Universitetet
i Stavanger

FAKULTET FOR UTDANNINGSVITENSKAP OG HUMANIORA

MASTEROPPGAVE

Studieprogram: Master i utdanningsvitenskap – profil: matematikkdidaktikk	Vårsemesteret, 2020 Åpen/~~konfidensiell~~
Forfatter: Johannes Grødem	………………………………………… (signatur forfatter)
Veileder: Reidar Mosvold	
Tittel på masteroppgaven: En lærers bruk av samtaletrekk gir elevene muligheter for eksplorativ deltakelse i den matematiske diskursen Engelsk tittel: A teacher's use of Talk Moves gives students opportunities for explorative participation in the mathematical discourse	
Emneord: Matematikkundervisning, samtaletrekk, matematiske diskusjoner, kommognisjon, utforskning	Antall ord: 27956 + vedlegg/annet: 3 Stavanger, 11.06.2020

Forord

Fem års lærerutdanning kulminerer i denne masteroppgaven. Jeg har lært mye både om undervisning og meg selv i løpet av disse årene. Gjennom masterprogrammet har jeg de to siste årene har jeg satt meg inn i forskningen på matematikkdidaktikk. Jeg har blitt fascinert av hvordan dyktige lærere leder matematiske diskusjoner. Det er noe jeg ønsket å kunne gjøre i min egen undervisning. Derfor var det veldig spennende å forske på en lærer som underviste på denne måten. Ved å analysere handlingene hun gjorde for å lede diskusjonene, lærte jeg mye om hvordan man som lærer kan skape produktive matematiske diskusjoner. Den lærdommen ønsker jeg å ta med meg inn i læreryrket.

Jeg vil takke veilederen min, Reidar Mosvold, for all støtten han har gitt meg. Hans faglige kunnskap og genuine interesse for matematikkundervisning har vært motiverende og smittende. Takk for gode råd, hyggelige samtaler, og konstruktive tilbakemeldinger. Jeg vil også takke venner og familie, som har oppmuntret meg og motivert meg til å skrive. Arbeidet med masteroppgaven har vært krevende, men også veldig lærerikt.

Johannes Grødem

Stavanger, juni 2020

Sammendrag

Ledelse av matematiske diskusjoner er et voksende forskningsområde innenfor matematikkdidaktikk. Denne studien bidrar til forskningen ved å knytte den praksisbaserte litteraturen om matematiske diskusjoner til det teoribaserte kommognitive rammeverket. Dette er en kvalitativ case-studie med fokus på én lærers undervisning. Læreren skiller seg ut ved å ikke bruke tradisjonell undervisning, men heller fokusere på at elevene skal være muntlig aktive og diskutere matematikk. Problemstillingen til oppgaven var: Hvordan kan lærerens bruk av samtaletrekk gi elever muligheter til eksplorativ deltakelse i den matematiske diskursen?

Datamaterialet, i form av videoobservasjon, ble hentet inn over to uker. Videoene ble transkribert, og tre av totalt 18 undervisningsøkter ble analysert i detalj. Problemstillingen ble besvart ved å analysere diskursen i disse utvalgte episodene. Funnene kan oppsummeres i tre punkter: 1) Læreren brukte samtaletrekk i samsvar med teori. 2) Elevene fikk mange muligheter til eksplorativ deltakelse i den matematiske diskursen. 3) Mulighetene til eksplorativ deltakelse kom direkte og indirekte fra lærerens bruk av samtaletrekk.

Lærerens bruk av samtaletrekk ga elevene muligheter til eksplorativ deltakelse i den matematiske diskursen. Eksplorativ deltakelse i den matematiske diskursen vil si at elevene konstruerte, verifiserte eller gjenkalte narrativer. Produktive matematiske diskusjoner ble definert som diskusjoner der elevene deltok eksplorativt på denne måten. Dermed ble det konkludert at lærerens bruk av samtaletrekk førte til produktive matematiske diskusjoner. Å knytte den praksisbaserte litteraturen om samtaletrekk og ledelse av diskusjoner til et teoretisk rammeverk på denne måten, kan være nyttig for andre forskere.

Innholdsfortegnelse

1 Innledning

Mye av matematikkundervisningen i Norge og i resten av verden har et tradisjonelt preg (Cuban, 1993; Klette, 2003). Undervisningen er lærerstyrt, og utspørring er den dominerende samtaleformen. Samtidig har forskere, lærerutdannere, teoretikere og filosofer pekt mot en annen type undervisning som de mener er bedre (Gage, 2009). Progressiv, reformbasert og inquiry-basert undervisning har mange likheter, og Cazden (2001) refererer til disse generelt som utradisjonell undervisning for å markere kontrasten med tradisjonell undervisning. Utradisjonelle klasserom skal være matematiske læringsfellesskap, istedenfor en samling av elever som lærer individuelt (Cazden, 2001). Lærere bør da prøve å skape klasseromsdiskurser der elever lytter til, responderer på og utfordrer læreren og andre elever. Som alternativ til utspørring, er det noen som betegner samtalemønsteret i utradisjonell undervisning som diskusjon (Cohen, 2011). I nyere tid har det blitt forsket mye på hva lærere kan gjøre for å skape slike elevaktive diskurser. Et resultat av denne forskningen er samtaletrekk (på engelsk: «talk moves»), som er noen konkrete kommunikative handlinger lærere kan gjøre for å skape produktive matematiske diskusjoner (Chapin et al., 2009).

Denne forskningen har noen utfordringer. En utfordring er at den i stor grad er praksisbasert, heller enn teoribasert. Forskere tar sjelden utgangspunkt i presist definerte begreper. Mange artikler bruker begrepet diskusjon uten å definere det, selv når det er med i tittel eller problemstilling. Samtaletrekk er også basert på observasjon av lærere, og har ikke noe solid teoretisk fundament eller en presis definisjon. En annen utfordring er at det kan være vanskelig å skille mellom observerbare handlinger, og underliggende formål som læreren har for handlingene (Jacobs & Spangler, 2017). I et forsøk på å imøtegå disse utfordringene, vil jeg ta utgangspunkt i et teoretisk rammeverk som har et sterkt fokus på strengt definerte begreper. Det kommognitive rammeverket til Sfard (2010) forsøker å operasjonalisere sentrale begreper, og legger til rette for å analysere diskurs uten tilgang til indre tanker. Problemstillingen min er utformet for å kombinere tidligere forskning på ledelse av diskusjoner med det kommognitive rammeverket til Sfard (2010):

> Hvordan kan lærerens bruk av samtaletrekk gi elever muligheter til eksplorativ deltakelse i den matematiske diskursen?

For å svare på problemstillingen vil det være nødvendig å først identifisere hvordan læreren bruker samtaletrekk, og deretter analysere hvilke muligheter denne bruken gir elevene til eksplorativ deltakelse. Derfor har jeg delt problemstillingen opp i to forskningsspørsmål:

1. Hvordan bruker læreren samtaletrekk til å lede matematiske diskusjoner?
2. Hvilke muligheter gir dette elevene til eksplorativ deltakelse i den matematiske diskursen?

Forskning på samtaletrekk og ledelse av diskusjoner blir stadig mer aktuelt. Den nye læreplanen for matematikk legger vekt på utforskning, argumentasjon, og på at elevene skal bruke matematisk språk til å uttrykke seg muntlig (Utdanningsdirektoratet, 2020). Flere forskere har sett på hvordan bruken av samtaletrekk kan føre til produktive matematiske diskusjoner (Chapin et al., 2009; Lim et al., 2020). Mitt bidrag skiller seg ut ved å trekke inn de teoretiske begrepene til Sfard (2010). Litteraturen om ledelse av diskusjoner og samtaletrekk er i stor grad praksisbasert, mens forskningen som tar utgangspunkt i Sfard (2010) er teoribasert. Ved å kombinere disse perspektivene, håper jeg å gi forskningen om ledelse av diskusjoner mer teoretisk tyngde, og rammeverket til Sfard (2010) mer praktisk relevans. Denne oppgaven skiller seg også ut når det gjelder deltakere. I veldig mye av litteraturen om samtaletrekk er fokuset på lærerutdanning, eller etter- og videreutdanning av lærere (Ghousseini, 2009; Hunter & Anthony, 2012). Deltakerne i studiene får opplæring i å bruke samtaletrekk, og forskerne ser på hvordan de klarer å gjennomføre det i praksis. Min studie fokuserer derimot på en lærer som bruker samtaletrekk som en naturlig del av sin undervisningspraksis. Hun gjør det uten støtte eller intervensjon fra forskere. Dette kan være en del av kunnskapshullet som denne studien kan være med på å dekke.

Gjennom hele teksten vil det være et synlig skille mellom de to forskningsspørsmålene. Teksten har to teorikapitler. Det første heter tidligere forskning og legger grunnlaget for å svare på det første forskningsspørsmålet. Det andre teorikapittelet heter teoretisk rammeverk, der teorien til Sfard (2010) presenteres. Analysen blir utført i to faser, der første fase er knyttet til første forskningsspørsmål, og andre fase er knyttet til det andre forskningsspørsmålet. Også drøftingen er lagt opp slik. Dette er et bevisst valg som ble tatt fordi jeg kombinerer to forskningstradisjoner som er veldig forskjellige. I løpet av teksten vil disse to perspektivene gradvis forenes.

2 Tidligere forskning

I dette kapittelet skal jeg presentere tidligere forskning og teori knyttet til samtaletrekk og ledelse av diskusjoner. Første delkapittel handler om den generelle retningen til forskning på matematikkundervisning. Det andre delkapittelet går i dybden på diskusjonsbegrepet, med to ulike tilnærminger. I tredje delkapittel presenteres de ulike samtaletrekkene, og teorien bak dem. Det fjerde delkapittelet handler om resultatet av et litteratursøk på diskusjon. Først beskriver jeg generelle tendenser i forskningen på diskusjoner, og så går jeg i dybden på noen utvalgte studier som er relevante med tanke på problemstillingen.

2.1 Undervisning

På åttitallet pekte Bauersfeld (1980) på tre problemer med forskningen på matematikkundervisning. Det første problemet var at det foregikk for mye forskning med for tynn teoretisk bakgrunn. Han etterlyste derfor nye teoretiske ideer. Det andre problemet var at forskning og praksis fulgte forskjellige paradigmer. Klasseromsforskning ble utført på samme måte som naturvitenskapelig forskning, der målet var å finne ut av en objektiv pedagogisk virkelighet. Men slik forskning har ikke vært anvendelig i ekte klasserom, der avgjørelser blir tatt ut fra sunn fornuft og intuisjon. Det tredje punktet til Bauersfeld (1980) var at tverrfaglige tilnærminger var nødvendige for å redusere avstanden mellom forskning og praksis.

Diskursen i mange klasserom er dominert av den såkalte I-R-E-strukturen. Først initierer læreren, så responderer en elev, og til slutt evaluerer læreren (Forman & Ansell, 2001). Det siste steget kan også kalles feedback. Læreren stiller for eksempel et spørsmål, som: «Hva er åtte ganger syv?» En elev rekker opp hånda og svarer «femtiseks», og læreren evaluerer ved å si noe sånn som «ja, bra». Hvis eleven svarer feil, sier læreren fra, og spør kanskje en annen elev om å svare. Denne typen undervisning blir ofte kalt tradisjonell undervisning (Cazden, 2001). Et alternativ til denne I-R-E-strukturen er en diskurs bygget på diskusjon. Elever får en aktiv rolle i diskursen. I stedet for at læreren forklarer og elevene lytter, får elevene også være med og forklare. Lærerens rolle er å hjelpe elevene med å strukturere samtalen, ved å organisere turtaking, oppfordre elever til å reflektere over og evaluere forklaringene til andre elever, og ved å hjelpe elevgruppen med å komme frem til kollektive narrativer (Forman & Ansell, 2001).

Jacobs og Spangler (2017, s. 777) beskriver det å lede diskusjoner som en kjernepraksis (på engelsk «core practice»), innenfor matematikkundervisning. De påpeker at dagens syn på god matematikkundervisning innebærer at elevene får mulighet til å forklare hvordan de tenker, og kommentere andre elevers forklaringer. For å sørge for at alle elever får mulighet til å delta på denne måten, må læreren gjøre bevisste handlinger for å lede diskusjonen. Forskere har funnet at elevers engasjement i diskusjoner er en essensiell del av god undervisning (Jacobs & Spangler, 2017). Slikt engasjement har vist seg å ha positive effekter på elevene – både affektivt og kognitivt. Boaler og Staples (2008) fant at å diskutere matematikk i smågrupper og i plenum førte til bedre resultater for elevene, sammenlignet med en gruppe elever som ikke brukte diskusjon. Flere studier har konkludert med at elever som lærer matematikk i klasserom med mye diskusjon, liker matematikk bedre enn elever i klasserom uten diskusjon (Jacobs & Spangler, 2017).

Den nye læreplanen for matematikk peker i samme retning som forskningen på matematikkundervisning (Utdanningsdirektoratet, 2020). At elever skal få tid til å tenke, reflektere og resonnere, er sentrale verdier i læreplanen. Utforskning, problemløsning, resonnering og argumentasjon er blant kjerneelementene. Dette stemmer overens med litteraturen om utradisjonelle undervisningsformer (Cazden, 2001). Elevene skal legge mer vekt på strategier og fremgangsmåter enn på løsninger. De skal utforme egne resonnement, og gi begrunnelse for fremgangsmåtene sine. Det vektlegges også at elevene skal bruke argumentasjon, resonnement og matematisk språk i samtaler (Utdanningsdirektoratet, 2020).

2.2 Ulike tilnærminger til diskusjonsbegrepet

Diskusjon er et ord som brukes i dagligtalen, så det kan være lett å tenke at man vet hva det betyr. I forskning er det viktig at begreper er presist definert, men det ser ikke ut til at forskere har noen felles definisjon av diskusjonsbegrepet. I forskningsmiljøet brukes begrepet diskusjon generelt på to forskjellige måter. Den første måten er som en overordnet betegnelse på alle typer frem-og-tilbake-snakk, som for eksempel samtale, debatt og resitasjon. Den andre måten er som én spesifikk type frem-og-tilbake-snakk (Dillon, 1994, s. 6). Når begrepet brukes på den første og upresise måten, er det vanskelig å sammenligne ulike forskningsartikler. Noen forskere ser for eksempel på diskusjon og resitasjon som det samme, mens andre skiller de. For å komme frem til en presis definisjon, ser Dillon (1994) på diskusjon på den andre måten. Diskusjon blir da betraktet som en helt unik form for gruppeinteraksjon, som ikke kan kalles for noe annet. Det er ikke argumentasjon, debatt eller resitasjon; diskusjon er noe eget. Slik ser definisjonen til Dillon (1994, s. 8) ut:

> Discussion is a particular form of group interaction where members join together in addressing a question of common concern, exchanging and examining different views to form their answer, enhancing their knowledge or understanding, their appreciation or judgement, their decision, resolution or action over the matter at issue.

For at en klasseromsinteraksjon skal kunne kalles diskusjon, må den oppfylle noen logiske krav (Dillon, 1994). De som deltar i diskusjonen må snakke med hverandre, lytte til hverandre, og respondere til hverandre. Deltakerne må til sammen komme med flere forskjellige synspunkter på emnet som diskuteres, og de må prøve å utvikle sin forståelse av emnet. Ifølge Dillon (1994) skal læreren helst ikke stille spørsmål i diskusjoner, hverken for å initiere eller opprettholde en utveksling, eller for å svare på et elevbidrag. I stedet skal læreren bruke trekk som ikke innebærer spørsmål. Det kan være en påstand, et signal eller å bare vente og ikke si noe. Andre forskere peker på det å stille spørsmål som en naturlig del av å lede diskusjoner (Lim et al., 2020). Når en elev kommer med et bidrag, skal læreren ifølge Dillon (1994) vente på at en annen elev melder seg på. Læreren skal ikke gripe inn ved å si noe som «Er det noen andre som kan si hva de tenker om det?» Dette synspunktet står i kontrast til hva andre forskere skriver om ledelse av diskusjoner (Chapin et al., 2009; Kazemi & Hintz, 2014).

Mens Dillon (1994) skriver om diskusjoner i alle fag, ser Chapin et al. (2009) spesifikt på diskusjoner i matematikkundervisning. Chapin et al. (2009) kommer ikke med en konkret definisjon av diskusjon, men de beskriver noen egenskaper ved det de kaller helklassediskusjon. En helklassediskusjon er et samtaleformat som kan oppstå i et klasserom. Andre eksempler på samtaleformater er utspørring, forelesning og «seatwork», som betyr at elevene sitter hver for seg og jobber med oppgaver (Cohen, 2011, s. 142). I helklassediskusjon prøver læreren å få elevene til å dele hvordan de tenker, forklare resonnementene sine og bygge på hverandres bidrag. Læreren legger til rette og veileder elevene aktivt, men gir ikke elevene informasjon direkte. Ofte velger læreren i dette samtaleformatet å unngå å si om et svar er rett eller galt. Målet er å få med elevene på å utforske resonnementene sine. Slike diskusjoner avslører mange eksempler på feilaktige resonnement, feil utregning og misforståelser. Dyktige lærere kan bruke slike feilsvar til å gi elevene muligheter for læring.

Hensikten med helklassediskusjon er å gi elevene trening i å resonnere matematisk. Det er derfor fokuset er på elevenes ideer og strategier, heller enn om svarene er riktige eller ikke. Samtidig skal man ikke glemme å verdsette korrekte svar og matematisk sannhet. Poenget er at man skal kunne forklare hvordan man kom fram til det korrekte svaret. Da er det viktig at elever får øve seg på å resonnere i diskusjoner som ikke bare handler om å finne riktige svar så fort som mulig. Noen ganger er det likevel nødvendig med direkte instruksjon. Elever kan ikke selv oppdage meningen bak symbolene for addisjon eller multiplikasjon. De må lære det utenfra. Da er det naturlig at læreren forklarer direkte hva symbolene betyr og hvordan de brukes. Samtidig finnes det mange matematiske begreper som elever kan oppdage basert på det de allerede kan. Den kommutative lov for multiplikasjon sier at de to produktene 3x4 og 4x3 har samme verdi. Det er helt mulig å bare fortelle elevene om dette, men de kan også oppdage dette selv ved å prøve seg frem. Når elevene har funnet ut at dette gjelder for mange tall, kan man diskutere dette og så til slutt kanskje poengtere at det de har funnet er den kommutative lov. For at elever skal få en dyp forståelse av en idé, trenger de å utforske, erfare og relatere ideen til det de allerede kan. Ved å bruke samtaler i helklassediskusjoner gir man elever muligheten til å lære seg konsepter på denne måten (Chapin et al., 2009).

