjonene deres veksler alt etter hva ingeniørene blir bedt om å forklare. På den ene siden gav ingeniørene uttrykk for at innøvde regneregler gjorde flere av oppgavene enkle å løse. Dette tolker jeg som et uttrykk for at ingeniørene har en solid allmenn fagkunnskap som trolig er et resultat av egen skolegang, videre utdannelse kombinert med vedlikehold av denne kunnskapen gjennom arbeidspraksis. På den andre siden kom det frem at ingeniørene vurderer det som viktig å ha forståelse for regelen. Nøyaktig hva ingeniørene mente med dette ble aldri avklart i intervjuet, og det virket som om ingeniørene opplevde det som vanskelig å skulle reflektere rundt dette.

På denne måten pendlet samtalen frem og tilbake mellom regel og forståelse, alt etter hvilken oppgave og hvilket tema som var utgangspunkt for dialogen. Dette gjaldt både for ingeniørene og lærerne. Dette kan selvfølgelig tolkes på mange måter, og historien har ikke et klart endepunkt. Jeg mener uansett at historien belyser noen viktige sider ved lærernes kunnskap. For det første fremstod lærerne mindre vaklende og mer bevisste i sitt forhold til regler. Selv om de i likhet med ingeniørene tidvis viste usikkerhet knyttet til dette, la de aldri skjul på at enkle, konkrete regler var viktige for dem. Samtidig virket det som om det var lettere for dem å beskrive hvilke tanker de hadde knyttet til dette tema, og at de hadde et relativt bevisst forhold til bruk av regler i undervisningen. Lærerne virket mest usikre i de tilfellene hvor de ikke kunne knytte svarene sine opp mot praksis; der de ikke kunne bruke den fagdidaktiske kunnskapen. Dette indikerer eksistensen av en type kunnskap som kan relateres til lærernes praksis. Samtidig presenterer det et nytt interessant moment. Jeg fikk en følelse av at de to lærerne favoriserer den fagdidaktiske kunnskapen, og at de følte seg tryggere på denne kunnskapen enn på sin fagkunnskap.
Med tanke på undervisningsarbeidet i matematikk kan dette tenkes å være kunnskap lærerne trenger for å kunne utføre følgende undervisningsoppgaver på en tilfredsstillende måte:

- Forklare om elevenes påstander er rimelige (ofte raskt)
- Gi, eller evaluere, matematiske forklaringer
- Velge og utvikle gode definisjoner
- Bruke matematisk notasjon og språk, og bedømme bruken

5 Diskusjon

Hensikten med analysen har vært å se nærmere på lærernes undervisningskunnskap i matematikk. Mer presist har målet vært å finne ut hvordan matematikklærerens spesialiserte fagkunnskap skiller seg fra allmenn fagkunnskap i en kvalitativ intervjustudie av to lærere og to ingeniører. For å kunne svare på dette måtte jeg først finne ut hvorvidt den valgte metoden og det metodiske verktøyet (UKM-oppgaver) egnet seg for å identifisere de ulike kunnskapskategoriene som jeg har hentet fra den teoretiske modellen av lærernes UMK (Hill, Ball & Schilling, 2008b). Videre analyserte jeg datamaterialet for å kunne si noe mer om lærernes spesialiserte fagkunnskap og hvordan den eventuelt skiller seg fra den allmenne fagkunnskapen. Den bakenforliggende intensjonen med forskningsprosjektet har vært å styrke og definere en liten del av lærernes kunnskapsbase. Jeg antar at et empirisk dokumentert skille mellom allmenn fagkunnskap og lærernes spesialiserte fagkunnskap kan være et bidrag til dette, og at en beskrivelse av disse kunnskapskategoriene vil gjøre det lettere å si noe konkret om hvilken type matematisk utdannelse som er nødvendig for at lærerne skal kunne gjennomføre en meningsfull matematikkundervisning. Ball og kollegaer (2005) etterlyser studier som sier noe om hvilken type kunnskap som faktisk bidrar til å forbedre elevenes prestasjoner, hvorvidt det er basisferdigheter på det nivået lærerne underviser, eller om det er profesjonsspesifikk matematisk kunnskap det er snakk om. Jeg vurderer arbeidet mitt som et lite bidrag til økt kunnskap på dette området.

5.1 Lærernes kunnskap

Lærerinformantene arbeider til daglig med de aller yngste elevene, samt de elevene som trenger ekstra oppfølging i matematikkundervisningen. Ut fra den generelle pedagogikken og den kognitive konstruktivismen er dette elever som ifølge Piagets legger helt spesielle føringer for hvordan undervisningen bør gjennomføres (Imsen, 2002; Orton, 2004). Trolig har lærerinformantene på bakgrunn av sin lærerskoleutdanning og praksis, pedagogisk kunnskap om eleven og undervisningssituasjonen som gjør at de har formeninger og kunnskap om hvilken type undervisning som passer disse elevene. Dette er i hovedsak elever som befinner seg i den konkret operasjonelle perioden (ca 7-11 år). Det innebærer for det første at tenkningen blir operasjonell og reversibel. Videre at logiske resonnementer kan utføres, men da med utgangspunkt i konkret materiell eller spesielle situasjoner (Piaget, 1973). Jeg fikk inntrykk av at dette er pedagogisk kunnskap som påvirker lærernes refleksjoner om undervisning. Matematikkundervisningen deres handler om den grunnleggende matematikkinnlæringen, og det er opplagt at disse lærerne må undervise på en annen måte enn lærere som jobber på ungdomstrinnet og i videregående skole.

Dette er to lærere uten høyere matematisk utdannelse. Den ene har ingen formell matematikkutdannelse utover gymnaset, mens den andre kun har obligatorisk matematikkutdannelse fra lærerskolen tilsvarende 15 studiepoeng. Begge kan derfor sies å ha begrenset matematisk bakgrunn sammenlignet med ingeniørene, og ifølge Baumert og kollegaer (2009) vil lærernes fagkunnskap og fagdidaktiske kunnskap henge sammen med utdannelsen deres. Disse forskerne fant også at variasjon i fagkunnskap er større enn variasjon i fagdidaktisk kunnskap dersom en sammenligner disse kunnskapskategoriene på bakgrunn av utdannelse. Jeg har ikke fokusert på denne typen sammenligning i studien min, men jeg registrerte allikevel lignende tendenser. Jeg gjennomførte et prøveintervju i forkant av de to egentlige intervjuene, hvor de to lærerne som deltok i dette har høyere matematisk utdannelse enn lærerinformantene. I en sammenligning av prøveintervjuet og lærerintervjuet fikk jeg en følelse av at prøveinformantene opererer på en kunnskapsarena som ligger mellom lærerinformantenes og ingeniørenes. Jeg observerte at prøveinformantene i likhet med ingeniørene opplevde de fleste oppgavene som forholdsvis enkle, og at de brukte matematisk argumentasjon for å underbygge besvarelsene sine. Det som skilte prøveintervjuet fra ingeniørintervjuet var lærernes evne til å se oppgavene i en større sammenheng ut fra en undervisningskontekst. Sammenlignet med det egentlige lærerintervjuet fikk jeg inntrykk av at ulik matematisk utdannelse har større betydning for fagkunnskapen enn for den fagdidaktiske kunnskapen. Dette stemmer overens med en av konklusjonene i studien til Baumert og kollegaer (2009).

Det virket også som om prøveinformantenes allmenne fagkunnskap virket inn på den spesialiserte fagkunnskapen deres, og gjorde dem kapable til å underbygge besvarelsene sine på en måte som plasserer matematikken inn i en større sammenheng. Jeg fikk inntrykk av at de hadde en større evne til å knytte det aktuelle emnet til andre matematiske emner, og at de hadde en bedre oversikt over ”hele” matematikken, ikke bare den matematikken de underviser i til daglig. Jeg fikk en følelse av at allmenn fagkunnskap både påvirker den spesialiserte fagkunnskapen og den fagdidaktiske kunnskapen. Ut fra dette fremstår allmenn fagkunnskap som en svært sentral komponent i lærernes matematiske kunnskap. Viktigheten av allmenn fagkunnskap blir også fremhevet i Ma (1999) sin studie. Hun har blant annet funnet ut at kvaliteten på lærernes fagkunnskap helt direkte påvirker elevenes læring. Med dette problematiseres også synet på den grunnleggende matematikkopplæringen. Ma (1999) understreker at den grunnleggende matematikkopplæringen krever mer enn overflatekunnskap som ”alle” bør kunne, og at den elementære matematikkundervisningen fremsetter høye krav til lærerens fagkunnskap. Studien min bekrefter viktigheten av allmenn fagkunnskap, samtidig antyder den i likhet med funn hos Baumert og kollegaer (2009) at allmennfagkunnskap ikke er nok.

