Universitetet i Stavanger

DET HUMANISTISKE FAKULTET

MASTEROPPGAVE

Studieprogram: Master i matematikkdidaktikk	Vårsemesteret, 2014 Åpen
Forfatter: Kristin Ims	……………………………………… (signatur forfatter)

Veileder: Arne Jakobsen

Tittel på masteroppgaven: Tilpasset opplæring til evnerike elever i matematikk

Engelsk tittel: Adapted education for gifted students in mathematics

Emneord: Evnerike elever, akselerasjon, berikelse, differensiert læreplan, tilpasset opplæring, problemløsning, rike matematikkoppgaver.	Sidetall: 68 + vedlegg/annet: 84 Stavanger, 13.05.2014

Forord

Etter tre år i allmennlærerutdanningen valgte jeg høsten 2012 å starte på masterstudiet ”Master i matematikkdidaktikk” ved Universitetet i Stavanger. Nå, to år senere, fullfører jeg lærerutdanningen med en masteroppgave. I løpet av mine fem år som student har jeg lært utrolig mye, og til høsten er det min tur til å gå ut i jobb.

Når jeg skulle velge et tema for masteroppgaven, syntes jeg at det var viktig å velge et tema som jeg kunne lære noe nytt av. Et tema som vil være relevant for meg som lærer i grunnskolen. Valget falt dermed på de evnerike elevene i matematikk. Gjennom arbeidet med denne oppgaven har jeg lært mye om disse elevene. Jeg har lært hvordan man kan oppdage dem i klasserommet og hvilke strategier man kan ta i bruk for å tilrettelegge undervisningen for dem. Denne kunnskapen vil være til stor hjelp for meg som matematikklærer.

Jeg vil med dette takke skolen jeg fikk lov til å observere på. Takk til lærerne som ga meg undervisningstimer til å utføre prosjektet, og takk til de positive elevene som stilte opp. Til sist, og ikke minst vil jeg takke veilederen min Arne Jakobsen. Takk for gode veiledningstimer og raske svar på mailer, du har vært til stor hjelp.

Kristin Ims
Universitetet i Stavanger
13.05.2014

Sammendrag

Temaet for denne oppgaven har vært ”Tilpasset opplæring for evnerike elever i matematikk”. Jeg har med utgangspunkt i dette temaet undersøkt hvordan en evnerik elev har arbeidet med rike matematikkoppgaver, og i hvilken grad man kan bruke denne oppgavetypen for å tilrettelegge undervisningen for disse elevene. Forskningsspørsmålet har dermed vært:

Hvordan arbeider evnerike elever med rike matematikkoppgaver og i hvilken grad er denne oppgavetypen hensiktsmessig for å tilrettelegge undervisningen til disse elevene?

For å finne svar på forskningsspørsmålet har jeg utført en kvalitativ forskningsstudie. Forskningens design har vært en casestudie, og dataene er hentet fra intervju og observasjon. Prosjektet ble utført i en klasse hvor en av elevene kan karakteriseres som en evnerik elev. Hele klassen deltok i prosjektet ettersom jeg ønsket å undersøke hvordan den evnerike eleven arbeidet med oppgavene i forhold til de andre elevene i klassen.

Funnene mine viser at man med stor fordel kan bruke rike matematikkoppgaver for å tilrettelegge undervisningen for evnerike elever i matematikk. De rike matematikkoppgavene er laget slik at elevene kan arbeide med dem ut fra sine egne forutsetninger (Hagland, Hedrén, & Taflin, 2005). Gjennom arbeidet med problemene får disse elevene mulighet til å vise sitt engasjement for matematikk samt mulighet til å bruke sine kreative evner. De får muligheter til å utfordre seg selv. Noe veiledning fra en lærer vil de kanskje trenge – men ikke mer enn hva læreren har tid til. Flere av oppgavene er også bygget på tidligere lært kunnskap, og elevene får dermed mulighet til å overføre denne kunnskapen til nye situasjoner. Derimot kan det være nyttig at disse elevene har erfaringer med å arbeide med problemløsningsoppgaver. For å kunne undersøke og utforske problemene må elevene ha erfaring med at et problem kan ha flere løsninger, og at man kan bruke ulike metoder for å komme frem til disse løsningene. Matematikk skal være et fag hvor man kan utforske og diskutere, og ikke et fag hvor man bare fokuserer på hva som er ”rett” og ”galt”.

Innholdsfortegnelse

1 Innledning

”Uansett om vi kaller dem evnerike eller ikke, finnes det slike elever ved hver eneste skole, i hvert klasserom – elever som klarer mye mer enn det de blir bedt om å gjøre i dag” (Idsøe, 2014, avsn. 4).

Evnerike elever i skolen er et tema som har fått større fokus i media den siste tiden. I februar 2013 var det en stor artikkelserie om disse elevene i Stavanger Aftenblad som fikk mye oppmerksomhet. Her kunne man blant annet lese om skolesjefen som mente at spesialundervisning ikke var en løsning for de flinke, og om faren for at de smarte elevene blir skoletapere (Ueland, 2013a, 2013b). Senest i februar 2014 ble det også utgitt en artikkel i Aftenposten om disse elevene, elevene som er for smarte for den norske skolen (Aasheim, 2014). Av alle artiklene som har blitt skrevet rundt dette temaet har jeg enda ikke lest en artikkel om en skole i Norge som har mestret en tilrettelagt undervisning for disse elevene. Manglende kunnskap om evnerike elever samt elever som ikke får tilstrekkelige utfordringer i skolen er dessverre gjennomgående. Til tross for opplæringslovens § 1-3 om tilpasset opplæring for alle elever og § 5-1 om retten til spesialundervisning, ser det ikke ut til at de evnerike elevene får den opplæringen de har rett på (Skogen & Idsøe, 2011). Skogen og Idsøe (2011) hevder at en av årsakene til dette kan være en misoppfatning om at de evnerike elevene klarer seg best på egenhånd, og at de verken trenger hjelp eller støtte. Videre understreker de at en slik misoppfatning sannsynligvis skyldes uvitenhet og kan føre til uheldige konsekvenser for de elevene det gjelder (Skogen & Idsøe, 2011).

Som lærere trenger vi mer kunnskap om de evnerike elevene. Vi må vite hva vi kan gjøre for å tilpasse undervisningen til disse elevene slik at de kan få mulighet til å utvikle evnene sine. Målet med denne oppgaven er dermed å undersøke hvordan man kan tilpasse undervisningen til disse elevene i matematikk. Gjennom et casestudie skal jeg undersøke hvordan en evnerik elev arbeider med rike matematikkoppgaver, og om disse oppgavene utfordrer og tilrettelegger undervisningen til denne eleven.

1.1 Oppgavens relevans

I mars 2014 fikk vi gjennom tv-programmet "Vårt lille land" bli kjent med 10år gamle Are. Are er en smart gutt som i utgangspunktet liker matematikkfaget, men han opplever at matematikkundervisningen er for lett. Foreldrene til Are ønsket at sønnen deres skulle få en undervisning tilpasset til hans evner og behov, og de forlangte dermed en bedre undervisning til sønnen. Det hele endte med at foreldrene ble meldt til barnevernet (Helskog & Fondenes, 2014).

Historien om Are er et skrekkelig eksempel på manglende tilrettelegging av undervisningen i matematikk. Den er et eksempel på at lærere trenger mer kunnskaper om *hvordan* man kan tilrettelegge undervisningen for disse elevene. I løpet av mine fem år i lærerutdannelsen har jeg lært hvordan undervisningen skal tilpasses til ulike elever. Det har vært undervisning og litteratur i forhold til matematikkvansker og elever som strever i matematikk, men hvor ble det av de evnerike elevene? Litteratur og undervisning om disse elevene har vært fraværene.

Det finnes få norske studier om evnerike elever i matematikk. Med unntak av et par masteroppgaver og en bok av Grønmo, Jahr, Skogen, og Wistedt (2014) finnes den norske litteraturen om disse barna stort sett innen spesialpedagogikk. Det er behov for mer forskning rundt disse elevene i matematikk. Både nyutdannede og erfarne lærere har behov for å vite hvilke matematiske aktiviteter som er hensiktsmessige for disse elevene.

1.2 Studiens formål og forskningsspørsmål

Undervisningen i matematikk er ofte lagt på et nivå tilpasset gjennomsnittselevene eller lavere, og for de evnerike elevene kan dette oppleves problematisk. De har behov for et høyere tempo og raskere progresjon i læringen (Skogen & Idsøe, 2011).Det vil derfor være nødvendig å finne metoder for hvordan man kan tilrettelegge undervisningen for de evnerike elevene i klasserommet. Ved å gi elevene oppgaver innen deres proksimale utviklingssone vil de med stor sannsynlighet trenge mer oppfølging og veiledning enn hva læreren har tid til å gi dem (Haarr, 2012). Med utgangspunkt i dette forskningsresultatet ønsker jeg dermed å undersøke om bruk av rike matematikkoppgaver kan tilpasse undervisningen til disse elevene. Oppgavens forskningsspørsmål er:

Hvordan arbeider evnerike elever med rike matematikkoppgaver og i hvilken grad er denne oppgavetypen hensiktsmessig for å tilrettelegge undervisningen til disse elevene?

1.3 Oppgavens struktur

Oppgaven er delt inn i seks ulike kapittel, hvor det første kapittelet innleder oppgaven med dens relevans, formål og forskningsspørsmål. I kapittel 2 vil relevant teori bli belyst. Det vil være teori i forhold til de evnerike elevene, tilpasset opplæring samt problemløsning. Videre i kapittel 3 vil ulike metodiske valg bli presentert, før jeg i kapittel 4 vil analysere mine data hentet fra observasjon, intervju og oppgaveanalyser. Mine funn vil diskuteres i kapittel 5, og i kapittel 6 vil det være en avslutning med oppgavens konklusjon, pedagogiske implikasjoner og tanker i forhold til videre forskning.

2 Teoretisk innramming

Tilpasset opplæring til de evnerike elevene har utviklet seg til å bli et viktig tema i skolen. Selv om den norske litteraturen innen dette emnet er begrenset, blir det mer for hver år som går. Det skrives nye bøker og opptil flere masteroppgaver i året. I denne delen av oppgaven vil de ulike begrepene som blir brukt i forskningsspørsmålet bli definert og diskutert. Selv om teorien i denne oppgaven er knyttet til evnerike elever, vil deler av teorien også kunne brukes i forhold til andre elever.

2.1 Evnerike elever

2.1.1 Evnerik, begavet eller talentfull?

Det brukes ulike begrep om de flinkeste elevene på skolen. Noen betegner dem evnerike eller begavet, andre betegner dem som talentfulle. Finnes det så noen forskjell i bruken av de ulike begrepene? Mönks, Ypenburg, Jahr, og Ystenes (2008) påpeker at noen bruker begavelse og talent synonymt, mens andre hevder at det finnes en forskjell mellom begrepene. Mönks, et al. (2008) presenterer videre tre ulike tolkninger av begrepene. I den første tolkningen brukes begavelse dersom en person har evner på intellektuelle områder, og talent dersom personen har evner innen kunst, idrett, musikk og lignende. I den andre tolkningen brukes begavelse dersom en person har evner på flere områder, og talent dersom personen har evner på bare ett område. I den siste tolkningen brukes intelligenstester for å definere om en person er begavet eller talentfull. En person betegnes da som begavet dersom han skårer i topp 10% blant sine jevnaldrende. Dersom man skårer rett under topp 10% er man talentfull (Mönks, et al., 2008).

Den amerikanske forskeren Joseph Renzulli understreker i en av sine artikler at han bruker ”giftedness” som et adjektiv istedenfor et substantiv (Renzulli, 2005). ”Giftedness” som et substantiv definerer personen, men bruker man det som et adjektiv kan det beskrive personens atferd. Han ønsker med dette ikke å fokuserer på ”de evnerike”, men hvordan man kan utvikle evnerik og begavet atferd.

Det er med andre ord ingen enighet i betydningen av de tre begrepene. Ifølge Mönks, et al. (2008) brukes ordene synonymt med hverandre i den internasjonale litteraturen. Ettersom det er mindre litteratur rundt dette temaet i Norge, er det uvisst hvilken betydning som brukes.

Det kan virke som om forskere her til lands også bruker begrepene synonymt. I en pedagogisk ordbok av Bø og Helle (2013) kan man finne forklaringer på de tre ulike begrepene. Under *talent* finner man forklaringen "høy medfødt begavelse" (Bø & Helle, 2013, s. 305). Videre kan man slå opp ordboken på *begavede barn* hvor det står "se evnerike barn" (Bø & Helle, 2013, s. 35). Under *evnerike barn* finner man en forklaring som også skal gjelde for de begavede og talentfulle: "fellesbetegnelsen på den gruppen barn som utmerker seg ved høy intellektuell begavelse og/eller gode skoleprestasjoner i forhold til det normale for alderstrinnet" (Bø & Helle, 2013, s. 72).

Det viktigste er ikke hvilket begrep man bruker om disse barna, eller hvordan man velger å definere dem. Det viktigste er at de får den oppmerksomheten, støtten og hjelpen de trenger. I denne oppgaven brukes begrepet evnerike elever, et begrep som refererer til de begavede, talentfulle og sterke elevene. Valget falt på evnerik, fordi evner er noe som kan utvikles. De flinkeste elevene i klassen kan bli enda flinkere dersom de få en undervisning tilpasset til deres forutsetninger.

2.1.2 Definisjoner

Gjennom tidene har mennesker utviklet ulik forståelse av hva det vil si å være evnerik, og dermed har det blitt utviklet flere definisjoner. Hany referert i Mönks, et al. (2008) viser blant annet til over hundre ulike definisjoner som har vært i bruk samtidig.

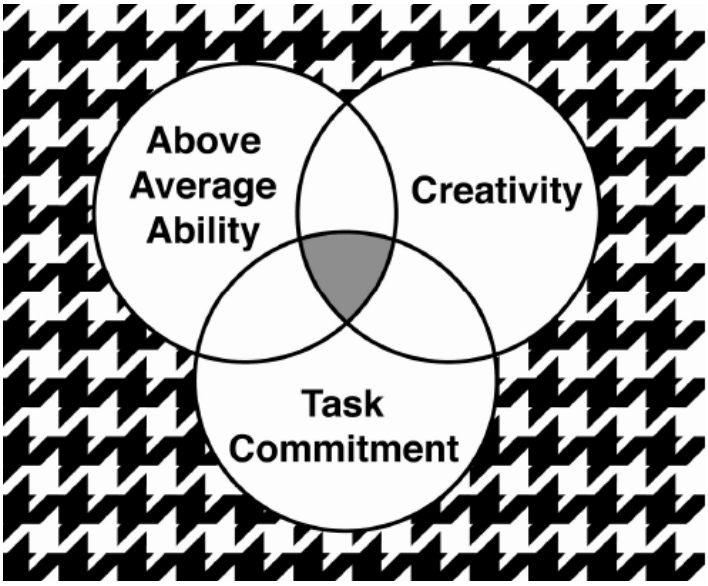
Det mest grunnleggende kjennetegnet ved evnerike personer er deres intelligens. Evnerike mennesker har en høyere kognitiv intelligens en sine jevnaldrende (Skogen & Idsøe, 2011). Lewis M. Terman (1877-1956) referert i Mönks, et al. (2008) konkluderte med følgende etter å ha forsket på evnerike personer i over tretti år: "En intelligenskvotient (IQ) oppnådd som barn (i hans forskning var nedre grensen en IQ på 135), vil ikke endre seg i løpet av livet" (Mönks, et al., 2008, s. 23). Terman fortsatte forskningen sin, og oppdaget etter hvert at personene i forskningsgruppen også hadde en sterk motivasjon og gjennomføringsevne i tillegg til å være intelligente. To år før hans død konkluderte han med at et mål på intelligens ikke var tilstrekkelig for å forklare hvorfor noen mennesker er høytpresterende. Dette forskningsresultatet ble også støttet av Renzulli (1998) som påpekte at selv om man vet en persons IQ, kjenner man ikke til personens intelligensnivå. Gjennom egen forskning har Renzulli (1998) funnet frem til to ulike måter man kan være begavet, disse har han valgt å kalle ”schoolhouse giftedness” og ”creative productive giftedness”. Han understreker at de ulike måtene er like viktige, og at man vanligvis kan finne et samspill mellom dem. Den første, ”schoolhouse giftedness”, går ut på å prestere bra på tester og kvantifiserbare vurderinger samt ha evner til å lære i undervisningssammenhenger (Renzulli, 1998, 2005). Begavelsen kan lettest testes ved et mål på IQ, fordi flere studier viser en positiv korrelasjon mellom IQ skår og karakterer på skolen (Renzulli, 1998). Derimot kan man ifølge Renzulli (1998) ikke konkludere med at dette er den eneste faktoren som påvirker hvordan en elev presterer på skolen. Den andre måten å være begavet på, ”creative productive giftedness”, representerer et produktorientert syn for menneskelig aktivitet, hvor utvikling av originale ideer og løsninger står sentralt (Renzulli, 2005). Personer som viser denne type begavelse kan kjennetegnes ved at de handler ut fra egne oppfatninger og kunnskaper samt lagrer kunnskap for sin egen skyld. De foretrekker induktive arbeidsmetoder og arbeid med reelle problem (Renzulli, 2005). Videre definerer Renzulli (1978) begavelse som et samspill mellom tre ulike egenskaper: over gjennomsnittlige evner, oppgaveengasjement og kreativitet (egen oversettelse). Han utviklet denne operasjonelle definisjonen på begavelse med et ønske om at den skulle kunne brukes innen alle områder.

Ifølge Skogen og Idsøe (2011) ble evner sett på som en medfødt egenskap eller som et personlighetstrekk frem til 1980. Nyere forskning har tatt avstand fra dette synspunktet. Man vet nå at evner er noe som kan utvikles (Pettersson, Wistedt, & Goveia, 2013). Man har også tatt avstand fra å kun bruke resultater fra intelligenstester for å definere om en person har evner eller ikke. Intelligens er som tidligere nevnt ikke nok alene. Nyere definisjoner velger dermed å fokusere på personens evner og potensial i forhold til sine jevnaldrende. På skolen kan evnene ses i sammenheng med elevens behov for ekstra ressurser. Dersom elevens behov ikke blir tilfredsstilt i undervisningen som blir gitt i klasserommet, kan dette være et tegn på at eleven presterer på et høyere nivå enn sine jevnaldrende (Goodhew, 2009). Skogen og Idsøe (2011) skriver at:

> Det er ofte vanlig å definere evnerike barn som de 5% som er mest evnerike på ett alderstrinn. Det betyr at for hvert 20. barn, så er det sannsynligvis én som kan betraktes som evnerik utifra denne definisjonen. Dette betyr at i en vanlig klasse i en gjennomsnittlig skole er det sannsynligvis ikke mer enn ett til to evnerike barn. (s. 85)

2.1.3 Forklaringsmodell: ”Tree-Ring Conception of Giftedness”

Som nevnt ovenfor definerer Renzulli (1978) begavelse som en sammensetning av tre ulike egenskaper; over gjennomsnittlige evner, oppgaveengasjement og kreativitet (egen oversettelse). Definisjonen presenteres i en modell med navn ”Tree-Ring Conception of Giftedness” (Renzulli, 1998).



Figur 1. ”Tree Ring Conception of Giftedness” av Renzulli (1998).

Den første egenskapen, over gjennomsnittlige evner, kan defineres på to ulike måter; som generelle evner og som spesifikke evner. De generelle evnene, er evnene som er anvendbare i flere situasjoner. Det er blant annet evnen til å bearbeide informasjon, evnen til å bruke kunnskaper og erfaringer i nye situasjoner samt evnen til å kunne ordlegge seg. Spesifikke evner, er evner som ikke kan brukes i flere situasjoner. Det er spesialiserte evner som kan brukes innen ett bestemt område. Eksempel på slike evner kan være innen kunst, idrett og spesialiserte fagområder som kjemi. En felles egenskap ved disse evnene, er at de alle er vanskelige å måle (Renzulli, 1998).

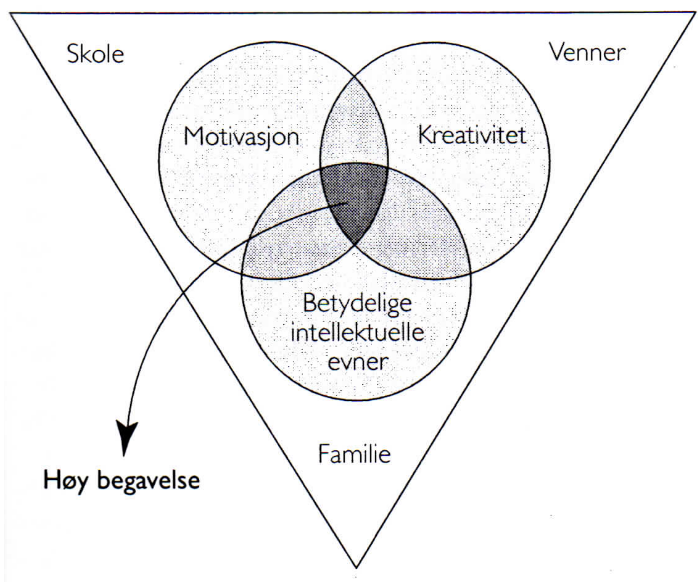
Oppgaveengasjement kan knyttes til en persons motivasjonen til å løse ett problem eller få til noe. Selv om denne egenskapen ikke har nær sammenheng med intellektualitet, har den likevel vist seg til å være en viktig del av begavet atferd. Det er evnen til å holde fokus og utholdenhet, evnen til hardt arbeid og troen på at man kan utføre arbeidet/løse problemet (Renzulli, 1978, 1998).

Den siste egenskapen, kreativitet, beskriver Renzulli (1998) som et samlebegrep av ulike faktorer som kjennetegnes ved de begavede. Han beskriver at ordene *gifted, genius* og *highly creative persons* ofte blir brukt synonymt i litteraturen. Å ha oppfinnsomhet samt en originalitet i tenkning og tilnærming til problem er to eksempler på kreativitet (Renzulli, 2005).

Renzulli (1978) understreker at de tre egenskapene er like viktige. En eller to av egenskapene er ikke nok til for å vise begavet atferd, man må ha alle tre. Det er samspillet mellom de tre egenskapene og dermed snittet mellom sirklene som angir hvor høyt begavet personen er (se figur 1). Hver enkelt egenskap spiller dermed en viktig rolle i utvikling av begavelse (Renzulli, 1998, 2005).

2.1.4 Forklaringsmodell: "Flerfaktormodellen"

Inspirert av Renzulli har Mönks, et al. (2008) utviklet flerefaktormodellen, en modell for høy begavelse. Modellen definerer begavelse som en sammensetning av tre ulike egenskaper: betydelige intellektuelle evner, kreativitet og motivasjon. Det som skiller flerfaktormodellen fra "Tree-Ring Conception of Giftedness" er en inkludering av tre sosiale faktorer: familien, skolen og vennekretsen (evt. jevnaldrende). Mönks, et al. (2008) legger vekt på at mennesket er et sosialt vesen og at sosiale miljøet rundt dem hjelper dem til å realisere evnene.



Figur 2. "Flerfaktormodellen" av Mönks, et al. (2008).