2.3 Samtaletrekk

Chapin et al. (2009) har avdekket noen handlinger lærere kan gjøre for å skape produktive matematiske samtaler. Disse handlingene kaller de «talk moves», oversatt av Wæge (2015) til samtaletrekk. Denne oversettelsen kan skape forvirring, fordi det kan være naturlig å tenke på ordet samtaletrekk i betydningen trekk ved samtaler. Altså noen kjennetegn eller egenskaper ved en samtale. «Trekk» i samtaletrekk brukes derimot i samme forstand som i ordet sjakktrekk. Med den betydningen kommer det klart frem at dette er trekk læreren utfører; bevisste handlinger med formål. På samme måte som at formålet med et sjakktrekk er å skaffe en god stilling på brettet, er formålet med samtaletrekk å skape produktive matematiske diskusjoner. Samtaletrekk er knyttet til fire overordnede steg som ifølge Chapin et al. (2009) fører til produktive diskusjoner.

Steg 1 er å hjelpe individuelle elever med å klargjøre og dele sine egne tanker. For at en elev skal kunne delta i diskusjoner, må han eller hun kunne dele ideene sine med resten av klassen på en forståelig måte. Steg 2 er å hjelpe elever til å rette oppmerksomheten mot andre elevers tenkning. Hvis en elev bare venter på sin tur til å snakke, istedenfor å lytte til og prøve å forstå tenkningen til andre elever, kan denne eleven ikke bidra i diskusjonen. Dette kan oppstå når elever deler løsningsstrategier, hvis elevene bare tenker på hvordan de skal forklare sin strategi, istedenfor å lytte til andres strategier. Steg 3 er å hjelpe elever med å utdype resonnementene sine. Selv om elevene uttrykker tankene sine og lytter til andres ideer, er det ikke sikkert at man får en matematisk produktiv diskusjon. Hvis det elevene sier ikke inneholder matematiske resonnement, blir diskusjonen overflatisk. Steg 4 er å hjelpe elever til å engasjere seg i andres resonnement. Dette steget handler om at elever lytter til andres ideer og resonnement, og at de responderer på en gjennomtenkt måte. Ifølge Chapin et al. (2009) er det på dette steget at ekte diskusjon kan oppstå.

Steg 1 inneholder to samtaletrekk. Det første er å *utdype* (på engelsk: «say more»). Elevsvar er ofte korte og ufullstendige. Istedenfor å bare gå videre, kan læreren be eleven om å *utdype* svaret sitt. Dette kan gjøres på ulike måter, som for eksempel:

- Kan du si mer om det?
- Fortell oss mer om hvordan du tenker.
- Kan du utdype det?
- Kan du gi et eksempel?

Disse spørsmålene sender et signal om at læreren ønsker å forstå elevens tenkning, og ikke bare ønsker et korrekt svar.

Det andre samtaletrekket i steg 1 er *revoicing*, og dette går ut på at læreren gjentar det en elev har sagt (Chapin et al., 2009). Når elever snakker om matematikk, kan det være vanskelig å forstå hva de mener. Hvis det er vanskelig for læreren å forstå, er det også vanskelig for de andre elevene. Læreren kan gjenta elevens ytring, og så be eleven bekrefte om det var det han mente. Da får eleven mer tid til å tenke gjennom og kanskje klargjøre hva han egentlig mener. Ofte er det lettere for læreren å forstå hva eleven egentlig mener, enn det er for de andre elevene. I slike tilfeller kan det være gunstig å omformulere elevbesvarelsen slik at den blir mer forståelig. Noen ganger kan læreren bruke et mer matematisk språk når hun *revoicer* en elevs besvarelse. Da kan hun introdusere matematiske begreper, og sende signaler om hvordan matematiske resonnement bør formuleres. Chapin et al. (2009) poengterer at når læreren endrer elevens besvarelse, er det viktig å gi eleven en mulighet til å gi et signal om *revoicingen* stemmer med den opprinnelige intensjonen. Wæge (2015) oversatte *revoicing* til «gjenta», men det norske ordet «gjenta» har et litt begrenset meningsinnhold. I tillegg er *revoicing* allerede et ganske etablert begrep som har blitt behandlet av mange forskere

(Cazden, 2001; Forman & Ansell, 2001). Derfor beholder jeg det opprinnelige ordet istedenfor å oversette.

Forman og Ansell (2001) bruker animasjonsteori til å forklare *revoicing*. Istedenfor å si at en uttalelse har en enkelt taler, kan man dele det opp i tre. Animatøren er den som lager lyd, forfatteren bestemmer hva som sies, og «principal» er personen som blir representert. Når læreren *revoicer* elevers uttalelser, opptrer hun som animatøren, mens eleven som kom med den opprinnelige forklaringen alltid er «principal», og ofte forfatter. De gangene læreren utvider eller tydeliggjør, kan læreren også ses på som forfatter. Elevforklaringer blir altså legitimert av at den sterkeste autoriteten i klasserommet opptrer som animatør.

Steg 2 er knyttet til et spesifikt samtaletrekk, nemlig å *repetere* (på engelsk: «repeating»). Her har jeg brukt oversettelsen til Wæge (2015). For å hjelpe elever til å orientere seg etter andres tenkning, ber læreren en elev om å repetere det som har blitt sagt. Dette samtaletrekket er naturlig å bruke når en elev har kommet med et viktig poeng eller et godt resonnement. Da er det lærerens oppgave å sørge for at de andre elevene også får med seg det viktige poenget, ved å si noe som «Kan noen gjenta dette med egne ord?» Alternativt kan læreren be en spesifikk elev om å *repetere*, og da får læreren klassen til å dvele ved det som har blitt sagt. Slik inkluderes flere elever i samtalen, istedenfor at læreren har en dialog med én elev om gangen. En annen funksjon av å be en elev om å *repetere*, er at læreren kan finne ut om de andre elevene har fått med seg hva som har blitt sagt. Det er viktig å ha en viss oversikt over hva elevene får med seg, men samtidig er det også viktig å unngå at elever føler at de blir straffet for å ikke følge med. «Jeg hørte ikke» og «jeg forsto ikke» må være akseptabelt å si hvis man blir bedt om å *repetere*.

Steg 3 handler om å hjelpe elever med å utdype resonnementene sine. Chapin et al. (2009) (2009) kaller samtaletrekket som er tilknyttet steg 3 *Press for reasoning*. En mulig oversettelse er *be om resonnement*, selv om «å be om noe» ikke er en helt fullkommen oversettelse av det engelske ordet «press». Læreren bør sørge for at elevene blir vant med å forklare det de sier. *Å be om resonnement* brukes når en elev sier noe uten begrunnelse. Spørsmål som kan stilles inkluderer:

- Hvorfor tror du det?
- Kan du bevise det for oss?
- Hvordan kom du frem til det svaret?

Dette er nyttig uansett om den første ytringen til eleven er korrekt eller ikke.

Steg 4 inneholder to samtaletrekk som hjelper elever til å engasjere seg i andres tenkning. Det første er å spørre elevene om de er *enig eller uenig* (på engelsk: «agree or disagree»). En måte å gjøre det på er at elever viser med tommel opp eller tommel ned om de er enige. En annen måte er å bare stille spørsmålet og vente til en elev rekker opp hånda. Uansett er det viktig å følge opp ved å spørre hvorfor en elev er enig eller uenig (Chapin et al., 2009). Det andre samtaletrekket i dette steget er å *tilføye* (på engelsk: «adding on»). Denne oversettelsen er også hentet fra Wæge (2015). Etter at en elev har kommet med en påstand eller en forklaring, kan dette samtaletrekket brukes til å invitere en ny elev til å delta i samtalen. Læreren kan stille åpne spørsmål til klassen som, «Er det noen som har noe å legge til?» eller «Hvem vil svare på det?» Det går også an å be en spesifikk elev om å kommentere.

Chapin et al. (2009) presenterer også et samtaletrekk som kan bidra til alle de fire stegene, nemlig å *vente* (på engelsk: «wait time»). Når man som lærer stiller et spørsmål, kan det være naturlig å velge en av de første elevene som rekker opp hånda til å svare. Og hvis ingen rekker opp hånda etter noen sekunder, kan det være naturlig å anta at ingen elever ønsker å si noe og bare gå videre. Chapin et al. (2009) anbefaler derimot å *vente* minst fire til fem sekunder etter å ha stilt et spørsmål, og like lang tid etter at en elev har svart på spørsmålet. Steg 1: Ved å *vente* etter at man har stilt et spørsmål, gir man elevene tid til å tenke gjennom og komme frem til hva de vil si. Steg 2: Ved å *vente* etter at en elev har sagt noe, får man elevene til å dvele ved og tenke over det som eleven sa. Steg 3: For at elever skal kunne utdype resonnementene sine, trenger de tid til å tenke seg om. Steg 4: Og hvis man vil be elevene om å bestemme seg for om de er *enig eller uenig* med en påstand, må elevene få tid til å tenke først. Slik kan det enkle samtaletrekket venting brukes til å oppnå alle de fire stegene. *Å vente* er Wæge (2015) sin oversettelse av det engelske begrepet «wait time». På samme måte som *revoicing* er dette et begrep med en lang historie i pedagogisk forskning (Rowe, 1986).

Noe annet som også kan virke inn på alle de fire stegene er *snu og snakk*. Det går ut på at læreren stiller elevene et spørsmål, lar de tenke litt alene først, og så ber elevene snakke sammen to og to. Mens elevene snakker sammen, går læreren rundt og lytter for å finne ut hva elevene tenker. Dette gir læreren en mulighet til å vurdere elevenes forståelse. Samtidig får elevene uttrykke hva de tenker i en mer avslappet sammenheng, sammenlignet med å snakke foran hele klassen. Læreren kan deretter be elevene om å dele hva de har snakket med for klassen. Mange elever vil nok synes at det er lettere å si hva de har snakket sammen med en klassekamerat om, enn å si hva de selv har tenkt.

Det første steget på vei mot produktive diskusjoner handler om å hjelpe elever med å klargjøre og dele tankene sine. *Snu og snakk* kan bidra til dette ved at elever som ikke tør å snakke foran hele klassen, likevel får en mulighet til å dele tankene sine. Elever som ikke helt har forstått det som har skjedd tidligere, kan spørre partneren. Etter å ha snakket med en partner kan elevene være klare for å delta i helklassediskusjonen (Chapin et al., 2009). Steg 2 er å hjelpe elevene til å bli bevisste på andre elevers tenkning. Etter at elevene har snakket sammen to og to, kan læreren be en elev om å fortelle hva partneren sa. For elever som er mest opptatt av å si hva de selv tenker, og ikke er så flinke til å lytte til andre, kan dette være nyttig. Dette kan være spesielt nyttig for elever som er mest opptatt av å si hva de selv tenker, og ikke er så flinke til å lytte til andre. Steg 3 er knyttet til samtaletrekket *å be om resonnement*. Etter at læreren har fått en elev til å utdype resonnementet sitt, kan det være naturlig å be elevene snakke sammen to og to for å sørge for at de forstår resonnementet. For å oppnå steg 4 er det naturlig å spørre elevene om de er enige eller uenige i en påstand fra en annen elev. Hvis elevene er usikre, kan det være lurt å la dem snakke sammen to og to før de bestemmer seg.

Chapin et al. (2009) kaller *snu og snakk* for et «talk format», eller et samtaleformat. Det er altså ikke inkludert i samtaletrekkene. Andre forskere som Kazemi og Hintz (2014) og Wæge (2015) beskriver derimot *snu og snakk* som et samtaletrekk. Å be elevene om å snakke med sidemannen er en konkret kommunikativ handling som lærere kan gjøre i en matematisk samtale. I tillegg er det relevant med tanke på alle de fire stegene som utgjør målene for samtaletrekk. Derfor velger jeg å behandle s*nu og snakk* som et samtaletrekk i denne oppgaven.

Kazemi og Hintz (2014) beskriver et ekstra samtaletrekk som Chapin et al. (2009) ikke nevner, nemlig å *revidere*. Det handler om at læreren gir elever som har kommet med innspill tidligere muligheten til å *revidere* tenkningen sin, etter at det har kommet nye innspill. Dette kan legge til rette for samarbeidende diskusjoner, og motvirke at diskusjoner utvikler seg til «meg mot deg». Etter hvert er det mulig at elever kan be om å få *revidere* tenkningen sin uten at læreren spør (Kazemi & Hintz, 2014).

Til sammen er det ni forskjellige samtaletrekk:

1. *Utdype*: At læreren ber elever om å si mer eller utdype.

2. *Revoicing*: At læreren revoicer eller gjentar en elevs forklaring.

3. *Repetere*: At læreren ber en elev repetere en annen elevs ytring.

4. *Be om resonnement*: At læreren ber en elev forklare resonnementet bak en påstand.

5. *Enig eller uenig*: At læreren spør elevene om de er enig eller uenig i en påstand.

6. *Tilføye*: At læreren spør elevene om noen har noe å tilføye.

7. *Vente*: At læreren venter etter egne ytringer eller elevers ytringer, for å gi elevene tid til å tenke.

8. *Snu og snakk*: At læreren ber elevene snakke sammen to og to om en påstand, et spørsmål eller en oppgave.

9. *Revidere*: At læreren gir elever som har kommet med innspill tidligere i samtalen muligheten til å revidere tenkningen sin.

2.4 Tidligere forskning på diskusjoner i matematikkundervisningen

Sammen med veileder og to andre studenter har jeg gjennomført et litteratursøk på diskusjon i forskning på matematikkundervisning. Vi gikk gjennom forskningen som hadde begrepet diskusjon i tittelen i følgende tidsskrifter: *Educational Studies in Mathematics*, *International Journal of Science and Mathematics Education*, *The Journal of Mathematical Behavior*, *Journal of Mathematics Teacher Education*, *Journal for Research in Mathematics Education*, *Mathematics Education Research Journal*, *Mathematical Thinking and Learning*, *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*. Funnene fra dette litteratursøket kan deles inn i tre kategorier. Først skal jeg drøfte hvordan begrepet diskusjon blir definert og brukt i disse artiklene. Deretter skal jeg undersøke fokus og resultat for å se om det er noen tendenser i forskningen. Til slutt skal jeg gå i dybden på noen artikler som er særlig relevante med tanke på min problemstilling.

2.4.1 Definisjoner av diskusjon

Det tydeligste mønsteret i artiklene er at få av dem definerer diskusjonsbegrepet. De fleste bruker begrepet uten å gi noen forklaring på hva de legger i det. Begrepet diskusjon brukes ofte på den overordnede måten Dillon (1994) beskriver, der det ikke skilles fra samtale eller debatt. For eksempel: «In this paper, we present a discussion in which students debate whether various six-sided dice are fair based on data they obtained from running computer simulations» (Weber et al., 2008, s. 250). Her brukes verbet «to debate» til å beskrive det elever gjør i en diskusjon. Å debattere er altså synonymt med å diskutere i denne studien. Ifølge Dillon (1994) er debatt og diskusjon to forskjellige ting, fordi hver deltaker i en debatt prøver å vise at sin posisjon er korrekt, mens alle deltakerne i en diskusjon ønsker å finne ut av noe sammen.

Samtidig er det noen artikler som definerer begrepet. Et eksempel er Pirie og Scharzenberger (1988, s. 461) sin definisjon av matematisk diskusjon: «It is purposeful talk on a mathematical subject in which there are genuine pupil contributions and interactions.» Dette er en tydelig definisjon som i likhet med definisjonen til Dillon (1994) utelukker andre former for samtale som kan oppstå i klasserommet, slik som utspørring. En annen definisjon, som kanskje er mindre presis, ser slik ut: «...mathematical discussion – exchanging ideas about problems, solution strategies, claims, justifications, and connections…» (Turner et al., 2013, s. 199). Her blir diskusjon sett på som det samme som å utveksle ideer. Det er slik forfatterne presenterer diskusjon i artikkelen, men dette er nok ikke ment som en definisjon som kan brukes til å avgjøre om noe er diskusjon eller ikke. Likevel gir det et bilde på hvordan begrepet diskusjon brukes i forskning.

2.4.2 Studienes fokus

Ordet diskusjon brukes i mange sammenhenger, men i denne oppgaven er det helklassediskusjon i matematikkundervisning som er fokus. Noen av artiklene fra litteratursøket handler om elevdiskusjoner i smågrupper. Andre fokuserer på diskusjon mellom lærere eller lærerstudenter, og enkelte beskriver diskusjoner på internett. De er derfor ikke relevante for denne studien. Likevel er det mye forskning på helklassediskusjoner. Bray (2011) skriver om hvordan læreres kunnskaper og oppfatninger påvirker deres ledelse av diskusjoner. Det er et særlig fokus på hvordan lærere forholder seg til elevfeil i diskusjoner, og kommer frem til at det henger sammen med læreres kunnskap og oppfatninger. Elevfeil er noe som også tas opp i denne oppgaven, men i motsetning til Bray (2011) er fokuset på selve diskursen i klasserommet, og ikke på lærerens oppfatninger eller kunnskap. Lo og Wheatley (1994) poengterer betydningen av å etablere sosiale normer for at diskusjoner skal fungere. Støttende sosiale normer gir muligheter for læring, men slike normer er ikke statiske; de endrer seg hele tiden. Læreren må kontinuerlig ta en aktiv rolle i å hjelpe elevene til å tolke situasjoner og forhandle de sosiale normene.