Jeg hadde valgt ut ti oppgaver med ulike matematiske tema. Oppgavene varierte også med tanke på hvilken kunnskapskategori de kan relateres til. Noen av dem kan knyttes direkte til matematisk fagkunnskap, mens andre også forteller noe om fagdidaktisk kunnskap. Oppgavene er opprinnelig konstruert for å *måle* lærernes kunnskap. Jeg brukte oppgavene i en annerledes kontekst, og oppgavene fikk dermed en annen funksjon. I forskningsprosjektet mitt har jeg på ingen måte målt lærernes kunnskap. Jeg mener allikevel at studien belyser ulike sider ved lærernes kunnskap som kan få betydning for hvordan vi ser på lærernes kunnskap.

Det generelle inntrykket fra det egentlige lærerintervjuet var at lærerne opplevde oppgavene som vanskelige, og at den allmenne fagkunnskapen deres var begrenset. To oppgaver som omhandlet funksjoner og ulikheter fremstod som ekstra vanskelige. Dette er matematiske emner som ligger over den matematikken lærerne jobber med til daglig. Det er derfor sannsynlig at de to lærerne har jobbet lite med disse emnene etter at de avsluttet sin egen skolegang. Valg av informanter hadde jeg blant annet basert på ulik matematisk utdanning, nettopp for å belyse den allmenne delen av lærernes fagkunnskap. Allmenn fagkunnskap beskrives av Baumert og kollegaer (2009, s. 8) som:

> … common knowledge of content draw on everyday knowledge (”What is the number halfway between 1,1 and 1,11?; ”Can the number 8 be written as 008?) as well as on typical secondary school knowledge that is often lost after school (”What power of ten equals one?”).

Hypotesen min var at ingeniørene med sin høye matematiske utdannelse og matematikkrelaterte arbeidsdag, ville ha bedre forutsetninger enn lærerne for å løse oppgaver knyttet til allmenn fagkunnskap. Datamaterialet bekreftet denne antakelsen. For det første gav ingeniørene flere riktige svar på de oppgavene som omhandlet allmenn fagkunnskap. Refleksjonene deres var også fortrinnsvis basert på matematiske resonnement. De benyttet seg i stor grad av ulike løsingsalgoritmer og regneregler for å besvare oppgavene. Alt i alt viste de en solid allmenn fagkunnskap gjennom hele intervjuet. Det var også tydelig at ingeniørenes kunnskap strekker seg ut over matematisk hverdagskunnskap og ungdomsskolepensum. På flere områder viste ingeniørene at de har evnen til matematisk tenkning som overskrider definisjonen av allmenn fagkunnskap. Jeg vurderer dette som et resultat av utdannelsen deres innenfor den matematiske fagdisiplinen. På én måte kan en si at ingeniørene har en utvidet allmenn fagkunnskap.

Med tanke på allmenne fagkunnskap viste ikke de to lærerne den samme tendensen, og de omtalte de fleste oppgavene som vanskelige. Flere ganger uttrykte de at dette var matematikk som hadde passet bedre for de lærerne som underviser på ungdomstrinnet. De få oppgavene lærerne beskrev som ”overkommelige”, var oppgaver hvor de kunne bruke sin egen fagdidaktiske kunnskap direkte. Dette er oppgaver som omhandler matematiske emner som inngår i lærernes egen undervisning. Det er verd å merke seg at selv om lærerne omtalte noen oppgaver som ”greie”, så valgte de sjeldent samme fremgangsmåte og svaralternativ som ingeniørene. Det var få oppgaver hvor lærerne brukte et matematisk resonnement for å komme frem til en løsning. De få gangene lærerne forsøkte å bruke denne fremgangsmåten, var på oppgaver hvor de sannsynligvis mangler fagdidaktisk kunnskap gitt at de jobber med de yngste elevene. Denne løsningsstrategien førte også sjeldent frem til riktig svar. Det gjaldt for eksempel oppgaven om ulikheter, og den som gikk på funksjoner. Her er det rimelig å anta at lærere i ungdomsskolen både ville hatt høyere fag- og fagdidaktisk kunnskap enn lærere som kun jobber med den mest elementære matematikkundervisningen. Hvorvidt dette er et optimalt utgangspunkt kan problematiseres med utgangspunkt i fagdidaktisk litteratur hvor det eksisterer en konsensus om at lærere må ha en detaljert og avansert kunnskap knyttet til det faglige innholdet de underviser i, og at denne kunnskapen bør strekke seg lenger enn til det undervisningstrinnet en underviser på (Baumert et al., 2009). Hvor langt den bør strekke seg er et annet spørsmål. Trenger for eksempel lærere som underviser på de laveste trinnene å beherske matematiske emner som funksjonslære og ulikheter? Jeg velger å støtte meg til Ma (1999) for å besvare dette spørsmålet. Hun understreker hvor viktig det er at lærere har en dyp kunnskap om og forståelse for den elementære matematikken, og beskriver denne kunnskapen som grunnmuren i matematikkfaget. Ut fra denne ideen er det klart at lærerne som hjelper elevene med å bygge denne grunnmuren også må ha kunnskap om de emnene som skal hvile på denne. De to lærerinformantene viste at de mangler fagkunnskap om en del matematiske emner som faller utenfor de emnene de underviser i til daglig. Ut fra denne studien er det ikke mulig å si noe om hvordan lærernes begrensede allmenne fagkunnskap påvirker undervisningen deres, men ut fra teorien er det sannsynlig at dette påvirker undervisningen i en negativ retning.

Jeg fikk inntrykk av at lærerne hadde problemer med å løse oppgavene først og fremst på grunn av manglende fagkunnskap. De manglet den kunnskapen som gjorde at ingeniørene kunne besvare de fleste oppgavene ut fra en matematisk tenkning. Jeg fant imidlertid belegg for å hevde at lærerne forsøkte å kompensere for sin til tider manglende allmenne fagkunnskap, ved å benytte seg av en annen type kunnskap. Denne kunnskapen kan relateres til lærernes praksis. Datamaterialet belyser flere interessante sider ved denne praksisrelaterte kunnskapen. Det virket for det første som om lærerne fortrinnsvis ønsket å bruke denne, og at de både ubevisst og bevisst benyttet seg av egen undervisning for å besvare oppgavene. Dette skilte lærerne fra ingeniørene som naturlig nok mangler denne erfaringsbakgrunnen. Ingeniørene viste at de har solid allmenn fagkunnskap, samtidig fikk de problemer dersom oppgaven påkrevde en annen type kunnskap. Det gjaldt for eksempel kunnskap om alternative representasjoner og konkretisering hvor lærerne gang på gang viste at de har kunnskap som skiller seg fra allmenn fagkunnskap. Ved flere tilfeller illustrerte lærerne et bredt repertoar av pedagogiske strategier. Jeg tolker dette som en indikasjon på en praksiskunnskap unik for lærerne. Videre kan dette ifølge Ma (1999) tolkes som en refleksjon av grunnleggende forståelse for fundamental matematikk.

5.2 Bekreftelse av det teoretiske skillet mellom fagkunnskap og fagdidaktisk kunnskap

Ut fra de skriftlige besvarelsene er det vanskelig å si noe om hvorvidt det eksisterer et skille mellom fagkunnskap og fagdidaktisk kunnskap. Enda vanskeligere er det å kunne si noe om denne kunnskapen. Intervjuene på sin side åpner derimot opp for flere tolkninger knyttet til dette. I datamaterialet fant jeg indikasjoner på at de to lærerne har en type praksiskunnskap som skiller seg fra ingeniørenes fagkunnskap, og med det fikk jeg først og fremst bekreftet skillet mellom fagkunnskap og fagdidaktisk kunnskap. I tillegg gir datamaterialet flere beskrivelser av de ulike kunnskapskategoriene. Lærerne viste at de både har kunnskap om faglig innhold og elever, samt kunnskap om faglig innhold og undervisning. Dette er en kunnskapsarena hvor ingeniørene kom til kort til tross for en solid fagkunnskap. På bakgrunn av lærernes begrensede matematikkutdannelse er dette sannsynligvis kunnskap lærerne har ervervet gjennom flere år med undervisningspraksis (Baumert et al., 2009). De to lærerne viste gjentatte ganger at de tok utgangspunkt i sin kunnskap om faglig innhold og eleven for å løse oppgavene. De valgte ofte svaralternativ ut fra en undervisningssentrert refleksjon. Flere ganger resulterte dette i at lærerne valgte svaralternativ med konkrete talleksempel og enkle forklaringer til fordel for de mer abstrakte alternativene. Flere av spørsmålene gikk ut på å finne det ”mest riktige” svaralternativet. Muligens har lærerne vurdert de konkrete eksemplene som de ”mest riktige” ut fra et elevfokus (Orton, 2004). Der hvor ingeniørene la matematiske argumenter til grunn for at noe er mer riktig enn noe annet, brukte lærerne erfaring fra sin egen undervisning for å underbygge svarene sine. Hvorvidt lærerne hadde svart og argumentert annerledes i en mindre yrkesorientert setting har jeg ikke belegg for å si noe om.

