Universitetet i Stavanger

DET HUMANISTISKE FAKULTET

MASTEROPPGAVE

Studieprogram: Master i matematikkdidaktikk	Vårsemesteret, 2014 Åpen
Forfatter: Helge Helgesen	……………………………………… (signatur forfatter)
Veileder: Reidar Mosvold	
Tittel på masteroppgaven: *Hvordan blir regnearten multiplikasjon introdusert i norske lærebøker?* Engelsk tittel: *How is the arithmetic operation multiplication introduced in Norwegian textbooks?*	
Emneord: Matematikkdidaktikk Grunnskole Multiplikasjon Læreplaner Lærebøker	Sidetall: 73 + vedlegg/annet: i alt 120 sider Stavanger, 15. mai 2014

Forord

Når jeg nå nærmer meg slutten på denne prosessen som en masteroppgave i sannhet er, så gjør jeg det med stor takknemlighet. En gammel drøm er trolig i ferd med å gå i oppfyllelse når jeg nå runder 24 000 dager, og langt mer enn de 24 år som mange av mine medstudenter er.

Dette har vært en krevende, men kreativ og veldig lærerik prosess! Jeg tenker ikke bare på dette siste året, men på de fire siste da jeg i full jobb i ungdomsskolen har beskjeftiget meg i hopetall av fritimer med dette masterstudiet.

Mange skal takkes for at målet nesten er nådd. Først vil jeg rette en takk til mor og far som framelsket den matematiske legningen min, noe som har bevirket at matematikk har vært et levebrød og hobby for meg i mange tiår.

Dernest er jeg stor takk skyldig til professor Raymond Bjuland som har vært en av ildsjelene for at vi som er i jobb også har fått denne unike muligheten til å ta studiet på deltid. Ja, ikke bare han, men alle de forelesere og veiledere jeg har møtt på UiS denne tiden. Det har vært en fornøyelse å være ”elev” igjen.

Jeg må og få rette en takk til min arbeidsplass både her ved Nærbø ungdomskole og til Hå kommune som har vist stor velvilje både med tid til studiet og stipend som har dekket utgiftene mine.

Alle medstudenter som har vært med å berike meg ved sine positive innspill vil jeg og takke. I aller høyeste grad gjelder det Jærkollokvien med Beathe (synd at du forlot oss i prosessen), Eilen, Marianne og Dag Roar. Vi har i mange henseender vært et lærende fellesskap (i god Vygotsky-ånd), som jeg ikke kunne vært foruten når det røynet på som mest det andre og tredje året.

Takk til alle dere som har bidratt med lærestoff inn i denne oppgaven, dere har alle på ulike måter beriket mitt matematiske liv med litteraturen jeg har fått del i.

Det er og mange andre som jeg i dag vil takke. Jeg tenker i takknemlighet på alle dere som underveis har gitt meg begeistrede tilrop slik at jeg har hatt følelsen av å løpe en maraton, der jeg blir ”båret frem” av positive utsagn og oppmuntrende ord.

En spesiell stor takk er jeg skyldig til min eminente og dyktige veileder, førsteamanuensis Reidar Mosvold. Da det gikk noe trått med skrivearbeidet den første tiden viste du empati og ga oppmuntrende tilbakemeldinger hver gang vi hadde samtaler. At du også var rask og nøyaktig i alle dine tilbakemeldinger, setter jeg også stor pris på. Jeg tror du er den beste veilederen jeg kunne ha fått til denne oppgaven, hvor du har øst av ditt forråd og stadig begeistret meg.

Takk til alle venner og familie som har vært behjelpelige i denne tiden. Ikke minst gjelder det mine to døtre, Line og Veronica og mine svigersønner, Johan og Nils. Dere stiller alltid opp for meg, og har gitt meg raust og rikelig med inspirasjon og motivasjon til å dra dette i havn!

Aller mest går min takk til min kjære kone, Randi, som har holdt ut med meg og støttet og oppmuntret meg. Du, rubinbruden min, har vært den egentlige årsak til at denne drømmen min nå er i ferd med å bli en realitet. Jeg gleder meg til vi får bedre tid sammen snart, og ser fram til mange gilde år med deg, du min aller beste. Det var jo ingen selvfølge at du ga meg grønt lys til denne oppgaven med den tidsrammen det innebar.

Så har jeg lært mye nytt, og vet at i forhold til ”alt” som kan læres innen matematikken, så vet jeg mindre i dag enn da jeg startet på studiet for snart fire år siden. Nettopp fordi dette ”alt” er blitt så mye større i denne perioden. Slik er det bare når jeg får se inn i, og søke dybdene i matematikkens vidunderlige verden.

Helge Helgesen

Nærbø, primo mai 2014

Sammendrag

I denne masteroppgaven retter jeg søkelyset mot emnet multiplikasjon og hvordan det blir og har blitt introdusert for norske elever i 9-10 årsalderen fra 1920-tallet fram til i dag.

I den sammenhengen vil jeg først ta for meg teoretisk og historisk bakgrunn for hvordan en har lært å multiplisere opp gjennom tidene, herunder hvilke algoritmer som er blitt brukt i ulike kulturer til ulike tider.

Deretter vil jeg gå gjennom læreplanverkene for disse nitti årene, både for å finne generelle føringer, men og hva som gjelder for matematikkfaget som et hele, og da spesielt hva de sier om multiplikasjon. Herunder vil jeg undersøke hvilke tallområder som læreplanverkene sier at en 9-10 åring skal beherske innen dette emnet.

I forlengelsen av dette vil jeg og skrive noe om hva som har vært vesentlig når det gjelder undervisning av matematikk for vordende matematikklærere i denne epoken.

I hoveddelen av studiet vil jeg finne ut hvordan lærebøker presenterer dette emnet. I min studie her vil jeg gå i dybden for å analysere de ulike typer oppgaver som lærebøkene inneholder samt tallområdene de konsentrerer seg om. Jeg vil så foreta en sammenligning av disse lærebøkene. Deretter vil jeg diskutere innholdet i disse og trekke noen konklusjoner til slutt.

Innhold

1 Innledning

De siste tjue årene har sammenlikninger mellom ulike land sine faglige nivå - i viktige skolefag som lesing, matematikk og naturfag - vist at elevene i den norske skolen ligger under det nivå en forventer av dem. Mens vi i mange andre sammenhenger er ledende i verden, scorer vi under middels i studier som TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) og PISA (Programme for Interrnational Student Assessment). Mens PISA har treårige intervaller mellom sine undersøkelser for avgangselever i vår grunnskole (10. trinn), har de fireårige intervaller innen TIMSS, der de undersøker elevenes ferdigheter på 4. og 8. trinn. TIMSS er således også en longitudinell undersøkelse og fra 2015 som er året for neste undersøkelse, suppleres dette på bred front med TIMSS Advanced for elever på 12. klassetrinn. Alle disse testene måler elevenes ferdigheter i ulike oppgavetyper og emner. Skalaen det måles mot har et gjennomsnitt på 500 og standardavvik på 100 (på elevnivå). (Grønmo m fl, 2012, s. 8). Tallene fra TIMSS viser noe framgang for norske elever fra undersøkelsen i 2003 via 2007 til 2011, både på fjerde og åttende trinn. På fjerde trinn er vårt gjennomsnitt for disse tre årene henholdsvis 451, 473 og 495, mens tilsvarende tall for 8. trinn er 461, 469 og 475. (Grønmo m fl, 2012, s. 17). Dessuten viser resultatene at vi skårer svakest i forhold til hovedområdene når det gjelder tall (4. trinn) (Grønmo m fl, 2012, s. 28). og algebra (8. trinn) (Grønmo m fl, 2012, s. 27). Disse to hovedområdene er jo i all vesentlighet grunnlaget for alt annet innen matematikken, og uten gode ferdigheter her, blir også andre deler av matematikkferdighetene hos den enkelte skadelidende. Spesielt er det viktig å kunne de grunnleggende regneferdighetene godt.

I denne masteroppgaven har jeg valgt å fokusere på den grunnleggende regneferdigheten multiplikasjon. Multiplikasjon er interessant blant annet fordi det krever større grad av abstraksjon hos elevene (jf. Kaufmann, 2010), og det er også et område som er viktig å mestre for videre arbeid med de andre delene av matematikkfaget. Som lærer på ungdomstrinnet gjennom flere tiår, har jeg hatt et stort antall elever i dette faget. Da har jeg lagt merke til at mange av dem som sliter med ferdigheter i matematikkfaget, har gitt til grunn at de på mellomtrinnet har opplevd at matematikken ble ”vanskelig” og at de derfor presterte dårligere i faget.

Felles for de fleste av dagens elever som ikke mestrer matematikkfaget, er årsaken at de mangler grunnleggende ferdigheter i emnet multiplikasjon. Allerede på relativt enkle oppgaver velger de å ta fram lommeregneren for å løse oppgaver. Basisferdighetene i multiplikasjon er fraværende hos mange av elevene. Her har lommeregneren blitt til hjelp etter at den ble tillatt hjelpemiddel i den norske skolen midt på 1980-tallet. Selv på regnestykker fra den lille gangetabellen er det mange av svarene som ikke ”sitter” hos denne gruppen elever. For disse elevene er det viktig at de får ny inspirasjon og oppmuntring til å finne nye veier å løse gangestykker på, slik at det vekker mer begeistring for faget generelt og multiplikasjon spesielt. Da vil det bli generert ny energi til bedring i løsning av oppgaver i matematikkfaget på de fleste områder.

Nå er det ikke bare på selve multiplikasjonsstykkene dette slår ut på matematikk-kompetansen. Da ville det ikke ha spilt noen stor rolle. Men når elever ”faller av” i tida gangetabellen skal øves inn og årene deretter, får det store konsekvenser for andre deler av matematikk-kunnskapene deres. Det er nemlig slik at multiplikasjon er et verktøy som eleven må bruke i alle hovedemnene av faget. Selvsagt gjelder dette i emnet ”tall og algebra” der de i løpet av skolegangen skal kunne regne ut potenser, faktorisere tall, regne med algebrauttrykk, løse ligninger og ulikheter, regne med formler og løse prosentregning og brøkoppgaver. Likeledes har de bruk for multiplikasjon innen oppsett av budsjett, lån, sparing og andre praktiske oppgaver innen dagliglivet, samt ulike former for problemløsning. Men det stopper ikke med dette. I geometri trenger de ferdighet i multiplikasjon ved utregninger av omkrins, areal og overflate, utregning av sider ved hjelp av Pytagoras eller ved forholdsregning. Innen målinger er det også påkrevd å kunne multiplikasjon når en skal gjøre om mellom ulike måleenheter, som f.eks. 60-gangen når det gjelder tid og 3,6 gangen når det gjelder omgjøring av fart – for ikke å nevne alle de overgangene der de dekadiske enhetene spiller inn. I kombinatorikk, statistikk og sannsynlighetsregning er det også viktig å kunne anvende gangetabellen til ulike utregninger. Mye innen kombinatorikk er rett og slett multiplikasjon der også fakultetsregning råder grunnen. Det samme må sies om funksjoner, både når en skal framstille disse grafisk, og løse ligningssett algebraisk.

På denne måten er det tiltagende bruk av multiplikasjon utover i grunnskolen ettersom elevene blir eldre. Da er det godt for de som behersker dette emnet, mens det for de som sliter her bygger seg opp usikkerhet – ikke bare innen emnet multiplikasjon, men og innen alle disse typene oppgaver der multiplikasjon er en del av løsningsprosessen. For det er nemlig slik at når den delen av oppgavene der manglende ferdigheter innen multiplikasjon er inne i bildet, vil det påvirke, i mindre eller større grad, resten av løsningsprosessen av oppgavene. Et kjent utrykk sier at ”et kjede ikke er sterkere enn sitt svakeste ledd”. Om multiplikasjon er dette ”svakeste leddet”, vil det gå ut over oppgaveløsningen i de aller fleste matematikkoppgavene som elever blir stilt overfor i den norske skolen fram til avsluttet grunnskole i sekstenårsalderen.

På samme måten som en solid grunnmur er en betingelse for en solid og flott bygning, og adekvat verktøy er selvsagt for en tømmermann, er multiplikasjonsferdigheter helt nødvendige for den som vil gjøre det godt i matematikkfaget. Med bakgrunn i dette velger jeg her å se på hvordan multiplikasjon blir introdusert for elevene i den norske skolen, både i dag og like tilbake til 1920-tallet. Da velger jeg å gå inn på læreplaner og læreverk slik barn undervises om emnet multiplikasjon når de er 9-10 år gamle. Før 1996 gjelder dette for de som gikk i tredje klasse, mens det etter utvidelse til tiårig grunnskole i 1996 gjelder de som er i fjerde klasse.

Fokus i denne oppgaven er altså multiplikasjon. Det er en av de fire regneartene som danner grunnlaget for all tallbehandling. Og jeg vil her altså legge hovedvekten på hvordan elever møter og har møtt dette emnet i den norske skolen opp gjennom årene fra 1920-tallet til våre dager. I studien tar jeg utgangspunkt i følgende forskningsspørsmål:

Hvordan blir regnearten multiplikasjon introdusert i norske lærebøker?

For å svare på dette forskningsspørsmålet tenker jeg å gå inn på hva den historiske utviklingen forteller om multiplikasjon, hva de ulike læreplanene sier om dette emnet, hva som undervises på lærernivå om det, og hvordan ulike lærebøker de siste nitti år presenterer emnet, og hva som vektlegges der ved introduksjon til regnearten multiplikasjon.

I kapittel 2 presenterer jeg teori om den historiske utviklingen av multiplikasjon, hvordan læreplanenes fokus på multiplikasjon har vært og undervisningen av multiplikasjon ved lærerutdanningen. Kapittel 3, metodekapittelet omhandler studiens design, datamaterialet og analysen av dette. Resultatdelen av min analyse ligger i kapittel 4, der de bøkene jeg har valgt blir gjenstand for en hovedsakelig kvantitativ studie. Se vedleggene 1, 2 og 3. Til slutt avrundes det med kapittel 5 som er en diskusjonsdel og kapittel 6 der jeg trekker mine konklusjoner og vil gi implikasjoner for videre forskning og praksis.

2 Teori og bakgrunn

I dette kapittelet vil jeg starte med avgrensing av begrepet multiplikasjon slik jeg vil bruke det i denne oppgaven og deretter se på den historiske utviklingen av multiplikasjon og så med fokus på ulike algoritmer (kap. 2.1). I forlengelsen av dette vil jeg gå inn i læreplanenes fokus på multiplikasjon (kap. 2.2), for så å avrunde med hvordan lærerutdanningen har presentert hvorledes det bør undervises om emnet (kap. 2.3).

For å avklare begrepet multiplikasjon, og hva jeg her legger i det, finner jeg følgende definisjon i ”*The Concise Oxford Dictionary of Mathematics*” (2009, s. 305):

“multiplication: Generally, a binary operation in which the two entities, which can both be numbers, matrices, vectors etc. or can be two entities of different types, are combined by a specified rule to form a product”

I forlengelse av dette står det omtalt multiplisering av

- komplekse tall
- brøk
- hele tall
- matriser
- polynom
- multplisering modulo n

I min oppgave vil jeg begrense multiplikasjonsbegrepet til:

”En operasjon der to naturlige tall (hver av dem kalt faktorer) i titallsystemet etter spesielle regler former et produkt som svar på denne operasjonen.”

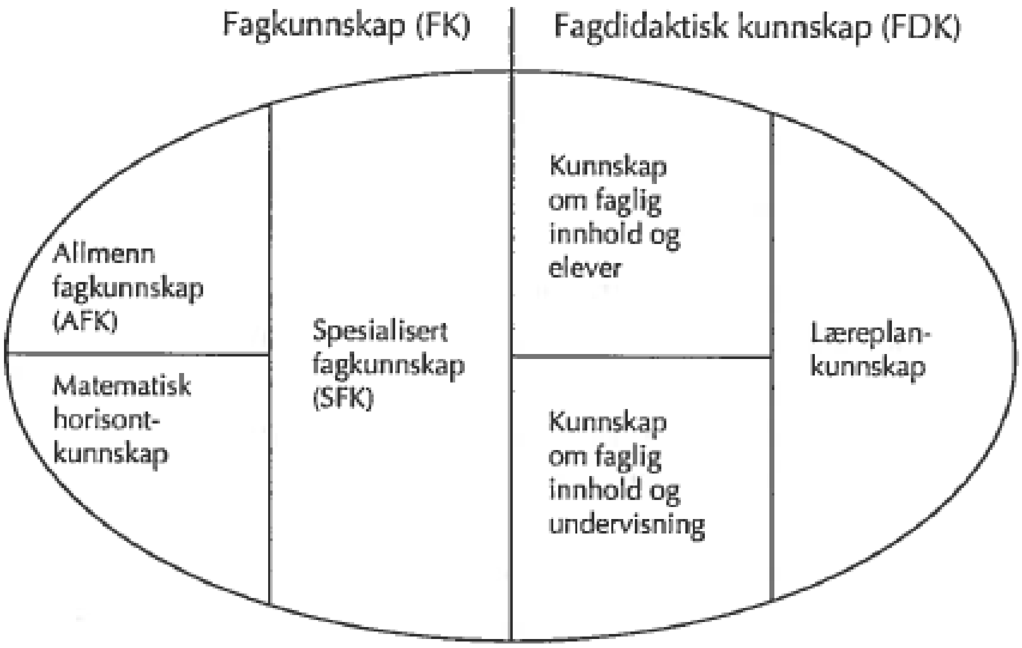
Når det gjelder forskningsmessig bakgrunn, med utgangspunkt i norske artikler og oppgaver som handler om temaet multiplikasjon, vil jeg først trekke fram doktoravhandlingen til Kaufmann (2010), der han tar for seg appropriering (tilegning, min oversettelse) av multiplikasjon i klasserommet. Her studerer han elevenes første møte med multiplikasjon. Studien omfatter de tre første undervisningsøktene med multiplikasjon for 144 elever i sju tredjeklasser på fem skoler. Fokuset hans er på elevenes forståelse av multiplikasjon med et sosiokulturelt perspektiv, der kunnskapen om multiplikasjon tilegnes den enkelte elev i et læringsfellesskap. I denne konteksten nevner han at det finnes syv kategorier, dimensjoner eller steg mot det å lære multiplikasjon. Disse sju er å telle en og en, addisjon, gjentatt addisjon, rekketelling, fordobling, multiplisering og samtale om ulik egenskaper ved multiplikasjon. I tabellform kan disse, samt bruk og ulemper ved den enkelte dimensjon framstilles slik:

	Strategi:	**Bruk av:**	**Ulempe:**
1	Telle en og en	Konkreter: fingre, sko, knapper, …	Tidkrevende ved og vanskelig ved store tall da det kun telles en, to, tre, … her.
2	Addisjon	Hopp; (3×4) → (3+3=6, 6+3=9, 9+3=12) 3, 6, 9, 12	Ulike store grupper kan opptre som f. eks. 7 + 7 omgjøres til 10 + 4
3	Gjentatt addisjon	Som rytmetelling, 2, 4, 6, 8, … hoppetelling. (Gjentatt addisjon er sentralt i Norge)	Kan skape forvirring mellom gjentatt addisjon og multiplikasjon
4	Rekketelling	(5×3) teller 3, 6, 9, 12,15 Eller som multiplikasjonssanger	Må anvendes rikelig for å gi gode resultat
5	Fordobling	Som rekketelling 2×6 =12 er en støtte når de skal regne ut 4×6 ved så å doble 12	Blir knytt mest opp mot addisjon (dobling additivt)
6	Multiplisering	Som produkt, ved for eksempel å telle brikker	Akkomodasjon mot den kommutative lov.
7	Samtale om ulike egenskaper ved multiplikasjon	Allmenn diskurs der man regulerer aktiviteten gjennom begrep	Ingen

I sine observasjoner i disse sju klassene, finner Kaufmann (2010, s. 223-226) til dels store forskjeller mellom de ulike klassene. Dette viser at elevene ikke møter uniforme klasserom, selv om opplegget for timene tenkes likt i utgangspunktet. Det er fordi elevenes kunnskap blir laget i en kontekst og i samhandling med andre. Interaksjonen i hvert klasserom blir vesentlig for konstruksjon av ny kunnskap hos den enkelte. Lærerens rolle er sentral og svært viktig her. Lærerne vektla de sju strategiene her med forskjellig styrke, men alle klassene brukte gjentatt addisjon i alle timene. Likeså var det å multiplisere mye brukt. I noe mindre grad var det brukt addisjon og rekketelling. For at rekketellingen skal gi gode resultater, må den anvendes mye. Det er spennvidder mellom disse sju kategoriene, og analysen til Kaufmann (2010, s. 234) viste at for elevene var den største utfordringen hvordan multiplikasjon blir knyttet sammen med gjentatt addisjon.

Den viktigste strategien som Kaufmann undersøkte var det å kunne samtale om multiplikasjon, da både hvilken sammenheng det var med andre strategier og multiplikasjon, hva multiplikasjon er for noe, og hva vi anvender den til. Når fordobling er med som egen kategori her, er det fordi den tolkes som mer enn bare en additiv strategi (Kaufmann, 2010, s. 222) i det den omfatter større bruk av materiale og andre ressurser enn addisjon. Svært ofte var det elevene som brakte denne metoden fram i samtalene for å forklare sine utregninger. Denne metoden ga og som resultat at det ble færre feil. Det kan skyldes at de som brukte denne hadde større oversikt over tallrekka og kunne rekketelling godt.

En annen forskningsartikkel som bringer temaet multiplikasjon fram er "Eg kan jo multiplikasjon, men ka ska eg gjørr?" (Fauskanger m. fl., 2010). Her tar Fauskanger, Bjuland og Mosvold opp nyere strømninger om lærernes undervisningskunnskap i matematikk knyttet opp til sentrale punkt ved de fire regneartene generelt, og spesielt mot et praktisk eksempel på flersifret multiplikasjon. De bygger her sin artikkel på det Shulman (1986) tar opp, der han skiller mellom fagkunnskap og fagdidaktisk kunnskap, noe Ball, Thames & Phelps (Ball m. fl., 2008) utdyper i sin modell for ulike områder som undervisningskunnskap i matematikk består av, se figur 2.1:



Figur 2.1 Områder undervisningskunnskap i matematikk består av.
Hentet fra Ball m. fl. (2008) (Ball, Thames & Phelps, 2008, s. 403),
oversatt av Fauskanger, Bjuland & Mosvold, 2010, s. 105)

Vi ser her en tredeling av hver av de to aspektene til Shulman (1986). På den ene siden er det forskjell mellom den allmenne fagkunnskapen og den spesielle fagkunnskapen i matematikk, samtidig som en skiller mellom kunnskap om faglig innhold og elever contra faglig innhold og undervisningen i den fagdidaktiske kunnskapen. Her er det særlig den spesialiserte fagkunnskapen som er viktig, da den er bundet opp til praksis uten å kreve kunnskap om elevene og undervisningen. Den spesialiserte fagkunnskapen er ikke noe alle matematikere eller de med god allmenn fagkunnskap besitter. Grunnen til dette er at det er en spesiell type matematisk kunnskap som evner å se flere ulike metoder i løsningsprosesser på oppgaver som f. eks. 36 • 25. Det er nemlig ikke bare snakk om å finne løsningen, men og de mange måter denne oppgaven kan løses på.

Horisontkunnskapen er relatert til hvordan ulike emner i læreplanen henger sammen og bygger på hverandre. Når vi fokuserer på formidling av kunnskap er det høyre side av figur 2.1 som er viktigst, knyttet opp mot den spesialiserte matematikkfaglige kunnskapen. Når det gjelder multiplikasjon av oppgaver som 36 • 25, ligger det aspekt som utvikling av strategier, multiplikativ tenkning, men og misoppfatninger samt det å kunne analysere elevenes feilslutninger, slik at de kan lære nye metoder og teknikker.

To andre som har tatt for seg emnet multiplikasjon i nyere tid er Ekker (2007) og Engeland (2007). Her er det snakk om to masteroppgaver. Ekker (2007) retter i sin oppgave søkelyset mot ulike strateger i multiplikasjon i forhold til elever i 4. og 7. klasse. Hun nytter de samme kategoriene som Hecht (1999) som kategoriserer i fem strategivarianter. De fire første kalles backup-strategier og er gjentatt addisjon, tallserie (det Kaufmann kaller rekketelling), regelstrategi (som for eksempel at alle tall i 5-gangen ender på 0 eller 5), dekomposisjon (når eleven vet at $4 \times 6 = 24$ så fås $4 \times 7 = 28$ ved å addere 4). Den femte er retrival-strategien der eleven vet svaret umiddelbart som f. eks. at $13 \times 17 = 221$. Ekker har hele fire ulike forskningsspørsmål (Ekker, s. 9), der to av disse går på hvilke strategier elevene i 4. klasse og elevene i 7. klasse bruker, samt om det er noen forskjeller på disse. (De to andre spørsmålene hun stiller er om det er sammenheng mellom strategibruk og elevens prestasjon på matematikkprøver og i forhold til deres intelligens målt ut fra prestasjoner på Ravens test.) Når vi ser på retrival-strategien viser den en stigning fra 44,5 % av oppgavene på 4. trinn til 65,5 % på 7. trinn. Av backup-strategiene var gjentatt addisjon hyppigst brukt i 4. klasse, mye mindre i bruk blant de tre år eldre elevene. Påfallende er det i Ekker sin undersøkelse at tallseriestrategien er noenlunde likt brukt på de to trinnene. Når eleven tviholder på denne tallseriestrategien omtaler Ostad (1992) det som strategirigiditet. Denne tallseriestrategien kan ifølge Ostad være lagret som en tung forestilling (Ekker, s. 65). Det stagnerer utviklingen for de som bruker denne, og Ekker sine analyser viser at de som holder på denne strategien over år, gjør det fordi de kommer fram til riktig svar, men det skjer på bekostning av tid når faktorene øker i størrelse. På 4. klassenivå viser det seg og at de som flittigst benytter de enkleste av backup-strategiene har mindre anvendelse av dekomposisjon og retrival-strategier. På den andre siden har de som benytter dekomposisjon-strategien en utvikling mot mer avansert strategibruk. Da vil eleven etter å ha automatisert en del multiplikasjonsstykker, finne veien til nye løsninger på mer avanserte oppgaver. Når det gjelder bruk av regelstrategien var den lite brukt, bortsett fra regler om 9-gangen.

Noenlunde parallelt i tid gjør Engeland (2007) sin case studie i ”Lesson Study for lærere”, der hun ser på elevenes strategier for å løse multiplikasjon på 5. trinn. Hun formulerer tre forskingsspørsmål der det første går på strategier og feil som går igjen hos elevene. Det andre går på hvilke strategier som reduserer feil hos elevene, og det tredje om hvordan en kan organisere en lesson study med lærere i barneskolen. I sine strategier er Engeland inne på flere av de samme som Kaufmann (2010) og Ekker (2007) bruker, samt at hun i likhet med Sherin og Fuson (2005) har kategorien hybrid (Engeland, s. 14) som betyr at en setter sammen en strategi ved hjelp av de man allerede har fra før.

2.1 Bakgrunn (historisk utvikling av multiplikasjon)

De algoritmene for multiplikasjon som blir undervist for dagens norske elever har en lang historie. I stor grad har algoritmene tilknytning til tallsystemet vårt, og jeg presenterer her et historisk blikk på multiplikasjonsbegrepet og multiplikasjonsalgoritmer innenfor noen tidligere kulturer.

Med bakgrunn i disse kulturene, samt innslag fra Algorismus i ”Hauks bok” om regning fra vår egen nordiske kultur på 1300-tallet, samt boka ”All verdens tall, Tallenes kulturhistorie 2” av Ifrah (1997) og noen andre bøker, vil jeg prøve å lage en historisk oversikt over multiplikasjonsbegrepet slik det er fortolket til ulike tider og i ulike kulturer opp gjennom tidene.

<u>Romertallene</u>

Først litt om romertallene:

Romertall

I	II	III	IV	V	VI	VII
1	2	3	4	5	6	7
VIII	IX	X	XX	XXX	XL	L
8	9	10	20	30	40	50
LX	LXX	LXXX	XC	C	CC	CCC
60	70	80	90	100	200	300
CD	D	DC	DCC	DCCC	CM	M
400	500	600	700	800	900	1000

Figur 2.2: Nedlastet fra: http://snl.no/romertall (28. april 2014)

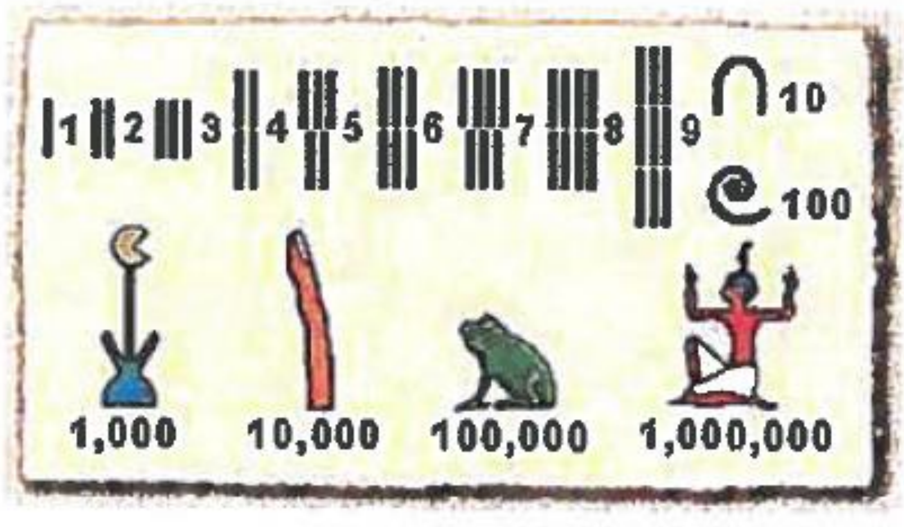
Disse er konstruert ved de sju hovedverdiene: 1=I, 5=V, 10=X, 50=L, 100=C, 500=D og 1000=M. For større tall brukes samme bokstaver med en strek over. Da blir verdien 1000 ganger så stor. Når en skal angi et tall, plasserer en den høyeste verdien først, og slik etter størrelse. En kan gjenta I, X, C og M inntil tre ganger etter hverandre; om en vil ha fire av denne skriver en heller IIII = IV, XXXX = XL, CCCC = CD. Tilsvarende for 9, 90 og 900 har vi: 9 = IX, 90 = XC og 900 = CM som vist i figur 2.2.

