Universitetet
i Stavanger

DET HUMANISTISKE FAKULTET

MASTEROPPGAVE

Studieprogram: Master i matematikkdidaktikk	Vårsemesteret, 2013 Åpen
Forfatter: Marianne Espedal Boge	……………………………………… (signatur forfatter)
Veileder: Reidar Mosvold	
Tittel på masteroppgaven: Læreres oppfatninger om undervisningskunnskap i matematikk knyttet til definisjoner. Engelsk tittel: Teachers' beliefs about mathematical knowledge for teaching regarding definitions.	
Emneord: Oppfatninger Undervisningskunnskap i matematikk Definisjoner	Sidetall: 67 + vedlegg/annet: 95 Stavanger, 02.05.2013 dato/år

Sammendrag

Denne masteroppgaven er en del av en større kvalitativ studie, og jeg har analysert deler av datamaterialet fra denne større studien for å finne ut mer om hvilke oppfatninger lærere har om den kunnskapen de trenger for å undervise om matematiske definisjoner. Viktige begrep i oppgaven er kunnskap og oppfatninger. Dette er to begrep som det er diskusjon rundt og som til tider kan være vanskelige å skille fra hverandre.

For å finne svar på forskningsspørsmålet har jeg tatt utgangspunkt i et allerede innsamlet datamateriale, som inneholder flervalgsoppgaver, skriftlige og muntlige refleksjoner. I analysen uthevet tre hovedkategorier seg: «Læreres oppfatninger/forståelse rundt definisjoner», «Læreres vektlegging av definisjoner» og «Didaktiske metoder knyttet til definisjoner». Gjennom disse har jeg søkt å finne svar på forskningsspørsmålet.

Jeg kategoriserer deler av resultatene i følgende kategorier: «instrumentell», «platonisk» og «problemløsende». Jeg blir i prosessen oppmerksom på den store innvirkningen ens egne oppfatninger om matematikkens natur har for undervisningen. Denne innvirkningen er så betydningsfull at diskusjon omkring disse kategoriene blir inkludert i alle «analysekategoriene». Resultatene fra analysen viser at det er store forskjeller i læreres oppfatninger av og vektlegging av definisjoner.

Forord

Høsten 2010 startet jeg på studiet Master i Matematikkdidaktikk, ved Universitetet i Stavanger, på deltid. Jeg hadde da jobbet fem år som lærer på en ungdomsskole og ønsket faglig påfyll innenfor matematikk. Jeg ser på matematikk som et spennende og viktig fag. Mange elever deler ikke dette synet, mange synes det er kjedelig, vanskelig og uforståelig. Målet mitt med å ta dette studiet har vært å øke min kompetanse, slik at jeg skal kunne formidle et fag som er mer forståelig, utfordrende og kanskje til og med spennende.

Jeg har lært masse gjennom studiet, både praktisk og teoretisk. Jeg har gått dypere inn i matematikken, og på denne reisen har jeg også til tider fått kjenne på den følelsen mange elever sitter med til daglig. Det å kjenne på følelsen av å ikke mestre alt har vært en nyttig erfaring. Jeg har fått prøvd meg som forsker og fått et innblikk i et forskningsfelt. Det har vært travle tider, med tre små barn og jobb utenom.

Jærkollokvien som ble dannet første året har vært til stor hjelp og glede. Takk til Janne Fauskanger, for at jeg har fått benytte deler av datamaterialet til hennes doktorgradsstudium. Jeg vil også rette en stor takk til min veileder Reidar Mosvold, for svært gode og konstruktive tilbakemeldinger.

Jeg må også å takke Erik for LaTeX-bistand og Jonas, Sofie og Maria som viser meg hva som er viktig.

Marianne Espedal Boge
Universitetet i Stavanger
2/5 2013

Innhold

1 Innledning

Oljeeventyret i Norge har ført landet til topps på mange internasjonale rangeringer (United Nations Development Programme, 2013). Når det gjelder skole og kunnskap, i denne sammenheng spesifikt matematikk, er tallenes tale dessverre ikke like god. Norske elever gjør det dårlig i internasjonale tester i matematikk.

I PISA (Program for International Student Assessment) -undersøkelsen ser vi at Norge bare såvidt havner over gjennomsnittet for OECD-land (Grønmo & Onstad, 2009). Når det gjelder TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) har vi sett noe av den samme trenden, men her beveger vi oss i riktig retning (Grønmo et al., 2012). Lærerutdanningene ved flere utdanningsinstitusjoner har opplevd svært høye strykprosenter i matematikk. Våren 2012 var strykprosenten hos flere rundt 50 %. UiS hadde en strykprosent på 57 % for grunnskolelærerutdanning 1- 7. Eksamenskarakterene i grunnskolen viser at andelen elever som får karakteren 1 har hatt en markant økning. Kunnskapsdepartementet ser utfordringene og gir gjennom «Fra matteskrekk til mattemestring» (Kunnskapsdepartementet, 2011) et bilde på tilstanden, samt mål og tiltak for å bedre dette. Her trekkes betydningen av matematikk fram, fra det nære og hverdagslige til det avanserte teknologiske. Målsetningene til Kunnskapsdepartementet er bl.a. økt motivasjon, kunnskap og høyere ambisjoner blant elevene. Videreutdanning av lærere er et av tiltakene som blir skissert. Ifølge Hattie (2009) er læreren den enkeltfaktoren som spiller størst rolle for elevenes læringsutbytte. Ut fra dette kan en se at videreutdanning vil kunne bære frukter. Men hva skal denne videreutdanningen inneholde? Hva trenger lærere å kunne for å undervise i matematikk?

Det finnes ulike innfallsvinkler når en skal se på kunnskap. Rowland (2003) introduserer «kunnskapskvartetten», Niss (2006) snakker om «kompetencer og matematiklæring». I denne oppgaven vil jeg i hovedsak forholde meg til undervisningskunnskap i matematikk (UKM). Shulman (1986) trekker inn begrepene fagkunnskap («common content knowledge») og fagdidaktisk kunnskap («pedagogical content knowledge») når han ser på lærerens profesjonskunnskap. Ball, Hill og Bass (2005) introduserer «Mathematical Knowledge for Teaching» (MKT)[1] og Ball, Thames og Phelps (2008) presenterer UKM-modellen som er en videreutvikling av Shulmans arbeid. Fauskanger, Bjuland og Mosvold (2010) har jobbet videre med denne modellen og også oversatt til norsk.

UKM-modellen viser hvilke ulike typer kunnskap en lærer må ha, både av faglig og pedagogisk art. De presenter også en liste med utfordringer knyttet til matematikkundervisning, som viser ulike aspekter en lærer må forholde seg til. En av disse utfordringene er «Velge og utvikle gode definisjoner». Jeg ønsker å finne ut mer om læreres oppfatninger rundt hva de trenger å kunne om definisjoner.

Oppfatninger kan være både bevisste og ubevisste, og begrepet er generelt vanskelig å definere. Green (1971) viser til tre kjennetegn på et individs oppfatningssystem: kvasilogikk, psykologisk og klyngestruktur. Skott (2001) introduserer begrepent «School Mathematic Images» (SMI) og «Critical Incident of Practice» (CIP), sistnevnte som et analytisk verktøy. Skott viser at oppfatninger er kontekstavhengige. De ulike «items»[2] er utviklet ved Universitetet i Michigan, men har blitt oversatt og benyttet i bl.a. Ghana, Indonesia, Irland og Norge. Delaney, Ball, Hill, Schilling og Zopf (2008) og Mosvold, Fauskanger, Jakobsen og Melhus (2009) er noen av dem som har jobbet med problematikken rundt oversetting av flervalgsopgaver.

Vi ser at begrepene kunnskap (knowledge) og oppfatninger (beliefs) [3]

[1] I denne oppgaven vil jeg i hovedsak forholde meg til undervisningskunnskap i matematikk (UKM).

[2] For begrepet «item», vil jeg heretter i denne sammenhengen bruke det norske begrepet flervalgsoppgave.

[3] For begrepene «knowledge» og «belief», vil jeg heretter bruke de norske «kunn-

blir sentrale i dette arbeidet som spisses inn mot bruk av definisjoner.

Når det gjelder teori om definisjoner knyttet til UKM, er forskningslitteraturen forholdsvis begrenset. Det er gjort enkelte studier på området, men mye har et annet fokus enn hva jeg tenker å ha. Mosvold og Fauskanger (2012) har gjort tilsvarende. Jeg vil også trekke fram Leikin og Zazkis (2010), selv om de ikke er direkte knyttet til UKM. De beskriver hvordan kunnskap om definisjoner spiller inn i undervisningen. Det påvirker hvordan lærerne instruerer, forklaringene de gir i klasserommet, hvordan de veileder elevene sine og hvordan de gjennomfører matematiske diskusjoner.Knapp (2006) trekker fram hvordan matematiske definisjoner er sterkt knyttet til matematiske bevis. Hun trekker fram nytten av at studenter både kan lage definisjoner og arbeide med dem på varierende måter. Det er forventet at de skal kunne både lese og forstå matematiske bevis og formelle definisjoner.

Hiebert et al. (2003) viser at det er kulturelle forskjeller på hvordan lærere fokuserer på matematiske definisjoner. Gjennom videostudier fra TIMSS 1999 blir lærere fra syv land sammenlignet. De Villiers (1998) fremmer en konstruktiv tilnærming til matematikk.Han mener studenter burde engasjere seg i å definere begreper, heller enn å lære seg om definisjoner. Her kan vi også trekke inn Vinner (1991) som fremhever at å kunne en definisjon ikke nødvendigvis betyr at du har forstått definisjonen.

Forskning viser ulike aspekter ved definisjonens betydning. Jeg ønsker å se på hvilke oppfatninger lærere har om dette. Mitt forskningsspørsmål blir følgende:

> Hvilke oppfatninger har lærere om undervisningskunnskap i matematikk knyttet til definisjoner?

En kan ha ulike tilnærminger til dette. Jeg har benyttet deler av datamaterialet fra en større studie, bestående av fokusgruppeintervju, skriftlige refleksjoner og besvarelser av flervalgsoppgaver. Jeg har tatt utgangspunkt i en flervalgsoppgave. Jeg har valgt å gjøre en kvalitativ innholdsanalyse. Ifølge Hsieh og Shannon (2005) kan en se på tre ulike tilnærminger

skap» og «oppfatninger».

til innholdsanalyse; konvensjonell, rettet og summativ. Jeg har gjort en konvensjonell innholdsanalyse når jeg har analysert aktuelle data. Denne formen for analyse ønsker å beskrive et fenomen, og dette designet kan være nyttig når eksisterende forskningslitteratur på området er begrenset.

2 Teori

Norsk skole blir påvirket av internasjonale tester. TIMSS (Trends in Matematics and Science Study) er et internasjonalt forskningsprosjekt som viser trender knyttet til matematikk og naturfag i skolen. TIMSS er utviklet av International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA) for at medlemsland skulle ha muligheten til å sammenligne resultater på tvers av landegrenser. Første studie ble gjennomført i 1995 og deretter har tilsvarende studier blitt gjennomført hvert fjerde år. Elever fra 4. og 8. trinn er deltakere.

I «Framgang, men langt fram», rapporten fra TIMSS 2011 (Grønmo et al., 2012) ser vi at det som har vært en dårlig trend kan være i ferd med å snu. Resultater fra TIMSS viser en markant nedgang fra 1995 til 2003 i matematikk både på 4. og 8. trinn. Fra 2003 til 2007 beveget det seg noe i positiv retning, og denne positive trenden har fortsatt til TIMSS 2011. På tross av at det går riktig vei, ligger norske resultater framdeles under land det er naturlig å sammenlikne oss med, og de norske resultatene ligger også under gjennomsnittet eller skalamidtpunktet som er satt til 500 poeng (Grønmo et al., 2012).

PISA (Program for Internationnal Student Assessment) er et internasjonalt prosjekt i regi av OECD (Organisation for economic cooperation and development). PISA har som formål å måle 15-åringers kompetanse i matematikk, naturfag og lesing. Undersøkelsen gjennomføres hvert tredje år.

Resultatene fra 2009 viser at Norge har gått noe opp fra 2006, men at Norge ikke ligger signifikant over gjennomsnittet for OECD-landene. Norske elever gjør det relativt bra på oppgaver innenfor statistikk og sannsynlighet, men ikke særlig bra knyttet til tallforståelse og rom og form. Rapport fra PISA 2012 er ikke offentliggjort.

Begrepene kunnskap og oppfatninger blir begge sentrale i dette arbeidet. Flere forskere har trukket fram hvor vanskelig det kan være å skille mellom disse to (Beswick, 2012; Furinghetti & Pehkonen, 2002). Jeg går nærmere inn på disse begrepene, og jeg vil også trekke inn teori rundt definisjoner.

2.1 Oppfatninger

Siden 1980-årene har det vært en økende interesse for læreres oppfatninger og forestillinger. Begrepet oppfatninger er vanskelig å definere. Definisjoner som har blitt brukt har hatt stor variasjon og til tider vært motstridende. Furinghetti og Pehkonen (2002) har gjort et forsøk på å finne en definisjon. 9 utsagn som beskrev begrepet oppfatninger fra aktuell forskningslitteratur ble plukket ut. Disse ble anonymisert og sendt på mail til 18 inviterte forskere/ spesialister innenfor området. De ble bedt om å vurdere disse etter hvor enige de var, fra helt enig til helt uenig. Overraskende nok, fant de ingen klare mønster. To utsagn markerte seg i positiv forstand og særlig ett i negativ retning. Dette viser oss at begrepet rommer mye (Furinghetti & Pehkonen, 2002).

En kan snakke om bevisste og ubevisste oppfatninger, og enkelte vil kalle bevisste oppfatninger for forestillinger og si at dette er en underkategori av begrepet oppfatninger (Philipp, 2007). En vil da si at begrepet oppfatninger består av både den enkeltes forestillinger og deres ubevisste oppfatninger.

I denne oppgaven er det ved bruk av denne definisjonen lærernes forestillinger jeg skal skrive om. Om jeg skulle sett på helhetsbildet av begrepet måtte jeg altså inkludert de ubevisste oppfatningene. Dette kunne jeg gjort på ulike måter. Et alternativ hadde vært å observere i undervisning eller å vise video av undervisning og la lærere kommentere (Jacobs & Morita, 2002).

Generelt kan sies at begrepet oppfatninger ikke er enkelt, da mennesker er ulike og vi opererer i ulike kontekster(Leatham, 2006; Skott, 2001). Green (1971) viser til tre kjennetegn på et individs oppfatningssystem: kvasilogikk, psykologisk og klyngestruktur. Han prøver ved hjelp av disse inndelingene å tydeliggjøre våre oppfatningssystem.

Det kvasilogiske systemet i våre oppfatninger forklares med at hver enkelt person har noen oppfatninger som er primære – de mest fundamentale – og andre som er utledet av disse (Green, 1971). Hvordan disse er inndelt og relaterer til hverandre vil være individuelt, og oftest skjer det ubevisst (Pehkonen, 2003). Oppfatninger kan være sentrale eller perifere. Når en snakker om psykologisk betydning, handler det om hvor sterkt en oppfatning står hos det enkelte individ. De sentrale oppfatningene vil en være mest overbevist om, og disse ville også tåle mer press uten å bli endret (Green, 1971). Disse oppfatningene eksisterer i en klyngestruktur. På denne måten skaper individet logikk i egne oppfatninger, men for utenforstående som ikke inkluderes i denne klyngestruturen kan enkelte oppfatninger oppfattes som inkonsekvente (Green, 1971).

Flere av de som forsker på oppfatninger (Cooney (1985), Raymond (1997) og andre) har trukket fram at det gjentatte ganger vises inkonsekvente oppfatninger hos informantene. Dette er det uenighet rundt. Enkelte mener at det ikke eksisterer motsetninger mellom en lærers oppfatninger og hans praksis. Enkeltindividets oppfatninger er i et fornuftig system (Leatham, 2006). Det blir også vist til Skott (2001) som gjennom Christoffer eksemplifiserer hvordan motstridende interesser kan møtes i en undervisningssituasjon. Hvordan du handler trenger ikke å vise inkonsistens, men at en annen oppfatning har en sterkere psykologisk betydning i dette tilfellet (Green, 1971). Oppfatninger er kontekstavhengige.

2.2 Oppfatninger og kunnskap

Det kan være vanskelig å se hvor skillelinjen går mellom oppfatninger og kunnskap. Noen vil hevde at det er to isolerte emner, mens andre vil argumentere for en sterk sammenheng. (Furinghetti & Pehkonen, 2002).

De vil hevde at en kan se på kunnskap som noe todelt. Den ene delen; objektiv, offisiell kunnskap. Denne type kunnskap vil være akseptert av samfunnet. Den andre typen er den subjektive, personlige kunnskapen. Furinghetti og Pehkonen (2002) argumenterer for at oppfatninger hører til under den subjektive kunnskapen, Lester, Garofalo og Kroll (1989) prøver også å vise hvor denne skillelinjen går. De sier at kunnskap er hundre prosent gyldig, mens oppfatninger er mindre enn hundre prosent gyldig. Leatham (2006) er i nærheten når han sier at kunnskap er noe du «more than believe», mens oppfatninger er noe du «just believe». Her ser vi at skille mellom kunnskap og oppfatninger går på hvor stor sannsynlighet som er knyttet opp mot utsagnet.

2.3 Oppfatninger om matematikk

> One's conception of what mathematics *is* affects one's conception of how it should be presented. One's manner of presenting it is an indication of what one believes to be the most essential in it... The issue, then, is not, «What is the best way to teach?» but «What is mathematics really all about?».
>
> Hersh 1986 s. 13

Beswick (2012) setter fokus på forholdet mellom matematikkens natur og skolematematikken. Her vises ofte skarpe skiller. Beswick (2012) refererer til Ernest (1989) hvor han har delt oppfatninger knyttet til matematikkens natur inn i tre kategorier. Disse kategoriene er: Instrumentell, Platonsk og Problemløsende. Beswick (2012) ser videre på Van Zoest, Jones og Thornton (1994) sin forskning knyttet til oppfatninger om matematikkundervisning og Ernest (1989) sine oppfatninger om matematikklæring. Hun sorterer dette i tabell 2.1.

Skemp (1976) gjør også en inndeling her, hvor han skiller mellom instrumentell og relasjonell forståelse. Relasjonell forståelse innebærer at du har en begrepsstruktur som gjør deg i stand til angripe problem på

Beliefs about the nature of mathematics (Ernest, 1989)	Beliefs about mathematics teaching (Van Zoest et al., 1994)	Beliefs about mathematics learning (Ernest, 1989)
Instrumentalist	Content focused with an emphasis on performance	Skill mastery, passive reception of knowledge
Platonist	Content focused with an emphasis on understanding	Active construction of understanding
Problem solving	Learner focused	Autonomous exploration of own interests

Tabell 2.1: Fra Beswick (2012).

ulike måter. Du vet hva du skal gjøre og hvorfor. Instrumentell forståelse bærer preg av å lære en metoder for å løse et gitt problem. Dette gjør deg ikke i stand til å løse lignende problem, så du må lære/huske mange metoder.