En alternativ forklaring på hvorfor lærerne nesten utelukkende baserte besvarelsen sin på egen praksis, er at lærerne på grunn av lavere matematisk utdannelse, mangler den allmenne fagkunnskapen som var nødvendig for å besvare disse oppgavene (Baumert et al., 2009). De konkrete tallene kan ha hatt en støttende funksjon. I lærerintervjuet fant jeg få eksempel på matematisk argumentasjon. Det motsatte var tilfelle for ingeniørene som nesten utelukkende besvarte oppgavene ut fra sin fagkunnskap og matematiske tenkning. Ingeniørene sa selv at dette var fagkunnskap de hadde ervervet både gjennom egen skolegang og egne studier. Ma (1999) trekker også frem disse to periodene som sentrale for utviklingen av lærernes fagkunnskap. Hun presenterer tre perioder hvor lærernes fagkunnskap utvikles; skolegang, lærerutdannelse og undervisningspraksis. Hun har tatt utgangspunkt i disse periodene for å beskrive forskjeller mellom lærere i Kina og i USA. For studien min er disse periodene også interessante for å belyse forskjellene mellom lærerne og ingeniørene. Det som skiller de to informantgruppene er videre studier og undervisningspraksis, og det interessante med dette er at allmenn fagkunnskap virker å være nært knyttet til videre studier, mens den fagdidaktiske kunnskapen utelukkende kan relateres til undervisningspraksis.

5.3 Fagkunnskap som en forutsetning for fagdidaktisk kunnskap

I lærernes refleksjoner var det aldri vanskelig å finne eksempel på lærernes fagdidaktiske kunnskap. I datamaterialet var det mulig å spore flere tilfeller hvor lærerne gir uttrykk for matematisk kunnskap og ferdigheter knyttet til eleven og undervisning. De kunne for eksempel gi svært detaljerte beskrivelser av hvordan ulike matematiske emner kan konkretiseres og eksemplifiseres. I tillegg beskrev lærerne en undervisning tilpasset de yngste elevene, hvor konkretisering, læring av regler, innføring av begreper og mengdelære var sentrale undervisningspoppgaver (Orton, 2004). De forklarte også hvordan de håndterer ulike undervisningsutfordringer som for eksempel; evaluering av elevsvar, presentere matematiske ideer samt utvikle gode definisjoner (Ball et al., 2008). Ut fra disse beskrivelsene som i utgangspunktet sier noe om lærernes fagdidaktiske kunnskap, er det også mulig å finne ut mer om lærernes fagkunnskap. En rekke kvalitative studier har konkludert med at bredden og dybden av lærernes fagkunnskap henger nøye sammen med det repertoaret av undervisningsstrategier, alternative matematiske representasjoner og forklaringer som er tilgjengelige for dem i en undervisningssituasjon (Baumert et al., 2009). Ut fra de ti oppgavene informantene jobbet med vil det være umulig for meg å si noe om bredden og dybden av de to lærernes fagkunnskap. Jeg registrerte imidlertid en sammenheng mellom den fagdidaktiske kunnskapen og lærernes spesialiserte fagkunnskap.

I analysen av datamaterialet var det mulig å trenge dypere ned i lærernes refleksjoner for å finne ut mer om hva som egentlig ble fortalt. I forbindelse med konkretisering antyder datamaterialet at lærerne har en kunnskap som verken kan kalles allmenn fagkunnskap eller ren fagdidaktisk kunnskap. Med dette mener jeg kunnskap som skiller seg fra den allmenne fagkunnskapen, og som samtidig verken krever kunnskap om eleven eller undervisning. Ut fra den teoretiske modellen over lærernes UKM (Ball et al., 2008) kan denne kunnskapen tolkes som et eksempel på spesialisert fagkunnskap. I datamaterialet ble denne kunnskapen synlig gjennom lærernes fagdidaktiske refleksjoner, og det ble tydelig at lærernes spesialiserte fagkunnskap henger sammen med deres fagdidaktiske kunnskap. Ut fra lærernes beskrivelser av egen undervisning virker det også som om undervisningen deres er avhengig av spesialisert fagkunnskap.

5.4 Lærernes spesialiserte fagkunnskap

I analysen min har jeg valgt å ta utgangspunkt i to ulike tema; konkretisering og regel. Lærernes spesialiserte fagkunnskap ble spesielt tydelig i tilknytning til de oppgavene hvor lærerne kunne bruke sin kunnskap om konkretisering og eksemplifisering. Trolig er dette undervisningsoppgaver som ligger nært lærernes arbeidsdag på de laveste trinnene. På det *nasjonale nettstedet for matematikk* [4] står det for eksempel følgende om konkretisering:

> Opplæringen i nye temaer bør ta utgangspunkt i konkrete hjelpemidler. Elevene må få hjelp til å se og manipulere med konkrete hjelpemidler når de arbeider med matematiske begreper og prinsipper. Konkretene kan være for eksempel klosser, pinner, målebånd, vekt, papir, litermål og etter hvert mer avanserte objekter. Elevene skal etter hvert kvitte seg med disse hjelpemidlene og

[4] http://matematikk.org

> kan deretter gå videre til å bruke bilder, tegninger og figurer som hjelpemidler, inntil de er klare til å arbeide med mer abstrakte begreper som tall, tegn og matematiske uttrykk uten bruk av hjelpemidler.[5]

For de aller yngste elevene er det klart at størstedelen av undervisningen faktisk handler om opplæring i nye tema. ”Certain mathematical knowledge is so basic that there might not be any part of the existing knowledge structure with which it could be connected.” (Orton, 2004, s. 185). Dette medfører at lærerne må gjennomføre en undervisning som tar høyde for at elevene innledningsvis har en relativt begrenset matematisk kunnskap. Konkrete hjelpemiddel vurderes som et nyttig verktøy i denne perioden. Fokus på konkretisering fremsetter imidlertid krav om spesialisert fagkunnskap. For det er ikke nok å ha kunnskap om at konkretisering er viktig i opplæringen av nye tema, en må også ha kunnskap om hvordan en kan konkretisere ved hjelp av disse hjelpemidlene (Ma, 1999). En må ha kunnskap om hvordan den abstrakte matematikken kan relateres til og presenteres av ulike typer konkreter og ”halvkonkreter” (figurer og lignende). Dersom en ikke har denne kunnskapen kan undervisningen fort bli til rene ”leketimer” hvor matematikken drukner i et hav av hjelpemiddel. Orton (2004) understreker dette slik:”…simply providing children with apparatus is often not enough, because the children will not necessarily see any connection between the bricks and the sums” (s. 82). Med dette blir læreren og lærerens spesialiserte kunnskap et avgjørende bindeledd mellom konkretiseringsmaterialet og den matematikken vi ønsker at elevene skal kunne konstruere kunnskap om. Viktigheten av dette understrekes av Ma (1999) som konkluderer med at forståelse for matematikken er en forutsetning for å kunne konstruere gode representasjoner. Ved flere anledninger viste lærerne at de har denne kunnskapen, og de gav detaljerte beskrivelser av hvordan de ville konkretisert ulike matematiske operasjoner. Jeg velger å tolke dette som en indikasjon på lærernes spesialiserte fagkunnskap. Det interessante var at ingeniørene manglet denne kunnskapen, og at de heller ikke så umiddelbar nytte av dette. Ingeniørene hadde for eksempel problemer med å se sammenhengen mellom tallrepresentasjonen av en brøkmultiplikasjon og ulike figurer som illustrerte denne.