2.4.3 Andre perspektiver på ledelse av diskusjoner

En utfordring når man prøver å skape produktive matematiske diskusjoner er å få elevene til å lytte til hverandre. Denne utfordringen går Hintz og Tyson (2015) i dybden på. De analyserer undervisningen til en lærer på fjerde trinn i USA, og prøver å finne ut hva læreren gjør for å støtte elevenes evne til å lytte i matematiske diskusjoner. Rammeverket de bruker skiller mellom tre typer lytting. Den første typen er evaluerende lytting, som skjer når man lytter etter et korrekt svar. Når lærere stiller spørsmål som «Hva er åtte ganger syv?», vet læreren allerede hva svaret er, og funksjonen til spørsmålet er å evaluere elevenes kunnskap. Den andre typen er fortolkende lytting, der målet er å forstå andres tenkning. Når man bruker fortolkende lytting, er det naturlig å stille åpne spørsmål som «Kan du utdype det?». For elever kan fortolkende lytting gi innsikt i andre elevers tenkning. Lærere kan bruke det til å finne ut hvordan elevene forstår matematikken, og ut fra det gjøre justeringer i undervisningen. Den tredje typen er hermeneutisk lytting. Det er litt mer komplisert enn de andre to typene. For å lytte hermeneutisk må man bruke sin egen forståelse og andres forståelse samtidig. Man lytter til andres påstander og forslag, og setter de opp mot egne tanker. Hermeneutisk lytting kan føre til en ny kollektiv forståelse; i et klasserom kan elevene og læreren komme frem til ny kunnskap sammen. Lærere som ønsker å oppfordre til hermeneutisk tenkning, kan si «Jeg lurer på om dette alltid fungerer», eller «hva forteller det oss?» Dersom målet er produktive matematiske diskusjoner, bør lærere bruke fortolkende og hermeneutisk lytting, og unngå evaluerende lytting. I tillegg er det viktig å oppfordre og støtte elevene til å gjøre det samme (Hintz & Tyson, 2015).

En av studiene foreslår en utvidelse av I-R-E-modellen (Lim et al., 2020). Initiering og respons består, men evaluering byttes ut med «follow-up» – oppfølging (Lim et al., 2020, s. 377). Konseptuelt er en oppfølgende handling en lærers forsøk på å få innsikt i en elevs tenkning. Oppfølgende handlinger kan være for eksempel lytting, spørsmål eller samtaletrekk. Når Lim et al. (2020) analyserer undervisning, beskriver de samtalemønstre som ser slik ut: I-R-q-R-q-R-q-R-q. Det vil si at læreren initierer, en elev responderer, og så står q for «follow-up questioning», eller oppfølgingsspørsmål. Etter at læreren har fulgt opp, er det en elev sin tur å snakke igjen. Det kan være samme elev, eller en annen elev. Slik går det frem og tilbake mellom lærer og elever, frem til de har snakket ferdig om et matematisk poeng. Deretter initierer læreren på nytt. I løpet av en økt vil det være mange slike sekvenser, så mønsteret kan se slik ut: (I-R-q-R-q)-(I-R-q-R-q-R)-(I-R-q)-(I-R-q-R-q). Hvorfor Lim et al. (2020) bruker q for oppfølgingsspørsmål, istedenfor å kode oppfølgende handlinger er litt uklart. Noen handlinger som de koder som oppfølgingsspørsmål er ikke spørsmål. Det engelske ordet «questioning» har kanskje et større begrepsinnhold enn det norske ordet «spørsmål».

Lim et al. (2020) kobler teorien om lytting sammen med teorien om samtaletrekk. Når læreren lytter fortolkende og hermeneutisk, tolker hun elevenes svar, og inviterer dem til å utvide tenkningen sin gjennom meningsfull diskusjon. Ifølge Lim et al. (2020) kan samtaletrekkene *venting* og *revoicing* knyttes til fortolkende lytting. På samme måte knyttes hermeneutisk lytting til «prompting further discussion» og «asking students to provide an alternative answer» (Lim et al., 2020 s. 9). Lim et al. (2020) kodet læreres undervisning med fokus på bruk av oppfølgende handlinger og samtaletrekk. De fikk også elevene til å fylle ut spørreskjema om lærernes undervisning. Gjennom sin analyse kommer Lim et al. (2020, s. 16) frem til at elever i klasserom der læreren lytter og responderer fortolkende og hermeneutisk, har muligheten til å delta i diskusjoner som er mer matematisk produktive.

2.4.4 Andre perspektiver på kommunikative handlinger

Andre forskere har sett på hvordan læreres matematiske kunnskap påvirker deres evne til å utvikle elevenes matematiske tenkning gjennom helklassediskusjoner (Cengiz et al., 2011). Utvikling av elevers matematiske tenkning skjer i såkalte «extending episodes», som er segmenter av helklassediskusjoner som innebærer matematisk refleksjon eller resonnementer som går utover de opprinnelige løsningsmetodene (Cengiz et al., 2011, s. 357). Lærernes handlinger i disse segmentene kalles «instructional actions» (Cengiz et al., 2011, s. 357). Eksempler på slike instruksjonshandlinger er å invitere elever til å dele løsningsmetodene sine, å gjenta en elevs påstand, å skrive en elevs besvarelse på tavla, og å be en elev om å gi begrunnelse for en påstand. Dette er altså et begrep som har mye av det samme innholdet som samtaletrekk. Forskjellen er at instruksjonshandlinger er et videre begrep som inkluderer å skrive på tavla og at læreren kommer med forslag til tolkning av en oppgave. Samtidig er det flere av samtaletrekkene som ikke er en del av instruksjonshandlinger, for eksempel *vente* og *snu og snakk*.

Ghousseini og Herbst (2016) beskriver fem instruksjonstrekk (oversatt fra «instructional moves»), som er litt annerledes enn instruksjonshandlingene til Cengiz et al. (2011). Det første instruksjonstrekket er å velge oppgaver som kan løses på forskjellige måter. Det andre er å gå rundt i klasserommet og følge med mens elevene jobber med oppgaver, og bruke det til å planlegge økten videre. Det tredje instruksjonstrekket er å hjelpe elever til å orientere seg etter andre elevers tenkning. Det fjerde er å fremheve viktige matematiske ideer, og det femte er å synliggjøre aspekter ved matematisk diskurs. Mens instruksjonshandlingene til Cengiz et al. (2011) er konkrete handlinger, er instruksjonstrekk mer variert. Å gå rundt i klasserommet er en handling, men å planlegge resten av timen basert på det man ser er ikke helt rett frem. Jacobs og Spangler (2017) poengterer at det kan være vanskelig å skille mellom handlinger, og formålet bak handlingene. Å hjelpe elever til å orientere seg etter andre elevers tenkning er et instruksjonstrekk ifølge Ghousseini og Herbst (2016), men Chapin et al. (2009) beskriver det som et mål.

Et annet begrep som minner om samtaletrekk er «discourse moves», eller diskurstrekk (Henning et al., 2012, s. 460). Mens samtaletrekk er ment som anbefalte handlinger, virker diskurstrekk som et mer deskriptivt begrep. Noen eksempler på diskurstrekk er «elicitation», som betyr at læreren inviterer elever til å delta i samtalen; «confirmation», som betyr at læreren bekrefter et elevsvar; og «rejection», at læreren avkrefter et elevsvar (Henning et al., 2012, s. 460). Disse trekkene er nok lette å finne i tradisjonelle klasserom, men å bekrefte eller avkrefte elevsvar er noe som ikke anbefales dersom målet er å skape diskusjon (Chapin et al., 2009). Samtidig inneholder diskurstrekk også at læreren gjentar et elevsvar, og at læreren omformulerer et elevsvar. Det ligner på samtaletrekket *revoicing*. Diskurstrekk kan nok være nyttige med tanke på å kode og analysere undervisning, men det virker ikke som at de har tydelige formål eller teoretisk begrunnelse.

3 Teoretisk rammeverk

Det teoretiske rammeverket til denne oppgaven er det kommognitive rammeverket til Sfard (2010). I dette kapittelet skal jeg først presentere sentrale konsepter og begreper i rammeverket, og deretter trekke frem et eksempel på hvordan rammeverket har blitt brukt til å forske på matematikkundervisning.

3.1 Tenking som kommunikasjon

I det kommognitive rammeverket defineres tenking som en individualisert form for mellommenneskelig kommunikasjon – det vil si en kommunikativ interaksjon der én person spiller alle rollene. Alle observerbare tilfeller av menneskelig tenking kan dermed forklares som kommunikasjon. For å poengtere at kommunikasjon og tenking er to forskjellige manifestasjoner av samme begrep, introduseres det nye begrepet kommognisjon – en kombinasjon av de engelske ordene «cognition» og «communication». Tenking er kommognisjon som skjer intrapersonelt, mens kommunikasjon er mellommenneskelig kommognisjon (Sfard, 2010).

3.2 Læring som deltakelse

I kognitiv læringsteori beskrives læring som tilegnelse av kunnskap; individuell vekst kommer fra direkte interaksjon mellom individet og verden rundt (Imsen, 2014). Sfard (2010, s. 78) går ut fra en annen forståelse av læring som baserer seg på «a participationist vision of humans and their development». Istedenfor læring som tilegnelse, forstås læring som legitim perifer deltakelse i sosialt organiserte aktiviteter. Et viktig prinsipp er at «... patterned, collective forms of distinctly human forms of doing are developmentally prior to the activities of the individual» (Sfard, 2010, s. 78). Elever klarer først å delta i aktiviteter sammen med andre, før de etter hvert klarer å gjøre mer og mer selv. Denne prosessen, der eleven gradvis tar over rollene til andre og blir mer selvstendig, kalles for individualisering (Sfard, 2010).

3.3 Objektifisering

Objektifisering er en prosess der substantiver begynner å brukes som ekstradiskursive enheter, som objekter. Prosessen består av to delprosesser: tingliggjøring og fremmedgjøring. Tingliggjøring er å erstatte setninger om prosesser og handlinger med setninger om objekter.

Sfard (2010) ser for eksempel på tall som tingliggjøring av telleprosessen. Barn lærer først å telle, og etter hvert skjønner de at det er tilstrekkelig å bare huske det siste telleordet for å kunne sammenligne eller klassifisere mengder. På dette stadiet kan barnet si en setning som «det er fem klinkekuler i boksen», istedenfor å si «det er en, to, tre, fire, fem klinkekuler i boksen». Siste steg er når telleord ikke må stå foran objekter, i dette tilfellet klinkekuler, men er diskursive objekter i seg selv. Når barn ytrer setninger som «fem er større enn tre», og «åtte pluss to er ti», har de tinggliggjort begrepet tall. Fremmedgjøring er å fjerne personer fra setningen. Hvis man går fra å si «hvis du tar åtte og legger på to så får du ti», til å si «åtte pluss to er ti», så har setningen blitt fremmedgjort. Det er ingen person som gjør noe, setningen er bare en uttalelse om verden som den er. Når en setning er både tingliggjort og fremmedgjort, er den objektifisert (Sfard, 2010).

3.4 Matematisk diskurs

En diskurs er en spesiell type kommunikasjon som oppstår gjennom et repertoar av tillatte handlinger og responser til handlingene (Sfard, 2010). Med handlinger menes diskursive handlinger; ofte, men ikke alltid, er det snakk om muntlige ytringer. Én diskursant sier noe, og en annen svarer. Diskurser har implisitte regler for hva som er tillatt å si, og hva som er forventet respons. Diskurser inkluderer noen og ekskluderer andre. De som er inkludert i diskursen kan kalles insidere, mens de som er ekskludert kan kalles outsidere. Her er det ikke snakk om bevisst utestenging. Personer som ikke kjenner til begrepene eller symbolene i en diskurs kan ikke delta i diskursen, og er derfor outsidere. Alle personene som er insidere, som er inkludert i en diskurs, er med i samme diskurssamfunn. Matematiske diskurser skiller seg ut, selv blant andre vitenskapelige diskurser. I zoologi er objektene dyr og i kjemi er objektene kjemiske stoff. I matematikken er objektene for eksempel tall, funksjoner, figurer og mengder. Disse objektene er ikke konkrete gjenstander i den virkelige verden, de er diskursive konstruksjoner som kun eksisterer i den matematiske diskursen. Det er ingen separasjon mellom diskursen og objektene den handler om, slik som det er i de fleste andre diskurser. Det finnes en historisk matematisk diskurs, som er all den matematiske kunnskapen menneskeheten har bygget opp. I hvert klasserom er det også en matematisk diskurs, og hvert enkelt individ har sin egen matematiske diskurs. Matematiske diskurser er karakterisert ved ordbruk, visuelle mediatorer, rutiner og narrativer (Sfard, 2010).

3.4.1 Ordbruk

Hvilke ord som brukes er en god måte å skille diskurser fra hverandre på. Ordene i matematiske diskurser handler ofte om mengder og figurer. De samme ordene kan også dukke opp i dagligdagse diskurser, men i matematiske diskurser har de presise definisjoner. Ordet funksjon kan bety oppgaven til en gjenstand, for eksempel «funksjonen til plenklipperen er å klippe gress». Matematisk funksjon er derimot en relasjon mellom to mengder slik at ethvert element i den første mengden blir tilordnet ett element i den andre mengden. Matematister, deltakerne i en matematisk diskurs, lærer gradvis å bruke matematiske begreper. Som nevnt ovenfor forstås læring her som individualisering av en diskurs. Individualiseringsprosessen går gjennom fire faser. Den første fasen, passiv bruk, er når en matematist kan gjenkjenne begrepet, men ikke klarer å bruke det aktivt selv. Den andre fasen er rutine-drevet bruk, som karakteriseres ved evnen til å bruke begrepet kun i spesifikke rutiner. Den tredje fasen er når ordbruken er frase-drevet – knyttet til fraser og narrativer, istedenfor rutiner. I den fjerde og siste fasen kan matematister bruke ordet som et vanlig substantiv, og ordet kan dermed være en del av alle slags setninger, i alle kontekster. Når en elev har nådd denne fjerde fasen og bruker begrepet som et objekt, er individualiseringsprosessen ferdig. Da kan man si at eleven har lært begrepet (Sfard, 2010).

3.4.2 Visuelle mediatorer

Visuelle mediatorer er synlige objekter som brukes av deltakere i matematiske diskurser, for å knytte rent diskursive objekter til noe synlig. Sfard (2010) skiller mellom symbolske mediatorer, som for eksempel bokstavene i algebra; ikoniske mediatorer, som for eksempel grafen til en funksjon; og konkrete mediatorer, som for eksempel kan være centikuber. Visuelle mediatorer hjelper med å effektivisere kommunikasjonen for de som er inkludert i diskursen, men for outsidere kan de være uforståelige.

3.4.3 Narrativer

Det overordnede målet med all matematisering er å produsere narrativer som kan godkjennes og kalles «matematiske fakta» (Sfard, 2010, s. 223). Et narrativ er en fortelling som beskriver objekter, relasjoner mellom objekter, eller prosesser med objekter. $2 + 2 = 4$ er et eksempel på et narrativ, og «et kvadrat har fire like sider» er et annet. Narrativer kan godkjennes eller avvises ved hjelp av verifiseringsprosesser som er spesifikke til hver diskurs. I vitenskapelig matematisk diskurs finnes det deduktive resonnementer mellom alle narrativer. Hvert nye narrativ er avledet fra eksisterende godkjente narrativer. I dagligdagse matematiske diskurser er det vanlig å godkjenne narrativer på empirisk grunnlag. $2 + 2 = 4$ kan godkjennes ved å bruke fysiske objekter: hver gang man legger sammen to sett med to objekter får man fire objekter til sammen. Den matematiske diskursen i skolen er nok et sted mellom dagligdags og vitenskapelig. I grunnskolen er det ikke vanlig med korrekte deduktive bevis, men elever kan i noen tilfeller konstruere og godkjenne narrativer ut fra definisjoner.

3.4.4 Rutiner

En rutine kan defineres som en mengde av metaregler som beskriver en gjentakende diskursiv handling. Mengden av regler kan deles inn i to delmengder, som Sfard (2010, s. 208) kaller «the how and when of a routine». «How» betyr hvordan, og denne delmengden inneholder metaregler som bestemmer, eller begrenser, retningen til den gjentakende diskursive handlingen. Denne delen av begrepet beskriver hvordan rutinen foregår. «The when» er en samling av metaregler som bestemmer, eller begrenser, hvilke situasjoner det passer seg å gjennomføre den gjentakende diskursive handlingen. Med andre ord er dette regler for hva som skal til for at rutinen skal starte, og for å avgjøre når rutinen er ferdig utspilt. Noen rutiner er generelle, de går igjen i mange forskjellige diskurser, mens andre er spesifikke til enkelte diskurser. Nå skal jeg presentere tre rutiner som er spesifikke til den matematiske diskursen: utforskninger, gjerninger og ritualer.

3.5 Eksplorative rutiner

Eksplorative, eller utforskende, rutiner regnes som gjennomført når et godkjent narrativ har blitt produsert eller verifisert. Å regne med tall, løse likninger eller føre bevis er eksempler på utforskninger. Alle eksplorative rutiner kan deles inn i tre typer: 1) konstruksjon, en diskursiv prosess som resulterer i nye narrativer som kan godkjennes; 2) verifisering, det matematister gjør for å avgjøre om de vil godkjenne et tidligere produsert narrativ; og 3) gjenkalling, prosessen en gjør for å huske et narrativ som har blitt godkjent tidligere (Sfard, 2010, s. 225).

3.5.1 Konstruksjon av narrativer

Konstruksjon av narrativer gjøres på tre forskjellige måter: deduksjon, induksjon og abduksjon (Sfard, 2010). Deduksjon er når et nytt narrativ blir oppnådd fra eksisterende godkjente narrativer ved hjelp av direkte logikk. Den grunnleggende prosessen er som følgende: Hvis en allerede har godkjent implikasjonen $P \rightarrow Q$ og P, der P og Q er narrativer, så kan også Q godkjennes. For eksempel kan narrativet «vinkel A er spiss» (Q) utledes fra «Hvis vinkelen er mindre enn 90 grader, er den spiss» ($P \rightarrow Q$) og «vinkel A er 40 grader» (P).

Induksjon er en prosess der et nytt narrativ blir konstruert ut fra eksisterende narrativer på enkelttilfeller. Hvis et barn møter ti bestefedre, og alle ti er skallet, kan barnet induktivt trekke slutningen at alle bestefedre er skallet. Et matematisk eksempel er narrativet «kvadratet av et partall er også et partall». For å komme frem til dette, kan man prøve med noen partall. $2^2 = 4$, $4^2 = 16$, $6^2 = 36$. Narrativet ser ut til å stemme. I begge disse eksemplene har vi narrativer som virket sannsynlige ut fra de enkelttilfellene som har blitt undersøkt, men bare det andre er korrekt.