Flerfaktormodellen består av to triader, den første triaden er de tre egenskapene, og den andre triaden er de tre sosiale faktorene. Mönks, et al. (2008) påpeker at modellen egentlig burde fremstilles tredimensjonalt, ettersom alle faktorene påvirker hverandre. Dersom en person har en sammensetning av disse tre egenskapene, og det sosiale miljøet bidrar til å utvikle personens evner, kan man snakke om høy begavelse (Mönks, et al., 2008). Man har da et positivt samspill mellom alle faktorene.

2.1.5 Karakteristikk

Hvordan skiller en evnerik elev seg fra de andre elevene? Hvordan oppfører eleven seg i klasserommet? Hvilke egenskaper har eleven? Selv om alle mennesker er forskjellige, er det mulig å finne noe karakteristikk som går igjen ved de evnerike elevene. En vanlig oppfatning av en evnerik elev i skolen er at det er den smarte eleven, den som trives godt, oppfører seg fint, har flere venner og får gode karakterer. En slags "ideal elev" (Skogen & Idsøe, 2011). Dette er derimot ikke tilfellet for alle. De evnerike elevene har ofte en uvanlig energi og nysgjerrighet som kan føre til "forstyrrelser" i klasserommet. Dette ved å stille utallige spørsmål samt nekte å gjøre oppgaver eller utføre aktiviteter som kan virke kjedelige (Skogen & Idsøe, 2011).

I litteraturen om de evnerike barna kan man finne flere ulike lister med karakteristikk og kjennetegn på dem i skolesammenheng. Distin (2006) skriver at de evnerike elevene mestrer ny kunnskap raskere enn gjennomsnittseleven, og at de klarer å løse ulike problem med en rask mental prosess. Med denne egenskapen synes de ofte at problemløsning er spennende, og de blir tilfreds når de klarer å finne mer effektive måter å løse ulike problem på (Distin, 2006). Forskning viser også at de evnerike elevene har en ekstrem hukommelse og evner til å se mer avanserte sammenhenger. De er kreative og språklig avanserte (Goodhew, 2009; Skogen & Idsøe, 2011). Innen det sosiale aspektet foretrekker de evnerike elevene som regel å være sammen med eldre elever eller voksne (Goodhew, 2009). Ettersom elevene er mer kognitivt utviklet enn sine jevnaldrende, vil de ifølge Tunnicliffe (2010) ha behov for å bli sosialt integrert med elever med like evner for å redusere følelsen av isolasjon.

Tunnicliffe (2010) er en av flere forskere som beskriver hva som karakteriserer de evnerike elevene i klasserommet. Egenskapene han beskriver kan knyttes til Schoenfeld (1992) beskrivelse av en god problemløser i matematikkfaget (se punk 2.4). Elevene har mye kunnskap, de forstår kunnskapen og kan overføre den til nye situasjoner. Ved løsning av ulike problem kan de bruke lengre tid på å planlegge, men de kommer frem til løsningen raskere enn jevnaldrende. Løsningen de kommer frem til er som regel kortere og mer abstrakt. De evnerike elevene har også evne til å overvåke sin egen tankeprosess i oppgaveløsningen (Tunnicliffe, 2010).

Betts og Neihart (1988) har utviklet en modell for ulike "typer" evnerike elever men hensyn til deres atferd, følelser og behov. Modellen består av seks ulike profiler av evnerike elever. Denne modellen ble utviklet med et ønske om å øke bevisstheten rundt temaet og som en guide for å identifisere ulike evnerike elever. Betts og Neihart (1988) understreker at modellen ble utviklet som et teoretisk konsept og ikke som en evigvarende klassifiseringsmodell. En elev kan ikke defineres innen en profil, ettersom atferd, følelser og behov endrer seg med alder. De seks ulike profilene er: den vellykkede, den utfordrende, den skjulte, den som dropper ut, den dobbelteksepsjonelle og den autonome (Betts & Neihart, 1988; Skogen & Idsøe, 2011)

Den vellykkede er eleven som har lært seg hvordan systemet fungerer. Eleven vet hva som er god oppførsel, følger med i timene og presterer bra på skolen. Ifølge Betts og Neihart (1988) utgjør denne gruppen ca. 90% av alle identifiserte evnerike elever i skolen fordi de er den letteste gruppen å identifisere. Elevene har et positivt selvbilde og er godt likt av jevnaldrende og voksne. Derimot kan de ofte kjede seg på skolen. Dette kan føre til at de lærer seg å bruke systemet slik at de kan komme gjennom skolegangen ved å bruke minst mulig energi (Betts & Neihart, 1988; Skogen & Idsøe, 2011).

Den utfordrende er eleven som ikke har lært seg hvordan systemet fungerer, og dermed ikke klarer å bruke det til egen fordel. Eleven har høy grad av kreativitet, men kan oppleves utfordrende i klasserommet ved at han stadig havner i konflikt med læreren. På skolen kan disse elevene oppleve at evnene deres ikke blir anerkjent, som ofte fører til at de strever med sin egen selvtillit (Betts & Neihart, 1988).

Den skjulte er eleven som skjuler evnene sine for å være mer lik sine jevnaldrende. Denne gruppen består som regel av jenter som ønsker "å passe inn". De føler seg ofte usikre og engstelige (Betts & Neihart, 1988).

Den som dropper ut er eleven som ofte er sint og frustrert. Eleven er sint på seg selv og foreldrene fordi han føler seg avvist av systemet. Fordi systemet ikke har oppdaget hans evner og behov. Eleven kan uttrykke sinnet ved å være tilbaketrukket og deprimert eller ved utagering. Denne gruppen elever blir sjelden identifisert før videregående skole (Betts & Neihart, 1988; Skogen & Idsøe, 2011).

Den dobbelteksepsjonelle er eleven som har et handikap eller lærevansker. På grunn av elevens svakheter blir han sjelden identifisert som evnerik, og enda sjeldnere får han en tilpasset undervisning knyttet til disse evnene (Betts & Neihart, 1988).

Den autonome er eleven som har lært seg å arbeide effektivt på skolen på lik linje med den vellykkede. Forskjellen mellom den autonome og den vellykkede er at den autonome bruker systemet til å skape nye muligheter for seg selv. Eleven bruker tid på skolearbeidet, er selvstendig, godt likt og har et positivt selvbilde (Betts & Neihart, 1988).

Som lærer kan det være utfordrende å skille mellom hvilke elever som er flinke og hvilke elever som er evnerike. Selv om en flink elev og en evnerik elev kan prestere like bra på tester i skolesammenheng, vil det være flere forskjeller mellom den. Den flinke eleven vil for eksempel arbeide mye hardere for å oppnå de gode resultatene i forhold til den evnerike. Szabos referert i Skogen og Idsøe (2011) har utviklet en modell som skiller mellom elever som presterer bra på skolen og evnerike elever:

Tabell 1 hentet fra Skogen og Idsøe (2011, s. 96).

Flinke elever	**Evnerike elever**
Kan svarene	Stiller spørsmålene
Er interesserte	Er ekstremt nysgjerrige
Arbeider hardt	Beskjeftiger seg meg andre ting og klarer seg godt
Svarer på spørsmålene	Stiller spørsmålene
Befinner seg i toppen av klassen	Er forut for klassen
Lytter med interesse	Viser sterke holdninger og synspunkter
Lærer lett	Kan det allerede
Har det fine med jevnaldrende	Foretrekker voksne
Er mottagelige	Er intense
Kopierer nøyaktig	Skaper nytt

Liker å gå på skole	Liker å lære
Mottar informasjon	Bearbeider informasjon
Er teknikere	Er oppfinnere
Liker logisk oppbygget læring	Trives med kompleksitet
Er bevisste	Er ivrig observerende
Er tilfredse med egen læring	Er meget selvkritiske

2.1.6 Underprestering

Underprestering blant evnerike elever er ofte en av konsekvensene dersom undervisningen ikke blir tilpasset til deres forutsetninger (Pettersson, et al., 2013). Selv om underprestering ikke er et fokus i denne oppgaven, er det likevel et tema som er viktig å kjenne til.

> Når det gjelder underytere, fremgår det tydelig hvor viktig det er å imøtekomme de begavede elevers lærebehov. Underytere er elever med skoleprestasjoner som ligger langt under det nivået som forventes ut fra intelligensen og kreativiteten deres. Det er et stort misforhold mellom evnene deres og det de yter. (Mönks, et al., 2008, s. 69).

Det finnes flere grunner til underprestering blant evnerike elever. Det kan være fordi undervisningstimene ikke er tilrettelagt for dem, fordi lærerne ikke forstår dem eller fordi de jevnaldrende holder dem tilbake (George & Gilbert, 2011). Disse elevene kjennetegnes blant annet ved at de kjeder seg og har dårlig konsentrasjon. De har en negativ oppfatning av seg selv, skolen og lærerne (George & Gilbert, 2011; Mönks, et al., 2008). George og Gilbert (2011) påpeker at underpresterende elever kan være en ekstra utfordring for lærerne. Dette fordi disse elevene er vanskelige å identifisere ettersom de presterer under sitt potensiale. Elevens arbeid vil med andre ord ikke gi noen tegn på at eleven er evnerik.

2.2 Pedagogiske strategier

> I dag vet vi at det er en nær sammenheng mellom arv og miljø i all utvikling av talent. Naturligvis har vi ulikt potensial for ulike aktiviteter, men potensial må tas vare på og støttes for å utvikles. Det er mulig å utvikle evner! (Pettersson, et al., 2013, s. 10).

Ved å tilrettelegge undervisningen til de evnerike elevene i matematikk vil de få mulighet til å utvikle sine matematiske evner. Pettersson, et al. (2013) understreker at repetisjons- og rutineoppgaver ikke er nok for å utvikle en elevs matematiske evner. Å ha evner i matematikk er ikke én enkelt evne, men en sammensetning av flere evner. For å kunne utvikle de matematiske evnene må man dermed arbeide med ulike øvelser som dekker ulike områder av matematikken.

Med pedagogiske strategier vises det i denne sammenhengen til strategier som kan brukes i skolen for å støtte de evnerike barna. Erfaring viser at undervisningen i skolen ofte blir lagt til gjennomsnittseleven eller lavere. De svakeste elevene får tilbud om ekstraundervisning, men hva blir gjort i forhold til de evnerike elevene? Skogen og Idsøe (2011) understreker at de evnerike elevene har spesielle behov på lik linje med de svake elevene. Dersom de evnerike elevene skal kunne prestere i samsvar med sitt potensiale vil de ha behov for flere og mer tilpassede læringsaktiviteter (Skogen & Idsøe, 2011, s. 85). Denne påstanden støttes også av Mönks, et al. (2008) som skriver: ”fra flere undersøkelser vet vi at barn er i stand til mye mer når de stimuleres på riktig måte og gis anledning til å gjøre nye erfaringer”(s. 20). Dersom undervisningen kun blir tilrettelagt til eleven som lærer sakte og den evnerike eleven ikke får noen tilrettelagt undervisning, kan dette få flere negative konsekvenser. En slik undervisning kan føre til at eleven begynner å kjede seg, som videre kan føre til forstyrrende oppførsel, aggresjon og depresjon (Distin, 2006).

I litteraturen om evnerike barn i skolen diskuteres særlig to velkjente tilnærminger for tilrettelegging av opplæringen: akselerasjon og berikelse. Selv om akselerasjon og berikelse kan oppfattes som to ulike strategier, understreker Skogen og Idsøe (2011) at dette ikke er tilfellet: ”Etter vår mening er ikke akselerasjon og berikelse motsatte strategier. De kan brukes i kombinasjon fordi god akselerasjon inneholder berikelse, mens god berikelse er akselererende” (Skogen & Idsøe, 2011, s. 123). I tillegg til akselerasjon og berikelse er differensiert læreplan og segregering nevnt som to metoder for å tilpasse undervisningen for de evnerike elevene.

2.2.1 Akselerasjon

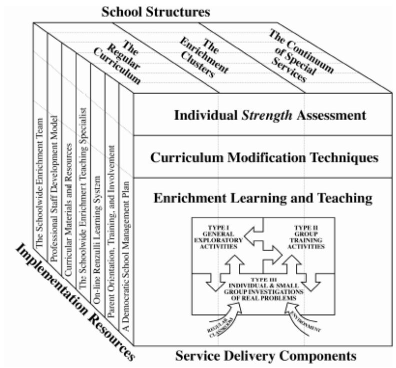
Akselerasjon, eller økt tempo, går ut på å føre en elev raskere gjennom det tradisjonelle pensumet (Mönks, et al., 2008; Skogen & Idsøe, 2011). Gjennom akselererende tiltak skal elevene få mulighet til å arbeide med lærestoffet i sitt eget tempo. Det finnes flere ulike former for akselerasjon, noen eksempler er tidligere skolestart, hoppe over klassetrinn og akselerasjon i enkelte fag (Mönks, et al., 2008; Pettersson, et al., 2013; Skogen & Idsøe, 2011). Skogen og Idsøe (2011) påpeker at akselerasjon er en hensiktsmessig metode ettersom elevens forutsetninger blir tilpasset læreplanens nivå og kompleksitet. Erfaring viser også at barn har behov for å være sammen med andre barn på samme utviklingstrinn (Goodhew, 2009). Gjennom akselerasjon får elevene mulighet til å samarbeide med elever på samme nivå, samt mulighet til å arbeide med et mer utfordrende pensum. Selv om denne metoden kan være hjelpsom for flere elever, påpeker Goodhew (2009) at metoden også har noen mindre positive konsekvenser. Selv om eleven har behov for undervisningsstoff som hører til et høyere alderstrinn, finnes det en fare for at eleven ikke har utviklet den samme emosjonelle og sosiale modenhet som klassekameratene (George & Gilbert, 2011; Goodhew, 2009; Mönks, et al., 2008; Skogen & Idsøe, 2011). Dersom dette er tilfellet kan det føre til at eleven føler seg isolert i klassen (Goodhew, 2009). Ifølge Mönks, et al. (2008) bør man da vurdere om eleven skal bli i klassen med de jevnaldrende elevene. Til syvende og sist er det læreren, fagfolk, foreldrene og eleven selv som skal avgjøre om akselerasjon er en passende pedagogisk strategi.

Pensumkomprimering er en form for akselerasjon utviklet av Renzulli, Smith og Reis for å differensiere læreplanen (Skogen & Idsøe, 2011). Ved å komprimere pensumet får de evnerike elevene arbeide seg raskere gjennom fagstoffet ved å eliminere gjennomgang av det de allerede mestrer (Mönks, et al., 2008; Skogen & Idsøe, 2011). Når elevene behersker et emne, kan de gå over til mer utfordrende oppgaver, eller undersøke andre emner som interesserer dem. Skogen og Idsøe (2011) mener at denne metoden er godt egnet i et inkluderende klasserom fordi lærerne får mulighet til å imøtekomme de evnerike elevenes behov ved å tilpasse undervisningens nivå og tempo.

2.2.2 Berikelse

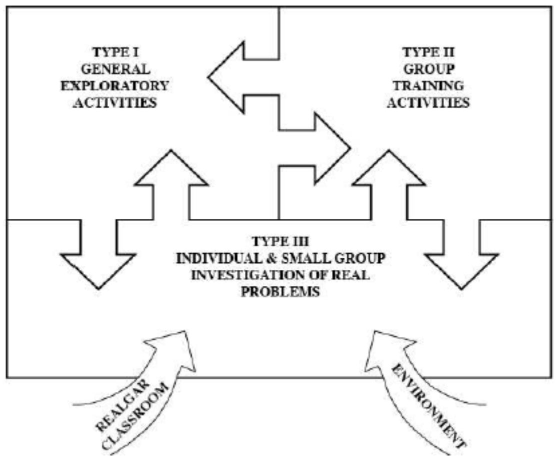
Berikelse går ut på å utvide eller utdype lærestoffet. Strategien tar spesielt hensyn til elevenes evner til å gjennomgå et større pensum i et raskere tempo enn jevnaldrende. Berikelse kan for eksempel være at elevene får arbeide med mer utfordrende oppgaver innen det samme emnet som resten av klassen arbeider med, eller at de får arbeide med noe som ikke hører til i skolens ordinære pensum (Pettersson, et al., 2013). Dersom eleven ønsker å fordype seg i et emne som ikke hører til skolens pensum vil det ifølge Skogen og Idsøe (2011) være nødvendig med en spesialist på emnet som skal kunne svare på elevens spørsmål. Eksempel på slike emner er astrologi og biologi, men det kan også være organiserte aktiviteter som sjakk og debatt (Skogen & Idsøe, 2011). Ved bruk av denne strategien er det viktig at lærestoffet som gis er relevant i forhold til elevens evner, interesser og behov (Mönks, et al., 2008).

The Schoolwide Enrichment Model (SEM) er en skolebasert berikelsesmodell utviklet av Reis og Renzulli (2010). Modellen er en kombinasjon to ulike modeller; Enrichment Triad Model (EMT) og Revolving Door Identification Model (RDIM). EMT er en berikelsesmodell utviklet av Renzulli og RDIM en modell utviklet for å identifisere begavede elever. EMT blir betraktet som kjernen i SEM, og modellen er bygget på Renzulli (1998) sin oppfatning av begavelse (se punkt 2.1.2 og 2.1.3). Det understrekes at modellen, på lik linje med Renzulli, fokuserer på begavet atferd istedenfor begavede personer.



Figur 3. ”The Schoolwide Enrichment Model” hentet fra Reis og Renzulli (2010, s. 146).

SEM ble utviklet med et ønske om å utvikle den kreativ produktive begavelsen i unge mennesker. Fordi den kreative produktive begavelsen lar elever arbeide og undersøke emner og problem som har personlig betydning for dem. Det første trinnet i SEM er identifisering av de evnerike elevene. Målet er å identifisere 10-15% av elevene som presterer høyest i sin aldersgruppe. Indentifiseringen skjer gjennom ulike tiltak: prestasjonsprøver, lærerens observasjoner samt vurdering av elevens potensial i forhold til kreativitet og oppgaveengasjement. Det brukes også alternative vurderinger som rapportering fra eleven selv og hans foreldre (Reis & Renzulli, 2010, s. 145). De elevene som oppnår høye resultater på prestasjonsprøvene vil automatisk bli valgt ut. Dette for å inkludere de elevene som underpresterer på skolen, ettersom disse elevene sannsynligvis ikke vil skåre høyt på kreativitet og oppgaveengasjement. Når elevene er identifisert brukes vurderingene av elevenes interesser og foretrukne læringsstiler til å utvikle en talent-portefølje. Deretter differensieres og komprimeres læreplanen for å unngå at eleven skal arbeide med allerede mestret kunnskap. Videre tilbys tre ulike typer berikelser av undervisningen. Reis og Renzulli (2010) påpeker at de ulike berikelsene kan tilbys til alle elevene, men at type tre berikelsen vanligvis er mer hensiktsmessig for elever som har høyere evner, interesser og oppgaveengasjement.



Figur 4. "Enrichment Triad Model" hentet fra Reis og Renzulli (2010, s. 143).

Type I-berikelse, "general exploratory activities", er laget slik at eleven skal få undersøke et bredt spekter av fagområder og tema som ikke dekkes av den ordinære læreplanen. Det skal oppdages nye interesseområder som kan lede eleven til type II- og type III- berikelse.

Type II-berikelse, "group training activities", skal fremme utviklingen av tanker og følelser. Denne berikelsen kan deles inn i en generell og en spesifikk versjon. Den generelle versjonen går ut på å utvikle elevenes kreative og kritiske tenkning samt ferdigheter innen problemløsning og kommunikasjon. Den spesielle delen kan ikke planlegges på forhånd, dette fordi den er knyttet til elevens valg av interesseområde.

Type III-berikelse, "individual & small group investigation of real problems", innebærer at eleven får utforske og undersøke interesseområdet på et høyere nivå. Eleven inntar en forskerrolle ved å ha kontroll over sitt eget arbeid. Reis og Renzulli (2010) viser til flere fordeler ved denne type berikelse; eleven får utvikle sitt oppgaveengasjement og sin selvtillit. De vil også oppleve en følelse av kreativ oppnåelse.

2.2.3 Differensiert læreplan

"Differentiation means making the whole curriculum accessible to all the individuals in ways that meet their learning needs" (George & Gilbert, 2011, s. 77). En differensiert læreplan er en læreplan tilpasset den enkelte eleven. For en evnerik elev kan en differensiert læreplan innebære at eleven får arbeide med andre typer oppgaver og aktiviteter enn sine jevnaldrende. Målet er at eleven skal få oppleve læring på lik linje med de andre elevene i klassen. I utforming av den differensierte læreplanen er det viktig at man tar hensyn til de evnerike elevers egenskaper. Man må ta hensyn til deres evne til å lære raskere, deres problemløsningsferdigheter og deres evne til å se sammenhenger samt arbeide med mer abstrakt matematikk (Skogen & Idsøe, 2011). George og Gilbert (2011) presenterer ulike kriterier for en differensiert læreplan. Disse innebærer at læreplanen skal bygge på elevenes oppnåelser, den skal gi utfordringer samt gi muligheter til mestring.

En differensiert læreplan er ofte løsningen dersom eleven skal få en tilpasset opplæring innen klassens rammer. Selv om differensiering kan føre til læring og utvikling hos den evnerike eleven, påpeker Hofset (1970) at metoden har noen begrensninger. For det første er det ofte opptil 25 elever i en klasse, men bare en lærer. I tillegg til å undervise, skal læreren ha tid til å hjelpe alle elevene. Det vil dermed ikke være mye tid til hver enkelt elev. Læreren får heller ingen praktisk opplæring i differensiering, og spesielt ikke for de evnerike elevene. Han må prøve og feile, og lære ut fra egen erfaring.

2.2.4 Segregering

Segregering handler om å gruppere barn etter deres evner. Dette kan for eksempel være i spesialskoler, spesialklasser og homogene grupper (Skogen & Idsøe, 2011). Segregering av de evnerike elevene i spesialskoler og spesialklasser er et pedagogisk tiltak som er lite bruk i Norge. Her arbeides det for en inkluderende skole, en skole som skal være for alle uansett forutsetninger (Skogen & Idsøe, 2011). Likevel viser forskning at evnerike barn har behov for å arbeide sammen med elever som har samme interesser som dem selv. De har behov for et utfordrende læringsmiljø (Skogen & Idsøe, 2011).

2.3 Tilpasset opplæring

Tilpasset opplæring innebærer at hver enkelt elev skal få en opplæring/undervisning tilpasset til deres behov. I Norge har vi en offentlig skole, en skole som skal være åpen for alle elever uansett bakgrunn, kjønn og evner. Elevene vil ha ulike forutsetninger for læring, og undervisningen må dermed tilpasses til de ulike forutsetningene man møter. Tilpasset opplæring er trolig et gammelt prinsipp, og ifølge Imsen (1998) er det grunn til å tro at det ble praktisert lenge før det ble skrevet ned i lovverk og læreplaner. Mønsterplanen fra 1974 var den første læreplanen som markerte dette prinsippet (Imsen, 1998). Her ble tilpasset opplæring beskrevet slik:

> Den enkelte elev skal ikke på noe trinn og på noe område bli holdt tilbake i sin utvikling og sin læring, og han skal heller ikke på noe trinn eller på noe område bli stilt overfor krav om tempo og innsats som ikke svarer til hans forutsetninger. (Imsen, 1998, s. 204).