I forbindelse med regelbruk i matematikken ble lærernes spesialiserte fagkunnskap belyst på en litt mer indirekte måte. I tilknytning til dette tema kom det imidlertid enda tydeligere frem at lærerne, på bakgrunn av undervisningserfaring, har en annen kunnskapsarena enn

[5] http://www.matematikk.org/artikkel/vis.html?tid=65361

ingeniørene å reflektere ut fra. Lærerne virket sikrere og tydeligere i sine refleksjoner. De vurderer regler som gode ”knagger” å henge kunnskap på, og de favoriserte ofte de enkle reglene (Orton, 2004). Dette underbygget de med argumenter hentet fra egen praksis. I de oppgavene hvor lærerne ble bedt om å velge ”den beste regelen” eller ”den beste forklaringen” valgte lærerne fortrinnsvis de svaralternativene som de helt konkret kunne knytte til sin egen praksis. Lærerne valgte, til forskjell fra ingeniørene, sjeldent de mest generelle svaralternativene. Det er interessant å merke seg at ingeniørene svært ofte fant det problematisk å argumentere for hvorfor de svarte slik de gjorde. Som regel fikk jeg svar som; ”det bare er slik”, ”det er kunnskap, ikke en regel” og ”det er så enkelt”. De gangene ingeniørene forsøkte å argumentere for svarene sine, gjorde de dette ut fra et matematisk resonnement. Ingeniørene kunne heller ikke gi begrunnelser for hvorfor de benyttet seg av regler til tross for at de stadig understrekte at de ikke likte regler. Det virker som om lærerne i gjennom praksis har utviklet en kunnskap som gjør dem i stand til å vurdere hvorvidt regler faktisk har en plass i skolen og eventuelt hvilke regler som passer for de yngste elevene. På en indirekte måte sier dette at disse lærerne må ha en kunnskap som faktisk gjør dem i stand til å vurdere og presentere den matematikken som ligger i de ulike reglene på en korrekt måte. Dette vil være en spesialisert fagkunnskap som både skiller seg fra den allmenne fagkunnskapen og den fagdidaktiske fagkunnskapen, og som lærerne mest sannsynlig har opparbeidet seg gjennom praksis (Ma, 1999).

5.5 Lærenes trygghet knyttet til den fagdidaktiske kunnskapen

Avslutningsvis fikk jeg inntrykk av at lærerne konsekvent ønsket å benytte seg av sin fagdidaktiske kunnskap. De forsøkte hele tiden å knytte refleksjonene sine opp mot praksis, og brukte denne kunnskapen for å løse de aller fleste oppgavene. I de tilfellene hvor lærerne valgte andre løsningsstrategier kom lærerne med ytringer som; ”dette er ikke noe jeg jobber med til daglig, så det var litt fjernt”, ”dette ville passet bedre for en lærer som jobber på ungdomstrinnet” og ”dette ligger langt over det nivået jeg jobber med til daglig”. I de situasjonene hvor dette var tilfelle virket lærerne mye mer usikre i sine refleksjoner. Det så ut som om lærerne bevisst eller ubevisst ønsket å bruke den fagdidaktiske kunnskapen sin for å besvare oppgavene, og at dette var en kunnskap de var sikre på at de faktisk hadde. Hvorvidt dette skyldes lærernes vurdering av egen fagkunnskap, den undervisningsrelaterte oppgaveteksten eller intervjukonteksten er ikke mulig å gi svar på ut fra datamaterialet mitt. Jeg vurderer dette uansett som en indikasjon på at lærerne evaluerer sin egen fagdidaktiske kunnskap som den sterkeste.

6 Konklusjon

Ut fra to fokusgruppeintervju basert på ti utvalgte UKM-oppgaver har jeg forsøkt å finne ut mer om hvordan matematikklærerens spesialiserte fagkunnskap skiller seg fra allmenn fagkunnskap i en kvalitativ intervjustudie av to lærere og to ingeniører. For å kunne sammenligne allmenn fagkunnskap med spesialisert fagkunnskap måtte jeg først søke bekreftelse for det teoretiske skillet mellom de ulike kunnskapskategoriene som omtales i litteraturen (f. eks. Ball et al., 2005). I studien min har jeg identifisert en rekke eksempel som bekrefter eksistensen av lærernes fagdidaktiske kunnskap. I tillegg har jeg sett hvordan denne typen kunnskap skiller seg fra ingeniørenes kunnskap. Denne kunnskapen kan i sin tur kategoriseres som allmenn fagkunnskap, da den både kan beskrives som en type matematisk kunnskap som alle velutdannete voksne burde ha (Ball, et al., 2005), samtidig som den skiller seg fra lærernes fagdidaktiske kunnskap. Ingeniørenes kunnskap kan i stor grad relateres til en høyere matematisk utdannelse. Denne allmenne fagkunnskapen kom til uttrykk gjennom ingeniørenes evne til å bruke en rekke standardalgoritmer for å løse oppgavene, evnen til å tenke matematisk, og ved at de fortrinnsvis valgte abstrakte matematiske resonnement for å argumentere for svarene sine (Hill et al., 2008b).

Lærerne på sin side gav uttrykk for en begrenset evne til å bruke standard algoritmer for å løse oppgavene, og alt i alt viste de en gjennomgående svakere allmenn fagkunnskap enn ingeniørene. Jeg velger å relatere dette til lærernes begrensede utdannelse, og underbygger dette med teori som har bekreftet en nær sammenheng mellom utdannelse og fagkunnskap (Baumert et al., 2009). På tross av dette gav lærerne svar på ni av ti oppgaver. Isolert sett indikerer de skriftlige besvarelsene at lærerne mangler en del fagkunnskap som ingeniørene mest sannsynlig har ervervet gjennom sin egen skolegang og videreutviklet gjennom høyere matematiske studier. Lærersvarene avviket ofte fra ingeniørenes svar. Det interessante med disse besvarelsene kom først frem i lærerintervjuet og analysen av dem. Lærernes svar var på ingen måte tilfeldige, og datamaterialet viser at lærerne besvarte oppgavene ut fra en annen kunnskapskategori enn ingeniørene. De brukte fortrinnsvis kunnskap hentet fra sin egen undervisningserfaring. Disse lærernes fagdidaktiske kunnskap virker derfor nært knyttet til egen praksis (Baumert et al., 2009), og det er nærliggende å tro at det er erfaringer og lærdom fra dette arbeidet som har utstyrt lærerne med den kunnskapen jeg velger å kategorisere som fagdidaktisk kunnskap (Ma, 1999).

På bakgrunn av lærernes fagdidaktiske kunnskap identifiserte jeg lærernes spesialiserte fagkunnskap fortrinnsvis som en forutsetning for lærernes fagdidaktiske kunnskap. I lærerintervjuet beskrev lærerne helt konkret ulike måter å konkretisere forskjellige matematiske oppgaver på. I disse beskrivelsene ble lærernes spesialiserte fagkunnskap belyst som; kunnskap om hvordan den abstrakte matematikken kan illustreres og konkretiseres. Dette er helt klart en type kunnskap som er mer spesialisert og rettet mot de som skal undervise i matematikk (Hill et al., 2008b). For ingeniørene er det nok å vite hvordan de skal løse oppgaver som $1\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} =$ __ . Lærere har behov for en annen type fagkunnskap som setter dem i stand til å koble matematikken til ulike typer figurer og hjelpemidler. Dersom lærerne ikke hadde hatt denne kunnskapen ville de fremdeles kunne brukt figurer og hjelpemidler, men kvaliteten på undervisningen ville blitt kraftig redusert. Undervisningen ville også blitt innholdsløs og tilfeldig (Ma, 1999).

Ut fra en annen innfallsvinkel ble lærernes spesialiserte fagkunnskap belyst som; kunnskap om matematikkens oppbygning og fagets struktur (Ball et al., 2008). Ingeniørene kunne for eksempel ut fra et matematisk resonnement komme frem til de mest generelle og matematisk sterkeste reglene. Lærerne på sin side valgte svaralternativ ut fra sin kunnskap om faglig innhold og eleven. De favoriserte mer konkrete svaralternativ og forsvarte dette med fagdidaktiske argumenter. I denne argumentasjonen ble det også tydelig at spesialisert fagkunnskap er en forutsetning for fagdidaktisk kunnskap. Det er nemlig ikke nok å vite *at* de yngste elevene drar nytte av en undervisning som går fra de konkrete eksemplene til de mer abstrakte, en må også vite hvilke eksempel som egner seg for å få frem bestemte matematiske poeng (Hill et al., 2008b).

Kort oppsummert belyser studien en liten del av lærernes spesialiserte fagkunnskap som en forutsetning for lærernes fagdidaktiske kunnskap og som en annen type kunnskap enn allmenn fagkunnskap. Om denne spesialiserte fagkunnskapen kan relateres til lærernes utdannelse eller praksis har jeg ikke belegg for å si så mye om, men ut fra lærernes begrensede matematiske utdannelse virker det sannsynlig at disse to lærernes UKM hovedsakelig er et resultat av undervisningspraksis (Ma, 1999). Ut fra denne studien fremstår utdannelse som den viktigste påvirkningsfaktoren med tanke på lærernes fagkunnskap. Videre virker det som om lærernes spesialiserte fagkunnskap er en avgjørende komponent av lærernes UKM som delvis kan utvikles gjennom undervisningspraksis, men som trolig vil styrkes av en solid allmenn fagkunnskap. I studien min har jeg fått et lite innblikk i to læreres

UKM. I tillegg til å belyse ulike forhold ved lærernes spesialiserte fagkunnskap har denne studien også presentert andre interessante momenter ved lærernes UKM som det kunne vært spennende og sett nærmere på i andre studier.