Abduksjon er logisk uholdbart, men kan likevel være nyttig for å konstruere narrativer. Med logiske symboler er abduksjon å si at P er sant, ut fra at Q er sant og at $P \rightarrow Q$ er sant. For eksempel hvis Q er «gressplenen er våt» og $P \rightarrow Q$ er «hvis det regnet i natt, så er gressplenen våt», så vil abduksjon være å dermed konkludere med «det regnet i natt». En slik konklusjon er ikke logisk korrekt, fordi gressplenen kunne blitt våt av andre grunner enn regn. Naboen kunne for eksempel ha dumpet vannet fra badebassenget sitt på gressplenen. Samtidig er den mest sannsynlige forklaringen på at gressplenen er våt, at det regnet i natt. I den vitenskapelige matematiske diskursen, må narrativer konstruert ved hjelp av induksjon og abduksjon verifiseres deduktivt. For at et narrativ skal bli godkjent i klasserommet, krever det at elevene tror at det er sant, og at læreren vet at det er sant fordi læreren vet om det stemmer med den historiske matematiske diskursen (Sfard, 2010).

3.5.2 Verifisering av narrativer

Ordet verifisering er min oversettelse av det Sfard (2010) kaller «substantiation». Som nevnt ovenfor, handler det om å overbevise deltakerne i diskursen om at et narrativ kan godkjennes. Derfor kan verifiseringsturiner variere stort mellom ulike matematiske diskurser. I ren matematikk gjelder bare manipulering av eksisterende narrativer, mens hverdagslige diskurser kan inkludere manipulering av fysiske objekter. Kravene i skolen er strengere enn i hverdagslige, men løsere enn i vitenskapelige diskurser.

3.5.3 Gjenkalling av narrativer

Utforskning bygger på tidligere narrativer, så det er viktig å huske noen narrativer for å kunne delta i diskursen. For eksempel er det vanskelig å utforske metoder for å multiplisere tresifrede tall som 278×347 dersom man ikke husker gangetabellen. I tilfeller der man ikke husker tidligere godkjente narrativer, må de rekonstrueres før man kommer videre. Sfard (2010, s. 235) beskriver en episode der en elev ikke husket gangetabellen, og derfor brukte gjentatt addisjon for å regne ut 6×7. At multiplikasjon er ekvivalent med gjentatt addisjon er også et tidligere godkjent narrativ, og oppgaven ville vært enda vanskeligere om eleven ikke husket det.

3.6 Gjerninger

Rutiner som involverer handlinger som resulterer i endringer i objekter kalles gjerninger. Sfard (2010, s. 237) gir et eksempel på en matematisk handling med fysiske objekter: Eleven Talli får i oppgave å betale for tre kaker som hver koster 75 agora, og 100 agora er verdt 1 shekel. Talli løser oppgaven ved å gi fra seg mynter av ulik verdi, slik at de til sammen har verdien 2 shekel og 25 agora. Ved første øyekast kunne man kanskje konkludert med at Talli løste regnestykket $0{,}75 \times 3$, men Sfard (2010) påpeker at Talli aldri sier hva prisen faktisk er. Det er selve overføringen av mynter som avslutter oppgaven, ikke en fullført regneoperasjon. Objektene i gjerninger trenger ikke å være fysiske, selv om det er fysiske gjerninger som er lettest å gjenkjenne for en observatør. Elever kan også gjøre handlinger på diskursive objekter, for eksempel tall. Da må tallene være objektifiserte, og ytringene til eleven preget av ord som minner om fysiske handlinger på materielle gjenstander.

3.7 Ritualer

Ritualer er rutiner der målet er å skape og opprettholde sosiale bånd med andre mennesker (Sfard, 2010). Slike rutiner tar form ved at utøvere opptrer likt som det andre har gjort. For eksempel når et barn sier et ord fordi det har hørt moren si ordet, eller når en elev bruker nøyaktig samme metode til å løse en oppgave som det læreren nettopp viste. Når man utfører rituelle rutiner er man ofte opptatt av hvordan man skal gå frem, eller hvordan man utfører en spesifikk prosedyre. At en elev har løst en oppgave som et ritual kan observeres ved at forklaringen til eleven beskriver en prosedyre som en person gjennomfører, istedenfor et narrativ om matematiske objekter (Sfard, 2010, s. 249).

Dette kan minne om stereotypisk tradisjonell undervisning, der elevene bare lærer prosedyrer og ikke forstår matematikken bak. Men Sfard (2010) ser ikke på ritualer som noe negativt. Ritualer er derimot et naturlig steg i utviklingen av matematiske rutiner. Det er sjelden elever klarer å gå direkte fra gjerninger til utforskning. Særlig når det er snakk om læring på metanivå. Barn kan skille mellom geometriske figurer basert på at de ser forskjellige ut. Da gjør de gjerninger. Men i matematikken har geometriske figurer spesifikke definisjoner, og matematiske objekter er derivert fra aksiomer. Dette kan ikke elever gjenoppdage av seg selv. I stedet lærer de av å delta i diskurser der disse metareglene allerede er etablert. Nye rutiner læres av andre som allerede er insidere i diskursen, men individualiseringen av andres diskurs vil ofte resultere i ritualer. Det er lettere å imitere det man ser noen gjøre, enn å forstå hvorfor de gjør det. Ved å sammenligne sin egen rituelle bruk av rutinen med hvordan dyktige insidere bruker rutinen eksplorativt, vil en bevisst imitator kunne gradvis gå fra ritual til utforskning. Denne prosessen kan gå raskt, eller ta lang tid. Et ritual kan også forbli som et ritual for alltid. Overgangsfasen fra ritual til utforskning korresponderer til individualiseringsperioden til en elev, der eleven kan delta i kollektiv bruk av rutinen, men ikke klarer å gjennomføre den alene (Sfard, 2010). Dette stemmer overens med den proksimale utviklingssonen til Vygotsky (1978).

3.8 Kommognitiv undervisning

Som nevnt i kapittel 1.2, handler teorien til Sfard (2010) hovedsakelig om læring. Likevel inneholder teorien noen perspektiver på undervisning som kan være nyttige. Ordet nykommer (på engelsk: «newcomer») brukes om personer som har vært outsidere til en diskurs, og som er på vei inn i diskursen. For at en nykommer skal bli en insider i en diskurs, kreves det «scaffolded» individualisering. «Scaffolding» betyr å bygge stillas, og handler om det en oldtimer kan gjøre for å støtte nykommere. I grunnskolen er læreren en oldtimer som har mestret den matematiske diskursen som er pensum for elevene. «Learning-teaching agreement» er begrepet Sfard (2010) ofte bruker når det gjelder undervisning. Det må være enighet på tre ting for at læring skal være effektiv. For det første må matematistene bli enige om hva som skal være den ledende diskursen. I et tradisjonelt klasserom er den ledende diskursen det samme som diskursen til læreren. Nyere undervisningsmetoder posisjonerer elever på en annen måte, slik at maktbalansen blir annerledes. Det vil fortsatt være slik at læreren har den ledende diskursen i mange tilfeller, men elevers diskurser kan også fremheves og bli ledende i perioder. For det andre må det være enighet om roller. Den som opptrer som oldtimer må ta ansvar for å endre diskursen til nykommere, og de som opptrer som nykommere må være villige til å følge i de diskursive fotsporene til oldtimeren. For det tredje må nykommere og oldtimere være enige om retningen til endringen i diskursen. Deltakerne i diskursen må ha samme mål for opplæringen, og være enige om måten læringen skal skje på (Sfard, 2010).

3.9 Kommognitiv forskning

Nachlieli og Tabach (2019) har brukt det kommognitive rammeverket til å forske på matematikkundervisning. De kommer med noen nye perspektiver på begreper som Sfard (2010) introduserte. Som nevnt ovenfor kan reglene for rutiner deles inn i to kategorier: hvordan rutinen utføres, og når den kan utføres. Nachlieli og Tabach (2019, s. 255) bruker dette til å dele en rutine inn i tre deler: «initiation, procedure and closure». Det kan oversettes til oppstart, prosedyre og avslutning. Oppstart og avslutning kan relateres til når en rutine utføres, og prosedyre kan relateres til hvordan en rutine utføres.

For å lære matematikk må man individualisere rutiner fra den historiske matematiske diskursen (Nachlieli & Tabach, 2019). Denne læringen kan bestå av at en elev utvider sin diskurs om et matematisk objekt. Det er læring på objektnivå. Et eksempel kan være når en elev lærer en ny prosedyre for å multiplisere tall. Den andre typen læring består av en endring i meta-reglene til diskursen, å gå over til en diskurs der ord brukes annerledes. Det kalles læring på metanivå. Et eksempel er at matematiske objekter fundamentalt er bestemt av definisjoner. Å akseptere dette narrativet krever læring på metanivå, fordi elever er vant til å identifisere objekter basert på hvordan de ser ut eller andre egenskaper. På tidlige stadier av læring på metanivå er det viktig å bruke rituelle rutiner. Etter hvert kan man gradvis gå over til eksplorative rutiner.

Nachlieli og Tabach (2019, s. 256) presenterer to nye begreper: «ritual-enabling opportunities to learn», læringsmuligheter som tillater ritualer; og «exploration-requiring opportunities to learn», læringsmuligheter som krever utforskning. Læringsmuligheter er omstendigheter som gjør at elever kan engasjere seg i og bruke tid på faglige oppgaver. At ritualer tillates vil si at elevene kan løse oppgavene ved å utføre ritualer, men de kan også velge å bruke utforskning i stedet. I læringsmuligheter som krever utforskning er det derimot ikke mulig å løse oppgavene gjennom ritualer. Eleven kan ikke oppfylle lærerens forventninger ved å bare anvende en prosedyre som eleven allerede kan. Slike læringsmuligheter krever at eleven enten kombinerer kjente prosedyrer på en ny måte, eller lager en ny prosedyre. Det er ikke alltid lett å avgjøre om en læringsmulighet tillater ritualer eller krever utforskning. Samme oppgave kan tillate ritualer i ett klasserom, der rutinen som brukes til å løse oppgaven allerede har blitt lært, og kreve utforskning i et annet klasserom, der rutinen ikke har blitt utviklet enda. Tabell 1 kan brukes som et redskap for å avgjøre hvilken type læringsmulighet en rutine passer best inn i. Det er fire forskjellige faktorer som vurderes, og hver av dem kan enten kodes som at den tillater ritualer eller krever utforskning. Basert på hva det er mest av, kan man få et innblikk i om læringsmuligheten som helhet tillater ritualer eller krever utforskning.

Tabell 1: Analytisk rammeverk (oversatt fra Nachlieli & Tabach, 2019, s. 258).

		Tillater ritualer	Krever utforskning
Oppstart	Hva slags spørsmål er det læreren stiller?	Hvordan går du frem?	Hva vil du oppnå?
Prosedyre	Hvordan bestemmes prosedyren for rutinen?	Det forventes at elevene bruker en spesifikk prosedyre som de har sett andre bruke i lignende situasjoner. Det forventes ikke at elevene tar selvstendige avgjørelser.	Det forventes at elevene velger mellom alternative prosedyrer. Det forventes at elevene tar selvstendige avgjørelser.
Avslutning	Hva slags svar forventer læreren?	Et endelig svar. Hvis det gis begrunnelse, beskriver den trinnene i den anvendte prosedyren.	Å oppgi det nye narrativet som har blitt konstruert. Hvis det gis begrunnelse, beskriver den det matematiske resonnementet.
Avslutning	Hvem bestemmer sluttvilkårene?	Læreren	Eleven (basert på matematisk resonnement)

4 Metode

Datamaterialet til denne oppgaven ble samlet inn gjennom MERG2019, som var et forskningsprosjekt ved Universitetet i Stavanger. MERG2019 står for Mathematics Education Research Group 2019, og var en del av førsteåret på masterprogrammet utdanningsvitenskap med profilen matematikk. Det overordnede målet med prosjektet var å bidra til større forståelse for den komplekse matematikkundervisningen. Fokuset var på lærerens ledelse av matematiske samtaler i klasserommet. Alle studentene deltok i å samle inn data til prosjektet, og datamaterialet ble brukt som utgangspunkt for et individuelt paper. Dette datamaterialet ble også gjort tilgjengelig for masteroppgaver, og jeg valgte å bruke det i min oppgave.

4.1 Forskningsdesign

4.1.1 Kvalitativ casestudie

Valget av forskningsmetode bør baseres på hva man ønsker å finne ut (Silverman, 2011). Målet mitt er å finne ut hvordan lærerens bruk av samtaletrekk kan gi elever muligheter til å utforske. Jeg vil se på hva som skjer med diskursen når læreren bruker samtaletrekk, og hvilke konsekvenser det har for elevenes læringsmuligheter. Siden jeg er interessert i diskursen, og særlig muntlige ytringer, gir det mening å bruke kvalitativ metode. At det er nærhet mellom problemstilling og metode, pekes på som sentralt av Maxwell (2008). Kvalitativ tilnærming gjør at man kan oppnå en forståelse av sosiale fenomener (Thagaard, 2018).

Yin (2003) peker på tre faktorer som må vurderes for at man skal kunne velge forskningsstrategi. Den første faktoren går på hvordan forskningsspørsmålet er formulert, altså om den inneholder spørreord som «hvordan» og «hvorfor», eller «hvem, hva, hvor, hvor mye, hvor mange» (Yin, 2003, s. 6). Den andre faktoren går på hvor mye tilgang man har til hendelsene som studeres, og hvor stor grad man kan kontrollere hendelsene. Den tredje faktoren er om det som studeres skjer i samtiden eller om det skjedde for lenge siden. 1) Min problemstilling bruker spørreordet «hvordan». 2) Jeg har god tilgang til hendelsene som studeres, men ingen kontroll over det som skjer. 3) Jeg studerer hendelser i samtiden. Denne kombinasjonen gjør at casestudie er den foretrukne strategien (Yin, 2003). Det er også det jeg har valgt. Casestudier er intensive studier av en eller få undersøkelsesenheter eller caser (Thagaard, 2013). I dette tilfellet kan man se på denne lærerens undervisning som en case.

I MERG-prosjektet brukte vi videoobservasjon, lydopptak og intervju til å samle inn data. Med tanke på min problemstilling er jeg mest interessert i naturlig forekommende data, slik Silverman (2011) beskriver det. Naturlig forekommende data er opptak av samtaler og aktiviteter som har skjedd uten at forskeren har tatt initiativ til dem. Denne typen data preges i mindre grad av at det er en forsker til stede. Likevel kan man ikke se bort fra at forskeren har en viss påvirkning. Hvor man plasserer kameraet vil påvirke hva som blir fanget opp, og man må også velge hvilke personer man skal utstyre med lydopptaker. Data fra video og lydopptaker må etter hvert bli transkribert, og valgene som blir tatt av forskeren om hvordan transkripsjonen skal skje vil også påvirke datamaterialet. Selv om man må være forsiktig med å hevde at noe som helst data er helt naturlig og fritt for påvirkning fra forskeren, er det likevel mulig å skille mellom naturlig forekommende data og forskerprovosert data (Silverman, 2011). Noen forskere som allerede har opptak av naturlig atferd, føler seg fristet til å også gjøre intervju for å kunne gi et mer komplett bilde av situasjonen (Silverman, 2011). For min oppgave er det unødvendig å vite hva læreren og elevene tenkte, fordi jeg kan finne alt informasjonen jeg trenger gjennom analyse av diskursen.

4.1.2 Kommognitiv studie

Det teoretiske rammeverket til denne studien er det kommognitive rammeverket til Sfard (2010). I kommognitiv forskning er det selve diskursen som er studieobjektet. Fordi det ikke er noe skille mellom tenking og kommunikasjon, er det nok å se på hva som blir sagt. Diskurser kan analyseres uten å vite hva som var tanken bak de diskursive handlingene som blir observert. Sfard (2010) poengterer viktigheten av at diskurs transkriberes verbatim, for at det skal være mulig å analysere. Små variasjoner i ordbruk kan føre til at analysen blir forskjellig. Hvis en elev sier «hvis du tar seksti og plusser på seksti så får du hundreogtjue», og det blir transkribert som «seksti pluss seksti er lik hundreogtjue», så har man mistet mye av grunnlaget for å analysere. Setningen har da blitt objektifisert i transkripsjonsprosessen, og en forsker som bruker det kommognitive rammeverket vil kunne trekke feil konklusjon.

4.2 Deltakere

Deltakerne i studien er en lærer som underviser på sjette trinn, og elevene i hennes to klasser. Læreren har gjennomført treårig lærerutdannelse, og flere år med videreutdanning i matematikkdidaktikk. Hun har 30 års erfaring som lærer på barnetrinn, mellomtrinn og ungdomstrinn. Denne læreren skiller seg ut ved at hun underviser på en måte som ikke passer inn i det som kan kalles tradisjonell undervisning (Cazden, 2001). I stedet fokuserer hun på at elevene skal være muntlig aktive og diskutere matematikk, både i plenum og i mindre grupper. Dette gjør at hennes undervisning er en interessant case for forskere innenfor matematikkdidaktikk. Hun underviser på en utradisjonell måte som blir mer og mer relevant i både forskning og offentlige styringsdokumenter (Gage, 2009; Utdanningsdirektoratet, 2020). Siden forskningsprosjektet MERG2019 hadde fokus på lærerens ledelse av matematiske samtaler i klasserommet, var det naturlig å studere denne lærerens undervisning.

Når jeg i min studie undersøker hvordan læreren bruker samtaletrekk til å lede matematiske samtaler, kan jeg ikke se på bare lærerens ytringer. Jeg må også ta hensyn til elevene og deres ytringer. Hvordan elevene reagerer på samtaletrekkene kan informere om formål og hensikt, og for å forstå lærerens valg i ledelsen av matematiske samtaler, er det nødvendig å ta elevenes ytringer i betraktning. Det er nok også vanskelig å analysere hvilke muligheter for utforskning elevene får, uten å analysere elevenes handlinger. Elevene i studien er to sjetteklasser på samme skole som læreren underviser til vanlig. Hun har undervist disse elevene siden de startet på femte trinn i august 2017, og datainnsamlingen ble gjennomført i februar 2019. Det var 28 elever i den ene klassen, hvorav 14 var gutter; og 25 elever i den andre klassen, hvorav 13 var jenter.

4.3 Prosedyre for innsamling og behandling av data

4.3.1 Datainnsamling

Datainnsamlingen til studien foregikk over to uker, der vi filmet alle matematikktimene til læreren. Til sammen filmet vi på åtte forskjellige dager, med to eller tre økter per dag. Arbeidet med å filme ble fordelt på studentene, slik at alle deltok. Hver dag var det to studenter på skolen, i tillegg til prosjektlederen. Studentene fikk låne hvert sitt kamera. I tillegg til kameraene hadde læreren på seg en lydopptaker. Plasseringen av kameraene var ikke tilfeldig. Det ene kameraet ble plassert bakerst i klasserommet, vendt mot tavla. Hensikten var at det skulle fange opp lærerens ytringer, gestikulering, og bevegelser, og i tillegg fange opp bruken av tavla av både lærer og elever. Det andre kameraet ble plassert fremme i et hjørne, og var vendt mot elevene. Hensikten med dette kameraet var å fange opp elevenes ytringer, gestikuleringer, ansiktsuttrykk og reaksjoner. Når elevene jobbet i grupper, filmet studentene hver sin elevgruppe og la frem lydopptakere for å sørge for god lydkvalitet. Som et supplement til filmingen, ble det gjennomført to elevintervjuer og ett lærerintervju.