Disse tallene har ingen særlig god oppskrift for de ulike regneoperasjonene, spesielt ikke for blant annet multiplikasjon, selv om det er mulig å utvikle algoritmer for denne regnearten også innenfor dette tallsystemet

Vi kan derfor se bort fra dette systemet når vi referer til multiplikasjonsbegrepet i de historiske kildene. Når de regnet brukte de abakus og lignende.

Egyptisk tallsystem:

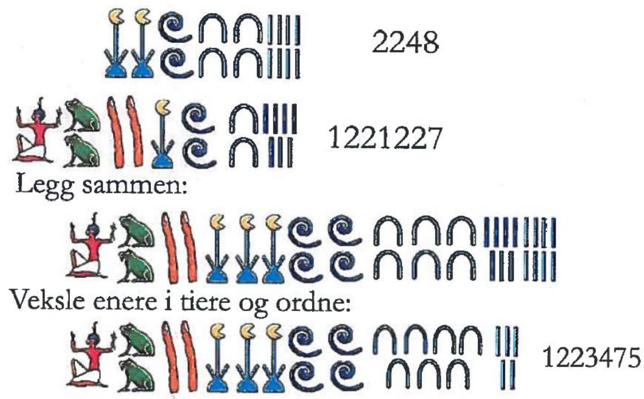
Egypterne hadde et liknende system fra tida ca 3 000 f. Kr. ifølge Katz (2009, s. 3 – 7), der ulike nøkkeltall hadde hvert sitt symbol. De dekadiske enhetene var her: 1 = I, 10 = ∩, 100 = ף (en krølle), 1000 = en lotusblomst, 10 000 = en bøyd finger, 100 000 = en frosk og 1 000 000 = et knelende menneske. Figur 2.3 viser disse enhetene:



Figur 2.3 Egyptiske tallsymboler (hentet fra Holme, 2007, s. 40)

De hadde et additivt system: skulle de skrive 23 773, startet de med tre enere etterfulgt av syv tiere, syv hundre, tre tusen og to titusen. En for oss temmelig tungvint måte å skrive et femsifret tall på.

Holme (2007) viser hvordan de kunne addere 2 248 med 1 221 227 (Figur 2.4):



Figur 2.4 Regning med egyptiske tallsymboler (hentet fra Holme, 2007, s. 40)

Vi ser her (figur 2.4) at en samler like enheter, og om det er flere enn ti enheter av et slag, veksles disse til en større enhet. (I dette eksempelet er 10 "enere" vekslet til en "tier" i siste rad til svaret 1 223 475). Selv addisjonsstykker i dette systemet virker som en tungvint måte å regne på. Likevel hadde de allerede i denne kulturen utviklet metode for multiplikasjon, ta for eksempel 565 multiplisert med 276. Den løste de indirekte (ved dobling av 276, firdobling, osv.) på denne måten (figur 2.5):

565	276	276
282	552	
141	1104	1104
70	2208	
35	4416	4416
17	8832	8832
8	17664	
4	35328	
2	70656	
1	141312	141312
Sum		155940

Figur 2.5 Egyptisk multiplikasjon (hentet fra Holme, 2007, s. 44)

Svaret på oppgaven, 155 940, framkommer ved addisjon av de fem øverste tallene i kolonnen til høyre. Hvilke tall som skal med, er bestemt ved oddetallene (understrekte tall) i kolonnen til venstre. Fra midtkolonnen er her tatt med (1 + 4 + 16 + 32 + 512) = 565 ganger tallet 276. Metoden går og under navnet ”russisk bondemultiplikasjon”. Slik jeg ser det, er dette fullt ut en farbar vei, om enn noe tungvint sammenliknet med nyere algoritmer som vi i dag er mer fortrolige med.

Til overmål hadde de og et system der de beskrev brøker som en sum av stambrøker. Stambrøker er brøker der telleren er tallet 1. Jeg nevner kort noen få eksempel her:

2/5 = 1/3 + 1/15

2/15 = 1/10 + 1/30

17/84 = 1/7 + 1/28 + 1/42

Mesopotamia i oldtiden

I det gamle Babylon opererte man i oldtiden med tallsystem som besto av seksti sifre (sekstitallsystemet). Det å utvikle deres ”lille” gangetabell hadde krevd 3600 produkt mot våre 100. Like fullt hadde de teknikker til å regne ut store produkt ved multiplikasjon. Deres metode var slik at de la sammen de to faktorene, halverte summen og kvadrerte. Så tok de differensen mellom de to faktorene, halverte denne og kvadrerte. Til slutt subtraherte de siste kvadrat fra det første kvadratet og differensen blir da lik svaret på det opprinnelige multiplikasjonsstykket.

Denne metoden er grei om begge tallene enten er partall eller oddetall, som om faktorene er 25 og 37:

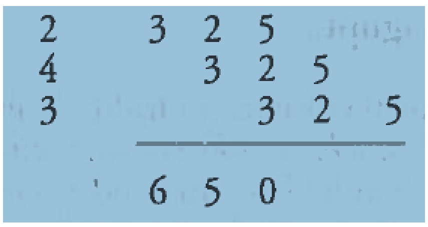
> Halvert sum er (25 + 37 = 62) dividert med 2 = 31,
>
> Halvert differanse er (37 – 25 = 12) som dividert med 2 er 6.
>
> $31^2 - 6^2 = 961 – 36 = 925$ som da er produktet av 25 • 37

Om vi har et partall og et oddetall, visste de råd for det også. 195 • 52 er et slik eksempel. Her kunne de doble første faktor mot å halvere andre faktor til 390 • 26. Halv sum blir 208, halv differens blir 182. Svaret er $208^2 - 182^2 = 43264 – 33124 = 10140$. Tabeller for kvadrattallene hadde de, så oppgavene var overkommelige, selv med høye tall.

Tredje tilfelle der halvering og dobling fortsatt gir partall og oddetall som i 25 % av tilfellene a la 73 • 38 til 146 • 19, omgjorde de kanskje til 146 • 20 – 146.

<u>Indisk (s. 235 – 237) fra ca. 600 f. Kr.</u>

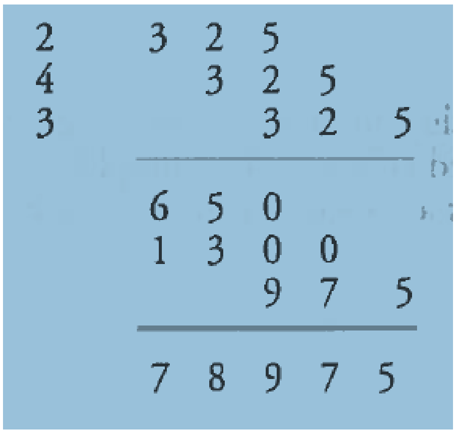
Første innspill i algoritmer som har noe slektskap med vår moderne algoritme finner vi i metoden kalt gomutrika (sanskrit) som betyr ”som ligner på kuas stråle av urin”, idet det viser til regnemesterens siksakbevegelse av øynene når han følger gangen i de aktuelle operasjonene. Denne metoden er beskrevet i Brahmasphutasiddhanta av Brahmagupta i år 628 e. Kr. (Ifrah, 1997, s. 233-234). Som eksempel på denne metoden vises til eksempelet der en multipliserer 325 med 234. Oppgaven stilles opp slik som i figur 2.6:



Figur 2.6 Indisk oppstilling av multiplikasjon (hentet fra Ifrah, 1997, s. 234)

I figur 2.6 er og tatt med første linje i utregningen. Først multipliseres 2 med 5 til resultat 10, der 0 i 10 skriver rett under 5-tallet i øverste linje. Mentetallet 1 legges så til 2 × 2, slik at 5-

tallet under streken står rett under 2-tallet i øverste linje, hvorpå tilslutt 6 tallet framkommer ved 2 × 3. Altså 2 × 325 = 650. Slik fortsetter vi med 4 × 325 og 3 × 325 ved å la disse produktene plasseres i linjene under 650 samtidig som de rykker en plass til **høyre** for hver ny linje som vist i figur 2.7:



Figur 2.7 Algoritme for indisk multiplikasjon (hentet fra Ifrah, 1997, s. 234)

Svaret på oppgaven 325 × 243 framkommer så ved å addere de tre tallene mellom strekene til 78 975. Denne metoden kan minne litt om tradisjonelle algoritmer fra nyere tid. Jeg tenker da på den mest vanlige algoritmen som er blitt brukt i lærebøker i Norge de sist hundre årene, med et vesentlig avvik ved at "trappen" som her går ned til høyre i vår tradisjonelle algoritme går ned til venstre. Vår egen "moderne" metode ser altså til forveksling svært lik ut:

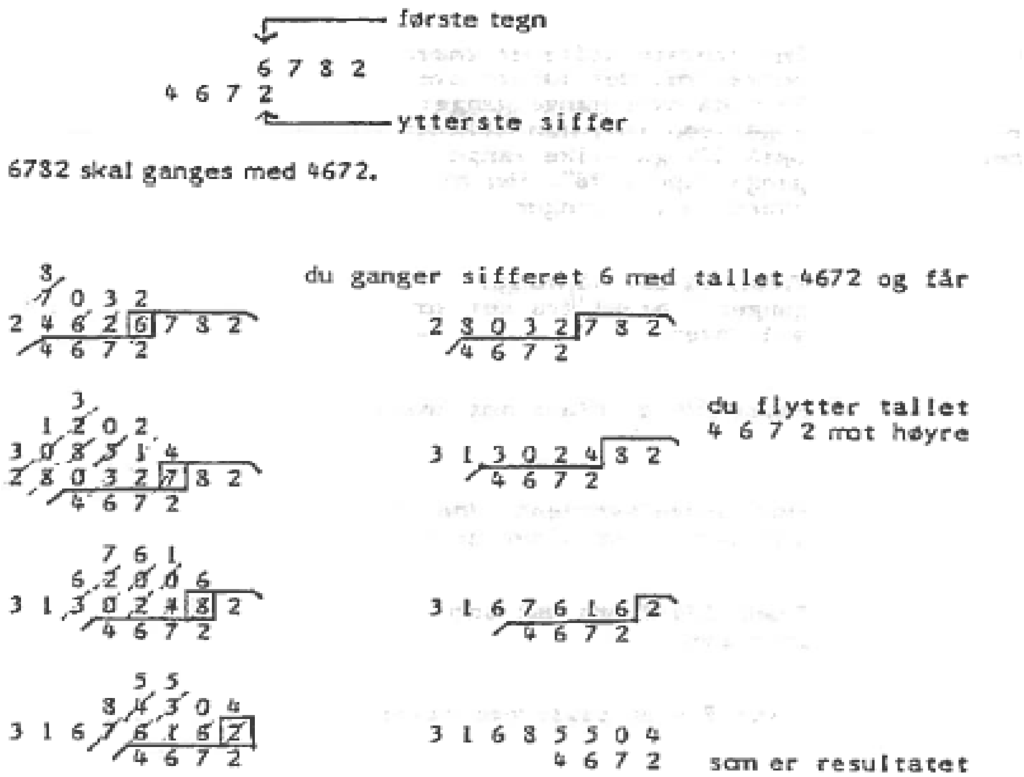
		3	2	5	•	2	4	3
		9	7	5				
1	3	0	0					
6	5	0						
7	**8**	**9**	**7**	**5**				

<u>Yngre Norrøn tid fra ca. 1300-tallet</u>

Av regnekunst fra vårt eget nærområde nevner jeg Algorismus fra "Hauks bok" fra ca år 1310. (se Thorvaldsen, 2002). Dette er den eldste bok med bruk av "våre" tall, og den ble skrevet av Hauk Erlendsson (d. 1334). Regnedelen utgjør færre enn ti sider og kalles

Algorismus (Brun, 1964). Den beskriver våre fire regnearter (addisjon, subtraksjon, multiplikasjon (= mangfaldan) og divisjon) – og i tillegg til disse tre opererte han med tvifaldan (dobling), helmingaskipti (halvering) samt rotutdragning, både kvadratrot og kubikkrot. Dobling og halvering blir da å se på som multiplikasjon og divisjon med tallet 2. På Hauks tid var det ennå romertallene som var det konkurrerende system, der en stort sett kun drev med addisjon og subtraksjon ved hjelp av abakus (regnebrett).

I mangfaldan blir multiplikasjon av 6782 med 4672 utført slik:



Figur 2.8 Multiplikasjon (mangfaldan) hentet fra Thorvaldsen (2002)

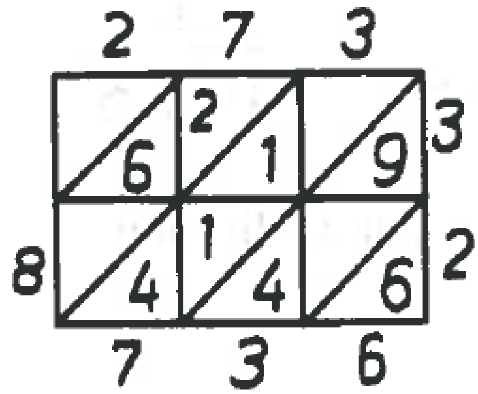
Som vi ser av figur 2.8 var det en omstendelig prosess å multiplisere to firesifrede tall med hverandre. Vi legger merke til at prosedyren starter med å multiplisere høyeste enhet i multiplikand med multiplikator for å avslutte med minste enhet, helt motsatt av vår standardalgoritme.

Det som likevel er verdt å legge merke til når det gjelder algorismus, er disse tre regneartene som vi ikke bruker i dag, nemlig dobling (tvifaldan), halvering (helmingaskipti) samt rotutdragning (taka rót undan). I dag ser vi på de to første av disse som spesialtilfeller av multiplikasjon og divisjon (med tallet 2), men i ulike strategier har jeg allerede nevnt betydningen av dobling når multiplikasjon skal tilegnes.

Metoden og bruk av våre ”vanlige” tall stammer for øvrig fra Bagdad på 700-tallet.

Gelosiametoden fra middelalderen (ca år 1500)

Med boktrykkerkunsten på 1400-tallet ble det produsert aritmetikkbøker. De første kom ut i Italia der også sjakkbrettmetoden ble presentert i Treviso 1478 (Smith, 2008, s. 70). Multiplikasjon av 273 med 32 gjorde de slik:

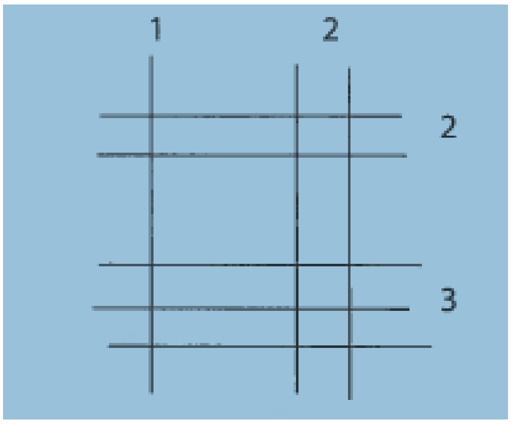


Figur 2.9 Gitterrmultiplikasjon (gelosiamultiplikasjon) hentet fra Breiteig (2005, s. 108)

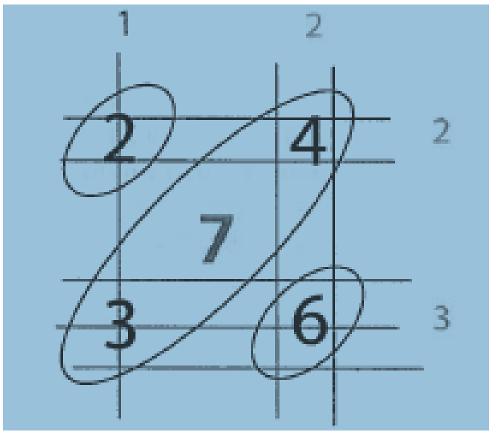
I denne metoden som også kommer fra Østen og var kjent og brukt i India fra 1100-tallet og utover, blir de seks produktene av 2, 7 og 3 mot henholdsvis 3 og 2 plassert i de seks delte kvadratene lik at tierne i de ulike produktene plasseres opp til venstre og eneren i produktene nederst til høyre. Når det er gjort, adderes det på skrå nedover fra høyre mot venstre, slik: 6 = 6 på enerplassen, 9+4=13 til 3 på tierplass og en i mente, 1+1+1+4=7 på hundreplassen og tilslutt 2+6=8 på tusenplassen. Vi finner altså at produktet blir 8 736.

Kinesisk gangemetode ved hjelp av telling

Helt til slutt i dette delkapittelet vil jeg ta med en algoritme som multipliserer flersifrede tall uten at bruke gangetabellen. Den algoritmen er hentet fra Chen sin artikkel i Tangenten fra 2011 (Chen, 2011, s. 13-15). Her lager hun faktorene om til rutenett slik som vist i figur 2.10a og figur 2.10b:



Figur 2.10a Rutenett for 23 × 12. Hentet fra Chen (2011) i Tangenten 2011 (3) 14

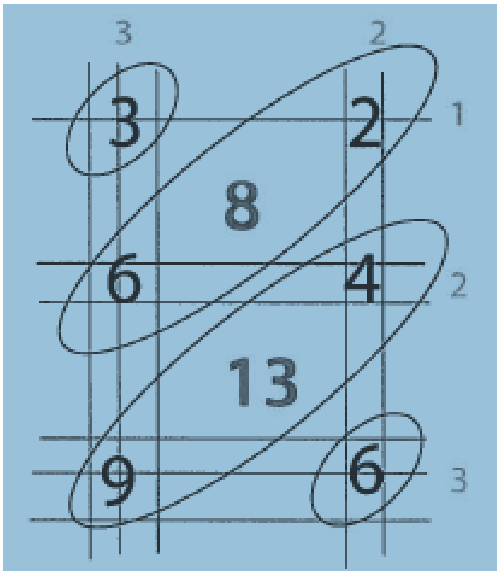


Figur 2.10b 23 × 12 = 6 enere, 7 tiere og 2 hundrere = 276. Hentet fra Chen (2011) i Tangenten 2011 (3) 14

Multiplikanden 23 avsettes som vannrette linjer, øverste to for 20 i 23 og nederst 3 vannrette linjer for 3 i 23. Analogt gjøres det med loddrette linjer for multiplikanden 12 vertikalt, 1 til venstre for 10 i 12 og 2 loddrett linjer til høyre for 2 i 12.

Det er skjæringspunktene vi teller opp, enere × enere (3 × 2 = 6) gir 6 enere. Det som gir tiere er både tiere × enere (2 × 2 = 4) pluss enere × tiere (3 × 1 = 3), altså 4 + 3 = 7 tiere, og hundredere får vi ved tiere × tiere, altså 2 × 1 = 2. Vi har altså ved streking av linjer og telling funnet at 23 × 12 = 276.

Chen (2011) nevner i sin artikkel at denne metoden og kan anvendes på flersifrede tall ved å anlegge flere avsnitt med linjer. Om et siffer i en av faktorene er null markeres det med stiplet linje. Vi kan og bruke denne metoden med desimaltall. Likevel har den sine begrensninger i og med at både tellingen blir mer komplisert ved høye sifre, og faren for feiltelling øker. Men ved lave sifre er den ganske ideell, når en ser bort fra tiden det tar å tegne opp. Et eksempel til, figur 2.11 viser resultatet for 123 × 32:



Figur 2.11 123 × 32 = 6 enere, 13 tiere og 8 hundrere og 3 tusener = 3936.
Hentet fra Chen (2011) i Tangenten 2011 (3) 14

Metoden kan ikke helt ut erstatte andre metoden, men være et supplement til de andre, ikke minst til forståelsen av vår standardalgoritme, for ved det å utvikle et rikere multiplikasjonsbegrep.

2.2 Læreplanenes fokus på multiplikasjon

I denne delen vil jeg ta for meg hvordan læreplanene har generelle føringer når det gjelder undervisningen, hvilke arbeidsmåter de legger opp til, fokus på multiplikasjon i planene og hva for føringer de gir om multiplikasjon. Dette vil jo så få mye å si for hvordan lærebøkene skrives og hva som blir vektlagt i dem. Dette kommer jeg inn på i kap 4, der jeg og vil analysere noen av de tingene jeg her finner vesentlige når det gjelder undervisningen i innføring av multiplikasjon i norsk skole de siste nitti åra.

Fordi denne perioden spenner over så lang tid, vil jeg ta planene for meg kronologisk, og jeg starter med Normalplanen av 1922 (N22).

2.2.1 N22 – Normalplanen av 1922

Normalplanen av 1922 foreligger i to varianter: en for byfolkeskolen *"Normalplan for byfolkeskolen (N22b),*" (KUF, 1922), og en for landfolkeskolen *"Normalplan for landsfolkeskolen (N22a),*" (KUF, 1922).

På denne tida er skoleforløpet syvårig folkeskole, og elevene gikk seks dager på skolen hver uke. N22a gir klare føringer på at en i første time hver dag har kristendom og historie, mens det anbefales at en i andre time bør ha regning (som faget kaltes på den tida).

I timefordelingen (KUD 1922a, s. 89) bærer planen preg av at en prioriterer de tre fagene norsk, regning og kristendomskunnskap sterkest. Regning er tilgodesett med seks timer i uken gjennom alle de syv årene. Dette vil vise seg å være langt mer enn de etterfølgende planene gir til det faget. Fra skolevesenet så dagens lys i Norge på 1700-tallet, var det lesing og bibelhistorie som rådde grunnen alene. Faget regning, som det het fram til grunnskolen ble utvidet til 9-årig skole i 1959 (Breiteig, 2005, s.9), kom ikke inn i våre skoleplaner før enn i 1827. Innholdet i faget i tida før 1922 la vekt på å få ferdigheter i faget slik at en kunne løse praktiske oppgaver en møtte i dagliglivet.

N22a gir dessuten følgende mål for undervisningen i regning: ”I undervisningen må læreren alltid ha for øye at barna skal læres opp til tenksomme mennesker. Derfor skal de ikke bare lære å forstå det de gjør, slik som barn på hvert trinn *kan* forstå det. Men de skal også bli vant til å arbeide seg fram til forståelsen og løsningsmåten ved egen hjelp.” (KUD 1922a, s. 28) Når det gjelder den enkelte elev sin rolle står det og: ”Barna skal lære å løse slike oppgaver som en vanlig får bruk for ute i livet, sikkert, raskt og på en praktisk måte, og skriftlig å gjøre rede for løsningen ved en korrekt og grei oppstilling.” (KUD 1922a, s. 22)

Allerede på annet trinn introduserer en multiplikasjon og regnetegnet ”×” (som leses tatt), for eksempel 10 × 5 blir ”10 tatt 5 ganger.” 2- gangen og 5-gangen øves inn og læres utenat.

Planen for tredje trinn gir følgende føringer for arbeidet med multiplikasjon:

- Resten av multiplikasjonstabellen blir bygd opp og læres
- Multiplikasjon av rene tiertall med enertall, produkt over 100, f. eks. 70 × 9 =
- Multiplikasjon av to og tresifrede tall med enertall, 10, 100, rene tiertall og med tosifrede tall, f. eks. 234 × 56

2.2.2 N39 – Normalplanen av 1939

Normalplanen av 1939 foreligger også i to varianter: en for byfolkeskolen *”Normalplan for byfolkeskolen (N39b),*” (KUD, 1962), og en for landfolkeskolen *”Normalplan for landsfolkeskolen (N39a),*” (KUD, 1947). Fordi dette er en sammenlignende oppgave mellom ulike planer over tid, velger jeg her å gå inn i plan for byfolkeskolen. På landsbygda i mellomkrigstida var det ofte langt mellom folk, og undervisningen i skolen foregikk ofte i fådelte skoler, sågar timebyteplan for en udelt skole finnes i landsfolkeskoleplanen (KUD, 1962, s.22).

Skoleforløpet er fortsatt syvårig folkeskole, og eleven gikk seks dager på skolen hver uke. Det var tre varianter av timefordelingstabeller, A, B og C. A-tabellen har minimum 186 uketimer fordelt på syv år. Tilsvarende tall for B- og C-tabellen er 180 og 168 uketimer. Grunnen til dette, er at man i tabellene A og B ønsket å styrke fagene fysisk fostring, handarbeid og husstell ved å øke timetallet spesielt i disse fagene. En annen ting med disse timefordelingstabellene, er at det var ulike fag- og timebyteplaner for gutter og jenter innen hver av disse tre variantene. Av prinsipielt viktige ting i den generelle delen, var det viktig at den lærer som har ansvar i en klasse fikk flest mulig fag/timer med de elevene han/hun er klasseforstander for. Dette gjelder spesielt på de laveste trinnene, og i første klasse anbefales det å ha kun en lærer å forholde seg til i hver klasse. Et annet prinsipp er å fordele fagene utover uken slik at det blir variasjon i skoledagene. En veksler mellom individuelt arbeid og gruppearbeid og går bort fra tidligere ordninger med leksehøring, spørsmål og svar i samlet klasse da dette tar for mye tid. Som kontroll på lært stoff i gruppearbeid tenker en heller muntlig eller skriftlig framstilling eller dramatisering av stoffet der det passer.

Planen har som mål å fremme barnas frie vekst og utvikling på en harmonisk måte ved at elevene er aktive i innlæringen ved det selvstendige arbeidet og gruppearbeidet de er med i. ”Målet må her være å ta opp i den skolen vi har, det i den nye skole som gransking og erfaring fra det praktiske arbeidet i skolen har vist og viser er verdifullt nok til å settes i stedet for det mindre verdifulle i den gamle skole.” (KUD, 1962, s.16).

Når det gjelder fag- og timebyteplan opererer en med tre varianter. Den som gir minst tid til matematikkfaget er plan C. I denne planen er 28 uketimer fordelt på disse syv årene slik: 3, 3, 4, 4, 4, 5 og 5, mens plan A har 31 uketimer (30 for jentene) fordelt på denne måten: 3, 4, 4, 5, 5 (4 for jentene), 5 og 5.

Planen for tredje trinn gir følgende føringer for arbeidet med multiplikasjon:

- Rekketelling som innledning til multiplikasjon
- Den lille multiplikasjonstabellen bygges opp og læres
- Multiplikasjon med inntil tosifret multiplikand og ensifret multiplikator

- Multiplikasjon med inntil to og tresifret multiplikand og en og tosifret multiplikator
- Multiplikasjon med 10, 100 og 1000 uten oppstilling.

En tar også med hele tiertall; 7 × 4, 70 × 4 osv.

2.2.3 M74 – Mønsterplanen for grunnskolen 1974

I *"Mønsterplan for grunnskolen (M74)"* (KUD, 1974) er nedfelt det som Stortinget vedtok som lov om grunnskolen 13. juni 1969. Denne formålsparagraf sier: "Grunnskolen skal i forståing og samarbeid med heimen hjelpe til med å gje elevane ei kristen og moralsk oppseding, utvikle deira evner, åndeleg og kroppsleg, og gje dei god allmennkunnskap så dei kan bli gagnlege og sjølvstendige menneske i heim og samfunn. Skolen skal fremje åndsfridom og toleranse og leggje vinn på å skape gode samarbeidsformer mellom lærarar og elevar og mellom skole og heim (nynorsk)" (KUD, 1974, s.9)

Mellom Normalplanen av 1939 og M74 var det flere reformer og noen midlertidige planer. Obligatorisk skolegang var blitt utvidet fra 7 til 9 år fra 1959, samtidig som faget regning ble nå kalt for matematikk. Først kom det en forsøksplan for 9-årig grunnskole: *"Læreplanforsøk med 9-årig grunnskole"* (KUD, 1960). Deretter kom en midlertidig plan i 1971: *"Mønsterplan for grunnskolen, midlertidig utgave 1971 (M 71)"* (KUD, 1971).

Til slutt ble altså N39 endelig avløst av M74.

Endringer som nå trer i kraft skjer på mange ulike arenaer. Yrkesorientering kommer inn i den generelle delen av planen, det innføres fransk, russisk, spansk og tysk som 2. fremmedspråk, og blant de obligatoriske fagene blir også matematikkfaget omarbeidet. Dessuten innføres det obligatoriske emner som nytt lærestoff, så som førstehjelp, tannvern og forplantning for å nevne noen av dem.

Nye tanker er også at samarbeid på mange ulike plan betones som viktig forutsetning for å lære bedre. Det kan være på tvers av klassetrinnene (aldersblanding), og ikke minst skole/hjem samarbeid og i forhold til samfunnslivet. Likestilling mellom kjønnene betones sterkere i fagplanen, og det innføres *"lagundervisning"*, der lærerne forpliktes på et sterkere organisert og fast samarbeid seg i mellom. Arbeidsmåtene gis stor variasjon i denne planen, fra det individuelle som rådde grunnen tidligere til parsamarbeid, arbeide i små og større grupper. Dette siste er ikke minst viktig, da det kan skape følelse av ansvar hos den enkelte elev samtidig som det utvikler den sosiale evnen deres.

I 1960-årene hadde det vært reformer for å endre på matematikkundervisning. Nye emner dukket opp i faget, slik som funksjoner og statistikk. Det ble laget to alternative planer. Alternativ 2 hadde med de to nye emnene mengdelære og logikk. Dette var nytt, også for mange av datidens lærere som hadde lite eller ingen utdanning i dette nye. Tanken var at alternativ 2 skulle overta når skolene og lærerne hadde tilegnet seg nok kunnskaper om dette. Slik ble det ikke. De to emnene var ute av pensum før 1970-årene tok slutt.