Formuleringen viser til et fokus på både de svake og sterke elevene. De svakeste elevene må få en opplæring hvor de kan oppleve læring og mestring, samtidig som de sterkere elevene må få mulighet til å utvikle seg. I dagens læreplan, Kunnskapsløftet, blir prinsippet om tilpasset opplæring nevnt opptil flere ganger, og det er tydelig at dette er en av byggesteinene i den norske skolen. Under ”prinsipp for opplæringa” står det følgende om tilpasset opplæring:

> Alle elevar skal i arbeidet med faga få møte utfordringar som gir dei noko å strekkje seg mot, og som dei kan meistre på eiga hand eller saman med andre. Det gjeld også elevar med særlege vanskar eller særlege evner og talent på ulike område. Når elevar arbeider saman med vaksne og med kvarandre, kan mangfaldet av evner og talent vere med på å styrkje læringa og utviklinga både for fellesskapet og for den einskilde. (Utdanningsdirektoratet, 2014a).

”Prinsipp for opplæringa” er bygget på reglene som står skrevet i opplæringslova. § 1-3 i denne loven understreker at opplæringen skal tilpasses evner og forutsetninger hos hver enkelt elev. Dersom noen av elevene ikke får et tilfredsstillende utbytte av den undervisningen som gis, skal opplæringsloven § 5-1 sikre elevenes rett til spesialundervisning (Opplæringslova, 2014). Loven skal ikke bare gjelde elevene som strever i de ulike fagene, men også de evnerike elevene. Derimot har evnerike elever ikke *rett* på spesialundervisning. I tolkningen av opplæringsloven står det: ”Søknader om spesialundervisning fra elever som fordi de er særlig evnerike og derfor ikke får et tilfredsstillende utbytte av opplæringen, kan ikke innvilges” (Utdanningsdirektoratet, 2014b). Ifølge denne tolkningen har evnerike elever allerede et utbytte av opplæringen, og de har dermed ikke rett på dette tilbudet. Deres behov skal sikres gjennom prinsippet om tilpasset opplæring. Man kan med andre ord tilby spesialundervisning til evnerike elever, men disse elevene kan ikke kreve spesialundervisning.

Forskning viser at evnerike elevene som ikke får tilfredsstillende utbytte av undervisningen sjelden får den opplæringen de har rett på (Skogen & Idsøe, 2011). Som tidligere nevnt hevder Skogen og Idsøe (2011) at en av årsakene til dette ofte skyldes en misoppfatning om at de evnerike elevene klarer seg best på egenhånd, og at de ikke trenger hjelp eller støtte. Videre understreker de at en slik misoppfatning sannsynligvis skyldes uvitenhet og kan føre til uheldige konsekvenser for de elevene det gjelder. Ifølge Skogen og Idsøe (2011) eksisterer det fire viktige forutsetninger for en tilpasset opplæring; opplæringen må være tilpasset elevens faglige nivå, læringskapasitet, læringsstil og relasjonelle ferdigheter.

Å tilpasse opplæringen til elevens faglige nivå innebærer å bygge videre på elevens eksisterende kunnskaper. Som tidligere nevnt, legges ofte undervisningen opp til gjennomsnittseleven. En slik undervisning kan oppleves som kjedelig og uinteressant for en evnerik elev, fordi eleven sannsynligvis allerede har mestret det som jobbes med. Det er da viktig at den evnerike eleven får arbeide med noe mer utfordrende, som kan oppleves spennende og føre til læring.

Den andre forutsetningen, å tilpasse opplæringen til elevens læringskapasitet, innebærer at man tar hensyn til elevens muligheter til å lære. Som lærer er det viktig å vite at det finnes store forskjeller mellom elevenes læringskapasitet. Man må hjelpe elevene best mulig ut ifra deres potensiale.

Den tredje forutsetningen handler om å tilpasse opplæringen til elevens læringsstil. Elever lærer på ulike måter, og foretrekker ulike typer undervisningsaktiviteter. Etter hvert som man blir eldre lærer en seg bedre å kjenne, og man vil sannsynligvis finne ut hvilke metoder som egner seg best for å oppnå læring. Barn som ikke har funnet ut hvilke metoder som fungerer trenger støtte og hjelp av læreren.

Den siste forutsetningen innebærer at opplæringen skal tilpasses elevens relasjonelle ferdigheter. Skolen skal være for alle typer elever, den skal være inkluderende og ikke ekskluderende. Det er dermed viktig at den tilpassede opplæringen skal foregå i en inkluderende kontekst. Gjennom arbeidet på skolen skal elevene få erfaring med samarbeid og de skal få mulighet til å trene opp sine relasjonelle ferdigheter. De skal få erfaringer med å skape et sosialt liv.

2.4 Problemløsning

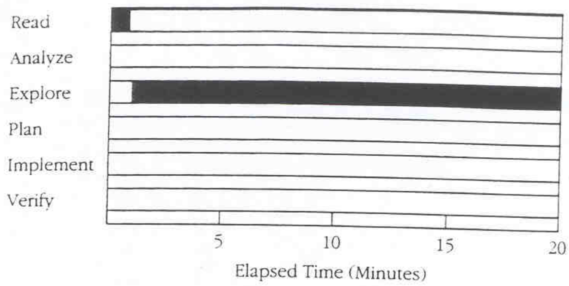
Et matematisk problem er en ukjent oppgave som man ikke umiddelbart vet løsningen på. Man har ikke en prosedyre lett tilgjengelig for å kunne løse problemet (Grevholm & Strømsnes, 2003; Mason & Davis, 1991). Om en oppgave er et problem eller ikke er med andre ord individrelatert, et problem for en person kan oppleves som en oppgave for en annen person. Hagland, et al. (2005) definerer en oppgave som et problem dersom det oppfyller tre krav. Det første kravet innebærer at personen må ha et ønske om å løse oppgaven. Dette kravet er også støttet av Mason og Davis (1991) som poengterer at problemet skal gå inn i personen, plage og motivere. Det neste kravet er nevnt ovenfor, nemlig at personen ikke skal ha en lett tilgjengelig metode for å løse oppgaven (Hagland, et al., 2005). En skal med andre ord bruke tid på å løse den. Det siste kravet innebærer at oppgaven skal kreve en anstrengelse av personen. Dersom man opplever at man ”sitter fast”, kan dette være en gyllen mulighet til å lære. Ved å ”komme seg løs” kan man lære noe om egen matematisk tenkning, og dermed vite hva man kan gjøre dersom man kommer i samme situasjon ved en senere anledning (Mason & Davis, 1991).

Hvorfor skal man bruke problemløsningsoppgaver i undervisningen? Hva er de positive sidene ved å bruke slike oppgaver? Breiteig og Venheim (2005) beskriver det slik: ”Problemløsning blir i enkelte sammenhenger sett på som en høyeste form for læring, for i en problemløsningsprosess må eleven kombinere tidligere lærte regler og kunnskaper for å nå frem til en løsning av en ny problemsituasjon” (s. 240). Ifølge Nordberg og Engstrand (1992, s. 16) finnes det flere grunner til å bruke problemløsningsoppgaver i matematikk:

- vi må lære elevene til å møte nye situasjoner
- vi må lokke frem skjulte ressurser hos elevene
- vi må unngå å låse fast løsningsmetodene i faste mønstre, algoritmer
- vi må utvikle kreativitet hos oss selv og hos elevene
- vi må koble sammen matematikkverden og den virkelige verden

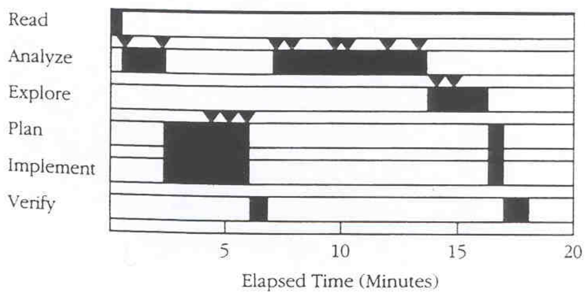
Polya referert i Mason og Davis (1991) har utviklet fire faser i arbeid med matematiske problem. Den første fasen handler om å forstå problemet. I denne fasen må man bruke god tid på å lese problemet, og man må finne ut hva problemet søker svar på. Den andre fasen innebærer at man skal lage en plan. Her er det viktig at man tar pauser og reflekterer om planen er god nok. Deretter fullfører man planen i den tredje fasen. Til slutt, i den fjerde fasen, skal man se tilbake på det man har gjort. Hvordan har man løst oppgaven og hva har man lært av det? Er man fornøyd med resultatet man sitter igjen med? (Mason & Davis, 1991). Ifølge Jahr (2014) innebærer denne fasen mye mer enn å sjekke svarets gyldighet. Ved å stille spørsmål i form av ”hva hvis?”, ”hvorfor er det slik?” og ”hvorfor ikke?” kan man utvikle en høyere forståelse for matematikkfaget (Jahr, 2014, s. 105). Mason og Davis (1991) understreker viktigheten av å bruke god tid på de ulike fasene. De fleste elever har en tendens til å starte arbeidet med problemet før de har lest det. Observasjon av elever viser også at flere av dem ikke tar pauser i arbeidet for å vurdere om planen de har utviklet er god nok. De ønsker å løse oppgaven raskest mulig slik at de kan gå videre til den neste oppgaven (Mason & Davis, 1991). Dette har også blitt observert i et eksperiment av Schoenfeld (1992). Hans forskning viser hvordan en matematikers løsningsprosess i arbeid med problem skiller seg fra hvordan studenter arbeider med problem. Resultatene fremstilles i to figurer:

Elever som prøver å løse et vanskelig problem:



Figur 5. hentet fra Schoenfeld (1992).

Matematikere som arbeider med et vanskelig problem:



Figur 6. hentet fra Schoenfeld (1992).

Selv om Schoenfeld (1992) sine problemløsningsfaser er noe annerledes en Polya sine, illustrerer de det samme problemet. Elever har en tendens til å bruke kort tid på å lese problemet, og deretter prøve å løse det. De bruker ikke tid på å analyserer problemet, planlegge og kontrollere løsningen. Matematikere bruker derimot store deler av problemløsningsprosessen til å analysere problemet. De små trekantene i figuren (figur 6) viser til matematikerens egne kommentarer til problemløsningsprosessen. Ved å overvåke sin egen løsningsprosess klarer matematikeren å løse problemet han arbeider med. Schoenfeld

(1992) påpeker med dette viktigheten av metakognitive ferdigheter i arbeid med matematiske problem. Dette blir også bekreftet i en nyere norsk studie av Bjuland (2007). I hans forskning av lærerstudenter i gruppearbeid med geometriske problem oppdaget han hvordan en prosess-skriver kan være hjelpende i problemløsningsprosessen. Ved å ha en åpen dialog i gruppearbeidet kan prosess-skriveren bidra med provoserende ytringer i form av ”se-tilbake spørsmål” som kan hjelpe de ulike deltakerne til å fokusere og reflektere over det matematiske problemet (Bjuland, 2007).

Polya sine fire problemløsningsfaser har i senere tid blitt utviklet til syv faser av Borgersen (1994): 1) analysere og definere problemet, 2) lage en tegning, modell, 3) prøve og feile, 4) finne en hypotese, 5) utvikle et bevis, 6) reflektere over egen løsning og prosess, 7) generalisere problemet og formulere nye problem. Borgersen og Bjuland (2007) påpeker at disse syv fasene ikke skal representere en lineær prosess, men heller en syklisk. Problemløseren står fri til å veksle mellom trinnene. Inspirert av Aubsdal (2011) har jeg valgt å sette de ulike problemløsningsfasene inn i en modell for å vise min oppfatning av sammenhengen mellom de ulike modellene:

Tabell 2.

Faser i problemløsningsprosessen							
Polya referert i Mason og Davis (1991):	Forstå problemet		Lage en plan		Utføre planen	Se tilbake	
Borgersen (1994):	Analysere og definere problemet	Lage en tegning, modell	Prøve og feile	Finne en hypotese	Utvikle et bevis	Reflektere over egen løsning og prosess	Generalisere problemet og formulere nye problem
Schoenfeld (1992):	Read	Analyze	Explore	Plan	Implement	Verify	

2.4.1 Schoenfelds rammeverk

Schoenfeld (1992) har utviklet et rammeverk for analyse av elevers problemløsningsatferd. Rammeverket består av fem ulike aspekt av intellektuell aktivitet. Disse fem aspektene blir betraktet som nødvendige for å være en god problemløser. Schoenfeld (1992) påpeker at det eksisterer en generell enighet om betydningen av disse aspektene: the knowledge base, problem solving strategies, monitoring and control, beliefs and affects, practices

The knowledge base er knyttet til elevens kunnskapsbase. Det er den kunnskapen eleven bringer med seg i problemløsningssituasjonen, og den kunnskapen som er relevant for problemet. Det er med andre ord hva eleven kan, og hvordan denne kunnskapen brukes. Å kjenne til elevens kunnskapsbase er nødvendig for å forstå de ulike valgene som tas i problemløsningsprosessen.

Problem solving strategies er knyttet til elevens problemløsningsstrategier. Det er knyttet til de ulike fremgangsmåter eleven kan ta i bruk for å løse et problem. Selv om det eksisterer en enighet i betydning av strategier påpeker Schoenfeld (1992) at det har vært mye kritikk rundt dette aspektet. Forskning fra 70tallet viste blant annet elever ikke klarte overføre de ulike strategiene til nye situasjoner.

Monitoring and control er to begrep innen det vide begrepet metakognisjon. Det er knyttet til elevens evne til å overvåke og ha kontroll over sin egen problemløsningsprosess samt elevens evne til å kunne vurdere de ulike valgene han tar. Ifølge Schoenfeld (1992) viser forskning at elever blir flinkere til å planlegge løsningsstrategier og vurdere ulike valg etter hvert som de blir eldre.

Beliefs and affects er knyttet til elevens holdninger, oppfatninger og følelser til faget. I studier av elevenes problemløsningsatferd er det viktig å kjenne til elevens holdninger til faget fordi de kan forme hvordan eleven engasjerer seg i den matematiske aktiviteten. En typisk misoppfatning blant elever kan for eksempel være at matematiske problem bare har en riktig løsning.

Det siste aspektet, *practices*, er knyttet til elevenes erfaringer med matematikk. Da Schoenfelds rammeverk først ble utviklet i 1985 var ikke dette aspektet en del av rammeverket. Schoenfeld (1992) påpeker at dette femte aspektet er nødvendig, ettersom elevens oppfatninger og ressurser blir formet gjennom erfaringer.

2.4.2 Rike matematikkoppgaver

En rik matematikkoppgave er en problemløsningsoppgave som er rik på matematisk innhold og viktige matematiske begrep. Oppgaven skal stimulere elevenes kreativitet ettersom de ikke kan løse den med en lært metode (Pettersson, et al., 2013). Hagland, et al. (2005) har utviklet syv kriterier for rike matematikkoppgaver:

1. ”Problemet skal introdusere viktige matematiske ideer eller løsningsstrategier” (Hagland, et al., 2005, s. 28, egen oversettelse).

Matematikkoppgaven skal kunne introdusere matematiske begrep og prosedyrer for elevene. I arbeid med oppgaven skal elevene bli inspirert til å bruke ideene og begrepene de har lært, samt prøve ut de nye teknikkene. Klasserommet er en god arena for samtale, her kan elevene diskutere ulike måter å løse samme problem på.

2. ”Problemet skal være lett å forstå, og alle skal ha mulighet til å arbeide med det” (Hagland, et al., 2005, s. 28, egen oversettelse).

For å kunne arbeide med selve problemet, er det viktig at alle forstår problemet. I tillegg til dette skal alle ha mulighet til å arbeide med problemet. Det er ikke en selvfølge at alle klarer å løse det, men alle skal klare å finne en del av løsningen. Dersom problemet er et ”virkelig rik matematikkoppgave” skal det ifølge Hagland, et al. (2005) kunne brukes på alle nivå, fra grunnskolen og opp til høyskolenivå. Ettersom elevene lærer mer, kan de forsøke å løse problemet på nye måter.

3. ”Problemet skal oppleves som en utfordring, kreve anstrengelse og ta tid” (Hagland, et al., 2005, s. 29, egen oversettelse).

Den rike matematikkoppgaven skal på ingen måten oppleves som en rutineoppgave. Man skal ikke ha en ferdig prosedyre tilgjengelig for å kunne løse problemet. Dersom problemet ikke oppleves som en utfordring kan man heller ikke kalle det en rik matematikkoppgave.

4. ”Problemet skal kunne løses på flere ulike måter, med ulike strategier og representasjoner” (Hagland, et al., 2005, s. 29, egen oversettelse).

At problemet skal kunne løses på ulike måter er nødvendig for at de første kriteriene skal kunne oppfylles. Ettersom problemet også skal kunne løses på alle nivå, må man kunne løse problemet med ulike representasjoner. De yngste elevene vil sannsynligvis foretrekke å løse problemet ved hjelp av tegning eller muntlig språk samtidig som de eldre elevene kan foretrekke tall, algebraiske symbol, grafer og tabeller.

5. ”Problemet skal kunne initiere en matematisk diskusjon ut fra elevenes egne løsninger, en diskusjon som viser ulike strategier, representasjoner og matematiske ideer” (Hagland, et al., 2005, s. 29, egen oversettelse).

De rike matematikkoppgavene skal kunne brukes som utgangspunkt til gode diskusjoner i klasserommet. Gjennom diskusjonen skal elevene få tilgang til hverandres løsningsstrategier, og muligheter til å lære av hverandre.

6. ”Problemet skal kunne fungere som en bro mellom ulike matematiske emner” (Hagland, et al., 2005, s. 29, egen oversettelse).

Ved å kunne løse problemet på flere ulike måter, med ulike representasjoner, kan elevene bli introdusert for flere ulike matematiske emner. Problemet vil dermed bygge bro mellom de matematiske emnene ved at eleven får se hvordan de henger sammen. Elevene får mulighet til å erfare matematikk som en helhet, og ikke som flere deler. Hagland, et al. (2005) påpeker viktigheten av at læreren bruker tid på å vise disse sammenhengene slik at elevene kan få aha-opplevelser.

7. ”Problemet skal kunne lede elevene og lærerne til å formulere nye interessante problem” (Hagland, et al., 2005, s. 30, egen oversettelse).

Etter elevene har arbeidet med problemet, skal de få mulighet til å lage nye problem med utgangspunkt i de matematiske ideene representert i problemet. Gjennom formuleringen av nye problem vil elevene vise hva de har lært i arbeidet med problemet.

Det er med andre ord flere positive sider ved å ta i bruk rike matematikkoppgaver i undervisningen. Siden problemet skal kunne løses på ulike måter, ut fra elevens egne forutsetninger, vil løsningen av problemet gjøre elevenes matematiske evner synligere (Pettersson, et al., 2013). En annen positiv side ved slike problem er at de skal oppleves som en utfordring, samtidig som alle skal kunne finne en del av løsningen. Dermed vil problemet også gi en mestringsfølelse.

3 Metode

Målet med denne studien er å undersøke hvordan man kan tilpasse matematikkundervisningen til evnerike elever i faget. Med dette som utgangspunkt ønsker jeg å undersøke om bruk av rike matematikkoppgaver kan berike undervisningen til disse elevene. Om oppgavene kan gi dem utfordringer og mulighet til å utvikle seg i faget. For å finne et svar på dette har jeg samlet inn data ved bruk av intervju og observasjon. I denne delen av oppgaven vil jeg beskrive detaljer og ulike valg i forbindelse med datainnsamling og design.

3.1 Metodisk tilnærming

Hvilken metode man bruker i et forskningsprosjekt er knyttet til prosjektets formål og problemstilling. Som forsker må man finne ut hvilken metode som er best egnet for å svare på problemstillingen. Innen samfunnsvitenskap er det vanlig å skille mellom to ulike typer metoder: kvantitativ- og kvalitativ metode. Dersom man for eksempel skal bruke spørreskjema med avkrysning for å samle inn nødvendige data, bruker man kvantitativ metode. Man er da opptatt av tellbare fenomener og utbredelse av disse fenomenene. I denne oppgaven brukes en forskningsmetode av kvalitativ art. Med en kvalitativ tilnærming ønsker man å gå i dybden av det som studeres. Man ønsker å undersøke kvalitet, kjennetegn og egenskaper ved fenomenet. Johannessen, Tufte, og Christoffersen (2011) påpeker at kvalitativ metode er hensiktsmessig dersom man skal undersøke noe som det finnes lite forskning på, og dersom man ønsker en dypere forståelse på fenomenet. Å fortolke data er dermed en viktig del av kvalitativ forskning.

3.1.1 Casestudie

Oppgavens forskningsdesign er en casestudie. For å definere hva en casestudie er brukes det en todelt definisjon (Yin, 2014). Definisjonen innebærer at en case kan være knyttet til fenomenet som studeres, samt til forskningsdesignet og innsamling av data. Fenomenet som studeres kan for eksempel være et program, et individ eller en hendelse. Johannessen, et al. (2011) viser til to særlige kjennetegn ved en casestudie: ”Oppmerksomheten avgrenses til den spesielle casen, og det gis en mest mulig inngående beskrivelse av casen. Man undersøker casen grundig og detaljert for å få med mest mulig data” (s.86). Ifølge Yin (2014) egner en casestudie seg dersom forskningsspørsmålet ønsker å svare på hvordan eller hvorfor. En casestudie vil også være hensiktsmessig dersom forskeren har liten eller ingen kontroll over hendelsen, eller dersom forskningen fokuserer på et nåtidig fenomen (Nevøy, 2004; Yin, 2014). Man kan med andre ord bruke en casestudie dersom man ønsker å forstå komplekse sosiale fenomen.

I denne oppgaven brukes en casestudie for å finne ut hvordan en evnerik elev arbeider med rike matematikkoppgaver, og i hvilken grad rike matematikkoppgaver kan brukes for å tilpasse undervisningen til de evnerike elevene i faget. Denne problemstillingen krever et begrunnende svar, den krever at man finner ut *hvordan* og *hvorfor*. Hvorfor, eventuelt hvorfor ikke man kan bruke rike matematikkoppgaver for å tilrettelegge undervisningen. Med utgangspunkt i oppgavens problemstilling skal jeg også undersøke hva som skiller den evnerike elevens oppgaveløsning i forhold til de andre elevene i klassen. Fordi dette kan bidra til en forklaring på hvorfor eller hvorfor ikke det fungerer med en slik tilpassing.

Yin (2014) skiller mellom to variasjoner av casestudier. En casestudie kan være ett case, eller en sammensetning av flere caser. For å besvare forskningsspørsmålet i denne oppgaven brukes det ett case med flere analyseenheter. En analyseenhet vil være den evnerike elevens egne oppfatninger og vurderinger samt oppgaveløsninger. En annen analyseenhet vil være den evnerike elevens arbeid sammenlignet med de andre elevene i klassen. Yin (2009) understreker at man bør velge flere caser fremfor ett enkelt case dersom man har mulighet til det. Han påpeker at sannsynligheten for å gjøre en god casestudie er større dersom man har flere enn ett case. Dette fordi flere case vil gi forskningen mer tyngde og bidra til en sterkere konklusjon. Med hensyn til oppgavens begrensninger har det ikke vært mulig å gjennomføre flere caser. Derimot er jeg klar over hvilke fordeler et slikt valg innebærer.

3.2 Utvalg

For å kunne utføre forskningsprosjektet var det nødvendig å finne en evnerik elev. En elev som viser en sammensetning av de tre egenskapene som ifølge Renzulli (1978) er nødvendig for å vise evnerik atferd: over gjennomsnittlige evner, kreativitet og oppgaveengasjement. Utvalget var dermed et strategisk utvalg. Deltakerne til prosjektet ble valgt ut etter egenskaper eller kvalifikasjoner som var nødvendig for å kunne svare på forskningens problemstilling (Thagaard, 2013).