Studentgruppen samarbeidet om å lage intervjuguidene, og noen studenter ble valgt ut til å gjennomføre intervjuene.

4.3.2 Forskerrollen

Forskere som bruker observasjon, kan velge å være deltakende i større eller mindre grad. Thagaard (2018) skiller mellom ytterpunktene fullstendig deltakelse, der man deltar i lik linje med de andre deltakerne; og fullstendig observasjon, der man kun observerer fra sidelinjen. Det vanligste er en mellomting, deltakende observasjon. I MERG2019 deltok forskerne i så liten grad som mulig. Vi innledet ikke kontakt med elevene eller læreren mens undervisningen foregikk. Rollen som ble inntatt kan nok beskrives som observasjon uten deltakelse. Da er hensikten at relasjonene mellom deltakerne ikke påvirkes av forskerens nærvær (Thagaard, 2018). Likevel er ikke til å unngå at forskerne påvirker deltakerne i studien ved å være til stede i klasserommet og filme (Silverman, 2011). At læreren vet at undervisningen hennes blir observert, kan føre til at hun gjør andre valg enn hun vanligvis ville gjort. Det er også sannsynlig at elevene oppførte seg annerledes fordi det var flere voksne i klasserommet enn vanlig, og fordi de ble filmet. Ved flere anledninger viste elever sin nysgjerrighet ved å stille spørsmål til studentene mens de ble filmet. Læreren snakket med elevene om kameraene, og ba dem late som om de ikke var der.

4.3.3 Transkripsjon

Prosjektlederen samlet inn alle opptakene, og fordelte øktene blant studentene. Hver student transkriberte én eller to økter, og transkripsjonen ble deretter kontrollert av en annen student. At noen andre sjekker transkripsjonene på denne måten øker påliteligheten (Silverman, 2011). Vi brukte en felles transkripsjonsnøkkel (se vedlegg 1). Man må velge om man skal ta med pauser, intonasjonsmessige understrekinger og følelsesuttrykk som latter og sukk (Kvale & Brinkmann, 2015). Vi valgte å ta med alt. Noen av tegnene i transkripsjonsnøkkelen dukker opp i utdragene som jeg presenterer i neste kapittel. Kolon etter ord eller i et ord indikerer forlengelse, for eksempel «eh:». Pauser i utsagn indikeres ved (ns), der n er antall sekunder. Korte pauser indikeres ved (.). Understrek betyr forsterkning, at taleren legger <u>trykk</u> på ordet. Detaljnivået av og formatet på transkripsjonene avhenger av forskningsspørsmålet (Silverman, 2011). Det var noe uenighet i studentgruppen rundt spørsmålet om normering av språket i transkripsjonene. Derfor skrev noen på normert bokmål, mens andre prøvde å gjengi dialekten autentisk.

Fordi jeg brukte det kommognitive rammeverket til å analysere, var det viktig at ytringene ble gjengitt ordrett. Når jeg hadde valgt ut episodene som jeg skulle analysere i detalj, gikk jeg tilbake til filmene og kontrollerte transkripsjonene på nytt. Dette kan gi et nytt perspektiv på materialet (Markle et al., 2011). I én av de tre episodene hadde studenten som opprinnelig transkriberte skrevet alle ytringene om til normert bokmål. Jeg gikk gjennom og endret det slik at ytringene nå er gjengitt verbatim. Noen plasser var tall skrevet med siffer, for eksempel 120. Det skrev jeg om til hundreogtjue. I den samme prosessen oppdaget jeg også at to av ytringene var transkribert feil, altså at den som transkriberte hadde hørt feil. Kvale og Brinkmann (2015) skriver om reliabiliteten av transkripsjoner, og poengterer at det er lite sannsynlig at to forskere som transkriberer samme lydfil eller video vil produsere like transkripsjoner. Folk hører forskjellig, og tar forskjellige metodiske valg. Den opprinnelige transkripsjonen vises i tabell 2.

Tabell 2: Feil transkripsjon

Nr.	Hvem	Diskurs	Kommentar
49	Lærer	Haha, to gange seks åssă plusse æ på null og det e hundreogtjue (5s) du har en misstanke om at begge er like da?	
50	Tiril	Tror det var det eg sa, men kan ikkje bare ta vekk nuller og legge de på igjen	

Her virker det som at læreren spør om Tiril mener at begge sider av likhetstegnet er like, og at Tiril sier at hun har sagt det, men at hun er klar over at man ikke kan ta bort nuller og legge de på igjen. Men etter å ha sett gjennom videoen selv, transkriberte jeg det slik som det ser ut i tabell 3.

Tabell 3: Rettet transkripsjon

Nr.	Hvem	Diskurs	Kommentar

49	Lærer	Haha, to gange seks åsså plusse æ på null og det e hundreogtjue (5s) Koffer er det, du har en mistanke om at æ ikke like den der da?
50	Tiril	Trur du en gang sa at man ikke bare kan ta bort nuller og legge de på igjen.

Nå har denne samtalen et annet meningsinnhold. Læreren spør hvorfor Tiril hadde en mistanke om at læreren ikke ville like besvarelsen hennes. Tiril svarer at hun tror at læreren tidligere har sagt at man ikke bare kan ta bort nuller og legge de på igjen. Nå presenterte jeg disse utdragene uten kontekst for å vise hvor forskjellige transkripsjoner kan være. Utdragene er en del av episoden som blir analysert i kapittel 5.1.

4.4 Studiens datamateriale

4.4.1 Oversikt over datamaterialet

Datamaterialet inneholdt totalt 18 undervisningsøkter spredt over åtte dager. I tillegg ble det gjennomført to elevintervjuer og et lærerintervju. Med tanke på problemstillingen min foretrekker jeg naturlig forekommende data, så intervjuene ble ikke brukt i analysen. Jeg brukte Chapin et al. (2009) sin beskrivelse av begrepet helklassediskusjon til datareduksjon. Av de 18 undervisningsøktene var det seks økter der undervisningen hovedsakelig var av formen helklassediskusjon. Resten av undervisningen var enten gruppearbeid, eller at læreren forklarte hva elevene skulle jobbe med i gruppearbeidet. Det var innslag av samtaleformatet helklassediskusjon i noen av de øktene, men ikke i stor nok grad til å være av nytte med tanke på min problemstilling. Av de seks øktene med helklassediskusjon, valgte jeg ut tre økter for analyse. Alle de seks øktene kunne blitt brukt til å besvare problemstillingen, men det hadde blitt for omfattende å ta med alle. De to første øktene som presenteres inneholder tilsynelatende vellykkede diskusjoner, mens den tredje ikke virker som den går helt etter planen. Det var et bevisst valg å ta med eksempelet der diskusjonen ikke gikk etter planen. Transkripsjonsutdragene som presenteres i kapittel 5 inneholder de mest interessante episodene fra øktene.

Timene er ikke valgt ut for å være representative for denne lærerens undervisning. Oppgaven min handler ikke om å kartlegge og presentere hvordan denne spesifikke læreren underviser.

Målet er å si noe generelt om samtaletrekk og eksplorativ deltakelse basert på undervisningen til denne læreren. Etter å ha lest gjennom alle transkripsjonene, vil jeg likevel si at disse timene er typiske for hvordan læreren underviser når hun bruker samtaleformatet helklassediskusjon.

4.4.2 Utvalg av data

I de to første episodene som presenteres i analysekapittelet, jobber elevene med multiplikasjonsoppgaver. Læreren har forberedt samme opplegg til begge timene, fordi det er to forskjellige klasser. Opplegget er organisert som en oppgavestreng. En oppgavestreng er en sekvens med relaterte regnestykker, som er laget for å engasjere elever i en diskusjon rundt en strategi for å utføre en regneoperasjon (Valenta, 2016). I dette tilfellet handler oppgavestrengen om dobling og halvering i multiplikasjon. Denne strategien bygger på at hvis en av faktorene i et multiplikasjonsstykke dobles, og den andre halveres, vil produktet forbli det samme. For eksempel gir læreren elevene oppgavene 12×10 og 24×5 rett etter hverandre, og en elev løser oppgaven 24×5 ved å halvere 24 og doble 5, slik at det blir det samme som 12×10. Læreren sier ikke eksplisitt at dette er en oppgavestreng, men oppgavesekvensen hun bruker stemmer i stor grad overens med hvordan Valenta (2016) beskriver begrepet. Selv om det er samme opplegg i øktene i 5.1 og 5.2, så er utdragene hentet fra forskjellige deler. Episoden som presenteres i 5.1 handler ikke om dobling og halvering, men om en uriktig løsningsstrategi til oppgaven 2×60 som eleven Tiril kommer med. Det som er interessant med den episoden er hvordan læreren bruker samtaletrekk til å gjøre en uriktig løsningsstrategi til en eksplorativ læringsmulighet for elevene. I episoden i 5.2 foreslår noen elever dobling og halvering som en løsningsstrategi, og læreren starter en diskusjon om spørsmålet «går det alltid an å doble og halvere?» I denne episoden er det interessant å analysere hvordan læreren bruker elevenes svar til å starte diskusjonen, og hvordan hun leder dem gjennom en eksplorativ rutine der de verifiserer narrativet om dobling og halvering.

Den tredje episoden handler om et annet matematisk emne: geometri. Læreren inviterer elevene til å diskutere om et kvadrat er et rektangel. Grunnen til at hun vil ha elevene til å diskutere dette, er at det er nødvendig å vite at et kvadrat er et rektangel for å løse oppgaven som elevene skal jobbe med i grupper. Elevene jobber med et arkitektprosjekt der de skal designe en bygning. Denne bygningen har et soltak som kan ha form som enhver type rektangel. Elevene skal prøve ut ulike former på bygningen, og en av formene skal være når soltaket har form som et kvadrat. Derfor er det nødvendig at elevene vet at et kvadrat er et rektangel. Denne episoden er interessant fordi læreren bruker samtaletrekk og elevene deltar eksplorativt, men likevel går ikke diskusjonen helt som planlagt.

4.4.3 Analysens fremgangsmåte

Analysen av disse tre episodene består av to faser. Første fase tar utgangspunkt i samtaletrekkene til Chapin et al. (2009) og Kazemi og Hintz (2014). I tillegg trekker jeg inn perspektivet til Lim et al. (2020) på samtalemønstre i undervisning. Lim et al. (2020) skriver om «follow-up actions» som et alternativ til evaluering og feedback. I analysen går de over til å bruke q for questioning, istedenfor å bruke F for follow-up actions. Etter min mening ville det vært mer naturlig å kode lærernes oppfølgende handlinger som F, fordi ikke alle slike handlinger er spørsmål. I min analyse vil jeg derfor bruke bokstaven O som kode for oppfølgende handlinger, og deretter beskrive nærmere hva de oppfølgende handlingene er. Jeg bruker også koder for de andre delene av samtalemønstrene. Jeg skriver I for initiering, R for elevenes respons, E for evaluering og F for feedback. Dermed skiller jeg evaluering og feedback fra oppfølgende handlinger. Evaluering vil si at læreren gir uttrykk for om elevens besvarelse er korrekt eller ikke. Feedback har jeg kodet som tilbakemeldinger på elevers utsagn som ikke kommenterer om det er riktig eller galt. Denne første fasen er knyttet til det første forskningsspørsmålet mitt: «Hvordan bruker læreren samtaletrekk til å lede matematiske diskusjoner?»

Den andre fasen av analysen tar utgangspunkt i det kommognitive rammeverket til Sfard (2010) og forskningen til Nachlieli og Tabach (2019) som bygger på dette rammeverket. I denne fasen prøver jeg å besvare det andre forskningsspørsmålet: «Hvilke muligheter gir dette elevene til eksplorativ deltakelse i den matematiske diskursen?» Sfard (2010) legger til rette for å analysere ytringer i detalj. Rammeverket gjør det mulig å finne ut om elever har brukt eksplorative eller rituelle rutiner, basert på hvordan de formulerer setninger. Nachlieli og Tabach (2019) presenterer et verktøy for å analysere større sekvenser av undervisningen. De bruker en tabell til å analysere læringsmuligheter og avgjøre om de tillater ritualer eller krever utforskning. Ved å kombinere detaljerte analyser av ytringer med mer overordnede analyser av læringsmuligheter, kan jeg skape et helhetlig bilde av mulighetene for eksplorativ deltakelse i en episode.

4.4.4 Presentasjon av funn

Funnene fra analysens første fase blir presentert på tre forskjellige måter. Den første er transkripsjonsutdrag med kommentarer, den andre er analyse av små sekvenser av transkripsjonene og den tredje er en helhetlig analyse av hele episoden. Transkripsjonsutdragene presenteres på formen som vises i tabell 4.

Tabell 4: Øverste rad av transkripsjonstabeller

Nr.	Hvem	Diskurs	Kommentar

Nummer på ytringene gjør at det er lett å referere tilbake til en spesifikk ytring. Under hvem er enten navnet på en elev, eller bare ordet lærer. Diskurs er det som blir sagt, og under kommentar blir en del av analysen presentert. Både lærerens og elevers ytringer blir kommentert, dersom de er interessante for analysen. I tillegg blir ytringer kodet i kommentarfeltet, både med tanke på samtalemønster og samtaletrekk. Hvis ytringen er en initiering, vil det stå [I], og hvis det er en elevs respons vil det stå [R]. Samtaletrekk blir pekt på ved at jeg skriver hvilke samtaletrekk som blir brukt i kommentarfeltet, og koder samtaletrekkene fra 1 til 9. Hvis læreren bruker samtaletrekket revoicing, vil det nevnes i kommentaren og kodes som [ST2]. En ytring fra læreren kan dermed se slik ut:

Tabell 5: Eksempelytring fra lærer

Nr.	Hvem	Diskurs	Kommentar
43	Lærer	Noen andre som har fått hundreogtjue? (2s) Noen som ikke har fått hundreogtjue? (2s) Kan du fortelle meg koffer?	Læreren spør resten av klassen om de har fått samme svar, og ber deretter Jenny om resonnement. [O] [ST5] [ST4]

Jeg valgte å dele opp tabellene slik at det ble flere små tabeller med tekst mellom hver tabell, istedenfor å ha en stor tabell og så tekst etterpå. Dette gjorde at jeg kunne analysere enkelte ytringer og mindre sekvenser mer utfyllende enn hvis jeg bare hadde kommentarfeltet i tabellen til rådighet. Analysen mellom tabellene handler om effekten av samtaletrekket eller samtaletrekkene som nettopp har blitt brukt. Etter at hver episode har blitt presentert, med kommentarer både i og mellom tabellene, analyseres episoden som helhet. Indikatorene på samtalemønsteret samles opp, og skrives på denne måten: I-R-O-R-O-R-(...)-O. Dette gir en oversikt over både lengden av samtalen, og hva slags handlinger læreren gjorde i løpet av samtalen. Etter analysen av samtalemønsteret, blir den helhetlige bruken av samtaletrekk analysert.

Presentasjonen av den andre fasen av analysen er mindre komplisert enn den første. Her er det ingen tabeller, bare tekst. Likevel er det noen ting å være oppmerksom på. Jeg har brukt kommognitive begreper på to måter: direkte, slik Sfard (2010) bruker de; og indirekte gjennom tabellen til Nachlieli og Tabach (2019). Jeg kan ikke gjengi hele tabell 1 hver gang jeg bruker den, men jeg skriver de fire spørsmålene som læringsmuligheten vurderes etter. For hvert spørsmål har jeg avgjort om det teller for ritual eller utforskning. Når jeg analyserer ytringer med utgangspunkt i Sfard (2010), har jeg noen ganger valgt å gjengi deler av eller hele ytringer som sitat. Hensikten med det valget er å gjøre det lettere å følge resonnementene i analysen. I tillegg til å avdekke hvilke muligheter elevene får til eksplorativ deltakelse, har jeg også analysert hvordan dette henger sammen med lærerens bruk av samtaletrekk. Dermed er det slik at mens første fase er helt fri fra kommognitive perspektiver, er ikke andre fase tilsvarende fri fra begrepene i første fase.

4.5 Studiens kvalitet

De to viktigste begrepene som avgjør troverdigheten av forskning er validitet og reliabilitet (Silverman, 2011). Disse begrepene kommer egentlig fra kvantitativ forskningstradisjon, men de kan også være nyttige for å vurdere kvalitative studier. Derfor skal jeg forklare hvordan disse har blitt tatt vare på i denne studien.

4.5.1 Reliabilitet

Reliabilitet i kvalitativ tradisjon handler om å redegjøre for utviklingen av data i løpet av forskningsprosessen (Thagaard, 2018). Det betyr at måten datamaterialet ble samlet inn på kan påvirke reliabiliteten. Å bruke kamera og lydopptaker til å fange opp diskursen, og så transkribere den ordrett, vil styrke reliabiliteten sammenlignet med at forskeren observerer i klasserommet, og så prøver å rekonstruere det som skjedde (Silverman, 2011). Innsamlingsmetoden som ble brukt i denne studien har altså noen fordeler over andre metoder. Men forskere kan fortsatt ta forskjellige valg med tanke på hvor kameraene plasseres og når de slutter å filme (Silverman, 2011). I kapittel 4.3.1 beskriver jeg valgene som ble tatt knyttet til plassering av kamera. Analysen jeg har utført i denne oppgaven er ikke basert på selve videoopptakene, men på transkripsjoner. I transkripsjonsprosessen kan det oppstå feilkilder som truer reliabiliteten (Kvale & Brinkmann, 2015). Nettopp det skjedde i denne studien. Som nevnt i kapittel 4.3.3 oppdaget jeg at noen ytringer hadde blitt transkribert feil, når jeg kontrollerte transkripsjonene jeg hadde valgt ut for å analysere. Thagaard (2018) påpeker at reliabiliteten kan styrkes ved at flere forskere deltar i prosjektet. Slike feil kan nok lettere oppdages dersom flere forskere er involvert. Samtidig kan flere forskere også være en feilkilde, fordi forskerne tenker ulikt.