Et annet nytt aspekt når det gjaldt matematikkundervisningen var at en nå underviste etter spiralprinsippet. Det betydde at ulike tema kom en tilbake til etter hvert med økende dybde i stoffet.

Fag- og timebytteplanen sier at i løpet av de seks første årene skal eleven på barnetrinnet ha i alt tjue uketimer, der fire av disse er lagt til 3. klassetrinn. (3+3+4+4+3+3).

Planen for 3. trinn når det gjelder emnet multiplikasjon gir som føring at

- Den lille multiplikasjonstabellen øves inn
- Multiplikasjon er distributiv med hensyn på addisjon; $3 \cdot (10 + 2) = 3 \cdot 10 + 3 \cdot 2$
- Både skriftlig og muntlig øving vektlegges i undervisningen

I forhold til N39, ser vi her at det ikke lenger er presisert at rekketelling skal brukes som innledning til multiplikasjon. Det er heller ikke tatt med multiplikasjon med tresifret multiplikand.

2.2.4 M87 – Mønsterplanen av 1987

Mens det gikk 35 år før N39 ble erstattet, går det nå bare tretten år før en ny plan trer i kraft, *"Mønsterplan for grunnskolen (M87)"* (KUD, 1987). Denne planen er en revidert utgave av M74, og i likhet med M74 kom det også en midlertidig plan i forkant av M87. Den het: *"Mønsterplan for grunnskolen (M85)"* (KUD, 1985). Både formålsparagrafen fra M74 og de bærende prinsipper som likestilling og likeverd mellom kjønnene, lærersamarbeid, samarbeid mellom hjem og skole, samt demokratiske verdier fra planen M74 er videreført i M87. Nye nøkkelord i denne planen er medansvar og medbestemmelse. Det satses på lokalt utviklingsarbeid og det lages lokale læreplaner da kjennskap til nærmiljøet får en viktigere rolle enn i tidligere planer. En orienteres mot lokalsamfunnet og engasjerer seg mer i og oppsøker nærmiljøet i ulike deler av undervisningen. Planen legger også vekt på allsidighet, både individuelt og i samarbeid med andre. Likeledes vektlegges det kulturelle i sterkere grad enn tidligere gjennom begrepet ”prasok” som står for ”praktisk, sosial og kulturell virksomhet”. Arbeidslivkunnskap og yrkesorientering er også viktige agendaer i denne planen. Det er en plan der den enkelte eleven skal bli ”sett” og få opplæring som passer for han/henne. Da lov om spesialskoler ble avviklet i 1975, kom grunnskoleloven til å gjelde for alle elever i skolepliktig alder. I skoleloven paragraf 7.1 står det: ”Alle elever har rett til å få opplæring i samsvar med de evnene og forutsetningene de har” (KUD, 1987, s. 13). Dette betyr tilpasset opplæring for alle, noe som krever ulike arbeidsformer, tilrettelegging av læringsmiljøet, lærestoffet og aktiviteter som kan inngå i undervisningen, slik at undervisningen blir både motiverende og mest mulig meningsfylt for den enkelte elev. I tillegg skulle planene ha et tverrfaglig perspektiv, noe som betydde at lærestoffet ble delvis tematisert slik at en hadde undervisning i flere ulike fag om samme tema. Som enda et punkt her må nevnes at det ble utarbeidet lokale læreplaner. Det ble gjort med vekslende hell fordi det ofte viste seg å være vanskelig å realisere disse, både på grunn av ressursene en ofte trengte og andre praktiske forhold som det ikke ble tatt høyde for.

Timefordelingen i denne planen opererer innenfor treårsbolker. Det utvides med en økning på ti prosent mer matematikkundervisning på barnetrinnet, fra 20 til 22 timer, likt fordelt med 11 timer i alt på 1. – 3. klasse og 11 timer på 4. – 6. klasse. Om en regner slik på forrige plan (M74) for barnetrinnet er det 10 timer på hver av disse treårsbolkene. I så måte er det lagt inn en styrking av faget hva tidsressurs i undervisningstida angår.

Når det gjelder matematikkopplæringen i denne planen for tredje trinn gjelder det som før at

- Den lille multiplikasjonstabellen øves inn
- Innføring i multiplikasjon i tallområdet 0 - 100
- Både skriftlig og muntlig øving vektlegges i undervisningen

Ellers er det nå vanlig med bruk av lommeregner, og det understrekes at tallregning (herunder multiplikasjon) omfatter både regning med og uten hjelpemidler, dog på en slik måte at en i likhet med tidligere må forstå det regnetekniske. Derfor blir algoritmer viktig i alle de fire regneartene, likeledes det å vurdere riktighet i svarene en kommer fram til. For øvrig gjelder

- God ferdighet i overslagsregning og hoderegning
- Regneoppgaver knyttes opp til konkrete situasjoner gir best mening
- Problemløsning som eget nytt hovedemne

Heller ikke her ser vi at det er presisert at rekketelling skal brukes som innledning til multiplikasjon. Det er heller ikke tatt med multiplikasjon med tresifret multiplikand. Oppgaver med nærhet til konkrete situasjoner vektlegges nå mer enn tidligere.

2.2.5 L97 – Læreplanen av 1997

Ti år senere blir så M87 avløst av *"Læreplanverket for den 10-årige skolen (L97)"* (KUF, 1996). Når det gjelder formålsparagrafen i denne nye planen er den akkurat lik de to forrige planene. Når det likevel er tid for enda en plan, er det en konsekvens av utviklingen i samfunnet der det har skjedd store endringer i barns levevilkår. Foreldre bruker mer av sin tid på arbeid utenfor hjemmet, barnehager fylles opp mer og mer, og som en særs viktig reform i denne planen settes skolestart nå for barn fra det året de fyller seks år. Vi får altså en grunnskole som varer et år lenger enn før, og dette året legges i forkant, slik at barna starter i første klasse et år tidligere enn generasjonene før dem. Det får som konsekvens at barnetrinnet utvides til syv år, mot seks år tidligere. Det innføres også skolefritidsordninger, og alle elevene vil etter fullført 10-årig grunnskole ha rett til treårig videregående opplæring.

I den generelle delen av læreplanen som har vært i funksjon siden september 1993 (L97, s. 4), vil en favne flest mulig sider ved det å vokse opp i vårt samfunn. Derfor er opplæringens mål å bli det integrerte menneske som er formulert slik: "Opplæringen skal fremme allsidig utvikling av evner og egenart: til å handle moralsk, til å skape og virke, til å arbeide sammen og i harmoni med naturen. Opplæringen skal bidra til en karakterdannelse som gir den enkelte kraft til å ta hånd om eget liv, forpliktelse overfor samfunnslivet og omsorg for livsmiljøet." (KUF 1997, s. 49). Dette gjøres ved at den enkelte elev stimuleres til å utvikles som et meningssøkende, skapende, arbeidende, allmenndannende, samarbeidende og miljøbevisst menneske.

Likeverd og tilpasset opplæring føres videre fra forrige plan, likeens samarbeidet i skolen, samarbeid mellom hjem og skole og mellom skolen og lokalsamfunnet. Foruten sentralt fastsett lærestoff (fellesstoff) som øker i omfang med alderen, er også lokalt lærestoff (tilvalg og konkretiseringer) viktige prinsipp for oppbygginga av de ulike faga.

For matematikkfaget sin del var det seks ulike punkter som var med i det felles mål for faget (Breiteig, 2005, s. 11). For det første skulle elevene oppleve et meningsfylt og positivt forhold til faget. Dernest skulle de få forståelsen at matematikk er et redskapsfag som kan bli nyttig for dem i livet. Evnen til å finne alternative løsninger, kanskje spesielt innen problemløsning var et tredje aspekt. For det fjerde skulle elevene utvikle sin ferdighet i bruk av matematisk språk og symboler. Det å se sammenhenger og strukturer og få innsikt i ulike metoder og grunnleggende begrep er også nevnt. Til sist er og nevnt matematikkens rolle innen vitenskap og kultur samt innsikt i matematikkens historie.

Når det gjelder fag- og timefordeling er matematikkfaget nå tilgodesett med hele 532 timer i løpet av de fire første skoleårene. (For hele barnetrinnet, 1.-7. klasse, er tilsvarende tall 969 timer.) Sammenlignet med forrige plan vil de da som tiåringer hatt 14 uketimer (532 dividert med 38), mot 11 på M87-planen. Det skulle tilsi en solid styrkelse av faget hva tidsressursen angår. Den enkelte skole kan selv disponere tidsressursen over disse fire årene slik det passer best ut fra planer og lokal tilpasning.

Akkurat her er et vesentlig poeng i denne oppgaven at jeg velger å se på multiplikasjon slik det undervises når eleven er 9-10 år gamle. Det betyr at i forhold til planverket vil jeg studere bøkene fra tredje trinn før denne planen – mens det for denne og neste plan er fjerde trinn som er aktuell i denne studien. I fagplanen for fjerde trinn er disse punktene nevnt:

- Få erfaring med multiplikasjon som gjentatt addisjon
- Arbeide med den lille gangetabellen
- Multiplisere med 10 direkte
- Multiplisere tosifrede tall i hodet eller på papir
- Finne varierte metoder for hoderegning og samtale om hvordan en tenker
- Bruk av lommeregner og IKT til utforsking av beregninger

Her er det tatt med i planen at en ser på multiplikasjon som gjentett addisjon. Fjerde punktet som gjelder hoderegning, innbefatter og samtale om framgangsmåte, noe som ikke har vært framtredende i tidligere planer. Men også denne planen har ikke tatt med multiplikasjon med tresifret multiplikand. Det er også mer bruk av lommeregner og IKT enn i M87-planen

2.2.6 K06 – Kunnskapsløftet av 2006

Til slutt kommer så *"Læreplanverket for Kunnskapsløftet (K06)"* (Udir, 2006). Dette bygger videre på L97, og har samme ordlyd for opplæringens mål for det integrerte menneske som denne (KUF, 1996, s. 49), og legger til et sluttmål for opplæringen: "Sluttmålet for opplæringen er å anspore den enkelte til å realisere seg selv på måter som kommer fellesskapet til gode – å fostre til menneskelighet for et samfunn i utvikling." (K06, s. 20) Planen har samme vektlegging av ulike komponenter som forrige plan og fordi samfunn er i kontinuerlig utvikling, legger denne planen og vekt på elevens sosiale og kulturelle utvikling. Samtidig understreker den at elevene må motiveres for læring og evne til kritisk tenkning samt det å kjenne sine læringsstrategier. Den enkelte elev må få anledning til å utvikle sine evner og anlegg så vel individuelt som i samarbeid med andre. Elevmedvirkning, slik at de foretar egne verdivalg er og et av nøkkelordene her. Den enkelte må få gjøre egne valg og refleksjoner, slik at de kan utvikle sin egen identitet og få den personlige utvikling som er til det beste for dem ut fra etisk, sosial og kulturell kompetanse. (K06, s. 31)

Det er to vesentlige endringer i forhold til alle tidligere planverk. For det første understrekes at de grunnleggende ferdigheter innen hvert fag skal tilegnes på fem ulike måter, nemlig muntlig, skriftlig, ved lesing, regning og bruk av IKT. Det betyr i praksis at det f. eks. skal inn noe regning i alle fagene. For det andre skisserer denne planen kompetansemålene innen hvert fag ved enden av 2,. 4., 7. og 10. skoleår. Det er nå opp til hver skole hvordan disse kompetansemålene skal nås innen slutten av disse skoleårene, noe som setter større krav til opplegg for undervisningen for den enkelte pedagog.

Når det gjelder timer til matematikkfaget gis det i denne planen som en pott for alle de syv første skoleårene. Her er det et minstekrav på totalt 812 timer (mot hele 969 timer i forrige plan) i den opprinnelige planen fra 2006, noe som er justert opp til 888 timer fordelt med 560 timer på 1.-4. trinn og 328 på 5.-7. trinn i et vedlegg til rundskriv fra Kunnskapsdepartementet i 2011 (Kunnskapsdepartementet i 2011).

Denne siste justeringen tilkjennegir enda mer undervisning i matematikk de første fire årene, mot litt færre timer i faget på mellomtrinnet (5. – 7. trinn)

Når det gjelder fagenes innhold gir denne planen kompetansemål etter 2., 4., 7. og 10. trinn. Når det gjelder mål for multiplikasjon på fjerde trinn står det (K06, s. 62):

- Bruke den vesle multiplikasjonstabellen
- Gjennomføre multiplikasjon i praktiske situasjoner
- Eksperimentere strukturer i enkle tallmønstre

Som i de siste planene vektlegges det oppgavetyper knyttet opp mot praktiske situasjoner. Studie av tallmønstre tillegges mer vekt enn tidligere.

2.2.7 Sammendrag og sammenligning av planene

For det som er funnet her i kapittel 2.2 når det gjelder multiplikasjon, kan det være greit å trekke det sammen i tabellform for lettere å se trådene mellom planene og det som har vært endringer over tid. Når det gjelder tid i skoleløpet og tid til matematikk faget kan vi sette opp denne tabellen:

PLAN →	N22	N39	M74	M87	L97	K06
Obligatorisk skoleplikt	7 år	7 år	9år	9 år	10 år	10 år
Dager pr uke:	6	6 / 5	5	5	5	5
Resten av skjemaet gjelder:						
Multiplikasjon i	3.kl.	3.kl.	3.kl.	3.kl.	4.kl.	4.kl
Total timeressurs i regning/matematikk **ut** dette klassesteget	684	380	380	418	532	560

Vi ser først i utviklingen av skoleløpet at tiden i folkeskole/grunnskolen har økt, mens samfunnslivet etter krigen reduserte arbeidsuken til 5 dager, noe som og fikk konsekvenser for innføring av 5 dagers skoleuke rundt 1970-tallet. Normert skoleår for alle planene er 38 uker til undervisning, eller i alt 190 skoledager.

Når vi ser på totaltimer ut det trinnet der multiplikasjon er innført har vi størst antall timer på N22. Så er det ganske likt på de tre neste planene, for å øke en del etter 1997. Det siste har mest med å gjøre at det her gjelder for fire år, mot 3 år før 1997. Når vi også tar høyde for ”utvanning” av tiden (tematimer, studietimer, økende besøk i skolen, ekskursjoner i større grad) etter 1987, så er det ikke sikkert at det reelt sett er noe særlig økning i det hele tatt.

Noen andre aspekt ved disse seks læreplanene kan det og være fint å se i sammenheng:

PLAN →	N22	N39	M74	M87	L97	K06
Nøkkel-begrep i mate-matikk-planen:	70 × 9 234 × 56 Tresifret faktor	Rekketelling 70 × 9 234 × 56 Tresifret faktor	Skriftlig Muntlig Spiral-prinsippet	Skriftlig Muntlig Overslag Hoderegning Problem-løsning	Gjentatt addisjon Hoderegning Tosifret Bruk av IKT Redskapsfag	Praktisk Eksempler m. struktur Tall-mønstre
Andre nøkkelord:	Arbeide Forstå Tenksom Egen hjelp	Arbeide ind./gruppe Aktivitet Drama	Samarbeid Alders-blanding "Lagunder-visning"	Medansvar Tverrfaglig Lokalt lærestoff Tilpasset for alle	Lokalt lærestoff Integrasjon som person og i samfunnet	Individuell utvikling etter evner og anlegg Sterkere medvirkning
Utvidelse av innholdet:	Hovedfag: Norsk Regning Kr. dom	Fysisk fostring Håndarbeid Husstell	Yrkes-orientering 2. fremmedspråk Obligatoriske emne	"Prasok" Arbeidslivs-kunnskap	10-årig grunnskole Mer knyttet mot samfunnet	Lesing, skriving, regning, muntlig og IKT i alle fag
Lærer-rollen:	1 lærer 1 time 1 klasse 1 fag	1 lærer 1 time 1 klasse 1 fag	"Lagunder-visning"	Tverrfaglig lærer-samarbeid	Mer knyttet opp mot samfunnet Veilederrolle	Veilleder-rolle Mer allsidig
Anna:			Nærhet til heimen	Nærhet til samfunnet	Integrasjon i samfunnet	To og tre årsbolker sammen på planen

Felles for alle seks planene er øving på den lille multiplikasjonstabellen, samt at oppgaver med tekst er knyttet opp mot hendelser i dagliglivet der en har bruk for matematikk.

2.3 Undervisningen av multiplikasjon

Når det gjelder undervisning av multiplikasjon gjennom disse nitti årene slik det har blitt presentert i lærerstudiet, vil jeg ta for meg noen av de som har betydd mye for utviklingen både for skolen, og spesielt for matematikkfaget.

2.3.1 Ribsskogs Regnebok og biografi

Den første som må nevnes er Bernhof Ribsskog (1883-1963). Han vokste opp i Namdalen, i en stor familie der fem av de syv brødrene valgte å bli lærere. Etter endt lærerutdanning i 1903, tok han fatt på sin lærergjerning, og var med å prege utviklingen av læreryrket i hele den første halvdelen av 1900-tallet. (NBL, 1921 1983).

På den tiden var det arbeidsskoleprinsippet som var hovedtanken i den pedagogiske forståelsen av hvordan skolen skulle drives. Dette var tanker som stammet fra Kerchensteiner (Kerchensteiner, 1912). Han hadde tre betingelser for å gi skolen denne betegnelsen: selvstendighet, sterk vilje og frivillig samarbeid. Målet var å oppdra elevene til gode samfunnsborgere og karaktermennesker. For å nå dette målet må hver elev gjøre egne iakttakelser for å tilegne seg ferdigheter og kunnskaper på en selvstendig måte. Den sterke viljen må oppøves ved nøyaktighet og oppmerksomhet i enhver handling, og i samarbeid med andre lærer elevene å vise hensyn og ansvar til beste for det fellesskapet de er en del av.

Bernhof Ribsskog arbeidet altså i den norske skolen under de to normalplanene (N22) og (N39). Han var skoleinspektør i Skien (1919-1929) og i Oslo (1929-1953). Han studerte pedagogisk psykologi i Leipzig i 1922 for å styrke det teoretiske grunnlaget for praktisk arbeid i skolen. Han foretok en mengde undersøkelser, og ga i 1926 ut en bok om snekkerfaget. Han ble også hovedredaktør for Normalplanen av 1939. Mellom alt annet gav han også ut "*Regning*" (Ribsskog, 1935). Denne fikk stor betydning for opplæring av nye lærere i faget regning.

I denne boka på 470 sider tar denne pedagogen og forskeren for seg det meste innenfor regnefaget i grunnskolen. Her omtaler han de forskjellige arbeidsmåtene så som ulike undervisningsmiddel, øvinger, prøver, skriftlig regning, hoderegning, tegning og grafiske framstillinger både individuelt og sammen med andre. Dessuten trekker han fram regneundervisningens historie der han hevder at ulike forsøk som har funnet sted opp gjennom tidene, med mer eller mindre heldige utfall, ikke er nok i seg selv, men det må underlegges et grundig pedagogisk forskningsarbeide for å finne ut hva som er med å fremme undervisningen. Derfor er det meste av det han skriver om i boka bygget på undersøkelser fra seg selv eller andre.

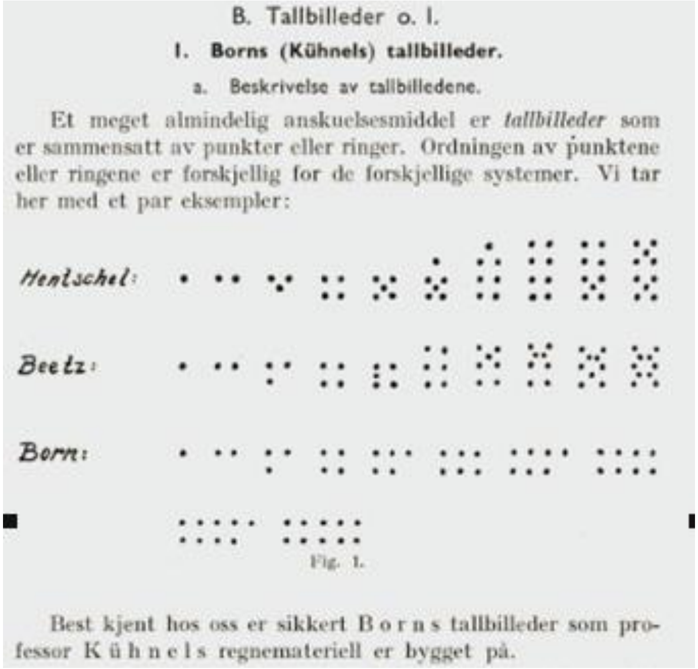
Når det gjelder emnet multiplikasjon hevder han ut fra en undersøkelse Doring (1912) har gjort, at den lille multiplikasjonstabellen kan deles i tre grupper etter vanskegrad. Lettest er 1, 2 og 10-gangen, middels vanskelig er 3, 5 og 4-gangen, mens de fire vanskeligste er 6, 9, 8 og 7-gangen – i akkurat denne rekkefølgen. Når det gjelder de 100 enkeltoppgavene i denne tabellen, kan de på grunn av den kommutative lov reduseres til 55 ulike oppgaver. Undersøkelse på disse 55 item viser at den klart vanskeligste er 8 • 7 (eller 7 • 8) (49 %) fulgt av 9 • 7 (34 %), 9 • 8 (30 %), 7 • 6 (30 %) og 9 • 6 (21 %). Tallene i parentesene antyder hvor mange som ga stemme til dette item, da hver av dem skulle antyde de tre vanskeligste gangestykkene i den lille multiplikasjonstabellen. For øvrig var det bare stykker med faktorer 6, 7, 8 og 9 som skåret mer enn 10 % her, på 10. plass blant de vanskeligste kom 8 • 4 (7 %).

Når Ribsskog går så grundig til verks som dette er det for at antyde hva det må gis mest tid til i oppleggene, ikke alle de enkle, men mer tid til trening på de som er vanskelige. Han antyder og at vanskegraden har noe med anskueligheten i produktet å gjøre. Identiteten ved multiplikasjon med 1 er lett å få øye på. Dobling i 2 gangen likeså, og legge til en null i tigangen går og greit for de fleste. Dessuten er produkt som framkommer ofte, så som 12, 16, 20, 24, 30, 36, 40 osv. svar på det han kaller ”lette” oppgaver.

Det er også viktig at barna er opplagte i regnetimene. Regning beskriver han som et ”tretthetsfag”, noe som indikerer at det ikke bør legges hvor som helst på timeplanen. Helst i andre eller første time, og hva dag det undervises i regning er og av betydning. Undersøkelser han har gjort, tyder på at det er flest elever borte på lørdager, dernest mandager (seksdagers skoleuke). Derfor er disse dagene lite egnet til gjennomgang av nytt stoff, da det statistisk er flest elever som ikke er tilstede da. Undervisningsplanen er også avhengig av undervisningstidens lengde, klassens størrelse spiller inn, og ikke minst de sosiale forhold i den enkelte klasse.

Når det gjelder arbeidsmåter i undervisningen er Ribsskog tydelig på at det er best med anskuelige hjelpemiddel, så som knapper, kuler, pinner osv. Her er det bedre med for mye enn for lite av slike objekt som fremmer forståelse av oppgavene. Han antyder og at tallbildene til Kühnel (Kühnel, 1927) er et godt hjelpemiddel, og han videreutvikler disse.

I boka hans (Ribsskog, 1935, s. 123) finner vi denne figuren, Figur 2.12:



B. Tallbilleder o. l.

I. Borns (Kühnels) tallbilleder.

a. Beskrivelse av tallbilledene.

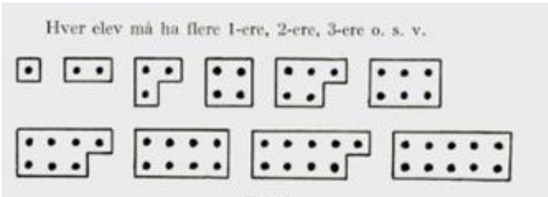
Et meget almindelig anskuelsesmiddel er *tallbilleder* som er sammensatt av punkter eller ringer. Ordningen av punktene eller ringene er forskjellig for de forskjellige systemer. Vi tar her med et par eksempler:

Fig. 1.

Best kjent hos oss er sikkert B o r n s tallbilleder som professor K ü h n e l s regnemateriell er bygget på.

Figur 2.12: Hentet fra Kühnels tallbilder (Ribsskog, 1935, s. 123)

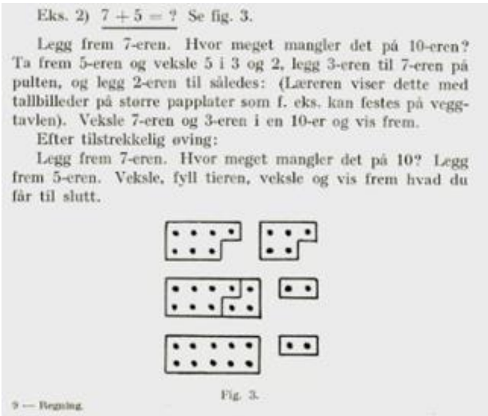
Han omformer disse til egne figurer som kan enkelt framstilles på papp eller papir, slik (figur 2.13):



Hver elev må ha flere 1-ere, 2-ere, 3-ere o. s. v.

Figur 2.13: Fra Ribsskog tallbilder (Ribsskog, 1935, s. 125)

Med flere slike ark kan de fleste regnestykker anskueliggjøres etter at brikkene er klippet fra hverandre. Her er et eksempel på regnestykket 7 + 5 (figur 2.14):



Eks. 2) 7 + 5 = ? Se fig. 3.

Legg frem 7-eren. Hvor meget mangler det på 10-eren? Ta frem 5-eren og veksle 5 i 3 og 2, legg 3-eren til 7-eren på pulten, og legg 2-eren til således: (Læreren viser dette med tallbilleder på større papplater som f. eks. kan festes på veggtavlen). Veksle 7-eren og 3-eren i en 10-er og vis frem.

Efter tilstrekkelig øving:

Legg frem 7-eren. Hvor meget mangler det på 10? Legg frem 5-eren. Veksle, fyll tieren, veksle og vis frem hvad du får til slutt.

Fig. 3.

9 — Regning.

Figur 2.14: Fra Ribsskog tallbilder (Ribsskog, 1935, s. 125)

Når det gjelder algoritmer i multiplikasjon med flersifrede tall tar Ribsskog med standardalgoritmen vist i Kap 2.1. Men han antyder og at en kan løse oppgaver på andre måter (figur 2.15):

4) **Vi kan multiplisere med et tall som er litt større eller litt mindre enn multiplikator:**

a) $23 \times 9 = 23 \times 10 \div 23 = 230 \div 23 =$
b) $18 \times 49 = 18 \times 50 \div 18 = 900 \div 18 =$
c) $16 \times 51 = 16 \times 50 + 16 = 800 + 16 =$
d) $9 \times 16 = 16 \times 9 = 16 \times 10 \div 16 =$

I siste eksempel har vi byttet om faktorene før utregningen.

5) **Å multiplisere med 5, 50, 500; 25, 250, 12½ og 125:**

a) $34 \times 5 = 34 \times 10 : 2 = 340 : 2 =$

Istedenfor å multiplisere med 5, kan vi altså multiplisere med 5×2 og efterpå dividere med 2. På samme måte har vi:

b) $16 \times 50 = 16 \times 100 : 2 = 1600 : 2 =$
c) $12 \times 25 = 12 \times 100 : 4 = 1200 : 4 =$ o. s. v.

Figur 2.15 (Ribsskog, 1935, s. 165)

Dette er et eksempel på en annen metode enn den tradisjonelle standardalgoritmen, noe som kan være en fin variant til utregning av slike produkt som vist her.

Ribsskog la og vekt på at en ved enklere oppgaver vel så greit kunne bruke hoderegning som skriftlig utregning. Han klargjør og forskjellen på disse to regnemåtene, i det han beskriver hoderegning som regning med de største enheten først, mens en ved vanlig skriftlig regning begynner med enerne, så tierne osv. som vist i figur 2.16:

I hoderegning begynner vi gjerne med de høieste enheter, i skriftlig regning (undtagen i divisjon) med de laveste enheter.

Følgende eksempel viser forskjellen på de to fremgangsmåter:

$532 + 267 =$

Hoderegning	Skriftlig regning
$532 + 200 = 732$ $732 + 60 = 792$ $792 + 7 = 799$	$\begin{array}{r} 532 \\ + \; 267 \\ \hline 799 \end{array}$

Figur 2.16 (Ribsskog, 1935, s. 157)

2.3.2 Schulstads undervisningslære

En annen som bidro med faglig litteratur under Normalplanen av 1939, var skolemannen og pedagogen Schulstad. Foruten lærebøker i regning skrev han sin ”Undervisningslære” (Schulstad, 1942). Her legger han i likhet med Ribsskog vekt på arbeidsskoleprinsippet og utdyper dette, foruten at han tar for seg ulike arbeidsformer. Selve klasseundervisningen deler han inn i åtte ulike felt: fortelling, beskrivelse, forklaring, etterligning, leksegjennomgang, samtale, stille arbeid og resultatkontroll.

I fortellingene må setningen være korte, ordene må skildre godt og være konkrete. I beskrivelser er anskueliggjøring det vesentlige, enten ved en krittegning på tavla, ved en modell eller ved tingen selv om det er mulig. En begynner med helheten og går videre på deler eller detaljer etter hvert. Av forklaringer nevner han to typer, ordforklaringer og saksforklaringer. Når det gjelde ordforklaringer nytter en etymologiske forklaringer, slik som skomaker av sko og maker av tysk machen (å gjøre) (Schulstad, 1942, s. 39). Saksforklaringer antyder han tolv ulike måter en kan forklare en sak på. Etterligning er et meget viktig pedagogisk prinsipp, og det meste av overføring av læringsstoff skjer ved en slik imitasjon der eleven tar etter og gjør det han blir vist. Først helheten, så detaljene etter hvert. Leksegjennomgang kan og gjøres på ulike måter, men anskueliggjøring av abstrakte ting og forklaring av vanskelige ord er viktige elementer her.