Også Maass (2009, etter Hundeland (2010)) skiller mellom to typer lærere; type 1 og type 2. ≪Type 1-lærere≫ er lærere som foretrekker lærerstyrt undervisning og tradisjonell oppgaveregning. Dette har de selv opplevd som barn og det ønsker de å videreføre. De argumenterer mot problemløsende metoder, da de mener det er for vanskelig for elevene og for krevende for læreren. ≪Type 2-lærere≫ er lærere som ikke har likt matematikken de selv opplevde som barn og har blitt lærere for å forbedre dette. De ønsker å bruke åpne og problembaserte metoder, og de ser gjerne at elever jobber i grupper. De ser på disse metodene som effektive for å kunne tilby tilpasset opplæring.

Maass (2009, etter Hundeland (2010)) trekker også fram en hypotese om at lærere underviser slik de har blitt undervist. Forskningen viser at veldig få lærere som ikke likte måten de ble undervist, ble lærere for å forbedre dette. Dette kan være en av grunnene til at undervisningen i dag er preget av overføring av kunnskaper.

2.4 Undervisningskunnskap i matematikk

Det finnes ulike syn på – og modeller som beskriver – kunnskap. Rowland (2003) introduserer ≪kunnskapskvartetten≫. Modellen er utviklet med utgangspunkt i videostudier av matematikkundervisning. De som blir studert er lærerstudenter mot slutten av deres utdanning. Kunnskapskvartetten er ment som et hjelpemiddel til refleksjon, som kan være nyttig i eksempelvis lærerutdanning. Flere forskere trekker fram betydningen av å lære gjennom å reflektere over egen undervisning. (Niss, 2006; Shulman, 1986) Da denne modellen har som hovedmål å hjelpe til refleksjon, kan en også si at den kan være en modell som kan utfylle andre modeller og altså brukes samtidig.

Modellen bygger på fire dimensjoner. Disse er

- ≪foundation≫ - grunnlaget
- ≪transformation≫ - omdanning
- ≪connection≫ - sammenheng
- ≪contingency≫ - det å takle uplanlagte hendelser.

(Rowland, 2003) Her ser vi fire dimensjoner som kan beskrive hvilke kunnskaper en matematikklærer bør inneha.

1. Hvilket faglig og/eller didaktisk grunnlag har læreren?
2. Hvordan klarer læreren å omdanne dette grunnlaget til undervisning som passer målgruppen?
3. Klarer læreren å skape en sammenheng for elevene, klarer han å hjelpe elevene sine til å skape mentale broer? (Piaget, 1953)
4. I hvilken grad er læreren i stand til å takle uplanlagte hendelser?

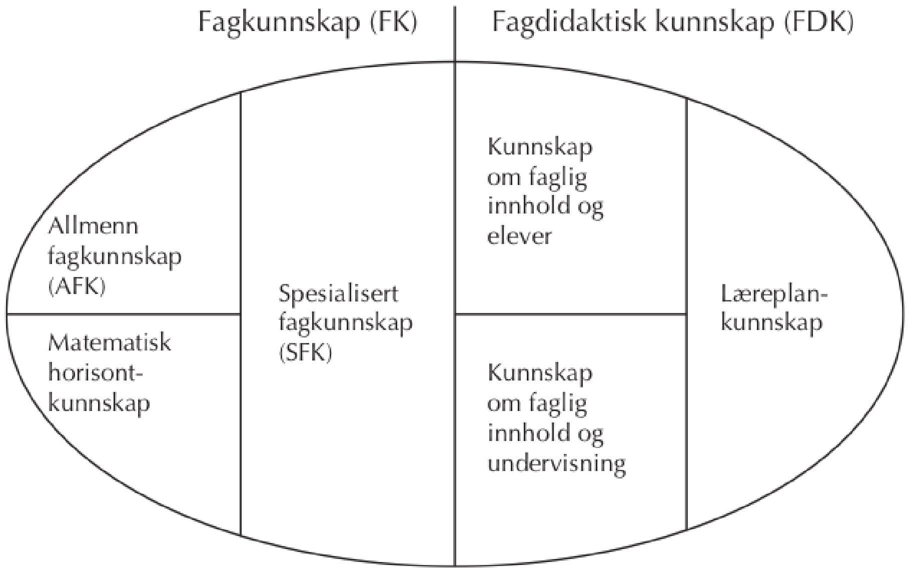
Niss og Jensen (2002) forsker også på dette feltet og har i samarbeid med det danske KOM-prosjektet utviklet ≪Kompetencer og matematikklæring≫. I et felt hvor noen vil hevde at det eksisterer en slags begrepsforvirring rundt begrepene kunnskaper og oppfatninger (Beswick, 2012; Furinghetti & Pehkonen, 2002; Hundeland, 2010) trekker Niss heller fram begrepet kompetanser. Han trekker inn Kilpatrick, Swafford og Findell (2001) med sitt kyndighetsbegrep i oppbyggingen. I dette begrepet legger Kilpatrick et al. (2001) begrepsforståelse, prosedyreferdigheter; strategisk kompetanse, evne til å reflektere og forklare og en produktiv oppfatning av matematikkens nytte. (Kilpatrick et al., 2001) Her får Kilpatrick fram at det ikke trenger å være en motsetning mellom det å forstå matematikken og det å ha prosedyreferdigheter – en trenger begge deler.

I modellen til Niss og Jensen (2002) deler de inn 6 kompetanseområder for matematikklærere: Læreplankompetanse, undervisningskompetanse, læringsavdekkingskompetanse, evalueringskompetanse, samarbeidskompetanse og profesjonell utviklingskompetanse. Det blir også lagt frem 8 kompetanser innenfor matematikkfaget. Disse er:

- ≪Tankegangskompetanse≫
- ≪Problembehandlingskompetanse≫
- ≪Modelleringskompetanse≫
- ≪Resonnementskompetanse≫
- ≪Representasjonskompetanse≫
- ≪Kompetanse i symbolbruk og formalisme≫
- ≪Kommunikasjonskompetanse≫
- ≪Hjelpemiddelkompetanse≫

Vi kan se at denne modellen avviker fra kunnskapskvartetten på mange måter. Den viser to ulike innfallsvinkler til kunnskapsbegrepet.

Shulman (1986) trekker inn begrepet ≪fagdidaktisk kunnskap≫(pedagogical content knowledge). Han skiller mellom ≪fagkunnskap≫(subject matter content knowledge) og fagdidaktisk kunnskap og også ≪læreplankunnskap≫ (curricular knowledge) Ball et al. (2005) introduserer ≪Mathematical Knowledge for Teaching≫ (MKT) og Ball et al. (2008) presente-



Figur 2.1: UKM-modellen etter (Ball et al., 2008), oversatt av (Fauskanger et al., 2010)

rer en modell [1] som er en videreutvikling av Shulmans arbeid. Her blir Shulmans ≪fagkunnskap≫ delt inn i ≪allmenn fagkunnskap≫ (common content knowledge) og ≪spesialisert fagkunnskap≫ (specialised content knowledge). Videre blir ≪fagdidaktisk kunnskap≫ delt inn i ≪kunnskap om innhold og elever≫ (knowledge of content and students), ≪kunnskap om innhold og læring≫ (knowledge of content and teaching) og ≪læreplankunnskap≫ (knowledge of curriculum). ≪Matematisk horisontkunnskap≫ (knowledge at the mathematical horizon) blir også lagt til under ≪fagkunnskap≫. Ball et al. (2008) beskriver her utviklingen av et instrument for å måle læreres kunnskaper.

(Ball et al., 2008) trekker også fram utfordringer som er vesentlige i matematikkundervisning. Lærere må/bør kunne:

- Presentere matematiske ideer
- Respondere på elevenes ≪hvorfor≫-spørsmål

[1] Norsk oversettelse av begrep i denne modellen er hentet fra Fauskanger et al. (2010)

- Finne eksempel for å få frem et bestemt matematisk poeng
- Være klar over hva som involveres når en bestemt fremstilling tas i bruk
- Knytte representasjoner til underliggende ideer og til andre representasjoner
- Knytte emnet en underviser i, til emner fra tidligere år, eller til kommende emner
- Forklare matematiske mål og hensikter til foreldre
- Vurdere og tilpasse det matematiske innholdet i lærebøker
- Endre oppgaver slik at de blir mer eller mindre utfordrende
- Forklare om elevenes påstander er rimelige (ofte raskt)
- Gi, eller evaluere, matematiske forklaringer
- Velge og utvikle gode definisjoner
- Bruke matematisk notasjon og språk, og bedømme bruken
- Stille fruktbare matematiske spørsmål
- Velge ut hensiktsmessige representasjoner
- Undersøke likheter

Ball et al. (2008, s. 400), oversatt av (Fauskanger et al., 2010, s. 104)

Fauskanger et al. (2010) har i tillegg til å ha oversatt utfordringene og modellen til norsk, tatt det i bruk på litt andre måter. Instrumentet, som nevnt over, består av flervalgsoppgaver alene. En ønsker å måle læreres kunnskap ved å se på det de svarer på disse. Ved Universitetet i Stavanger, har en i tillegg til svar på flervalgsoppgavene tatt med skriftlige og muntlige refleksjoner – dette for å få en mulighet til å studere kunnskaper og oppfatninger sammen. En ønsker ikke å se isolert på kunnskap, men å se på det i et sampill med oppfatningene. Gjennom læreres skriftlige refleksjoner og gjennom fokusgruppeintervju kan en få et bedre helhetsbilde. En vil allikevel kun få del i lærernes bevisste oppfatninger, som Leatham og Peterson (2010) vil kalle forestillinger (perceptions). Enkelte forskere vil mene at oppfatninger er kontekstavhengige, og at å studere læreres oppfatninger gjennom å intervjue dem – uten å observere – vil gi et lite troverdig bilde av oppfatningene (Skott, 2001).

Vi er igjen inne på dette med hvor skillelinjen går mellom oppfatninger og kunnskaper. Pehkonen (2003) snakker om oppfatninger som en persons subjektive kunnskaper, mens kunnskapene er de objektive kunnskapene. Furinghetti og Pehkonen (2002) trekker skillelinjen etter hvor sannsynlig noe er. Dette støtter også Leatham (2006) seg til, når han viser til at kunnskap er noe du «more than believe» og oppfatninger er noe du «just believe».

Videre i arbeidet vil UKM-modellen for kunnskap være framtredende. Dette er naturlig, da jeg benytter datamateriell fra en større studie innenfor UKM.

2.5 Definisjoner

Matematikken er bygd opp i et logisk system. En tar utgangspunkt i grunnleggende regler og aksiomer, og ved hjelp av disse utleder en videre teoremer. Euklid er den første som laget en aksiomatisk deduktiv oppbygging av matematikk, i sitt verk «Elementer» (Euclid, 1956). Den første boken i «Elementer» starter med definisjonen av 23 geometriske begrep, fra hva et punkt er til parallelle linjer. Whitehead og Russell (1910) arbeidet også grundig med å finne grunnlaget for sannheten. Russell ønsket ikke å ta utgangspunkt i noe som ikke kunne bevises. Han ble skuffet over sitt første «møte» med Euklid, hvor han så at Euklid tok utgangspunkt i det han så på som innlysende sannheter. Hvilket grunnlag var det? I deres hovedverk, «Principia Mathematica», beviser de at 1+1=2. Beviset for denne «opplagte» påstanden kommer først på side 379. Begge disse verkene blir stående som viktige verk innenfor matematikkens historie. Mange har viet sine liv til å trenge dypere inn i denne absolutte vitenskapelige verden, og mange har kunnet bygge videre på eller ta utgangspunkt i det som har blitt gjort før.

> Definition creates a serious problem in mathematics learning. It represents, perhaps, more than anything else the conflict between the structure of mathematics, as conceived by professional mathematicians, and the cognitive processes of concept acquisition.
>
> (Vinner, 1991, s. 65)

Forskningslitteraturen om definisjoner knyttet til UKM, er forholdsvis begrenset. Det er gjort enkelte studier på området, men mye har et annet fokus enn det som blir mitt fokus. Mosvold og Fauskanger (2012) har arbeidet med lignende problemstillinger. En del forskere har sett på definisjoner knyttet til matematikkundervisning mer generelt. Jeg trekker fram Leikin og Zazkis (2010). De skriver om hvordan kunnskap om definisjoner spiller inn i undervisningen. Det påvirker hvordan lærerne instruerer, forklaringene de gir i klasserommet, hvordan de veileder elevene sine og hvordan de gjennomfører matematiske diskusjoner.

Knapp (2006) trekker fram hvordan matematiske definisjoner er sterkt knyttet til matematiske bevis. Hun peker på 7 vanlige feil i forhold til bevis, og sier videre at 6 av disse 7 knytter seg til studentens kunnskap om eller bruk av definisjoner. Hun trekker fram betydningen av at studenter både kan lage definisjoner og arbeide med dem på varierende måter. Det er ikke nok å kunne en definisjon, en må også vite når og hvordan den kan brukes. (Weber, 2001) En dypere forståelse vil gi flere bruksområder. Det er forventet at studenter både skal kunne lese og forstå matematiske bevis og formelle definisjoner (Knapp, 2006).

De Villiers (1998) har fokus på definisjoner tilknyttet geometri og viser en kontruktivistisk tilnærming. Han peker på at studenter burde engasjere seg i å definere konsepter, heller enn å lære seg om definisjoner. Han trekker fram den tradisjonelle praksisen hvor studenter får servert en definisjon og viser til Branford (1908):

> «To me it appears a radically vicious method, certainly in geometry, if not in other subjects, to supply a child with ready-made definitions, to be subsequently memorized after being more or less carefully explained. To do this is surely to throw away deliberately one of the most valuable agents of intellectual discipline. The evolving of a workable definition by the child's own activity stimulated by appropriate questions, is both interesting and highly educational.»
>
> (Branford, 1908, s. 9)

De Villiers (1998) peker også på at definisjoner har fått for lite plass i matematikkundervisning. Og hevder at evnen til å konstruere definisjoner er en matematisk aktivitet som er like viktig som andre prosesser, som probleløsing, lage hypoteser, generalisere, spesialisere og bevise. På tross av at disse ferdighetene kan sidestilles blir definisjoner nedprioritert i matematikkundervisning.

De Villiers (1998) viser videre til to typer definisjoner; «beskrivende» (descriptive) og «konstruktive» (constructive). «Beskrivende» definisjoner blir dannet ved at eksisterende kunnskap blir systematisert, mens «konstruktive» definisjoner blir dannet ved hjelp av ny kunnskap. Han kategoriserer også definisjoner etter hvorvidt de er økonomiske eller uøkonomiske. En definisjon må ikke inneholde for mye informasjon, men nok. Fra dette beveger han seg videre inn i «Van Hiele Levels». De Villiers (1998) peker på tre nivå her, mens Burger og Shaughnessy (1986) benytter en femdeling. De tre nivåene Villiers peker på er:

1. Visualisering
2. Uøkonomiske definisjoner
3. Korrekte, økonomiske definisjoner

Disse nivåene viser også til grad av forståelse hos studentene, hvor nivå 3 viser til den dypeste forståelsen.

Også Vinner (1991) er opptatt av forståelse. Han bruker begrepene concept image og concept definition.

Han ønsker å endre studenters tankemønster fra et mønster preget av hverdagsliv til et teknologisk matematisk tankemønster. Dette vil være krevende og han understreker at dette ikke er for alle. ≪We do not believe in mathematics for all. We do believe in some mathematics for some students.≫ (Vinner, 1991, s. 81)

2.5.1 Læreplan og læreverk

Kunnskapsløftet nevner ikke ordene definisjoner, definer eller bevis. Ord som regne med, utføre, løse og beskrive blir brukt. Under geometri kommer følgende: ≪utforske, eksperimentere med og formulere logiske resonnement ved hjelp av geometriske idear≫ (Utdanningsdirektoratet, 2006)

Læreboka i matematikk er noe både elever og lærere kan støtte seg til, og det er en generell forventning om at en lærebok er korrekt. Lærerne viser gjennom svar på flervalgsoppgavene ulike syn på hva som er en korrekt definisjon av primtall. Her viser jeg noen eksempler på hvordan ulike læreverk velger å definere primtall.

> ≪Et tall som bare er delelig med seg selv og 1 er et primtall.
>
> For eksempel er 5 bare delelig med seg 5 og 1, derfor er 5 et primtall.≫
>
> Tetra 8 (Hagen, Carlsson, Hake & Öberg, 2006, s. 44)

> ≪Primtall er naturlige tall, som bare er delelige med 1 og seg selv.
>
> 2 3 5 7 11 13 17≫
>
> Faktor 1 (Hjardar & Pedersen, 2006, s. 44)

> ≪Noen tall kan bare være svar på ett gangestykke. Eneste løsning er å gange tallet med 1. Slike tall kaller vi primtall.≫
>
> Sirkel 8a (Torkildsen & Maugesten, 2006, s. 75)

Her ser vi at ulike lærebøker viser ulike definisjoner. Det varierer også om læreboka nevner at 1 ikke er et primtall.

2.6 Primtall

> Men der mangler ett-tallet, klagde Robert. Og nullen.
> – Hvor mange ganger skal jeg si det! De to er ikke tall som andre tall. De er verken prima eller ikke-prima.
>
> Talldjevelen, (Enzenberger, 2002, s. 57)

2.6.1 Historie

Antikke greske filosofer var de første som studerte primtall. Kunnskapen om dette ble først systematisert i Euklids «Elementer» (ca 300 f.Kr.), hvor han bl.a. viste at det var uendelig mange primtall og at at alle tall bare kan faktoriseres i primtall på én måte. Eratostenes (ca 200 f.Kr.) gav den første algoritme for å finne primtall mindre enn et gitt tall.

De neste oppdagelsene knyttet til primtall måtte vente til 1600-tallet, og starten på moderne tallteori. Fermat og Mersenne studerte bestemte typer primtall,

Hundre år senere ble analyse brukt av Euler, Legendre og Gauss for å studere fordelingen av primtall. De blir sjeldnere og sjeldnere jo lengre man går ut på tallinjen og avtar (statistisk sett) regelmessig, men det finnes ikke en rask måte å avgjøre om et bestemt tall er primtall. Primtall er en sentral del av tallteorien, og denne viste lenge ingen praktiske anvendelser. I 1941 kunne den britiske tallteoretikeren G. H. Hardy skrive

> No discovery of mine has made, or is likely to make, directly or indirectly, for good or ill, the least difference to the amenity

of the world.

(Hardy, 1992, s. 150)

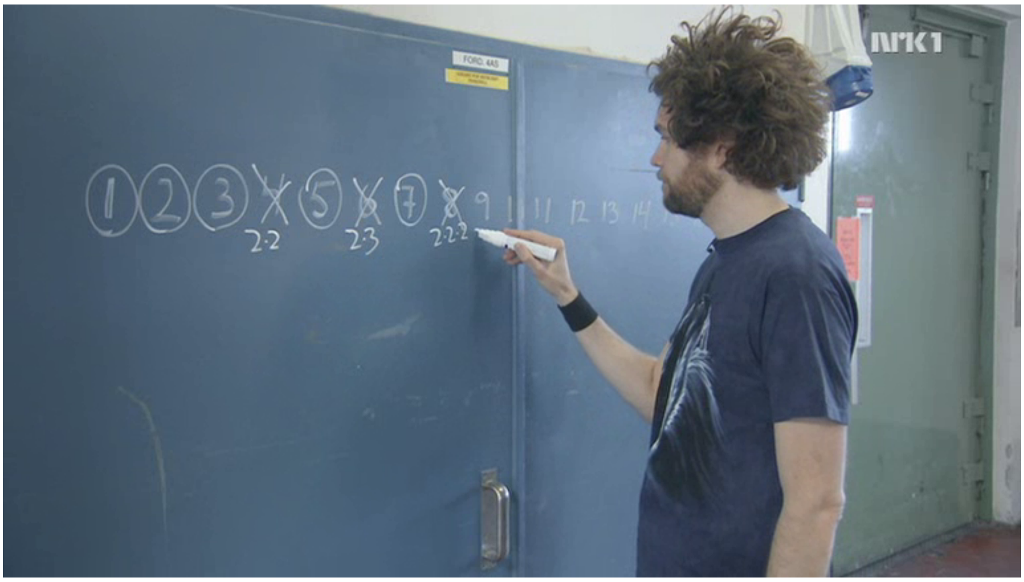
Krigen hadde vist at sikker kommunikasjon var av stor betydning og datamaskiner gjorde sikker kryptering med tallteoretiske algoritmer mulig. Til en moderne type kryptering er sikkerheten avhengig av at det er vanskelig å faktorisere produktet av to store primtall. All trådløs kommunikasjon og bruk av Internett til handel og banktjenester er nå avhengig av tallteori og primtall.