4.5.2 Validitet

Validitet kan knyttes til gyldigheten av tolkningene forskeren gjør av datamaterialet (Thagaard, 2018). Den første tolkningen som gjøres er i transkripsjonsprosessen, fordi det ikke finnes noen objektiv oversettelse fra muntlig til skriftlig form (Kvale & Brinkmann, 2015). Forskeren må velge hva som er hensiktsmessig å ta med, basert på forskningsspørsmålet. I mitt tilfelle må transkripsjonene være så nærme ordrette gjengivelser som mulig, for at jeg skal kunne analysere ytringer i detalj. Validiteten til en studie kan styrkes ved å legge vekt på teoretisk gjennomsiktighet (Thagaard, 2018). Utførelsen av dette er delt i to. Det første som må gjøres er å beskrive det teoretiske ståstedet som danner grunnlaget for tolkninger. Min studie har et fundament i det kommognitive rammeverket til Sfard (2010). Dette rammeverket åpner for å analysere diskurs med operasjonaliserte begreper. Det andre som må gjøres for å oppnå teoretisk gjennomsiktighet er å vise hvordan analysen gir grunnlag for konklusjoner og tolkninger (Thagaard, 2018). Hvordan kan jeg være sikker på at tolkningene jeg har kommet frem til stemmer med virkeligheten? Det er umulig å si helt sikkert. Det jeg har gjort er å dele analysen i to faser, slik at jeg først bare analyserer samtaletrekk og samtalemønster. Samtaletrekk er relativt lette å peke på, fordi de er tydelig definert med eksempler. Funksjonen av samtaletrekkene kan også knyttes til det definerte formålet slik Chapin et al. (2009) oppgir det. Å analysere muligheter for eksplorativ deltakelse krever mer tolkning, men de operasjonaliserte begrepene til Sfard (2010) gjør at alle tolkningene kan begrunnes teoretisk. Når jeg analyserer sammenhengen mellom bruken av samtaletrekk, og elevenes muligheter for utforskning, er det vanskeligere å argumentere for validitet. Om det er samtaletrekkene alene som fører til utforskning er umulig å avgjøre. Det er mange faktorer som spiller inn, for eksempel valg av oppgaver, lærerens kunnskap, elevenes kunnskap, og normer i klasserommet. Men ved å se på hvilken effekt samtaletrekkene har på den synlige diskursen i disse episodene, og så analysere hvilke muligheter for utforskning som oppstår av denne effekten, er det mulig å sannsynliggjøre at å bruke samtaletrekk på denne måten kan gi elever muligheter for eksplorativ deltakelse som de ikke hadde fått utenom.

4.6 Forskningsetiske vurderinger

I all forskning er det viktig å forholde seg til etiske prinsipper (Thagaard, 2018). Når man forsker på mennesker stilles det særlige krav til sikkerhet og beskyttelse. Den Nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora [NESH] (2016) presenterer en oversikt over retningslinjene som gjelder for norske forskere. I denne studien har retningslinjene knyttet til hensyn til personer vært særlig aktuelle.

4.6.1 Frivillighet og informert samtykke

Forskeren har informasjonsplikt ved behandling av personopplysninger (NESH, 2016). Det vil si at deltakerne skal informeres om hva prosjektet innebærer, og hvilke opplysninger om deltakerne som vil bli lagret. Informasjonen må bli presentert på en nøytral måte. I forkant av studien ble det sendt ut informasjonsskriv til lærer og foresatte (se vedlegg 2). Når man bruker videoobservasjon, må deltakerne informeres om hvor lenge materialet blir oppbevart, og hvem som skal bruke det (NESH, 2016). Det grunnleggende datamaterialet i denne studien er videoer og lydopptak. Dette ble lagret på ekstern harddisk, og vil bli slettet 31. desember 2021. Denne informasjonen ble gitt til deltakerne gjennom informasjonsskrivet.

Forskeren har også ansvar for å hente inn samtykke fra deltakerne. Hvis deltakerne er barn under 15 år, må samtykke hentes inn fra foreldrene (NESH, 2016). Informasjonsskrivet som ble sendt ut til lærer og foresatte hadde med et vedlagt samtykkeerklæringsskjema. Retningslinjene til NESH (2016) presiserer at samtykke skal være fritt, informert og uttrykkelig. At samtykket er fritt, betyr at det ikke har vært noe press fra verken forskeren eller andre. Belønning eller betaling av informanter kan også ha uheldige følger. Måten samtykket ble hentet inn på i denne studien, var ved å sende ut informasjonsskriv med samtykkeerklæringsskjema. Avgjørelsen om å delta eller ikke ble gjort uten forskerens nærvær, og uten noen form for belønning. Informert samtykke handler om at deltakerne får tilstrekkelig informasjon om prosjektet, noe de fikk gjennom informasjonsskrivet. At samtykket er uttrykkelig, vil si at deltakerne gir klart uttrykk for at de vet hva de samtykker til. Det må komme tydelig frem at deltakerne kan avslå eller trekke seg uten at det har noen negative konsekvenser. Dette ble presisert i informasjonsskrivet. På bakgrunn av disse vurderingene, går det an å si at deltakerne som samtykket gjorde det fritt, informert og uttrykkelig.

4.6.2 Konfidensialitet

Konfidensialitet er et viktig prinsipp når man forsker på personer, og innebærer både at deltakerne anonymiseres i presentasjonen av resultatene, og at opplysninger om deltakerne lagres på en forsvarlig måte (Thagaard, 2018). I denne studien ble det brukt videoobservasjon av barn. Videoopptak kan være svært utleverende, så både anonymisering og trygg lagring har vært viktige hensyn i denne studien. Allerede i transkripssjonsstadiet ble identiteten til deltakerne skjult, noe Kvale og Brinkmann (2015) anbefaler i følsomme tilfeller. Vi skrev om alle navnene via en navnenøkkel når vi transkriberte. Da ble informasjonen om elevene avidentifisert (NESH, 2016). Jeg har valgt å gjengi ytringer ordrett. Det betyr at dialekten til deltakerne blir synlig i transkripsjonen, noe som kan være potensielt problematisk med tanke på personvern. Deltakernes dialekt kan gi leseren et visst innblikk i studiens geografiske lokasjon. Likevel ser jeg på risikoen for at enkeltpersoner kan gjenkjennes på grunn av dialekten som liten. Å skrive ytringene om til normert bokmål ville forhindret dette problemet, men det hadde også ført til at verdifulle detaljer i diskursen hadde gått tapt.

For å sikre personvernet er det viktig at forskningsinstitusjoner følger regelverket for forsvarlig lagring (NESH, 2016). Video- og lydopptakene som ble samlet inn i denne studien ble lagret på ekstern harddisk som ble forsvarlig lagret og innelåst. I transkripsjonsprosessen ble studentene tildelt noen økter hver. Prosjektlederen, som hadde ansvaret for å lagre datamaterialet, kopierte over de gjeldende øktene til krypterte minnepinner. Hver student hentet sin minnepinne og fikk et passord som var nødvendig for å få tilgang til innholdet. Etter å ha transkribert, ble minnepinnene returnert til prosjektleder. Alle video- og lydopptak vil som nevnt ovenfor bli slettet 31. desember 2021. Kun anonymiserte tekster vil bli tatt vare på.

4.6.3 Meldeplikt

Studier som innebærer elektronisk behandling av personopplysninger er meldepliktige (NESH, 2016). I dette tilfellet ble MERG2019 meldt til Norsk senter for forskningsdata [NSD]. Prosjektets formål og omfang ble detaljert i meldeskjemaet (se vedlegg 3), i tillegg til hvilke personopplysninger som skulle samles inn, og hvordan de skulle lagres. Datamaterialet ble innhentet etter at studien hadde blitt godkjent av NSD.

5 Analyse

Analysen er delt i to faser. Første fase har fokus på samtalemønstre og samtaletrekk, og er knyttet til første del av forskningsspørsmålet: «Hvordan bruker læreren samtaletrekk til å lede matematiske diskusjoner?» Episodene blir presentert med kommentarer i tabellene, og kommentarer mellom deler av tabellene. Disse kommentarene peker på bruken av samtaletrekk og andre oppfølgende handlinger i enkelte ytringer. Etterpå kommer det en oversikt over samtalemønstre og bruken av samtaletrekk som helhet i samtalen. Andre fase trekker inn begrepene til Sfard (2010), og er knyttet til andre del av forskningsspørsmålet: «Hvilke muligheter gir dette elevene til eksplorativ deltakelse i den matematiske diskursen?» I denne fasen vil jeg analysere episoden på nytt med utgangspunkt i det kommognitive rammeverket til Sfard (2010) og perspektivene til Nachlieli og Tabach (2019). Her vil jeg se på hvilke læringsmuligheter elevene får i løpet av episoden, og om læringsmulighetene tillater ritualer eller krever utforskning. Jeg vil også undersøke i hvilken grad læringsmulighetene henger sammen med lærerens bruk av samtaletrekk.

5.1 «Du tar to ganger seks åsså bare legger du på null»

Denne episoden viser hvordan den enkle oppgaven 2×60 kan bli til en utforskende aktivitet for hele klassen, på grunn av lærerens bruk av samtaletrekk. Fordi læreren ber om resonnement, presenteres det to ulike måter å løse samme oppgave. Den første er matematisk korrekt, men ikke den andre. Læreren inviterer andre elever til å kommentere besvarelsen som ikke er helt korrekt, og elevene kommer frem til en bedre måte å formulere den på.

5.1.1 Første fase

Episoden som følger nedenfor, var en del av en helklassediskusjon der læreren skrev multiplikasjonsoppgaver på tavla. Første oppgave var 2×6. Den ble løst raskt, og læreren aksepterte svaret uten å gjøre noen oppfølgingshandlinger. Deretter skrev hun opp 2×60 på tavla, og lot elevene snakke sammen to og to. Utdraget i tabell 6 begynner med at eleven Jenny får ordet etter at elevene har snakket sammen.

Tabell 6: Første transkripsjonsutsnitt fra time 1

Nr.	Hvem	Diskurs	Kommentar

41	Lærer	Jenny	Gir ordet til en elev. [I]
42	Jenny	Hundreogtjue	Sier et svar. [R]
43	Lærer	Noen andre som har fått hundreogtjue? (2s) Noen som ikke har fått hundreogtjue? (2s) Kan du fortelle meg koffer?	Læreren spør resten av klassen om de har fått samme svar, og ber deretter Jenny om resonnement. [O] [ST5] [ST4]

Jenny er den første som får ordet, og hun sier bare svaret på oppgaven. Læreren bruker først tid på å finne ut hva resten av klassen tenker. Hun spør om andre har fått hundreogtjue, og ser hvem som rekker opp hånda. Deretter spør hun om noen har fått noe annet. Her bruker hun det femte samtaletrekket, som handler om å spørre om elever er *enig eller uenig* i noe. Hun får dermed raskt en oversikt over hvilke svar elevene har fått. Så bruker hun det fjerde samtaletrekket og ber Jenny om å begrunne svaret sitt.

Tabell 7: Andre transkripsjonsutsnitt fra time 1

Nr.	Hvem	Diskurs	Kommentar
44	Jenny	Fordi fordi seksti pluss seksti er hundreogtjue	Jenny begrunner svaret sitt med et matematisk resonnement. [R]
45	Lærer	Ja, det e ein. Seksti pluss seksti det e hundreogtjue, det dobla seksti (2s) Tiril?	Læreren bekrefter løsningsforslaget til eleven, revoicer, og inviterer en annen elev til å delta. [E] [O] [ST2]

Når læreren sier «Ja, det e ein», kan man si at hun evaluerer løsningsmetoden til Jenny. Hun poengterer også at dette bare er en av flere mulige løsningsmetoder. I tillegg *revoicer* læreren forklaringen til Jenny, og legger til «det dobla seksti».

Tabell 8: Tredje transkripsjonsutsnitt fra time 1

Nr.	Hvem	Diskurs	Kommentar
46	Tiril	Det går jo an, men eg tror ikkje du like det	[R]
47	Lærer	Haha du trukje æ like denne herne? Her du hørt?	Læreren revoicer [O][ST2]

Den neste eleven som får ordet, er Tiril. Hun uttrykker en viss usikkerhet rundt løsningsmetoden sin. Kanskje vet hun at den ikke er helt matematisk korrekt. Her bruker læreren *revoicing* på en ytring som ikke har matematisk innhold.

Tabell 9: Fjerde transkripsjonsutsnitt fra time 1

Nr.	Hvem	Diskurs	Kommentar
48	Tiril	Du tar to gange seks åssåbare legge du på null	Tiril foreslår et løsningsforslag. [R]
49	Lærer	Haha, to gange seks åsså plusse æ på null og det e hundreogtjue (5s) Koffer er det, du har en mistanke om at æ ikke like den der da?	Læreren revoicer utsagnet, og skriver $2 \times 6 + 0 = 120$ på tavla. Deretter stiller hun et oppfølgingsspørsmål. [O] [ST2]
50	Tiril	Trur du en gang sa at man ikke bare kan ta vekk nuller og legge de på igjen.	[R]

«For å løse regnestykket 2×60 , regner man ut $2 \times 6 = 10$, og legger på null slik at man får 120». Dette er min tolkning av hva Tiril mente. Læreren tolker det litt annerledes når hun *revoicer*. I ytring 49 sier læreren at hun «plusser» på en null, mens Tiril sa at hun «legger» på en null. En forklaring på dette er at Tiril ser på null som symbolet 0, og tenker at det kan selvfølgelig legges på, eller tegnes etter 12, for å få 120. Med denne forklaringen ser læreren på null som det matematiske objektet null, og tolker «legge på» som den matematiske operasjonen addisjon. Om læreren faktisk tolket det slik, eller valgte å *revoice* på denne måten for å illustrere at Tiril sin forklaring var feil, er vanskelig å si helt sikkert. Læreren spør deretter hvorfor Tiril ikke trodde at hun kom til å like besvarelsen, og Tiril viser igjen at hun vet at noe er galt. Men igjen fokuserer hun på at læreren har sagt at det er galt, hun resonnerer ikke selv. Læreren inviterer så andre elever inn i samtalen.

Tabell 10: Femte transkripsjonsutsnitt fra time 1

Nr.	Hvem	Diskurs	Kommentar
51	Lærer	Har æ sagt det? Lure på ka det kan skyldes at æ itte bare kan ta vekk nulla og? (.) Det e sånn dokker si det eh ja, eh Brage?	[O]
52	Brage	Du kan egentlig ikkje plusse på ein 0 får åsså få et høgere tall	[R]
53	Lærer	Æ vet itt helt koss det går med likhetstegnet her da. Linda?	[O]
54	Linda	Du kan heller si at du gange med ti	Linda foreslår å endre løsningsmetoden til Tiril. [R]
55	Lærer	Ahh, du si at æ gange med ti, du vil ha det sånn i stedet: to gange seks gange ti. Kan dokker snakk med sidemannen om det her?	Læreren revoicer utsagnet til Linda og skriver $2 \times 6 \times 10 = 120$ på tavla. Deretter ber hun elevene snakke med sidemannen. [O] [ST2] [ST8]

Brage påpeker at det som står på tavla er feil, fordi å plusse med null ikke vil gi et høyere tall. Læreren *revoicer* ikke, men sier en kommentar og gir ordet videre til Linda, som kommer med et forslag på å endre metoden til Tiril. Istedenfor å «legge på null», kan man «gange med ti». Læreren *revoicer* dette utsagnet i ytring 55, og hun utvider forklaringen til Linda ved å knytte den tilbake til oppgaven. Samtidig skriver læreren opp $2 \times 6 \times 10 = 120$ på tavla. Etter å ha *revoicet*, bruker læreren et nytt samtaletrekk: *snu og snakk*. Da inviterer hun resten av klassen til å være med og diskutere metoden til Tiril og Linda sitt forslag til å endre den. Utdraget som følger, skjer etter at elevene har snakket sammen to og to.

Tabell 11: Sjette transkripsjonsutsnitt fra time 1

Nr.	Hvem	Diskurs	Kommentar
56	Lærer	Tiril, ka si du no?	Læreren gir Tiril muligheten til å revidere tenkningen sin. [O] [ST9]
57	Tiril	Okei, Linda sier at denne måten var litt bedre, men det var på en måte sånn eg meinte det	Sammenligner Linda sin ytring med sin egen. [R]
58	Lærer	Ja, det var det Brage også kom frem til og, han sa at det e nok sånn dæm mene det når dæm legg på den nullen, men det ser litt løye ut med det likhetstegnet (2s) så koss tenke du at det e greiest å skriv det da?	Læreren revoicer det Brage sa tidligere, og gir Tiril enda en mulighet til å revidere tenkningen sin. [O] [ST2] [ST9]
59	Tiril	På Linda sin måte	Aksepterer Linda sin metode. [R]

Den første eleven som får ordet igjen etter at elevene har snakket sammen to og to, er Tiril. Det var hun som delte den opprinnelige løsningsmetoden som elevene diskuterte, og nå gir læreren henne muligheten til å *revidere* tenkningen sin. Tiril sier først at hun egentlig mente det samme som Linda sa. Hun innser kanskje ikke helt hva som er den store forskjellen mellom å ta bort og legge på en null, og å dividere og multiplisere med ti. Læreren prøver på ny å gi Tiril muligheten til å *revidere*, og nå spør hun om hvilken måte det er best å skrive det på. Med denne formuleringen går Tiril med på å *revidere* tenkningen sin, og vedgår at Linda sin måte er bedre. Tiril er kanskje mer kjent med at ting må skrives korrekt i matematikken, enn at muntlige resonnementer må være matematisk korrekte.

Oversikt over episode 1

Det er læreren som initierer samtaler og bestemmer hvem som skal snakke og når. I tillegg snakker læreren mellom hver gang elever får snakke. Likevel er diskursen i denne episoden klart ulik det en kan kalle tradisjonell undervisning. Når læreren snakker etter elever, bruker hun oppfølgende handlinger hver gang. I ytring 45 brukes evaluering, men også en oppfølgingshandling. Samtalemønsteret er derfor av formen I-R-O-R-EO-R-O-R-O-R-O-R-

O-R-O-R-O-R. Det er én lang samtale som begynner med ytring 41 og slutter med ytring 59. Her er det viktig å påpeke at samtalen ble avbrutt av at elevene snakket sammen to og to mellom ytring 55 og ytring 56, selv om dette ikke ble transkribert. I tradisjonell undervisning vil samtalemønsteret ha formen I-R-E, der samtalen stopper når læreren evaluerer elevens besvarelse.