I kvalitative tilnærmingen finnes det ikke noe krav om hvor stort utvalget skal være. Utvalget må ikke være representativt for populasjonen slik som i kvantitativ forskning. Thagaard (2013) skriver at: ”det avgjørende utvalgsprinsipp i kvalitative studier er at utvalget er egnet til å utforske problemstillingen” (s. 65). Selv om utvalget i denne studien er en elev, vil ikke dette være en begrensning for forskningen. Dette fordi utvalget vil være tilstrekkelig for å gjennomføre omfattende analyser.

Å finne frem til en evnerik elev viste seg å være enklere enn jeg hadde forventet. Jeg snakket med flere lærere om prosjektet, og samtlige av dem kjente til elever som presterte bedre enn sine jevnaldrende. Jeg tok kontakt med rektoren på en ungdomsskole og fikk tillatelse til å utføre prosjektet. Prosjektet ble utført i en 9. klasse med 23 elever, hvor en av jentene kan karakteriseres som en evnerik elev.

3.3 Innsamling av data

Innsamling av kvalitative data kan blant annet gjøres ved bruk av observasjon og intervju. I denne oppgaven brukes begge metodene med hver sin hensikt samtidig som metodene utfyller hverandre. Bruk av flere metoder for å samle inn data kalles for metodetriangulering. I forskningslitteraturen blir triangulering definert noe ulikt. Noen hevder at man har triangulering dersom man bruker metoder av både kvalitativ og kvantitativ art, og andre hevder man kan ha triangulering ved bruk av flere metoder innen en av retningene. I denne oppgaven brukes Johannessen, et al. (2011) sin definisjon på metodetriangulering: ”å undersøke et fenomen fra flere perspektiver ved å bruke forskjellige teknikker/metoder for å samle inn data” (s. 401).

Selv om kvalitativ metode kjennetegnes ved bruk av observasjon og intervju, betyr ikke dette at metodene kun kan brukes innen kvalitativ tilnærming. Observasjon og intervju kan også brukes i kvantitativ tilnærming. Forskjellen vil da være at man er ute etter data i form av tellbare kategorier (Johannessen, et al., 2011).

3.3.1 Observasjon

”Observasjon som metode egner seg godt når forskeren ønsker direkte tilgang til det han undersøker” (Johannessen, et al., 2011, s. 118).Gjennom observasjonen kan forskeren få tilgang til informasjon som ellers ville vært vanskelig å fått tak i, ettersom noe kunnskap kan være vanskelig å uttrykke gjennom samtale. Det hender også at det mennesker sier, ikke alltid stemmer overens med hva de faktisk gjør. Observasjonen vil da være den eneste måten å skaffe seg gyldig kunnskap på (Johannessen, et al., 2011). Dalland (2007) skiller mellom to ulike typer observasjon: ustrukturert og strukturert. Ustrukturert observasjon innebærer at observatøren ikke har bestemt seg for hva som skal observeres på forhånd. Observatøren går inn i et nytt miljø med en åpen holdning. Fordelen ved denne formen for observasjon er at man kan oppdage sider ved miljøet som man ellers ikke ville ha observert, fordi man ville hatt fokuset et annet sted. Den andre typen observasjon, strukturert observasjon, krever mer planlegging fra observatøren sin side. Observatøren har på forhånd bestemt seg for hvilke situasjoner som må observeres for å få den informasjonen som er nødvendig i forhold til prosjektets problemstilling. I denne oppgaven brukes en strukturert observasjon. Hvilke situasjoner som skulle observeres var planlagt og reflektert over før feltarbeidet ble utført.

I dette prosjektet brukes observasjon av flere grunner. Først og fremst brukes observasjon for å blir kjent med miljøet, klassen og den evnerike eleven. Siden det ikke brukes noen form for identifiseringsverktøy for å undersøke om den ”utvalgte eleven” virkelig er evnerik, vil observasjon være sentral for å bli kjent med elevens evner. Gjennom observasjonen ønsket jeg fokusere på hvilke egenskaper eleven viser i matematikkfaget, og hvordan eleven arbeidet med de rike matematikkoppgavene.

Dataene fra observasjonen ble registrert ved feltnotater samt videoopptak. Videoopptak ble brukt da elevene skulle samarbeide om en oppgave. Når elever arbeider sammen er det ofte vanskelig å få med seg alt som skjer på en gang. De beveger seg og bruker kroppsspråket samtidig som de snakker sammen. Ved å bruke videoopptak får en mulighet til å lagre det som blir sagt og se på det flere ganger (Johannessen, et al., 2011).

3.3.2 Intervju

”Det kvalitative forskningsintervjuet søker å forstå verden sett fra intervjupersonenes side. Å få frem betydningen av folks erfaringer og å avdekke deres opplevelse av verden, forut for vitenskapelige forklaringer, er et mål” (Kvale & Brinkmann, 2009, s. 21). Intervjuet er trolig den mest brukte metoden for å samle inn kvalitative data. Kvale og Brinkmann (2009) definerer det kvalitative intervjuet som en samtale med en struktur og et formål. Samtalens struktur er knyttet til forholdet mellom den som intervjuer og den som intervjues. Det er et asymmetrisk maktforhold mellom dem, ettersom intervjueren definerer samtalen. Intervjueren bestemmer hvilke tema som skal snakkes om og stiller spørsmålene. Han leder samtalen i den retningen som er ønskelig og avslutter samtalen. Det er med andre ord en enveis dialog mellom intervjuer og den som blir intervjuet. Intervjueren stiller alle spørsmål som den som blir intervjuet må svare på. Samtalens formål vil være å beskrive noe ut fra intervjupersonens perspektiv. Et tema som intervjuer og den som blir intervjuet har til felles.

Informasjonen som blir gitt av intervjupersonen vil være avhengig av flere forhold. For det første vil informasjonen være avhengig av hvilke typer spørsmål som stilles i intervjuet. Man kan stille beskrivende, fortolkende eller teoretiske spørsmål (Johannessen, et al., 2011, s. 136). Beskrivende spørsmål er spørsmål i forhold til en spesiell hendelse eller handling. Fortolkende spørsmål er knyttet til personens synspunkter knyttet til hendelsen eller handlingen og teoretiske spørsmål skal forklare og utdype hendelsen eller handlingen. I tillegg til hvilke type spørsmål som stilles, vil informasjonen også være avhengig av relasjonen mellom intervjuer og den som blir intervjuet. Hvor god relasjon det er mellom personene, vil være knyttet til intervjuerens evne til å skape et trygt rom for samtale (Kvale & Brinkmann, 2009).

Det finnes tre ulike typer intervju: ustrukturert, semistrukturert og strukturert (Johannessen, et al., 2011). Et ustrukturert intervju kjennetegnet ved at temaet er bestemt på forhånd, men ikke spørsmålene. Intervjuet kan på mange måter minne om en samtale, hvor spørsmålene blir tilpasset den enkelte situasjonen. Dersom intervjuet er semistrukturert, har intervjueren utarbeidet en intervjuguide som utgangspunkt. En intervjuguide er en liste som inneholder ulike tema og spørsmål som skal behandles i løpet av intervjuet. Hvordan guiden brukes er opp til intervjueren. Intervjuet kan følge en fast rekkefølge eller man kan bevege seg mellom ulike tema og spørsmål. Det strukturerte intervjuet kjennetegnes ved ferdig utarbeidet tema og spørsmål. Intervjueren har en klar plan for intervjuet og tanker om hva den intervjuede vil svare på de ulike spørsmålene. I forhold til valg av intervju skriver Kvale og Brinkmann (2009): ”Det er vår påstand at jo bedre man har forberedt intervjuet, desto høyere kvalitet får den kunnskapen som produseres i intervjusamspillet, og desto lettere vil etterbehandlingen av intervjuene være” (s. 116).

I dette prosjektet brukes et semistrukturert intervju med en intervjuguide (vedlegg 3). Guiden inneholder ulike tema og spørsmål som skal gjennomgås i løpet av intervjuet. Spørsmålene er av både beskrivende og fortolkende form. Guiden er laget med en tanke om en rekkefølge, men ikke med en tanke om at denne rekkefølgen skal følges slavisk. Dersom eleven som intervjues kommer med innspill skal disse følges opp. Gjennom intervjuet skal de ulike elevene få mulighet til å uttrykke hva de tenkte når de løste de ulike oppgavene, og hva de synes om å arbeide med slike oppgaver. Elevenes oppfatninger, løsningsstrategier, tolkninger og vurderinger vil være sentrale.

Under intervjuet er det viktig at eleven som intervjues får all oppmerksomhet. Det skal fokuseres på elevens svar på de ulike spørsmålene og gi oppfølgingsspørsmål ved behov. Å huske alt som blir sagt under intervjuet vil være tilnærmet umulig, og notatskriving kan oppleves som forstyrrende for eleven. Det ble derfor tatt lydopptak av alle intervjuene. Ved bruk av lydopptak får en mulighet til å transkribere det som blir sagt under intervjuet, og dette vil gi et godt grunnlag for det videre analysearbeidet.

3.4 Oppgavene

Ved gjennomføring av prosjektet ble det brukt fire ulike oppgaver. Jeg har her valgt å beskrive dem som oppgaver ettersom det først var uvisst for meg om elevene ville oppfatte dem som et problem eller ikke. En kort og konkret introduksjon til de ulike oppgavene vil være nødvendig for å gi leseren en forståelse for hvorfor de er valgt. Etter å ha lest litteratur og kriterier for rike matematikkoppgaver må jeg innrømme at det var utfordrende å finne gode oppgaver. De tre første oppgavene nedenfor fikk elevene arbeide med individuelt, og den fjerde ble gitt som en gruppeoppgave. Ut i fra min oppfatning oppfyller alle oppgavene de syv kriteriene for rike matematikkoppgaver utviklet av Hagland, et al. (2005).

3.4.1 Steinheller

Oppgaven er hentet fra Hagland, et al. (2005, s. 102) (vedlegg 5). Denne oppgaven går ut på å finne mønster og generalisere, samt bruke disse kunnskapene til å lage en egen oppgave. Den ble valgt fordi den kan løses på ulike måter ut fra elevenes forutsetninger. Ved å la elevene lage sin egen oppgave får man også tilgang til hva elevene kan og eventuelt har lært.

3.4.2 Brusflasker

Oppgaven er hentet fra Torkildsen og Maugesten (2006, s. 101) (vedlegg 6). For å kunne løse denne oppgaven må elevene ha erfaring med forhold og divisjon. Ettersom elevene går i 9. klasse vil jeg påstå at de har et godt grunnlag for å arbeide med den. At alle elevene skal ha mulighet til å arbeide med den er også et kriteriet for at oppgaven skal kunne betegnes som en rik matematikkoppgave (Hagland, et al., 2005). Oppgaven ble valgt fordi det finnes flere løsninger, og fordi man kan løse oppgaven med ulike representasjoner. Jeg ønsket å undersøke hvordan elevene arbeidet med slike oppgaver, og om de eventuelt utfordrer seg selv til å finne alle mulige løsninger.

3.4.3 To kvadrater

Oppgaven er hentet fra Strandberg og Meier (1990, s. 34) (vedlegg 7**.** ”To kvadrater” ble valgt av samme grunner som oppgaven ved navn ”Brusflasker”. Ettersom jeg ikke kjenner til hvilke oppgaver elevene foretrekker å arbeide med valgte jeg to oppgaver med samme hensikt. Ved å gi begge oppgavene til elevene håpet jeg at de minst en av dem ville interessere dem.

3.4.4 Tårnet

Oppgaven er hentet fra Hagland, et al. (2005, s. 85) (vedlegg 8). Denne oppgaven er noe lik oppgaven med steinheller med to unntak: det er kun bilde av en figur og denne figuren er tredimensjonal. Elevene fikk arbeide med denne oppgaven i grupper. Gruppen Siri (den evnerike eleven) samarbeidet med ble filmet gjennom hele løsningsprosessen. Med dette ønsket jeg å undersøke hvordan elevene arbeidet med problemet. Hvordan de tolket oppgaven, om de laget en plan for arbeidet, hvilke løsningsmetoder som ble drøftet og lignende. Jeg ønsket også å undersøke hvilken rolle Siri tok i løsningsprosessen.

3.5 Analyse av datamaterialet

Som tidligere nevnt, er analyse og fortolkning av datamaterialet en viktig del av den kvalitative forskningsprosessen. Dataene som samles inn vil ikke umiddelbart virke meningsfulle, de må fortolkes. Ifølge Johannessen, et al. (2011) bør innsamling av data og fortolkning av dem bør utføres av samme person. Fordi teorier, hypoteser og forforståelser vil være viktige utgangspunkt for analysen. Analysearbeidet starter allerede i planleggingen av forskningsprosjektet.

Thagaard (2013) skiller mellom to ulike tilnærminger til analysen: den kan være tema- eller personsentrert. Ved temasentrert tilnærming fokuserer man på de ulike tema som blir presentert i datamaterialet. I feltarbeidet samles det inn informasjon fra flere deltakere, slik at informasjonen som gis kan sammenlignes i analysen. Målet med denne tilnærmingen er å gå i dybden på hvert enkelt tema. Ved personsentrerte tilnærminger behøver man ikke å samle inn informasjon fra flere deltakere slik som i temasentrerte tilnærminger. Her kan oppmerksomheten rettes mot enkeltpersoner, grupper eller samhandlingssituasjoner. Denne tilnærmingen gir mulighet for å utvikle en helhetsforståelse av det som studeres. I denne oppgaven brukes en personsentrert tilnærming til analysen. Analysen tar utgangspunkt i den evnerike eleven og hennes arbeid med de rike matematikkoppgavene.

3.6 Vurdering av forskningskvalitet

Hvordan kan man vurdere kvaliteten av forskningen man har utført? I Kvantitative tilnærminger måler man forskningens kvalitet ut fra forskningens validitet, reliabilitet og gyldighet. Disse målene er ikke like anvendelige i kvalitativ forskning ettersom det eksisterer forskjeller mellom kvantitative og kvalitative data. I denne oppgaven brukes dermed troverdighet, pålitelighet, overførbarhet og bekreftbarhet som mål på forskningens kvalitet (Johannessen, et al., 2011).

3.6.1 Troverdighet

Forskningens troverdighet er knyttet til sammenhengen mellom metodene og resultatet. Man ønsker å finne ut om metodene undersøker det vi ønsker at de skal undersøke (Johannessen, et al., 2011). Lincoln og Guba referert i Johannessen, et al. (2011) viser til to teknikker som øker forskningens troverdighet. Den første teknikken er gjennom vedvarende observasjon. Ved observasjon får forskeren mulighet til å bli kjent med felten og bygge opp tillit til informantene. Den andre teknikken for å øke forskningens troverdighet er gjennom metodetriangulering. Ved å bruke ulike metoder for å samle inn data. I denne oppgaven sikres troverdigheten gjennom begge teknikkene som er beskrevet ovenfor. To skoletimer (120min) ble brukt til observasjon før gjennomføring av forskningsprosjektet. Dette var nødvendig for at elevene skulle bli trygge på meg som forsker i klasserommet. Metodetriangulering ble også brukt ved at dataene ble samlet inn gjennom både observasjon og intervju.

3.6.2 Pålitelighet

Forskningens pålitelighet er knyttet til dens data: ”hvilke data som brukes, hvordan de samles inn, og hvordan de bearbeides” (Johannessen, et al., 2011, s. 229). I denne oppgaven sikres påliteligheten ved en detaljert og grundig beskrivelse av hele prosessen. Beskrivelse av ulike valg og begrunnelser har vært viktig for å sikre at leseren skal få en god forståelse av selve forskningsprosjektet og dets formål. Det skal ikke oppstå noen tvil om hvorfor de ulike metodene og fremgangsmåtene er valgt.

3.6.3 Overførbarhet

I kvantitative metoder bruker man generalisering som et mål på forskningens kvalitet. Dersom utvalget er representativt, kan man konkludere med at forskningens resultat også vil gjelde for populasjonen. I kvalitative forskningsmetoder arbeider man ikke med representative utvalg, vi kan dermed ikke generalisere funnene. Derimot kan vi bruke forskningens overførbarhet som mål på kvalitet. ”En undersøkelses overførbarhet dreier seg om hvorvidt det lykkes å etablere beskrivelser, begreper, fortolkninger og forklaringer som er nyttige på andre områder enn det som studeres” (Johannessen, et al., 2011, s. 231).

Å uttale seg om forskningens overførbarhet er utfordrende. Først og fremst fordi dette forskningsprosjektet tar utgangspunkt i *en* elev, og hvordan *denne* eleven arbeider med rike matematikkoppgaver. Man må ta i betraktning at det finnes individuelle forskjeller mellom elever, at ingen er helt like. Likevel kan man påstå at dersom de rike matematikkoppgavene fungerer tilpassende for denne evnerike eleven, er det sannsynlig at de også vil gjøre det for andre evnerike elever.

3.6.4 Bekreftbarhet

Forskningens bekreftbarhet skal sikre at resultatene som frembringes er et resultat av selve forskningen, og ikke forskerens oppfatninger (Johannessen, et al., 2011). Man kan sikre oppgavens bekreftbarhet ved å beskrive alle beslutninger i forskningsprosessen samt være selvkritisk til beslutningene som tas. Bekreftbarheten styrkes også dersom resultatene støttes av litteratur på emnet. I denne oppgaven sikres bekreftbarheten gjennom en nøytral beskrivelse av observasjonene, samt transkribering av intervju og observasjon. Transkripsjonene gir leseren en nøytral beskrivelse av hva som har skjedd, slik at han selv får mulighet til å tolke og vurdere hendelsene ut fra egne tanker og forutsetninger.

3.7 Forskningsetiske betraktninger

”Etiske problemstillinger oppstår når forskningen *direkte* berører mennesker, spesielt i forbindelse med datainnsamling, enten den foregår gjennom deltakende observasjon, intervju eller eksperimenter” (Johannessen, et al., 2011, s. 90). I kvalitative forskning, hvor det er direkte kontakt mellom forsker og deltaker, skal man følge etiske retningslinjer. Thagaard (2013) viser spesielt til tre retningslinjer: informert samtykke, konfidensialitet og konsekvenser av å delta i forskningsprosjektet.

Forskningsprosjektet ble i første omgang meldt til Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste (NSD). Etter tilbakemelding fra NSD (vedlegg 1) ble den aktuelle skolen kontaktet over telefon. Formålet med prosjektet ble presentert og jeg fikk tillatelse til å gjennomføre prosjektet på skolen. For å sikre kravet om frivillig deltakelse, ble samtykkeskjema delt ut til elevene (vedlegg 2). Her ble prosjektets formål forklart, og det ble gitt informasjon om frivillig deltakelse og anonymitet i behandling av materialet. Siden elevene er under 16 år var det nødvendig med underskrift fra foreldre.

Kravet om frivillig deltakelse ble lagt vekt på under hele feltarbeidet. Elevene kunne trekke seg fra å delta når som helst i prosessen. Elevene ble informert om dette kravet flere ganger, slik at de kunne trekke seg tilbake dersom de ikke ønsket å delta. De ble også forklart at datamaterialet ville bli anonymisert, slik at det ikke skulle være mulig å finne ut hvem som hadde deltatt. Under transkripsjonene av intervjuene og observasjonen ble elevene gitt fiktive navn for å sikre anonymitet. Informasjon om skolen blir også holdt tilbake.

Et viktig fokus gjennom arbeidet med forskningsprosjektet var at elevene ikke skulle få noen negativ opplevelse av å delta. De rike matematikkoppgavene skulle gi muligheter til mestring på alle nivå, hvor elevene skulle få svare ut fra egne forutsetninger. I intervjusituasjonen ble det lagt vekt på å ha en matematisk samtale med elevene, og ikke rette på eventuelle feil og misoppfatninger.

4 Analyse

Mine observasjoner, intervju og elevenes oppgaveløsninger danner grunnlaget for masteroppgavens analyse. Tabellen under viser en oversikt over hvordan feltarbeidet ble utført og når de ulike dataene ble samlet inn:

Tabell 3.

Observasjon	Observasjon av elevene i to matematikktimer (varighet 60min).
Gjennomføring av feltarbeid 17.02.14	Elevene fikk arbeide individuelt med et oppgavehefte med tre rike matematikkoppgaver (varighet 60min). 16 elever deltok. Etter arbeid med oppgavene ble tre av elevene intervjuet.
Gjennomføring av feltarbeid 20.02.14	Elevene fikk arbeide med en rik matematikkoppgave i grupper (varighet 40min). En gruppe ble filmet.

Feltarbeidet ble utført i en klasse med 23 elever hvor en av elevene kan karakteriseres som en evnerik elev (her: Siri). Selv om analysens fokus er på Siri og hennes arbeid med de rike matematikkoppgavene, var hele klassen deltakere i prosjektet. Dette fordi jeg ønsket å undersøke hvordan Siri arbeidet med oppgavene i forhold til resten av klassen.

Oppgavens analyse er delt inn i fem kategorier, hvor fire av kategoriene er hentet fra Schoenfeld (1992) sitt rammeverk for analyse av problemløsningsatferd. Jeg har valgt å bruke disse kategoriene fordi de inkluderer viktige egenskaper for å være en god problemløser. Som tidligere nevnt er målet mitt å undersøke hvordan Siri arbeider med oppgavene og om man kan bruke rike matematikkoppgaver for å tilpasse undervisningen til evnerike elever. Det vil dermed være nyttig å undersøke om Siri har det som skal til for å være en god problemløser, og om hun har grunnlaget for å arbeide med slike oppgaver. Analysekategoriene som brukes er ikke helt identiske med Schoenfeld (1992) sine ettersom jeg har valgt å oversette dem til norsk, men innholdet er det samme. Jeg har også valgt å en annen rekkefølge på kategoriene:

- Siri sine oppfatninger, holdninger og følelser til faget
- Siri sin kunnskapsbase
- Siri sin bruk av problemløsningsstrategier
- Siri sin evne til å overvåke og kontrollere egen problemløsningsprosess

Schoenfeld (1992) sitt rammeverk består opprinnelig av fem analysekategorier hvor den femte kategorien er knyttet til elevers erfaringer med matematikk sett fra et sosiokulturelt perspektiv. Denne kategorien vil ikke være med i dette analysearbeidet ettersom oppgavens data ikke dekker dette området. Derimot har jeg laget en analysekategori ut fra mine egne data. Ettersom målet med oppgavene er å tilpasse undervisningen til Siri var det viktig at Siri opplevde at arbeidet med dem var kjekt og lærerikt. Det var viktig at hun blir utfordret, og at hun utfordret seg selv i arbeidet med dem. Min femte analysekategorier er dermed: Siri sine tanker om de rike matematikkoppgavene.

4.1 Siri sine oppfatninger, holdninger og følelser til faget

Som tidligere nevnt kan elevers oppfatninger, holdninger og følelser til matematikkfaget forme hvordan de engasjerer seg i ulike matematiske aktiviteter (Schoenfeld, 1992). I denne sammenhengen vil det derfor være nødvendig å kjenne til Siri sine tanker om matematikk. Dette fordi hennes tanker om faget sannsynligvis vil prege hvordan hun arbeider med de rike matematikkoppgavene. De vil derfor være en sentral del av analysearbeidet. Transkripsjonen under er hentet fra intervjuet med Siri, hvor hun forteller hva hun synes om matematikk:

1 **I**: Da har jeg bare noen spørsmål om matematikk først (.) jeg lurer på hva du synes om matematikkfaget?