6.1 Implikasjoner

Det er viktig å presisere at avhengighetsforholdet mellom lærernes fagdidaktiske kunnskap og spesialiserte fagkunnskap gjorde det vanskelig å gi en beskrivelse av den spesialiserte fagkunnskapen alene, og at virkeligheten selvfølgelig er mer kompleks enn hva denne studien klarer å gjøre rede for. Jeg mener allikevel at dette er en spennende dokumentasjon av to komponenter av lærernes spesialiserte fagkunnskap. Samtidig vurderer jeg mine funn som en oppfordring til videre studier på de ulike kunnskapskategoriene av lærernes UKM. En spennende innfallsvinkel ville vært og utvidet denne typen studie med lærere som har høyere matematisk utdannelse. Det hadde vært interessant og sammenlignet lærere som underviser på de laveste trinnene på bakgrunn av forskjeller i utdannelse (lengde, type og kvalitet).

Jeg har fått en fornemmelse av at allmenn fagkunnskap henger nøye sammen med utdannelse, og at den har innvirkning på den spesialiserte fagkunnskapen. Samtidig fremstår spesialisert fagkunnskap som et bindeledd mellom lærernes allmenne fagkunnskap og fagdidaktiske kunnskap. Dersom dette er tilfelle vil spesialisert fagkunnskap fremstå som den avgjørende faktoren i lærernes UKM, og med det som et svært sentralt element i lærerutdanningen. Virkeligheten tegner et helt annet bilde. Ifølge Fauskanger og Mosvold (2008) ønsker lærere som arbeider med de yngste elevene først og fremst didaktiske kurs uten for mye matematikk, samtidig gir lærerstudenter uttrykk for at det er nok å ”bestå matematikkeksamen” for å undervise på de laveste trinnene. Disse holdningene står i sterk kontrast til Ball og kollegaer (2005) som har funnet at matematisk kunnskap også er av avgjørende betydning for de som arbeider med de yngste elevene. Dersom en ønsker å endre denne typen holdninger vil beskrivende studier av de ulike komponentene av lærernes UKM være ett skritt i riktig retning.

Det kunne også vært interessant og utvidet denne studien videre, og studert de to lærernes undervisningspraksis. I denne studien har jeg bare analysert lærernes refleksjoner og beskrivelser av praksis, og ut fra dette har jeg fremsatt noen hypoteser om lærernes UKM. Observasjon av den faktiske undervisningen ville helt klart hatt en styrkende funksjon for de aktuelle funnene. I en slik studie ville jeg også kunnet sett nærmere på hvordan lærernes fagkunnskap faktisk påvirker den fagdidaktiske kunnskapen deres med tanke på de ulike undervisningsutfordringene som blir beskrevet i litteraturen (Ball et al., 2008).

Avslutningsvis har jeg erfart at kombinasjonen mellom UKM-oppgaver og kvalitative intervju kan gi et innholdsrikt datamateriale, og at en tematisk analyse av dette kan bidra til å belyse lærernes UKM. Jeg mener at dette er en spennende måte å benytte seg av et allerede eksisterende forskningsverktøy for å finne ut mer om de ulike kategoriene av lærernes kunnskap. Denne typen studier vil kunne bidra til å si noe, nettopp om hvilken kunnskap en burde ønske å heve.

Referanser

Adams, R. (2005). *PISA 2003 Technical Report*. Organization for Economic Co-operation and Development.

Alseth, B., Nordberg, G., & Røsseland, M. (2008). *Multi 7a Grunnbok*. Oslo: Gyldendal Undervisning.

An, S., Kulm, G., & Wu, Z. (2004). The pedagogical content knowledge of middle school mathematics teachers in China and the U.S. *Journal of Mathematics Teacher Education, 7(2)*, 145-172.

Ball, D. L., & Bass, H. (2003). Toward a practice-based theory of mathematical knowledge for teaching. I B. Davis & E. Simmt (Red.), *Proceedings of the 2002 Annual Meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group*, (s. 3-14). Edmonton, AB: CMESG/GCEDM.

Ball, D. L., Hill, H. C., & Bass, H. (2005). Knowing Mathematics for Teaching. Who Knows Mathematics Well Enough To Teach third Grade, and How Can We Decide? *American Educator, (Fall 2005)*, 14-17+20-22+43-46.

Ball, D. L., & Hill, H. C. (2008). Mathematical Knowledge for Teaching (MKT) measures. Mathematics released items 2008. Hentet 03. januar 2010, fra http://sitemaker.unich.edu/lmt/home

Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education, 59(5)*, 389-470.

Baumert, J., Kunter, M., Blum, W., Brunner, M., Voss, T., Jordan, A., Klausmann, U., Krauss, S., Neubrand, M., & Tsai, Y. (2009). Teachers' Mathematical Knowledge, Cognitive Activation in the Classroom, and Student Progress. *American Educational Research Journal*, *47(1)*, 133-180.

Bjuland, R., Cestari, M. L., & Borgersen, H. E. (2008). The interplay between gesture and discourse as mediating devices in collaborative mathematical reasoning. A multimodal approach. *Mathematical Thinking and Learning*, *10(3)*, 271-292.

Burgess, T. A. (2006). A framework for examining teacher knowledge as used in action while teaching statistics. I A. Rossman & B. Chance (Red.), *Proceedings of the 7th International Conference on Teaching Statistics*, July 2-7, Salvador, Bahia, Brazil. International Association for Statistical Education and International Statistical Institute. Hentet 10. januar 2010, fra http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/17/6F4_BURG.pdf

Cochran-Smith, M. & Zeichner, K. (eds) (2005), *Studying Teacher Education*, American Educational Research Association, Washington, D.C.

Dalland, O. (2008). *Metode og oppgaveskriving for studenter*. Oslo: Gyldendal Akademisk.

Delaney, S. (2008). *Adapting and using U.S. measures to study Irish teachers' mathematical knowledge for teaching*. Doktoravhandling. University of Michigan, Ann Arbor.

Delaney, S., Ball, D., Hill, H., Schilling, S., & Zopf, D. (2008). "Mathematical knowledge for teaching": adapting U.S. measures for use in Ireland. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *11(3)*, 171-197.

Engelsen, B. U. (2002). *Kan læring planlegges? Arbeid med læreplaner – hva, hvordan, hvorfor*. Oslo: Gyldendal Akademisk.

Fauskanger, J., Bjuland, R., & Mosvold R. (in press). "Eg kan jo multiplikasjon, men ka ska eg gjørr?" – det utfordrende undervisningsarbeidet i matematikk. I G. Engvik, B. Hanssen, & T. Løkensgard Hoel (Red.), *Nyutdannede lærere i de første yrkesårene.* Tapir Akademisk Forlag.

Fauskanger, J., & Mosvold, R. (2008). Kunnskaper og oppfatninger – implikasjoner for etterutdanning. *Norsk Pedagogisk Tidsskrift*, *92(3)*, 187-197.

Fauskanger, J., & Mosvold, R. (2010). Undervisningskunnskap i matematikk: Tilpasning av en amerikansk undersøkelse til norsk, og læreres opplevelse av undersøkelsen. *Norsk Pedagogisk Tidsskrift*, *94(2)*, 112-123.

Grønnmo, L. S., & Onstad, T. (red.) (2009). *Tegn til bedring i matematikk: Norske elevers prestasjoner i matematikk og naturfag i TIMSS 2007*. Oslo: Unipub.

Hedrén R. (2003). Regning i skolen i dag og i morgen. I B. Grevholm (Red.), *Matematikk for skolen* (s. 71-98). Bergen: Fagbokforlaget.

Hill, H. C., Ball, D. L., & Schilling, S. (2008b). Unpacking ”pedagogical content knowledge”: Conceptualizing and measuring teachers´ topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, *39(4)*, 372-400.

Hill, H. C., Blunk, M., Charalambous, C., Lewis, J., Phelps, G., Sleep, L., & Ball, D. L. (2008a). Mathematical knowledge for teaching and the mathematical quality of instruction: An exploratory study. *Cognition and Instruction*, *26(4)*, 430-511.

Hill, H. C., Rowan, B., & Ball, D. L. (2005). Effects of teachers' Mathematical Knowledge for Teaching on Student Achievement. *American Educational Research Journal*, *42(2)*, 371-406.

Hill, H. C., Schilling, S. G., & Ball, D. L. (2004). Developing measures of teachers' mathematics knowledge for teaching. *The Elementary School Journal*, *105(1)*, 11-30.

Hundeland, P. S. (2010). *Matematikklærerens kompetanse. En studie om hva lærerne på videregående trinn vektlegger i sin matematikkundervisning*. Doktoravhandling, Universitetet i Agder, Kristiansand.

Imsen G. (2001). *Elevens verden.* Oslo: Universitetsforlaget.