Mesteparten av oppfølgingshandlingene som læreren gjør i denne episoden er samtaletrekk. Når en elev bare sier et svar, bruker læreren det fjerde samtaletrekket *be om resonnement*. *Revoicing* blir konsekvent brukt hver gang en elev kommer med en forklaring eller et resonnement. Samtaletrekkene *enig eller uenig*, og *snu og snakk*, brukes til å eksplisitt involvere alle elevene i diskusjonen. *Enig eller uenig* gjør at elevene må ta stilling til noe, mens *snu og snakk* gjør at de får uttale seg muntlig. Til slutt brukes *revidering* til å la Tiril få det siste ordet i diskusjonen. Hun får avgjøre selv om hun vil endre tenkningen sin, istedenfor at en annen elev eller læreren sier at hun tar feil. Dette samtaletrekket er avgjørende for at elever skal tørre å si ting som de vet ikke er helt riktig, slik Tiril gjør i denne episoden. Utenom samtaletrekkene er det to ganger læreren skriver opp en elevs besvarelse på tavla, noe som er en instruksjonshandling (Cengiz et al., 2011). I tillegg inviterer hun en annen elev til å delta ved å si navnet på eleven. Det kan diskuteres om dette havner innenfor samtaletrekket *tilføye*, men det er i alle fall et diskurstrekk (Henning et al., 2012).

5.1.2 Andre fase

Nachlieli og Tabach (2019) viser hvordan man kan analysere læringsmulighetene i en episode. Jeg skal først bruke tabell 1 til å analysere den eksterne læringsmuligheten. 1) Hva slags spørsmål er det læreren stiller? Læreren forteller ikke elevene hva de skal gjøre, og heller ikke hva som er målet. Hun skriver bare oppgaven på tavla, og ber elevene snakke sammen to og to. Jeg tror ikke denne delen teller for hverken ritual eller utforskning. 2) Hvordan bestemmes prosedyren for rutinen? Elevene velger selv hvordan de vil løse oppgaven, og elevene bruker forskjellige metoder. Det er eksplorativt. 3) Hva slags svar forventer læreren? Læreren er ikke ute etter et korrekt svar på oppgaven. Hun er ute etter løsningsstrategier, narrativer som forklarer hvordan slike oppgaver kan løses. Det er tydelig fordi hun ber om resonnement når Jenny sier «hundreogtjue», og fordi hun etterpå inviterer en annen elev til å dele sin løsningsmetode. Dette er helt klart et kjennetegn på utforskning. 4) Hvem bestemmer sluttvilkårene? Hvis vi ser på den eksterne rutinen som det som skjer fra læreren gir oppgaven 2×60, til hun gir en ny oppgave, så varer rutinen så lenge elevene foreslår nye løsningsmetoder. Derfor er det elevene som avgjør når rutinen ender. For å oppsummere, så har ikke læreren en tydelig oppstart der hun introduserer oppgaven, men de tre andre punktene peker på utforskning. Dermed går det an å si at i denne episoden er det en ekstern læringsmulighet som krever utforskning.

Inni den eksterne læringsmuligheten, kan det finnes flere interne læringsmuligheter. Vi kan se på det å løse oppgaven 2×60 som en læringsmulighet. En annen læringsmulighet er å gi et resonnement for svaret. En tredje læringsmulighet kan være å vurdere løsningsstrategien til Tiril. Hvis vi ser på det å løse oppgaven 2×60 som en læringsmulighet, kan vi sammenligne de to besvarelsene som kommer frem i denne episoden. Jenny sin forklaring er objektifisert – den er tingliggjort fordi det ikke er noen prosess i setningen, og fremmedgjort fordi det ikke er noen person. Dette vitner om at Jenny ser på tallene 60 og 120 som objekter, ikke kvantiteter. Metoden til Jenny viser også at hun husker det tidligere godkjente narrativet «multiplikasjon er gjentatt addisjon», og klarer å bruke det til å løse oppgaven. Det Jenny sier er en presist formulert fortelling om matematiske objekter, et narrativ. Det vil si at hun har utført en eksplorativ rutine. I ytring 48 forklarer eleven Tiril sin løsningsstrategi til oppgaven. Forklaringen til Tiril skiller seg fra den Jenny kom med på flere måter. Utsagnet hennes er verken tingliggjort eller fremmedgjort, hun beskriver en prosess som en person gjennomfører. Metoden hennes fungerer for å finne riktig svar, men måten hun forklarer den på er ikke matematisk korrekt. En sannsynlig forklaring er at hun har lært denne metoden av å se på andre, men har ikke forstått hvorfor man kan ta bort en null fra 60 og så legge den på 12 etterpå. Det tyder på at Tiril løste oppgaven som et ritual. Hvis det er mulig å finne svaret ved å utføre et ritual, så tillater læringsmuligheten ritualer. Dette er den mest interne læringsmuligheten i episoden.

Læreren i denne episoden er ikke fornøyd med bare et korrekt svar på oppgaven. Hun krever begrunnelse. En godkjent begrunnelse i den matematiske diskursen vil si et matematisk resonnement. For å kunne presentere et resonnement, må man finne et svar på oppgaven. Derfor er læringsmuligheten «å oppgi et resonnement», en ekstern læringsmulighet som innebærer den interne læringsmuligheten «å finne svaret». Jenny har konstruert et narrativ som er et matematisk resonnement. Det Tiril sier er en prosedyre, en fremgangsmåte. Hun har altså ikke klart å gi en godkjent begrunnelse, fordi hun utførte et ritual og ikke en eksplorativ rutine. Forskjellen på hvordan ytringene til Jenny og Tiril mottas kan avsløre noe om hvilken type læringsmulighet det er. Jenny sin ytring blir akseptert, mens Tiril sin ytring blir kommentert av andre elever og metoden hennes blir endret. Det kan tolkes som at Jenny utførte rutinen vellykket, men at Tiril ikke gjorde det. Forskjellen mellom de to besvarelsene var at Jenny brukte utforskning mens Tiril brukte ritual. Siden bare Jenny sin besvarelse ble godkjent med en gang, kan man si at denne læringsmuligheten krever utforskning.

Hele elevgruppen blir involvert i å vurdere løsningsstrategien til Tiril. Brage og Linda kommenterer den i plenum, mens resten av elevene snakker om den med sidemannen. 1) Hva slags spørsmål er det læreren stiller? Læreren gir ikke et signal om hva elevene skal gjøre, eller hva som er målet. Hun inviterer bare elevene til å delta. 2) Hvordan bestemmes prosedyren for rutinen? Læreren gir ingen instruksjon om hvordan elevene skal gå frem for å vurdere løsningsstrategien. Elevene tar selvstendig initiativ til å kommentere den. 3) Hva slags svar forventer læreren? Det er ikke tydelig hva læreren forventer, hun lar elevene ta initiativ. 4) Hvem bestemmer sluttvilkårene? Rutinen avsluttes når elevene har blitt enige om den beste måten å skrive metoden på, og implisitt den beste måten å begrunne metoden matematisk på. Det er elevenes matematiske resonnering som avgjør når rutinen slutter. Jeg tror det er naturlig å konkludere med at også denne rutinen krever utforskning. Totalt sett har alle elevene fått flere muligheter til å delta utforskende i denne episoden. Denne læringsmuligheten er inkludert i den overordnede læringsmuligheten i episoden, men den er separert fra de to andre interne læringsmulighetene.

Det virker som at Tiril er i en individualiseringsprosess i denne episoden. Hun bruker et ritual til å finne svaret på oppgaven, men hun innser selv at det er noe som ikke er helt korrekt med resonnementet bak prosedyren. Når hun deler dette i plenum, får hun hjelp av de andre elevene til å fikse resonnementet. Neste gang Tiril gjør denne rutinen, kan hun kanskje utføre den som en utforskning, istedenfor som et ritual. Lærerens bruk av samtaletrekk gjør at hele klassen er involvert i denne prosessen. Dermed er det ikke bare Tiril som lærer noe. Det er sannsynlig at andre elever også brukte samme metode som Tiril, eller var i en lignende individualiseringsprosess. Siden alt blir delt i plenum, får også de elevene samme læringsmulighet som Tiril. Bruken av *snu og snakk* gjør at alle elevene får delt sine tanker om besvarelsen til Tiril. I tradisjonelle klasserom vil elever gå gjennom samme type individualiseringsprosess som Tiril, men det vil ofte være skjult for de andre elevene i klassen. Bruken av samtaletrekk gjør at alle elevene kan lære sammen.

5.2 «Ehh, e det mulig å alltid doble og halvere på den måten som de gjorde nå?»

I likhet med forrige episode fører samtaletrekket *be om resonnement* også her til at elevenes løsningsmetoder blir løftet frem. Denne gang er løsningsmetoden dobling og halvering som kommer til syne, og læreren bruker dette til å spørre om det er en generell regel. Læreren bruker samtaletrekk til å lede elevene gjennom en verifiseringsrutine, der de prøver å avgjøre om dobling og halvering kan godkjennes som et narrativ i klasserommet.

5.2.1 Første fase

Før episoden som presenteres nå har elevene jobbet med multiplikasjonsoppgavene 2×6, 2×60, 12×10 og 24×5. Det er de samme oppgavene som i 5.1, men en annen elevgruppe. Episoden begynner med at eleven Selma presenterer sin løsningsmetode på oppgaven 24×5.

Tabell 12: Første transkripsjonsutsnitt fra time 2

Nr.	Hvem	Diskurs	Kommentar
92	Selma	Ehm, hvis du, hvis du gange fem og halvere tjuefire så blir det samma som den forrige oppgaven.	Med «den forrige oppgaven» menes 12×10. [R]
93	Lærer	(3s) Ehm.. a, b.. Du si at æ kan.. At tjuefire gange fem e det samme som tolv gange ti? Pål, e det virkelig sant?	Læreren revoicer utsagnet, og spør en annen elev om han er enig. [O] [ST2] [ST5]
94	Pål	Ja	[R]
95	Lærer	Fordi at?	Læreren ber om resonnement. [O] [ST4]
96	Pål	Fordi du kan doble fem og halvere tjuefire.	[R]

Forklaringen til Selma i ytring 92 er litt upresis, men læreren forstår poenget og *revoicer* på neste linje. Da endrer hun forklaringen slik at den er matematisk korrekt og sannsynligvis lettere for de andre elevene å forstå. Deretter bruker hun det femte samtaletrekket ved å spørre Pål om han er enig. Spørsmålet hun stiller er et ja/nei-spørsmål, og Pål svarer bare «Ja?». Læreren følger opp ved å *be om resonnement*, og Pål foreslår «du kan doble fem og halvere tjuefire». Litt senere begynner klassen å diskutere spørsmålet «e det mulig å alltid doble og halvere på den måten som de gjorde nå?»

Tabell 13: Andre transkripsjonsutsnitt fra time 2

Nr.	Hvem	Diskurs	Kommentar
102	Lærer	Kan en gjenta, det va nån som ikkje skjønt ka æ sa, kan en gjenta ka æ spurt om? (3s) Pål?	Læreren ber en elev repetere lærerens ytring. [I] [ST3]
103	Pål	Ehh, e det mulig å alltid doble og halvere på den måten som de gjorde nå?	[R]
104	Lærer	Akkurat, du forstår meg jyslig godt altså. Eh, vis meg med tegn. Går det alltid? (16s) Kom igjen da, vis mæ. Du ska vis mæ med tegn om det alltid går. Uansett hvilket regnestykke, vil det alltid vær mulig å doble og halvere? (9s) Det e ganske mange usikre, det e nån som e bestemt negativ, og da vil æ be dem som da, e, negativ eller usikre kom med et forslag te et multiplikasjonsstykke der vi ikke kan bruk dobling og halvering. Å, det hadd dokker allerede klart ja. Ee ska vi se, Hans, har æ hørt stemmen din i dag?	Læreren bekrefter at repeteringen var korrekt. Deretter spør hun elevene om de er enige eller uenige. Hun gir elevene tid til å tenke seg om. Elevene viser tommel opp, til side eller ned. Så initierer hun en ny samtale. [E] [O] [ST5] [ST7] [I]

Diskursen mellom utdragene var litt uklar, så læreren ber en elev om å *repetere* hva som var spørsmålet de skulle diskutere. Ytring 104 er kodet med [E] for evaluering, fordi læreren bekrefter utsagnet til Pål. Men det gjøres etter at Pål har *repetert* lærerens tidligere utsagn. I både *revoicing* og *repetering* er det et poeng å sjekke om den opprinnelige taleren er enig med gjentakelsen. Det er altså ikke et svar som bekreftes, men heller at læreren bekrefter at eleven har utført *repetering* korrekt. Læreren ber elevene vise med tegn om de er enig i påstanden «uansett hvilket regnestykke, vil det alltid vær mulig å doble og halvere». Da bruker hun samtaletrekket enig eller uenig på den enkleste måten. Å be om moteksempel er kanskje en videreføring av dette samtaletrekket, en variasjon av å spørre «hvorfor er du uenig?» I tabell 14 kommer første forslaget til moteksempel.

Tabell 14: Tredje transkripsjonsutsnitt fra time 2

Nr.	Hvem	Diskurs	Kommentar
105	Hans	Ja, men fem gange fem.	Hans foreslår et moteksempel. [R]
106	Lærer	Der kan vi <u>ikke</u> bruk dobling og halvering.	Læreren sier et oppfølgende utsagn. [O]
107	Hans	Då bler det desimaltall.	Hans gir en begrunnelse. [R]

Hans foreslår «fem gange fem» som et moteksempel i ytring 105. Etter lærerens oppfølgende utsagn gir Hans begrunnelsen at det blir desimaltall. Altså hvis man dobler den ene femmeren og halverer den andre, får man to komma fem og ti. To komma fem er et desimaltall, og det ser Hans på som ugyldig.

Tabell 15: Fjerde transkripsjonsutsnitt fra time 2

Nr.	Hvem	Diskurs	Kommentar
108	Lærer	Hans sier at det her går ikkje an for at da får vi desimaltall. Og da nikke, da nikke Ole? Ehm, Tor ser æ på blikket ditt at du e da uenig?	Læreren revoicer ytringene til Hans, og spør Tor om han er uenig. [O] [ST2] [ST5]
109	Tor	Ti gange to komma fem blir jo tjuefem fortsatt	Tor kommer med en begrunnelse for hvorfor han er uenig. [R]
110	Lærer	(7s) og fem gange fem det blir alltid	Læreren venter i syv sekunder før hun sier noe. Så stiller hun et

			oppfølgingsspørsmål. [O] [ST7]
111	Noen elever	tjuefem	Noen elever svarer uten å ha fått ordet. [R]

Etter å ha forsikret seg om at Hans mente det han sa som et moteksempel, *revoicer* læreren forklaringen. Deretter ser hun på hvordan de andre elevene reagerer, og gir ordet til en elev som viser med kroppsspråk at han er uenig. I ytring 109 svarer Tor, og i neste ytring velger læreren å ikke *revoice*, men å heller bare la utsagnet til Tor stå for seg selv i syv sekunder. Det er et eksempel på samtaletrekket venting. Etter å ha *ventet* i syv sekunder knytter hun begrunnelsen til Tor tilbake til det første utsagnet til Hans. Flere elever sier tjuefem uten å ha fått ordet. De bryter tilsynelatende en norm, men læreren legger opp til det med oppfølgingsspørsmålet sitt. Hun stiller et spørsmål som egentlig hadde hørt hjemme i tradisjonell undervisning, men det er ikke egentlig ment som et spørsmål. Det kan heller virke som at hun inviterer resten av elevene til å være med og fullføre resonnementet til Tor.

Tabell 16: Femte transkripsjonsutsnitt fra time 2

Nr.	Hvem	Diskurs	Kommentar
112	Lærer	(4s) Hans?	Læreren gir ordet til Hans som foreslo moteksempelet. [O] [ST9]
113	Hans	Ja, eg bare trodde ikkje at det va desimaltall.	[R]
114	Lærer	Trur du det går at.. Trur du at det funke at, at, det kan funke med desimaltall?	Læreren gir Hans muligheten til å revidere tenkningen sin. [O] [ST9]
115	Hans	Ja	[R]

Til slutt får Hans muligheten til å *revidere* tenkningen sin, og det virker som at han endrer mening – man kan bruke dobling og halvering på regnestykket 5 × 5. Økten fortsetter med at en annen elev foreslår et nytt moteksempel, og elevene får snakke sammen to og to. Etter hvert finner de ut at også i det tilfellet går det an å doble og halvere. Så spør læreren «Kem tenke no at det derre, at det faktisk funke?» Da får hun oversikt over hvor mange som nå har blitt overbevist om at det alltid går an å doble og halvere. Hun sier også dette: «E det nån som kan si det, e det nån som veit koffer det herrene her funke? (2s) Nei, dokker ser fryktelig trøtt ut. (2s) Vi går videre». Basert på elevenes engasjement velger hun å avslutte denne diskusjonen her, og gå videre til neste oppgave. Læreren gir elevene to oppgaver til: 24×15 og 24×36. Elevene som deler løsningsmetodene sine til disse oppgavene bruker dobling og halvering.

Oversikt over episode 2

Samtalemønsteret i denne episoden er i tre deler. Det første utdraget starter midt i en pågående samtale, fordi løsningsforslaget til Selma ikke var det første til denne oppgaven. Hvis vi holder oss til bare transkripsjonene som er gjengitt i utdragene, kan vi peke på et samtalemønster som ser slik ut: (R-O-R-O-R)-(I-R-EO)-(I-R-O-R-O-R-O-R-O-R-O-R). Siden den første ikke egentlig starter med elevrespons, er det muligens bedre å skrive det slik: (I-(...)-R-O-R-O-R)-(I-R-EO)-(I-R-O-R-O-R-O-R-O-R-O-R). Da blir det også tydelig at deler av denne samtalen er klippet bort. Den første samtalen, som vi bare ser slutten av i dette utdraget, starter med at læreren skriver oppgaven 24×5 på tavla, og slutter med Pål sin forklaring av svaret til Selma i ytring 96. Den andre samtalen er bare tre linjer, og består av at læreren får hjelp av en elev til å presentere spørsmålet som hun vil at elevene skal diskutere. Akkurat denne samtalen kan minne om samtalemønsteret i tradisjonell undervisning, fordi den er så kort, og fordi læreren tilsynelatende evaluerer elevens besvarelse i ytring 104. Samtidig er det forskjell på å evaluere et svar og å bekrefte en repetering, og selv om denne samtalen er kort, innleder den en lang diskusjon.