Samtalen er og et viktig element i enhver undervisning. Den kan ha form av spørsmål og svar for å frambringe fakta, men kan og gi elevene utfordring i å iaktta, tenke og fortelle selv. Det individuelle arbeidet kan og ha ulike retninger, som avskrift, øvelser, rettskriving og regneøvelser for å nevne noe.

Ut fra amerikanske forventninger til elevene fra den tiden, beskriver han dette med å stille opp absolutte krav for god undervisning som kontrolleres ved at eleven kan lese feilfritt (uten stans, utelatelser eller tilføyelser) i ulike klassetrinn slik: 2. trinn 84 ord per minutt, 3.trinn 113 ord, 4. trinn 145 ord, 5. trinn 168 ord og 191 ord per minutt på 6. trinn. Tilsvarende krav for tydelig skriving av bokstaver pr. minutt; 2. trinn 32 bokstaver, 3. trinn 35, 4. trinn 51, 5. trinn 61, 6. trinn 67 og 7. trinn 71 bokstaver. I regning kan en tilsvarende kontroll være å regne 10 oppgaver av typen 8452 • 39 riktig på 6 minutter. (Schulstad, 1942, s.55). Schulstad grunngir slike krav som et viktig element dersom en skal ha et godt resultat i undervisningen. Ut fra disse ser vi at en flink elev arbeider omtrent dobbelt så fort når det gjelder lesing og skriving fra 2. til 5. klassetrinn.

2.3.3 Breiteig og Venheim

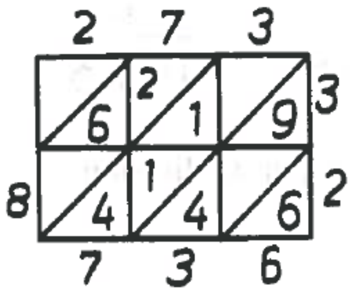
I nyere tid har Breiteig & Venheim gitt ut bøkene *"Matematikk for lærere 1"* og *"Matematikk for lærere 2".* Første utgave kom i 1984, jeg refererer til 2. opplag i 2005-utgaven her. Multiplikasjondelen finnes på s. 74-111 i *"Matematikk for lærere 1"* (Breiteig, 2005)

De introduserer kapittelet om multiplikasjon med en undersøkelse gjort av Brown (1981) der 500 elleveåringer skal knytte regnefortellinger til riktig regneart. Her kommer multiplikasjon dårligst ut. Det er fordi begrepet multiplikasjon er innført som en gjentatt addisjon, der en starter med dobling. Begrepet multiplikasjon hevder de må få et rikere innhold. Det kan gjøres ved å konkretisere og arbeide med strukturert materiell. Det skjer som en slags måling ved å legge tallstaver av lik lengde etter hverandre langs en tallinje, eller ved arealmetodene der en ser på antall ruter i et rektangulært nett. Multiplikasjon kan opptre i ulike typer, både som nevnt ved gjentatt addisjon (15 + 15 + 15 = 45), eller som forhold eller rate (tre liter melk a 15 kr: 15 • 3 = 45) eller i en kombinasjon som om det av en vare er femten ulike slag i tre størrelser (15 • 3 = 45). "I undervisningen blir det sentralt at elevene utvikler sine evner til å gjenkjenne de ulike typene av situasjoner. De må innse hvilken eller hvilke av regneartene som er aktuelle, når de skal løse problemer. Dette avhenger fullstendig av at regneoperasjonene er meningsfylte og har et rikt og riktig innhold for dem". (Breiteig, 2005, s. 79).

Det som ellers er å si om denne læreboka, er at den antyder ulike innfallsporter til hvordan en kan løse multiplikasjonsoppgavene på. De bygger videre på kjensgjerningen som Ribsskog uttrykte om lette og vanskelige deler av gangetabellen, og antyder den distributive lov ved for eksempel 8 • 7 = 8 • 5 + 8 • 2 = 40 + 16 = 56. Likeledes den assosiative lov ved multiplikasjon av tre faktorer som for eksempel 23 • 2 • 5. Her hevdes det med rimelig grunn at det enklest er å regne det slik: 23 • (2 • 5) = 23 • 10 = 230, og ikke (23 • 2) • 5 = 46 • 5 = 230, slik kanskje de fleste ville velge å gjøre denne oppgaven. På samme måten er 7 • 9 akkurat 7 mindre enn 7 • 10; altså 7 • 9 = 70 – 7 = 63. Den kommutative lov gir da at 9 • 7 = 7 • 9 = 63.

Boka understreker og det viktige med hoderegning i et samfunn der tekniske hjelpemidler vinner større og større plass. Hoderegning og overslag grunngir de som vesentlige av tre ulike grunner. For det første ved praktiske oppgaver kan ikke hjelpemidlene si oss hva som skal gjøres, det må hodet finne ut. For det andre er hodet alltid tilgjengelig og mange ganger det raskeste hjelpemiddelet i utregningen elever står over for, og for det tredje bør vi bruke hodet til å gjøre overslag slik at det er rimelige svar vi får, selv om det og testes mot regneark eller lommeregner.

Også når det gjelder algoritmer er denne boka flott, da den antyder flere oppstillinger enn den tradisjonelle. Gittermetoden (eller gelosiametoden; gelosia (it.) = gitter) fra Italia på 1400-tallet er vist i figur 2.17.



Figur 2.17 (Breiteig, 2005, s. 108)

Her er det produktet 273 • 32 som regnes ut. En summerer på skrå nedover mot venstre, 6 enere, (9+4) = 13 tiere, dvs. 3 på tierplassen, 1 i mente som summeres med 1+1+4 til 7 på hundreplassen og 2 + 6 = 8 på tusenplassen, til svaret 8736.

Også russisk bondemetode, som er en oppfølger av egyptisk metode, tar jeg med her:

Eksempel
Vi regner ut 13 · 41 slik:

13	41
~~6~~	~~82~~
3	164
1	328

13 · 41 = 553

Figur 2.18 (Breiteig, 2005, s. 109)

Her er jo 13 = 1 + 4 + 8, og 13 • 41 = (1 + 4 + 8) • 41

2.3.4 Schou, Jess, Hansen og Skott

Ser vi litt ut fra vår norske virkelighet, og det er viktig å gjøre i en verden der avstanden mellom folk blir stadig mindre, så har i nyere tid fire danske pedagoger tatt opp noen av strømningene i tida og gitt ut læreboka ”Tal, algebra og funktioner, Matematikk for lærerstuderende 4.-10. klasse" (Schou m. fl., 2013). Boka omtaler at multiplikative situasjoner opptrer i fire multiplikasjonssituasjoner (Verschaffel & de Corte, 1996), to asymmetriske og to symmetriske.

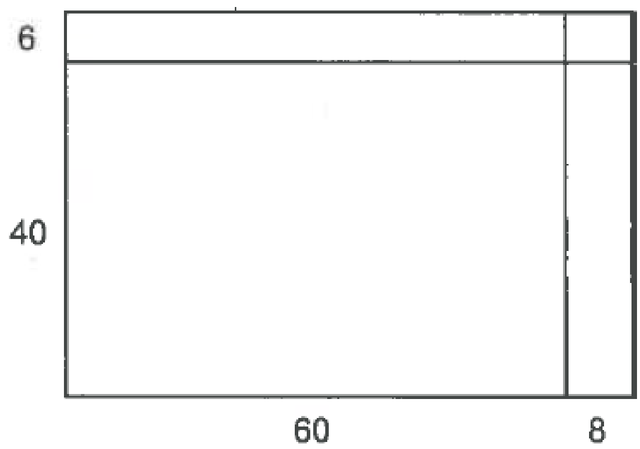
Hvis en har fem brett med julekaker, der hvert brett inneholder tjue kaker, vil fem og tjue ha ulike roller, tjue kalles multiplikand og sier hvor mange kaker det er på hvert brett, mens multiplikatoren fem sier hvor mange brett det er. Normen i Danmark sier her at en skriver 5 • 20 = 100, altså multiplikator • multiplikand = produkt. Her maner en til å være konsekvent ved oppstilling av regnestykket.

Det neste tilfelle omhandler ulike store mengder. Om Per har 250 kroner og Kari har 4 ganger så mye, er og tallene 250 og 4 asymmetriske. Her blir oppstillingen tilsvarende 4 • 250 kr = 1000 kr.

I tredje tilfelle har vi rektangulære mønstre, som for eksempel hvis en tomt er 30 m lang og 20 m bred, så kan arealet regnes ut som enten 30m • 20m = 600 m^2, eller som 20m • 30m = 600 m^2, altså en symmetrisk multiplikasjonssituasjon.

Det fjerde tilfellet kan nyttes i forbindelse med mengdepunkter, noe som er ofte anvendt innen kombinatorikk. Om en spør hvor mange kombinasjoner det blir med sju ulike hovedretter og fire ulike desserter inngår tallene 4 og 7 her i en symmetrisk multiplikasjonssituasjon.

Når det gjelder multiplikasjon med flersifrede tall viser de til Kilpatrick m. fl, (2001) som i sin algoritme bruker arealmodellen. Denne knytter sammen begrepet multiplikasjon med forståelsen av areal av et rektangel; slik:



Figur 2.19 (Schou, 2013, s. 44)

Oppstillingen ser da slik ut:

$$
\begin{array}{rrcl}
 & 46 & = & 40 + 6 \\
\times & 68 & = & 60 + 8 \\
\hline
 & 2400 & = & 60 \times 40 \\
 & 360 & = & 60 \times 6 \\
 & 320 & = & 8 \times 40 \\
 & 48 & = & 8 \times 6 \\
\hline
 & {}^{11} & & \\
 & 3128 & &
\end{array}
$$

Figur 2.20 (Schou, 2013, s. 44)

3 Metodekapittel

I studien min har jeg hatt fokus på hvordan multiplikasjon blir innført i lærebøkene i grunnskolen, og jeg har gjennomført en innholdsanalyse av et utvalg lærebøker. Når en analyserer lærebøker kan en ha ulike fokus (jf. Fan, Zhu, & Miao, 2013). Jeg har valgt å fokusere på det matematiske innholdet i forbindelse med et spesielt tema: multiplikasjon. I dette kapittelet vil jeg først ta for meg studiets design, deretter hva datamateriale jeg har brukt og så analysen av dette.

3.1 Studiens design

Når det gjelder forskning på området der det er snakk om lærebøkenes rolle for undervisningen, er det først i de seneste tretti årene at undersøkelsene har skutt fart og analysene har økt i omfang. Det er velkjent at ”The Elements av Euklid i oldtidens Hellas (Merzbach & Boyer, 2011) ble opp gjennom tidene betraktet som det beste matematiske læreverk i den vestlige verden, mens ”The Nine Chapters on the Mathematical Art” (Shen m. fl. 1999, s.1) rådde grunnen, ikke bare i Kina, men og i nabolandene fra de første århundrene f. Kr. og like til ca. år 1600. Så langt fram i tid som til 1980-årene var likevel forskningen på lærebøker i matematikk et lite bearbeidet område i følge Freeman & Porter (1989) og Sosniak & Stodolsky (1993). Men i løpet av de siste 30 årene har dette arbeidet tatt av i sterk grad (Fan, 2011). Fan, Zhu & Miao nevner at litterære undersøkelser før 1980 var 6 publikasjoner og artikler totalt, økende med 22 ny på 1980-tallet, ytterligere 29 nye på 1990-tallet, så 37 nye fram til 2009 og ytterligere 17 nye til 2012 (i sin artikkel i ZDM Matematics Education (2013) 45:633-646). Altså hele 106 nye undersøkelser gjort siden 1980. Robitaille & Travers (1992) hevder at undervisningen avhenger mer av lærebøker i matematikk enn i andre fag. På den andre side sier McCutcheon (1982) og Stodolsky (1989) at det er like viktig å undersøke hvordan bøkene blir brukt i hvert enkelt klasserom.

Når det gjelder forskning på lærebøker her til lands trekker jeg først fram Smestad (2002) der han undersøker hvordan matematikkhistorien er blitt presentert i norske lærebøker ut fra L97, da dette ble tatt inn som et eget emne i matematikkfaget. Foruten at han her går i rette med mange av de feilaktige utsagn som står i ulike læreverk, finner han at i løpet av grunnskolen er det 193,6 sider med matematikkhistorie av i alt 15623 sider, dvs. litt over 1 %. Det tyder på at denne delen av matematikken har vært undereksponert, og det gjør ikke saken bedre at mange av de nesten 200 siden har heller ”tynt” innhold faglig sett.

En annen nyere norsk forskning som retter et kritisk søkelys mot norske læreverk i matematikk finner vi i hos Kongelf (2011). Han går i rette med både lærebøkene generelt, og den norske lærerstanden som i stor grad lar seg styre av bøkene og er alt for avhengige av dem i sin formidling av lærestoffet til sine elever. Han løfter fram ni ulike metoder eller tanketeknikker som matematikere bruker når de møter et problem de ikke direkte vet løsningen på.

Disse ni metodene er:

- Løs en del av problemet
- Lag en visualisering
- Endr angrepsmåte
- Lag en systematisk tabell
- Se etter et mønster
- Forenkl problemet
- Gjett og sjekk
- Arbeid baklengs
- Tenk på et tilsvarende problem

I sine analyser av norske lærebøker fant han at bare de fire første av disse ni teknikkene er brukt i noen eller vesentlig grad. Kongelf (2011) hevder at det brukes som usynlige metoder, og at læreverkene ikke legger opp til at disse teknikkene har overføringsverdi til andre typer oppgaver. Han mener at disse teknikkene må få en tydeligere plass, i det han viser til TIMSS-undersøkelsene der Singapore er helt i toppen (Kongelf, 2011, s. 35). I Singapore er selve kjernen i læreplanen i matematikk problemløsning, noe som ble innført som nytt delemne i norske planer i M87, men som i L97 ble et integrert emne og derfor noe nedtonet da det var vanskeligere å få øye på.

Enda et eksempel er Reinhardtsen (2012) som så på hvordan algebra ble innført i lærebøker i matematikk fra Norge, Sverige, Finland og USA, der hennes survey er en sammenligning mellom disse landene for 6., 7., og 8. klassinger. Hun hadde der fem kategorier der hun undersøkte og sammenliknet:

- Algebra som språk
- Algebra som generalisering
- Algebra i problemløsing
- Algebraiske som symbolmanipulasjon
- Algebra ved løsning av likninger

3.2 Datamateriale

I denne studien har jeg valgt lærebøker i matematikk for elever i tredje klasse fram til og med M87, og for tredje og fjerde klasse etter L97. Årsaken til at jeg velger bøker for fjerde klasse fra og med 1997 er på grunn av at det året ble skoleløpet utvidet fra niårig til tiårig grunnskole. Seksåringer tok fatt på første klassetrinn mot sjuåringer tidligere. Derfor har disse elevene samme alder i fjerde klasse som tredjeklassingene før dem.

Jeg har valgt bøkene i studien min ut fra kriteriet at det skal være et velrenommert og kjent forlag med relativt stort opplag. Da vil jeg være sikret at dette er læreverk som angår de fleste av elevene.

Dette er de bøkene jeg har valgt:

- Hoversholm, J. & Mæhlum, G. E. (1925). *Regnebok 3. hefte*. Oslo: J M Stenersens forlag.
- Sohr R. (1941). *Regnebok 3. skoleår*. Oslo: Fabritius & sønners forlag.
- Schulstad, O. & Visund, S. (1951). *Regnebok Hefte 1, 1., 2. og 3. skoleår*. Oslo: J W Cappelens forlag.
- Johannesen, Aa., Paulsen & Slaatto E. (1961). *Nå regner vi (Folkeskolens regnebok) 3. skoleår*. Oslo: H Aschehoug & Co (William Nygaard).
- Gjerdrum, A-L. & Bue, T. (1981a). *Jeg regner 3a*. Oslo: J W Cappelens forlag as.
- Gjerdrum, A-L. & Bue, T. (1981b). *Jeg regner 3b*. Oslo: J W Cappelens forlag as.
- Garmannslund, K. & Winther, S. (1984). *Matteboka, 3.klasse*. Oslo: Gyldendal Norsk Forlag A/S.
- Haanæs, M., Dahle, A. B. & Øreberg, C. (1992). *Pluss Grunnbok 3A*. Värnamo: NKS-forlaget.
- Haanæs, M., Dahle, A. B. & Øreberg, C. (1990). *Pluss Grunnbok 3B,* Värnamo: NKS-forlaget.
- Venheim, R., Olstorpe, K. & Skoogh, L. (1998a). *Regnereisen 3A.* Oslo: H Aschehoug & Co (William Nygaard).

- Venheim, R., Olstorpe, K & Skoogh, L. (1998b). *Regnereisen 3B*. Oslo: H Aschehoug & Co (William Nygaard).
- Venheim, R., Olstorpe, K. & Skoogh, L. (1999a). *Regnereisen 4A*. Oslo: H Aschehoug & Co / William Nygaard.
- Venheim, R., Olstorpe, K. & Skoogh, L. (1999b). *Regnereisen 4B*. Oslo: H Aschehoug & Co / William Nygaard.
- Alseth, B., Arnås, A-C., Kirkegaard, H. & Røsseland, M. (2011a). *Multi 3a*. Oslo: Gyldendal Norsk Forlag.
- Alseth, B., Arnås, A-C., Kirkegaard, H. & Røsseland, M. (2011b). *Multi 3b*. Oslo: Gyldendal Norsk Forlag.
- Alseth, B., Kirkegaard, H., Nordberg, G. & Røsseland, M. (2011). *Multi 4a*. Oslo: Gyldendal Norsk Forlag.
- Alseth, B., Kirkegaard, H., Nordberg, G. & Røsseland, M. (2006). *Multi 4b*. Oslo: Gyldendal Norsk Forlag.

I disse lærebøkene har jeg kun sett på de delene som omhandler ren multiplikasjon, både der dette står som eget kapittel og der oppgavene er spredt utover i lærebøkene.

3.3 Analyse av datamaterialet

I studien min har jeg gjennomført en innholdsanalyse av disse sytten lærebøkene i matematikk – med fokus på innføringen av multiplikasjon. Jeg har foretatt en analyse på to plan, en kvantitativ og en kvalitativ del. Analyseenheten jeg har fokusert på er oppgaver eller item, og jeg skiller altså her mellom oppgaver og item. Dersom en oppgave for eksempel inneholder flere regnestykker som oppgave a), b), c) osv., så refererer jeg til disse som item. En oppgave kan også inneholde flere item selv om den ikke er delt inn i a), b), c) osv. Oppgaven i figur 3.1 er et eksempel på dette. I den kvantitative delen har jeg talt opp item totalt, altså hvor mange enkeltoppgaver det er i hver av lærebøkene. Her har jeg to kategorier. Den første omhandler oppgavetypene, der jeg skiller mellom 1) rene tekstoppgaver, 2) semitekstoppgaver og 3) rene talloppgaver. Her er eksempler på disse:


4.

En familie bruker 15 g te pr. dag. Hvor mye bruker de da i en uke? i en måned?

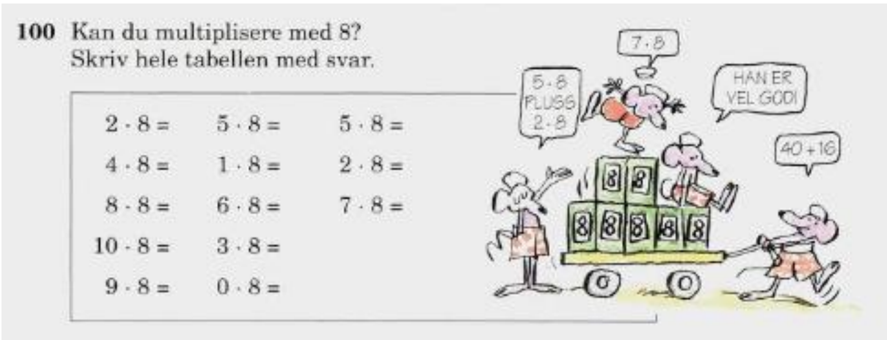
Figur 3. 1 Eksempel på tekstoppgaver fra Johannesen (1961, s. 78)

Denne tekstoppgaven inneholder to item, der 15 g skal multipliseres med henholdsvis 7 og 30 (eller 31).

Figur 3.2 er eksempel på en semitekstoppgave:

Figur 3. 2 Eksempel på semitekstoppgaver fra Haanes (1992, s. 59)

Med semitekstoppgaver forstår jeg oppgaver der multiplikasjonstegn mangler (som her), men der modellen (fra side 58 i boka) antyder at en her kan stille opp 4 • 6 eller 6 • 4 for å regne ut svaret. Altså også her er det to item.



Figur 3. 3 Eksempel på multiplikasjonsoppgave fra den lille gangetabellen fra Venheim (1999b, s. 26)

Figur 3.3 viser hele 15 item med rene talloppgaver der 8-gangen øves inn.

Den andre kategorien er at jeg blant de rene talloppgavene i tillegg har telt opp i forhold til tallområdet i disse. Her har jeg skilt mellom i) 0-9, ii) 10-99, iii) 100-999 og iv) over tusen.

I ettertid, nå mot slutten av denne studien, ville jeg ha valgt enda en gruppe. Jeg ville skilt ut tallet 10 for seg selv. Dette fordi jeg etter opptellingen la merke til at en del av bøkene, spesielt bøkene fra M74 og senere, i stor grad har tallet 10 i gruppen ii) 10-99.

Et annet viktig bidrag til denne studien, hadde vært å gå bredere inn med studie av ekstrabøker og lærerrettledninger, men det ville ut fra tidsspennet (nærmere nitti år) i denne studie, blitt for omfattende for en masteroppgave.

I den kvalitative delen har jeg gjennomført en summativ innholdsanalyse (Fauskanger og Mosvold, 2014), og jeg har hatt fokus på følgende: Hvilken tilnærming til multiplikasjon finner vi i lærebøkene. I forhold til Kaufmann (2010) som hadde sju ulike strategier og de fem kategoriene til Hecht (1999) og Ekker (2007), er mine fokusområder noen av de samme, slik som rekketelling og gjentatt addisjon. I tillegg har jeg sett etter likheter og forskjeller i bruk av tallområder, oppgavetyper og algoritmer. Hovedfokuset i oppgaven er likevel det kvantitative undersøkelsen som jeg vil gå nærmere inn på i kapittel 4.

Her er de aspekt og funn som gjelder 3. klassetrinn (4. trinn frå og med L97):

	Læreplan:	N22	N39			M74	M87		L97		K06	
	Funnet aspekt:	Hoversholm	Sohr	Schulstad	Johannesen	Gjerdrum	Garmannslund	Haanes	Venheim 3. trinn	Venheim 4. trinn	Alseth 3. trinn	Alseth 4. trinn
Fokus	rekketelling	*	*	*	*	*	*	*	-	*	*	*
	finne en av multiplikandene	-	*	-	*	*	*	*	-	*	*	*
	gjentatt addisjon	*	-	-	*	*	*	*	*	*	*	*
	øve på gangetabellen	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
	hverdagseksempel	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
	arealmodell (rutenett)	-	-	-	-	*	*	*	*	*	*	*
	tre faktorer	-	-	-	-	-	-	*	*	-	-	-
	5-gangen og dobling	*	*	-	*	*	*	*	*	*	*	*
	6- til 9-gangen	*	*	-	*	*	*	*	*	*	-	-
tallområdet	ensifret opp til 5-gangen	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
	ensifret opp til 10	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
	tosifret med tiere	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
	tosifret	*	*	*	*	*	*	*	-	*	-	*
	tresifret ganger ensifret	*	*	*	*	-	-	*	-	*	-	*
	tosifret ganger tosifret	*	*	*	*	-	-	-	-	-	-	*
	tresifret ganger tosifret	*	*	*	*	-	-	-	-	-	-	*
anna	hoderegning	-	*	-	*	-	*	-	-	-	-	*
	skriftlig regning	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
	praktiske oppgaver	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
	illustrerte oppgaver	*	*	-	*	*	*	*	*	*	*	*
	kun tall/ingen tekst	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
	algoritme for multiplikasjon	*	*	*	*	*	*	-	-	-	-	-

Koder:
* betyr at denne er funnet i læreboka
- betyr at denne ikke er funnet i læreboka
Denne har alle 11 læreverkene med
Denne har 9 til10 av læreverkene med
Denne har inntil 8 læreverkene med

Helt til slutt vil jeg peke på noen sentrale momenter vedrørende studiens validitet og reliabilitet. Ringdal (2007, s. 86) skriver at reliabilitet, som i kvalitativ forskning ofte kalles for pålitelighet, "går på om gjentatte målinger med samme måleresultat gir samme resultat.» For å sikre dette har jeg i denne studien foretatt opptelling og resjekking i flere omganger, og veileder har tatt stikkprøver for å sjekke om han fikk samme resultat av opptellingen. Når det gjelder validitet, skriver Ringdal (ibid.): "Validitet, eller gyldighet, går på om en faktisk måler det en vil måle." I min studie er validitetsdiskusjonen knyttet til de foregående avklaringene og diskusjonene i dette delkapitlet.

4 Resultater

I dette kapittelet vil jeg ta for meg en presentasjon av de analysene jeg har gjort. Først vil jeg vise til det jeg har funnet om læreplanenes fokus på multiplikasjon (kap. 4), dernest hvordan dette påvirker implementering av emnet multiplikasjon i ulike læreverk (kap. 4.2-4.7).

Vi kan se på disse to delene som to av de fem ulike nivå som John Goodlad i 1979 skildret læreplanene i fem ulike nivå (Engelsen, s.27) slik:

- Ideene sin rammeplan
- Den formelle rammeplan (slik den er nedfelt i rammeplanverket)
- Den oppfattede rammeplan (slik lærebokforfatter/lærer oppfatter den)
- Den operasjonaliserte rammeplan
- Den erfarte rammeplan

Fra ideene til erfart rammeplan er det altså fire trinn med ulik spennvidde mellom hver av disse. Dette bevirker at det som læres av den enkelte elev er eleven sin oppfatning og erfaring av hva undervisningene og faget egentlig inneholder. Denne spennvidden gjør at vi kan ha et stort sprang mellom ideene og faktisk oppfattet eleverfaring, fordi alle mennesker, lærer som elev, har sin egen praktiske yrkes teori ("PYT"), eller tiltro til hvordan en lærer best. Praktisk yrkes teori er mest basert på egne erfaringer og i mindre grad på pedagogisk teori.

Når vi går til siste leddet her, har det avgjort noe med den enkelte eleven sin "PYT" å gjøre. Hver elev erfarer det som skal læres på sin individuelle måte. I boka "Veiledning og praktisk yrkesteori" (Lauvås & Handal, 1990, s. 108) viser de til praksistrekanten som Løvlie (1974) hadde beskrevet som en oppdeling i tre nivåer. Det vi kan observere, selve handlingen, ligger i bunn. Denne er påvirket av kunnskapene, både egne erfaringer og det vi forstår fra andres erfaringer samt teoretiske kunnskaper. På det tredje nivået er vi styrt av det etiske og politiske som er med når vi skal vurdere det som er forsvarlig å gjøre. Ofte er dette siste noe vi gjør ubevisst, men det er like fullt med i den individuelle "PYT'en" vi besitter.

I det følgende er det noe av spennvidden mellom formell plan og forfatter sin oppfattede plan jeg vil fokusere på.

4.1 Lærebøkenes implementering

En kvantitativ opptelling i ulike læreverk gjennom de siste nitti åra gir denne sammenhengen når det gjelder antall enkeltoppgaver (item) i de ulike lærebøkene for tredje klassetrinn:

PLAN	Forfatter	År	Item total	Tekst	Semi-tekst	Rene talloppg	antall siffer i største faktor			
							1	2	3	fl
			Denne	er lik summen av disse						
						Denne	er lik summen her			
N22	Hoversholm	1925	**565**	112	88	**365**	128	206	31	
N39	Sohr	1941	**1257**	118		**1139**	321	479	339	
N39	Schulstad	1951	**742**	157	129	**456**	10	208	238	
N39	Johannesen	1961	**1228**	138		**1090**	337	542	197	14
M74	Gjerdrum	1981	**1119**	6	6	**1107**	758	345	4	
M87	Garmannslund	1984	**923**	14	44	**865**	782	83		
M87	Haanes	1992	**1755**	44	48	**1663**	1329	185	116	33
L97	Venheim 3	1998	**716**	5	15	**696**	599	97		
L97	Venheim 4	1998	**1195**	58		**1137**	904	225	8	
K06	Alseth 3	2011	**321**	12		**309**	267	42		
K06	Alseth 4	2011	**607**	108		**499**	361	119	12	7

Her legger vi merke til spesielt to ting. For det første ser vi at antallet tekstoppgaver har sunket kraftig etter M74, M87 og L97, men så stiger det igjen etter K06. Det andre, og kanskje vel så essensielle er at andelen av tosifrede og ikke minste tresifrede faktorer faller drastisk etter M74.