Imsen G. (2002). Lærerens verden. Oslo: Universitetsforlaget.

Kjærnsli, M., Lie, S., Olsen, R. V., & Roe, A. (2007). *Tid for tunge løft: norske elevers kompetanse i naturfag, lesing og matematikk i PISA 2006*. Oslo: Universitetsforlaget.

Kotsopoulos D., & Lavigne, S. (2008). Examining ”mathematics for teaching” through an analysis of teachers’ perceptions of student ”learning paths”. *International Electronic Journal of Mathematics Education, 3(1)*. Hentet 10. januar 2010, fra http://www.iejme.com

Kvale, S., & Brinkmann, S. (2009). *Det kvalitative forskningsintervju*. Oslo: Gyldendal Akademisk.

Lederman, N. G., & Gess-Newsome, J. (1992). Do Subject Matter Knowledge, Pedagogical Knowledge and Pedagogical Content Knowledge Constitute the Ideal Gas Law of Science Teaching? *Journal of Science Teacher Education, 3(1)*, 16-20.

Leinhardt, G., & Smith, D. (1985). Expertise in mathematics instruction: Subject matter knowledge. *Journal of Educational Psychology, 7(3)*, 247-271.

LMT (n.d.). Learning Mathematics for Teaching (LMT) Project. Hentet 10. januar 2010, fra http://sitemaker.umich.edu/lmt/home

Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers’ understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Hillsdale, NJ:Erlbaum.

Mathisen, A. (2008). Hentet 10. januar 2010, fra http://arvema.com

Mosvold, R., & Fauskanger, J. (2009, April). Challenges of translating and adapting the MKT measures for Norway. Paper presented at the AREA 2009 Annual Meeting.

Mosvold, R., Fauskanger, J., Jakobsen, A., & Melhus, K. (2009). Translating test items into Norwegian – without getting lost in translation? *Nordic Studies in Mathematics Education, 14(4)*, 101-123.

Multi (n.d.). Multi- Matematikk for barnetrinnet. Hentet 01. mai 2010, fra www.gyldendal.no/multi

Ng, D., Mosvold, R., & Fauskanger, J. (2010). Translating and Adapting the Mathematical Knowledge for Teaching (MKT) Measures: The Cases of Indonesia and Norway. Manuskript innsendt for publisering.

Niss, M. (2003). Den matematikkdidaktiske forskningens karakter og status. I B. Grevholm (Red.), *Matematikk for skolen* (s. 335-364). Bergen: Fagbokforlaget.

Ohna, S. E. (2000). *Å skape et selv. Døves fortellinger om interaksjoner med hørende*. Avhandling til graden dr. polit. Universitetet i Oslo, Oslo.

Orton, A. (2004). *Learning mathematics: Issues, theory and classroom practice*. London: Continuum.

Pedersen, B. B., Pedersen, P. I., & Skoogh, L. (2005). *ABAKUS Grunnbok 7A*. Otta: Aschehoug.

Pekhonen, E. (2003). Lærere og elevers oppfatning som en skjult faktor i matematikkundervisningen. I B. Grevholm (Red.), *Matematikk for skolen* (s. 335-364). Bergen: Fagbokforlaget.

Peña, E. D. (2007). Lost in translation: Methodological considerations in cross-cultural research. *Child Development, 78(4)*, 1255-1264.

Piaget, J. (1973). *Barnets psykiske utvikling*. Oslo: Cappelen.

Rowland, T., & Turner, F. (2008) ”How shall we talk about ”subject knowledge” for mathematics teaching?”. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics, 28(2)*, 91-96.

Schilling, S. G., & Hill, H. C. (2007). Assessing Measures of Mathematical Knowledge for Teaching: A validity argument approach. *Measurement: Interdisciplinary Research and Perspective, 5(2)*, 70-80.

Schoenfeld, A. H. (2007). The complexities of assessing teacher knowledge. *Measurement: Interdisciplinary Research and Perspectives, 5(2),* 198-204.

Schwab, J. J. (1978). Education and the structure of the disciplines. I I. Westbury & N.J. Wilkof (Red.), *Science, curriculum and liberal education* (s. 229-272). Chicago: University of Chicago Press.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher, 15(2)*, 4-14.

Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review, 57(1)*, 1-22.

Silverman, D. (2001). *Interpreting Qualitative Data: Methods for analyzing talk, text and interaction: 2nd edition*, London: Sage.

Silverman, J., & Thompson, P. W. (2008). Toward a framework for the development of mathematical knowledge for teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education, 11(6)*, 499-511.

Singh J. (1995). Measurement issues in cross-national research. *Journal of international Business Studies, 26(3),* 597-619.

Thagaard, T. (2009). *Systematikk og innlevelse – en innføring i kvalitativ metode*. Bergen: Fagbokforlaget.

Thompson, P. W., Carlson, M. P., & Silverman, J. (2007). The design of tasks in support of teachers' development of coherent mathematical meanings. *Journal of Mathematics Teacher Education, 10(4-6)*, 415-432.

Utdanningsdirektoratet (2006). Læreplanverket for Kunnskapsløftet. Oslo: Utdanningsdirektoratet.

von Glaserfeld, E. (1990). An Exposition of Constructivism: Why Some Like it Radical. I R. B. Davis, C. A. Maher & N. Noddings (Red.), *Constructivist Views on the Teaching and Learning of Mathematics* (s. 19-29). Reston, VA: NCTM.

Widerberg, K. (2005). *Historien om et kvalitativt forskningsprosjekt*. Oslo: Universitetsforlaget.

Vedlegg I

Vedlegg nr 1- Undervisningsutfordringer

· Presentere matematiske ideer

· Respondere på elevenes "hvorfor"-spørsmål

· Finne eksempel for å få frem et bestemt matematisk poeng

· Være klar over hva som involveres når en bestemt fremstilling tas i bruk

· Knytte representasjoner til underliggende ideer og til andre representasjoner

· Knytte emnet en underviser i, til emner fra tidligere år, eller til kommende emner

· Forklare matematiske mål og hensikter til foreldre

· Vurdere og tilpasse det matematiske innholdet i lærebøker

· Endre oppgaver slik at de blir mer eller mindre utfordrende

· Forklare om elevenes påstander er rimelige (ofte raskt)

· Gi, eller evaluere, matematiske forklaringer

· Velge og utvikle gode definisjoner

· Bruke matematisk notasjon og språk, og bedømme bruken

· Stille fruktbare matematiske spørsmål

· Velge ut hensiktsmessige representasjoner

· Undersøke likheter

(Ball, Thames & Phelps, 2008, s. 4, oversatt)

Vedlegg nr 2- Oversatte UKM-oppgaver (frigitte)

Learning Mathematics for Teaching

Denne undersøkelsen inkluderer følgende komponenter:

1. Omslagsark.
2. Copyright informasjon.
3. Brev til deltakerne.
4. Instruksjonsside.
5. Utvalgte MKT-items.
6. Takk for at du svarte.

Learning Mathematics for Teaching

Undervisningskunnskap i matematikk. - *En intervjustudie for å identifisere og beskrive matematikklærerens profesjonskunnskap.*

Våren 2010

Learning Mathematics for Teaching
University of Michigan
School of Education
610 E. University #1600
Ann Arbor, MI 48109-125

Til deltakerne

Tema for dette prosjektet er matematikklærerens profesjonskunnskap. Jeg ønsker å se nærmere på hvilken type fagkunnskap matematikklæreren har, hvilke likheter og forskjeller som kan observeres ved å sammenligne lærere med en annen yrkesgruppe som bruker matematikken med et annet formål enn undervisning.

Måten jeg ønsker å gjøre det på er å intervjue en gruppe erfarne matematikklærere og en gruppe ingeniører som bruker matematikk i det daglige arbeidet sitt. Jeg vil gjennomføre to gruppeintervju som tar utgangspunkt i oppgaveløsing. Jeg ønsker på denne måten å se nærmere på hvordan lærere og ingeniører jobber med, og reflekterer rundt slike oppgaver i en gruppekontekst. Intervjuene kommer til å dokumenteres ved hjelp av video og audio, og målet er å identifisere matematikkens mange ansikt.

Dette er ikke en studie for å finne ut hvor mye matematikk den enkelte kan. Dette er en studie for å identifisere og beskrive ulike typer matematisk kunnskap. Det er helt frivillig å delta i prosjektet og du kan på hvilket som helst tidspunkt trekke deg og kreve personopplysningene som er gitt anonymisert, uten å måtte begrunne dette nærmere.

På forhånd takk for hjelpen!

INSTRUKSJONER

a) Besvar spørsmålene ved å sirkle inn valgene dine, som i eksemplet under:

1. During a unit on functions, Ms. Lopez asks her students to write journal entries on exponential growth. Which of the following journal entries illustrate exponential growth? (For each item below, circle EXPONENTIAL, NOT EXPONENTIAL or I'M NOT SURE.)