2 **Siri**: ehm (.) jeg synes egentlig at det er veldig kjekt eller det er veldig mange som sier at matte er så kjedelig og det suger og alt sånn og at det er så vanskelig men jeg synes egentlig jeg skjønner det egentlig ikke fordi jeg synes det er greit≈

3 **I**: ≈ja

4 **Siri**: det er ikke så veldig vanskelig (.) det er kjekt

5 **I**: hva synes du er kjekt med det?

6 **Siri**: nei jeg vet ikke (.) jeg synes det er kjekt når du jobber lenge med en oppgave og så får du på en måte (.) når det endelig går opp liksom å aha nå (2s)

7 **I**: mm≈

8 **Siri**: ≈når du klarer å finne ut svaret liksom (2s) og når du liksom (.) når du lærer deg ting og en regel sitter og du merker liksom at du får det til då synes jeg det er ganske kjekt

Siri forteller at hun synes matematikk er et kjekt fag. Hun opplever at flere rundt henne synes faget er kjedelig og vanskelig, men at dette ikke påvirker henne. Hun liker å få til oppgaver som hun har arbeidet med over lengre tid, og synes det er kjekt å mestre nye områder innen matematikken. Videre i intervjuet snakket vi om hva som er kjekt med matematikk i forhold til de andre fagene de har på skolen:

9 **I**: ja (.) i forhold til de andre fagene dere har da (.) hvordan synes du matematikk er? Er det et av de kjekkeste fagene?

10 **Siri**: ja: jeg tror kanskje det (.) men det er og kanskje fordi jeg får en grei karakter i det (.) men jeg synes det er (.) det er litt greit og det med at finnes bare ett fasitsvar istedenfor at det er sånn som det er i norsk og sånn så må du liksom (2s) det er liksom så mye annet du kan skrive (.) i matte så er det liksom bare ett svar og det er svaret (2s) det kan jo både være irriterende og bra (.) men jeg synes det er greit.

En vanlig misoppfatning blant elever er at det bare finnes *ett* riktig svar i matematikk (Schoenfeld, 1992). Ut i fra intervjuet kan jeg hevde at Siri er av denne oppfatningen. Hun forteller at hun liker matematikk fremfor fag som norsk, fordi det bare finnes en riktig løsning i matematikk. Ettersom målet med intervjuet var å høre elevenes tanker, og ikke rette på eventuelle feil og misoppfatninger, valgte jeg å gå videre i intervjuet. I den neste transkripsjonen forteller Siri hvilke matematikkoppgaver hun foretrekker å arbeide med:

13 **I**: hva slags typer matematikkoppgaver liker du å jobbe med da?

14 **Siri**: ehm (2s) jeg vet ikke (.) det er litt forskjellig men: (3s) jeg liker det meste og jeg synes problemløsning er jo litt vanskelig og (.) det er ikke alltid man har en spesiell måte å løse det på≈

15 **I**: ≈nei

16 **Siri**: for eksempel sånn vanlig algebra oppgaver så synes jeg det er på en måte greit fordi at da må du bare regne sammen (.) det er på en måte (.) ganske greit (.) mens på mange andre sånne oppgaver så må en liksom tenke for å finne ut hvordan du skal regne det ut og sånn

17 **I**: mm:

18 **Siri**: men jeg synes egentlig at det meste er ganske kjekt

Siri forteller at hun stort sett liker alle typer matematikkoppgaver, men at hun synes at problemløsningsoppgaver kan være utfordrende ettersom man ikke har en ferdig løsningsmetode lett tilgjengelig. Hun forteller at hun synes algebra er greit, fordi man bare kan ”regne sammen”. Dersom man har lært seg reglene trenger man trenger ikke å lete etter ulike løsningsmetoder.

Da elevene arbeidet med de rike matematikkoppgavene hver for seg, observerte jeg hvordan Siri arbeidet med oppgavene. Hun brukte spesielt god tid på den første oppgaven (vedlegg 5), men da hun kom til den siste deloppgaven (d) rakk hun opp hånda. Siri lurte på om hun *måtte* gjøre denne oppgaven, eller om hun bare kunne hoppe over den. Læreren fortalte da at de skulle gjøre alle oppgavene. Den neste transkripsjonen er hentet fra intervjuet hvor vi snakket om akkurat denne oppgaven:

54 **Siri**: ja (.) det var ikke så veldig avansert (.) men jeg (.) heh (.) var ikke så veldig kreativ men:

55 **I**: liker du sånne oppgaver (.) når du skal≈

56 **Siri**: ≈lage det selv

57 **I**: ja lage det selv

58 **Siri**: nei: (.) jeg vet ikke (.) det spørs

Siri gir inntrykk for at oppgaven hun har laget kunne vært bedre, og at hun kunne ha vært mer kreativ. Ettersom Siri spurte læreren om hun måtte gjøre denne oppgaven, valgte jeg å spørre Siri hva hun synes om å lage oppgaver selv. Siri sitt svar var tvilende. Her oppfattet jeg at Siri holdt tilbake synspunktene sine. Det er mulig at hun ikke våget å si at hun ikke synes noe om slike oppgaver.

Gjennom intervjuet med Siri og observasjonene av henne oppdaget jeg at hun stadig er opptatt av å gjøre det som er ”riktig”. Tidligere forskning samt resultat av PISA undersøkelsen fra 2012 påpeker at dette er en gjeldende kjønnsforskjell i matematikk (Jensen & Nortvedt, 2013). Jenter er mer redde for å gjøre feil når de skal løse matematiske oppgaver, og dermed er de mer skeptiske til å prøve seg frem. Transkripsjoner av gruppearbeidet viser også at hun blir frustrert når hun ikke vet hvordan hun skal løse en oppgave. Tabellen under viser ulike utdrag fra intervjuet og gruppearbeidet hvor Siri viser at hun er frustrert over en oppgaven samt opptatt av å gjøre det "riktige":

Tabell 4.

Kilde:	Transkripsjoner:	
Intervju	32	**Siri**: det kan vi gjøre (.) nå håper jeg at jeg har gjort riktig
	44	**Siri**: ja er det riktig?
Observasjon gruppearbeid	48	**Siri**: jeg håper at vi gjør riktig nå i alle fall
	149	**Siri**: en (3s) dette her er ikke så vanskelig (2s) en
	161	**Siri**: jeg føler at jeg burde klare dette her (.) det burde ikke være så vanskelig

Siri kan ikke skjønne hvorfor hun ikke finner en løsning på oppgaven de arbeider med i gruppen. Hun samarbeidet med to andre gutter, og ingen av guttene hadde noe problem med å innrømme at oppgaven var vanskelig.

4.1.1 Tolkning

I starten av intervjuet fortalte Siri at hun liker å få til oppgaver som hun har jobbet med over lengre tid. Siri er flink i faget og lærer raskere enn de andre elevene i klassen. Hun har erfaring med at matematikk er et greit fag å lære seg, og at matematikk er kjekt. Jeg tolker dermed dette utsagnet som om Siri setter ekstra stor pris på mestringsfølelsen når hun virkelig har jobbet for den, og når hun føler at det er fortjent. Med andre ord: Siri liker å bli utfordret i matematikk og mestre utfordringen. Som tidligere nevnt er det viktig at evnerike elever som Siri blir utfordret i matematikkfaget. Dersom de ikke opplever å bli utfordret kan det ha negative konsekvenser for deres læring (Mönks, et al., 2008; Pettersson, et al., 2013). Dette er heldigvis ikke tilfellet for Siri. Selv om noen oppgavene de arbeider med i timene kan være lite utfordrende, har hun en evne til å lete etter oppgaver som utfordrer henne. I den ene timen jeg observerte, jobbet klassen med sannsynlighet. Klassen hadde fått utdelt et oppgaveark med ulike sannsynlighetsoppgaver. Siri la bort arket, for å lete etter andre oppgaver i læreboken. Her fant hun en oppgave hun ville løse: ”hva er sannsynligheten for å få 7 rette i lotto?”. Resten av klassen arbeidet med oppgaver som gikk ut på å finne sannsynligheten for å få to seksere i terningkast…

Som allerede nevnt forteller Siri at hun liker matematikk ettersom det bare finnes ett riktig svar. Til tross for denne misoppfatningen har hun en erfaring med at det finnes flere løsningsmetoder i matematikk, spesielt i problemløsning. Dette gjør at Siri synes at problemløsning kan være vanskelig. Vanligvis liker man best det man får til, og dette gjelder også for Siri. Løsning av algebraoppgaver er dermed foretrukket fremfor problemløsning. I algebra kan Siri forholde seg til regler og metoder som er forstått og lært, fremfor å lete etter metoder hun kan løse et problem på.

Gjennom intervjuet og observasjonene oppfattet jeg at Siri er en elev som har høye krav til seg selv i faget. Av alle elevene jeg intervjuet, var Siri den eneste som var opptatt av å ha riktig på oppgavene. Før hun fortalte hvordan hun hadde løst den første oppgaven sa hun; ”nå håper jeg at jeg har gjort riktig”, og etter vi hadde snakket om oppgaven kontrollerte hun med meg om den var riktig løst. Denne holdningen gikk også igjen da Siri skulle fortelle om oppgaven hun hadde laget selv. Hun startet samtalen med å si at oppgaven hun hadde laget ikke var særlig kreativ for å forsikre meg om at hun kunne ha laget en bedre oppgave. Transkripsjonene fra gruppearbeidet er enda et eksempel på Siri sine krav til seg selv. To ganger i løpet av løsningsprosesser sier hun at ”det ikke burde være så vanskelig”. I tillegg til høye krav kan det også hende at Siri har liten eller ingen erfaring med å virkelig streve med en oppgave. Matematikkoppgavene de arbeider med i matematikktimene byr vanligvis ikke på store utfordringer for henne. Det kan derfor hende at hun ble oppgitt når hun ikke mestrer denne oppgaven like kjapt som hun hadde forventet. Dersom dette er tilfellet er det tydelig at Siri trenger flere utfordringer i matematikktimene.

4.2 Siri sin kunnskapsbase

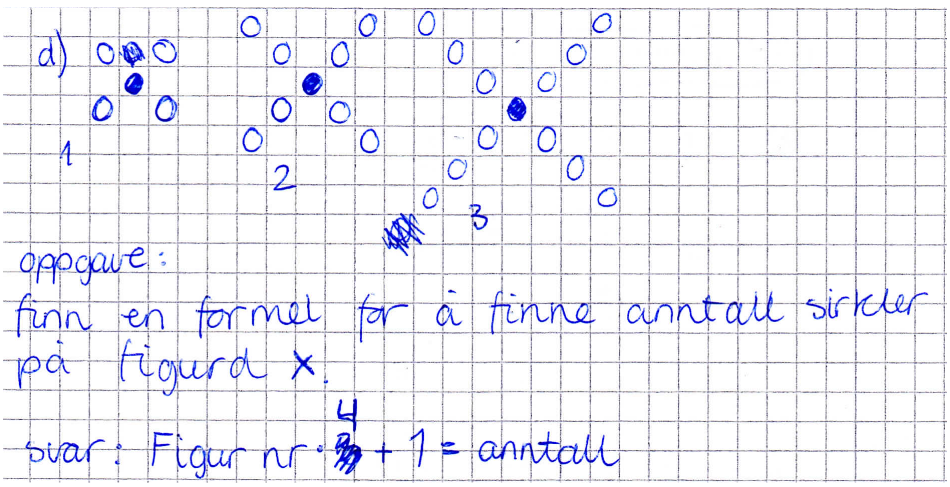
Siri sin kunnskapsbase er den kunnskapen hun bringer med seg når hun skal løse de ulike matematiske problemene. I analyse av elevers arbeid med problemløsningsoppgaver er det nødvendig å kjenne til den matematiske kunnskapen eleven har til rådighet (Schoenfeld, 1992). Man bør kjenne til hvilke løsningsmetoder eleven hadde tilgjengelig for å kunne vurdere de ulike beslutningene som ble tatt i prosessen.

Ved å la elevene lage egne oppgaver kan en få tilgang til hva elevene har lært av det de har jobbet med. Transkripsjonen nedenfor er hentet fra intervjuet med Siri hvor hun forteller om oppgaven hun har laget:

60 **Siri**: ja da tenkte jeg at her er det jo sånn at (.) la meg se hva jeg har skrevet (2s) ja (.) da tar du selve figurnummer en (.) fordi her er det på en måte en ut og så ganger du det med fire fordi at det er fire rundt og så plusser du på en fordi det er en i midten

61 **I**: mm (.) kjempe fint (3s) det er en god oppgave fordi det er ikke sikkert at alle ville ha sett den sammenhengen med en gang (.) en vil ofte begynne å telle for å lete etter sammenhenger

62 **Siri**: ja (.) men det er veldig greit å finne sammenhenger mellom tallet og figuren (.) fordi da kan du ta hvilken som helst (2s) for eksempel figur 40 så kan du (3s)



Figur 7. Siri har laget sin egen mønsteroppgave med løsning (vedlegg 5).

Siri har laget en oppgave lignende den de har jobbet med. Figuren hennes er formet som et kryss, hvor det finnes en sammenheng mellom figur og figurnummer. Hun forteller hvor nyttig det er å se denne sammenhengen, ettersom man da kan regne ut hvilken som helst figur. Løsningsforslaget Siri har laget til denne oppgaven er i form av en generell regel. Av alle elevene i klassen var det bare fem av dem (inkludert Siri) som klarte å lage sin egen oppgave med løsning. To av disse elevene hadde regnet feil i løsningsforslaget sitt.

Den andre oppgaven elevene skulle arbeide med hver for seg gikk ut på å fordele brusflasker (vedlegg 6). I den neste transkripsjonen forklarer Siri hva hun tenkte da hun da skulle løse denne oppgaven:

64 **Siri**: ja (.) nå vet ikke jeg om det jeg gjorde var lov men jeg trodde det (2s) først her begynte jeg å fordele (.) så skjønte jeg liksom ikke hvordan det skulle gå opp fordi syv er jo ikke liksom (.) syv er jo et primtall og da (.) ja (2s) så kom jeg jo på at det selvfølgelig kunne gå an å helle opp i noen (.) og da tenkte jeg at når jeg heller de fulle flaskene over (.) hvis jeg heller halvparten av de over i de tomme så vil det være liksom bare halvfulle flasker≈

Siri forteller at hun begynte å fordele flaskene mellom de tre personene. Etter en stund begynte hun å reflektere over tallet syv, at syv er et primtall. Hun valgte derfor å løse oppgaven på en annen måte enn ved å fordele flaskene. Som tidligere nevnt ble denne oppgaven valgt fordi det finnes flere løsninger til problemet. Jeg ønsket derfor å undersøke om Siri hadde funnet flere løsninger:

69 **I**: Jeg ser at du har prøvd å fordele flaskene på andre måter og (.) men:
70 **Siri**: ja jeg fant ikke helt ut og så (.) gadd jeg ikke bruke mer tid på det
71 **I**: nei (.) så du prøvde ikke å finne flere løsninger?
72 Siri: nei jeg prøvde liksom litt men så (5s)
73 **I**: ja≈
74 **Siri**: ≈jeg fikk det ikke helt til

Siri startet med å lete etter flere løsninger til problemet, men når hun ikke fikk det til ga hun opp. Blant alle elevene i klassen var det kun en elev som fant tre løsninger til problemet og bare to elever som fant to ulike løsninger. Ut fra oppgaveløsningene oppfattes disse tre elevene som sterke i faget. Det virker som om disse elevene har brukt god tid på hver enkelt oppgave, og mestret de fleste oppgavene de har prøvd seg på.

Den siste oppgaven elevene skulle gjøre individuelt gikk ut på å fordele tallene 1-12 i 12 sirkler formet som to kvadrat (vedlegg 7). I denne oppgaven ønsket jeg å undersøke hvilke metoder elevene tok i bruk for å løse problemet. Om Siri eventuelt ville bruke andre metoder enn resten av klassen. I intervjuet forklarte Siri hvordan hun tenkte når hun løste denne oppgaven:

78 **Siri**: ≈først jeg tenkte jo at de tallene som skal være inni må være større enn de (.) det må være de høye tallene fordi det er jo bare fire (.) og så begynte jeg å prøve først så prøvde jeg 12 og 11 og 10 og 9 (.) og så prøvde jeg de andre rundt og så merket jeg at det var litt for stor forskjell da (.) så til slutt så var det sånn at jeg (.) jeg husker ikke helt hva det var men det var ett eller annet jeg fant ut at (4s) den ene ble litt mer enn den (.) og da kunne jeg lett se at jeg bare måtte gjøre (2s) den om til (2s) jeg tror egentlig at jeg hadde skrevet ni der og så måtte jeg gjøre den om til (.) om til seks og så en annen om til ni (.) ja det var det jeg gjorde

79 **I**: ja:

80 **Siri**: °ja jeg husker ikke helt° (2s) og så på den så (2s) da var det egentlig sånn at jeg prøvde meg litt frem at jeg tok liksom (3s) en to tre fire (.) og de andre rundt og så (.) ja (.) litt sånn forskjellig (.) og etter hvert så fant jeg ut at (.) når jeg fant ut den så skjønte jeg jo at det i midten skulle være 13≈

Siri oppdaget at de største tallene måtte være i det indre kvadratet ettersom det bare skulle være fire tall i det indre kvadratet og åtte tall i det ytre kvadratet. Ut i fra denne konklusjonen prøvde hun seg frem for å finne løsningen. På den neste deloppgaven skulle summen av det indre kvadratet være en femtedel av det ytre kvadratet. Siri forteller da at det måtte være noen av de minste tallene i midten. Hun prøvde seg frem, og kontrollerte om det ble en femtedel med kalkulatoren. For å finne frem til løsningene i denne oppgaven bruker Siri logisk tenkning. Hun reflekterer over tallene i oppgaveteksten og bruker denne refleksjonen for å komme frem til en løsning.

Som tidligere nevnt ble feltarbeidet utført på to ulike dager. Den første dagen fikk elevene arbeide med oppgaver individuelt, og den andre dagen jobbet elevene med en oppgave sammen i grupper. Denne oppgaven gikk blant annet ut på at elevene skulle lage en generell formel for ett figurmønster. Siri samarbeidet med to andre gutter i klassen. Gruppen diskuterte ulike mønster og fremgangsmåter for å lage formelen. Dersom en av guttene kom med forslag på formler som ikke representerte mønsteret brukte Siri tid på å forklare hvorfor formelen ikke ville fungere. Videre bestemte hun at de kunne bruke x for den ukjente verdien som var høyden på figuren. Da de til slutt hadde kommet frem til en formel de var fornøyd med oppdaget Siri at de måtte bruke parenteser for at formelen skulle være riktig:

269 **Siri**: ja men det er jo en formel da (.) så da blir det høyde pluss høyde minus en og så ganger vi det med (2s) da må kanskje det stå i en parentes (3s) fordi hele den skal jo ganges med

270 **G2**: har vi ikke hele stykket her da?

271 **Siri**: jo men jeg tror vi må gjøre noe sånn at:

272 **G2**: jeg tror ikke at vi må gjøre noe mer

273 **Siri**: vi må gjøre noe sånn at vi må gange det først

274 **G3**: ja (.) for det er (.) nei se Siri det er jo høyden sett sånn

275 **Siri**: då må vi jo ha da må vi

276 **G2**: nei vent

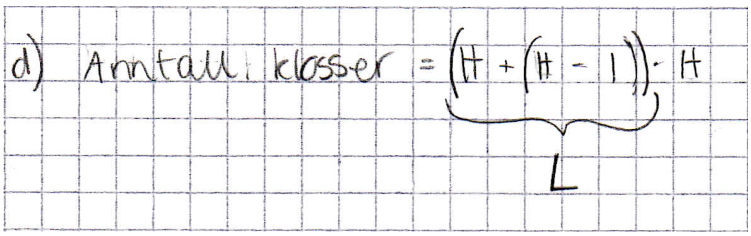
277 **G3**: Siri se (2s) hvis du setter den (2s) setter en sånn en her (2s) og en L der så blir det lengden ganger høyden er lik

278 **Siri**: ja ja (.) men det er uansett

279 **G3**: det er sånn du finner ut lengden

280 **Siri**: men jeg tror vi må ha det i parentes der uansett fordi i vanlig matte så er det sånn at du ganger først ting og da viser vi jo at (.) dette her skal ganges først (2s) <u>ja!</u>

281 **G2**: da er det sånn da



Figur 8. Gruppens løsning av deloppgave d (vedlegg 8).

De to guttene i gruppen skjønner ikke helt hva Siri mener når hun sier at deler av formelen må stå i en parentes. Siri fortsetter med å forklare hvorfor, og blir til slutt fornøyd med formelen. Ut i fra guttenes utsagn er det uvisst om de forstår hvorfor det er nødvendig å bruke parentes, men de stoler på Siri sine kunnskaper.

4.2.1 Tolkning

Som tidligere nevnt er Siri en evnerik elev i matematikkfaget. Dette vises særlig når hun skal lage sin egen ”mønsteroppgave” med løsning. Etter å ha sammenlignet løsningsforslagene til elevene oppdaget jeg at det bare var fem elever som hadde fullført denne oppgaven. Siri var den eneste av dem som hadde laget et løsningsforslag i form av en generell regel. Ifølge Tunnicliffe (2010) er dette et kjennetegn ved de evnerike elevene, evnen til å gi mer konkrete og abstrakte løsninger til problem. De andre fire elevene hadde funnet løsningen på den neste figuren i rekken og lignende. Klassen hadde ikke arbeidet med slike oppgaver før, men Siri viser en evne til å utvikle en forståelse for emnet. Hun ser sammenhenger mellom figur og figurnummer, og bruker denne kunnskapen når hun selv skal lage sin egen oppgave. I intervjuet viser Siri også hvor bevisst hun er på dette forholdet. Til tross for at dette er en god oppgave, oppfatter jeg at Siri ikke er stolt av den. I intervjuet med henne fortalte hun at hun ikke hadde vært særlig kreativ. Siri kunne med andre ord ha laget et enda mer avansert mønster med løsning. Hvorfor hun ikke gjorde dette kan ha sammenheng med hennes interesser. Da jeg spurte henne om hun likte å lage slike oppgaver selv svarte hun tvilende, og ut fra mine observasjoner virket det som om hun ikke ville gjøre denne oppgaven.

Siri sin kunnskapsbase kommer til uttrykk i alle oppgave hun arbeider med. I to av oppgavene reflekterer hun over tallets egenskaper, og bruker denne kunnskapen for å komme frem til en løsning. I gruppearbeidet bruker hun sine kunnskaper om regning med parentes i matematikk. Siri forsøker å forklare de to andre elevene på gruppen hvorfor det er nødvendig med parenteser i formelen de har laget. Uten støttende respons forklarer hun igjen hvorfor de må bruke parenteser, og hvordan man bruker parentes i matematikk. Siri viser at hun klarer å overføre kunnskap hun har lært i andre situasjoner til nye situasjoner. Dette samsvarer med Tunnicliffe (2010) sin beskrivelse av de evnerike elevene, at de har en evne til å overføre kunnskap til nye ukjente situasjoner.