4.2 N22-boka

PLAN	Forfatter	År	Item total	Tekst	Semi-tekst	Rene talloppg	antall siffer i største faktor			
							1	2	3	fl
			Denne	er lik summen av disse						
						Denne	er lik summen her			
N22	Hoversholm	1925	**565**	112	88	**365**	128	206	31	

"Regnebok for 3. (hefte)" av Hoversholm & Mæhlum (Hoversholm, 1925) er på kun 37 sider og omtales som et hefte. Det er meget tettskrevet, og foruten noen av datidens norske mynter, fra femøren og opp til tokronen som er avbildet på s. 13, inneholder den som illustrasjoner

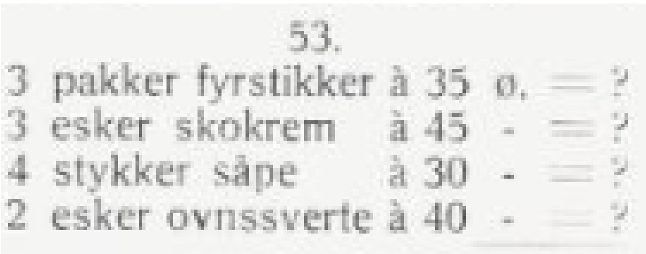
åtte tegninger hentet fra ulike deler av dagliglivets gjøremål. Heftet bærer preg av den tiden det er produsert i, under fattige kår i det første tiåret etter første verdenskrig. Her har en spart på plassen, og utnyttet sidene på en meget effektiv måte. Derfor har en på tross av det lave antall sider fått inn 565 oppgaver med god og nyttig matematikk. De 200 tekstoppgavene og semitekstoppgavene er i stor grad referert til datidens arbeidersamfunn, de fåtallige tegningen likeså. Tekstoppgaven i figur 4.1 er på bare tre linjer (hver side har ca 40 linjer) og formulerer et multiplikasjonsstykke som inneholde fem oppgaver (item):


92. Hvor meget koster 9 appelsiner når 1 appelsin koster a. 6 øre? b. 8 øre? c. 9 øre? d. 10 øre? e. 11 øre?

Figur 4.1. Eksempel på tekstoppgave fra Hoversholm (1925, s. 9)

Ved siden av at det er tekstbesparende å sette opp oppgaver på denne måten, får vi i denne og liknende oppgaver fra dette heftet med datidens priser – ofte målt i ører som var den vanlige skillemynten tidlig på 1900-tallet.

Oppgaver med semitekst, der det ikke direkte framgår at det er multiplikasjon en skal benytte seg av, bærer samme preg på god utnyttelse av plassen. I figur 4.2 er en oppgave med fire item der praktiske og greie ting fra hverdagslivet på 1920-tallet er representerte i teksten:


53.

3 pakker fyrstikker	à 35 ø.	=	?
3 esker skokrem	à 45 -	=	?
4 stykker såpe	à 30 -	=	?
2 esker ovnssverte	à 40 -	=	?

Figur 4.2. Eksempel på semitekstoppgave fra Hoversholm (1925, s. 20)

Som det framgår av tabellen er det bare under emnet multiplikasjon ca hundre oppgaver av hver av disse typene i dette læreverket. Oppgavene i dette heftet skal gjøres i egne bøker, da det ikke er avsatt noe plass til å skrive direkte inn i heftet. Det er og på sin plass at mange av oppgavene er velegnet for hoderegning, uten at dette står direkte i teksten.

Likevel er det den rene tallregningen som dominerer oppgavene innen dette temaet. Hele 365 oppgaver er av denne typen. Og her er det ikke de enkleste som dominerer. Nei, datidens barn måtte også arbeide med både tosifrede og tresifrede faktorer, noe figur 4.3 viser:

29. a. 80 × 46	b. 700 × 13	c. 3000 × 3
d. 136 × 58	e. 208 × 35	f. 612 × 14

Figur 4.3. Eksempel multiplikasjon med flersifrede tall fra Hoversholm (1925, s. 29)

Her ser vi at den velkjente × er brukt som regnetegn for gangestykker (som multiplikasjons-oppgavene kaltes på den tida). Dette tegnet for multiplikasjon rådde grunnen til langt etter 1950-tallet. Det var først på 1960-tallet at × ble byttet ut med • og regnearten kaltes multiplikasjon.

Det er rimelig å anta at matematikklærerne hadde algoritmer for hvordan disse oppgavene skulle skrives. At det kunne være rom for ulike oppstillinger er det også grunn til å anta. Boka forteller ikke så mye om dette, det virker igjen slik at plasshensynet for oppgaver har forkjørsrett. Likevel tar jeg med et eksempel her (figur 4.4) der oppgave 30 er løst, og hvor en i 30c) har kommet fram til den av algoritmene som rådde grunnen i norsk skolematematikk langt utover 1900-tallet.

30. a. 17 × 3 = 51	31. a. 12 × 7	33. a. 19 × 2
b. 17 × 20 = 340	b. 12 × 60	b. 19 × 50
c. 17 × 23 51 340 = 391	c. 12 × 67	c. 19 × 52
	32. a. 28 × 4	34. a. 27 × 9
	b. 28 × 30	b. 27 × 20
	c. 28 × 34	c. 27 × 29

Figur 4.4. Eksempel på algoritme og multiplikasjonsoppgaver
fra Hoversholm (1925, s. 25)

Her er tydelig ment at oppgave 30 kan stå som modell for oppgavene 31 til og med 34. Så kan denne algoritmen og brukes på de tilsvarende oppgavene i boka som for eksempel de som er vist i figur 4.4 her. Det er denne algoritmen jeg i studien kaller for ”standardalgoritmen” eller ”trappealgoritmen”.

4.3 N39-bøkene

PLAN	Forfatter	År	Item total	Tekst	Semi-tekst	Rene talloppg	antall siffer i største faktor			
							1	2	3	fl
			Denne	er lik summen av disse						
						Denne	er lik summen her			
N39	Sohr	1941	**1257**	118		**1139**	321	479	339	
N39	Schulstad	1951	**742**	157	129	**456**	10	208	238	
N39	Johannesen	1961	**1228**	138		**1090**	337	542	197	14

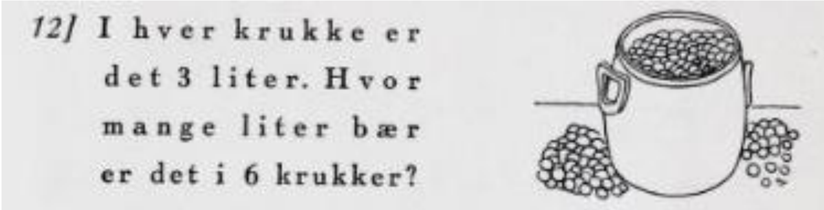
Jeg skal her ta fatt på lærebøker fra Normalplanen av 1939, og denne kom til å stå som plan i over 30 år, bare med ulike forsøksplaner på 1960-tallet – og ikke minst utvidelse av obligatorisk skolegang til den niårige grunnskolen som også ble innført i Norge tidlig på 1960-tallet. Da denne perioden er så lang i tid velger jeg her å se på et læreverk fra hvert decennium i denne perioden.

4.3.1 N39-boka til Sohr (1941)

PLAN	Forfatter	År	Item total	Tekst	Semi-tekst	Rene talloppg	antall siffer i største faktor			
							1	2	3	fl
			Denne	er lik summen av disse						
						Denne	er lik summen her			
N39	Sohr	1941	**1257**	118		**1139**	321	479	339	

"Regnebok 3. skoleår" av Sohr (Sohr, 1941), som kom ut i begynnelsen av andre verdenskrig minner en god del om boka til Hoversholm fra forrige plan. Mange av de samme trekkene finner vi igjen; den er tettskrevet, plassen er godt utnyttet og heller ikke denne har rimeligvis bruk av bilder. Fotografering blant vanlige folk ble vel først tatt i bruk etter den andre verdenskrigen. Likevel, det er vesentlige forskjeller. Det er mer enn førti illustrasjoner i form av tegninger i tilknytning til oppgavene. I tillegg er hvert sidetall også knyttet opp mot tegning av et eller annet dyr. Og den er tre ganger så innholdsrik, faktisk mer enn 100 sider. Det slår kraftig ut i antall oppgaver, både generelt, og ikke minst innenfor emnet multiplikasjon. Mer enn 1100 rene multiplikasjonsstykker er det. Og – de som det er mest av, er faktisk der en av faktorene er tosifret eller tresifret. Tekstoppgavene er omtrent like mange av som i Hoverholms hefte, men i boka til Sohr er det ingen semitekstoppgaver.

Figur 4.5 er en slik tekstoppgave med illustrasjon:


12] I hver krukke er det 3 liter. Hvor mange liter bær er det i 6 krukker?

Figur 4.5. Eksempel på tekstoppgave fra Sohr (1941, s. 28)

Her er oppgaven formulert som en kortfattet tekst, med en liten tegning av en krukke med bær. De fleste av tekstoppgavene har ikke nødvendigvis en slik illustrasjon, men de er ofte enkle i teksten. Noen steder er det og slike oppgavetyper med flere item på et oppgavenummer – slik jeg viste i figur 4.1 hos Hoversholm under forrige plan.

Når det gjelder rene talloppgaver er det hele 1139 av disse i denne boka, derav 479 med minst en tosifret faktor og 339 med en tresifret faktor. Av de sistnevnte har 185 en tosifret faktor som andre del av produktet. Sammenlignet med nyere læreplaner, vil dette vise seg å være langt mer enn noen annen av de andre lærebøkene kan vise til. Plasshensynet gjør at det ikke står mye forklarende algoritmer, men på side 40 og side 88 er det vist algoritme for multiplikasjon med to og tresifrede tall:

Eks. 89 × 2 = Skrives: 89 × 2
Leses 89 tatt 2 ganger =178
eller: 2 ganger 89.
Vi sier: 2 ganger 9 enere er 18 enere. Vi skriver de 8 enere på enerplassen. Den ene tieren husker vi på. 2 gange 8 tiere er 16 tiere, og en tier fra før er 17 tiere. Det er 178.

Figur 4.6. Forklaring på tosifret multiplikasjon fra Sohr (1941, s. 40)

Vi regner på samme måten som før:

Eks.: 123 × 12 =
123 × 2 = 246
123 × 10 = 1230
Tilsammen 1476

Dette er en lettere måte:
123 × 12
246
123
= 1476

Figur 4.7. Eksempel på algoritmer fra Sohr (1941, s. 88)

I tiknytting til disse to algoritmene i figur 4.6 og 4.7, er det på bare et par sider rundt disse sidene ca 100 item av tilsvarende multiplikasjonsstykker. Figur 4.8 viser dette:

3]	4]	5]	6]
123 × 24 =	250 × 26 =	248 × 39 =	180 × 42 =
118 × 23 =	262 × 29 =	237 × 35 =	197 × 44 =
133 × 25 =	275 × 28 =	269 × 34 =	163 × 45 =
148 × 27 =	289 × 25 =	270 × 36 =	154 × 47 =
150 × 21 =	295 × 26 =	205 × 32 =	123 × 49 =
137 × 24 =	289 × 29 =	236 × 38 =	187 × 43 =

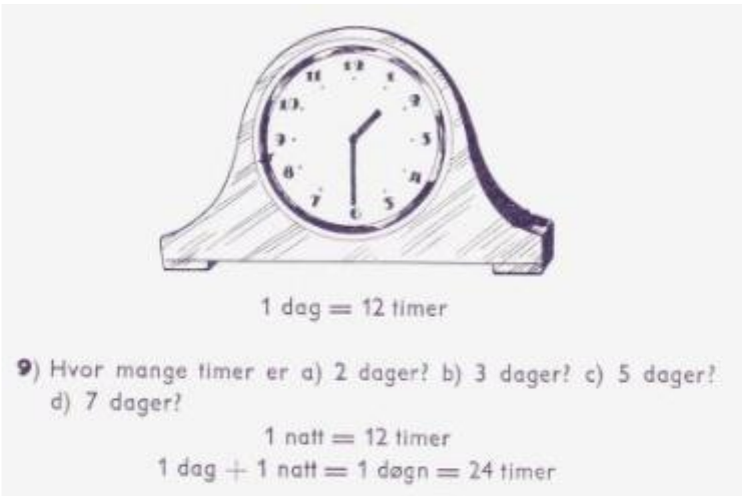
Figur 4.8. Eksempel på flersifrede multiplikasjonsoppgaver fra Sohr (1941, s. 89)

Dette er oppgaver som dagens 75-80 åringer møtte da de var ti år gamle og gikk i tredje klasse på folkeskolen under og like etter andre verdenskrig.

4.3.2 N39-boka til Schulstad (1951)

PLAN	Forfatter	År	Item total	Tekst	Semi-tekst	Rene talloppg	antall siffer i største faktor			
							1	2	3	fl
			Denne	er lik summen av disse						
						Denne	er lik summen her			
N39	Schulstad	1951	**742**	157	129	**456**	10	208	238	

Vi er nå gått ytterligere ti år fram i tid, når vi skal omtale boka *”Regnebok Hefte 1, 1., 2. og 3. skoleår”* til Schulstad & Visund (Schulstad, 1951). Knapphet på ressurser like etter krigen satte nok nøysomheten i forsetet, hvilket denne boka bærer kraftig preg av. For på de ca 100 sidene er de 50 første viet til første og andre klasse. Og på de 45 sidene (s. 52 – 96) som er for tredje klasse, finnes kun fire illustrasjoner totalt. Men om det er sparsomt på tegninger er det som de to tidligere nevnte bøkene fantastisk god utnyttelse av plassen, vekslende mellom rene regnestykker med kun tall og enkle tekstoppgaver. Et knippe eksempler illustrer dette:



Figur 4.9. Eksempel på tekstoppgaver fra Schulstad (1951, s. 83)

Figur 4.9 viser en tekstoppgave med fire item, og her er også tatt med den ene av de fire tegningene som finnes på dette klassetrinnet i dette heftet. Legg merke til at det skilles mellom dager og døgn ”inni” denne oppgaven. Oppgaven i figur 4.9 har fire spørsmål angående timer i ulike antall dager.

Schulstad har og tatt med 129 semitekstoppgaver som disse i figur 4.10:

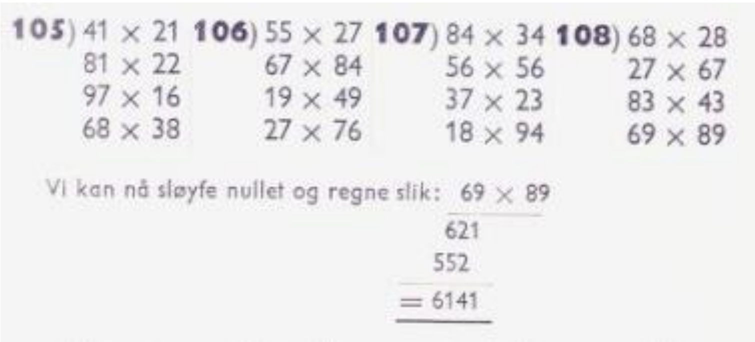
15) Mor kjøper:
5 par strømper à 7 kr.
4 trøyer » 2 kr.
2 luer » 5 kr.
3 par våtter » 3 kr.

16) Mor kjøper:
8 m tøy à 7 kr.
9 m tøy » 7 kr.
6 m tøy » 4 kr.
7 m tøy » 3 kr.

Figur 4.10. Eksempel på semitekstoppgaver fra Schulstad (1951, s. 65)

Det ser og ut som om trenden med tosifrede og tresifrede faktorer har slått godt an i denne perioden også, selv antallet item er godt redusert fra boka til Sohr. I alle fall, det er bemerkelsesverdig at kun ti oppgaver er funnet på disse sidene fra den lille gangetabellen (multiplikasjonsstykker med to ensifrede tall).

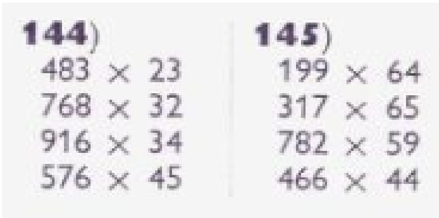
Figurene 4.11 og 4.12 viser oppgaver som er blant de typiske rene multiplikasjonsstykkene vi finner på disse sidene:



105) 41 × 21, 81 × 22, 97 × 16, 68 × 38
106) 55 × 27, 67 × 84, 19 × 49, 27 × 76
107) 84 × 34, 56 × 56, 37 × 23, 18 × 94
108) 68 × 28, 27 × 67, 83 × 43, 69 × 89

Vi kan nå sløyfe nullet og regne slik: 69 × 89
621
552
= 6141

Figur 4.11. Eksempel på tosifrede tall multiplisert med tosifrede tall samt tilsvarende algoritme fra Schulstad (1951, s. 81)



144) 483 × 23, 768 × 32, 916 × 34, 576 × 45
145) 199 × 64, 317 × 65, 782 × 59, 466 × 44

Figur 4.12. Eksempel på flersifrede multiplikasjons-oppgaver fra Schulstad (1951, s. 95)

I figur 4.11 over har jeg tatt med fotnoten under denne oppgaven da den er en videreutvikling av figur 4.4 og figur 4.7 fra den forrige planen, da 5520 har her utelatt ”nullen” i denne algoritmen.

4.3.3 N39-boka til Johannesen (1961)

PLAN	Forfatter	År	Item total	Tekst	Semi-tekst	Rene talloppg	antall siffer i største faktor			
							1	2	3	fl
			Denne	er lik summen av disse						
						Denne	er lik summen her			
N39	Johannesen	1961	**1228**	138		**1090**	337	542	197	14

Når vi nå beveger oss enda ti år fram i tid får vi *"Nå regner vi (Folkeskolens regnebok) 3. skoleår"* av Johannesen, Paulsen & Slaatto (Johannesen, 1961). Dette heftet bærer preg av at velstandssamfunnet vårt er i ferd å ta form. Ikke minst ser en dette på layouten som gir mer "luft" mellom ulike oppgaver. Enda er det ikke noen fotografier, men på disse 85 sidene er det vel førti tegninger og illustrasjoner som er i farger i likhet med omslaget på heftet. Den store gruppen med barn som vokste opp like etter krigen fikk sitt møte med matematikkbøkene på denne måten. Som alle de tidligere nevnte lærebøkene har også denne tidsriktige oppgaver fra dagsaktuelle problemstillinger, der det kunne være greit å anvende regning i ulike varianter.

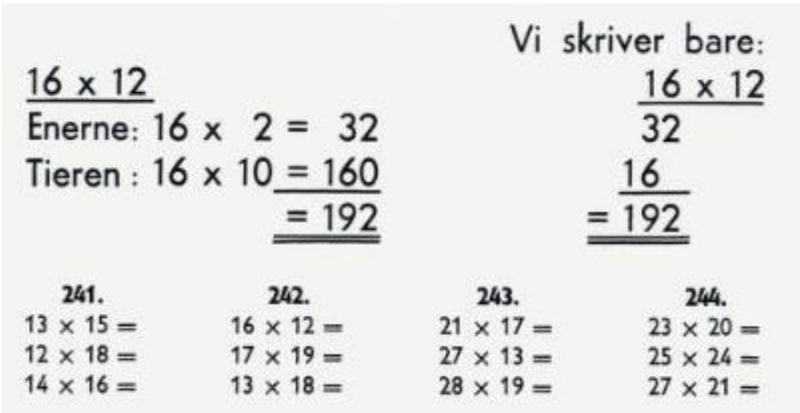
Igjen er det mer enn tusen av de rene talloppgavene – selv om øving på den lille gangetabellen også her står sentralt med over 300 oppgaver. Igjen er semitekstoppgavene fraværende. Heftet er skrevet på en slik måte at gangestykkene blir repetert innimellom annet stoff gjennom hele heftet, ofte kombinert med at en del tas som hoderegning. Figur 4.13 er et eksempel på det:

59.
En uke har 7 dager. Hvor mange dager er det i 5 uker? i 7 uker? i 3 uker?

60.
Hva er mest: 9 × 7 eller 10 × 6?

Figur 4.13. Eksempel på tekstoppgaver fra Johannesen (1961, s. 15)

Heftet gir og en del mer forklaring på hvordan oppgavene skal løses, her videreutvikler lærebokforfatteren algoritmene etter hvert som vanskegraden på oppgavene øker:



16 x 12
Enerne: 16 x 2 = 32
Tieren : 16 x 10 = 160
= 192

Vi skriver bare:
16 x 12
32
16
= 192

241.	242.	243.	244.
13 × 15 =	16 × 12 =	21 × 17 =	23 × 20 =
12 × 18 =	17 × 19 =	27 × 13 =	25 × 24 =
14 × 16 =	13 × 18 =	28 × 19 =	27 × 21 =

Figur 4.14. Eksempel på algoritme for multiplikasjonsoppgaver
med tosifrede tall fra Johannesen (1961, s. 41)

Også i dette heftet er det i hovedsak tosifrede og tresifrede faktorer. Figur 4.15 viser noen oppgaver, der en i etterkant og skal gjøre om til km og m:

Skriv svaret i km og m:

365.	366.	367.
50 m × 20 =	82 m × 46 =	336 m × 27 =
65 m × 30 =	73 m × 59 =	278 m × 32 =
87 m × 40 =	270 m × 25 =	275 m × 29 =
92 m × 50 =	185 m × 34 =	307 m × 25 =
53 m × 25 =	214 m × 41 =	236 m × 37 =
67 m × 34 =	416 m × 24 =	197 m × 23 =

Figur 4.15. Eksempel på multiplikasjonsoppgaver med flersifrede tall fra Johannesen (1961, s. 57)

Som en konklusjon så langt, kan vi vel trygt si at dagens seniorer (de som har passert 50 – 60 år), allerede som tiåringer skulle beherske det å multiplisere tosifrede og tresifrede tall med hverandre, uten andre hjelpemidler enn papir og blyant.

Disse tre siste bøkene som her er nevnt under kapittel 4.3, hører alle inn under Normalplanen av 1939 som legger stor vekt på forståelse av stoffet. Planen gir som grunnlag for læring at eleven må forstå oppgavene riktig, slik at ikke feiltolkninger blir dem til del under innøving av stoffet. Det settes og klare føringer for riktig framgangsmåte. Dette gjelder nok mest for de minst dyktige av elevene (Alseth, 2003, s. 23).

I slutten av denne tidsbolken blir skoleløpet utvidet fra 7-årig folkeskole til 9-årig grunnskole.

Vi fikk *"Læreplanen for forsøk med 9-årig skole"* (Forsøksrådet, 1960), og de første kommunene startet alt opp med denne høsten 1961. I denne planen ligger og en endring i læringssyn – fra arbeidsskoleprinsippet med liten grad av differensiering til planer der drill og øvinger blir vektlagt, noe som vil prege læreplanene som nå kommer. Innføring av ordet *matematikk* i stedet for regning er også noe som finner sted nå. I tillegg får vi "*Mønsterplanen av 1971*", men denne er kun å betrakte som et intermezzo i norsk fagplantradisjon selv om den kommer i to varianter, både med og uten elementer fra den "moderne matematikken" som handler om begreps- og strukturforståelse i form av det nye emnet om mengdelære. Dette hadde et kort oppsving i starten på 1970-tallet, men var helt ute av bildet i skoleplanene fra 1980-tallet og senere.

4.4 M74-bøkene

PLAN	Forfatter	År	Item total	Tekst	Semi-tekst	Rene talloppg	antall siffer i største faktor			
							1	2	3	fl
			Denne	er lik summen av disse						
						Denne	er lik summen her			
M74	Gjerdrum 3a	1981	**698**	4		**694**	574	120		
M74	Gjerdrum 3b	1981	**421**	2	6	**413**	184	225	4	
M74	Gjerdrum	1981	**1119**	6	6	**1107**	758	345	4	

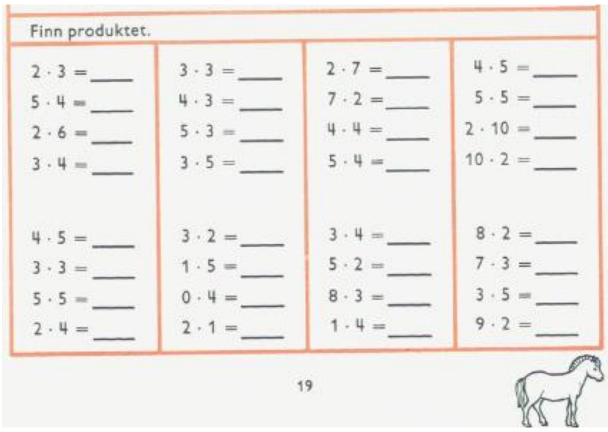
En viktig forandring fra forrige læreplan er som nevnt dette paradigmeskiftet som også gir seg til kjenne i tittelen på bøkene til Gjedrum & Bue *"jeg regner 3a"* (Gjedrum, 1981a) og *"jeg regner 3b"* (Gjedrum, 1981b). Substantivet i tittellinja går nå fra "vi" (Nå regner vi) til "jeg" (Jeg regner).

Planen for M74 legger jo til grunn at den enkelte elev skal øve på sitt nivå. Dette hadde vært med i ulike forsøk allerede på 60-tallet, og fram til slutten av 1970-talllet var det vanlig å dele elevgruppen inn etter nivå, i hvert fall innen matematikkfaget. Men også innen de ulike planene blir det tilrettelagt mer og mer for individuell arbeidsmåte.

I disse to bøkene Gjerdrum & Bue som er på henholdsvis 85 og 93 sider er vi altså inne i en ny epoke av vårt velferdssamfunn. "Oljealderen" har startet her til lands, og det kan være en av grunnene for at en her tar i bruk engangsbøker. En annen viktig forklaring som blir gitt for å bruke denne typen læremateriell, er at alt skrivearbeidet tar så lang tid. Ved at eleven får skrive rett inn i læreboka vinnes tid, noe som gjør sitt til at antall oppgaver kan økes.

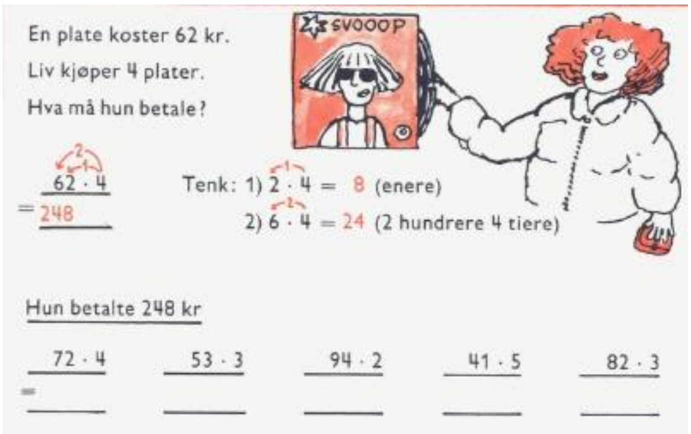
I disse heftene er det illustrasjoner på hver side som er i de to fargene svart og rødt.

Det legges nå stor vekt på drill ved innøving av matematikkoppgavene, og igjen har vi totalt over 1100 item, men kun 12 av disse er tekst- og semitekstoppgaver. Derimot er det hele 758 item som omhandler den lille gangetabellen. Figur 4.16 (3a-boka s. 19) viser en av disse med 32 item:



Figur 4.16. Eksempel på multiplikasjonsoppgave fra den lille gangetabellen
fra Gjerdrum (1981, 3a-boka s. 19)

Fra de 345 item med tosifret faktor har jeg valgt ut figur 4.17:



Figur 4.17. Eksempeloppgaver med tosifrede tall og tilsvarende algoritme
fra Gjerdrum (1981, 3b-boka s. 66)

Her er vist algoritmemodell med forklarende tekst til, hvorpå det følger 5 item. Ytterligere 25 item er å finne på s. 66 i 3b-boka.

Av oppgaver med tresifret faktor finnes det bare fire i disse to bøkene. Disse er å finne på s. 88 i 3b-boka, og er det er tallene 2, 3, 4 og 5 som hver for seg skal multipliseres med 100. Det er tydelig at det har skjedd en stor endring i innholdet av læringsmålene for multiplikasjon fra Normalplanen av 1939 til Mønsterplanen av 1974.

4.5 M87-bøkene

PLAN	Forfatter	År	Item total	Tekst	Semi-tekst	Rene talloppg	antall siffer i største faktor			
							1	2	3	fl
			Denne	er lik summen av disse						
						Denne	er lik summen her			
M87	Garmannslund	1984	**923**	14	44	**865**	782	83		
M87	Haanes 3a	1992	**629**	40	23	**566**	488	78		
M87	Haanes 3b	1990	**1126**	4	25	**1097**	841	107	116	33
M87	Haanes	1992	**1755**	44	48	**1663**	1329	185	116	33

Noe som kommer til å prege 1980-tallet og matematikkfaget er at det innføres bruk av IKT-midler i den norske grunnskolen. Lommeregnere blir tilgjengelig for alle. Datamaskinene er også på vei inn, om enn bare som valgfag i første omgang, der enkel programmering i Basic rådde grunnen i startfasen. Men minikalkulatorene er blitt allemannseie, og er til god hjelp for de aller fleste av elevene i matematikkfaget.

For sammenlikning har jeg her tatt med to læreverk for tredje trinn:

4.5.1 M87-boka til Garmannslund

PLAN	Forfatter	År	Item total	Tekst	Semi-tekst	Rene talloppg	antall siffer i største faktor			
							1	2	3	fl
			Denne	er lik summen av disse						
						Denne	er lik summen her			
M87	Garmannslund	1984	**923**	14	44	**865**	782	83		

"Matteboka, 3. klasse" til Garmannslund & Winther (Garmannslund, 1984) er altså fra 1984, men ble og godkjent som lærebok da M87 trådde i kraft. Den er på 117 sider, og er delt i syv ulike tema slik at vi finner multiplikasjonsoppgaver under flere av disse. Oversiktlig og grei layout har den, ryddig og fint ordnet, innledende tekst i starten av hvert tema, og vekslende mellom oppgaver, illustrasjoner og fotografier. En har her gått bort fra utfyllingsoppgavene, men ber elevene skrive av, og til og med på hoderegningsoppgavene skal de notere svara i kladdeboka.