	Exponential	Not exponential	I'm not sure
a) An example of exponential growth would be if you got a 1% raise each year.	1	2	3
b) An example of exponential growth would be if a car increases in speed by 10 miles per hour every second.	1	2	3
c) Exponential growth is when the y-axis increases faster than the x-axis. For example, if each time the x-coordinate goes up by 2, the y-coordinate goes up by 3.	1	2	3

b) Svarene dine er frivillige og konfidensielle. Hvis du kommer til et spørsmål som du ikke ønsker å besvare, kan du rett og slett hoppe over det. Vi håper du vil svare på så mange spørsmål som mulig.

Utvalgte UKM-oppgaver

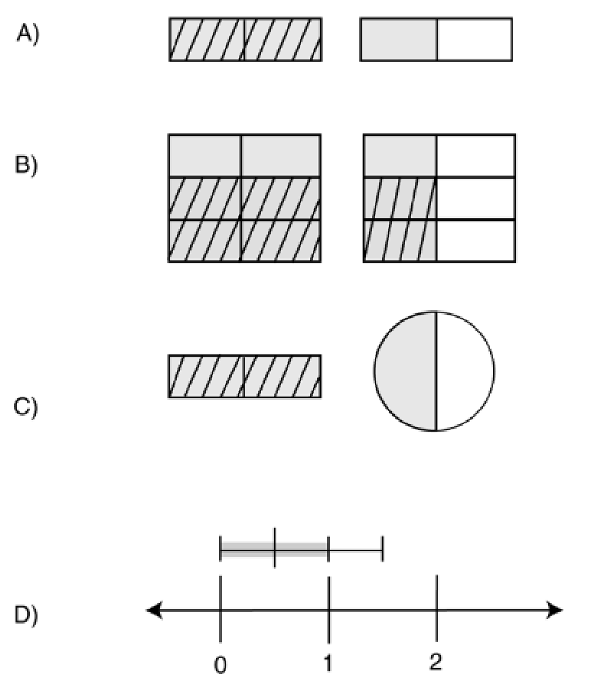
1

Ellen jobbet med regler for delelighet i klassen sin. Hun fortalte klassen at et tall er delelig med 4 hvis og bare hvis de to siste sifrene i tallet er delelig med 4. En av elevene spurte henne hvorfor denne regelen for 4 tallet fungerte. Hun spurte de andre elevene om de kunne finne ut av dette, og flere mulige forklaringer ble foreslått. Hvilken av de følgende påstandene kommer nærmest en forklaring på regelen for delelighet med 4? (Marker ETT svaralternativ.)

a) Fire er et partall, og oddetall er ikke delelige med partall.
b) Tallet 100 er delelig med 4 (og det er også 1000, 10 000, osv.).
c) Annethvert partall er delelig med 4, for eksempel 24 og 28 men ikke 26.
d) Det fungerer bare når summen av de to siste sifrene er et partall.

2

På et etterutdanningskurs for lærere ble det fokusert på ulike måter å representere oppgaver som involverte multiplikasjon av brøk. Personen som ledet kurset rettet oppmerksomheten deres mot eksempler som ikke representerer multiplikasjon av brøk på en tilstrekkelig måte. Hvilken av modellene nedenfor kan ikke brukes til å vise at $1\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = 1$? (Marker ETT svaralternativ.)



3

Klassen til Anne utforsket mønstre i addisjon av hele tall. Elevene hennes la merke til at hver gang de la sammen et partall og et oddetall så ble summen et oddetall. Anne ba elevene om å forklare hvorfor denne påstanden stemmer for alle hele tall.

Etter å ha gitt klassen tid til å arbeide med dette, ba hun Emma om å presentere sin forklaring:

Jeg kan dele opp partallet i to like grupper, og jeg kan dele opp oddetallet i to like grupper med en til overs. Når jeg legger dem sammen får jeg et oddetall, som betyr at jeg kan dele opp summen i to like grupper med en til overs.

Hvilket av de følgende alternativene illustrerer Emmas forklaring best? (Marker ETT svaralternativ.)

a) Den gir et generelt og effektivt grunnlag for påstanden.

b) Den er riktig, men det ville vært mer effektivt å undersøke om enerplassen i summen er 1, 3, 5, 7 eller 9.

c) Den viser bare at påstanden stemmer for ett eksempel, heller enn at den alltid stemmer.

d) Den antar det den forsøker å vise i stedet for å forklare hvorfor summen er et oddetall.

4

Elevene til John har arbeidet med å sortere desimaltall i stigende rekkefølge. Tre av elevene, Sebastian, Tea og Hanna, sorterer desimaltall slik:

1,1 12 48 102 31,3 0,676

Hvilken feil er det disse elevene gjør? (Marker ETT svaralternativ.)

a) De ignorerer plassverdi.

b) De ignorerer desimalkomma.

c) De gjetter.

d) De har glemt at det finnes tall mellom 0 og 1.

e) De gjør alle feilene ovenfor.

5

Elevene til Kåre arbeider med sammenligning og rangering av brøker. Elevene vet hvordan de skal sammenligne brøker med felles nevner, men Kåre ønsker også at de skal utvikle andre intuitive metoder.

Hvilken av de følgende listene med brøker vil være best egnet til å hjelpe elevene med å utvikle flere ulike strategier for å sammenligne brøker? (Marker ETT svaralternativ.)

a) $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{20}$ $\frac{1}{19}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{10}$

b) $\frac{4}{13}$ $\frac{3}{11}$ $\frac{6}{20}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{2}{5}$

c) $\frac{5}{6}$ $\frac{3}{8}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{7}$ $\frac{1}{12}$

d) Alle disse vil fungere like bra.

6

Gerd planlegger å gi elevene sine følgende oppgave:

En baker lager eplekake. Hvis han bruker $\frac{3}{4}$ eple til hver kake, hvor mange kaker kan han lage av 15 epler?

Siden det er en stund siden elevene har jobbet med brøk, bestemmer hun seg for å forberede dem ved å gi dem en enklere utgave av oppgaven først. Hvilken av de følgende oppgavene vil være mest nyttig for å forberede elevene på å jobbe med oppgaven ovenfor? (Marker ETT svaralternativ.)

I. En baker skal bake sjokoladekake. Han har 8 sjokoladeplater i skuffen sin. Hvis han bruker $\frac{1}{4}$ av sjokoladeplatene per kake, hvor mange sjokoladeplater bruker han da i hver kake?

II. En baker skal bake sjokoladekake. Hvis han bruker $\frac{1}{4}$ sjokoladeplate per kake, hvor mange kaker kan han da lage av 9 sjokoladeplater?

III. En baker skal bake sjokoladekake. Hvis han bruker $\frac{3}{4}$ sjokoladeplate i hver kake, hvor mange kaker kan han lage med 10 sjokoladeplater?

a) Bare I
b) Bare II
c) Bare III
d) Bare II og III
e) Både I, II og III

#7

Elevene til Kai arbeidet med å verifisere ekvivalensen mellom utrykk. Han ba elevene forklare hvorfor utrykkene a – (b + c) og a – b – c er like. Noen av svarene som elevene ga er listet opp.

Hvilket av de følgende utsagnene kommer nærmest en forklaring på hvorfor a – (b + c) og a – b – c er ekvivalente? (Marker ETT svaralternativ.)

a) De er like fordi vi vet at a – (b + c) ikke er det samme som a – b + c, derfor må det være lik a– b – c.

b) Dersom du setter inn tall, som a = 10, b = 2 og c = 5, så får du 3 for begge utrykkene. Derfor er de ekvivalente.

c) De er like på grunn av den assosiative lov. Vi vet at a – (b + c) er lik (a – b) – c som igjen er lik a – b – c.

d) De er ekvivalente fordi du må gjøre det samme på begge sider.

e) De er like på grunn av den distributive lov. Når vi multipliserer (b + c) med – 1 så får vi – b – c.

8
Liva hadde en time der fokus var på å løse oppgaver som inneholdt en ulikhet. Hun presenterte følgende oppgave:

$$-x < 9$$

Maia løste denne oppgaven ved å snu ulikhetstegnet når hun delte på -1, slik at $x > -9$. En annen elev spurte hvorfor vi snur ulikhetstegnet når vi deler på et negativt tall. Liva ba de andre elevene om å forklare dette. Hvilken elev ga den beste forklaringen på hvorfor denne metoden virker? (Marker ETT svaralternativ).

a) Fordi det motsatte av x er mindre enn 9.

b) Fordi du må legge til en x på begge sider av ulikhetstegnet for å løse denne oppgaven.

c) Fordi vi ikke kan tegne $-x < 9$ på en tallinje så deler vi på minustegnet og snur ulikhetstegnet.

d) Fordi denne metoden er en snarvei for å flytte både x og 9 på andre siden av ulikhetstegnet. Dette gir det samme svaret som Maia fikk, men på en annen form: $-9 < x$.