2.6.2 Primtallsdefinisjonen

Euklids definisjon på primtall er: Et primtall er det som bare kan måles med enheten.» (Oversatt fra (Euclid, 1956)) Euklids notasjon skiller seg veldig fra moderne notasjon, men vil tilsvare at et primtall ikke har andre faktorer enn 1. Euklid regnet ikke 1 som et tall, men som en valgt enhet som tallene var bygd opp av. Dette medførte at Euklid ikke så på 1 som et primtall. Framveksten av moderne algebra fra 1600-tallet kan sies å ha endret synet på tall, fra måling til faktorisering. Ettersom 1 nå ble regnet som et tall, oppstod også dilemmaet knyttet til hvorvidt 1 var et primtall.

Derbyshire (2003, s. 33) hevder at Lebesgue i 1899 var den siste som mente 1 var et primtall. Caldwell og Xiong (2012) påpeker at Lebesgue ikke har publisert noe slikt i 1899, men at det har vært betydelig variasjon i hva som har blitt regnet som det minste primtallet. De peker på de 6 første utgavene av Hardys «A Course of Pure Mathematics», som lister 1 som primtall, men det kan være en trykkfeil.

Så sent som høsten 2011, i det populære TV-programmet «Siffer» (Holm-Glad, 2011), ble 1 fremstilt som primtall. De brukte den enkle definisjonen: «primtall kan bare deles på seg selv og 1», og startet en liste over primtall med 1. Programskaperne var klare over problemet, men lot det stå for ikke å komplisere (J. Røislien, personlig kommunikasjon, 17. oktober 2011). Hensikten var å formidle matematikk – ikke å være stringent.



Figur 2.2: Definisjonen var den enkle, og 1 ble stående som primtall.

3 Metode

Jeg ønsker å finne ut hvilke oppfatninger lærere har om undervisningskunnskap i matematikk knyttet til definisjoner. For å finne svar på dette spørsmålet har jeg tatt utgangspunkt i et datamateriale som er samlet inn i forbindelse med et større forskningsprosjekt (Fauskanger & Mosvold, 2012). Dette prosjektets hovedmål er å undersøke undervisningskunnskap hos lærere med mål om å forbedre etterutdanning. Jeg har tatt utgangspunkt i en av ti flervalgsoppgaver, med tilhørende skriftlige og muntlige refleksjoner. Når jeg i metodedelen beskriver detaljer i forbindelse med design og datainnsamling er det gjennomgående med henvisning til de valgene som er tatt i forbindelse med dette prosjektet.

3.1 Design

Designet er kvalitativt; vi er på jakt etter mening i materialet. Det har blitt samlet inn besvarelser på flervalgsoppgaver fra 30 lærere. Under hver av disse ble det stilt åpne spørsmål som lærerne ble bedt om å svare på. Svar på flervalgsoppgavene – samt de skriftlige refleksjonene – utgjør en del av datamateriale.

I etterkant av dette, ble informantene delt i 6 grupper og det ble gjennomført fokusgruppeintervju med hver gruppe. Disse fokusgruppeintervjuene tok utgangspunkt i besvarelsene på flervalgsoppgavene og de skriftlige refleksjonene.

3.1.1 Utvalg og kontekst

Informantene deltok i et videreutdanningskurs i matematikk for lærere (30 studiepoeng), hvor det deltok lærere fra ulike kommuner i Rogaland. 30 lærere deltok, 22 kvinner og 8 menn. 3 personer valgte kun å delta på innleveringsoppgaven, og 1 person var syk på tidspunktet for fokusgruppeintervjuet. 26 lærere, 18 kvinner og 8 menn, deltok på begge deler. Halvparten av lærerne arbeidet på småskoletrinnet, åtte på mellomtrinnet og fem på ungdomstrinnet. Lærerne hadde varierende arbeidserfaring, fra mindre enn 5 års erfaring til over 20 år. Den formelle utdanningen varierte fra 0-60 studiepoeng.

3.2 Instrumentet

3.2.1 Flervalgsoppgaver (Items)

Flervalgsoppgavene er utviklet ved Universitetet i Michigan med tanke på videreutdanning av lærere, men har blitt oversatt og benyttet i bl.a. Ghana, Indonesia, Irland og Norge. Å utvikle gode flervalgsoppgaver er kostbart og tar mye tid da de skal testes og analyseres (Ball, Hill, Bass). Flere forskere har fokusert på problematikken rundt oversettelse av ≪MKT items≫ (f.eks. Delaney et al. (2008), Mosvold et al. (2009)).

Flervalgsoppgaver som er benyttet er ikke offentliggjort og kan derfor ikke gjengis i helhet. Det ble valgt ut 10 flervalgsoppgaver, som gikk på tallforståelse. Alle disse kunne knyttes til enten ≪Allmenn fagkunnskap≫ eller ≪Spesialisert fagkunnskap≫ (Ball et al., 2008). En av disse omhandlet bruk av definisjoner. Det er denne jeg skal undersøke nærmere. Denne oppgaven dreier seg om hvorvidt 1 er et primtall. Et eksempel på lignende oppgave vises i figur 3.1. Det ble gjort et valg om å stille åpne spørsmål etter hver flervalgsoppgave.

1. Inger jobbet med en ny lærebok og hun la merke til at den hadde større fokus på tallet 0 enn den gamle boken de hadde brukt. Hun kom over en side hvor elevene ble bedt om å avgjøre hvorvidt noen få påstander om 0 var sanne eller usanne. Dette gjorde henne nysgjerrig, så hun gikk til søsteren sin som også er lærer, og spurte henne hva hun mente.

Hvilke(n) påstand(er) bør søstrene velge som sanne? (Marker hvert alternativ under med JA, NEI eller JEG ER IKKE SIKKER.)

	Ja	Nei	Jeg er ikke sikker
a) 0 er et partall.	1	2	3
b) 0 er ikke egentlig et tall. Det er en plassverdi når vi skriver store tall.	1	2	3
c) Tallet 8 kan skrives som 008.	1	2	3

Figur 3.1: Dette viser et eksempel på en frigitt oppgave

3.2.2 Skriftlige refleksjoner

Noe av kritikken rettet mot bruk av flervalgsoppgaver som måleinstrument, er at de ikke måler dybden i kunnskapen. Forskere ved UiS ønsket å videreutvikle bruken av disse flervalgsoppgavene. Ved å åpne oppgavene og gi rom for skriftlige refleksjoner mener de at datamaterialet kan vise en ny dybde i kunnskapen. Her støtter de seg også til Schoenfeld (2007). På denne måten kan en også få et innblikk i lærernes oppfatninger knyttet til UKM. I Michigan, har miljøet fokusert på undervisningskunnskapen alene. Forskerne i Stavanger (Fauskanger & Mosvold, 2013) innfører dermed et nytt aspekt i forskningen rundt UKM. Spørsmålene som ga grunnlaget for de skriftlige refleksjonene, ble stilt etter hver flervalgsoppgave. Spørsmålene som kom etter oppgave 5 var følgende: ≪Er definisjoner generelt, og definisjonen av primtall spesielt, viktig kunnskap for elever? (Hvorfor/Hvorfor ikke?) Arbeider du sammen med elevene dine med definisjoner? (Hvorfor?/Hvorfor ikke? Gi et eksempel fra klasserommet for a illustrere.)≫ i tillegg skulle lærerne svare på noen spørsmål knyttet til hvor mye matematikkutdanning de hadde og hvor lang og hvilken lærererfaring de hadde.

3.2.3 Fokusgruppeintervju

Et fokusgruppeintervju er et strukturert gruppeintervju Antall deltakere kan variere ettersom det er en vanlig gruppesamtale eller en minigruppe. En minigruppe har 3-5 deltakere, men en vanlig gruppesamtale vil ha minst 6 deltakere. Intervjuene bør ha en uformell form, med mulighet for at deltakerne kan komme med egne innspill. Ved at deltakerne samtaler om sine erfaringer kan man få frem mer informasjon enn ved å intervjue ett og ett gruppemedlem Johannesen, Tufte og Christoffersen (2010).

En intervjuguide skal være et hjelpemiddel for forskeren i intervjusituasjonen. Det er ikke et spørreskjema, men inneholder de tema som forskeren ønsker å gjennomgå (Johannesen et al., 2010). Intervjuguiden, tilknyttet denne studien, inneholder en plan for intervjuet, en presentasjon av studien, en introduksjon til intervjuet og en rekke forslag til spørsmål under de ulike temaene og oppsummeringer. Det ble valgt å gruppere flervalgsoppgavene to og to etter hvordan de passet sammen. Mange av spørsmålene som ble stilt var åpne og ga gode muligheter for refleksjon og diskusjon. Intervjuguiden er vedlagt. Da den inneholdt de ikke-frigitte flervalgsoppgavene, er disse fjernet.

I etterkant av intervjuene ble hvert av dem transkribert i sin helhet. Transkripsjonsnøkkel er vedlagt.

3.3 Gjennomføring

Besvarelsene av flervalgsoppgavene, samt de skriftlige refleksjonene var gitt som et arbeidskrav i dette etterutdanningskurset. Arbeidskravet var obligatorisk for å kunne ta muntlig eksamen. Besvarelsene skulle leveres digitalt via It's Learning i løpet av en 14-dagers periode. Dette arbeidskravet dannet utgangspunktet for fokusgruppeintervjuene. Det som er spesielt ved denne undersøkelsen er at de deltakende lærerne besvarte flervalgsoppgavene hjemme, og de hadde da muligheten til å diskuterer disse med andre.

Informantene ble delt i 6 grupper, som var satt sammen ut fra geografiske hensyn og også hvilke trinn de jobbet på. Lærere fra samme skole og område ble samlet i en gruppe. En av gruppene bestod av lærere fra kun småskole, en fra kun ungdomstrinn og de resterende gruppene var blanding av småskole og mellomtrinn.

Gruppene ble invitert til UiS, men det ble også gitt tilbud om å komme til skolene. Planen for intervjuet bestod av to deler. Første del var en presentasjon av studien og andre del var intervju med utgangspunkt i oppgavene. Det ble estimert en tidsbruk på 45 minutter til 1 time. Intervjuene ble tatt opp. Det ble brukt minst to lydopptakere ved hvert intervju, eventuelt ett video og ett audio. Dette ble gjort for å sikre seg mot tekniske feil. Ved ett av intervjuene hadde intervjuer med seg en annen forsker. Dette var et ledd i å øke validitet.

3.4 Analyse

Datagrunnlaget består som tidligere nevnt av skriftlige refleksjoner, muntlige refleksjoner og svar på oppgaver. Jeg gjør en kvalitativ innholdsanalyse. Ifølge Hsieh og Shannon (2005) kan en se på tre ulike tilnærminger til en slik innholdsanalyse: konvensjonell, rettet og summativ. Når jeg analyserer aktuelle data, gjør jeg det ved hjelp av en konvensjonell innholdsanalyse . Denne formen for analyse ønsker å beskrive et fenomen. Det er et design som er nyttig når eksisterende forskningslitteratur på området er begrenset. Metoden er induktiv, dvs vi går fra det spesielle til det generelle.

Dataanalysen starter med å lese all data som en roman, for å danne seg et helhetsbilde. Deretter leses det mer grundig, ord for ord, for å kunne utvikle koder. Her må en finne de ordene som gjenspeiler hovedtanker og konsepter. I denne fasen er det svært ødeleggende for resultatene om en feiler i å finne disse nøkkelordene. Videre i analysen skal en notere førsteinntrykk, tanker og en begynnende analyse. Kodene skal videre sorteres i kategorier som igjen skal danne grunnlaget for grupper. Ideelt sett vil en ha mellom 10 og 15 grupper. Eksisterende teori og forskning trekkes inn i diskusjonsdelen.

Etter rask gjennomlesing av data hadde jeg tanker om ulike kategoriinndelinger. ≪Blanding av begrep≫ viste seg tidlig som et funn jeg ønsket å jobbe videre med. Også ≪definisjoner knyttet til å pugge og huske≫ var med fra en tidlig fase. Det samme var tanken om å kategorisere oppfatningene. Utgangspunktet var greit, men jeg oppfattet at disse kategoriene var på ulike nivå. Jeg måtte jobbe med å systematisere og lage kategorier som ga mening. Disse kategorierene skulle være utgangspunktet mitt for å finne svar på forskningsspørmål. Det er viktig å finne ≪riktige≫ kategoriene, for at analysen skal kunne bli best mulig (Hsieh & Shannon, 2005).

Etter en ny og mer grundig gjennomgang, en gjennomgang i ≪Yoshikoder≫, samt samtale med medstudenter stod følgende kategorier igjen:

Læreres oppfatninger/forståelse rundt definisjoner

- Hva er definisjoner
- Begrepsblanding
- Hva vil det si å kunne en definisjon?

Læreres vektlegging av definisjoner

- Definisjoner er viktig
- Definisjoner er viktig, men ikke primtallsdefinisjonen
- Definisjoner er ikke viktig

Didaktiske metoder knyttet til definisjoner

- Elevene definerer selv
- Språk/diskusjon
- Bruk av eksempler

Her vil det være muligheter for flere undergrupper. Jeg synes de tre hovedkategoriene jeg har valgt er ganske likestilte og de passer også godt med tanke på å finne svar på problemstillingen.

Etter gjennomlesing av datamaterialet, valgte jeg å gjøre en reduksjon i dette. Når det gjelder fokusgruppeintervjuene, valgte jeg i første omgang å beholde innledningssekvensen og delen hvor oppgave 5 og 7 ble diskutert. Mitt fokus er på oppgave 5, men oppgavene ble diskutert parvis i fokusgruppeintervjuene. Etter å ha arbeidet videre med dette materialet igjen, så jeg at også innledningen ble litt irrelevant i forhold til min problemstilling. Allikevel er innledningen med i mitt reduserte materiale, men det er ingen funn derfra.

Besvarelsen av flervalgsoppgavene og de skriftlige refleksjonene er direkte knyttet til oppgaver. Her har jeg kun tatt utgangspunkt i det som gjelder oppgave 5.

Jeg tar videre utgangspunkt i de kategoriene som jeg har laget, og leser datamaterialet på nytt med tanke på disse. For å markere funn, har jeg brukt fargekoder.

En kan velge å se på datamaterialet med ulike briller. En kan velge å se på selve samtalen/kommunikasjonen, som Roth og Hsu (2010) kaller ≪belief-talk≫. En kan velge å gjøre som Skott (2001), å lete etter skjulte oppfatninger. Selv velger jeg å se på datamaterialet ved å ikke lete etter bakenforliggende oppfatninger, men å se på oppfatningene som del av et fornuftig system (Leatham, 2006) .

3.5 Etiske refleksjoner

Datamaterialet som er brukt i denne oppgaven, er innhentet til en større studie. Dette har jeg gjennom hele arbeidet vært bevisst på, og jeg har prøvd å være tydelig på hvor det er hentet og at det ikke er jeg som står for innsamlingen. Et annet aspekt er at flervalgsoppgavene som er benyttet ikke er frigitt, og de kan derfor ikke kan publiseres. Dette har jeg tatt hensyn til ved å forklare hva flervalgsoppgavene har gått ut på og jeg viser eksempel på noen av de frigitte flervalgsoppgavene.

Det at jeg benytter allerede innsamlede data, kan ha både fordeler og ulemper. Jeg får ikke velge hvilke spørsmål som skal stilles, så jeg kan ikke velge hvilke områder jeg får informasjon om. Men på den annen side, så har jeg mulighet til å se på materialet med nye øyne. Jeg er ikke så bundet opp i det jeg hadde forventet at jeg skulle få svar på. Jeg er åpen for hva datamaterialet har å gi. Jeg vil også ha mulighet til å se på de valgene som er gjort med kritiske øyne.

I et forskningsarbeid som dette skal en også være bevisst på at kildehenvisninger og bruk av andres arbeid foregår i henhold til etiske retningslinjer. Dette har jeg forsøkt å etterleve på best mulige måte.

3.5.1 Reliabilitet og validitet

Datamaterialet består av besvarelser av flervalgsoppgaver, skriftlige og muntlige refleksjoner. Lærerne forteller om deres oppfatninger. Reliabiliteten sier noe om datamaterialets pålitelighet. Innenfor kvalitativ forskning er det ikke mulig å kjøre tester på reliabiliteten, slik som er tilfelle innenfor kvantitativ forskning. Forskeren bruker seg selv som instrument. Det som kan gjøres for å øke reliabiliteten, er å gi leseren gode beskrivelser av kontekst og framgangsmåte og også muligheter til innblikk i datamateriale og analyseprosess (Johannesen et al., 2010). Dette prøver jeg å imøtekomme, men jeg ser utfordringer knyttet til detaljnivå når jeg ikke selv har samlet inn gjeldende data.

Validitet sier noe om studiens troverdighet, hvorvidt metode og resultater reflekterer undersøkelsens hensikter og også om den representerer virkeligheten (Johannesen et al., 2010). Leatham (2006) trekker inn hvordan oppfatninger kan være kontekstavhengige. Validiteten til studien kunne muligens økt om en hadde inkludert observasjon av lærerne. Det å inkludere flere metoder, for eksempel observasjon, kalles metodetriangulering (Johannesen et al., 2010). Det har blitt tatt valg om å inkludere skriftlige refleksjoner og fokusgruppeintervju for å få større innsikt, så en har i utgangspunktet flere metoder. Ved et av intervjuene var også en annen forsker tilstede for å øke validiteten. I mitt analysearbeid har jeg delt tanker om kategorisering og analyse med medstudenter og fått gode innspill. Dette er også med på å øke studiens validitet.

4 Resultater

I dette kapittelet ønsker jeg å gi en oversikt over de funnene jeg har gjort. Jeg går gjennom funnene kategori for kategori, hvor jeg starter med ≪Lærerers oppfatninger/forståelse rundt definisjoner≫, deretter ≪Lærerers vektlegging av definisjoner≫ og til slutt ≪Didaktiske metoder knyttet til definisjoner≫. Hver kategori har fått sine underkategorier, og disse går jeg også gjennom. Sammenheng mellom ulike kategorier og et mer overordnet syn vil komme til uttrykk i kapittel 5.