Det er viktig å merke seg at misoppfatninger kan være en del av en elevs kunnskapsbase (Schoenfeld, 1992). Siri uttalte i starten av intervjuet (se punkt 4.1, transkripsjon nr. 9-10) at hun liker matematikk ettersom det bare finnes en riktig løsning. Ut i fra mine tolkninger preger denne holdningen hennes løsninger av de rike matematikkoppgavene. To av oppgavene elevene arbeidet med gikk ut på å finne flere løsninger til samme problem. Siri fortalte i intervjuet at hun prøvde å finne flere løsninger til det ene problemet, men at hun ga opp og ikke ville bruke mer tid på det. Hun brukte ikke tid på å utforske problemet og lete etter ulike løsninger. Det kan virke som om Siri foretrekker oppgaver med en riktig løsning, og ikke oppgaver med flere løsninger. Jeg oppfatter at hun er fornøyd med seg selv når hun har funnet en løsning til problemet, og at hun ikke ser behovet for å finne flere løsninger. Som nevnt ovenfor var det bare tre av 16 elever som fant flere løsninger til dette problemet. Det er dermed mulig at klassen har liten erfaring med å utforske og finne flere løsninger til ulike problem. Det er også mulig at resultatet hadde vært ”bedre” dersom oppgaveformuleringen hadde vært annerledes. Istedenfor formuleringer som: ”finnes det mer enn én måte å gjøre det på?” og ”finner du flere løsninger på a) og b)?” kunne det vært bedre med ”hvor mange løsninger klarer du å finne?”. Med en slik formulering kunne man kanskje ha vekket konkurranseinstinktet hos elevene.

4.3 Siri sin bruk av problemløsningsstrategier

I matematikk skiller man ofte mellom tre ulike typer oppgaver (Hagland, et al., 2005). Oppgaven kan enten defineres som en rutineoppgave, tekstoppgave eller som et problem. Rutineoppgaver er ment som en ferdighetstrening for elevene, hvor målet er å øve på en gitt løsningsmetode. Når elevene arbeider med problem er derimot løsningsmetoden ukjent. De må undersøke problemet og utforske ulike fremgangsmåter. I denne delen av analysen vil jeg undersøke hvilke fremgangsmåter Siri bruker for å løse de rike matematikkoppgavene. Jeg vil også undersøke om det er noen forskjeller mellom metodene Siri bruker i forhold til resten av klassen. Transkripsjonen under er hentet fra intervjuet hvor Siri forteller hvordan hun løste den første oppgaven (vedlegg 5):

33 **I**: det har du helt sikkert (.) ehm (.) hvordan var det du tenkte for å finne figur fem?

34 **Siri**: ja (.) på den først så tok jeg bare og så (.) først så tenkte jeg ikke på noen formel og sånn så då tok jeg bare å tegnet (.) og først tenkte jeg at (ukjent tekst) fire (2s) så først tenkte jeg jo at den var riktig med så kom jeg på at det stod fem≈

35 **I**: ≈mm

36 **Siri**: så måtte jeg jo lage den og (2s) ehm: og da ser jeg jo her at de har jo bare bygget på (.) de bygger liksom på (.) i alle fall i forhold til de lyse så er det liksom en (.) en på hver side og så (.)

37 **I**: mm

38 **Siri**: og så en for hver rute liksom og så (.) de mørke rundt (.) eh: (ukjent tekst) ja på oppgave fem nei på b-en ja (.) då tenkte jeg at når det stod liksom femten så kan

jeg ikke begynne å tegne helt ut til femten det er jo liksom litt langt (.) så da tenkte jeg (.) ehm: (.) da så jeg en sammenheng her at liksom på figur en så er det en lys og på figur to så er det to lyse i bredden og på tre og sånn som det er (.) og så går det jo (.) der er det liksom en ganger en der er det to ganger to (.) så fant jeg ut at for å finne de lyse så må jeg vertfall ta (.) da vet jeg at hvis det er femten så blir det femten ganger femten i de lyse vertfall≈

39 **I**: ≈ja

40 **Siri**: og så så jeg jo at (.) for å finne de mørke så er det jo sånn at (.) hvis du tenker i bredden så er det liksom (.) ehm: (.) altså figurnummeret tre pluss to (.) altså en på hver side (2s) og så tenkte jeg at da tar jeg det og så ganger jeg med det samme tallet og så her ble det jo da fem ganger fem og så minus de lyse og da finner jeg ut hvor mange mørke

Siri forteller at hun brukte tegning for å finne figur fem, og at hun ikke var opptatt av å lete etter noe mønster. Gjennom tegning av figuren oppdaget hun likevel at det var et mønster blant de lyse steinhellene. Videre skulle Siri finne figur 15, og hun skjønte da at tegning ikke var den beste fremgangsmåten. Ved å studere figuren oppdaget hun hvordan hun kunne finne totalt antall steinheller og hvor mange av dem som var lyse eller mørke. Blant alle elevene i klassen klarte de fleste av dem å finne figur fem. Flere av dem har samme fremgangsmåte som Siri, og noen oppdaget mønsteret allerede her. Elevene som oppdaget et mønster svarte ved bruk av regning. Å finne antall mørke og lyse steinheller for figur 15 opplevdes derimot som vanskeligere. Utenom Siri var det kun fem andre elever som klarte å finne riktig antall lyse og mørke steinheller. Av dem var det fire elever som oppdaget en formel og en elev som valgte å tegne figuren. Det viser seg at det var antall mørke steinheller som gjorde at flere elever ikke mestret denne oppgaven. Noen av dem tenkte at antall mørke var 17×17, som i virkeligheten er totalt antall steinheller. Andre tenkte at antall mørke steinheller var 17×4. Disse elevene sannsynligvis funnet antall steinheller på en side og gange med antall sider. De har ikke oppdaget at de fire hjørnene da blir tatt med en gang for mye.

Den andre oppgaven elevene skulle arbeide med individuelt var ”Brusflasker” (vedlegg 6) (se punkt 4.2, transkripsjon nr. 64). For å løse denne oppgaven startet Siri med å fordele antall brusflasker mellom de tre personene. Etter en stund oppdaget Siri en annen måte hun kunne løse problemet på, og ”ga opp” den første løsningsmetoden. De fleste elevene som prøvde seg på denne oppgaven fikk den til, og fremgangsmåtene varierer. Noen av dem brukte regning for å finne ut hvor mye brus og hvor mange flasker hver person skulle ha, og deretter fordelte. Andre oppdaget samme løsningsmetode som Siri, og de resterende fordelte ved bruk av prøving og feiling.

Den tredje oppgaven elevene skulle arbeide med individuelt var "To kvadrater" (vedlegg 7) (se punkt 4.2, transkripsjon nr. 78-80). I intervjuet fortalte Siri at hun raskt skjønte hvilke tall som skulle være i det indre kvadratet, både i oppgave a og b. Deretter prøvde hun seg fem med ulike tall for å finne frem til løsningen. For å finne ut om hun hadde funnet riktig løsning i oppgave b, dividerte hun summen av tallene i det ytre kvadratet på fem. Denne oppgaven var den siste elevene arbeidet med individuelt, og dermed var det ikke alle elevene som fikk tid til å arbeide med den. Av elevene som prøvde seg på oppgaven, klarte alle bortsett fra to elever å finne en løsning på oppgave a. Noen av dem regner ut summen av alle tallene, dividerer på to og deretter plasserer tallene. Andre fant en løsning gjennom prøving og feiling. Oppgave b var det bare fire elever (bortsett fra Siri) som prøvde seg på. Av dem er det tre elever som fant en løsning. To av dem kom frem til løsningen ved å sette opp ulike kombinasjoner av to tall som til sammen blir 78 (1+2+..+12).

I intervjuet med elevene fikk alle spørsmål om de hadde arbeidet mye med problemløsning i matematikktimene. Jeg var interessert i å høre om elevene hadde erfaring med å arbeide med problemløsningsoppgaver, ettersom dette kan prege deres strategibruk (Schoenfeld, 1992). Transkripsjonen under er hentet fra intervjuet med Siri:

89 **I**: ja (.) kjempe fint (2s) så da lurte jeg litt på (.) om dere har jobbet mye med problemløsning i timene?
90 **Siri**: ehm: (.) ikke på lenge føler jeg
91 **I**: nei≈
92 **Siri**: ≈nei jeg føler at det var litt lenge siden så det var litt uvant

Siri forteller at det er en stund siden de har jobbet med problemløsning og at hun derfor syntes at det var litt "uvant". Den neste transkripsjonen er hentet fra intervjuet med J1 hvor hun svarer på det samme spørsmålet som Siri:

67 **I**: ja men det er fint (3s) har dere jobbet mye med problemløsningsoppgaver i matematikken?

68 **J1**: ja jeg tror egentlig vi har det (.) det er sånn av og til (.) så er det sånn at vi løser det av og til i mattetimene og så av og til er det sånn (.) det er jo noen oppgaver som er sånn men og av og til så pleier læreren vår skrive en liten oppgave ved siden av de andre vi skal gjøre i boken (.) som en liten problemløsning.

J1 forteller at klassen arbeider med problemløsningsoppgaver ”av og til”. Noen gangen arbeider de med slike oppgaver felles i klassen, og andre ganger gis det som en ekstraoppgave. Transkripsjonen under er hentet fra intervjuet med G1 hvor han svarer på det samme spørsmålet som jentene ovenfor:

79 **I**: ja (.) fint (2s) pleier dere å jobbe mye med problemløsningsoppgaver i timene?
80 **G1**: nei jeg vil ikke si det
81 **I**: nei (.) av og til?
82 **G1**: av og til ja (.)…

G1 hevder at de ikke jobber så mye med problemløsning i matematikktimene. Alle elevene er dermed enige om at de arbeider med slike oppgaver av og til. Problemløsning er ikke ukjent for dem, men det er heller ikke noe de arbeider ofte med.

4.3.1 Tolkning

En viktig egenskap med matematiske problem er at man ikke har en lett tilgjengelig løsningsmetode (Grevholm & Strømsnes, 2003; Hagland, et al., 2005; Mason & Davis, 1991). I intervjuet med Siri fortalte hun at det er nettopp dette som gjør problemløsning vanskelig og utfordrende for henne. At man ikke kan bruke en regel eller metode man har lært i undervisning, men at man må undersøke og utforske for å finne frem til en løsningsmetode.

Som tidligere nevnt syntes jeg at det var nødvendig å finne ut om elevene hadde arbeidet mye med problemløsning tidligere. Min oppfatning er at klassen arbeider med problemløsningsoppgaver en gang i blant, og at det noen ganger gis som ekstraoppgaver til de som er ferdig med det de ”må” gjøre. Elevenes oppgaveløsning viser at flere av elevene ofte velger ”prøving og feiling” fremfor å finne løsningen ved bruk av logisk tenkning eller regning. Dette kan kanskje ha en sammenheng med elevenes erfaring med problemløsning.

Ettersom jeg ikke har intervjuet alle elevene i klassen er det vanskelig å uttale seg om Siri sine løsningsstrategier i forhold til de andre elevene. Jeg kan analysere oppgaveløsningene, men jeg vet ikke hva de andre elevene tenkte og hva som gjorde at de valgte de ulike metodene. Derimot kan jeg tolke Siri sin bruk av strategier ut i fra intervjuet med henne og oppgaveløsningene. Hvilken strategi hun bruker er avhengig av hvilken oppgave hun arbeider med. I de tre oppgavene hun arbeidet med alene brukes blant annet tegning, "prøving og feiling", logisk tenkning og regning ved bruk av formler. Jeg oppfatter at Siri velger den fremgangsmåten som raskest vil gi henne en løsning på problemet. Hun viser at hun er fornøyd når hun finner en effektiv måte å løse de ulike problemene på. Denne egenskapen er ifølge Distin (2006) et karakteristikk ved de evnerike elevene. Når det ble for mye å tegne valgte Siri å lete etter et mønster, og når oppgavene kunne løses ved logisk tenkning fremfor regning var valget enkelt. Jeg oppfatter at Siri velger strategier som virker mest fornuftig ut fra hennes synspunkt. Ut i fra lærerens oppfatninger og mine observasjoner kunne Siri ha funnet løsningen på de to siste oppgavene ved bruk av regning, men ettersom Siri oppdaget en løsning ved logisk tenkning var ikke dette nødvendig for henne.

4.4 Siri sin evne til å overvåke og kontrollere egen problemløsningsprosess

Siri sin evne til å overvåke og kontrollere sin egen problemløsningsprosess kommer til uttrykk i intervjuet med henne og observasjonene fra gruppearbeidet. Å være reflektert samt kunne vurdere ulike valg er viktige kunnskaper i arbeid med problemløsningsoppgaver. Like viktig er evnen til å lage en plan for arbeidet (Borgersen, 1994; Mason & Davis, 1991; Schoenfeld, 1992).

I intervjuet viser Siri en evne å vurdere de ulike valgene hun tar. Et eksempel på dette er når hun skulle forklare hvordan hun arbeidet med den første oppgaven (vedlegg 5). I intervjuet fortalte Siri at hun løste den første deloppgaven ved tegning, og syntes at dette var en grei måte å gjøre det på. Da hun skulle løse den neste deloppgaven oppdaget hun derimot at dette ikke var en god nok strategi (se punkt 4.3, transkripsjon nr. 38). Hun fortalte at det i denne deloppgaven ville bli alt for mye å tegne, og at hun derfor valgte å løse oppgaven ved å finne et mønster. Videre i intervjuet viser Siri at hun er reflektert og bevisst på de ulike valgene hun tar. Hun reflekterer blant annet over fordelene ved å se sammenheng mellom figur og figurnummer.

I siste del av intervjuet ønsket jeg å vite om Siri hadde lært noe av å arbeide med de rike matematikkoppgavene. Om hun hadde lært noe annerledes av å arbeide med disse oppgavene i forhold til oppgavene i læreboken. Transkripsjonen under viser hva Siri svarte:

99 **I**: noe annerledes enn hva dere lærer av oppgavene i læreboken?

100 **Siri**: eh: (3s) jeg vet ikke helt

101 **I**: nei

102 **Siri**: å lese oppgaven nøye (.) spesielt på den der fordi at (.) jeg liksom først så tenkte jeg (.) jeg skjønte liksom ikke hvordan jeg skulle gå opp på en måte (.) men så tenkte jeg at jo selvfølgelig det er jo flasker (.) du kan jo helle liksom≈

Etter å ha arbeidet med oppgavene har Siri erfart hvor viktig det er å lese oppgaven nøye. Problemet skal ikke bare leses, men det skal analyseres og tolkes. Man må forstå problemet før man kan gå videre i løsningsprosessen (Borgersen, 1994; Mason & Davis, 1991; Schoenfeld, 1992).

Siri sin evne til å ha kontroll over egen problemløsningsprosess vises tydelig når hun samarbeidet med to gutter i klassen (G2 og G3). Sammen skulle de arbeide med en rik matematikkoppgave (vedlegg 8). Gjennom hele løsningsprosessen (ca. 40min) var det Siri som ledet samtalen. Guttene i gruppen deltok med ulike innspill, men Siri førte samtalen, noterte og stilte spørsmål. Transkripsjonen under viser et utdrag fra gruppearbeidet. Gruppen skulle finne ut hvor mange klosser de måtte ha for å lage et tårn som var seks klosser høyt. En av guttene, G2, kommer med et forslag på hvordan det kan regnes ut:

39 **Siri**: så seks pluss≈

40 **G2**: ≈pluss fem ganger seks blir det da

41 **Siri**: ikke fem ganger seks men fem ganger fire (.) ja (.) fordi det er fire sider

42 **G2**: å ja (.) det stemmer det ja

Siri oppdager raskt at forslaget til G2 er galt, og retter på han. Hun forklarer også hvorfor forslaget er feil, slik at G2 skjønner hvordan oppgaven skal regnes ut. Siri viser at hun har kontroll over løsningsprosessen. Hun gir de andre elevene i gruppen mulighet til å bidra med løsningsforslag selv om hun vet hvordan svaret skal regnes ut. Oppgaven gruppen arbeidet med gikk også ut på å lage en generell formel til et figurmønster. Transkripsjonen av gruppearbeidet viser at det stort sett er Siri som oppdager ulike mønster og bidrar med ulike løsningsmetoder:

136 **Siri**: men: (.) hva med sånn der (2s) at det kan ha noe med å finne ut høyden

137 **Siri**: det er syv der og syv der i hvert fall (2s) hm:

138 **Siri**: skal vi se

139 **G3**: vent (2s) det går jo an å regne ut hvor lang den er hvis du skjønner hva jeg mener (.) sånn og sånn

140 **Siri**: ja

141 **G3**: men: jeg er litt usikker på hvordan vi skal gjøre det

142 **Siri**: skal vi se (3s) pluss seks pluss (ukjent tekst) for det blir jo syv (.) og her blir det en to tre fire fem (2s) syv syv fem fem

143 **Siri**: kanskje hvis vi begynner med en (2s) ja se nå se nå se nå se nå (.) se (.) en (.) så blir det tre (.) her er det fem (.) så det øker alltid med to i hvert fall

144 **G2**: mhm: (2s) da har vi kanskje noe (.) men vi trenger fremdeles en måte og

145 **Siri**: kanskje det blir sånn her da

Siri ser på den tredimensjonale figuren som to deler slik at det blir to figurer i planet. Hun forenkler figuren slik at den skal være enklere å håndtere. Videre oppdager hun at begge delene først har syv klosser, deretter fem og så videre. At antall klosser øker (eventuelt minker) med to klosser for hver etasje. For å opprettholde kontroll og struktur over problemløsningsprosessen snakker Siri høyt om hva hun ser og hva hun tenker. Etter en liten stund oppdager Siri noe nytt:

154 **Siri**: okei (.) kan vi (2s) for dette her er liksom høyden (3s) høyden ganger en to tre fire liksom (.) du ganger det helt opp til (.) liksom høyden er fire (.) så ganger du det (2s) i fire omganger (3s) det burde jo være en slags regel (.) hvis høyden er seks så vet vi at vi ganger det i seks omganger (.) du ganger det helt ned til en

155 **G2**: ja men (3s) hvordan skriver vi det?

Igjen er det Siri som oppdager en ny side ved figuren som kan brukes til å lage en generell formel. Hun undersøker og reflekterer over ulike måter de kan komme frem til løsningen på. Det tar ikke lang tid før hun enda en gang oppdager noe nytt:

172 **Siri**: kan det ha noe med areal og gjøre da?

173 **G2**: hm:

174 **Siri**: vi ha jo syv her og fire her

175 **G3**: jeg tror bare det har med høyden og gjøre egentlig

176 **G2**: men:

177 **Siri**: en to tre fire fem seks syv

178 **Siri**: det er jo samme svar (2s) da må det bare være det da (7s) for det blir jo det samme svaret (3s) vi får se om det hjelper hvis vi tar: (.) for eksempel (4s) tolv

179 **Siri**: seks

180 **Siri**: se (.) seks i høyden

181 **Siri**: da blir det en to tre fire fem seks syv åtte ni ti elleve

182 **G2**: elleve ganger seks

183 **G3**: det stemmer jo på en måte (4s) det blir jo 66

184 **Siri**: ja

Siri ser sammenhenger mellom ”de to delene” av figuren og oppdager at man kan finne antall klosser ved å regne ut arealet av figuren. Atter en gang er det Siri som har oppdaget en ny løsningsmetode. Guttene i gruppen kommenterer forslagene hennes, men bidrar ikke med egne forslag.

Etter å ha arbeidet med den samme deloppgaven i 15min finner gruppen til slutt en formel som de er fornøyd med. De har funnet ut at dersom man ganger antall klosser i lengden med antall klosser i høyden vil man finne totalt antall klosser. Derimot har Siri oppdaget et problem med formelen:

202 **G2**: er det hele formelen?

203 **Siri**: det blir jo sånn (3s) men det er det at (.) det er det at (3s) hva skal du gjøre hvis

204 **G3**: du finner jo ut alle klossene

205 **Siri**: ja men hva skal du gjøre hvis (.) hva gjør du hvis du eh: (2s) sier at du får bare vite at (.) okei dette her er en med tolv klosser i høyden (2s) da kan du jo ikke plutselig tenke sånn at det er så mange

206 **G2**: Da::

207 **Siri**: hva skulle vi gjort da?

208 **Siri**: da må du jo først finne ut hvor mange som er der nede

Siri viser igjen at reflekterer over de ulike løsningene, og at hun ikke gir seg før hun er 100% sikker på at de har kommet frem til rett løsning. Hun forklarer til de andre på gruppen at de må finne en formel for hvor mange klosser figur n har i lengden, ettersom de bare får oppgitt høyden.

4.4.1 Tolkning

Transkripsjonene fra intervjuet og gruppearbeidet viser at Siri er reflektert. Hun viser en god evne til å vurdere de ulike valgene hun tar, og hun gir seg ikke før hun har funnet en løsning til de ulike problemene. Selv om intervjuet ble utført en liten stund etter at hun hadde arbeidet med oppgavene (pga. matfriminutt) husket Siri hvorfor hun valgte de ulike løsningsmetodene. Jeg oppfatter derfor at de ulike valgene ikke er tilfeldige, men vurdert og reflektert over. Evnen til å overvåke egen løsningsprosess er ifølge Tunnicliffe (2010) et kjennetegn ved evnerike elever, og ut fra mine observasjoner stemmer dette med hensyn til Siri. I løpet av problemløsningsprosessen har Siri også fått erfare hvor viktig det er å lese oppgaven nøye før man går i gang med arbeidet. Dette er ifølge Mason og Davis (1991) en viktig del av problemløsningsprosessen. For å kunne lage en plan for arbeide er det nødvendig å utvikle en forståelse for selve problemet. Dersom man forstår hva problemet søker svar på vil man lettere komme frem til løsningen.

Når elevene skulle arbeide i grupper ble Siri satt sammen med to elever som presterer bra i faget. Den ene eleven, G2, presterer ofte på samme nivå som Siri på matematikkprøver. Likevel skiller Siri seg ut i gruppen. Gjennom hele prosessen tenker hun høyt, og begrunner tankene sine. Hun leder samtalen, noterer og stiller spørsmål til de andre elevene på gruppen. Hun har hele tiden kontroll over arbeidet. Når gruppen skulle finne en formel til mønsteret de hadde oppdaget var det Siri som deltok med ulike forslag. Hun viste en evne til å se på figuren fra flere sider og reflektere over de ulike løsningsmetodene. Ut i fra mine observasjoner virker det som om G2 og G3 holder tankene sine for seg selv. Det er mulig at de ikke er like sikre på seg selv i faget, og derfor overlater det meste til Siri. Det kan også hende at de synes oppgaven var for vanskelig.

En viktig del av å overvåke og kontrollere egen problemløsningsprosess er evnen til å planlegge ulike løsningsstrategier. I intervjuet med Siri fortalte hun at hun ikke var opptatt av å planlegge en strategi for å løse de ulike problemene, men at hun først og fremst prøvde seg frem. Etter å ha analysert arbeidet til Siri vil jeg påstå at hun stort sett planlegger løsningsstrategier, men at hun ikke er klar over dette selv. Hun tolker og analyserer de ulike problemene først, og finner deretter frem til ulike løsningsmetoder. Siri viser arbeidsvilje, evne til å holde fokus over lengre tid, og engasjement for oppgavene hun arbeider med. Hun viser med andre ord en egenskap som ifølge Renzulli (1998) er nødvendig for å vise begavet atferd.