Som i forrige læreverk er det fortsatt terping på den lille gangetabellen som dominerer. Av totalt 923 item er 782 rene talloppgaver fra denne tabellen. Figur 4.18 viser et eksempel på disse:

h Rekn i hovudet. Skriv svara i kladdeboka:

5. a) $5 \cdot 2$	**b)** $3 \cdot 5$	**c)** $4 \cdot 5$	**d)** $4 \cdot 2$
$2 \cdot 5$	$5 \cdot 3$	$5 \cdot 4$	$2 \cdot 4$
$1 \cdot 5$	$5 \cdot 5$	$2 \cdot 5$	$1 \cdot 4$
$5 \cdot 1$	$0 \cdot 5$	$5 \cdot 2$	$4 \cdot 1$
$5 \cdot 0$	$1 \cdot 5$	$5 \cdot 1$	$0 \cdot 4$
$4 \cdot 5$	$2 \cdot 5$	$4 \cdot 5$	$4 \cdot 3$
e) $1 \cdot 0$	**f)** $0 \cdot 2$	**g)** $5 \cdot 2$	**h)** $3 \cdot 2$
$1 \cdot 1$	$2 \cdot 2$	$2 \cdot 5$	$2 \cdot 3$
$0 \cdot 1$	$3 \cdot 2$	$3 \cdot 0$	$3 \cdot 3$
$2 \cdot 1$	$2 \cdot 3$	$0 \cdot 3$	$3 \cdot 4$
$1 \cdot 2$	$4 \cdot 2$	$1 \cdot 3$	$4 \cdot 3$
$2 \cdot 0$	$2 \cdot 4$	$3 \cdot 1$	$5 \cdot 3$

Figur 4.18. Eksempel med oppgaver fra den lille gangetabellen
fra Garmannslund (1984, s. 8)

Av tekst- og semitekstoppgaver er det i alt 58. Som eksempel tar jeg her med figur 4.19 med i alt ni item:

175. Kor mange bollar må dei baka dersom alle skal få **2 bollar kvar** og det er

a) 21 elevar?

b) 23 elevar?

c) 22 elevar?

176. Kor mange bollar må dei baka dersom alle skal få **3 bollar kvar** og det er

a) 12 elevar?
b) 13 elevar?
c) 11 elevar?
d) 23 elevar?
e) 21 elevar?
f) 22 elevar?

86

Figur 4.19. Eksempel på tekstoppgaver fra Garmannslund (1984, s. 86)

Som det framgår her, er det tosifrede tall (med sifrene 1, 2 og 3) som skal multipliseres med 2 og 3, altså multiplikasjon uten menteregning. Når det gjelder de rene tosifrede oppgavene er de fleste av disse med den ene multiplikanden lik 10. Tresifrede tall er ikke med i denne boka når det gjelder multiplikasjon

4.5.2 M87-bøkene til Haanes

PLAN	Forfatter	År	Item total	Tekst	Semi-tekst	Rene talloppg	antall siffer i største faktor			
							1	2	3	fl
			Denne	er lik summen av disse						
						Denne	er lik summen her			
M87	Haanes 3a	1992	**629**	40	23	**566**	488	78		
M87	Haanes 3b	1990	**1126**	4	25	**1097**	841	107	116	33
M87	Haanes	1992	**1755**	44	48	**1663**	1329	185	116	33

Jeg har og valgt disse to bøkene *"Pluss Grunnbok 3A"* (Haanes, 1992) og *"Pluss Grunnbok 3B"* (Haanes, 1990). Begge disse er skrevet av Haanes, Dahle & Øreberg. I likhet med *"Matteboka, 3. klasse"* er også disse flergangsbøker, fargerike og godt illustrerte, og av alle lærebøkene jeg tar for meg her, er de på topp både med henblikk på sidetall (193 s + 209s) og item totalt; 1755. Terping på gangetabellen dominerer her med hele 1329 item. Det kan være oppgaver som her i figur 4.20:


Arbeid sammen to og to. Finn svaret annenhver gang.

50 a $2 \cdot 3$, b $3 \cdot 3$, c $4 \cdot 3$, d $5 \cdot 3$, e $6 \cdot 3$, f $7 \cdot 3$

51 a $3 \cdot 4$, b $3 \cdot 6$, c $3 \cdot 8$, d $3 \cdot 5$, e $3 \cdot 7$, f $3 \cdot 9$

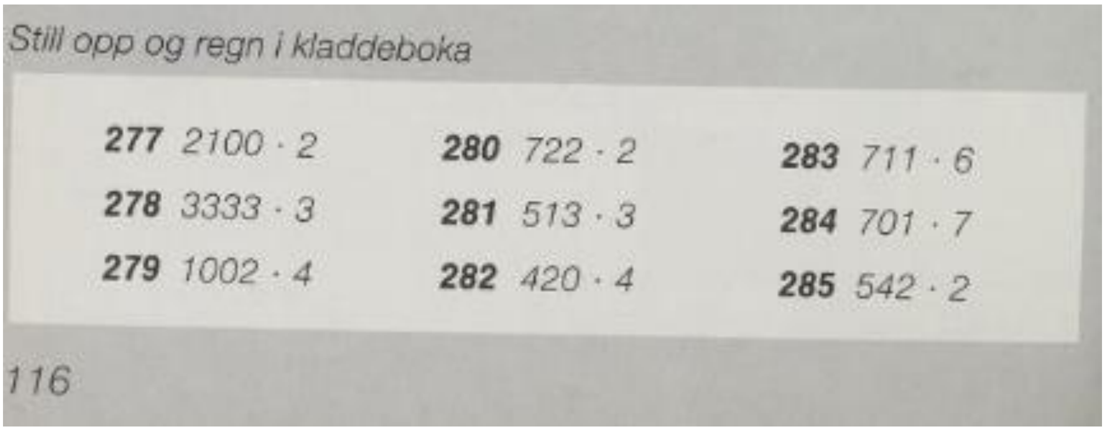
52 a $2 \cdot 4$, b $3 \cdot 4$, c $4 \cdot 4$, d $5 \cdot 4$, e $6 \cdot 4$, f $7 \cdot 4$

53 a $4 \cdot 5$, b $4 \cdot 2$, c $4 \cdot 7$, d $4 \cdot 8$, e $4 \cdot 6$, f $4 \cdot 9$

Figur 4.20. Eksempel på oppgave fra den lille gangetabellen
fra Haanes (1992, 3A-boka s. 96)

Her ser vi at noen av oppgavene som skal drilles inn gis sammen med en oppfordring til å arbeide parvis. Det skjer spesielt på de sidene i 3A-boka der det er 40 item eller mer av denne typen oppgaver (slik som på sidene 62, 64 og s. 116), men dog ikke i samme grad i 3B-boka. Her er det lagt mer opp til individuell øving, og i bok 3B gis det og plass til oppgaver med både tresifrede og firesifrede tall. Også her er det tall av en slik beskaffenhet at mentetallet ikke er med.

Figur 4.21 viser noen slike item:



Still opp og regn i kladdeboka

277 2100 · 2	**280** 722 · 2	**283** 711 · 6
278 3333 · 3	**281** 513 · 3	**284** 701 · 7
279 1002 · 4	**282** 420 · 4	**285** 542 · 2

116

Figur 4.21. Eksempel på oppgaver med flersifrede tall fra Haanes (1990, 3B-boka s. 116)

Av tekstoppgaver er det heller ikke mange, men de er ofte enkelt formulerte, og gjerne med illustrasjon til. Her er fire slike i figur 4.22:

29 Kinobilletter koster 25 kr stykket.
Hvor mye koster fire billetter?

30 Kaker koster 5 kr pr. stk.
Hvor mye koster ti stykker?

31 Røykt pølse koster 7 kr hektoet.
Hvor mye koster tre hekto?

32 Kaffe koster 50 kr pr. kilo.
Hvor mye koster to kilo kaffe?

94

Figur 4.22. Eksempel på tekstoppgave fra Haanes (1992, 3A-boka s. 94)

IKT-alderen er nå på vei inn i norsk skole for fullt, men det som kommer etter denne planen er en ytterligere utvidelse av skolegangen; det 13-årige skoleløpet. Grunnskolen utvides til ti år, og alle elever får rettighet til ytterligere minst tre års videregående opplæring. Utvidelsen til ti år betyr at skolestart endres slik at det er seksåringene som tar fatt på skolevegen for første gang. For å yte disse rettferdighet, blir det gjerne det greieste å se på planene og lærebøkene for 4. klasse (fordi disse elevene er 9-10 år gamle). Jeg tar likevel med i tabellform hva en slik 3-klassing (8-9 år)møter innen emnet multiplikasjon.

4.6 L97-bøkene

PLAN	Forfatter	År	Item total	Tekst	Semi-tekst	Rene talloppg	antall siffer i største faktor			
							1	2	3	fl
			Denne	er lik summen av disse						
						Denne	er lik summen her			
L97	Venheim 3a	1998	**342**	3	7	**332**	292	40		
L97	Venheim 3b	1998	**374**	2	8	**364**	307	57		
L97	Venheim 3	1998	**716**	5	15	**696**	599	97		
L97	Venheim 4a	1999	**701**	30		**671**	553	110	8	
L97	Venheim 4b	1999	**494**	28		**466**	351	115		
L97	Venheim 4	1998	**1195**	58		**1137**	904	225	8	

Jeg velger her å se nærmere på *"Regnereisen 4a"* og *"Regnereisen 4b"* av forfatterne Venheim, Olstorpe & Skoog. De to sistnevnte er svenske pedagoger. Hver av disse bøkene er på 125 sider, og inneholder kapitler der en fra ulike sider gjør bruk av matematikk i dagliglivet. Det betyr at emnet multiplikasjon er fordelt utover i begge disse bøkene. De er godt illustrerte med fargerike tegninger. Til sammen nesten 1200 item har de om multiplikasjon, med henholdsvis 701 i 4a-boka og 494 i 4b-boka. En viktig forskjell på disse to delene er dessuten at det tilsynelatende er ment at en kan skrive rett inn i 4a-boka, men 4b-boka legger opp til at en skal skrive i egne kladdebøker. Trenden med mye drill av gangetabellen fortsetter, ca 900 (ca 75 %) av oppgavene er slike, mens det er under 60 tekstoppgaver. Vi finner og 225 oppgaver der det ene tallet i produktet er tosifret, og bare 8 der det er tresifret. Figur 4.23 viser disse åtte oppgavene:

61 a	**b**	**c**	**d**
$2 \cdot 100 =$ ____	$3 \cdot 100 =$ ____	$4 \cdot 100 =$ ____	$2 \cdot 300 =$ ____
$2 \cdot 200 =$ ____	$3 \cdot 200 =$ ____	$4 \cdot 200 =$ ____	$2 \cdot 400 =$ ____

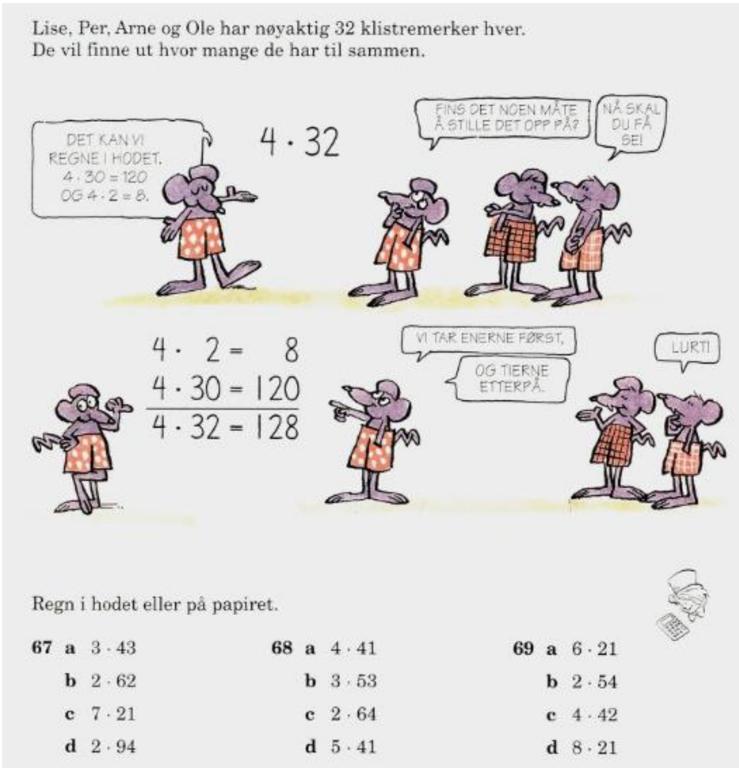
Figur 4.23. Eksempel på oppgaver med tresifrede tall fra Venheim (1999, 4A-boka s. 81)

Som vi ser i denne figuren er det avsatt plass til å skrive inn svarene, og vanskegraden på disse oppgavene er ikke særlig høy. Alle svarene blir rene hundretall under tusen.

For å vise noe fra tekstoppgavene og da med illustrasjon fra bok 4b tar jeg med figur 4.24:

Figur 4.24. Eksempel på tekstoppgave fra Venheim (1999, 4B-boka s. 97)

Selv om lommeregneren nå er i bruk i den norske skolen, oppfordres elevene ofte til å bruke den som kontroll etter en har funnet svaret. I figur 4.25 over og til høyre for oppgave 69 finner en nettopp symbol som betyr dette. Jeg har og tatt med tekst og illustrasjon som står over oppgavene i denne figuren der en oppfordres til hoderegning (om en makter det) med tosifrede tall. Her er figur 4.25:



Figur 4.25. Eksempel med algoritme og oppgaver med tosifrede tall
fra Venheim (1999, 4A-boka s. 100)

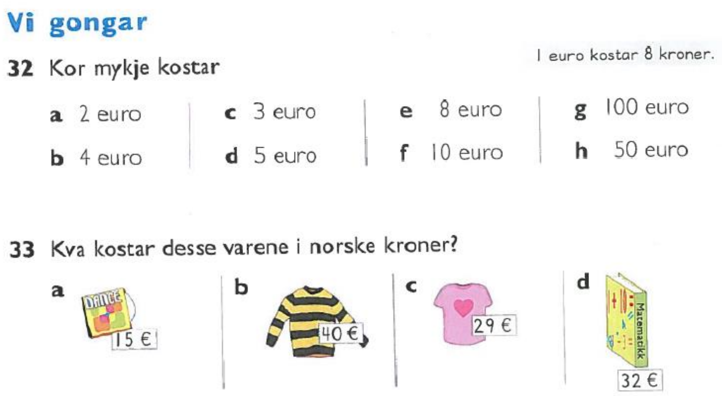
I algoritmen vist på figur 4.25 deler en det tosifrede tallet til et tiertall og enere, regner så ut de to produktene en da får hver for seg og adderer til slutt. Legg igjen merke til at produktet av enerne ikke vil gi mentetall, noe som impliserer at dette produktet skal legges til nullen i tierproduktet i alle disse tolv oppgavene her. Det forenkler en del hoderegningen i disse tilfellene. Jeg tar dette med for å illustrere oppgavetypene som denne boka legger opp til.

4.7 K06-bøkene

PLAN	Forfatter	År	Item total	Tekst	Semi-tekst	Rene talloppg	antall siffer i største faktor			
							1	2	3	fl
			Denne	er lik summen av disse						
						Denne	er lik summen her			
K06	Alseth 3a	2011	**84**			**84**	84			
K06	Alseth 3b	2011	**237**	12		**225**	183	42		
K06	Alseth 3	2011	**321**	12		**309**	267	42		
K06	Alseth 4a	2011	**234**	13		**221**	176	45		
K06	Alseth 4b	2006	**373**	95		**278**	184	74	12	7
K06	Alseth 4	2011	**607**	108		**499**	361	119	12	7

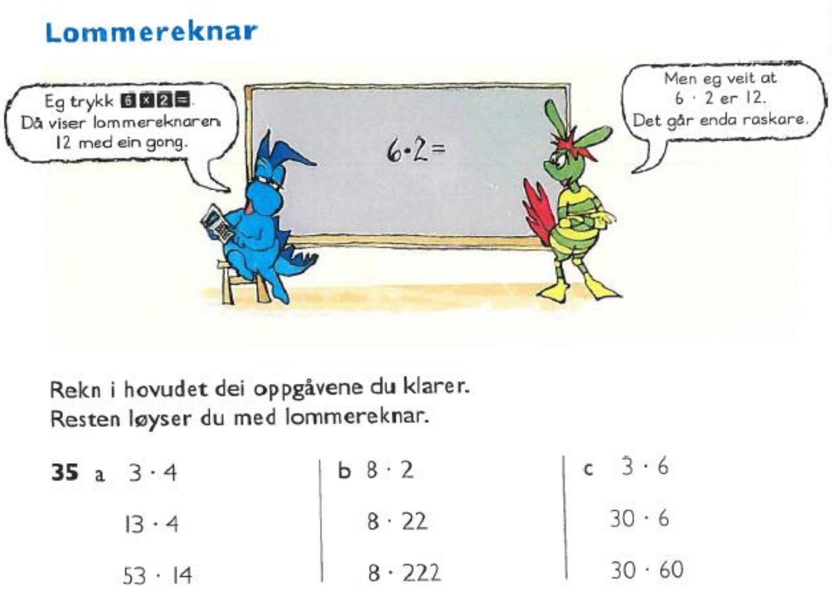
Læreverket *"Multi 4a"* og *"Multi 4b"* for fjerde trinn som er skrevet av forfatterne Alseth, Kirkegaard, Nordberg & Røsseland, består også av to bøker. Hver av dem er på 128 sider og i A4 format. Det er brukt store skrifttyper, oversiktlig, innbydende med mye bruk av farger og igjen er 4a-boka kun basert på utfylling. Her er multiplikasjon i egne deler av bøkene, foruten at det er med litt repetisjonsstoff i den siste delen i hver av disse bøkene.

Når en her teller opp, vil en se at item er mer enn halvert fra *"Regnereisen 4a"* og *"Regnereisen 4b"* i forrige plan. 99 tekstoppgaver, og 480 rene talloppgaver finner en. Og selv om det er med 20 oppgaver med tresifrede og firesifrede tall, så er det fortsatt ca 75 % (346 oppgaver) som gjelder innøving av den lille gangetabellen. Jeg tar til slutt i denne delen med noen klipp fra disse to bøkene. Figur 4.26 viser tolv av de i alt 99 tekstoppgavene som er i disse to bøkene, aktualisert med myntenheten euro (€) som nå er hovedvaluta i mer en tjue land i Europa.



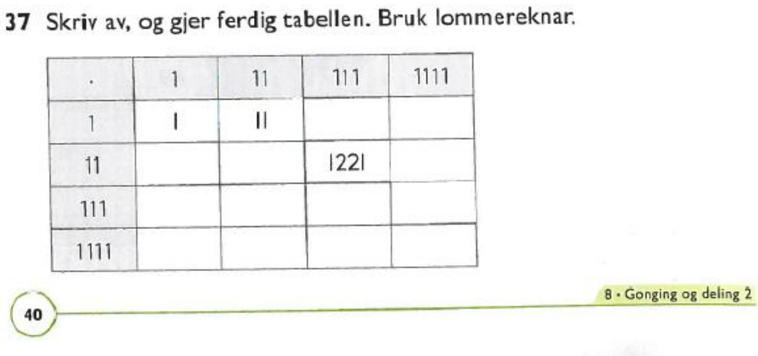
Figur 4.26. Eksempel på tekstoppgaver fra Alseth (2011, Multi 4b s. 106)

Hvorvidt en skal bruke lommeregner eller ei i løsning av oppgavene blir ofte et individuelt spørsmål. I eksempelet i figur 4.27 illustreres dette med den spennvidden det er fra å bruke lommeregner til å bruke hoderegning:



Figur 4.27. Eksempel på oppgave med flersifrede tall fra Alseth (2011, Multi 4b s. 40)

Her er eleven stilt fritt til selv å avgjøre når en tar i bruk lommeregneren. I det siste eksempelet, figur 4.28, oppfordres det til bruk av lommeregner.


37 Skriv av, og gjer ferdig tabellen. Bruk lommereknar.

·	1	11	111	1111
1	1	11		
11			1221	
111				
1111				

40 8 · Gonging og deling 2

Figur 4.28. Eksempel på matrise med oppgaver opp til firesifrede
fra Alseth (2011, Multi 4b s. 40)

Vel er det slik at det siste gangestykket er produkt av to firesifrede tall, men med alle sifrene lik 1 i alle tallene, blir det heller ikke her særlig vanskelig å regne i hodet. I alle fall, de seksten svarene på disse oppgavene gir et fint mønster i dette rutenettet. Slik:

•	1	11	111	1111
1	1	11	111	1111
11	11	121	1221	12221
111	111	1221	12321	123321
1111	1111	12221	123321	1234321

4.8 Sammenligning av lærebøkene

Det gir ganske interessante bilder når vi nå prøver å sette alle disse funnene fra lærebøkene opp mot hverandre. En ren kvantitativ sammenligning ut fra ulike item i disse ni bøkene gir bildet vist i diagram 1:

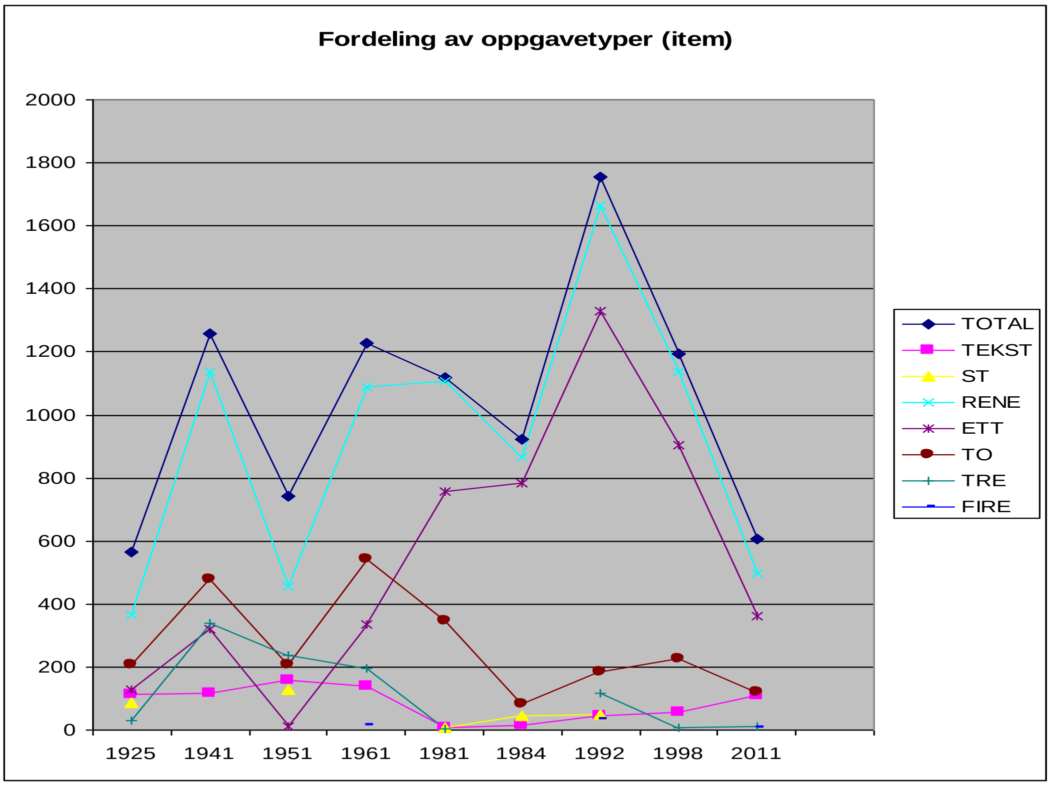


Diagram 1

Diagrammet viser antall item loddrett som funksjon av bok/plan (angitt ved utgivelsesår). Totalantallet er den mørkeblå linjen, der det er avvik fra første og siste bok med ca. 600 item til Haanes sine to bøker i 1992 med ca tre ganger så mange item. Snittet ligger her på ca 1000 item.

Vi ser at den mørkeblå linje og de rene oppgavene (lyseblå) har noenlunde lik form. Ellers er det store avvik når det gjelder oppgaver med ensifrede tall (den lille multiplikasjonstabellen; på diagram 1 representert ved fiolett kurve). Disse er nærmest fraværende i 1951-boka, og dominer bildet i de seneste planene. Ikke minst gjelder dette i 1992-boka.

For å gi en bedre oversikt over disse dataa, velger jeg å framstille de i et diagram der jeg tar for meg fordelingen mellom tekstoppgaver, semitekstoppgaver og de rene talloppgaven. Jeg velger et liggende stolpediagram, der vi får den prosentvise fordelingen på dette som vist i diagram 2:

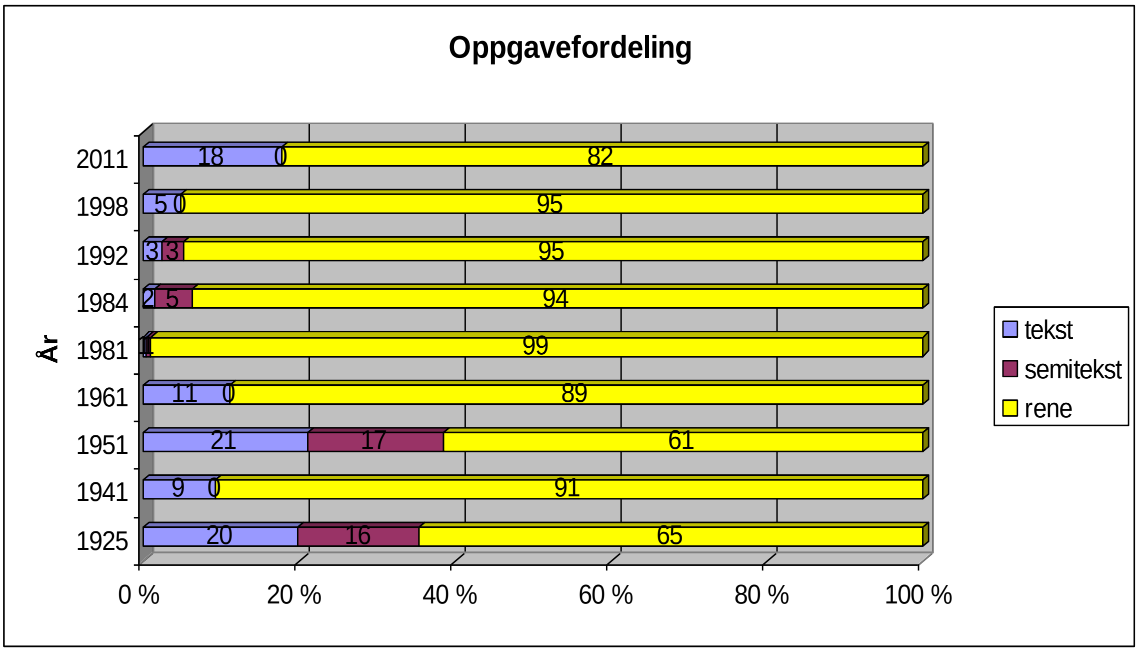


Diagram 2

Her er det tydelige tendenser at det etter M74 ble sterk reduksjon på tekstoppgavene. De var representert under 6 % på denne og de to neste planene i forhold til de lærebøkene jeg har undersøkt. Med planen for K06 og læreboka "Multi" ser det ut til at de er mer framtredende igjen. Likedan ser vi at semitekstoppgavene er sterkest representerte i planene N22 (Hoversholms bok) og i N39 (boka til Schulstad fra 1951). Men majoriteten på alle disse planene og i alle disse bøkene, ligger blant de rene talloppgavene.

I diagram 3 velger jeg å gruppere de rene talloppgavene etter item med ensifrede tall, tosifrede tall og tall med tre eller flere siffer i multiplikand og/eller multiplikator:

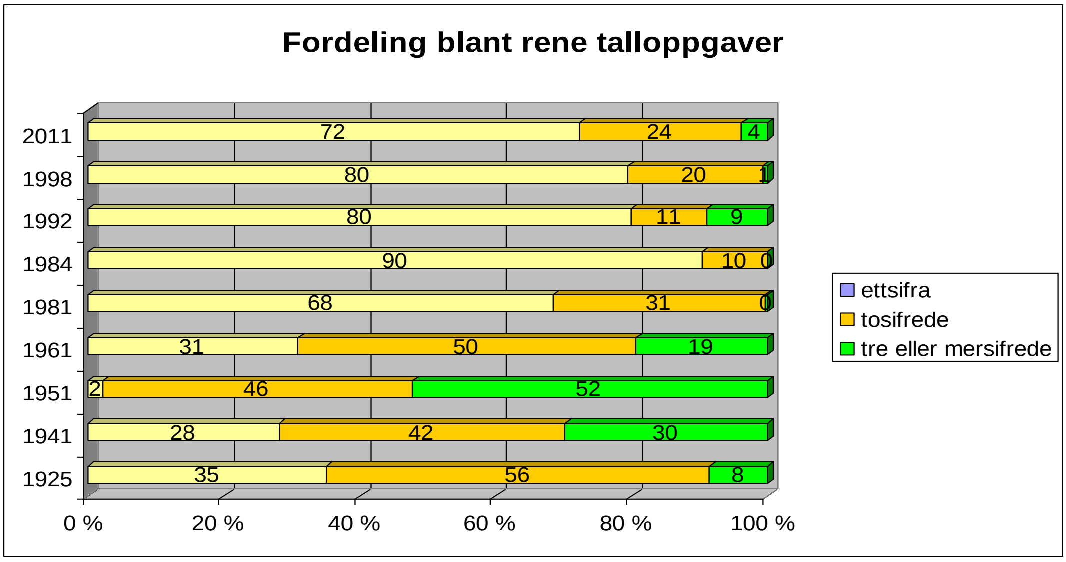


Diagram 3

I diagram 3 ser vi en tydelig dominans av ensifrede faktorer i bøkene fra og med 1974-planen. I de tidligere planene, og da spesielt i de tre bøkene etter normalplanen av 1939, er det en majoritet av oppgaver med to eller flere sifre i tallene; ja, alle disse er representerte med minst seksti prosent andel av flersifrede tall i multiplikasjonsoppgavene.