4.1 Læreres oppfatninger/forståelse rundt definisjoner

4.1.1 Hva er definisjoner

Lærerne har ulike syn på hva definisjoner er. Hvilket syn lærerne har på definisjoner, mener jeg også kan vise hvilket syn de har på matematikk. For å kategorisere disse synene ønsker jeg å ta utgangspunkt i Ernest (1989) sin inndeling av oppfatninger knyttet til matematikkens natur. For som Hersh (1986) sier vil vår oppfatning av hva matematikk er påvirke hvordan vi presenterer matematikken. Ernest (1989) deler inn i tre kategorier; instrumentell, platonsk og problemløsende. De som har et instrumentelt syn ser på matematikk som en verktøykasse, hvor regler og definisjoner skal brukes for å finne svar. Forståelse er ikke viktig. Læreren blir som en instruktør. De som har et platonisk syn, ser på matematikken som noe absolutt. Den er uforanderlig og skal oppdages. Læreren med et platonisk syn vektlegger forståelse og forklarer for elevene. Lærere med et problemløsende syn ser på matematikk som noe dynamisk, som skal utforskes. Læreren er en hjelper, som stadig gir elevene nye problemer.

Jeg skal bruke denne kategoriseringen i videre analyse. Å skille mellom de tre kan by på utfordringer, spesielt mellom problemløsende og platonisk syn. Jeg velger å bruke følgende stikkord som indikatorer på de ulike kategoriene:

Instrumentell Pugge, huske, oppskrift

Platonisk Presise begrep, forståelse, absolutt

Problemløsende Utforske, gruble, selvstendig

Instrumentelt

Jeg starter med det instrumentelle synet. Dette synet har vært framtredende i norsk skolesammenheng lenge. I intervju 3, i en generell diskusjon om definisjoner, trekker Eli fram egne erfaringer.

241. Eli: Men jeg tror, sånn med regler og, de kan sikkert forvirre noen og gjør ting feil hvis de ikke husker regelen riktig. Men sånn nå er det jo mer det at man skal forstå hva de gjør, men hadde ikke jeg visst regler, det diktet for omkrets og areal-sirkel, så hadde jeg jo aldri kunne visst hvordan jeg skulle gjøre det. Nå?

241. Eli: ~(latter) men det er sånn sanger, regler, de sitter klistret ikke sant, pugging, det er jo helt fantastisk for min del?

Eli forteller her hvor bra hun synes pugging er for sin egen del. Hun hevder at hun aldri ville visst hvordan hun skulle funnet areal og omkrets av en sirkel om det ikke hadde vært for et «huske-dikt». Hun snakker også om å huske en regel riktig.

Slik jeg tolker det, har Eli et instrumentelt syn på/oppfatning av matematikk. Hun ønsker å kunne regler som hun kan bruke for å finne korrekte svar. Vi kan se lignende eksempler på dette i skriftlige refleksjoner.

Mons: ≪De fleste definisjoner generelt blir lært av både faglærer og elever som huskeregler, uten grunnleggende forståelse. Mange faglærere må grunnet svak fagkompetanse, svare elever sådan er det bare-Derfor oppleves definisjoner ikke som viktig kunnskap, mer som plikt og puggekunnskap, som raskt glemmes dersom kunnskapen ikke etterspørres i senere utdannelse.≫

Mons viser også en instrumentell oppfatning av hva definisjoner er, da han snakker om at det er noe som må pugges og som lett blir glemt. Det at han nevner at det lett blir glemt understreker hans syn, da det viser at forståelse ikke er involvert.

Mons viser i tillegg her en generalisering av faglæreren. Han hevder at faglærer lærer definisjoner som huskeregler og også at mange faglærer har lav kompetanse. Selv har han 15 studiepoeng eller mindre matematikk i sin utdanning. Han kan ha rett i at det finnes en del lærere med for lav kompetanse i matematikk. Men jeg får inntrykk av at han tror alle lærere ser på matematikk slik som han selv ser på matematikk. Det finnes mange kompetente matematikklærere.

Mons ser på definisjoner som plikt og puggekunnskap, mens Frøya ser mer på det som muligheten til å gi elevene en oppskrift.

Frøya: ≪Jeg arbeider med definisjoner for at elevene skal ha en slags oppskrift for å huske hva og hvordan en skal utføre f.eks en regnemetode.≫

Frøya ønsker at elevene skal ha en ≪oppskrift for å huske≫. Det å huske hva en skal gjøre blir hovedfokuset. Dette er nok velment for å hjelpe elevene. Men om alt skal huskes blir matematikken fort en krevende affære, hvor det blir lett å gå seg vill. Også Erna ønsker å gi elevene en håndgripelig metode for å ta fatt på problem.

Erna: ≪...det er viktig å kunne regler, slik at når matematiske oppgaver skal løses, kan en hente frem gitte regler og bruke de for å løse gitt problem.≫

Erna viser til et syn på matematikk som en verktøykasse, hvor en henter ulike regler for å løse ulike problem. Jeg vil også plassere dette synspunktet innenfor den instrumentelle kategorien, men det er ikke nødvendigvis alltid skarpe skiller mellom kategoriene. Erna mener at det er viktig å kunne regler. Mons derimot sier at det er helt uviktig. Disse to har ganske ulike syn, selv om de kommer i samme kategori. Her kan en også stille spørsmål til hva Erna mener med å kunne en regel eller definisjon.

Forskning viser at de som støtter et instrumentelt syn på matematikk, som regel har gode grunner til dette (Skemp, 1976). Et annet aspekt her er det som går på eksempelets makt. Lærere underviser ofte slik de selv har blitt undervist (Maass (2009), etter Hundeland (2010)). Dette gjelder også i andre relasjoner. Vi blir ofte «like» våre egne foreldre når vi får barn. Det krever mye å bryte ut av disse mønstrene. En tradisjonell undervisning hvor læreren instruerer har vært veldig vanlig.

Platonisk

Jeg går videre til det platoniske synet.

I intervju 4, når det blir spørsmål om hva som er forskjell på definisjoner og regler, ser vi ulike forsøk på å besvare dette.

142. Nora: (5s) Nei, hva skal jeg si? Definisjon er vel egentlig noe som hjelper deg til å forstå hvordan ting skal være innen matematikken...

Nora ser på definisjoner som noe som skal øke forståelsen i faget. På grunn av dette mener jeg at hun viser en platonisk oppfatning. Også videre i intervjuet ser vi at definisjon blir forklart som noe overordnet.

149. Laura: Ja. Definisjon er jo ikke bare en ting, altså sånn som et areal eller volum, en formel. Det er jo ikke det samme som en formel heller, fordi definisjon, tenker jeg er å skape en ramme rundt for eksempel. En type tall. For eksempel, rasjonelle tall og ikke sant. Det er liksom rammen som gjerder alle de tallene inne og andre tall utenfor. Det gjelder andre ting og, så det er en ramme som setter de

rette begrensningene på en tydelig måte, sånn at du vet hva som er innenfor og utenfor.

150. Are: Jeg føler definisjon er mer sånn endelig, det er mer fast da.

Vi ser Laura og Are trekker fram egenskaper ved definisjoner som at de er en trygg ramme og at det er noe endelig. Her ser jeg en link til det platoniske synets absolutthet. Dette synet ser vi også i de skriftlige refleksjonene

Inga: ≪...Det er viktig a kunne definisjoner i matematikken fordi matematikken er absolutt - det er enten rett eller galt svar. Definisjoner er viktig for at alle skal forstå hva vi snakker om, at vi snakker om de samme tingene...≫

Inga trekker fram synet på at matematikken er absolutt. Dette viser tydelig til en plaonisk oppfatning. Matematikken er der allerede i et perfekt system, klar til å bli oppdaget. Inga trekker også fram viktigheten av at alle skal forstå hva vi snakker om. Dette kan vi også se hos Klara.

Klara: ≪ Om en lærer seg definisjoner på forstått kunnskap gir det kompetanse som lettere kan hentes frem og brukes. Jeg har lite tro på å pugge definisjoner om en ikke ser bruksområdet/nytteverdien av definisjonen. All tallkunnskap kan utvikle bedre tallforståelse og gi effektive strategier ved ulik tallbehandling...≫

Klara legger også vekt på forståelsen, pugging har hun lite tro på. Mer kunnskap gir en dypere forståelse og muligheter til å oppdage stadig mer av matematikken.

Problemløsende

En problemløsende oppfatning av matematikk, er tanken om at matematikken er dynamisk, i stadig utvikling. Gjennom å jobbe med problemer, kan elevene være med på å utvikle matematikken. Læreren fungerer som en hjelper. Elevene arbeider selvstendig og utforskende. En lærer med et platonisk syn vil bruke mye tid på å forklare for eleven. Innenfor et problemløsende syn skal elevene finne ut mest mulig selv. I ytterste konsekvens vil dette innebære at læreren ikke har tavleundervising, med unntak av oppsummeringer hvor eleven kan vise sine strategier. Det vil ikke være nødvendig med lærebøker, for eleven skal utforske selv.

Det er noe problematisk å skille mellom de to kategoriene problemløsende og platonisk. Jeg kunne løst dette problemet med å heller velge å dele inn i to kategorier. Jeg kunne forholdt meg til (Skemp, 1976) og hans begreper «instrumentell forståelse» og «relasjonell forståelse». Samtidig viser dette noe som muligens er vanlig i et typisk norsk klasserom: at et instrumentelt og et platonisk syn er mer framtredende enn det problemløsende. Et problemløsende syn kan muligens sies å være det som krever mest av læreren og samtidig det som er fjernest fra en typisk tradisjonell undervisning. En kan ha dette synet uten å være ensrettet. Eksemplene hvor elevene er med å definerer er det jeg kommer nærmest i dette datamaerialet. Eli skriver i sine refleksjoner.

Eli: «Jeg mener at det er viktig at elevene er med på å komme fram til definisjoner, prosessen kan være veldig lærerik. Vi må jobbe praktisk og bruke mange eksempler. Vi må bygge definisjoner pa elevenes erfaringer. Eksempel: I 1. klasse lærer elevene om former, sirkel, trekant og firkant. Jeg vil at elevene skal samtale om trekanten. Hva er en trekant? Hvorfor tror du det heter trekant? Hva er hjørner og kanter? Må alle trekanter se like ut? Elevene får snakke sammen med sin læringspartner før vi oppsummerer og kommer frem til en felles beskrivelse/definisjon av ordet i hel klasse.»

Her trekker Eli fram betydningen av å få elevene med, de skal bygge definisjoner på egne erfaringer. Samtalen er viktig og de skal sammen komme fram til gode definisjoner.

Jeg synes dette er et interessant eksempel, da vi tidligere har sett at Eli tydelig har vist instrumentell forståelse. I sin skolegang har hun lært seg matematikk ved hjelp av pugging og huskeregler. Nå underviser hun sine elever på en helt annen måte.

4.1.2 Begrepsblanding

Lærerene fra dette datamaterialet viser flere steder at de har utfordringer med å skille ulike begrep fra hverandre. I det første intervjuet, når informantene får spørsmål om hva som er forskjellen på definisjoner og regler, ser vi følgende svar.

132. Jane: ≈ Vi snakker jo veldig mye om at definisjonene er ikke viktig men så i neste så sa vi at det var viktig med begrep?
133. Inga: ≈ Ja den avklaringen?
134. Jane: ≈ Så vi var på en måte egentlig på en måte så var vi jo på definisjoner, bare at vi ikke regner de som definisjoner.
135. Janne: Så det du sier er at dere har, gjennom diskusjonen så fant dere ut at en begrepsavklaring egentlig var en definisjon?

Her ser vi at Jane og Inga i en diskusjon rundt blanding av begrep. De har tidligere snakket om at definisjoner ikke er viktig, men at de ser på begrepsavklaringer som svært viktig. Underveis oppdager de at dette er to sider av samme sak. Lignende eksempler finner vi også i de skriftlige refleksjonene.

Pia: ≪Jeg arbeider lite med definisjoner pa mitt trinn nar det gjelder formler, men jobber mye med hva de forskjellige begrepene betyr.≫

Pia viser en slags forvirring rundt definisjonsbegrepet. Men samtidig jobber hun med forståelse rundt begrepene.

Leikin og Zazkis (2010) trekker fram hvordan lærere kan ha utfordringer med å skille mellom ulike begrep; definisjon, teorem og aksiom blir brukt som eksempler.

Mosvold og Fauskanger (2012) viser også at lærere ser ut til å blande ulike begreper. Definisjon, formel og regel blir brukt om hverandre.

Her ser vi at dette også har blitt vist før. Da kan en stille spørsmål ved hvorfor en kan se en slik begrepsblanding. Hva er det som ikke er tydelig nok?

Innenfor dette med å blande begrep kan vi også se på det som muligens kan kalles en misoppfatning av hva en definisjon er. I intervju 5 trekker Sara fram følgende:

203. Sara: Og vi gjør jo det veldig mye. Vi definerer og forklarer og? Altså både med tall og bokstaver og hvordan ser de ut. Og definerer dem ved å bruke grunnleggende begreper sånn som to-tallet som består av en bueform og en rettlinjet form i en skråstilling og en rettlinjet form i vannretts stilling. For å gi de en forståelse av, huske hvordan tallene ser ut. Vi definerer egentlig alt.

Sara viser hvordan hun tolker definisjoner. Hun drar muligens definisjonsbegrepet innenfor matematikken litt vel langt når hun definerer to-tallet som en tegning. To-tallet har sin egen form, og kunne forøvrig vært byttet ut med hva som helst. Begrepet 2 kommer en dog ikke utenom. Innenfor matematikken kunne en definert 2 som en mengde eller ved å se på ≪Peano-aksiomene≫ (aksiomene for naturlige tall).

Dette eksemplifiserer debatten rundt forholdet mellom skolematematikk og matematikk for matematikere. De er fjernt fra hverandre. Beswick (2012) tar opp dette temaet.

Finlands nedgang på TIMSS blir bl. a. forklart med et for ensidig fokus på det hverdagslige og for lite fokus på teknisk matematikk. Vinner (1991) ønsker å endre studenters tankemønster, fra det hverdagslige til et mer teknoklogisk matematisk tankemønster. Han er klar over at dette ikke er noe for alle, da det er et krevende område.

I diskusjoner rundt definisjoner vil en stadig komme inn på det å kunne en definisjon eller evt å forstå en definisjon. Men hva vil det si å kunne en definisjon?

4.1.3 Hva vil det si å kunne en definisjon?

Flervalgsoppgaver blir brukt for å måle undervisningskunnskap. De er laget på en måte som gjør at lærerne må kjenne definisjonene for å kunne velge alternativ. Men hva vil det si å kjenne eller kunne en definisjon? Går det an å ha undervisningskunnskap om definisjoner uten å huske/kunne definisjonene?

Noen lærer ser ut til å mene det:

Harald: Må innrømme at jeg har problemer med å svare på om det er viktig å kunne definisjon på primtall og definisjoner generelt. Jeg vet i hvert fall at man raskt slår opp en definisjon i bøker eller internett. Av egen erfaring kan jeg aldri huske å hatt brukt for definisjonen av primtall eller andre definisjoner.

Harald ser ut til å mene at definisjoner er noe man ikke har bruk for, og som raskt kan slås opp i bøker eller på internett. Kan en vite hva f. eks et primtall er om en ikke kan definere det? Og ikke minst; kan en undervise det om en ikke klarer å definere det selv?

I en generell diskusjon rundt diskusjoner og viktigheten av disse i intervju 3 kommer Eli med følgende innspill:

241. Eli: Men jeg tror, sånn med regler og, de kan sikkert forvirre noen og gjør ting feil hvis de ikke husker regelen riktig. Men sånn nå er det jo mer det at man skal forstå hva de gjør, men hadde ikke jeg visst regler, det diktet for omkrets og areal av sirkel, så hadde jeg jo aldri kunne visst hvordan jeg skulle gjøre det. Nå?

Eli trekker også fram dette med å huske og viser til et dikt som en huskeregel for omkrets og areal av sirkel. For Eli er det altså det å huske synonymt med å kunne en definisjon. Lignende eksempler kan vi se i de skriftlige refleksjonene:

Erna: ≪Ja, fordi det er viktig å kunne regler, slik at når matematiske oppgaver skal løses, kan en hente frem gitte regler og bruke de for a løse gitt problem. Eks: Oddetall kan ikke deles pa to, fordi oddetall er det motsatte av partall.≫

Erna henviser til reglene som verktøy som hentes fram for å løse oppgaver. Og videre trekker hun fram en lite matematisk definisjon av oddetall.

Både Erna, Eli og Harald ser på definisjoner som noe som skal huskes. Det virker som om de ser på definisjoner som det ordrette, at det er det som er viktig og ikke forståelsen bak. Frøya har et annet syn på saken:

Frøya: ≪Definisjonen av primtall forteller hva et primtall er. Dette kan en ikke vite uten. Innen matematikk ser jeg det som viktig at elevene lærer seg denne definisjonen fordi når begrepet primtall kommer opp kan elevene tenke på at de har lært definisjonen. Uten def. kan de ikke vite dette.≫

Frøya trekker fram et interessant aspekt. Hun sier at dersom en ikke kan definisjonen av et primtall, så vet en ikke hva et primtall er. I motsetning til Erna, Eli og Harald ser hun sammenhengen mellom forståelsen og definisjonen. Om du vet hva du definerer, så kan du si det på mange måter. Det trenger ikke å være en korrekt oppstilt ordrekke, du må vite hva det er.

Frøya er en av fire som har valgt et alternativ på item 5, som ligner den tradisjonelle skoledefinisjonen av et primtall. Den innebærer et tall som er delelig på 1 og seg selv. Den er ikke helt korrekt, for den utelater at det må være større enn 1. De fleste har svart et annet alternativ, som riktignok er det korrekte, men som også har en mer avansert formulering. Noe av det jeg har påpekt ovenfor er at det ser ut til at noen lærere ser på ordene og ordstillingen i definisjonene, og at det kan ha vært medvirkende til at de valgte det svaralternativet de valgte.

I intervju 4 kan vi se et innspill som ligner på Frøya sitt. Spørsmålet i forkant har vært hvorvidt definisjoner anses som viktig og om de bruker definisjoner i undervisningen.

152. Laura: Definisjon kan jo være noe så enkelt som, hva betyr = ?.

Laura sier her at definisjon kan være noe så enkelt som å vite hva likhetstegnet betyr. Det hjelper lite å pugge et avsnitt som i detalj forklarer likhetstegnets egenskaper, om du ikke forstår hva det betyr.

Her ser vi også at definisjoner kan anvendes i langt flere områder enn geometri, og også langt ned i alder. Likhetstegnet kommer tidlig i småskolen. Eli ser også betydningen av å forstå, ikke bare kunne si den.

Eli: ≪Det er viktig for elevene å kunne definisjoner, da mener jeg ikke bare a kunne si en definisjon, men å forstå den.≫

Dette står i litt motsetning til det hun sier om å huske tidligere. Det er mulig at Eli sitt oppfatningssystem (Green, 1971) har gjennomgått omfattende forandringer siden hun selv gikk på skolen, men at noe henger igjen. Jeg ser ikke på dette som om at hun har oppfatninger som ikke er konsekvente. Jeg tror som Leatham (2006) at oppfatningene hennes er i et fornuftig system. De ulike synspunktene tolker jeg som et tegn på at dype oppfatninger er i endring eller har blitt endret.

Å kunne en definisjon, er bare første del i grunnlaget som må til for å anvende definisjonen. En må ha strategisk kunnskap knyttet til definisjoner. Det er ikke nok å kunne eller huske en definisjon, men man må forstå når og hvordan den kan brukes. Det deles inn i tre steg. Det første er å lære definisjonen, det neste er å vite når den kan brukes og det tredje steget går på hvordan den kan brukes. Steg 3 viser til den dypeste forståelsen. Og en dypere forståelse av definisjoner vil gi flere bruksområder (Weber, 2001).