Et siste punkt som er verdt å nevne under denne analysekategorien er hvordan Siri avslutter arbeidet med et problem. For henne er ikke løsningen god nok før den er kontrollert og hun er helt sikker på at løsningen er riktig. Dette vises særlig i gruppearbeidet når elevene skulle lage en generell formel. Siri bruker god tid på den siste fasen i problemløsningsprosessen. Hun ser tilbake på løsningsmetoden, tester formelens gyldighet og gir seg ikke før hun er helt sikker. Ifølge Mason og Davis (1991) og flere andre forskere innen problemløsning er dette en viktig del av problemløsningsprosessen. Som problemløser må man reflektere over løsningen – om den er akseptabel, og om svaret en har kommet frem til er rimelig (Breiteig & Venheim, 2005).

4.5 Siri sine tanker om de rike matematikkoppgavene

Målet med de rike matematikkoppgavene er å tilpasse undervisningen til Siri. Oppgavene er laget slik at alle elevene skulle ha mulighet til å arbeide med dem ut fra sine egne forutsetninger. På denne måten kan Siri få en tilpasset undervisning sammen med klassen, og ikke isolert fra dem. Derimot krever denne tilpasningen at en viktig forutsetning oppfylles: Siri må ønske å jobbe med oppgavene. Hun må finne motivasjon i oppgavene til å undersøke dem og lete etter løsninger.

Som tidligere nevnt har Siri gitt uttrykk for at hun synes problemløsning kan være vanskelig og utfordrende. Mot slutten av intervjuet spurte jeg Siri hva hun syntes om timen, og hvordan det var å arbeide med de rike matematikkoppgavene:

93 **I**: okei (2s) hvordan synes du det var å jobbe med disse oppgavene?

94 **Siri**: jeg synes egentlig at det var (.) det er litt greit (.) i hvert fall siden vi på en måte ikke har gjort det på lenge og det er litt sånn (2s) det er jo veldig god hjernetrim (2s) for du må liksom tenke på en kreativ måte og du må liksom (3s) så jeg synes det var ganske kjekt jeg

95 **I**: ja (.) så du føler at du ble utfordret?

96 **Siri**: ja (.) ja jeg føler at det var (.) det var ikke sånn at det kom sånn med en gang (.) jeg måtte jo tenke litt

Siri fortalte først at det var ”litt greit”, men etter en stund ombestemte hun seg, og sa at hun syntes det var ”ganske kjekt”. Dette av flere grunner: det var lenge siden de hadde jobbet med problemløsning, det var god hjernetrim og hun fikk være kreativ. Hun opplevde at oppgavene utfordret henne, at hun måtte ”tenke litt” for å finne en løsning til de ulike problemene. Ved å arbeide med oppgavene erfarte hun også hvor viktig det var å lese oppgaven nøye (se punkt 4.5, transkripsjon nr. 102). Hun oppdaget at oppgaveteksten inneholdt informasjon som var viktig i løsningsprosessen. Videre i intervjuet ønsket jeg å finne ut om Siri kunne tenke seg å jobbe med slike oppgaver oftere:

111 **I**: kunne du tenkt deg å jobbe med slike oppgaver oftere?

112 **Siri**: ja det kunne jeg faktisk (.) jeg tror at jeg kunne tenkt meg

Å streve lenge med en oppgave, og deretter finne en løsning skaper mestringsfølelse og glede hos elevene. Siri og de to guttene hun samarbeidet med strevde lenge for å lage en formel som skulle representere et mønster. Transkripsjonen under viser reaksjonen til G2 og Siri når de endelig hadde laget en formel de var fornøyd med:

300 **G2**: lærer! Lærer vi er ferdig (.) vi klarte det

301 **Siri**: ja vi klarte det (2s)

302 **Siri**: lærer! Vi fant en formel!

4.5.1 Tolkning

Ut i fra intervjuet og observasjonene av Siri oppfatter jeg at hun syntes det var kjekt å arbeide med de rike matematikkoppgavene. Hun reflekterer over de positive sidene ved oppgavene og hva hun har lært av å jobbe med dem. Ut i fra min oppfatning har Siri erfart at problemløsningsoppgaver kan være kjekt selv om de kan være utfordrende, og selv om man ikke umiddelbart vet hvordan man skal løse dem.

I starten av intervjuet fortalte Siri at hun synes det er kjekt å få til oppgaver som hun har arbeidet med over lengre tid. Dette fikk hun også erfare i arbeid med de rike matematikkoppgavene. Et godt eksempel er når hun skulle lage en formel sammen med to andre elever i klassen. Elevene strålte av glede når de endelig fikk til oppgaven, og ropte på læreren for å si at de hadde fått den til. Det var fantastisk å observere hvor stolte de ble, og jeg opplevde dette som en bekreftelse på hva Siri hadde fortalt meg i intervjuet.

5 Diskusjon

Fra å ha analysert ulike deler av Siri sitt arbeid med de rike matematikkoppgavene vil jeg nå gå over til å drøfte de ulike funnene som en helhet. Med utgangspunkt i oppgavens forskningsspørsmål vil studiens data bli diskutert i lys av relevant teori.

5.1 Siri sitt arbeid med de rike matematikkoppgavene

Som tidligere nevnt var målet med de rike matematikkoppgavene å tilpasse undervisningen til Siri. På lik linje med de svake elevene i skolen har også de evnerike elevene behov for en undervisning tilpasset til deres forutsetninger. De har behov for en undervisning hvor de kan utvikle sine evner. Ved å bruke de rike matematikkoppgavene i studien ønsket jeg at Siri skulle få en tilpasset undervisning sammen med de andre elevene i klassen. Denne avgjørelsen er også støttet av Jahr (2014) som hevder at evnerike elever kan ha nytte av en tilpasset undervisning som ikke isolerer dem fra de andre elevene. I løpet av hans år som lærer har han opplevd at arbeid med problemløsningsoppgaver også har vekket interesse hos andre elevene, ikke bare de flinkeste.

For å strukturere studiens diskusjon, skal jeg nå oppsummere Siri sitt arbeid med oppgavene ut fra Renzulli (1998) sin definisjon av begavet atferd, nemlig sammensetningen av egenskapene: over gjennomsnittlige evner, oppgaveengasjement og kreativitet.

Som tidligere nevnt definerer Renzulli (1998) evner på to ulike måter, som generelle eller spesielle evner. Siri sine generelle evner kommer godt til uttrykk i oppgavene hun arbeidet med. Ved å lese og analysere de ulike oppgavene viser hun en god evne til å bearbeide informasjonen som gis. Hun bruker god tid på å forstå hva oppgaven ønsker svar på, før hun går i gang med de ulike strategiene. Et godt eksempel på dette er når hun skulle løse oppgaven med to kvadrater. Siri reflekterte over oppgaveteksten og tallene som skulle brukes før hun prøvde å løse oppgaven. Siri viser også at hun har forståelse for det hun har lært. I gruppearbeidet skulle elevene blant annet lage en generell formel for ett figurmønster. Her tok Siri i bruk kunnskapen om regning med parenteser. Hun viser en evne til å overføre kunnskap til nye og ukjente situasjoner. Dette er en av flere egenskaper som ifølge Tunnicliffe (2010) kjennetegner de evnerike elevene. Et annet eksempel som også er verdt å nevne er når Siri skulle lage sin egen oppgave. Selv om oppgaven ikke krevde det, laget hun en generell løsning til problemet. De spesielle evnene som skal diskuteres i denne oppgaven er i forhold til matematikkfaget. Eksemplene brukt ovenfor kan også brukes her. Siri viser at hun er forut for klassen når hun bruker kunnskap de andre elevene ikke husker eller ikke vet hvordan de skal bruke. Siri velger bevisst å arbeide med vanskelige oppgaver, fordi hun vet at oppgavene de arbeider med til vanlig ikke byr på særlige utfordringer for henne. Etter å ha lest teori om de evnerike elevene hadde jeg derimot forventet at Siri skulle bruke mer tid på hver enkelt oppgave, spesielt de to siste oppgavene elevene arbeidet med individuelt. Ifølge forskning liker evnerike elever å gå i dybden, utforske og finne flere måter å løse samme problem på (Distin, 2006; Skogen & Idsøe, 2011; Tunnicliffe, 2010). Disse egenskapene er derimot fraværende i Siri sitt arbeid med disse to oppgavene (vedlegg 6 og 7). Som jeg påpekte i analysen kan det være flere grunner til dette. Hennes oppfatning om at matematikkoppgaver bare har ett riktig svar kan sannsynligvis være et hinder for henne. Siri trenger da å erfaring med flere slike oppgaver slik at denne oppfatningen kan endres.

Den andre egenskapen som ifølge Renzulli (1998) er nødvendig for å vise begavet atferd er oppgaveengasjement. Å argumentere for at Siri har engasjement og motivasjon for de fleste oppgavene hun arbeidet med er ikke vanskelig. Når hun arbeider med en oppgave gir hun seg ikke før hun finner en løsning. Oppgavene hun arbeider med i matematikktimene er ofte for enkle for henne, og ut i fra mine tolkninger har hun liten erfaring med å streve med oppgaver. Enda mindre erfaring har hun med å ikke få til oppgaver. For Siri er det dermed ikke greit å ikke få til en oppgave. Gruppearbeidet er igjen et godt eksempel å vise til. Selv om gruppen arbeidet med samme deloppgave i ca. 30 minutt ga hun seg ikke. Fra videoopptaket observerte jeg at guttene på gruppen begynte å bli lei, og de vekslet på å delta i samtalen. Siri holdt derimot konsentrasjonen oppe. Hun ledet samtalen, noterte og diskuterte ulike løsningsmetoder. Hun viste en evne til å holde fokus over lengre tid, og hun hadde troen på at de kunne utføre arbeidet.

Den tredje egenskapen, kreativitet, kommer også til uttrykk i Siri sitt arbeid med de rike matematikkoppgavene. Når elevene skulle lage sin egen oppgave viste Siri at hun både er oppfinnsom samt har evner til å skape noe nytt. I intervjuet med Siri ønsket jeg å vite hvordan hun syntes det var å jobbe med oppgavene. Hun svarte da at det var god hjernetrim fordi hun fikk tenke på en kreativ måte (se punkt 4.5, transkripsjon nr. 93-94). Siri viser at hun setter pris på de kreative sidene ved matematikk. Gjennom arbeidet med oppgavene fikk hun tenke kreativt samt finne kreative tilnærminger til de ulike problemene. Hun fikk mulighet til å bruke den tredje egenskapen som ifølge Renzulli (2005) er nødvendig for å vise begavet atferd.

Som nevnt i masteroppgavens teoridel har man tatt avstand fra å kun bruke intelligenstester for å definere om en person er evnerik eller ikke. Man fokuserer derimot på personens evner og potensial i forhold til andre elever på samme alderstrinn (Skogen & Idsøe, 2011). Dette gjelder også i denne oppgaven. Det har ikke blitt utført noen form for tester for å undersøke om Siri er evnerik, derimot vil det ikke være vanskelig å gi begrunnelser for hvorfor hun er en evnerik elev. At Siri har evner i matematikk er noe hun selv, læreren og foreldrene hennes har oppdaget. Dersom Siri følger den ordinære undervisningen sammen med klassen opplever hun at matematikken blir for lett. Hun kan bruke ti minutter på de samme oppgavene som de andre elevene i klassen kan bruke en halvtime på. Hun mestrer kunnskapen raskere enn de andre elevene i klassen og har en god hukommelse. Hun viser med andre ord to egenskaper som kjennetegner evnerike elever i klasserommet (Distin, 2006). Gjennom arbeidet med de rike matematikkoppgavene fikk jeg også bekreftet Siri sine evner i matematikk. Hennes logiske resonnering, hukommelse og evne til å overføre kunnskap til nye og ukjente situasjoner skiller seg fra de andre elevene i klassen. Av de seks profilene utviklet av Betts og Neihart (1988) oppfatter jeg Siri som ”den vellykkede”. Hun følger med i timene, presterer bra på skolen og er godt likt jevnaldrende. Hun er dermed blant de evnerike elevene som er lettest å identifisere fordi hennes evner er ”synlige”, og hun er ikke redd for å vise at hun liker matematikk. Derimot er det viktig å merke seg at denne gruppen elever fort kan kjede seg på skolen. De trenger utfordringer som kan gi dem motivasjon og muligheter til å opprettholde gleden for faget.

5.2 Berikelse av undervisningen

Ved å la Siri arbeide med oppgaver som er tilpasset til hennes forutsetninger berikes undervisningen. Berikelse som strategi tar hensyn til at evnerike elever har mulighet til å gjennomgå skolens pensum i et raskere tempo enn sine jevnaldrende (Pettersson, et al., 2013). I denne oppgaven ble det brukt rike matematikkoppgaver for å berike undervisningen. Det som er spesielt ved disse oppgavene er at alle elever skal ha mulighet til å arbeide med dem ut fra egne forutsetninger (Hagland, et al., 2005). Oppgavene kan med andre ord brukes får å berike undervisningen til Siri når hun har jobbet seg gjennom pensumet, og de kan brukes i hele klassen.

Et tilpasset undervisningstilbud i matematikk er ikke ukjent for Siri. Høsten 2013 fikk hun tilbud om å ta 9. og 10. klasse pensum i matematikk over ett år, slik at hun til høsten 2014 kunne ta matematikk på en videregående skole etter skoletid. Dette var en akselererende strategi hvor elevene skulle gå gjennom pensumet i et raskere tempo (Mönks, et al., 2008; Skogen & Idsøe, 2011). I intervjuet med Siri snakket vi om dette tilbudet:

113 **I**: nei (.) læreren din nevnte at du hadde et annet matematikkopplegg før jul≈

114 **Siri**: ≈ja

115 **I**: hvordan var det?

116 **Siri**: ehm (.) det var egentlig kjekt (.) men: det var jo sånn at jeg skulle liksom (.) det skulle være sånn at når jeg går i tiende så skal jeg på en måte så skulle jeg egentlig hatt sånn første videregående pensum

117 **I**: ja≈

118 **Siri**: ≈på en videregående skole (.) men så var det sånn at nå til nå før jul så hadde jeg liksom den prøven som vi skal ha til i år i niende (.) den hadde jeg egentlig i fjor (.) men så følte jeg at det ble liksom så (2s) jeg fikk liksom så dårlig tid og det var liksom sånn vi fikk liksom bare en og en halv måned før den prøven til å forberede oss og (.) før vi begynte på programmet (.) så det ble liksom bare så mye (.) og jeg gikk ned altså jeg vanligvis får jeg kanskje sekser og så fikk jeg firer på den prøven liksom (.) og så ble det litt mye og så snakte jeg med mamma og pappa (.) og det var liksom hele opplegget var liksom litt dårlig kanskje og: (2s) så ble det liksom sånn (.) jeg følte ikke at jeg forstod så mye og så (.) ja (.) så sluttet jeg med det da

119 **I**: ja (.) så det som dere jobber med nå har du hatt litt av før jul?

120 **Siri**: ja (.) eller ikke sånn veldig (.) fordi vi fikk aldri gått gjennom det (.) vi måtte liksom lese det selv

121 **I**: åja:

122 **Siri**: så var det sånn at jeg hadde en time i uken jeg kunne spør han ene kontaktpersonen da (.) men da gikk det så fort og han bare bablet i vei om masse annet jeg ikke forstod (.) så det ble liksom ikke (2s) liksom (.) det var litt mye

Siri forteller at hun syntes det var kjekt å kunne gå gjennom pensumet i et raskere tempo, men at opplegget ikke ble slik hun hadde forventet. Hun forteller at de fikk liten tid til å forberede seg til en stor prøve og at hun måtte lese seg gjennom pensumet på egenhånd. En gang i uken fikk hun en time med veiledning i forhold til det hun lurte på. Siri måtte bruke mer av fritiden sin på skolearbeid, og dette gikk ut over andre fritidsaktiviteter. På grunn av dette fikk hun også dårligere karakter i faget. Etter et halvt år med opplegget bestemte Siri seg for å gå tilbake til å følge klassens matematikkundervisning. Slik jeg oppfatter det måtte Siri stort sett klare seg på egenhånd. En vanlig misoppfatning i forhold til evnerike elever er nettopp dette, at de er selvstyrt og klarer seg best selv. Dette er derimot ikke tilfellet, på lik linje med de andre elevene man møter på skolen har også disse elevene behov for hjelp og støtte (Skogen & Idsøe, 2011). En time veiledning i uken vil dermed ikke være tilstrekkelig. I slutten av intervjuet snakket vi om hvordan Siri opplever undervisningen sammen med de andre elevene i klassen:

21 **I**: ja: (.) du jobber jo med det samme som de andre i klassen nå≈

22 **Siri**: ≈ja

23 **I**: hvordan synes du at det er?

24 **Siri**: ehm (2s) når har det jo vært (.) jeg har på en måte ikke (.) etter at jeg sluttet med det programmet så har jeg på en måte ikke sagt til (.) så har ikke jeg og læreren min snakket så mye mer om sånn ekstraprogram liksom som jeg skal ha i tillegg så jeg har liksom bare gjort det som de andre har gjort (.) og jeg tenker egentlig at det bare har vært litt herlig i forhold til alt det andre jeg har gjort før (.) men (2s) jeg tror snart jeg burde begynne med liksom kanskje (.) ha noen ekstraoppgaver eller ett eller annet (.) for jeg merker nå at liksom det begynner å bli litt lett igjen

25 **I**: ja (.) tror du da problemløsningsoppgaver kan være noe du kunne ha jobbet med?

26 **Siri**: ja det tror jeg kanskje hadde vært midt i blinken

Når jeg intervjuet Siri var det bare en måned siden hun hadde sluttet med det andre matematikkopplegget. Siri hadde derfor ikke fått snakket med læreren om ekstraarbeid og lignende. Siri fortalte at det er "herlig" å jobbe med det samme som de andre elevene, men at hun opplever at det blir for enkelt. Fremover er det viktig at Siri får flere utfordringer i matematikkundervisningen slik at hun ikke opplever at matematikk blir et kjedelig fag. Hun må få mulighet til å utvikle evnene sine slik som Skogen og Idsøe (2011) understreker viktigheten av. Gjennom arbeidet med de rike matematikkoppgavene opplever jeg at Siri fikk bli utfordret igjen (se punkt 4.5, transkripsjon nr. 95-96). Oppgavene kunne ikke løses på et blunk, hun måtte være kreativ og hun måtte lete etter løsningsmetoder. Slik jeg oppfatter det kan oppgavene betegnes som problem for Siri. Hun hadde et ønske om å løse dem, hun hadde ikke en ferdig løsningsmetode tilgjengelig, og oppgavene krevde en anstrengelse av henne. Oppgavene oppfyller med andre ord tre kriterier som ifølge Hagland, et al. (2005) er nødvendige for at de skal kunne betegnes som problem. Ut i fra observasjonene og intervjuet av Siri vil jeg dermed påstå at man kan bruke rike matematikkoppgaver for å tilrettelegge undervisningen til henne.

Dersom rike matematikkoppgaver skal kunne brukes for å tilrettelegge undervisningen til andre evnerike elever som Siri kreves det at en viktig forutsetning oppfylles. Eleven må ha motivasjon til å løse oppgavene. Som lærer må man finne oppgaver som passer til den enkelte elevens interesser, oppgaver som kan "plage" eleven slik at han eller hun ønsker å finne ett eller flere svar. Dersom dette kravet oppfylles, mener jeg at det finner flere grunner til å bruke rike matematikkoppgaver for å tilpasse undervisningen til denne elevgruppen:

- elevene blir utfordret til å finne egne løsninger på ulike problem
- elevene får erfaring med å finne flere løsninger til samme problem
- elevene blir utfordret til å analysere og utforske oppgaven: hva søker den svar på?

I feltarbeidet fikk Siri arbeide med de rike matematikkoppgavene alene og i gruppe. Ut i fra intervjuet og observasjonene av Siri mener jeg at begge metodene er hensiktsmessige for å tilrettelegge undervisningen for henne. Derimot er det viktig å påpeke at den evnerike eleven har behov for å samarbeide med elever på samme utviklingsnivå (Goodhew, 2009). Ved å la den evnerike elevene samarbeide med andre sterke elever i faget kan de få mulighet til å utfordre hverandre. Ut fra mine observasjoner oppfattet jeg at Siri burde ha samarbeidet med noen andre elever i klassen. Gjennom arbeidet med den rike matematikkoppgaven måtte hun stort sett utfordre seg selv til å finne ulike løsninger til problemet.

Et siste punkt som er verdt å nevne er oppgavens mulighet for gode matematiske samtaler i klasserommet. Selv om det ikke ble utført i dette prosjektet er jeg i ettertid bevisst på fordelene ved å bruke oppgavene som utgangspunkt for samtale. Ifølge Schoenfeld (1992) er matematiske diskusjoner i klasserommet et viktig verktøy for å utvikle elevenes forståelse i faget. Rike matematikkoppgaver kjennetegnes ved at de inneholder viktige matematiske begrep og åpner for flere løsninger og løsningsmetoder (Hagland, et al., 2005). Ved å la elevene fortelle om de ulike løsningsmetodene kan de få erfare at et problem kan løses på flere måter.

6 Konklusjon

I denne siste delen av masteroppgaven vil jeg oppsummere funnene mine til en konklusjon. Oppgavens fokus har vært tilpasset opplæring til de evnerike elevene i matematikk, og forskningsspørsmålet har vært:

Hvordan arbeider evnerike elever med rike matematikkoppgaver og i hvilken grad er denne oppgavetypen hensiktsmessig for å tilrettelegge undervisningen til disse elevene?

6.1 Oppsummering og resultat

I denne oppgaven har jeg undersøkt hvordan en evnerik elev har arbeidet med rike matematikkoppgaver, og om denne oppgavetypen er hensiktsmessig for å tilrettelegge undervisningen til disse elevene. For å finne svar på disse spørsmålene har jeg studert en evnerik elev i matematikk, Siri som går i 9. klasse. Feltarbeidet gikk ut på at Siri og de andre elevene i klassen hennes fikk arbeide med flere rike matematikkoppgaver. Tre av oppgavene ble arbeidet med individuelt, og en oppgave ble arbeidet med i grupper. Jeg ønsket med dette å sammenligne hvordan Siri arbeidet med de rike matematikkoppgavene i forhold til de andre elevene i klassen. Ut i fra observasjoner, intervju og oppgaveanalyser vil jeg presentere mine resultat fra studien.

For meg har det vært viktig å sette oppmerksomheten på de evnerike elevene i matematikk. Som lærere må vi vite hvordan vi kan tilpasse undervisningen til disse elevene. Vi må vite hva som kjennetegner disse elevene og vi må vite hvilke metoder som kan fungere i undervisningen. I Norge har evnerike elevene i matematikk blitt et større forskningsfokus den siste tiden. Sist år ble en svensk bok av Pettersson, et al. (2013) oversatt til norsk, denne fikk navn ”Barns matematiske evner- og hvordan de kan utvikles”, og i vår ble boken ”Matematikktalenter – hva med dem” gitt ut av Grønmo, et al. (2014).