5 Diskusjonsdel

Det som kan sies om læreverkene gjennom disse siste nitti årene, er at det blir vist en algoritme som går igjen som standard for hvordan en skal regne ut produkt av to tall dersom multiplikand eller multiplikator har mer enn et siffer (se figurene 7, 11 og 14 i kap. 4). Denne ”trappealgoritmen” (også kalt ”standardalgoritmen”) har vært ganske enerådende i den norske skolen i disse nitti årene. At det er en farbar vei å løse slike oppgaver på – det er helt sikkert. Her tenker jeg på strategirigiditeten til Ostad (1992) og Ekker (2007). Det som fungerer blir styrket ved gjentatt bruk. Men er dette den beste framgangsmåten? Med litt tallforståelse og andre teknikker kan for eksempel 14 • 150 løses ved halvering og dobling etter omforming til 7 • 300 = 2100. Akkurat dette med dobling og firedobling bør øves inn mye mer, spesielt om den ene faktoren kan divideres med 5 eller 25. Ta for eksempel oppgaven 17 • 75. 17 dividert med 4 er 4 og 1 til rest. 75 ganger 4 er 300, så 17 • 75 = 16 • 75 + 1 • 75 = 4 • 300 + 75 = <u>1275</u>. Det finnes og andre ”ugreie” tall som fort blir ”greie”. 37 er et slikt tall. Ta for eksempel oppgaven 183 • 37. Vissheten om at 3 • 37 = 111 hjelper oss til 183 • 37 = (183/3) • (37•3) = 61 • 111 = <u>6771</u>.

I ”Matematikk for lærere 1”, (Breiteig, 2005, s. 89) er det tatt med den store multiplikasjonstabellen (fra 1•1 til 20•20). For å vise noe av det vakre innen multiplikasjon, tar jeg med utsnittet like utenfor den kjempestore multiplikasjonstabellen (fra 1•1 til 100•100) der begge faktorene er tallene fra 101 til 109 (se vedlegg 4). Med litt øvelse er det enkelt å gi svar på disse 81 oppgavene. En må kunne tre ting; posisjonssystemet, addere to ensifrede tall og multipliser to ensifrede tall. At denne metoden og kan anvendes på tallene rundt vårt årstall (2014), la oss si om faktorene er fra 2001 til 2030 blir en tilsvarende sak. Så forstår jeg at dette jo er noen eksempler på spesielle tall og regler. Det som jeg likevel synes er en farbar vei, er å anvende de to kvadratsetningene samt konjugat-setningen ved multiplikasjon. Da får jeg og en forbindelse mellom gangestykker og arealmodellen. Og det styrker innlæringen når en lærer en ting på to eller flere måter. Jo flere innfallsvinkler en har til å løse en oppgave, jo bedre er det. Jamfør med hybridmodellen til Engeland (2007) og Sherin & Fuson (2005), og med spesiell fagkunnskap til Fauskanger m. fl. (2010) og Ball m. fl. (2008).

5.1 Tendensen i utviklingen av læreplanene

Når det gjelder utviklingen av læreplanene så er disse sterkt preget av både tiden vi lever i, og det politiske klimaet i landet vårt. Videre vil læreplanene i sterk grad påvirke både lærebøker, arbeidsformer og alt annet innhold i skolen. Det bærer også de planene som er beskrevet her tydelige tegn på. Slagordet for det norske Arbeiderpartiet som satt med makten på 1930-årene er velkjent. Det lød: ”Hele folket i arbeid”. Det gjaldt den jamne arbeidsmann (kvinner flest var husmødre på den tida), men i like stor grad i skolen. Dette var og strømninger fra Europa, noe og arbeidsskoleprinsippet nedfelt i de to planene N22 og N39 viser tydelig. N39 var en solid plan, ført i pennen av skolemannen og forskeren Bernhof Ribsskog. Nå er det klart at innføringen av planen i vårt langstrakte land ble noe trenert ved utbruddet av krigen her i 1940, samt det faktum at de første ti til femten årene etter freden i 1945 i sterkest grad ble brukt til å gjenreise landet etter krigen. Vi må vel også kunne si at dette er vel en av grunnene for at N39 ble stående som gjeldende plan i hele 35 år. Så politisk sett fikk skolen ”være i fred” til langt ut på 1950-tallet.

Når vi så gikk inn i en reformperiode som munnet ut i M74, innledes en ny periode der det utvides både med nye fag og med nye emner innen matematikkfaget. Skolen knyttes i denne planen også fastere til hjemmene, og en går bort fra plandelingen som har vært inne i bildet i reformperioden. Den får vike da den hadde skapt så mange ”tapere”, som ikke hadde høyeste plan i de plandelte fagene. Så kan en jo spørre om en samtidig med å fjerne taperne og reduserer mulighetene for de ”vinnerne” som før hadde høyeste planvalg.

M87 knytter så skolen enda sterkere til lokalmiljøet samtidig som fag og emnetilfanget utvides ytterligere. ”Ansvar for egen læring” er et av slagordene fra denne tida. Kanskje noe som har med ”vinnerne” i forrige avsnitt – i det den gylne tanken var at alle skulle strekke seg så langt de kunne makte selv i følge denne planen. Om det bare hadde blitt slik, så var jo det greit. Men i praksis var nok dette en plan som gjorde at mange ble underytere og nivået i den norske skolen ble ikke så høyt som tidligere. Ikke minst skyldtes dette at timer i fag falt bort og ble plassert inn i ulike temaer. Tanken var jo at det skulle styrke de fagene som var involvert i temaene, noe som sjelden lyktes særlig godt. Skoler som la opp mye av planene i tema og prosjektperioder holdt på noen år, før de reduserte denne delen kraftig eller sågar vendte tilbake til tidligere strukturer. En annen vesentlig endring er at det under denne planen skyter fart med tekniske hjelpemiddel, spesielt innen for matematikkfaget.

Så fikk vi L97, og det 13-årige skoleløpet så dagens lys, samtidig som skolestarten ble satt til seks år. Nå skyldes dette vel i stor grad den endring det har vært i det norske samfunnet med både mor og far ute i arbeid, samt det faktum at arbeidslivet blir mer og mer spesialisert så de unge trenger mer utdanning for å delta der. Dette er jo også en tydelig konsekvens av den politiske utviklingen som har vært. Nå legger planen mer vekt på de menneskelige områder hos den enkelte elev, med mål etter de tretten årene til å bli det "integrerte mennesket" i vårt samfunn. Men i likhet med de to forrige planene er det mer stoff som skal inn, både i nye fag og innen en del av fagene. Blant annet blir det og vanligere med bruk av informasjonsteknologi i de ulike fagene. En ny trend er at elevene skal vite hvor de finner opplysninger og svar, ikke nødvendigvis vite svarene og ha alt på rede hånd.

K06 er en videreutvikling av L97 der og elevenes individuelle valg får enda større spillerom. Det gis et større spillerom enn tidligere til å oppnå nye kompetansekrav da fagplanene legges opp i to og tre års bolker.

5.2 Innføringen av multiplikasjon

Når det gjelder faget matematikk, har det i alle disse planene ved siden av norskfaget vært et av hovedfagene i skolen. Innføringen av multiplikasjon har vært lagt til andre og tredje året, først ved dobling og rekketelling, men i hovedsak vil innføringen skje på tredje trinnet før 1997 og på fjerde trinnet etter 1997. Med innføring mener jeg da å antyde at den lille multiplikasjonstabellen er innøvd.

Slik planene og lærebøkene har vist her, var dette noe som ble gjort og gjennomført tidlig på tredje trinn under de to normalplanene, mens det etter M74 ble gjennomført på tredje trinn og etter 1997 på fjerde trinn.

Når vi ser på typer av oppgaver så er det også mye som er likt fra plan til plan. Ut fra sin samtid forsøker alle lærebøkene å gi tekstoppgaver som passer inn i hverdagslivet i samtiden, noe mange av eksemplene i kapittel 4 her viser. Like fullt er det en trend at i de tre planene M74, M87 og L97 har bøkene sparsomt med tekstoppgaver og legger mye mer vekt på rene talloppgaver. Spesielt hadde lærebøkene i normalplanene N22 og N39 relativt stor andel tekst og semitekstoppgaver, og den i siste planen, K06, har og "Multi" tatt inn en del tekstoppgaver igjen.

Det som likevel er det mest oppsiktsvekkende ved mine funn her, er det tallområdet som multiplikasjonsstykkene dekker i de ulike planene. I M74, M87 og L97 er det en stor dominans av ensifrede faktorer, ja, 80 % eller mer av oppgavene er av denne typen. Og av de oppgavene som har tosifrede faktorer fra denne perioden på vel 30 år dominerer tallet 10 som dette tosifrede tallet. Slik var det ikke under normalplanene, der brorparten av oppgavene var tosifrede og tresifrede. Spesielt Schulstad sin bok fra 1951 må trekkes fram i så måte. Mer enn halvparten av stykkene der var med tresifret faktor, klart den mest avanserte av de læreverkene jeg har analysert her.

Det at vi i en tredveårsperiode (1974 til 2006) har nedtont undervisning i multiplikasjon av flersifrede tall, slår sterkt ut på noen av oppgavene i rapportene fra TIMSS. I fra TIMSS 2003 i følge Grønmo (2004, s. 65) er følgende oppgave gitt: ”Oppgave 6 (4. klasse): 15 • 9 = ”. Rapporten gir et internasjonalt gjennomsnitt på 72 % riktig, der både Japan og Nederland skårer 86 %, mens Norge får 30 % riktig. L97 sier: *”Elevene skal arbeide med multiplikasjonstabellen, multiplisere og dividere tall med 10 direkte, og multiplisere og dividere tall i hodet eller på papiret når det også inngår tosifrede tall”* (L97, s. 161).

Enda svakere resultat sett med norske øyne er det i TIMSS 2007. Der står i følge Grønmo (2009, s. 17): ” Gang ut: 53 • 26 = (Oppgave 14, 4. trinn).” Her er det internasjonale gjennomsnittet på 41 %. Igjen er Japan høyt over med sine 67 %, Italia skårer 64 %, mens Norge her får 2 % riktig. Våre elever som var med på TIMSS 2007 undersøkelsen har blitt undervist ut fra L97, og så det siste året ut fra K06. Denne siste planen sitt kompetansemål for 4. trinn sier blant annet: *”Elevene skal kunne utvikle og bruke varierte metoder for multiplikasjon og divisjon, bruke de i praktiske situasjoner og bruke den vesle multiplikasjonstabellen i hoderegning og i oppgaveløsing”.* Derfor er det gledelig at K06 har en trend mot mer flersifrede oppgaver, der 28 % er av denne typen.

6 Konklusjoner og implikasjoner for videre forskning og praksis

Mitt forskningsspørsmål for denne studien var:

"Hvordan blir regnearten multiplikasjon introdusert i norske lærebøker?"

For å svare på dette spørsmålet har jeg gjennomført av innholdsanalyse av et utvalg lærebøker, fordi jeg mener at lærebøker i veldig sterk grad styrer undervisningen. Dette er også i samsvar med det Kongelf (2011) har kommet fram til, i det han hevder at norske lærere er sterkt lojale mot læreverkene de underviser fra. For å svare på det spørsmålet, må jeg først antyde hvilken plan og hva tidsepoke det er snakk om. For svaret er ikke likt for disse nitti årene studien dekker. Mine funn viser til et klart skille før og etter M74, med en ny tendens til endring etter K06. Slik jeg ser det. virker matematikkundervisningen om dette emnet mer omfattende før 1974, når det gjelder de lærebøkene jeg har analysert i denne studien. Det gjelder både oppgavetyper og tallområdet.

En vesentlig forskjell på oppgavene fra de første læreplanene jeg har analysert her fram til våre dager, er at tallområdet en har operert i har endret seg. Da det var mye mer vanlig med flersifrede faktorer for mer enn femti år siden, er det i en periode nesten fraværende med annet enn ensifrede faktorer (foruten faktoren 10), før det i to av de siste læreplanene har tatt seg noe opp igjen (diagram 3 i kap. 4.8) med flersifrede faktorer. En annen – og kanskje den viktigste forskjellen over tid – er at tiden til undervisning i matematikk/regning er gått ned. Kanskje dette ikke kommer så klart fram fra tallene i de siste læreplanene, men det er en økende grad av "tidstyver" i nyere planer, da det er stadig mer og mer som presser seg inn i undervisningen i den norske skolen. En skal jo være åpen for ulike innslag både lokalt og sentralt, så som den kulturelle skolesekken, trafikkopplæring, ulike ekskursjoner, besøk av helsetjenesten for å nevne noe. Ofte er tidspunkt for disse innslagene lite i samsvar med skolens "timeplan", noe som gjør at flere timer på en dag kan bli berørt/forsvinne fra det vanlige opplegget. Dette er noe som har tiltatt i økende grad de siste tiårene, da spesielt etter M87.

Alle læreplanene er politisk styrte, og de siste tre læreplanene har tatt mer og mer høyde for å integrere skolen sterkere i samfunnslivet og i nærmiljøet. Dette er positivt i seg selv, men jo mer en på denne måten "putter inn annet stoff" vil andre områder bli svekket. Noen opplever det som en forflating av planene når en nå, mer enn tidligere, skal vite om hvor en finner ting og ikke nødvendigvis kunne det.

En annen faktor som spiller inn er det at undervisningen i matematikk blir fordelt på de lærerne som ønsker å ha faget. Mange skoler stiller ingen krav til å ha studiepoeng i matematikk for å undervise i faget. Det er nok med den generelle lærerutdanningen. Selv på ungdomsskolenivå kan det forekomme at en lærer som underviser i matematikk ikke har noen utdanning i faget. Derfor er det gledelig at en i nyere tid har vektlagt dette i den grad ved lærerutdanningen innen GLU (grunnskolens lærerutdanning), at en anbefaler at de som vil undervise i matematikk har minst 30 studiepoeng (halvårsenhet) i faget. Slik jeg ser det er dette et steg i riktig retning. Her har en kanskje sett mot Finland (som er et foregangsland i følge resultatene både i TIMSS og PISA). Der benytter en seg av lærere som har utdanning i fag i mye sterkere grad enn i Norge.

Kanskje likevel det mest vesentlige bidraget til svakere regneferdighet skyldes overdreven bruk av lommeregner og IKT. Mange skjuler sin manglende regneferdighet ved bruk av kalkulatoren. Derfor er det viktig å snakke mer matematikk i timene, jamfør Kaufmann (2010), både hoderegning og overslag er vesentlige bidrag her. En må øves opp til å vite når kalkulatoren skal nyttes som verktøy i en oppgave, og når den skal brukes som en kontroll på egen regneferdighet. Da er mye vunnet også i å forbedre den enkeltes regneferdighet.

Det er og tydelig at det er de ulike planene som styrer mye av innholdet i lærebøkene. Reformbevegelsen på 1960-tallet innførte kursplandeling i noen av fagene, blant annet matematikk. Når en i M74 tok steget bort fra kursplandeling, var det blant annet for å unngå at noen fikk stempel som ”tapere”. Når en på denne måten likestiller alle elevene i forhold til pensum, vil en og stå i fare for å ikke framelske enere i den grad en bør. Denne sosiale ”likheten” mener jeg har vært en ulempe i den norske skolen i mange årtier etter M74. Akkurat i denne perioden da vårt land kunne trenge den ypperste kompetanse i realfag har det vært lite i læreplanene som har støttet de som virkelig vil gå i dybden i matematikk og ellers andre viktige fag vi trenger i vårt samfunnsliv i det tjueførste århundre.

Elever i vårt samfunn står frem tidlig og er flinkere til medvirkning i samfunnet. De læres opp på andre arenaer (bredere felt), og dette «stjeler tid» fra de «gamle» fagene. Resultatene fra PISA- og TIMSS- undersøkelsene kan forstås noe bedre ut fra dette.

Jeg har gjennomført en studie med et forholdsvis begrenset fokus for å undersøke hvordan elevene har blitt introdusert for multiplikasjon i norske lærebøker i snart hundre år. Videre studier med andre og utvidet perspektiv kan gi et bedre innblikk i hvordan lærebøker og læreplaner har påvirket utviklingen av norske elevers prestasjoner i matematikk fram mot i dag. Det bør reises en debatt om hvorfor matematikkfaget har tapt terreng i skolen de siste førti årene, slik denne studien viser.

Heldigvis er ting på gang. I nyere planer for lærerne ser en på et mangfold av fremgangsmåter, og ikke bare én standard algoritme (Breiteig, 2005). Dette er positivt, og bør få større gjennomslag i lærebøkene. Et noe forsømt område etter L97 har vært problemløsning. Når det ble integrert stoff etter 1997, og ikke eget emne, ble det nedtonet både i lærebøker og i undervisningen. Om vi skal hevde oss bedre på internasjonale undersøkelser, som PISA og TIMSS, er det et "must" å styrke den delen av matematikken som omhandler problemløsning ifølge Kongelf (2011).

Helt til slutt vil jeg nevne at for lærere og skolen har jeg sterk tro på at det å "snakke" matematikk, både metoder og faglige begrep er et gode i undervisningen som vi ikke må tape av syne (Kaufmann, 2010). Den spesialiserte fagkunnskapen som en matematikklærer har – og som en ingeniør eller annen realfagsutdannet person ikke besitter – jf. Ball (2008) og Fauskanger m fl (2011), er også viktig å få fram i dagen. Derfor er det også et vesentlig poeng at de som underviser i matematikk har faglig tyngde i form av minst 30, og gjerne 60 studiepoeng (eller mer) om de vil undervise på grunnskolenivå. Dette sier jeg, fullt vitende om at det finnes mange dyktige pedagoger som gjør god innsats også i matematikktimer, uten at de har noen faglig fordypning i matematikkfaget. Også disse vil bli styrket som pedagoger om de får mer faglig ballast.

Referanser:

Alseth, B., Arnås, A-C., Kirkegaard, H. & Røsseland, M. (2011a). *Multi 3a*. Oslo: Gyldendal Norsk Forlag.

Alseth, B., Arnås, A-C., Kirkegaard, H. & Røsseland, M. (2011b). *Multi 3b*. Oslo: Gyldendal Norsk Forlag.

Alseth, B., Kirkegaard, H., Nordberg, G. & Røsseland, M. (2011). *Multi 4a*. Oslo: Gyldendal Norsk Forlag.

Alseth, B., Kirkegaard, H., Nordberg, G. & Røsseland, M. (2006). *Multi 4b*. Oslo: Gyldendal Norsk Forlag.

Alseth, B., Breiteig, T., & Brekke, G. (2003). *Evaluering av Reform 97.* Notodden: Telemarksforsking-Notodden.

Ball, D. L., Thames, M. H. & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education, 5* (5), 389-407

Breiteig, T. & Venheim, R. (2005). *Matematikk for lærere 1.* Oslo: Universitetsforlaget.

Brown, M. (1981). Number operations, place value and desimals. I K. M. Hart (red.), *Children's understanding of mathematics: 11 – 16*. London: Murray.

Brun, V. (1964). *Alt er tall. Matematikkens historie i oldtid og middelalder.* Bergen: A/S John Griegs Boktrykkeri. Universitetsforlaget.

Chen, W. (2011). Ganging uten gangetabell? *Tangenten 22*(3), 13-15.

Doring, M. (1912). *Zur Psykologie des kleinen Einmaleins*. *Z. für päd.. Ps. XIII*. Leipzig.

Engeland, T. (2007). *Elevers strategier for å lose multiplikasjon I 5. trinn.Lesson Study for lærere. En case studie.* Hovedfagsoppgave. Kristiansand: Universitetet i Agder

Engelsen, B. U. (1998). *Kan læring planlegges?* Oslo: Gyldendal.

Ekker, T. T. (2007). *Strategier i multiplikasjon. En studie av 4. og 7. klassingers multiplikasjonsstrategier.* Hovedfagsoppgave. Oslo: Universitetet i Oslo.

Fan, L. (2011). *Textbook research as scientific research: Towards a common ground for research on mathematics textbooks.* Paper presented at the 2011 International Conference on School Mathematics Textbooks, Shanghai.

Fan, L., Zhu, Y. & Miao, Z. (2013). *Textbook research in mathematics education: development status and directions.* I ZDM Mathematics Education (2013) 45:633-646.

Fauskanger, J., Bjuland, R. & Mosvold, R. (2010). *Eg kan jo multiplikasjon, men ka skal eg gjørr?* – det utfordrende undervisningsarbeidet i matematikk. I T. Løkensgard Hoel, G.

Engvik & B. Hanssen (Red.). *Ny som lærer – sjansespill og samspill* (s. 99 – 114). Trondheim: Tapir Akademisk Forlag.

Fauskanger, J. & Mosvold, R. (2014). *Innholdsanalysens muligheter i utdanningsforskning*. I Norsk Pedagogisk Tidsskrift (2014) 98: 127-139.

Freeman, D. J. & Porter, A. C. (1989). Do textbooks dictate the content of mathematics instruction in elementary schools? *American Educational Research Journal*, *26*(3), 403-421.

Garmannslund, K. & Winther, S. (1984). *Matteboka, 3.klasse*. Oslo: Gyldendal Norsk Forlag A/S.

Gjerdrum, A-L. & Bue, T. (1981a). *Jeg regner 3a*. Oslo: J W Cappelens forlag as.

Gjerdrum, A-L. & Bue, T. (1981b). *Jeg regner 3b*. Oslo: J W Cappelens forlag as.

Grønmo, L. s:, Bergem, O. K. Kjærnsli, M., Lie, S. og Turmo, A. (2004). *Hva i all verden har skjedd i realfagene?* Oslo: Udir. Hentet 7. april 2014 fra http://www.timss.no/rapport2003/KAP_4_2003.PDF

Grønmo, L. S. & Onstad, T. (2009). *Tegn til bedring. Norske elevers prestasjoner i matematikk og naturfag i TIMSS 2007.* Oslo: Unipub. Hentet 7. april 2014 fra http://www.timss.no/rapport2007/Kortrapport_TIMSS2007.pdf

Grønmo, L. S., Onstad, T., Nilsen, T., Hole, A., Aslaksen, H. & Borge, I. C. (2012). *Framgang, men langt fram. Norske elevers prestasjoner i matematikk og naturfag i TIMSS 2011*. Oslo: akademika forlag. Hentet 7. april 2014 fra http://www.timss.no/timss_2011_web.pdf

Haanæs, M., Dahle, A. B. & Øreberg, C. (1992). *Pluss Grunnbok 3A*. Värnamo: NKS-forlaget.

Haanæs, M., Dahle, A. B. & Øreberg, C. (1990). *Pluss Grunnbok 3B*, Värnamo: NKS-forlaget.

Hecht, S. A. (1999). Individual soltion processes while solving addition and multiplication math facts in adults. *Memory & Cognition 27* (6), 1097-1107

Holme, A. (2007). *Da matematikken ble til.* (2. opplag). Danmark: Narayana Press. N. W. Damm & Søn.

Hoversholm, J. & Mæhlum, G. E. (1925). *Regnebok 3. hefte*. Oslo: J M Stenersens forlag.

Ifrah, G. (1997). *All verdens tall. Tallenes kulturhistorie II.* Oslo: Pax Forlag A/S.

Johannesen, Aa., Paulsen & Slaatto E. (1961). *Nå regner vi (Folkeskolens regnebok) 3. skoleår*. Oslo: H Aschehoug & Co (William Nygaard).

Katz, V. J., (2009). *A History of Mathematics. An Introduction. Third Edition.* Boston: Pearson Education. University of The District of Columbia.

Kaufmann, O. T. (2010). *Elevenes første mote med multiplikasjon på småskoletrinnet.* En sosiokulturell tilnærming til appropriering av multiplikasjon i klasserommet. Doktoravhandling. Kristiansand: Universitetet i Agder.

Kerchensteiner, G. (1912). *Begriff der Arbeitssschule.* Leipzig: Verlag von B. G. Taubner.

Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (Red.) (2001). *ADDING IT UP, Helping children learning mathematics.* National Research Council. Washington, DC: National Academy Press.

Kongelf, T. R. (2011). *What caractericesthe heuristic approaches in mathematics textbooks used in lower secondary schools in Norway? Nordisk Matematikkdidaktikk, 16* (4), 5-44

KUD (1922a). *Normalplanen for landsfolkeskolen (N22L)*. Kirke- og undervisnings-departementet. Kristiania: J. M. Stenersens forlag.

KUD (1922b). *Normalplan for byfolkeskolen (N22B).* Kirke- og undervisnings-departementet. Kristiania: J. M. Stenersens forlag.

KUD (1962). *Normalplan for byfolkeskolen (N39b).* (KUD, 1962). Kirke- og undervisnings-departementet. Oslo: H Aschehoug & Co (W. Nygaard).

KUD (1947). *Normalplan for landsfolkeskolen (N39a).* (KUD 1947). Kirke- og undervisnings-departementet. Oslo: H Aschehoug & Co (W. Nygaard).

KUD (1960). *Læreplan for forsøk med 9-årig grunnskole.* (KUD 1960). Forsøksrådet. Kirke- og undervisnings-departementet. Oslo: H Aschehoug & Co (W. Nygaard).

KUD (1971). *Mønsterplan for grunnskolen, midlertidig utgave 1971 (M 71)*. Kirke- og undervisningsdepartementet. Oslo: Aschehoug.

KUD (1974). *Mønsterplan for grunnskolen (M74.).* Kirke- og undervisningsdepartementet. Oslo: Aschehoug.

KUD (1985). *Mønsterplan for grunnskolen – Revidert og midlertidig utgave 1985 (M85).* Kirke- og undervisningsdepartementet. Oslo: Aschehoug.

KUD (1987). *Mønsterplan for grunnskolen (M87).* Kirke- og undervisningsdepartementet. Oslo: Aschehoug.

KUF (1996). *Læreplanverket for den 10-årige skolen (L97)*. Det kongelige kirke-, utdannings- og forskningsdepartement. Oslo: KUF.

Kunnskapsdepartementet i 2011. http://www.regjeringen.no/nb/dep/kd/ Dokumenter / Andre dokumenter / Brev / Utvalgte brev / Brev om fag- og timefordeling i Kunnskapsløftet gjeldende for grunnskolen fra august 2008

Kühnel, J. (1927). *Methodik des Rechenunterrichts.* Ansbach: Prögel.

Lauvås, P. & Handal, G. (1990) *Veiledning og praktisk yrkesteori.* Oslo: J. W. Cappelens forlag.

Løvlie, L. (1974). Pedagogisk filosofi for praktiserende lærere. *Pedagogen, 22*(1), 19-36.

McCutcheon, G. (1982). *Textbook use in a central Ohio elementary school.* Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, New York.

Merzbach, U. C., & Boyer, C. B. (2011). *A history of mathematics* (3rd ed.). Hoboken, NJ: Wiley.

Norsk Biografisk Leksikon (NBL). (1983). Oslo: Aschehoug Forlag.

Ostad, S. A. (1992). Fra det konkrete til det symbolske. I: *Matematikklæring og matematikkvansker – en artikkelsamling.* Oslo: Universitetet i Oslo. Institutt for spesialpedagogikk, 1997.

Reinhardtsen, J. (2012). *The introduction of Algebra. Comparative studies of textbooks in Finland, Norway, Sweden and USA.* Hovedfagsoppgave. Kristiansand: Universitetet i Agder.

Ribsskog, B. (1935). *Regning.* Oslo: Gyldendal Norsk Forlag.

Ringdal, K. (2007). *Enhet og mangfold.* Samfunnsvitenskapelig forskning og kvantitativ metode. 2. utgave. Bergen: Fagbokforlaget-

Robitaille, D. F. & Travers, K. J. (1992). International studies of achievement in mathematics. I D. A. Grouws (Red.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (s. 687-709). New York: Macmillan.

Schou, J., Jess, K.., Hansen, H.C. & Skott, J. (2013). *Matematikk for lærestuderende. Tal, algebra og funktioner, 4. – 10. klasse.* Gylling, Danmark: Narayana Press.

Schulstad, O. (1942). *Undervisningslære.* Oslo: J. W. Cappelens forlag.

Schulstad, O. & Visund, S. (1951). *Regnebok Hefte 1, 1., 2. og 3. skoleår*. Oslo: J W Cappelens forlag.

Shen, K., Crossley, J. N. & Lun, A. W.-C. (1999). *Nine Chapters on the mathematical art: Companion and commentary.* Oxford: Oxford University Press.

Sherin, B. & Fuson, K. (2005). Multiplication strategies and the appropriation of computational resources. *Journal for Research in Mathematics Education, 36,* 347 395

Shulman, L. S. (1986).Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher, 15* (2), 4-14

Smestad, B. (2002). *Matematikkhistorie i grunnskolens lærebøker: en kritisk vurdering.* Alta: Høyskolen i Finnmark.

Smith, D. E. (2008). *Number stories of long ago*. Tennessee: Merchant Books.

Sohr R. (1941). *Regnebok 3. skoleår*. Oslo: Fabritius & sønners forlag.

Sosniak, L. A. & Stodolsky, S. S. (1993). Teachers and textbooks: Materials use in four fourth-grade classrooms. *The Elementary School Journal, 93*(3), 249-275.

Stodolsky, S. S. (1989). Is teaching really by the book? In P. W. Jackson & S. Haroutunian-Gordon (Red.), *From Socrates to software: The teacher as text and the text as teacher* (s. 159-184). Chicago: University of Chicago Press.

Store Norske Leksikon: http://snl.no/romertall (28. april 2014)

The Concise Oxford Dictionary of Mathematics (fourth edition). (2009, s.305). OXFORD: University Press.

Thorvaldsen, S. (2002). *Matematisk kulturhistorie*. Tromsø: Eureka Forlag.

Utdanningsdirektoratet (2006). *Læreplanverket for Kunnskapsløftet (K06).* Utdanningsdirektoratet. Oslo: Udir.