Knapp peker ut 7 vanlige feil i forhold bevis. 6 av disse 7 er knyttet til studentenes kunnskap om eller bruk av definisjoner. Leikin og Zazkis (2010) trekker også fram utsagn fra lærere om at definisjoner kun blir brukt i geometri og at i geometri skal en bevise, mens i algebra skal en bare løse oppgaver. Lignende kan vi se fra vår egen Læreplan, Kunnskapsløftet, hvor ord som utforske, eksperimenter og formulere logiske resonnement blir knyttet til geometri, mens regne med, utføre, løse og beskrive går igjen under de andre hovedområdene. På tross av at forskning viser at definisjoner er en viktig del av en bred matematisk kompetanse, ser vi at dette blir vektlagt ulikt blant lærere.

4.2 Læreres vektlegging av definisjoner

Innenfor temaet definisjoner, ser vi i dette datamaterialet at hvorvidt lærere synes det er viktig eller ei, varierer mye. Av de ulike items som ble gitt, var det dette i kombinasjon med et om huskeregler som viste størst variasjon i resultatene. Noen mente at definisjoner var noe av det aller viktigste og mest grunnleggende, mens andre igjen mente det var helt uviktig.

4.2.1 Definisjoner er viktig

I det første intervjuet når gjeldende flervalgsoppgave blir trukket fram får vi følgende:

138. Jane: ≈ Men det er jo det å forklare definisjonen og, men da kalte vi det for begrep. Og hvis du skal forstå begrepet, så egentlig. Så er definisjoner veldig viktig likevel. Det er bare det at vi kalte det ikke for det?

140. ... Det er litt det der med å heller prøve å hjelpe de til forståelsen, da er definisjonen bedre, da kan det gi mer forståelse.

Jane viser her at hun ser på begrepsavklaringer som svært viktig, og hun ser nå at det er det definisjoner handler om. Forståelse er det Jane legger hovedvekten på når hun forklarer hvorfor dette er viktig. Lignende kan vi finne også i intervju 2:

261. Gerd: ≈ Men, jeg synes definisjon sånn er kjempeviktig, selv om primtall var uviktig for meg (latter).

262. Janne: Kan du ikke utdype det litt, det med definisjoner?

263. Gerd: Definisjoner finnes i alt og man kan jo tenke at når de starter med matematikk så er det så mange begrep som vi faktisk må snakke om og de må vite innholdet i tegn, de må vite innholdet i ord, matematiske begrep og bare nå nettopp erfarte jeg at (.)

264. Gerd: ≈ ja, utrolig med begrep, det er kjempeviktig med begreper og særlig i dag så synes jeg at unger er begrepsfattige i forhold til hva man gjerne var før og matematikken er jo en egen verden, så (.) med alle de begrepene som finnes der.

265. Janne: Så du tenker at definisjoner blir viktig?

266. Gerd: ≈ Ja?

267. Janne: ≈ i forhold til at de må vite matematiske definisjoner

268. Gerd: ≈ Ja?

269. Janne: ≈ av begreper?

Gerd snakker også om begreper, at ungene må vite innholdet i begrepene. Hun viser til at matematikken er en egen verden. Om en skal få innsyn i denne verden, må vi kjenne begrepene og forstå innholdet i de. Også i intervju 3 blir viktige argument trukket fram.

237. Janne: Og det du egentlig sier da, er at definisjoner i matematikken hjelper en som lærer til å bli mer presis?

238. Jan: Ja?

239. Eli: ≈ Ja?

240. Jan: ≈ mer entydige.

Eli og Jan viser her at de ser på definisjoner i matematikken som en hjelp til at lærere kan bli mer presise. Her er vi også inne på det matematiske språket. Det er et tydelig og strengt språk. Symboler og begreper har sin bestemte mening. Denne verden må lærere kjenne godt. Vi må snakke det samme språket. Et argument for å vektlegge definisjoner i undervisning kan altså være dette med å bli mer presise. I intervju 5 kan vi også se synspunkter som peker mot at definisjoner i undervisning er viktig.

200. Sara: I forhold til å innføre, eh, det å være en firkant. Så definerer vi den sammen med ungene, vi forteller at den har fire kanter og fire hjørner. Det er jo på en måte en definisjon. Og det samme med trekanten. Men altså, definisjonene er jo veldig, i hvert fall så liker jeg det å forståelse av hva ting er.

201. Inge: Hvis at det kan støtte opp om forståelsen og da tenker jeg at $\approx$ Nå var jo du innom geometri og der tenker jeg jo at det er en del fornuftige definisjoner. Hva er et trapes? Hva er et parallellogram? Det er jo en definisjon som skiller de fra hverandre på mange måter. Og da tenker jeg at der støtter det opp under forståelse av hva dette her er.

Sara og Inge bruker forståelse som argument for hvorfor definisjoner er viktig. Forståelsen har også vært grunnlag i mange av de andre argumentene som har blitt brukt for å forklare at det er viktig.

Inge trekker fram dette med definisjoner i geometri, som Leikin og Zazkis (2010) også har vist, at definisjoner er mest vanlig i geometrien. Kunnskapsløftet legger også føringer for dette. Vi ser annen ordbruk knyttet til dette området enn andre. Hvert område innenfor matematikken har sin egenart og skal få beholde dette. Men jeg tror allikevel en kunne åpnet øynene for at å resonnere, utforske og bevise kunne vært mulig også innenfor andre domener. Matematikk for en matematiker innebærer mye kreativitet. Skolematematikken har med sine metoder ikke fokusert på dette, men heller på innøving av regneferdigheter. Da tenker jeg på det å lære algoritmer og gjøre mange forholdsvis like oppgaver, i stedet for å bruke tid og gruble på en oppgave. Med tanke på motivasjon tror jeg det er uheldig. Heldigvis er dette under utvikling. Fokuset på matematikkdidaktikk er økende og stadig flere får mulighet til gode etterutdanningskurs.

Videre i intervju 6 ser vi enda en forklaring på hvorfor definisjoner er viktig.

142. Kate . . . Så jeg vil mye heller at elevene mine skal ha en forståelse av hva som ligger i bunn og da må definisjonen inn?

Her blir også forståelse brukt som argument for hvorvidt definisjoner er viktig. I dette datamaterialet ser jeg mange lærere som peker på at forståelsen er viktig. Disse lærerne kan sies å ha et platonisk lærersyn. De vil forklare og bidra til at elevene får konstruert et solid fundament i sin matematikkforståelse.

4.2.2 Definisjoner er viktig, men ikke primtallsdefinisjonen

En del lærere ser ut til å mene at definisjoner er viktig, men ikke definisjonen av primtall. Fra skriftlige refleksjoner ser vi:

Mia: ≪For alle definisjoner så tror jeg det først og fremst er viktig med forståelsen før en gir definisjonen. Jeg ser ikke på definisjonen av primtall som spesielt viktig kunnskap for elevene. Men de må vite hva et primtall er fordi det blir brukt i faktorisering.≫

Her kommer også den samme diskusjonen inn som i forhold til flervalgsoppgaver. Det å si at en ikke trenger å kunne definisjonen, men må vite hva det er. Kan du vite hva det er uten å kunne definisjonen? En definisjon sier noe om egenskapen til, det som kjennetegner, kriteriene for et fenomen. I intervju 2 blir det spurt om hvorvidt definisjoner er viktig og også spesifikt primtallsdefinisjonen.

261. Gerd: ≈ Men, jeg synes definisjon sånn er kjempeviktig, selv om primtall var uviktig for meg (latter).

Dette blir også et tema i de skriftlige refleksjonene.

Gerd: ≪Definisjonar er generelt ganske viktige, men definisjonen av primtal har ein eigentleg ikkje særleg bruk for. Dei kan finna primtal i hundrehus og gongtabellen. Men å bruka denne kunnskapen har elevar i småskuletrinnet ikkje særleg bruk for.≫

Her ser vi utdrag fra Gerd sine synspunkter fra både intervju og skriftlige refleksjoner. Hun synes definisjoner er kjempeviktig, men ikke primtallsdefinisjonen. Her argumenterer hun med at ≪Dei kan finna primtal i hundrehus og gongtabellen.≫ Skal elevene lære seg en metode for å finne primtall, kryss her og kryss der? En slik metode blir lett å glemme og lett å gjøre feil om en ikke forstår hva primtall er.

Hun nevner også at elever i småskuletrinnet ikke har særlig bruk for dette. Her ønsker jeg å trekke inn aspekektet rundt horisontkunnskap (Fauskanger et al., 2010). Horisontkunnskapen er i UKM-modellen en del av fagkunnskapen til en lærer. En lærer skal ikke bare fokusere på det som er her og nå, men skal se kunnskap i en større sammenheng. Om du underviser på tredje trinn, så skal du vite noe om hva disse elevene har lært før, og hvilket grunnlag du må være med å legge for den kunnskapen som skal komme. Det at hun hevder elevene ikke har bruk for dette ser jeg som et tegn på at hun ikke ser en stor sammenheng. En del kunnskap er kunnskap som vi ikke nødvendigvis trenger for å klare et regnestykke her og nå, men for å få en økt forståelse.

4.2.3 Definisjoner er ikke viktig

Vi har sett mange eksempler på at lærere trekker fram at definisjoner er viktig, men også andre synspunkter kom fram. I intervju 3, på spørsmål om hvorvidt definisjoner er viktig ser vi følgende diskusjon:

223. Tor: ≈ Jeg tror vi klarer oss uten definisjoner, men det kan jo gjøre ting enklere for noen, at du klarer å opprette ?sånn er det?.

224. Janne: Hvem er det som klarer seg uten definisjoner, læreren eller eleven?

225. Jan: Læreren.

226. Tor: Begge.

Her ser vi at Jan mener at læreren klarer seg uten definisjoner, mens Tor mener at både lærer og elev klarer seg uten. Hva vil det si å klare seg uten?

Her ønsker jeg å trekke inn (Ball et al., 2008) sine utfordringer knyttet til matematikkundervisning (tasks of teaching). En av disse utfordringene er: velge og utvikle gode definisjoner. Ifølge Ball et al. (2008) er dette noe en lærer bør kunne. Også fra de skriftlige refleksjonene kan vi se lignende synspunkter.

Mons: ≪De fleste definisjoner generelt blir lært av bade faglærer og elever som huskeregler, uten grunnleggende forståelse. Mange faglærere må grunnet svak fagkompetanse, svare elever sådan er det bare. Derfor oppleves definisjoner ikke som viktig kunnskap, mer som plikt og puggekunnskap, som rakst glemmes dersom kunnskapen ikke etterspørres i senere utdannelse.≫

Mons viser her at han ikke ser på definisjoner som viktig. Han har et tydelig instrumentelt syn (Ernest, 1989) (Skemp, 1976). Dette synet innebærer at forståelse ikke vektlegges. Her kan en muligens tolke at vektleggingen av definisjoner kan ha en sammenheng med hvilket læringssyn en har. De som vektlegger forståelse, som et platonisk og et problemløsende syn, vil se på definisjoner som mer viktig. Mange av de som sier at definsjoner er viktig i dette datamaterialet, bruker forståelsen som argumentasjon.

Et instrumentalistisk syn er mer opptatt av å lære algoritmene, lære ferdigheten, teknikken. Definisjoner går mer i dybden, og det kan muligens virke unødvendig. Mye litteratur peker på at et instrumentalistisk syn er underdanig andre syn. Men en må også få fram at de fleste som underviser på denne måten har gode grunner til det (Skemp, 1976). Det kan dreie seg om ro i klassen eller tidspress og effektivitet. I en undersøkelse utført av Respons Analyse for Utdanningsforbundet (Respons Analyse, 2011) kan vi lese: ≪På spørsmål om en har opplevd pålegg eller press fra skoleledelsen om å drille elevene fram mot nasjonale prøver, svarer 71 % av de spurte grunnskolelærerne i Oslo at dette i varierende grad har forekommet, mens 47 % av de spurte grunnskolelærerne i landet som helhet svarer det samme.≫

Vi kan også trekke inn Skott (2001) som gjennom eksempelet med Christoffer viser at motstridende interesser kan møtes i klasserommet.

De kan føre til at du gjør grep som tilsynelatende strider mot dine egne oppfatninger. Han viser til at det ikke trenger å bety at det er inkonsistens i ditt oppfatningssystem, men at noen oppfatninger står sterkere enn andre i denne gitte kontekst (Green, 1971). Leatham (2006) kan også trekkes inn her i det han snakker om at oppfatningene våre er i et fornuftig system. Han hevder at det som for en utenforstående kan virke usammenhengede, ikke trenger å være det. Det kan være vanskelig å isolere enkelte oppfatninger, da alt henger sammen i et delikat system, og dette systemet hevder Leatham (2006) er fornuftig.

Ulik vektlegging av definisjoner kan også være kulturelt betinget (Hiebert et al., 2003). I noen land er det langt mer utbredt og en naturlig del av undervisning. Vi blir påvirket både av tradisjon og rammeverk, både når det gjelder oppfatninger og metoder.

4.3 Didaktiske metoder knyttet til definisjoner

4.3.1 Elevene definerer selv

Flere har svart at de sammen med elevene skaper egne definisjoner. Når lærerne lar elevene være delaktige i å lage egne definisjoner, kan en muligens si at de understøtter et problemløsende syn på matematikken. Matematikk er noe som skal oppdages og utforskes, alt er ikke endelig. I intervju 2, når det er spørsmål om hvordan definisjoner blir brukt kommer Gro med et innspill.

290. Gro: Jeg føler av og til at vi i lag med klassen kommer frem til en liten sånn definisjon i denne sammenhengen og det har jeg også følt har vært ganske nyttig?

291. Brit: ≈ Ja?

292. Gro: ≈ at jeg ikke bare kommer med ?ja, sånn er det? men at vi finner det ut i lag, på en måte. Men det er klart, da må jo jeg ha tryggheten?

Gro sier at hun har opplevd det som nyttig å ta elevene med i prosessen med å lage definisjoner. Hun trekker også fram at hun i en slik sammenheng må være trygg i sitt fag. Det er nok et faktum at mange matematikklærere i den norske skolen ikke har denne tryggheten. En av utfordringene her har vært knyttet til læreren som allmennlærer kontra faglærer. Dette er heldigvis i ferd med å snu. I mange tilfeller har lærere undervist 4, 5, 6 fag, hvorav ett av de har vært matematikk. Foe noen av disse har nok matematikk vært hovedfaget, mens for mange andre har det vært et fag de måtte ta. Og holdninger som at de som har hatt problemer med matematikken selv, har kunnet undervise på lave trinn fordi det er så lett har vært utbredt. I dag er det mange som mener at de mest kompetente lærerene burde vært i småskolen. På denne måten kunne en muligens unngå reparasjoner på senere trinn. Det er de første årene at grunnlaget blir dannet. Og et sterkt fundament er nødvendig for at konstruksjonen skal bli solid.

Gro har også vist synspunkter knyttet til dette i sine skriftlige refleksjoner.

Gro: ≪I klassen min hadde me nyleg dette spørsmalet: Kva er eit negativt tal? Jau, definisjonen me kom fram til var at eit negativt tal er eit tal som er mindre enn 0 og som ligg til venstre for 0 på tallinja. Dette er ein definisjon som mange elevar i klassen min treng a ha i bakhovudet framover, eg tenker at det er ei hjelp for dei at me har laga ein setning som seier kva det er. Når elevane i fellesskap i klassen klarer a formulere sin definisjon av kva noko er , gjer det det lettare for dei å hugse definisjonen og dei får eit eigarforhold til han.≫

Gro viser til eksempel fra egen hverdag hvor hun sammen med elevene har kommet fram til definisjonen av hva et negativt tall er. Hun mener at når elevene blir involvert på denn måten, får de et annet eierforhold til det.

De Villiers (1998) legger vekt på at elever burde lære seg å definere begreper heller enn å lære seg om definisjoner. Elever må lære å jobbe mer som matematikere. En kan komme inn på begrep som aksiom, teorem og bevis. Knapp (2006) viser sammenhengen mellom definisjoner og bevis. Hun mener at elever langt i skolen må lære seg å bevise, og gjennom sin forskning viser hun at av 7 kategoriserte feil i studenters bevisførsel, er 6 knyttet til definisjoner. Her kommer det også inn hvor stor forskjellen på skolematematikk og ren matematikk er. Det skal og bør nok være en viss forskjell, men jeg tror at det vil være fruktbart for elever å få ta større del i den matematiske verden. Ut fra matematikkens egenart er det muligens Kunst og håndverk som er det faget som ligger nærmest. I metode og gjennomføring i dagens skole kan de ikke sammenlignes i det hele tatt.

I de skriftlige refleksjonene trekker også Eli fram det at en kan lage egne definisjoner sammen med elevene.

Eli: ≪Jeg mener at det er viktig at elevene er med på å komme fram til definisjoner, prosessen kan være veldig lærerik. Vi ma jobbe praktisk og bruke mange eksempler. Vi må bygge definisjoner pa elevenes erfaringer. Eksempel: I 1. klasse lærer elevene om former, sirkel, trekant og firkant. Jeg vil at elevene skal samtale om trekanten. Hva er en trekant? Hvorfor tror du det heter trekant? Hva er hjørner og kanter? Må alle trekanter se like ut? Elevene får snakke sammen med sin læringspartner før vi oppsummerer og kommer frem til en felles beskrivelse/definisjon av ordet i hel klasse.≫

Eli trekker fram betydningen av å involvere elevene, at de sammen kommer fram til en definisjon. Hun ser på denne prosessen som svært lærerik. Også her kan vi se på (Ball et al., 2008) sin utfordring, velge og utvikle gode definisjoner. Om du som lærer klarer dette, vil du også ha mulighet til å videreformidle dette. Dette innebærer selvstendig tenking. En må ha evne til å skille mellom rett og galt. Hvorfor vil ikke det fungere i alle tilfeller. Som Gro sier i intervju over: da må jo jeg ha tryggheten.

Lignende synspunkter som hos Eli og Gro, kan vi også se i Carla sine skriftlige refleksjoner.

Carla: ≪Me har hatt om sortering. Sortert t.d. knappar. Dele ut ca 30 til kvar, snakke med elevene om korleis ein sorterer. Bruke elevene, etter farge på klede, sokkar, hårfarge osv. Me knappane kom elevane fram til at dei kunne delas inn etter farge, størrelse og kor mange hull der var i knappen. Dette hadde ikkje elevane klart a kome fram til utan å ha forstått begrepet sortering. Viktig at ein bruker dei matematiske orda. Nå skal me byrja med mønster etter haustferien. Da må me definera det ordet i lag med elevane. Kva er eit mønster, er det reglar ein må følgja? Viktig at elevane kjem fram til reglar sjølv som kan bli til ein definisjon.≫

Det å definere sammen med elvene og å la elevene komme fram til regler selv er framtredende her. En ønsker å la elevene få eierforhold til matematikken, og at disse begrepene blir integrerte som en naturlig del av barnas språk. I diskusjoner knyttet til å lage definisjoner selv er språket en nødvendig og svært viktig del.

4.3.2 Språk/diskusjon

Språk er viktig i alle fag, også i matematikk. I det første intervjuet ser vi lærere seg imellom diskutere hvordan diskusjon har gitt økt læringsutbytte.

159. Marit: Jeg syntes jo det hjalp veldig i å diskutere de, fordi at hvis jeg skulle ha sittet alene med de så ville jeg hatt mye mindre utbytte av det, enn å sitte i en gruppe og diskutere det.