Resultatet fra studien min viser at Siri ble utfordret i arbeidet med de rike matematikkoppgavene. Hun ble utfordret til å reflektere over oppgavetekstene, utforske ulike løsningsmetoder samt være kreativ. Siri fikk arbeide med problemene ut fra hennes egne forutsetninger og hun fikk bruke kunnskapene sine. Hun viste en motivasjon for å løse oppgavene selv om hun ikke klarte finne en løsning med en gang. Min oppfatning er dermed at rike matematikkoppgaver <u>kan</u> brukes for å tilrettelegge undervisningen for evnerike elever i matematikk. Disse elevene kan få arbeide med oppgavene som en berikelse av undervisningen når de ikke får noe utbytte av den ordinære undervisningen som gis. I tillegg til dette viser også studien at det er mulig å la alle elevene i en klasse arbeide med dem ettersom elevene får arbeide med oppgavene ut fra sine egne forutsetninger. På denne måten vil den evnerike eleven bli inkludert i klassens matematikkundervisning. Derimot må man være bevisst på at ulike misoppfatninger kan hindre elevene i løsningsprosessen (Schoenfeld, 1992). I denne studien var det misoppfatningen om at det bare finnes et riktig svar i matematikk som hindret Siri i å utforske og finne flere løsninger til de ulike problemene. Dersom elevene skal arbeide med slike oppgaver er det dermed viktig at de får erfaring med oppgaver som har flere løsninger. De må få erfaringer med matematikk som et utforskende fag, og ikke som et fag basert på rett eller galt. For at oppgavene skal oppleves tilretteleggende er det også viktig at de interesserer elevene. Dette er nødvendig for at elevene skal opprettholde motivasjon for å løse dem.

6.2 Pedagogiske implikasjoner

Hva kan man lære av denne masteroppgaven i forhold til undervisning for de evnerike elevene i matematikk? Som tidligere nevnt er dette en kvalitativ studie, og man kan dermed ikke generalisere funnene. Man kan overføre denne kunnskapen til lignende situasjoner, men man kan ikke med sikkerhet si at resultatet vil gjelde for alle evnerike elever. Derimot håper jeg at denne oppgaven har satt et enda sterkere lys på disse elevene. At flere lærere får oppmerksomheten opp for de evnerike elevene og tar seg tid til dem. Tid til å finne ut hvilken undervisning de trenger for å utvikle sine evner i matematikk.

6.3 Videre forskning

I forhold til videre forskning synes jeg det kunne være interessant å gjennomføre studien med flere evnerike elever. Eleven som deltok i denne studien, Siri, er blant de evnerike elevene som er lettest å identifisere i skolen. Man kan på en måte betegne henne som en slags ”ideal elev”: hun følger med i timene, er aktiv, er godt likt blant jevnaldrende og presterer bra på skolen. For meg er det viktig å understreke at dette ikke er tilfeller for alle evnerike elever. Det finnes flere evnerike elever som ikke er lette å indentifiseres fordi de skjuler evnene sine, kjeder seg på skolen eller oppleves utfordrende i undervisningen. Det kunne derfor være spennende å undersøke om de rike matematikkoppgavene kunne oppleves tilretteleggende for flere evnerike elever, også de som har utviklet en negativ holdning til skolen og matematikkfaget. Ved å bruke flere evnerike elever i en studie (flere case) vil også studiens overførbarhet styrkes. Flere case gir studien mer tyngde og sterkere konklusjon (Yin, 2009).

I ettertid kunne jeg også tenke meg å undersøke om de rike matematikkoppgavene kan brukes som utgangspunkt til en samtale hvor den evnerike eleven kan delta aktivt sammen med de andre elevene i klassen. Det kunne vært spennende å undersøke om den evnerike eleven ville hatt noe utbytte av dette. Ut i fra denne studien er min oppfatning at en slik samtale vil være nyttig for alle elevene. Studien viser de at fleste elevene i klassen trenger erfaring med oppgaver som åpner for flere løsninger og løsningsmetoder, og gjennom samtale kan de få erfare dette.

Referanseliste:

Aubsdal, I. (2011). *Elevers strategier for løsning av matematikkoppgaver - En sammenligning av noen sterke og svake elever på 9. trinn.* (Masteroppgave, Universitetet i Oslo). Universitetet i Oslo, Oslo.

Betts, G. , & Neihart, M. (1988). *Profiles of the gifted and talented*. Thousand Oaks, Calif.: Corwin Press.

Bjuland, R. (2007). Adult Students` Reasoning in Geometry: Teaching Mathematics through Collaborative Problem Solving in Teacher Education. *The Montana Mathematics Enthusiast, 4*, 1-30.

Borgersen, H. E. (1994). Open ended problem solving in geometry. *Nordisk matematikkdidaktikk, 2*(2).

Borgersen, H. E. , & Bjuland, R. (2007). Verksted for problemløsning: mening, bevis og generalisering. I B. Jaworski (Red.), *Læringsfellesskap i matematikk*. Bergen: Caspar.

Breiteig, T. , & Venheim, R. (2005). *Matematikk for lærere*. Oslo: Universitetsforl.

Bø, I. , & Helle, L. (2013). *Pedagogisk ordbok*. Oslo: Universitetsforlaget.

Dalland, O. (2007). *Metode og oppgaveskriving for studenter*. Oslo: Gyldendal akademisk.

Distin, K. (2006). *Gifted children: a guide for parents and professionals*. London: Jessica Kingsley Publishers.

George, D. , & Gilbert, I. (2011). *Young, gifted and bored*. Carmarthen, Wales: Crown house.

Goodhew, G. (2009). *Meeting the needs of gifted and talented students*. London: Network Continuum.

Grevholm, B. , & Strømsnes, H. (2003). *Matematikk for skolen*. Bergen: Fagbokforlaget.

Grønmo, L. S., Jahr, E., Skogen, K. , & Wistedt, I. (2014). *Matematikktalenter i skolen - hva med dem?* . Oslo: Cappelen Damm Akademisk.

Hagland, K., Hedrén, R. , & Taflin, E. (2005). *Rika matematiska problem: inspiration till variation*. Stockholm: Liber.

Helskog, G. , & Fondenes, E. (2014). Foreldrene til Are (10) forlangte bedre matteundervisning - ble meldt til barnevernet. Lokalisert på http://www.tv2.no/a/5436552 - .UzwrHVwQa04

Hofset, A. (1970). *Evnerike barn i skolen*. Oslo: Universitetsforlaget.

Haarr, R. (2012). *Tilpasset undervisning for potensielt sterke elever i klasserommet.* (Masteroppgave, Universitetet i Stavanger). Universitetet i Stavanger, Stavanger.

Idsøe, E. M. C. (2014, 07.02.2014). Har vi råd til å miste de evnerike barna?, *Aftenposten*. Lokalisert på http://www.aftenposten.no/meninger/kronikker/Har-vi-rad-til-a-miste-de-evnerike-barna-7461577.html - .U0-tK1wSe04

Imsen, G. (1998). *Elevens verden: innføring i pedagogisk psykologi*. Oslo: Tano Aschehoug.

Jahr, E. (2014). Matematikk og de talentfulle elevene. I L. S. Grønmo, E. Jahr, K. Skogen & I. Wistedt (Red.), *Matematikktalenter i skolen - hva med dem?* Oslo: Cappelen Damm Akademisk.

Jensen, F. , & Nortvedt, G. A. (2013). Holdninger til matematikk. I M. Kjærnsli & R. V. Olsen (Red.), *Fortsatt en vei å gå - Norske elevers kompetanse i matematikk, naturfag og lesing i PISA 2012*. Oslo.

Johannessen, A., Tufte, P. , & Christoffersen, L. (2011). *Introduksjon til samfunnsvitenskapelig metode*. Oslo: Abstrakt.

Kvale, S. , & Brinkmann, S. (2009). *Det kvalitative forskningsintervju* (T. M. Anderssen & J. F. Rygge, Trans.). Oslo: Gyldendal akademisk.

Mason, J. , & Davis, J. (1991). *Fostering and sustaining mathematics thinking through problem-solving*. Victoria: Deakin University.

Mönks, F. J., Ypenburg, I. H., Jahr, M.-C. , & Ystenes, M. (2008). *Begavede barn: en veiledning for foreldre og pedagoger*. Oslo: Abstrakt.

Nevøy, A. (2004). *Et arbeidsnotat om Case-studier og kvalitativ metode. En teoretisk diskusjon*. Universitetet i Stavanger. Upublisert arbeidsnotat.

Nordberg, G. , & Engstrand, S. (1992). *Problemløsning i matematikk: nye muligheter - nye utfordringer*. Kristiansand: Pedagogisk senter.

Opplæringslova. (2014). *Lov om grunnskolen og den videregåande opplæringa, LOV-1998-07-17-61*. Lokalisert 21.03 2014, på http://www.lovdata.no

Pettersson, E., Wistedt, I. , & Goveia, I. C. (2013). *Barns matematiske evner - og hvordan de kan utvikles*. Oslo: Cappelen Damm akademisk.

Reis, S. M. , & Renzulli, J. S. (2010). The Schoolwide Enrichment Model: A Focus on Student Strengths and Interests. *Gifted Education International, 26(2-3)*, 140-157.

Renzulli, J. S. (1978). What Makes Giftedness? Reexamining a Definition. *Phi Delta Kappan 60(3),* 180-184.

Renzulli, J. S. (1998). Three-Ring Conception of Giftedness Nurturing the Gifts and Talents of Primary Grade Students. Lokalisert på http://www.gifted.uconn.edu/sem/semart13.html

Renzulli, J. S. (2005). The Three-Ring Conception of Giftedness: A Developmental Model For Promoting Creative Productivity. I R. J. Sternberg & J. E. Davidson (Red.), *Conceptions of giftedness*. USA: Cambridge University Press.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. I D. Grouws (Red.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (s. 334-370). New York: National Council of Teachers of Mathematics.

Skogen, K. , & Idsøe, E. C. (2011). *Våre evnerike barn: en utfordring for skolen*. Kristiansand: Høyskoleforlaget.

Strandberg, L. , & Meier, T. (1990). *Problemboka*. Oslo: NKS-forlaget.

Thagaard, T. (2013). *Systematikk og innlevelse: en innføring i kvalitativ metode*. Bergen: Fagbokforlaget.

Torkildsen, S. H. , & Maugesten, M. (2006). *Sirkel: Matematikk for ungdomstrinnet: Grunnbok 8B*. Oslo: Aschehoug.

Tunnicliffe, C. (2010). *Teaching able, gifted and talented children: strategies, activities and resources*. Los Angeles: Sage.

Ueland, M. (2013a, 15.02.2013). Spesialundervisning ingen løsning for de flinke, mener skolesjefen, *Aftenbladet*. Lokalisert på http://www.aftenbladet.no/nyheter/lokalt/stavanger/--Spesialundervisning-ingen-losning-for-de-flinke_-mener-skolesjefen-3123479.html - .UzwnU1wQa04

Ueland, M. (2013b, 19.02.2013). Stor fare for at de smarte blir skoletapere, *Aftenbladet*. Lokalisert på http://www.aftenbladet.no/nyheter/lokalt/stavanger/Stor-fare-for-at-de-smarte-Ablir-skoletapere-3125264.html - .UzwoKVwQa04

Utdanningsdirektoratet. (2014a). *Prinsipp for opplæringa: Tilpassa opplæring og likeverdige føresetnader*. Lokalisert på http://www.udir.no/Lareplaner/Kunnskapsloftet/Prinsipp-for-opplaringa/Tilpassa-opplaring-og-likeverdige-foresetnader/.

Utdanningsdirektoratet. (2014b). *Tolkning av regelverket: Spesialpedagogisk hjelp og spesialundervisning*. Lokalisert på http://www.udir.no/Regelverk/Tolkning-av-regelverket/Elever-med-sarskilte-behov/Spesialundervisning/Spesialundervisning/5-Retten-til-spesialundervisning/ - a5.1.

Yin, R. K. (2009). *Case study research: design and methods*. Thousand Oaks, Calif: Sage.

Yin, R. K. (2014). *Case study research: design and methods*. Los Angeles, Calif: Sage.

Aasheim, A. (2014). For smarte for norsk skole. *Amagasinet*. Lokalisert på http://www.aftenposten.no/amagasinet/For-smarte-for-norsk-skole-7458791.html - .UzwowVwQa07

Vedlegg

Vedlegg 1: Tilbakemelding fra NSD

Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste AS
NORWEGIAN SOCIAL SCIENCE DATA SERVICES

Harald Hårfagres gate 29
N-5007 Bergen
Norway
Tel: +47-55 58 21 17
Fax: +47-55 58 96 50
nsd@nsd.uib.no
www.nsd.uib.no
Org.nr. 985 321 884

Arne Jakobsen
Institutt for grunnskolelærerutdanning, idrett og spesialpedagogikk Universitetet i Stavanger

4036 STAVANGER

Vår dato: 09.12.2013 Vår ref: 36337 / 2 / MSS Deres dato: Deres ref:

TILBAKEMELDING PÅ MELDING OM BEHANDLING AV PERSONOPPLYSNINGER

Vi viser til melding om behandling av personopplysninger, mottatt 18.11.2013. Meldingen gjelder prosjektet:

36337	*Tilpasset opplæring til sterke elever i matematikk*
Behandlingsansvarlig	*Universitetet i Stavanger, ved institusjonens øverste leder*
Daglig ansvarlig	*Arne Jakobsen*
Student	*Kristin Ims*

Personvernombudet har vurdert prosjektet og finner at behandlingen av personopplysninger er meldepliktig i henhold til personopplysningsloven § 31. Behandlingen tilfredsstiller kravene i personopplysningsloven.

Personvernombudets vurdering forutsetter at prosjektet gjennomføres i tråd med opplysningene gitt i meldeskjemaet, korrespondanse med ombudet, ombudets kommentarer samt personopplysningsloven og helseregisterloven med forskrifter. Behandlingen av personopplysninger kan settes i gang.

Det gjøres oppmerksom på at det skal gis ny melding dersom behandlingen endres i forhold til de opplysninger som ligger til grunn for personvernombudets vurdering. Endringsmeldinger gis via et eget skjema, http://www.nsd.uib.no/personvern/meldeplikt/skjema.html. Det skal også gis melding etter tre år dersom prosjektet fortsatt pågår. Meldinger skal skje skriftlig til ombudet.

Personvernombudet har lagt ut opplysninger om prosjektet i en offentlig database, http://pvo.nsd.no/prosjekt.

Personvernombudet vil ved prosjektets avslutning, 01.08.2014, rette en henvendelse angående status for behandlingen av personopplysninger.

Vennlig hilsen

Vigdis Namtvedt Kvalheim

Marie Strand Schildmann

Kontaktperson: Marie Strand Schildmann tlf: 55 58 31 52
Vedlegg: Prosjektvurdering
Kopi: Kristin Ims kristinims@hotmail.com

Dokumentet er elektronisk produsert og godkjent ved NSDs rutiner for elektronisk godkjenning.

Avdelingskontorer / District Offices:
OSLO: NSD. Universitetet i Oslo, Postboks 1055 Blindern, 0316 Oslo. Tel: +47-22 85 52 11. nsd@uio.no
TRONDHEIM: NSD. Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet, 7491 Trondheim. Tel: +47-73 59 19 07. kyrre.svarva@svt.ntnu.no
TROMSØ: NSD. SVF, Universitetet i Tromsø, 9037 Tromsø. Tel: +47-77 64 43 36. nsdmaa@sv.uit.no

Vedlegg 2: Informasjonsskriv til foreldre

Informasjonsskriv vedrørende forskningsprosjekt i skolen

Jeg vil her informere deg/dere som foreldre til barn i …… ved …………… ungdomsskole om forskningsprosjektet som jeg ønsker å gjøre i klassen. Målet med prosjektet er å tilegne seg kunnskaper om tilrettelegging av undervisningen i matematikk. Jeg ønsker å studere ulike elevers tilnærminger til problemløsningsoppgaver i faget.

Det er derfor ønskelig at jeg får anledning til å observere klassen i noen matematikktimer og samle inn data i form av feltnotater, intervju (av tre til fire elever i klassen) og oppgaveanalyse. Det vil bli gjort video- og/eller lydopptak fra observasjonene og intervjuene. All informasjon vil bli behandlet konfidensielt og anonymisert slik at det ikke skal kunne spores tilbake til elevene. Gjennom hele prosessen (innsamling, bearbeidelse, analyse og presentasjon av data) vil jeg arbeide bevisst på å anonymisere dataene. Det skal ikke være mulig å kjenne igjen hvilken skole eller klasse forskningen har foregått ved.

All medvirkning i dette prosjektet er basert på frivillighet, og dere står selvsagt helt fritt til å velge om barnet deres skal være med eller avstå fra å delta i prosjektet eller ikke. De som samtykker kan også på et hvilket som helst tidspunkt trekke seg fra prosjektet.

Observasjonene vil foregå i løpet av februar, etter nærmere avtale med klassens matematikklærer. Video- og lydopptak vil bli oppbevart på en sikker måte. Prosjektet er meldt og godkjent av Personvernombudet for forskning ved NSD. Alle involverte parter fra UiS er underlagt taushetsplikt, og data vil bli behandlet deretter. Opptakene vil bli slettet/destruert når prosjektet er avsluttet. (Dato for prosjektets slutt er satt til 1. august 2014.)

Det ferdige arbeidet vil være min masteroppgave i matematikkdidaktikk ved Universitetet i Stavanger (UiS). For nærmere informasjon om prosjektet kan dere ta kontakt med meg, Kristin Ims. Jeg håper på positiv tilbakemelding fra deg/dere.

Med vennlig hilsen

Kristin Ims

kristinims@hotmail.com

Masterstudent i matematikkdidaktikk

Universitetet i Stavanger

Svarslipp:

Jeg/vi tillater at Kristin Ims fra UiS observerer og eventuelt intervjuer vårt barn.

Underskrift av foresatt(e): ....

Jeg godtar også at det blir samlet inn data som beskrevet ovenfor.

Ja   Nei   (sett ring rundt valg)

Vedlegg 3: Intervjuguide

Semistrukturert intervjuguide

Informasjon før videoopptak starter:

- Informasjon om at det vil bli brukt videoopptak under intervjuet, og at det skal ta hensyn til kravet om anonymisering.
- Prosjektet er basert på frivillig deltakelse
- Informasjon om prosjektet: at jeg fokuserer på hvordan ulike elever arbeider med problemløsningsoppgaver.
- Spør eleven om det er noe han/hun lurer på før vi starter med intervjuet

Spørsmål under videoopptak:

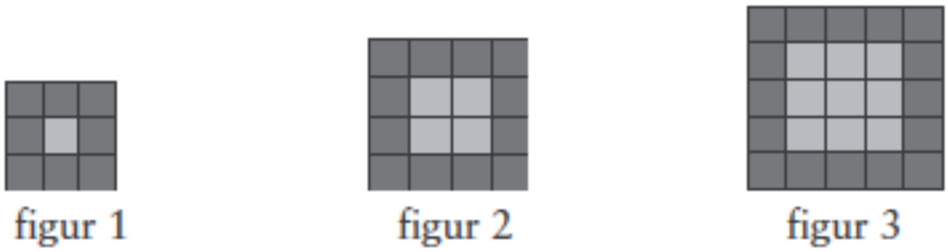
- Enkle spørsmål for å bli kjent med eleven, slik at eleven skal bli trygg på meg som intervjuer.
    - o Hva eleven synes om matematikk og matematikktimene, hvorfor
    - o Hva som er kjekt og mindre kjekt med faget
    - o Om eleven synes matematikk er lett eller vanskelig
    - o Hvilke type matematikkoppgaver eleven liker å jobbe med, hvorfor
    - o Hvor mye tid eleven bruker på matematikk utenom skolen
- Spørsmål i forhold til elevens arbeid med problemløsningsoppgavene
    - o Be eleven forklare hva han/hun tenkte i arbeid med problemene, snakke oss gjennom oppgavene
- Spørsmål i forhold til elevens tanker om å bruke problemløsningsoppgaver i matematikk, om eleven trives med denne type oppgave.
    - o Om de har erfaring med problemløsning
    - o Hvordan de synes det er å jobbe med slike oppgaver i forhold til oppgavene i læreboken, hvorfor
- Spørsmål i forhold til de rike matematikkoppgavene
    - o Hvordan det var å jobbe med disse oppgavene, hvorfor
    - o Hva lærte eleven av å arbeide med oppgavene. Lærte eleven noe annerledes av å jobbe med disse oppgavene?
    - o Om eleven ble utfordret
    - o Om eleven hadde en strategi for å løse oppgavene, eller om han/hun bare prøvde seg frem
    - o Om eleven kunne tenkt seg å jobbe med slike oppgaver oftere.

Vedlegg 4: Transkripsjonsnøkler

Funksjon	**Tegn**	**Beskrivelse**
Overlapp	[tekst] [tekst]	Blir brukt når to personer sier noe samtidig
Overtakelse	tekst≈ ≈tekst	Indikerer når en person overtar og fortsetter å snakke uten at det er pause imellom
Pause (≥ 1 s)	(ns) der n = antall sekunder Eks. (6s)	Pauser i antall sekunder
Kort pause (≤ 1 s)	(.)	Pauser på under et sekund
Spørsmål	?	Indikerer et spørsmål
Forlengelse	: eller :: for lengre	Indikerer at ordet forlenges
Lav prat	°tekst°	Indikerer at det blir snakket lavt
Ukjent tekst	(ukjent tekst)	Indikerer når det som blir sagt er helt ugjenkjennelig og blir ikke transkribert
Forsterkning	<u>tekst</u>	Indikerer at ord eller setninger blir forsterket

Vedlegg 5: Steinheller

Det skal legges et mønster ved hjelp av kvadratiske steinheller, mørke og lyse. Slik ser mønsteret ut:



a) Hvor mange steinheller må brukes for å lage figur 5? Hvor mange av dem er mørke og hvor mange av dem er lyse?
b) Hvor mange steinheller må brukes for å lage figur 15? Hvor mange av dem er mørke og hvor mange av dem er lyse?
c) Hvor mange lyse og mørke steinheller går det til figur n? Hvor mange heller går det totalt til figur n? (Klarer du å lage en generell formel?)
d) Lag ett lignende problem og løs det.

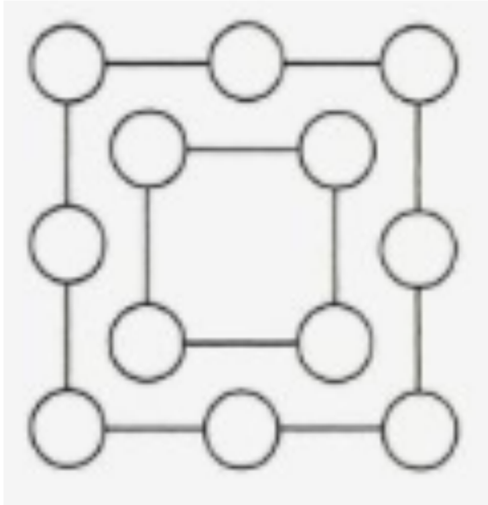
Vedlegg 6: Brusflasker

Kim, Ove og Einar hadde 21 brusflasker.
7 brusflasker var tomme, 7 var halvfulle og 7 var fulle.
De delte brusflaskene slik at alle fikk like mange flasker og like mye brus.

Hvordan klarte de dette?

Finnes det mer enn én måte å gjøre det på?

Vedlegg 7: To kvadrater



a) Plasser tallene 1-12 i sirklene slik at summen av de fire tallene i det indre kvadratet blir lik summen av de åtte tallene i det ytre kvadratet

b) Plasser tallene 1-12 slik at summen av tallene i det indre kvadratet er lik 1/5 av summen i det ytre kvadratet

c) Finner du flere løsninger på problem a) og b)?

Vedlegg 8: Tårnet

a) Hvor mange klosser trengs for å bygge tårnet på bildet?
b) Hvor mange klosser trengs for å bygge et lignende tårn som er 6 klosser høyt?
c) Hvor mange klosser trengs for å bygge et lignende tårn som er 12 klosser høyt?
d) Hvor mange klosser trengs for å bygge et lignende tårn som er n klosser høyt? (Klarer du å lage en generell formel?)