Venheim, R., Olstorpe, K. & Skoogh, L. (1998a). *Regnereisen 3A*. Oslo: H Aschehoug & Co (William Nygaard).

Venheim, R., Olstorpe, K & Skoogh, L. (1998b). *Regnereisen 3B*. Oslo: H Aschehoug & Co (William Nygaard).

Venheim, R., Olstorpe, K. & Skoogh, L. (1999a). *Regnereisen 4A*. Oslo: H Aschehoug & Co / William Nygaard.

Venheim, R., Olstorpe, K. & Skoogh, L. (1999b). *Regnereisen 4B*. Oslo: H Aschehoug & Co / William Nygaard.

Verschaffel, L. & de Corte, E. (1996). *Number and arithmetic*. I A. Bishop (red.), *International handbook of mathematics education* (s. 99-137). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Vedlegg 1:

Plan: N-22

Forfatter: Hoversholm (1925).

Trinn: 3

Sidetall her angir første av to sider (side 40 = sidene 40+41)

	Tekst	**Semitekst**	**Ren talloppgave**			**Figur i Kap 4**	**Oppg nr.**
side	Må finne ut reknearten sjølv	Mangler multiplika-sjonstegn	Også de med nemning				
			ensifra	tosifra	tresifra		
2	2						
4	12	8	10	26			
6	22		4	5			
8	9		13	18		**4.1**	**92**
10	1	10	32	21			
12	2	5	5	17			
14		32		10			
16		8		16			
18	3			14	1		
20	8	4		11	6	**4.2**	**53**
22	2			9			
24	3	8		28	6	**4.4**	**30..**
26	1	5		3	1		
28	7	8		1	5	**4.3**	**29**
30	10			7	9		
32	30		64	20	3		
SUM	**112**	**88**	**128**	**206**	**31**		
		SUM →	**365**				

Plan: N-39
Forfatter: Sohr (1941)
Trinn: 3
Sidetall her angir første av to sider (side 40 = sidene 40+41)

	Tekst	**Semitekst**	**Ren talloppgave**			**Figur i Kap 4**	**Oppg nr.**
side	Må finne ut reknearten sjølv	Mangler multiplika-sjonstegn	Også de med nemning				
			ensifra	tosifra	tresifra		
10							
16	2		36	4			
18			69	29			
20	9		74	16			
26	5						
28	14					**4.5**	**12**
30	9						
32	4		26	4			
34			12				
36	1		45	45			
38	6			30			
40				102		**4.6**	**Eks**
42	6						
44	1						
48	7						
50	1			10	34		
52					66		
56	19				30		
60	5						
64	2				4		
66	1			58			
68	1			120			
70				24			
72	3						
74			59	13			
88					96	**4.7,8**	**A,3..6**
90	1				42		
94				5	7		
98				6	42		
102	4						
104	13						
108	8			4	8		
110				9	10		
SUM	**118**		**321**	**479**	**339**		
		SUM →	**1139**				

Plan: N-39

Forfatter: Schulstad (1951)

Trinn: 3

Sidetall her angir første av to sider (side 40 = sidene 40+41)

	Tekst	**Semitekst**	**Ren talloppgave**			**Figur i Kap 4**	**Oppg nr.**
side	Må finne ut reknearten sjølv	Mangler multiplika-sjonstegn	Også de med nemning				
			ensifra	tosifra	tresifra		
64	26	16	4			**4.10**	**15**
66	9	56	6	2			
68	7	32		68			
74	3	19					
76	1				82		
78	32	6		10	108		
80	22			92		**4.11**	**105**
82	35					**4.9**	**9**
88				8			
90	12			12	16		
92	5			16	16		
94	5				16	**4.12**	**144**
SUM	**157**	**129**	**10**	**208**	**238**		
		SUM→	**456**				

Plan: N-39
Forfatter: Johannesen (1961)
Trinn: 3
Sidetall her angir første av to sider (side 40 = sidene 40+41)

	Tekst	**Semitekst**	**Ren talloppgave**				**Figur i Kap 4 eller 3.3**	**Oppg nr.**
side	Må finne ut reknearten sjølv	Mangler multiplika-sjonstegn	Også de med nemning					
			ensifra	tosifra	tresifra	fire		
10			18	2				
12	17		38	4				
14	12		76	14			**4.13**	**59..**
16	7		73	107	8			
18	3			15*				
20	4		4	172				
22			72	8				
36			16**	16**	16			
38			5	14	56			
40				55		8	**4.14**	**241..**
42	15			36	20			
44	6							
46	2							
50	5				24			
54	2			1	11			
56				8	10		**4.15**	**365..**
60	4			12	6			
64					8			
66	14							
68	6							
70	10		35	5				
72	10			40				
74	8			31	15	6		
76	4			1	11			
78	8			1	9		**3.1**	**4**
80	1				3			
SUM	**138**		**337**	**542**	**197**	**14**		
		SUM→	**1090**					

*: Side 18 er blank og **: s. 36 er også blank

Plan: M74

Forfatter: Gjerdrum (1981)

Trinn: 3A (må sees sammen med 3B)

Sidetall her angir første av to sider (side 40 = sidene 40+41)

	Tekst	**Semitekst**	**Ren talloppgave**			**Figur i Kap 4**	**Oppg nr.**
side	Må finne ut reknearten sjølv	Mangler multiplika-sjonstegn	Også de med nemning				
			ensifra	tosifra	tresifra		
18			35	2		**4.16**	**U.**
20			93	5			
22			42				
24			55	2			
26			15				
28			20				
30			43	6			
32	1		19	2			
34			31	1			
36			43	6			
38	1		8				
40			46	8			
42	1		19	2			
44			36	2			
46			43	7			
48	1			8			
50				51			
52				15			
			26	3			
SUM	**4**		**574**	**120**			
		SUM →	**694**				

Plan: M74

Forfatter: Gjerdrum (1981)

Trinn: 3B (må sees sammen med 3A)

Sidetall her angir første av to sider (side 40 = sidene 40+41)

	Tekst	**Semitekst**	**Ren talloppgave**			**Figur i Kap 4**	**Opgg nr.**
side	Må finne ut reknearten sjølv	Mangler multiplika-sjonstegn	Også de med nemning				
			ensifra	tosifra	tresifra		
4		6					
32			48	3			
38			3				
40			9				
42			14	2			
44			31	2			
46			8				
50	2		21	1			
60			13	20			
62			14	42			
64				23			
66				30		**4.17**	**U**
68				38			
70				5			
86			23	11			
88				48	4		
SUM	**2**	**6**	**184**	**225**	**4**		
		SUM →	**413**				

Plan: M87

Forfatter: Garmannslund (1984)

Trinn: 3

Sidetall her angir første av to sider (side 40 = sidene 40+41)

	Tekst	Semitekst	Ren talloppgave			Figur i Kap 4	Oppg nr.
side	Må finne ut reknearten sjølv	Mangler multiplikasjonstegn	Også de med nemning				
			ensifra	tosifra	tresifra		
8	5		108			**4.18**	**5**
14			68				
16			24				
20		8	4				
22		6	41				
24			72				
42			96				
62		8					
64		9	18				
66		6	104	6			
68		4	55	5			
70		3	37	3			
72			9	1			
74			20	40			
86	9			24		**4.19**	**175..**
92			40				
100			56	4			
110			30				
SUM	**14**	**44**	**782**	**83**			
	SUM →		**865**				

Plan: M87

Forfatter: Haanes (1992)

Trinn: 3A (må sees sammen med 3B)

Sidetall her angir første av to sider (side 40 = sidene 40+41)

	Tekst	**Semitekst**	**Ren talloppgave**			**Figur i Kap 4 eller 3.3**	**Oppg nr.**
			Også de med nemning				
side	Må finne ut reknearten sjølv	Mangler multiplika-sjonstegn	ensifra	tosifra	tresifra		
14			8	2			
16			24	4			
26			12				
42			47	3			
52			11	1			
58		14	2			**3.2**	**s. 59**
60		9	1				
62			49	5			
64	3		39	7			
66	12						
72			18				
74	1						
80	4		16				
94	15					**4.22**	**29..**
96			60	4		**4.20**	**50..**
116			44	2			
128			11	1			
132			18				
140	3						
148			17	3			
152			18				
164			15	5			
172			30	33			
178			48	8			
186	2						
SUM	**40**	**23**	**488**	**78**			
		SUM →	**566**				

Plan: M87
Forfatter: Haanes (….)
Trinn: 3B (må sees sammen med 3A)

Sidetall her angir første av to sider (side 40 = sidene 40+41)

side	Tekst	Semitekst	Ren talloppgave				Figur i Kap 4	Oppg nr.
	Må finne ut reknearten sjølv	Mangler multiplika-sjonstegn	Også de med nemning					
			ensifra	tosifra	tre	fire		
4			29	5				
10			12					
12			59	4				
14		19						
16			29	4				
18	3							
24			31	3				
26			29	5				
34			9					
36			92	6				
38	1							
44			31	3				
52			93	5				
60			32	2				
62					7			
64			32	17	14			
68				4	13			
76			32	2	4			
80				6	11			
88			32	2				
92				13	14			
96			32	2				
104			17	1				
106			32	4	14	1		
108				4	13			
116			32	2	6	11	**4.21**	**275..**
120			32	2	6	11		
130			32	2	4	3		
132					10	7		
134			23					
146		4						
164			61	3				
172		2						
174			38	6				
SUM	**4**	**25**	**841**	**107**	**116**	**33**		
	SUM →		**1097**					

Plan: L-97

Forfatter: Venheim (1998)

Trinn: 3A (må sees sammen med 3B)

Sidetall her angir første av to sider (side 40 = sidene 40+41)

	Tekst	**Semitekst**	**Ren talloppgave**			**Figur i Kap 4**	**Oppg nr.**
side	Må finne ut reknearten sjølv	Mangler multiplika-sjonstegn	Også de med nemning				
			ensifra	tosifra	tresifra		
98			11				
100			8				
102			25				
104			34				
106			39				
108		7 (108)	1				
110			52				
112	3 (Per)		12				
114			23				
116			6	21			
118			81	19			
SUM	**3**	**7**	**292**	**40**			
		SUM →	**332**				

Plan: L-97

Forfatter: Venheim (1998)

Trinn: 3B (må sees sammen med 3A)

Sidetall her angir første av to sider (side 40 = sidene 40+41)

	Tekst	**Semitekst**	**Ren talloppgave**			**Figur i Kap 4**	**Oppg nr.**
side	Må finne ut reknearten sjølv	Mangler multiplika-sjonstegn	Også de med nemning				
			ensifra	tosifra	tresifra		
68			30	3			
70		5	19	2			
72			19				
74			8				
76	2 (Jarl)		29	19			
78			5	5			
80			45	5			
82			96	19			
84			20	10			
92		3 (blomst)					
96			9	1			
108			9	1			
112			9	1			
114			9	1			
SUM	**2**	**8**	**307**	**57**			
3A	**3**	**7**	**292**	**40**			
		SUM →	**364**				
		3A	**332**				
SUM3	**5**	**15**	**599**	**97**			
	20		**696**				
	716						

Plan: L-97

Forfatter: Venheim (1999a)

Trinn: 4A (må sees sammen med 4B)

Sidetall her angir første av to sider (side 40 = sidene 40+41)

	Tekst	**Semitekst**	**Ren talloppgave**			**Figur i Kap 4**	**Oppg nr.**
side	Må finne ut reknearten sjølv	Mangler multiplika-sjonstegn	Også de med nemning				
			ensifra	tosifra	tresifra		
8	5		9				
10			25	7			
32			20				
44	2						
46	1		67	5			
48			51	4			
50			36	1			
52			53	4			
58	6						
60			29	2			
62			23				
64			19	1			
68	3		46	12			
72			28	2			
76	3						
80			26	50	8	**4.23**	**61**
88			29	15			
92			18	2			
104	10		34	2			
108			37	3			
112			3				
SUM	**30**		**553**	**110**	**8**		
		SUM →	**671**				

Plan: L-97
Forfatter: Venheim (1999)
Trinn: 4B (må sees sammen med 4A)
Sidetall her angir første av to sider (side 40 = sidene 40+41)

	Tekst	**Semitekst**	**Ren talloppgave**			**Figur i Kap 4 og 3.3**	**Oppg nr.**
side	Må finne ut reknearten sjølv	Mangler multiplika-sjonstegn	Også de med nemning				
			ensifra	tosifra	tresifra		
6			23	1			
8			9				
14	1		7	1			
16			23	3			
22			58	2			
24	3						
26			54	3		**3.3**	**100**
28			42	4			
30			28	27			
32	1		24	1			
90	2						
94	3		29	17			
96	3		12	20		**4.24**	**48**
100	1		26	13		**4.25**	**A,67..**
102	1			17			
106	1		16				
108				6			
116	12						
SUM	**28**		**351**	**115**			
4A	**30**		**553**	**110**	**8**		
		SUM →	**466**				
		SUM 4B →	**671**				
SUM4	58		904	225	8		
	58		1137				
	1195						

Plan: K06

Forfatter: Alseth (2011)

Trinn: 3A (må sees sammen med 3B)

Sidetall her angir første av to sider (side 40 = sidene 40+41)

	Tekst	**Semitekst**	**Ren talloppgave**			**Figur i Kap 4**	**Oppg nr.**
side	Må finne ut reknearten sjølv	Mangler multiplika-sjonstegn	Også de med nemning				
			ensifra	tosifra	tresifra		
96			6				
98			19				
100			24				
102			10				
104			17				
106			8				
SUM			**84**				

Plan: K06

Forfatter: Alseth (2011)

Trinn: 3B (må sees sammen med 3A)

Sidetall her angir første av to sider (side 40 = sidene 40+41)

	Tekst	**Semitekst**	**Ren talloppgave**			**Figur i Kap 4**	**Oppg nr.**
side	Må finne ut reknearten sjølv	Mangler multiplikasjonstegn	Også de med nemning				
			ensifra	tosifra	tresifra		
78	6						
80			6				
82			18	8			
84	5						
86			19	2			
88			13	1			
90			19	2			
92			32	1			
94				19			
96			12				
98			26	2			
100			38	7			
112	1						
SUM	**12**		**183**	**42**			
3A			**84**				
		SUM →	**225**				
		SUM 3A →	**84**				
SUM3	**12**		**267**	**42**			
	12		**309**				
	321						

Plan: K06

Forfatter: Alseth (2011)

Trinn: 4A (må sees sammen med 4B)

Sidetall her angir første av to sider (side 40 = sidene 40+41)

	Tekst	**Semitekst**	**Ren talloppgave**			**Figur i Kap 4**	**Oppg nr.**
side	Må finne ut reknearten sjølv	Mangler multiplika-sjonstegn	Også de med nemning				
			ensifra	tosifra	tresifra		
88	1						
90	12		9				
92			41				
94			9				
96			32	4			
98			32	4			
100			9				
102			3	3			
108			3	27			
110			27	1			
112			11	6			
SUM	**13**		**176**	**45**			
		SUM →	**221**				

Plan: K06

Forfatter: Alseth (2006)

Trinn: 4B (må sees sammen med 4A)

Sidetall her angir første av to sider (side 40 = sidene 40+41)

	Tekst	**Semitekst**	**Ren talloppgave**				**Figur i Kap 4**	**Oppg nr.**
side	Må finne ut reknearten sjølv	Mangler multiplika-sjonstegn	Også de med nemning					
			ensifra	tosifra	tre	fire		
12	**3**							
14	**10**							
18	**9**							
20	**8**							
24			**10**	**8**				
28	**9**		**7**	**1**				
30	**11**		**16**					
34			**36**	**42**	**6**			
36			**16**	**5**				
38			**11**	**1**				
40			**4**	**8**	**6**	**7**	**4.27,28**	**29,31**
42	**3**							
44			**14**	**4**				
46	**1**		**12**					
104			**6**					
106	**35**						**4.26**	**32,33**
110			**47**	**5**				
112			**6**					
114	**6**							
SUM	**95**		**185**	**74**	**12**	**7**		
4A	**13**		**176**	**45**				
		SUM →	**278**					
		SUM 4A →	**221**					
SUM4	**108**		**361**	**119**	**12**	**7**		
	108		**499**					
	607							

Vedlegg 2:

Plan : N22

Bok: Hoversholm (1925)

Trinn: 3 Hefte 37s

side	Ren talloppgave						
	Og de med nemning						
	en x en	to x en	to x to	tre x en	tre x to	tre x tre	fire..
4	10	26					
6	4	5					
8	13	18					
10	32	21					
12	5	16	1				
14		10					
16		15	1				
18		14		1			
20		11		6			
22		1	8				
24		5	23	6			
26			3	1			
28			1		4		1
30			7		9		
32	64	16	4	3			
SUM	**128**	**158**	**48**	**17**	**13**		**1**
SUM		**206**		**30**			
SUM	**365**						

Plan : N39

Bok: Sohr (1941)

Trinn: 3 117 s.

side	Ren talloppgave						
	Og de med nemning						
	en x en	to x en	to x to	tre x en	tre x to	tre x tre	fire..
10							
16	36	4					
18	69	29					
20	74	16					
32	26	4					
34	12						
36	45	45					
38		30					
40		102					
50		10		34			
52				66			
56				30			
64				4			
66		16	42				
68		16	104				
70			24				
74	59	13					
88					96		
90					42		
94		5		4	3		
98			6	6	36		
108			4		8		
110		4	5	10			
SUM	**321**	**294**	**185**	**154**	**185**		
SUM		**479**		**339**			
SUM	**1139**						wow!

Plan : N39

Bok: Schulstad (1951)

Trinn: 3 s. 52 – 96 45 s for 3. trinn

side	Ren talloppgave						
	Og de med nemning						
	en x en	to x en	to x to	tre x en	tre x to	tre x tre	fire..
64	4						
66	6	2					
68		68					
76		10		82			
78				108			
80			92				
88		8					
90		12		16			
92			16		16		
94					16		
SUM	**10**	**100**	**108**	**206**	**32**		
SUM		**208**		**238**			
SUM	**456**						

Plan : N39
Bok: Johannesen (1961)

Trinn: 3 85 s Kap 5 (37 – 43) algoritme s. 41

side	Ren talloppgave						
	Og de med nemning						
	en x en	to x en	to x to	tre x en	tre x to	tre x tre	fire..
10	18	2					
12	38	4					
14	76	14					
16	73	106	1	8			
18		15*					
20	4	164	8				
22	72	8					
36	16**	16**		16**			
38	5	14		40	16		
40		14	41				8
42			36	20			
44							
50				24			
54		1		11			
56			8		10		
60			12	6			
64					8		
66							
68							
70	35	5					
72		40					
74			31	6	9		6
76		1		11			
78			1	3	6		
80				2	1		
SUM	**337**	**404**	**138**	**147**	**50**		**14**
SUM		**542**		**197**			
SUM	**1090**						

*: Side 18 er blank og **: s. 36 er også blank

Plan : M74

Bok: Gjerdrum (1981)

Trinn: 3A (må sees sammen med 3B) 85 s utfylling

side	Ren talloppgave						
	Og de med nemning						
	en x en	to x en	to x to	tre x en	tre x to	tre x tre	fire..
18	35	2					
20	93	5					
22	42						
24	55	2					
26	15						
28	20						
30	43	6					
32	19	2					
34	31	1					
36	43	6					
38	8						
40	46	8					
42	19	2					
44	36	2					
46	43	7					
48		8					
50		46	5				
52		13	2				
80	26	3					
SUM	**574**	**113**	**7**				
SUM		**120**					
SUM	**694**						

Plan : M74

Bok: Gjerdrum (1981)

Trinn: 3B (må sees sammen med 3A) 93 s

side	Ren talloppgave						
	Og de med nemning						
	en x en	to x en	to x to	tre x en	tre x to	tre x tre	fire..
32	48	3					
38	3						
40	9						
42	14	2					
44	31	2					
46	8						
50	21	1					
60	13	20					
62	14	42					
64		23					
66		30					
68		38					
70		5					
86	23	9	2				
88		48		4			
SUM	**184**	**223**	**2**	**4**			
SUM		**225**		**4**			
SUM	**413**						

Plan : M87

Bok: Garmannslund (1984)

Trinn: 3 117 s Kap 2 = gonging

side	Ren talloppgave						
	Og de med nemning						
	en x en	to x en	to x to	tre x en	tre x to	tre x tre	fire..
8	108						
14	68						
16	24						
20	4						
22	41						
24	72						
42	96						
64	18						
66	104	6					
68	55	5					
70	37	3					
72	9	1					
74	20	40					
86		24					
92	40						
100	56	4					
110	30						
SUM	**782**	**83**					
SUM	**782**	**83**					
SUM	**865**						

Plan : M87

Bok: Haanes (1992)

Trinn: 3A (må sees sammen med 3B) 193 s

side	Ren talloppgave						
	Og de med nemning						
	en x en	to x en	to x to	tre x en	tre x to	tre x tre	fire..
14	8	2					
16	24	4					
26	12						
42	47	3					
52	11	1					
58	2						
60	1						
62	49	5					
64	39	7					
72	18						
80	16						
96	60	4					
116	44	2					
128	11	1					
132	18						
148	17	3					
152	18						
164	15	5					
172	30	33					
178	48	8					
SUM	**488**	**78**					
SUM	**488**	**78**					
SUM	**566**						

Plan : M87

Bok: Haanes (1990)

Trinn: 3B (må sees sammen med 3A) 209 s

side	Ren talloppgave						
	Og de med nemning						
	en x en	to x en	to x to	tre x en	tre x to	tre x tre	fire..
4	29	5					
10	12						
12	59	4					
16	29	4					
24	31	3					
26	29	5					
34	9						
36	92	6					
44	31	3					
52	93	5					
60	32	2					
62				7			
64	32	17		14			
68		4		13			
76	32	2		4			
80		6		11			
88	32	2					
92		13		14			
96	32	2					
104	17	1					
106	32	4		14			1
108		4		13			
116	32	2		6			11
120	32	2		6			11
130	32	2		4			3
132				10			7
134	23						
164	61	3					
174	38	6					
SUM	**841**	**107**		**116**			**33**
SUM	**841**	**107**		**116**			**33**
SUM	**1097**						

Plan : L97

Bok: Venheim (1998), …

Trinn: 3A (må sees sammen med 3B)   125 s

side	Ren talloppgave						
	Og de med nemning						
	en x en	to x en	to x to	tre x en	tre x to	tre x tre	fire..
98	11						
100	8						
102	25						
104	34						
106	39						
108	1						
110	52						
112	12						
114	23						
116	6	21					
118	81	19					
SUM	**292**	**40**					
SUM		**332**					
		alle 40					
		10•					

Plan : L97

Bok: Venheim (1998), …

Trinn: 3B (må sees sammen med 3A) 125 s

side	Ren talloppgave						
	Og de med nemning						
	en x en	to x en	to x to	tre x en	tre x to	tre x tre	fire..
68	30	3					
70	19	2					
72	19						
74	8						
76	29	19					
78	5	5					
80	45	5					
82	96	19					
84	20	10					
92							
94							
96	9	1					
108	9	1					
112	9	1					
114	9	1					
SUM	**307**	**57**					
SUM		**364**					
3A		**332**					
I alt:		**696**					

Plan : L97

Bok: Venheim (1999), …

Trinn: 4A (må sees sammen med 4B) 125 s

side	Ren talloppgave						
	Og de med nemning						
	en x en	to x en	to x to	tre x en	tre x to	tre x tre	fire..
8	9						
10	25	7					
32	20						
44							
46	67	5					
48	51	4					
50	36	1					
52	53	4					
58							
60	29	2					
62	23						
64	19	1					
68	46	12					
72	28	2					
76							
80	26	50		8			
88	29	14	1				
92	18	2					
104	34	2					
108	37	3					
112	3						
SUM	**553**	**109**	**1**	**8**			
SUM	**553**	**110**		**8**			
SUM	**671**						

Plan : L97

Bok: Venheim (1999), …

Trinn: 4B (må sees sammen med 4A) 125 s

side	Ren talloppgave						
	Og de med nemning						
	en x en	to x en	to x to	tre x en	tre x to	tre x tre	fire..
6	23	1					
8	9						
14	7	1					
16	23	3					
22	58	2					
24							
26	54	3					
28	42	4					
30	28	27					
32	24	1					
90							
94	29	17					
96	12	20					
100	26	13					
102		17					
106	16						
108		6					
116							
SUM	**351**	**115**					
4A	**553**	**109**	**1**	**8**			
SUM	**466**						
4A	**671**						
SUM4	**1137**						

Plan : K06

Bok: Alseth (2011)

Trinn: 3A (må sees sammen med 3B) 125 s

side	Ren talloppgave						
	Og de med nemning						
	en x en	to x en	to x to	tre x en	tre x to	tre x tre	fire..
96	6						
98	19						
100	24						
102	10						
104	17						
106	8						
SUM	**84**						

Plan : K06

Bok: Alseth (2011)

Trinn: 3B (må sees sammen med 3A) 128 s s. 78-101 + 113

side	Ren talloppgave Og de med nemning						
	en x en	to x en	to x to	tre x en	tre x to	tre x tre	fire..
80	6						
82	18	8					
86	19	2					
88	13	1					
90	19	2					
92	32	1					
94		19					
96	12						
98	26	2					
100	38	7					
SUM	**183**	**42**					
SUM	**225**						

Plan : K06

Bok: Alseth (2011)

Trinn: 4A (må sees sammen med 4B) 128 s

side	Ren talloppgave						
	Og de med nemning						
	en x en	to x en	to x to	tre x en	tre x to	tre x tre	fire..
88							
90	9						
92	41						
94	9						
96	32	4					
98	32	4					
100	9						
102	3	3					
108	3	21	6				
110	27	1					
112	11	6					
SUM	**176**	**39**	**6**				
SUM	**176**	**45**					
SUM	**221**						

Plan : K06

Bok: Alseth (2006)

Trinn: 4B (må sees sammen med 4A) 128 s

side	Ren talloppgave Og de med nemning						
	en x en	to x en	to x to	tre x en	tre x to	tre x tre	fire..
12							
14							
18							
20							
24	**10**	**7**	**1**				
28	**7**	**1**					
30	**16**						
34	**36**	**39**	**3**	**6**			
36	**16**	**5**		**8**			
38	**11**	**1**					
40	**4**	**3**	**5**	**1**		**5**	**7**
42							
44	**14**	**4**					
46	**12**						
104	**6**						
106							
108	**47**	**5**					
112	**6**						
114							
SUM	**185**	**65**	**9**	**7**		**5**	**7**
4A	**176**	**39**	**6**				
SUM	**185**	**74**		**12**			**7**
3B	**176**	**45**					
SUM	**278**						
3B	**221**						
SUM4	**499**						

Vedlegg 3:

Utvalgte figurene i kap 4.1

Figur nr.	Bok	Plan	Forfatter	Figurene omhandler							
				Algoritme	Forklaring	Tekstoppg.	Semitekst	Ensifrede tall	Tosifrede tall	Tresifrede tall	Firesifrede tall
4.1	Regnebok 3. hefte	N22	Hoversholm			X					
4.2	Regnebok 3. hefte	N22	Hoversholm				X				
4.3	Regnebok 3. hefte	N22	Hoversholm						X	X	X
4.4	Regnebok 3. hefte	N22	Hoversholm	X					X		
4.5	Regnebok 3. skoleår	N39	Sohr			X					
4.6	Regnebok 3. skoleår	N39	Sohr		X				X		
4.7	Regnebok 3. skoleår	N39	Sohr	X						X	
4.8	Regnebok 3. skoleår	N39	Sohr							X	
4.9	Regnebok Hefte 1	N39	Schulstad			X					
4.10	Regnebok Hefte 1	N39	Schulstad				X				
4.11	Regnebok Hefte 1	N39	Schulstad	X					X		
4.12	Regnebok Hefte 1	N39	Schulstad							X	
4.13	Nå regner vi 3. sk.år	N39	Johannesen			X					
4.14	Nå regner vi 3. sk.år	N39	Johannesen	X	X				X		
4.15	Nå regner vi 3. sk.år	N39	Johannesen						X	X	
4.16	Jeg regner 3a	M74	Gjerdrum					X			
4.17	Jeg regner 3b	M74	Gjerdrum	X	X				X		
4.18	Matteboka 3. klasse	M87	Garmannslund					X			
4.19	Matteboka 3. klasse	M87	Garmannslund			X					
4.20	Pluss Grunnbok 3A	M87	Haanes					X			
4.21	Pluss Grunnbok 3B	M87	Haanes							X	X
4.22	Pluss Grunnbok 3A	M87	Haanes			X					
4.23	Regnereisen 4A	L97	Venheim							X	
4.24	Regnereisen 4B	L97	Venheim			X					
4.25	Regnereisen 4B	L97	Venheim	X	X				X		
4.26	Multi 4b	K06	Alseth			X					
4.27	Multi 4b	K06	Alseth					X	X	X	
4.28	Multi 4b	K06	Alseth						X	X	X

Vedlegg 4:

Hvilken multiplikasjonsalgoritme er å foretrekke?

•	101	102	103	104	105	106	107	108	109
101	10201	10302	10403	10504	10605	10706	10807	10908	11009
102	10302	10404	10506	10608	10710	10812	10914	11016	11118
103	10403	10506	10609	10712	10815	10918	11021	11124	11227
104	10504	10608	10712	10816	10920	11024	11128	11232	11336
105	10605	10710	10815	10920	11025	11130	11235	11340	11445
106	10706	10812	10918	11024	11130	11236	11342	11448	11554
107	10807	10914	11021	11128	11235	11342	11449	11556	11663
108	10908	11016	11124	11232	11340	11448	11556	11664	11772
109	11009	11118	11227	11336	11445	11554	11663	11772	11881

PRIMTALL	PRODUKTET AV ENERNE I DE TO FAKTORENE	SUMMEN AV ENERNE I DE TO FAKTORENE	KVADRATTALL