164. Mia: ≈ Ja fordi det er jo det å sitte å diskutere og så høre hva andre tenker. Og så plutselig endrer du litt syn selv og, fordi du ser nye ting som du ikke har tenkt på ikke sant.

165. Janne: Så diskusjonen? altså disse oppgavene. Hvis de skulle bli brukt i etterutdanning så er det liksom diskusjonen tilknyttet de som er like viktig som selve oppgaven? Det er det dere sier for dere?

Her ser vi lærerne Marit og Mia som peker på det store utbyttet de har fått av av diskusjon rundt emnet. En del forskning er gjort knyttet til arbeid i smågrupper. Bjuland (2002) har sett på problemløsingsoppgaver i smågrupper og Vygotsky (1978) viser hvordan en ved hjelp av andre kan nå sin egen proksimale sone. Vi kan også se eksempler hvor elever blir trukket fram.

Eli: ≪Det er viktig for elevene å kunne definisjoner, da mener jeg ikke bare å kunne si en definisjon, men å forstå den. Det er viktig å samtale om definisjoner og begreper.≫

Eli sier at samtalen er viktig for å få elevene til å forstå. Marit og Mia snakker om dette for sin egen del, mens Eli viser til elever. Når lærere får gode erfaringer knyttet til diskusjon/samtale som læringsarena øker sjansene for at de vil ønske å bruke denne formen med sine elever. Forskning viser at lærere ofte underviser slik de selv har blitt undervist (Maass (2009), etter Hundeland (2010)) Et aspekt som må nevnes her er at en del lærere kan velge å unngå denne form for metode for opprettholde ro og orden (Skott, 2001).

I forhold til samtale/diskusjon som metode ser jeg det naturlig å knytte dette opp mot noen av utfordringene knyttet til matematikkundervisning (Ball et al., 2008). Respondere på elevenes ≪hvorfor≫-spørsmål. Forklare om elevenes påstander er rimelige (ofte raskt). Gi, eller evaluere, matematiske forklaringer. Stille fruktbare matematiske spørsmål. Slik jeg ser det, kan vi knytte fire av disse utfordringene opp mot det å samtale og diskutere i matematikken. Det er krevende for læreren. Vedkommende må muligens ut av sin komfortable sone, må våge å vise svakhet overfor elevene. En lærer kan ikke alt.

4.3.3 Bruk av eksempler

I intervju 4 ser vi enda en didaktisk metode tre fram, bruk av eksempler.

169. Janne: Så det dere sier er at definisjoner for dere er mer enn sånn som definisjonen står skrevet da? Dere definerer og med å bringe inn eksempler?

170. Are: Ja, du må jo gjøre det for å gjøre det forståelig for dem. For at de skal forstå det, så må du eksemplifisere det for dem og få det inn? vet ikke jeg?

     Are hevder at eksempler er nødvendige for at elevene skal forstå. Også her blir forståelsen trukket inn.

179. Laura: Vi hadde et veldig fint eksempel vi skulle lage muffins. Og så var vi tre grupper og så lagde de 20 muffinser hver. Og da var det mange som spurte ja hvor mange får vi hver?≈ . Og så så er vi 19 i klassen da. Og så brukte vi det, da gikk det veldig greit ikke sant. Da skrev de 7 pluss 7 pluss 7 og skrev opp gangestykker og så liksom fant de ut av det. Og veldig ja, det var de med på! (latter). Men det var jo veldig håndgripelig?

180. Are: ≈ Ja for det er håndgripelig. Det skulle ikke gå noen muffins i minus her.

181. Janne: Slik at definisjoner er viktig hvis de blir, på en måte, eksemplifisert og knyttet til noe praktisk for elevene?

182. Are: Ja, hvis ikke så blir det bare sånne regler som du har lært deg og så detter du av lasset.

Laura viser til et eksempel fra egen hverdag med muffins involvert. Også under denne delen vil jeg knytte opp mot utfordringer i matematikkundervisningen (Ball et al., 2008). Finne eksempel for å få fram et bestemt matematisk poeng. Her kan vi også trekke inn forskning rundt matematikk i hverdagslivet og situert læring (Mosvold, 2006). Dette var håndgripelig for elevene. Og håndgripelig og forståelig er viktig, men det må også være en plan for å gå derfra til den teknologiske matematikken.

5 Diskusjon

I kapittel 4 har jeg trukket fram ulike aspekter ved læreres epistemiske oppfatninger knyttet til definisjoner. Gjennom analyse har jeg fått et innblikk i dette området. Mine valgte kategorier har gjort det mulig for meg å systematisere og dra slutninger. I forskning på oppfatninger, eller generelt forskning på mennesker og deres synspunkter, vil det alltid være en risiko for subjektivitet. Jeg prøver å være så objektiv som mulig, men vet at mine erfaringer som menneske, mor, lærer og kollega preger meg og mine tolkninger. Jeg er bevisst på dette og prøver i størst mulig grad å basere meg på eksisterende forskning. Men dette er et kvalitativt forskningsarbeid og da er det mine tolkninger som kommer fram. Forskningspørsmålet mitt er følgende: ≪Hvilke oppfatninger om hva lærere trenger å vite om definisjoner kommer til uttrykk gjennom skriftlige og muntlige refleksjoner?≫

Ut fra datamaterialet ble følgende kategorier valgt:

1. ≪Læreres oppfatninger/forståelse rundt definisjoner.≫

2. ≪Læreres vektlegging av definisjoner≫.

3. ≪Didaktiske metoder knyttet til definisjoner≫

Videre i diskusjonsdelen vil jeg starte med første kategori og deretter gå videre. I første kategori har jeg videre kategorisert i forhold til Ernest (1989) sine kategorier av oppfatninger rundt matematikk – instrumentalistisk, platonisk og problemløsende.

5.1 Læreres oppfatninger/forståelse rundt definisjoner

Beswick (2012) har sett en sammenheng mellom Van Zoest et al. (1994) sin kategorisering av oppfatninger om matematikkundervisning og Ernest (1989) sine oppfatninger om matematikkens natur. Argumentasjonen for å velge denne inndelingen ligger i det Hersh (1986), sier. Han sier at vår oppfatning av hva matematikk er, påvirker hvordan vi presenterer matematikken. Dette fører til at vi ikke skal spørre oss hva som er den beste måten å undervise på, men heller spørre oss hva matematikken egentlig handler om. Våre dypestliggende oppfatninger knyttet til matematikkens natur vil i høy grad påvirke hvilken lærertype vi blir.

Vi ser store forskjeller på hvilke syn som trer fram gjennom dette datamaterialet. Noen viser til et helt tydelig instrumentalistisk syn, hvor pugging og det å huske står i sentrum. Andre igen forfekter betydningen av forståelse. Beswick (2012) har sett en sammenheng mellom Van Zoest et al. (1994) sin kategorisering av oppfatninger om matematikkundervisning og Ernest (1989) sine oppfatninger, hvor Ernest (1989) sitt platoniske syn og Van Zoest et al. (1994) sine tanker om en undervisning som fokuserer på innhold og forståelse, blir sammenlignet. Ifølge dette vil en kunne si at en overvekt av lærerne i denne studien har et platonisk syn på matematikken. Det instrumentelle synet står også forholdsvis sterkt. Beswick (2012) trekker også en linje mellom Ernest (1989) sitt instrumentalistiske syn og en undervisning som i følge Van Zoest et al. (1994) fokuserer på innhold, men hvor det viktigste er utførelsen. Det problemløsende synet som av Van Zoest et al. (1994) viser til undervisning som fokuserer på den som lærer, er det minst framtredende. Jeg har valgt å trekke de som lar elevene være med å lage egne definisjoner inn i denne kategorien. Analysen kunne muligens blitt noe enklere om jeg hadde forholdt meg til to kategorier, eksempelvis Skemp (1976) sine instrumentell forståelse og relasjonell forståelse. Valget falt allikevel på å beholde tre kategorier, da jeg mener det kan vise til at det problemløsende synet er lite framtredende.

En underkategori har jeg valgt å kalle «hva vil det si å kunne en definisjon≫. I resultatene her ser vi også ulike syn. Noen ser ut til å mene at en definisjon er noe som skal huskes, og derav lett kan glemmes. Andre mener at for å kunne en definisjon må du vite hva noe er. Og om du ikke kan definisjonen av dette noe, så kan du heller ikke vite hva det er. Her ser vi igjen den platoniske forståelsen mot den istrumentelle puggingen. Lærerens oppfatning av matematikkens natur og hennes læringssyn vil påvirke undervisningen.

5.2 Læreres vektlegging av definisjoner

Det vil også påvirke vektleggingen av definisjoner, som er den andre hovedkategorien. Resultatene her viser ulikheter. Noen mener at det er veldig viktig, mens andre at det ikke er viktig i det hele tatt. Dette kan muligens ha kulturelle forklaringer. TIMSS videostudier viser store kulturelle forskjeller i metode og arbeidsmåter. Stigler og Hiebert (1999) gjør en studie hvor de observerer undervisningsmønster i henholdsvis Japan, Tyskland og USA. Ved hjelp av dette lager de en ≪timesignatur≫, som viser en typisk time i det aktuelle landet. Hiebert et al. (2003) utvikler dette videre. En ser at bruk av definisjoner varierer mellom ulike land (Hiebert et al., 2003). Land som f.eks Japan har tradisjon for langt mer bruk av problemløsingsoppgaver i undervisning. Bruk av definisjoner og opplæring av bevis er mer nødvendig i et problemløsende klasserom. Bevis og definisjoner er sterkt knyttet sammen (Knapp, 2006). Vi kan trekke inn Polya (1957) med sine fire steg for problemløsing: Forstå problemet, Lag en plan, Gjennomfør planen, Se tilbake. En undervisning som vektlegger disse fire punktene, vil etter min mening ha et større behov for kjennskap til og oversikt over definisjoner. I et problemløsende klasserom vil elevene få et åpent problem, som de må gripe fatt. Da må de ha en stor grad av oversikt både for å forstå, men også for å kunne legge en plan for løsning.

I et tradisjonelt norsk klasserom har det nok til tider vært mer preget av å lære en metode, og deretter regne mange oppgaver med den metoden. Mellin-Olsen (1991, 1996) introduserer begrepet ≪oppgavediskurs≫.

Dette innebærer at læreren presenterer en metode, og deretter gir elevene en rekke oppgaver hvor denne metoden skal benyttes. Det kan sees på som om at elevene hver time blir sendt ut på kjøretur alene. Det er ikke tradisjon for lignende i andre fag. Forskning viser at «oppgavediskursen» fremdeles er rådende i matematikkundervisning i Danmark (Niss, 2007). I tillegg ser vi at lærebøkene blir vektlagt av lærerne i undervisning (Hundeland, 2010). Når oppgavediskursen er så utbredt viser det at kvaliteten på oppgavene i lærebøkene blir viktig. Hvilke oppgaver som er i lærebøkene, vil ha stor innvirkning på hvilke oppgaver elever faktisk regner. Disse oppgavene bør kunne vise til flere kompetanser Niss og Jensen (2002), ikke bare formalkompetansen. Oppgavene må også gi øving i f. eks problemløsing.

Et annen aspekt er utfordringer knyttet til vurdering. Elevene blir målt i skriftlige prøver etter hvordan de presterer. Forskere trekker fram at endring av vurderingspraksis er nødvendig for å endre undervisningspraksis (Jensen, 2007). Oppgaver på eksamen påvirker vektlegging i undervisning. Problemløsingsoppgaver på eksamen, vil muligens føre til problemløsingsoppgaver i undervisningen, og med dette øker behovet for kunnskap om definisjoner og bevis.

Ut fra tidligere kategorisering kan vi si at «oppgavediskurs» og problemløsende metoder viser til et instrumentelt syn og problemløsende syn (Ernest, 1989). Det problemløsende synet er lite representert i datamaterialet, og det mest framtredende synet er det platoniske. Mange av lærerne har snakket eller skrevet om hvor viktig det er at elevene får en forståelse for det de driver med. En forståelse for hvorfor vi skal gjøre noe på den ene eller den andre måten.

De siste tiårene har det vært et økende fokus på matematikkdidaktikk, på forskning knyttet til undervisning og læring, kunnskap og oppfatninger innenfor matematikk (Shulman, 1986) (Ball et al., 2008). Dette fokuset kan føre til en bevisstgjøring blant lærere, men det viser seg at endringer tar tid (Alseth, Breiteig & Brekke, 2003). Mange av dagens lærere har selv hatt en instrumenell tilnærming til sin matematikkkunnskap. Vi vet at en lærer er sterkt influert av den måten han/hun selv har blitt undervist, men også at få som mislikte undervisningen de fikk som barn blir lærere for å forbedre undervisning. Dette er med på å forsterke at endringene tar tid (Maass (2009), etter Hundeland (2010)).

Selv om det er vanskelig å få til store endringer, vil en økende bevisstgjøring utgjøre en betydning. Her ønsker jeg å trekke inn Eli. Hennes argumentasjon kan til tider virke motstridende i våre øyne. Ifølge Leatham (2006) er oppfatningene i et fornuftig system. Men det kan tolkes dit at hun er i ferd med å endre noen av sine grunnleggende oppfatninger. Da oppfatningssystemene kan sees som med en klyngestruktur (Green, 1971) vil endringer i dype oppfatninger gjøre dannelsen av nye klynger komplisert. På denne måten vil en ha enkelte oppfatninger underveis i prosessen som vil kunne virke motstridende, de henger igjen fra det gamle. Og en kan også trekke inn det Peder Haug sier:

> ≪Endringane i skulen skjer først på formuleringsnivået. Talemåtane er det enklaste å gjere noko med, å endre praksisen fundamentalt er noko heilt anna og mykje meir samansett.≫
>
> (Haug, 2012, s. 294)

Ut fra dette synspunktet, kan en se nytten av at også observasjon hadde vært inkludert i datamaterialet. Det er mulig en observasjon ville vist andre sider enn det som lærerne selv fremhever.

De ulike synene krever ulikt av elevene. Instrumentell undervisning gjør elevene svært passivt mottakende og lite selvstendige. Undervisning innenfor et platonisk syn fremmer forståelse og eleven blir mer delaktig. Læreren er allikevel den som skal forklare og formidle. Innenfor et problemløsende syn arbeider eleven svært selvstending. Eleven skal oppdage og eleven skal se sammenhenger. Her er vi nærmest det en kan kalle teknologisk avansert matematikk. Alle elever kan ikke være på dette nivået, til det er det for krevende (Vinner, 1991).

Mange har undervist instrumentelt fordi det fungerte og fordi det ikke var særlig fokus på alternativer. Et økt fokus kan bidra til å endre dette. Den tydelige vektleggingen i studien av forståelse blant lærerne synes jeg peker i en riktig retning. Selv om en lett kan se med negativt blikk på det instrumentelle synet, kan forskning vise at de som benytter disse metodene oftest har gode grunner til det (Skemp, 1976). Måten skolesystemet er bygd opp på, med sentralt gitt eksamen som har tradisjonelle oppgaver, kan gjøre det fristende å drille oppgaveregning.

Elevens motivasjon er også faktor her. Det kan være lett å tro at alle elever er drevet av en indre motivasjon, men innimellom kan en se at elever ikke er så interessert. De har ingen indre motivasjon, ei heller et ønske om å forstå alt. Dette er sammensatt. Mange vil mene at forståelse er viktig, slik resultatene også viser. Allikevel vil det oppstå situasjoner hvor du vet hva det «riktige» er, f. eks problemløsing i grupper, men allikevel ikke gjennomfører det. Gruppearbeid med problemløsing kan gi mange læringsgevinster for elevene (Bjuland, 2002), men det kan også by på en del utfordringer. Disse kan være tidspress i forhold til pensum eller uro i klasserommet. Disse utfordringene kan medføre at en lærer velger bort det «beste» alternativet (Skott, 2001).

Vektleggingen av definisjoner er varierende, men jeg ser på det som svært positivt at mange trekker fram betydningen av forståelse. Jeg hadde håpet å se mer av et problemløsende syn, da jeg tror at med et større fokus på problemløsende metoder, vil en kunne ha enda større behov for vektlegging av matematiske definisjoner.

Jeg ser også at lærernes oppfatning knyttet til hva matematikk er, har innvirkning på mange områder. Skal en endre praksis, må en endre dyptliggende oppfatninger.

5.3 Didaktiske metoder knyttet til definisjoner

Lærerne trekker her fram ulike metoder de bruker når de arbeider med definisjoner. En av metodene som blir trukket fram er at elevene definerer selv. Elevene er delaktige i prosessen og de får et eierforhold til dette. Når lærerne lar elevene være delaktige i å lage egne definisjoner, understøtter dette et problemløsende syn på matematikken. Matematikken er noe som skal oppdages og utforskes, alt er ikke endelig. Det er viktig å gjøre elevene bevisste på hvordan dette ble/blir gjort av matematikere. Elevene må bli kjent med begrep som aksiom, teorem, bevis. De må lære seg evnen til selvstendig arbeid, kreativitet og lære seg ulike strategier for å finne løsninger. En del av kunnskapen i disse strategiene må være knyttet til definisjoner og bevis. Dette kan for mange elever være en helt ny måte å tenke på og kan av den grunn muligens være krevende. Jeg tror allikevel dette kan være langt mer motiverende enn det å løse mange like oppgaver med en gitt metode. En matematiker jobber lenge og iherdig med et problem, og det er litt av dette jeg gjerne skulle sett i skolen. I skolen må en forholde seg til rammverk, læreplaner, pensum og eksamener. Dette tar bort en del frihet fra den enkelte lærer, men er trolig nødvendig. Det er en forskjell mellom skolematematikk og en matematikers matematikk, og det skal det også være. I ≪Framgang, men langt fram≫ (Grønmo et al., 2012) hevdes det at Finlands nedgang på TIMSS kan skyldes et for ensidig fokus på hverdagsmatematikk. Det å la elevene få være med å lage egne definisjoner, kan være en måte å endre studenters tankemønster fra et mønster preget av hverdagsliv til et teknologisk matematisk tankemønster (Vinner, 1991). Denne forskjellen mellom skolematematikk og teknologisk matematikk vil alltid være der, alle kan ikke bli matematikere. Det bør kanskje være et mål å gjøre denne forskjellen mindre enn den er i dag. Vi ser at når Finland fokuserer mer på hverdagsmatematikk, går resultatene nedover. Målet må ikke være å forene disse to verdenene, men å gjøre skolematikken litt mer lik matematikerens matematikk. La elevene få fram egenskaper som kreativitet og selvstendighet. Hvordan kan vi så finne en bro mellom skolematematikk og matematikerens matematikk? Vi har vært inne på elever som lager egne definisjoner. Vi kan også trekke inn de andre metodene fra datamaterialet i dette, og se på dette som en helhet. Språket kan være en slik bro. Fra resultatene ser vi at språk blir trukket fram både som et virkemiddel i voksnes diskusjon og også mellom elever. I utfordringene knyttet til matematikkundervisning, ser vi at språk og diskusjon kan knyttes til en fjerdedel av dem (Ball et al., 2008). TIMSS videostudier fra eks Japan, viser langt mer utstrakt bruk av språk, samtaler, ulike framgangsmåter (Hiebert et al., 2003). Videoeksempler fra undervisning kan vise mer utstrakt bruk av gruppesamtaler, samtaler rundt bruk av ulike strategier Gjennom at flere grupper/individ viser sine metoder kan klassen samlet finne en metode eller definisjon de vil gå for. Enkelte metoder kan diskvalifiseres ved hjelp av logikk, bevis. Å bruke språk og samtale i matematikkundervisning kan lære elever at det finnes ulike måter å tenke på. En vil også kunne bli vant til å bruke begreper og definisjoner, de blir et språk av første orden (Piaget, 1953). IIMSS videostudier viste bl.a at Japan, Tsjekkia og Hong Kong skiller seg mest fra det norske undervisningsmønsteret, mens Nederland var ganske likt som Norge (Hiebert et al., 2003). Dette kan vi se i sammenheng med resultater i TIMSS, hvor elever fra de tre førstnevnte land presterer bedre enn Norge og Nederland (Grønmo et al., 2012).