9

Kari hadde fødselsdag, og sammen med læreren laget hun en matematikkoppgave til de andre elevene:

Kari er nøyaktig dobbelt så gammel som broren sin. Når vil hun være dobbelt så gammel som broren sin igjen?

Elevene kom med følgende forslag. Hvilket av forslagene vil du akseptere som riktig? (Marker ETT svaralternativ.)

a) Det vil inntreffe hvert annet år.
b) Det avhenger av alderen til Kari.
c) Det vil inntreffe når hun er dobbelt så gammel som hun er nå.
d) Det vil aldri inntreffe igjen

Vedlegg nr 3- Intervjuguide

Introduksjon:

Om meg selv:

Tema for prosjektet:

Matematikklærernes profesjonskunnskap.

- hvilken type fagkunnskap har matematikklæreren
- likheter/forskjeller mellom lærere/ingeniører
- Dette er ikke en studie for å finne ut hvor mye matematikk den enkelte kan. Dette er en studie for å identifisere og beskrive ulike typer matematisk kunnskap.

Praktisk informasjon:

- 60-90 minutter
- Audio og video
- 10 oppgaver som skal fungere som utgangspunkt for intervjuet
- løs oppgavene individuelt, bruk den tiden dere trenger
    - Noter gjerne tanker og refleksjoner underveis
    - Hva er vanskelig/lett? Hvorfor?
    - Tanker om oppgaven
    - Tanker om matematikken
    - Tanker om kunnskap
    - Bruk kalkulator hvis behov
    - Når dere er ferdige så kan dere strekke litt på bena
    - Gruppesamtalen begynner når begge er ferdige
- Gruppesamtale
    - Emner
    - Oppgave for oppgave

Etterarbeid:

- Analysere de to fokusgruppeintervjuene ut fra min problemstilling
- Anonymisere- jeg er ikke ute etter enkeltbesvarelsene
- Taushetsplikt/konfidensielt
- Du har rett til å trekke deg fra prosjektet

- Resultatene vil bli presenteret som gruppedata, uten at den enkelte skal kunne gjenkjennes utenfor gruppen.

Studien er meldt til Personvernombudet for forskning (NSD)

Har dere spørsmål før vi setter i gang?

Hvilke emosjoner frembringer denne settingen hos deg?	Hvorfor valgte du å løse oppgaven slik?	Hvordan vil du knytte denne oppgaven til andre områder innenfor matematikken?	Hva tror du er grunnleggende ferdigheter en bør ha for å kunne jobbe med denne typen matematikk?
Var det noe med oppgaven som ble problematisk for deg? Språk? Andre faktorer?	Hva gjør oppgaven lett/vanskelig?	Utdannelse eller praksis?	Hva mener du er basiskunnskap for å få til denne oppgaven?
Hvorfor klarer du/klarer du ikke å løse denne oppgaven?	Hvordan opplevde du denne oppgaven?	Hvilken type kunnskap krever denne oppgaven at du har?	Er dette elementær matematikk?
Hvorfor svarte du som du svarte? Hvorfor valgte du bort de andre alternativene?	**OPPGAVE** **Innledning** Yrke: Relevant praksis: Utdannelse: Syn på matematikkfaget:		Savner du en type kunnskap som kunne gjort det lettere for deg å løse oppgaven?
Er dette en type kunnskap ”alle” burde mestre? Hvorfor/Hvorfor ikke?	Hvordan tror du denne oppgaven oppleves for den andre yrkesgruppen?	Hvorfor valgte du å løse denne oppgaven slik?	Hvordan vil du relatere denne delen av matematikken til resten av emnene? Kunnskapspakke?
	Hvilke tanker har du om din egen profesjonskunnskap i matematikk? Styrker/svakheter?		Finnes det andre metoder? Hvorfor valgte du ikke disse? Algoritme? Andre løsningsstrategier?

Avslutning:

Tusen takk for hjelpen.

Dersom det skulle være noe dere kommer på i etterkant, så er dere velkommen til å ta kontakt.

Vedlegg nr 4- Informasjon og samtykkeerklæring

Forespørsel om å delta i intervju i forbindelse med masteroppgave

Jeg er student ved Universitetet i Stavanger, og er nå i ferd med å avslutte et toårig studium som heter *Master i Grunnskolens matematikkfag*. Den avsluttende delen av dette studiet er å skrive en masteroppgave basert på forskningsarbeid, og det er i den forbindelse jeg er på utkikk etter personer som kunne tenkt seg å delta i et intervju tilknyttet prosjektet mitt.

Tema for prosjektet er *matematikklærerens profesjonskunnskap*. Jeg ønsker å se nærmere på hvilken type fagkunnskap matematikklæreren har, hvilke likheter og forskjeller som kan observeres ved å sammenligne lærere med en annen yrkesgruppe som bruker matematikken med et annet formål enn undervisning. Måten jeg ønsker å gjøre det på er å intervjue en gruppe erfarne matematikklærere og en gruppe ingeniører som bruker matematikk i det daglige arbeidet sitt. Jeg vil gjennomføre to gruppeintervju som tar utgangspunkt i oppgaveløsing. Jeg ønsker på denne måten å se nærmere på hvordan lærere og ingeniører jobber med, og reflekterer rundt slike oppgaver i en gruppekontekst. Intervjuene kommer til å dokumenteres ved hjelp av video og audio, og målet er å identifisere matematikkens mange ansikt. Hvert intervju forventes å ta mellom 60 og 90 minutt. Dette er ikke en studie for å finne ut hvor mye matematikk den enkelte kan. Dette er en studie for å identifisere og *beskrive ulike typer matematisk kunnskap*.

Audio- og videoopptakene kommer til å være utgangspunkt for transkripsjon og videre analyse. I denne prosessen vil enkeltpersoner anonymiseres og fokus for analysen vil være knyttet til tema for forskningsprosjektet. De konkrete audio- og videoopptakene skal kun benyttes av meg i samarbeid med min veileder, og personidentifiserbare opplysninger vil bli slettet 3 måneder etter prosjektets avslutning i påvente av eventuell oppfølging. De er underlagt taushetsplikt og vil behandlet strengt konfidensielt. Prosjektet forventes å være ferdig i midten av juni 2010. Det er helt frivillig å delta i prosjektet og du kan på hvilket som helst tidspunkt trekke deg og kreve personopplysningene som er gitt anonymisert, uten å måtte begrunne dette nærmere. Resultatene av studien vil bli publisert som gruppedata, uten at den enkelte skal kunne gjenkjennes utenfor gruppen.

Studien er meldt til Personvernombudet for forskning, Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste A/S.

Dersom du har lyst å være med på intervjuet, er det fint om du skriver under på den vedlagte samtykkeerklæringen. Denne vil leveres til og arkiveres hos veilederen min Raymond Bjuland.

Har du spørsmål i forbindelse med din deltakelse i prosjektet kan du ringe meg på 932 91 322, eller sende en e-post til irene_aarstad@yahoo.no. Du kan også kontakte min veileder Raymond Bjuland ved UiS på mail: raymond.bjuland@uis.no.

Med vennlig hilsen

____

Irene Aarstad
Nedre Holmegate 9E, leil. 404
4006 Stavanger

- -

Samtykkeerklæring:

Jeg har mottatt informasjon om prosjektet ”***Undervisningskunnskap i matematikk***- *En intervjustudie for å identifisere og beskrive matematikklærerens profesjonskunnskap*” og ønsker å stille på intervju.

Signatur ………………………………….

Vedlegg nr 5- Transkripsjonsnøkkel

Funksjon	**Tegn**	**Beskrivelse**
Overtakelse	tekst~ ~tekst	Indikerer når en person overtar og fortsetter å snakke uten at det er pause imellom
Pause (≥ 1 s)	(ns) der n = antall sekunder Eks. (6s)	Pauser i antall sekunder
Kort pause (≤ 1 s)	(.)	Pauser på under et sekund
Spørsmål	?	Indikerer et spørsmål
Ukjent tekst	(ukjent tekst)	Indikerer når det som blir sagt er helt ugjenkjennelig og blir ikke transkribert

Vedlegg nr 6- Transkripsjonsskjema

Nr	Tid	Hvem	Undervisningsutfordringer	Diskurs	Allmenn fagkunnskap	Spesialisert fagkunnskap	Fagdidaktisk kunnskap

Vedlegg II- Transkripsjon

Alle transkripsjonene er tilgjengelige i et elektronisk dokument hos forfatter. Vedlegg II kan sendes elektronisk ved forespørsel til forfatter. (irene_aarstad@yahoo.no).