Leikin og Zazkis (2010) trekker fram at definisjoner er noe som i skolen kun blir brukt i geometri. En informant uttaler at i geometri beviser de, mens i algebra løser de oppgaver. En må vise at definisjoner og bevis også hører til innenfor andre områder enn geometri.

En tredje metode som ble trukket fram i datamaterialet, i tillegg til at elevene definierer og bruk av språk, er bruk av eksempler. Denne kategorien skiller seg muligens litt fra de andre, i det at den søker mot det hverdagslige. Jeg har tidligere nevnt at TIMSS-resultatene til Finland har hatt en nedgang, muligens på grunn av økt bruk av hverdagslig matematikk. Det har ikke vært min hensikt å være negativ til hverdagsmatematikk. I veldig mange situasjoner, vil konkrete eksempler som elevene kjenner, være en god arena for læring (Mosvold, 2006). Dette blir en diskusjon, hvor en ikke bare må stå på den en siden. Et av målene i matematikkundervisning er å gjøre elever i stand til å bruke matematikk. For å kunne dette, må de ha en del kunnskap, en del forståelse, evne til å finne løsninger. Når det gjelder forståelse, vil bruk av hverdagslige eksempler kan være både nyttige og motiverende.

Den oppfatningen en lærer har om hva matematikk egentlig er, påvirker hvordan vedkommende presenterer matematikken (Hersh, 1986). Dette er hovedgrunnen til at jeg har lagt så stor vekt på de ulike oppfatningene av matematikk og undervisning. Disse ulike synene har preget alle delene av diskusjonsdelen, både oppfatningene, vektleggingen og didaktiske metoder.

Forskning viser at problemløsende/utforskende undervisning har effekt (Boaler, 1998). Forskere peker også på at elever bør definere selv, heller enn å lære en definisjon (De Villiers, 1998) og på at definisjoner og bevis henger nøye sammen (Knapp, 2006). Ut fra dette kan en se at om en i undervisning krever at elevene skal bevise, vil det være helt nødvendig for dem å kunne bruke definisjoner. Hiebert et al. (2003) viser at det er kulturelle forskjeller når det gjelder bruk av definisjoner i undervisning. Eksempelvis Japan og Hong Kong bruker en mer problembasert tilnærming i undervisning, hvor de også i større grad bruker definisjoner (Hiebert et al., 2003). Elever fra disse landene gjør det markant bedre enn elever fra Norge i TIMSS (Grønmo et al., 2012).

En kan da spørre seg hvorfor problembasert undervisning er så lite utbredt i Norge, på tross av mange igangsatte tiltak (læreplaner, videreutdanning, matematikksenteret, LAMIS) I dette datamaterialet ser det ut til at det platoniske synet står sterkest, men en kan også se mye av det instrumentelle. I Danmark råder instrumentell tilnærming med «oppgavediskursen» (Mellin-Olsen, 1991). Også forskning i Norge peker mot at dette også kan være tilfelle her. Alseth et al. (2003) kan vise til at en muligens kan se noe mer elevaktivitet, men at det ikke er spillerom for oppøving i alle de åtte kompetansene (Niss & Jensen, 2002). Haug (2012) trekker fram tre ulike årsaker til at endringer ikke skjer. Den første kan være at idealene er for ambisiøse. Andre årsak som blir trukket fram, er at virkemidlene som blir tatt i bruk, ikke er de mest effektive. Tredje årsak er at det som blir gjort er relevant, men at det ikke er godt nok gjennomført.

5.4 Metoderefleksjon

Flervalgsoppgaver blir brukt for å måle undervisningskunnskap. De er laget på en måte som gjør at lærerne må kjenne definisjonene for å kunne velge alternativ. Dette er intensjonen. Kan bruk av flervalgsoppgaver gi et godt bilde på læreres UKM? I en flervalgsoppgave vil ulike alternativer bli gitt, og som regel er det ett korrekt svar. Når eksempelvis fire alternativer gis kan det være lett å tenke seg at eliminasjonsmetoden kan brukes. Dette er en av grunnene til at formuleringen av de ulike alternativene er viktig. Vi kan også se et kulturelt aspekt. I Norge er ikke bruk av flervalgsoppgaver vanlig, og dette kan muligens påvirke denne type måleinstrument. Forskning har vist at formatet med flervalgsoppgaver kan komplisere bruken av flervalgsoppgaver. Lærere har blitt intervjuet rundt bruken av flervalgsoppgaver i Norge og gjennom deres refleksjoner ser vi ulike utfordringer. Noen opplevde at de gitte alternativene var vanskelige å skille og at de manglet viktig informasjon, andre at de ble tvunget til å tenke på en spesiell måte (Fauskanger, Mosvold, Bjuland & Jakobsen, 2011) Noe av kritikken kan sees i sammenheng med kritikken Schoenfeld (2007) viser til. Han hevder at flervalgsoppgaver tester noe, men ikke det som er hensikten. Han mener videre at åpne spørsmål på en helt annen måte kan få fram hvilken kunnskap som eksisterer. Dette var en av begrunnelsene for at denne studien også inkluderte skriftlige refleksjoner og fokusgruppeintervju. Disse aspektene gir muligheter til å se dypere i materialet enn det en kunne gjort med kun items. Dette gjør analysearbeidet vanskeligere, men også større muligheter. I Fauskanger og Mosvold (2012) kan vi se en lærer som på et item svarer «vet ikke», men som i de skriftlige refleksjonene viser stor kunnskap på området. Uten muligheten for skriftlige refleksjoner ville en si at denne læreren manglet kunnskap.

Skriftlige refleksjoner og fokusgruppeintervju gir større muligheter for innsikt. Lærerne forteller om deres oppfatninger. Forskning viser at oppfatninger er/kan være kontekstavhengige (Leatham, 2006). Dette vil si, at så lenge vi ikke observerer lærerne, kan det være vanskelig å få fram de «virkelige» oppfatningene. Om en deler dette synet, kan en si at observasjon av lærerene burde vært med for å øke validiteten. Oppfatninger er ikke lett å måle, det er ikke nødvendigvis heller lett å enes om hva oppfatninger er (Furinghetti & Pehkonen, 2002). På bakgrunn av datamaterialet som foreligger, har jeg tidligere presisert at jeg ikke leter etter underliggende oppfatninger.

6 Konklusjoner

Jeg har gjennom arbeidet med denne masteroppgaven søkt å finne svar på hvilke oppfatninger lærere har om undervisningskunnskap i matematikk knyttet til definisjoner. Resultatene har vist at det har vært delte meninger rundt dette. I dette kapittelet ønsker jeg å trekke fram noen hovedlinjer som viser hva jeg har kommet fram til. Hvordan en lærer oppfatter matematikkens natur, vil prege hvordan han presenterer matematikken (Hersh, 1986). Hvordan en lærer oppfatter matematikken vil også være påvirket av hvordan vedkommende har fått det presentert (Maass (2009), etter Hundeland (2010)). Dette henger sammen og forandringer i disse dype oppfatningene vil ta tid.

Gjennom kategorisering av ulike grunnsyn på matematikken: instrumentelt, platonisk og problemløsende, har jeg forsøkt å lete etter sammenhenger i datamateriale (Ernest, 1989). Jeg oppfatter at det instrumentelle og det platoniske synet står sterkere enn det problemløsende. Det er mulig at som et resultat av fokus på matematikkdidaktikk og videreutdanning at en beveger seg bort fra det instrumentelle og mot forståelse i det platoniske synet.

En kunne også se forskjeller i hvordan lærere tolket hva det ville si å kunne en definisjon. Her mente noen at definisjoner var noe som måtte pugges og nærmest huske ordrett. Mens andre så betydningen av å forstå hva det var. Om du ikke kan definisjonen på et primtall, vet du heller ikke hva et primtall er. Og definisjonen trenger ikke være noe ordrett, du kan bruke egne ord, men det må være forstått riktig.

Flere lærere var også i starten veldig bevisste på at definisjoner ikke var noe de brukte. Etterhvert i samtale og refleksjon kom det fram at de var veldig opptatt av begrepsavklaringer. Det viste seg at det var en del uklarheter i hva begrepene betydde, og at regel, definisjon, begrep ble brukt om hverandre. Denne begrepsblandingen har også Mosvold og Fauskanger (2012) trukket fram.

Vi har også sett forskjeller når det kommer til vektlegging av definisjoner. Her har vi sett ytterpunktene. Noen mener definisjoner er noe av den aller viktigste grunnpillaren i matematikken, mens på den andre siden er det noen som hevder at det ikke er viktig i det hele tatt. Disse ulike synene viser etter min mening godt hvilket syn på matematikk den enkelte lærer har. De som hevder at det er helt uviktig, er de som mener at det er noe som skal pugges, som du mye heller kan slå opp i en bok.

Gjennom skriftlige refleksjoner og fokusgruppeintervju har vi også fått et innblikk i hvilke didaktiske metoder lærere velger når de jobber med definisjoner. Her har tre ulike metoder kommet fram: elevene lager egne definisjoner, bruk av språk/diskusjon og bruk av eksempler. Alle disse metodene kan på sin måte bidra til å øke grad av selvstendighet, kreativitet og forståelse. Disse trenger en ikke å bruke isolert, men en kan kombinere og dra det beste ut av den enkelte metode for å nå målet. Målet er å gjøre elevene i stand til å bruke matematikk.

Jeg har lagt stor vekt på de ulike oppfatningene knyttet til matematikk og undervisning (Ernest, 1989), da jeg har sett at disse har hatt innvirkning på alle de tre hoveddelene i kapittel 4. Hvilken oppfatning du har om hva matematikk er, påvirker hvordan du presenterer det (Hersh, 1986). Men å endre den grunnleggende oppfatningen er komplisert og slike endringer tar lang tid.

6.1 Implikasjoner for undervisning

Forskning peker på at evne til å konstruere definisjoner er en viktig matematisk aktivitet, men at det blir nedprioritert i matematikkundervisning (De Villiers, 1998). Det er ikke nok å kunne en definisjon, en må også vite når og hvordan den brukes. Implementering av dette i undervisning kan være nyttig. Å la elevene være med å lage definisjoner og lære elevene å definere begrep, kan være en god metode som vi også har sett i fra dette datamaterialet. En må være tydelig med tanke på hva ulike begrep er, definisjoner, regler, aksiomer, teorem, da vi i ulike sammenhenger ser at begrepsforvirring forekommer (Leikin & Zazkis, 2010; Mosvold & Fauskanger, 2012). Bruk av mer språk og diskusjon blir også trukket fram i datamaterialet og understøttes både av at det får et stort fokus i utfordringer knyttet til matematikkundervisning (Ball & Hill, 2008) og TIMSS videostudier som viser at dette er langt mer i bruk i land som får veldig gode resultater på internasjonale tester (Hiebert et al., 2003).

6.2 Implikasjoner for videre forskning

Jeg har i denne studien sett på læreres oppfatninger knyttet til undervisningskunnskap om definisjoner. Jeg har koblet dette til Ernest (1989) sin kategoringsering av ulike oppfatninger knyttet til matematikkens natur. En problembasert kontekst ser ut til å fremme økt bruk av definisjoner. Det platoniske synet kommer sterkest frem i dette datamaterialet. Forskning viser at det instrumentelle synet fremdeles er det rådende i Danmark (Niss, 2007) og muligens også i Norge (Haug, 2012).

Når resultatene i «Kvalitet for opplæring» har blitt lagt frem, har flere kommentert på at det ikke er slik lenger, at undervisningen har blitt mindre preget av et instrumentelt syn (Haug, 2012, s. 294). Her trengs det mer forskning. I denne studien viser resultatene at det platoniske synet stod sterkest. Med et så lite utvalg kan en ikke generalisere, men om disse resultatene stemmer er det et bra tegn. Alternativt kan en tenke seg at måten studien er gjennomført på, ikke gir et godt nok bilde. Da tenker jeg på at vi kun har data fra det lærerne sier og skriver selv, og som Haug (2012, s. 294) «Endringer skjer først på formuleringsnivået.» I så tilfelle burde en også observert lærerne, for å se om endringer også har skjedd i praksis. Det kunne vært interessant med en liknende studie som også inkluderte observasjon.

Referanser

Alseth, B., Breiteig, T. & Brekke, G. (2003). *Endringer og utvikling ved L97 som bakgrunn for planlegging og justering – matematikkfaget som kasus*. Notodden: Telemarksforskning.

Ball, D.L., Hill, H. & Bass, H. (2005). Knowing mathematics for teaching: Who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide? *American Educator*, *Fall*, 14-46.

Ball, D.L. & Hill, H.C. (2008). *Mathematical knowledge for teaching (mkt) measures. mathematics released items*. Ann Arbor: University of Michigan. Hentet 3. desember 2012 fra `http://sitemaker.umich.edu/lmt/files/LMT_sample_items.pdf`

Ball, D.L., Thames, M.H. & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, *59*(5), 389–407.

Beswick, K. (2012). Teachers' beliefs about school mathematics and mathematicians' mathematics and their relationship to practice. *Educational Studies in Mathematics*(79), 127-147.

Bjuland, R. (2002). *Problem solving in geometry*. Doktorgradsavhandling, Universitetet i Bergen.

Boaler, J. (1998). Open and closed mathematics: student experiences and understandings. *Journal for Research in Mathematics Education*, *29*, 41-62.

Branford, B. (1908). *A study of mathematical education including the teaching of arithmetic*. Oxford: Clarendon press. Hentet fra `http://www.archive.org/details/astudymathemati00brangoog`

Burger, W.F. & Shaughnessy, J.M. (1986). Characterising the van Hiele levels of development in geometry. *Journal for Research in Mathematics Education*, *17*(1), 31-48.

Caldwell, C. & Xiong, Y. (2012). *What is the smallest prime?* Hentet fra http://arxiv.org/abs/1209.2007

Cooney, T.J. (1985). A beginning teacher's view of problem solving. *Journal for Research in Mathematics Education*, *16*(5), 324-336.

Delaney, S., Ball, D., Hill, H., Schilling, S. & Zopf, D. (2008). ≪Mathematical knowledge for teaching≫: adapting U.S. measures for use in Ireland. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *11*(3), 171-197.

Derbyshire, J. (2003). *Prime obsession: Bernhard Riemann and the greatest unsolved problem in mathematics*. New York: Penguin.

De Villiers, M. (1998). To teach definitions in geometry or teach to define? I A. Olivier & K. Newstead (red.), *Proceedings of the twenty-second international conference for the psychology of mathematics education* (vol. 2, s. 248-255). Stellenbosch: University of Stellenbosch.

Enzenberger, H.M. (2002). *Talldjevelen*. Oslo: Aschehoug.

Ernest, P. (1989). The impact of beliefs on the teaching of mathematics. I P. Ernest (red.), *Mathematics teaching: The state of the art* (s. 249-253). London: Falmer Press.

Euclid. (1956). *The thirteen books of the elements* (T.L. Heath, red.). Dover Publications Inc.

Fauskanger, J., Bjuland, R. & Mosvold, R. (2010). ≪Eg kan jo multiplikasjon, men ka ska eg gjørr?≫ det utfordrende undervisningsarbeidet i matematikk. I T. Løkensdard Hoel, G. Engvik & B. Hanssen (red.), *Ny som lærer – sjansespill og samspill* (s. 99-114). Trondheim: Tapir Akademisk Forlag.

Fauskanger, J. & Mosvold, R. (2012). ≪Wrong, but still right≫ – teachers reflecting on MKT items. I L.R. Van Zoest, J.J. Lo & J.L. Kratsky (red.), *Proceedings of the 34th annual meeting of the north american chapter of the international group for the psychology of mathematics education: Navigating transitions along continuums* (s. 423-429). Kalamazoo, MI: Western Michigan University.

Fauskanger, J. & Mosvold, R. (2013). *Studying teachers' epistemic beliefs by* *using focused discussions based on MKT items.* Artikkel som skal bli presentert på CERME-konferansen 2013.

Fauskanger, J., Mosvold, R., Bjuland, R. & Jakobsen, A. (2011). Does the format matter? How the multiple-choice format might complicate the MKT items. *Nordic Studies in Mathematics Education*, *16 (4)*, 45-67.

Furinghetti, F. & Pehkonen, E. (2002). Rethinking characterizations of belief. I G. Leder, E. Pehkonen & G. Törner (red.), *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?* (s. 39-57). Dordrecht: Kluwer.

Green, T.F. (1971). *The activities of teaching*. New York: McGraw-Hill.

Grønmo, L.S. & Onstad, T. (2009). *Tegn til bedring: Norske elevers prestasjoner i matematikk og naturfag i TIMSS 2007.* Oslo: Unipub.

Grønmo, L.S., Onstad, T., Nilsen, T., Hole, A., Alaksen, H. & Borge, I.C. (2012). *Framgang, men langt fram. norske elevers prestasjoner i matematikk og naturfag i TIMSS 2011.* Oslo: Akademika forlag.

Hagen, M.B., Carlsson, S., Hake, K.-B. & Öberg, B. (2006). *Tetra 8*. Oslo: Det Norske Samlaget.

Hardy, G.H. (1992). *A mathematician's apology*. Cambridge University Press.

Hattie, J.A.C. (2009). *Visible learning: A synthesis of 800+ meta-analyses on achievement*. Routledge.

Haug, P. (2012). Korleis er kvaliteten i opplæringa? I P. Haug (red.), *Kvalitet i opplæringa – arbeid i grunnskulen observert og evaluert* (s. 283-296). Oslo: Det Norske Samlaget.

Hersh, R. (1986). Some proposals for revising the philosophy of mathematics. I T. Tymoczko (red.), *New directions in the philosophy of mathematics.* (s. 9-28). Brikhauser.

Hiebert, J., Gallimore, G.H., R and, Givvin, K.B., Hollingsworth, H., Jacobs, J., Chui, A.M., ... Stigler, J. (2003). *Teaching mathematics in seven countries: Results from the timss 1999 video study* (nr. 2003-013). U.S. Department of Education. Washington, DC: National Center for Education Statistics.

Hjardar, E. & Pedersen, J.E. (2006). *Faktor 1* (Cappelen, red.). Oslo: Cappelen.

Holm-Glad, C. (2011). Penger [tv-episode]. I *Siffer.* Oslo: Teddy TV.

Hsieh, H.-F. & Shannon, S. (2005). Three approaches to qualitative content analysis. *Qualitative Health Research*, *15*, 1277-1288.

Hundeland, P.S. (2010). *Matematikklærerens kompetanse, en studie om hva lærerne på videregående trinn vektlegger i sin matematikkundervisning.* Doktorgradsavhandling, Universitetet i Agder.

Jacobs, J.K. & Morita, E. (2002). Japanese and american teachers' evaluation of videotaped mathematics lesson. *Journal for Research in Mathematics Education*, *33*, 154-175.

Jensen, T.H. (2007). *Udvikling af matematisk modelleringskompetence som matematikundervisningens omdrejningspunkt - hvorfor ikke?* Doktorgradsavhandling, Roskilde Universitet.

Johannesen, A., Tufte, P.A. & Christoffersen, L. (2010). *Introduksjon til samfunnvitenskapelig metode*. Abstrakt forlag.

Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington DC: National Academies Press.

Knapp, J. (2006). A framework to examine definition use in proof. I *Proceedings of the Twenty Eighth Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Mérida, Mexico: Universidad Pedagógica Nacional* (vol. 2, s. 15-22).

Kunnskapsdepartementet. (2011). *Fra matteskrekk til mattemestring.* Hentet fra `http://www.regjeringen.no/upload/KD/Vedlegg/Grunnskole/Strategiplaner/Matematikk_aug_2011.pdf`

Leatham, K.R. (2006). Viewing mathematics teachers' beliefs as sensible systems. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *9*, 91-102.

Leatham, K.R. & Peterson, B.E. (2010). Secondary mathematics cooperating teachers' perceptions of the purpose of student teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *13*(2), 99-119.

Leikin, R. & Zazkis, R. (2010). On the content-dependence of prospective teachers' knowledge: a case of exemplifying definitions. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *41*, 451-466.

Lester, F.K., Garofalo, J. & Kroll, D.L. (1989). lf-confidence, interest, beliefs, and metacognition: Key influences on problem-solving behaviour. I D.B. McLeod & V.M. Adams (red.), *Affect and mathematical problem solving: A new perspective* (s. 75-88). New York: Springer-Verlag.

Mellin-Olsen, S. (1991). *Hvordan tenker lærere om matematikkundervisning*. Bergen: Bergen Lærerhøgskole.

Mellin-Olsen, S. (1996). *Samtalen som forskningsmetode*. Bergen: Caspar Forlag.

Mosvold, R. (2006). *Mathematics in everyday life – a study of beliefs and actions.* Doktorgradsavhandling, Universitetet i Bergen.

Mosvold, R. & Fauskanger, J. (2012). Teachers' knowledge of mathematical definitions: What they need to know and what they think they need to know. Paper presented at the 2012 AERA conference.

Mosvold, R., Fauskanger, J., Jakobsen, A. & Melhus, K. (2009). Translating test items into norwegian - without getting lost in translation? *Nordic Studies in Mathematics Education*, *14*(4), 101-123.

Niss, M. (2006). The problem discourse in mathematics education. I L. Häggblom, L. Burman & A.-S. Röj-Lindberg (red.), *Perspektiv på kunskapens och lärandets villkor - festskrift tillägnad professor ole björkqvist* (s. 57-64). Vasa: Pedagogiska fakulteten, Åbo Akademi.

Niss, M. (2007). Oppgavediskursen i matematikkundervisningen. *MONA*(1), 7-17.

Niss, M. & Jensen, T.H. (2002). *Kompetencer og matematikklæring* (Undervisningsministeriet., red.). København: Rep. No. 18.

Pehkonen, E. (2003). Lærere og elevers oppfatninger som en skjult faktor i matematikkundervisningen. I B. Grevholm (red.), *Matematikk for skolen* (s. 154-181). Bergen: Fagbokforlaget.

Philipp, R.A. (2007). Mathematics teachers' beliefs and affect. I F.K. Lester (red.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (s. 257-315). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Piaget, J. (1953). *The origin of intelligence in the child*. New York: Routledge & Kegan Paul.

Polya, G. (1957). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*. London: Penguin.

Raymond, A.M. (1997). Inconsistency between a beginning elementary school teacher's mathematics beliefs and teaching practice. *Journal for Research in Mathematics Education*, *28*(5), 550-576.

Respons Analyse. (2011). *Medlemsundersøkelse blant utdanningsforbundets medlemmer i grunnskole og videregående skole.* Hentet fra `http://www.utdanningsforbundet.no/upload/Word-filer/Unders%c3%b8kelser/Rapport%20-%20medlemsunders%c3%b8kelse_august%20201.doc`

Roth, W.-M. & Hsu, P.-L. (2010). *Analyzing communication*. Rotterdam: Sense Publishers.

Rowland, T. (2003). The knowledge quartet. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, *23*, 97-102.

Schoenfeld, A.H. (2007). The complexities of assessing teacher knowledge. *Measurement: Interdisciplinary Research and Perspectives*, *5*(2), 198-204.

Shulman, L.S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, *15*, 4-14.

Skemp, R.R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching*, *77*, 20-26.

Skott, J. (2001). The emerging practices of a novice teacher: The roles of his school mathematics images. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *4*, 3-28.

Stigler, J. & Hiebert, J. (1999). *The teaching gap: Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom*. New York: Free Press.

Torkildsen, S.H. & Maugesten, M. (2006). *Sirkel 8a*. Oslo: Aschehoug.

United Nations Development Programme. (2013). *Human development report.*

Utdanningsdirektoratet. (2006). *Læreplanverket for kunnskapsløftet.* Hentet fra `http://udir.no/grep`

Van Zoest, L.R., Jones, G.A. & Thornton, C.A. (1994). Beliefs about mathematics teaching held by preservice teachers involved in a first grade mentorship program. *Mathematics Education Research Journal*, *6*(1), 37-55.

Vinner, S. (1991). The role of definitions in the teaching and learning of mathematics. *Advanced mathematical thinking*, 65-81.

Vygotsky, L.S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Cambridge: Harvard University Press.

Weber, K. (2001). Student difficulty in constructing proofs: The need for strategic knowledge. *Educational Studies in Mathematics*, *48*, 101-119.

Whitehead, A.N. & Russell, B. (1910). *Principia mathematica.* Hentet fra `http://name.umdl.umich.edu/AAT3201.0001.001`

Vedlegg

Transkripsjonsnøkkel

Funksjon	Tegn	Beskrivelse
Overlapp	[tekst] [tekst]	Blir brukt når to personer sier noe samtidig
Overtakelse	tekst≈ ≈tekst	Indikerer når en person overtar og fortsetter å snakke uten at det er pause imellom
Pause ($\geq$ 1 s)	(ns) der n = antall sekunder	Pauser i antall sekunder
Kort pause (¡ 1 s)	(.)	Pauser på under et sekund
Konklusjon	.	Som punktum
Spørsmål	?	Indikerer et spørsmål
Forlengelse	: eller :: for lengre	Indikerer at ordet forlenges
Lav prat	°tekst°	Indikerer at det blir snakket lavt
Ukjent tekst	(ukjent tekst)	Indikerer når det som blir sagt er helt ugjenkjennelig og blir ikke transkribert
Forsterkning	tekst	Indikerer at ord eller setninger blir forsterket

Intervjuguide tilknyttet UKM-oppgavene

Arbeidet med oppgavene er gjennomført som arbeidskrav på studiet.

Husk:

- Gruppeinndeling (6 grupper) er satt sammen ut fra både geografi (har samlet lærere som kommer fra samme skole og samme område i en gruppe), trinn (en gruppe ren småskole, en ren ungdomstrinn og resten med blanding av småskole- og mellomtrinn).
- De vil bli invitert til UiS, og da får de noe å bite i/drikke når de kommer. Men, de vil også få tilbud om at jeg kan komme ut på skolene, og da vil jeg ikke tilby noe å spise og drikke. Jeg vil spørre dem om å ha drikke tilgjengelig.
- Ha drikke og blanke ark/skrivesaker tilgjengelig under intervjuet
- Gi dem en bok/bokpakke/gavekort etter endt FGI.

Plan for intervjuet

1. Utdypet presentasjon av studien
2. Intervju med utgangspunkt i oppgavene (45 minutt til 1 time)

Presentasjon av studien

Et viktig poeng som fremheves i forskningen på tilknyttet læreres UKM, er at den som skal drive med etterutdanning, må vite mye om lærerne som deltar i etterutdanningen, spesielt om hva disse lærerne kan og hva de kan mindre om. Når etterutdanning av matematikklærere skal planlegges og gjennomføres, er det altså viktig å ha kjennskap til den kunnskapen lærerne har fra før.

En utfordring blir da å utvikle metoder og instrumenter som gjør det mulig for lærerutdannere å få innsikt i læreres undervisningskunnskap. Ved University of Michigan i USA har forskere utviklet et slikt instrument, og en sentral del av studien min er utfordringer knyttet til å tilpasse dette instrumentet til en norsk kontekst. Oppgavene dere har arbeidet med som arbeidskrav (multiple-choice oppgavene) er fra dette instrumentet.

En annen viktig del er spørsmålet om hvordan instrumentet kan brukes når etterutdanning av lærere skal planlegges og gjennomføres være sentralt, og det er her jeg trenger hjelp av dere.

Mine spørsmål i denne sammenheng stilles for å få innsikt i:

- Hvilke oppgaver du mener inkluderer lærerkunnskap som er mest/minst relevant for deg som lærer – og hvorfor, og
- Hvordan du tenker oppgavene eventuelt kan brukes når etterutdanning av lærere skal planlegges og gjennomføres.

(Forskningsspørsmål: Hva er lærernes (epistemiske) oppfatninger om den kunnskapen de trenger i sin undervisning? (What are teachers' (epistemic) beliefs about the mathematical knowledge that is needed for teaching (MKT)?))

Introduksjon etter arbeid med intervjusettet med UKM-oppgaver

Vi har oversatt og forsøkt å tilpasse slike oppgaver til norske forhold. Det var noen av disse oppgavene dere allerede har arbeidet med. Jeg har valgt oppgaver fra området tall, siden det er det mest omfattende i vår læreplan for grunnskolen.

Før dere går i gang, vil jeg gjerne gjenta noen viktige punkter:

1. Oppgavene har fokus på lærernes undervisningskunnskap.
2. Oppgavene er av typen multiple-choice, men vi har lagt inn noen åpne spørsmål i tillegg.
3. Spørsmålene er utviklet slik at svarene dere gir kan hjelpe oss å få bedre innsikt i hva vi skal fokusere på i vår fremtidige etterutdanning. Oppgavene er også utviklet i den hensikt at de skal differensiere, det vil si at noen er lette, mens andre er vanskelige. Det er rett og slett ikke meningen at alle lærere skal få til alt.
4. Dataene fra denne studien er selvfølgelig konfidensielle/anonyme

Intervju med utgangspunkt i UKM-oppgavene

Oppgaver dere også har levert skriftlig – (vil gjerne at vi diskuterer dem også her)

1. Hvilken kunnskap er viktig for å drive god matematikkundervisning? (Hvorfor? Gi eksempler! Alle emner?)
2. Hvilken kunnskap har lærere som er unik for lærerprofesjonen? (Hvorfor? Begrunn og utdyp)

Spørsmål tilknyttet oppgavene dere har levert skriftlig

1. Jeg er interessert i å høre deres kommentarer etter å ha arbeidet dere gjennom disse oppgavene hjemme.
   i. Var det noe i oppgavene som dere synes er viktig for matematikklærere å kunne?
      1. Lærte dere noe av noen av arbeidet med oppgavene som dere ser på som viktig tilknyttet det å undervise i matematikk?
   ii. Gir noen av oppgavene et bilde på noe dere ser på som viktig tilknyttet egen matematikkundervisning?

- Kan du utdype det du sier?
- Kan du gi meg et eksempel på hva du mener?
- Kan du si mer om det?
- Nå har vi hørt ulike synspunkter på …. Noen andre som vil si noe om dette?
- Hva med dere andre?
- Jeg ser at noen av dere nikker, kan dere si hvorfor?
- Jeg vil gjerne høre andre syn på saken. Er det noen andre som ser på dette på en annen måte?

2. Er multiplikasjon eller subtraksjon mest aktuelt på trinnet hvor dere underviser? (En av oppgavene velges ut til diskusjon)
    i. En oppgave (oppgave 6) omhandler ulike algoritmer for tosifret multiplikasjon. Anta at du skal undervise i emnet. Hvilke(n) algoritme(r) tror du dine elever ville brukt? Hvilke(n) algoritme(r) ville du vektlagt? Hvorfor?
    ii. En av oppgavene (oppgave 3) omhandler ulike algoritmer for tresifret subtraksjon. Anta at du skal undervise i emnet. Hvilke(n) algoritme(r) tror du dine elever ville brukt? Hvilke(n) algoritme(r) ville du vektlagt? Hvorfor?

- Kan du utdype det du sier?
- Kan du gi meg et eksempel på hva du mener?
- Kan du si mer om det?
- Nå har vi hørt ulike synspunkter på …. Noen andre som vil si noe om dette?
- Hva med dere andre?
- Jeg ser at noen av dere nikker, kan dere si hvorfor?
- Jeg vil gjerne høre andre syn på saken. Er det noen andre som ser på dette på en annen måte?
- Representerer oppgaven(e) viktig kunnskap for deg som lærer?

3. I mange av de skriftlige tilbakemeldingene fra dere lærere tilknyttet oppgave 1 ble posisjonssystemet fremhevet som viktig kunnskap for elevene.
   i. Er dere enige? Hvorfor/hvorfor ikke?
   ii. Hva ved posisjonssystemet er det viktig at elevene kan? Hvorfor?
   iii. Hva er det viktig at dere som lærere kan tilknyttet arbeidet med posisjonssystemet? Hvorfor?

- Kan du utdype det du sier?
- Kan du gi meg et eksempel på hva du mener?
- Kan du si mer om det?
- Nå har vi hørt ulike synspunkter på …. Noen andre som vil si noe om dette?
- Hva med dere andre?
- Jeg ser at noen av dere nikker, kan dere si hvorfor?
- Jeg vil gjerne høre andre syn på saken. Er det noen andre som ser på dette på en annen måte?
- Representerer oppgaven(e) viktig kunnskap for deg som lærer?

4. Definisjoner og regler. En oppgave (oppgave 5) fokuserte på definisjonen av primtall. En annen (oppgave 7) på regler. I tilknytning til disse oppgavene var dere lærere uenige om hvor vidt regler og definisjoner er viktig i grunnskolens matematikkundervisning.
   i. Hva mener dere? Hvorfor er regler og definisjoner viktig, evt. hvorfor ikke? Knytt gjerne diskusjonen til konkrete eksempler relevante på trinnet hvor dere underviser.
   ii. Hva er forskjellen på definisjoner og regler (om dere mener det er noen)?

- Kan du utdype det du sier?
- Kan du gi meg et eksempel på hva du mener?
- Kan du si mer om det?
- Nå har vi hørt ulike synspunkter på …. Noen andre som vil si noe om dette?
- Hva med dere andre?
- Jeg ser at noen av dere nikker, kan dere si hvorfor?
- Jeg vil gjerne høre andre syn på saken. Er det noen andre som ser på dette på en annen måte?
- Representerer oppgaven(e) viktig kunnskap for deg som lærer?

5. Oppgave 8 og 9 omhandlet bruk av figurer (representasjon) og regnefortellinger (kontekstualisering) tilknyttet brøkregning. I tilknytning til disse oppgavene understreket mange av lærerne at både figurer og regnefortellinger er viktig tilknyttet alle fire regneartene, så vel heltallig regning som brøkregning.
   i. Er dere enige? Hvorfor er dette viktig, evt. hvorfor ikke?
   ii. Hva er det viktig at dere som lærere kan tilknyttet arbeidet med representasjon og kontekstualisering? Hvorfor?

- Kan du utdype det du sier?
- Kan du gi meg et eksempel på hva du mener?
- Kan du si mer om det?
- Nå har vi hørt ulike synspunkter på …. Noen andre som vil si noe om dette?
- Hva med dere andre?
- Jeg ser at noen av dere nikker, kan dere si hvorfor?
- Jeg vil gjerne høre andre syn på saken. Er det noen andre som ser på dette på en annen måte?
- Representerer oppgaven(e) viktig kunnskap for deg som lærer?

6. Oppsummering tilknyttet alle 10 oppgavene.
    i. Hvilke(n) type(r) kunnskap krever oppgavene at dere har? (Matematisk, didaktisk, …)
    ii. Mener dere oppgavene speiler kunnskap det er viktig for dere som lærere å ha? (Hvorfor/hvorfor ikke? Eksemplifiser ved å se på noen oppgaver spesielt. Gi eksempler fra klasserommet for å illustrere...)
    iii. Var det noe i oppgavene som dere synes er viktig for matematikklærere å kunne?
        1. Lærte dere noe relevant for egen undervisning da dere arbeidet med oppgavene? (Hva? Tilknyttet hvilken oppgave? Hvorfor er det relevant?)
    iv. Hva mener dere er basiskunnskap for å få til oppgavene? (Hvorfor mener dere det?/Hva mener dere med det? Eksemplifiser ved å se på noen oppgaver spesielt. Gi eksempler fra klasserommet for å illustrere...)
    v. Mener dere oppgavene speiler viktig matematikkfaglig innhold på det trinnet dere underviser? (Hvorfor/hvorfor ikke? Eksemplifiser ved å se på noen oppgaver spesielt. Gi eksempler fra klasserommet for å illustrere...)
    vi. Mener dere oppgavene speiler viktig matematikkdidaktisk innhold på det trinnet dere underviser. (Hvorfor/hvorfor ikke? Eksemplifiser ved å se på noen oppgaver spesielt. Gi eksempler fra klasserommet for å illustrere...)
    vii. Hva gjør oppgavene lette/vanskelige? (Hvorfor mener dere det?/Hva mener dere med det? Eksemplifiser ved å se på noen oppgaver spesielt.)

7. Oppleves oppgavene som relevante om de skal brukes til planlegging av deres etterutdanning? (Hvorfor/hvorfor ikke? Eksemplifiser med oppgaver eller med eksempler fra klasserommet.)
8. Hvordan tenker dere at oppgavene kan brukes når etterutdanning av lærere skal planlegges og gjennomføres? Begrunn og eksemplifiser.

- Kan du utdype det du sier?
- Kan du gi meg et eksempel på hva du mener?
- Kan du si mer om det?
- Nå har vi hørt ulike synspunkter på …. Noen andre som vil si noe om dette?
- Hva med dere andre?
- Jeg ser at noen av dere nikker, kan dere si hvorfor?
- Jeg vil gjerne høre andre syn på saken. Er det noen andre som ser på dette på en annen måte?

Oppsummering i gruppa

Oppsummere det jeg/vi oppfatter er hovedkonklusjonene tilknyttet hovedspørsmåla.

1. Speiler denne oppsummeringen deres oppfatning av diskusjonen vi har hatt?
2. Er det noe dere vil understreke eller er viktig å få frem?
3. Helt til slutt: Er det noe viktig dere mener ikke har blitt tatt opp til diskusjon? Noe vi burde diskutert, men som er utelatt?

Oppsummering

Viktig å også sette av tid til oppsummering forskerne imellom etter at deltakerne har forlatt rommet (tabell på neste side til hjelp):

- Hva var de viktigste temaer og ideer som kom frem i dette intervjuet?
- Var temaene og ideene forskjellig fra det vi forventet? Hva var eventuelt forskjellig?
- Var dette FGI forskjellig fra de andre vi har foretatt? Om vi er flere som intervjuer…
- Hva er viktig for våre videre publikasjoner?
- Er det noen utsagn vi bør merke oss spesielt?
- Var det noe uventet eller forventet som ble sagt?
- Bør vi gjøre noe annerledes i vårt neste intervju?

Respons på spørsmål

En tabell som på neste side til hvert hovedspørsmål.

Lage et hefte med tabeller tilknyttet hvert spørsmål og ta det med til hvert intervju.

Kort oppsummering/hovedpunkter	Viktige sitater
Kommentarer/observasjoner	