I denne episoden blir det femte samtaletrekket brukt mest. Læreren spør elevene om de er enige eller uenige tre forskjellige ganger. Første gang er når hun spør Pål om han er enig i at metoden Selma brukte går an. Andre gang er når hun ber alle elevene vise med tegn om de mener at man alltid kan doble og halvere. Tredje gang er når hun ser på kroppsspråket til elevene, etter at Hans har foreslått fem ganger fem som moteksempel, og gir ordet til en elev som signaliserer at han er uenig. Med dette tvinger læreren elevene igjen og igjen til å ta stilling til metoden. Den første gangen hun bruker *enig eller uenig*, følger læreren opp med samtaletrekket *be om resonnement*, fordi Pål først bare sier «ja». Ifølge Chapin et al. (2009) er det viktig å følge opp på denne måten, å bare spørre en elev om han er enig er ikke så veldig nyttig hvis man ikke spør hvorfor. *Revoicing* blir brukt to ganger, først for å gjenta og omformulere forklaringen til Selma, og så for å gjenta ideen til Hans om at fem ganger fem er et moteksempel fordi man får desimaltall. Det er de to originale synspunktene i denne episoden, altså de to gangene elever sier sin egen mening, og ikke kommenterer andres mening. Ved å bruke *revoicing* sørger læreren for at alle får med seg hva som ble sagt i disse to viktige ytringene. Begge synspunktene blir grunnlag for videre diskusjon. Samtaletrekket *repetering* blir brukt til å be en elev om å gjenta lærerens ytring. Istedenfor å bare si det en gang til, velger læreren å la en elev si det. Da får hun sjekket om elevene fikk det med seg første gang, og gir en elev muligheten til å delta muntlig. Læreren bruker venting ved to viktige punkter i samtalen. Først brukes det når hun ber elevene vise med tegn om de mener at man alltid kan doble og halvere. Hun stiller spørsmålet to ganger, og *venter* først i 16 sekunder og så i ni sekunder. Det gjør at elevene får litt tid til å tenke seg om. Det andre viktige punktet er når Tor har forklart hvorfor fem ganger fem ikke er et moteksempel. Hun lar først elevene tenke selv i syv sekunder, før hun utvider forklaringen. Dette gir mening fordi Tor sin forklaring er presis, men ikke utfyllende. Det tar kanskje litt tid før man skjønner at han har vist at fem ganger fem ikke er et moteksempel. Etter syv sekunder gjør læreren det eksplisitt når hun inviterer resten av elevene til å fullføre resonnementet, men hun ga elevene muligheten til å tenke seg frem til det selv først. Etter at andre elever har motsagt påstanden til Hans, gir læreren han muligheten til å *revidere* tenkningen sin. Hun signaliserer da at det er Hans som måtte overbevises, ikke læreren.

5.2.2 Andre fase

Denne episoden inneholder flere læringsmuligheter. Den første er å finne svaret på regnestykket 24×5. Å løse oppgaven 24×5 er en læringsmulighet som tillater ritualer, av samme grunn som oppgaven 2×60 i forrige episode. Det er mulig å finne svaret ved å bruke en prosedyre som er kopiert fra noen andre, selv om læreren ikke viser noen prosedyre i løpet av økten. Den andre læringsmuligheten er å gi et matematisk resonnement for svaret. Det krever utforskning, fordi et resonnement om matematiske objekter er et narrativ. Også denne er unødvendig å forklare, fordi den er så lik det som ble analysert i forrige kapittel.

Den unike læringsmuligheten i denne episoden er å avgjøre om det alltid går an å doble og halvere. Denne læringsmuligheten kan analyseres ved hjelp av analyseverktøyet som presenteres av Nachlieli og Tabach (2019) i tabell 1. 1) Hva slags spørsmål stiller læreren?

Spørsmålet går på hva som skal oppnås. Elevene skal finne ut om det alltid er mulig å doble og halvere. Det er eksplorativt. 2) Hvordan bestemmes prosedyren for rutinen? Her bestemmer læreren hvordan elevene skal gå frem for å løse oppgaven. Hun foreslår at elevene som er usikre eller negative til påstanden skal komme med moteksempler. Elevene får være selvstendige når de finner på moteksempler. Samtidig må elevene være selvstendige når de finner moteksempler. Det finnes ingen prosedyre som de bare kan kopiere. Dermed peker dette punktet på utforskning. 3) Hva slags svar forventer læreren? Det virker som at læreren er ute etter en enighet om at dobling og halvering alltid kan gjøres. Ut fra tabell 1 kan man se at hvis læreren er ute etter et endelig svar, tyder det på ritual, mens hvis læreren er ute etter et narrativ med matematisk resonnement, tyder det på utforskning. Før læreren avsluttet denne rutinen, spurte hun om noen kunne fortelle hvorfor det fungerer. Det tyder på at hun var ute etter et narrativ, noe som peker mot utforskning. 4) Hvem bestemmer sluttvilkårene? Det er læreren som avslutter denne prosessen, når hun velger å gå videre til neste oppgave. Basert på at hun sier «dåkk ser fryktelig trøtt ut», virker det som at hun avslutter rutinen mer på grunn av elevenes manglende engasjement, enn av matematiske hensyn. Dette punktet peker nok mer mot ritual enn utforskning. Tre av punktene kan knyttes til utforskning, og ett til ritual. Alt i alt er dette nok en læringsmulighet som krever utforskning.

Å finne ut om det alltid går an å doble og halvere, kan ses på som en verifiseringsrutine. Verifisering er en av de tre typene utforskning som Sfard (2010) beskriver, og går ut på å avgjøre om et narrativ kan godkjennes eller ikke. I dette tilfellet blir ikke narrativet eksplisitt formulert, men det kan implisitt forstås som «i multiplikasjonsstykker med to faktorer kan man doble den ene faktoren og halvere den ene, og få samme produkt». Hverken elevene eller lærerne bruker et så presist språk, men det er dette de prøver å finne ut av. Verifisering kan egentlig bare skje gjennom deduksjon i den formelle matematiske diskursen. I klasserommet er reglene annerledes. Hvis elevene tror at et narrativ stemmer, og læreren vet at det stemmer, så kan det ses på som godkjent. Det virker som at det skjer en verifiseringsrutine basert på induksjon i denne episoden. For hvert eksempel og moteksempel som blir presentert og diskutert, blir narrativet mer og mer sannsynliggjort. Det blir nok feil å si at denne eksplorative rutinen var vellykket, fordi alle elevene ble ikke overbevist, og det var ingen som tydelig formulerte narrativet. Samtidig har nok denne klassen kommet et stykke på vei, og læreren kan ta dette opp igjen ved en senere anledning.

5.3 «Om kvadratet er et rektangel og om rektangelet er et kvadrat»

I denne episoden bruker læreren samtaletrekk til å først lede elevene gjennom en eksplorativ gjenkallingsrutine, og så lede dem gjennom en diskusjon om forskjellen mellom kvadrat og rektangel. Lærerens bruk av samtaletrekk er hensiktsmessig, og elevene produserer gode matematiske resonnementer. Likevel blir ikke elevene enige om et kvadrat er et rektangel eller ikke, og læreren avslutter diskusjonen ved å avsløre svaret direkte.

5.3.1 Første fase

Denne episoden er fra starten av en undervisningsøkt. Ytring nummer 2 til ytring nummer 7 er klippet bort, fordi det er ytringer mens elevene snakker sammen to og to.

Tabell 18: Første transkripsjonsutsnitt fra time 3

Nr.	Hvem	Diskurs	Kommentar
1	Lærer	Det første æ vil at dokker skal ta å snakk sammen om, det er (3s) Kva er et kvadrat og kva er et rektangel?	Læreren gir elevene et spørsmål å diskutere, og ber dem snakke sammen to og to. [I] [ST8]
8	Lærer	Da blei det jo brått stilt da, og det betyr jo at dokk er ferdig snakka. Eh… Linus. Kva sa Tor? Hvis han sa noe.	Læreren ber en elev om å repetere det partneren sa. [I] [ST3]
9	Linus	Tor sa at et kvadrat hadde fire like… nei… eh… ja. At det er fire like sider.	[R]
10	Lærer	Det er at et kvadrat er fire like sider.	Læreren revoicer ytringen. [O] [ST2]
11	Linus	Og så et rektangel har to og to like lange sider.	[R]
12	Lærer	At et rektangel har to og to like lange sider. Hans?	Læreren revoicer ytringen. [O] [ST2]
13	Hans	Og at det er nitti graders vinkel i hjørnene.	[R]

Ytring 8 er den første etter *snu og snakk*, og her bruker læreren dette samtaletrekket videre ved å spørre en elev om hva samarbeidspartneren sa, istedenfor å be eleven fortelle om sine egne tanker. Dette er også et eksempel på *repetering*, siden Linus gjentar det Tor har sagt. Linus representerer seg selv og samarbeidspartneren når han forteller om kvadrat i ytring 9 og om rektangel i ytring 11. Læreren *revoicer* begge utsagnene. Det er ikke helt tydelig om Hans i ytring 13 snakker om rektangler, kvadrat eller begge deler. Det avklarer heller ikke læreren når hun *revoicer*, men det er naturlig å anta at han mente begge deler. Etterpå fortsetter økten med at læreren skriver opp egenskapene som elevene kom med på tavla. Litt senere initierer læreren en ny diskusjon. Hun skriver på tavla, og spør eleven Linus om han har fått med seg hva oppgaven er. «Om kvadratet er et rektangel og om rektangelet er et kvadrat», sier Linus. Læreren bekrefter dette, og ber elevene snakke sammen to og to om oppgaven. Etterpå spør hun elevene hva de snakket om. De første elevene hun spurte var usikre. I ytring 84 kommer det første løsningsforslaget på oppgaven.

Tabell 19: Andre transkripsjonsutsnitt fra time 3

Nr.	Hvem	Diskurs	Kommentar
84	Nora	Ehm, me tenke at et kvadrat kan være et rektangel, men rektangel kan ikkje vær et kvadrat. Ja, fordi et kvadrat har jo, eller både kvadrat og rektangel har jo nitti grader og rektangelet har jo to og to lange sider. To og to lika lange sider, og det har jo på en måte kvadratet og. Så det har jo og to og to lika lange sider. Og vil du si noe?	Eleven Nora kommer med et korrekt svar på oppgaven, med resonnement. [R]
85	Ole	Eh det betyr vel at kvadrat kan vær et rektangel.	Ole er eleven som Nora snakket sammen med. [R2]

Forklaringen til Nora i ytring 84 er helt korrekt. Hun har utledet svaret fra egenskapene som elevene kom med tidligere. Et rektangel har to og to like lange sider. Det utelukker ikke at rektangelet også kan ha fire like lange sider, slik Nora forstår det. Eleven Ole støtter opp om denne forklaringen.

Tabell 20: Tredje transkripsjonsutsnitt fra time 3

Nr.	Hvem	Diskurs	Kommentar
86	Lærer	(5s) veldig tydelig og klart forklart. Var ikkje du litt imponert? Hæ? Fikk du med deg ka de sa? Ivar?	Læreren gir Nora positiv feedback på besvarelsen, og inviterer en ny elev til å delta. [F] [O]
88	Ivar	Det gir jo ingen meining at i et kvadrat, der er sidene lengre og kortere og det er to og to, men på et kvadrat så er alle like, me sier jo ikkje to og to like lange, men vi sier fire like. Så det gir ingen meining.	Ivar sier seg uenig i forklaringen til Nora. Kommer også med begrunnelse. [R]

Nå har Nora nettopp kommet med en korrekt besvarelse, og læreren poengterer at det var tydelig og klart forklart. Hun hvisker dette til en elev som sitter fremme, men høyt nok til at alle kan høre det. Deretter inviterer hun Ivar til å delta. Det virker som at Ivar sier kvadrat når han mener rektangel, men resonnementet er likevel mulig å forstå. Egenskapene sier at et kvadrat har fire like lange sider, og et rektangel har to og to like lange sider. Derfor gir det ingen mening at et kvadrat skal være et rektangel. Diskusjonen fortsetter. Flere elever melder seg på, og læreren deltar også til en viss grad. Etter en stund gir læreren ordet tilbake til Ivar.

Tabell 21: Fjerde transkripsjonsutsnitt fra time 3

Nr.	Hvem	Diskurs	Kommentar
115	Lærer	Ivar? No har du fått hørt at Geir sier at det der går fint. To og to sider i kvadratet er like lange	Læreren gir Ivar muligheten til å revidere tenkningen sin. [O] [ST9]
116	Ivar	Ja vel, men eg står fortsatt på min meining.	Ivar avslår å revidere. [R]
117	Lærer	At?	Læreren ber Ivar om å utdype. [O] [ST1]
118	Ivar	At kvadrat ikkje er et rektangel.	[R]

Ivar får samme mulighet til å *revidere* tenkningen sin som Tiril fikk i 4.1, men Ivar stoler på resonnementet sitt. Det er ingen som har klart å vise hvorfor han tar feil, så han har ingen grunn til å endre mening. Etter dette melder andre elever seg på, men klassen nærmer seg ikke enighet. Til slutt velger læreren å avslutte diskusjonen slik:

Tabell 22: Femte transkripsjonsutsnitt fra time 3

Nr.	Hvem	Diskurs	Kommentar
145	Lærer	Ivar. Kvadratet er en type rektangel. Det er en type rektangulær form det og. To og to sider er like lang. Du ska ikkje ta det æ sier for god fisk, du skal fortsette å lur og så ska du ta og kikk på den oppgaven.	

Diskusjonen avsluttes ved at læreren sier svaret. Økten fortsetter med at elevene jobber med et prosjekt der en av oppgavene går ut på at et tak kan ha form som ulike rektangler. For å løse den oppgaven riktig, må elevene vite at et kvadrat er et rektangel. Det var nok grunnen til at læreren valgte å røpe svaret på denne måten.

Oversikt over episode 3

Læreren gir elevene først i oppgave å snakke sammen to og to om et spørsmål. Det er ikke egentlig en samtale i plenum. Deretter initierer hun på ny. Derfra ser samtalemønsteret slik ut: (I-R-O-R-O-R-O-R-O-R-O)-(I-(...)-R-R-FO-R…)-((...)-O-R-O-R). Den siste ytringen til læreren vet jeg ikke hvordan jeg skal kode. Dette samtalemønsteret er preget av at deler av diskursen er klippet bort. Likevel er det tydelig at læreren bruker oppfølgende handlinger konsekvent, selv om hun også bruker feedback en gang. Læreren gir positiv feedback til en besvarelse som er korrekt. Det er kanskje mulig å påstå at hun med det signaliserer at besvarelsen er riktig, fordi hun gir ikke samme positive feedback til besvarelser som er feil. Samtidig er feedbacken utelukkende på presentasjonen av resonnementet, ikke på det matematiske innholdet. Derfor går det også an å tolke dette som at læreren bare roser besvarelsen fordi det er sånn hun vil at elevene skal presentere resonnementene sine.

Læreren bruker samtaletrekket *snu og snakk* i starten av økten for å få elevene til å snakke sammen om egenskapene til kvadrat og rektangel. Samtaletrekket brukes altså ikke som oppfølgingshandling, men som en del av en initiering. Etter at elevene har snakket sammen, initierer læreren på nytt med enda et samtaletrekk, *repetering*. Når læreren bruker *repetering* til å be eleven om å gjenta det partneren sa, minner hun elevene på at det er viktig å lytte til partneren mens de gjør *snu og snakk*, og ikke bare si det de selv tenker. *Revoicing* blir brukt to ganger til å gjenta egenskapene som elevene kommer med om rektangel og kvadrat. *Revidere* blir brukt som i de to forrige delkapitlene til å la eleven som sa en ytring som ikke var helt korrekt få muligheten til å *revidere* tenkningen sin, men i dette tilfellet står Ivar på meningen sin. Læreren bruker samtaletrekket *utdyp* til å få Ivar til å si nøyaktig hva meningen han står på er.

5.3.2 Andre fase

Det første som skjer i denne episoden, og i økten, er at læreren får elevene til å snakke om egenskapene til kvadrat og rektangel. Med kommognitive briller går det an å påstå at det som skjer er at elevene gjenkaller tidligere godkjente narrativer. Elevene har tidligere lært at et rektangel har to og to like lange sider, og at et kvadrat har fire like sider. Når de henter disse egenskapene frem igjen, så gjenkaller de. Sfard (2010) beskriver gjenkalling slik Jenny bruker det i 5.1. Hun gjenkaller at multiplikasjon er gjentatt addisjon, og bruker det til å løse oppgaven. I denne episoden skjer gjenkallingen muntlig i plenum. Det er også flere elever som bidrar. Derfor kan det kanskje betegnes som kollektiv gjenkalling av tidligere godkjente narrativer. Å gjenkalle er en av de tre eksplorative rutinene, så hvis man ser på dette som en læringsmulighet er det naturlig å si at den krever utforskning.

Den andre læringsmuligheten i denne episoden er å avgjøre om et kvadrat er et rektangel, og om et rektangel er et kvadrat. Her går det an å bruke analyseverktøyet fra tabell 1. 1) Hva slags spørsmål er det læreren stiller? Læreren gir en oppgave ved å si hva målet er, å avgjøre om kvadrat er et rektangel og om rektangel er et kvadrat, uten å si noe om fremgangsmåten. Det er eksplorativt. 2) Hvordan bestemmes prosedyren for rutinen? Læreren ber elevene snakke sammen to og to om spørsmålet, men sier ikke hvordan de skal finne ut av det. Elevene må velge prosedyre selvstendig. Det er eksplorativt. 3) Hva slags svar forventer læreren? Læreren forventer at et narrativ blir konstruert, med matematisk resonnement. Det er akkurat det Nora kommer med, og hennes besvarelse får skryt av læreren. Dette er eksplorativt. 4) Hvem bestemmer sluttvilkårene? Elevene har ikke blitt enige, men læreren bestemmer seg for å avslutte diskusjonen. Det er rituelt. Totalt sett er dette en eksplorativ rutine, men den er ikke vellykket fordi det blir ikke konstruert et godkjent narrativ.

Ordet vellykket har en spesifikk betydning i denne sammenhengen. At den eksplorative rutinen totalt sett ikke resulterte i et narrativ som ble godkjent av hele klassen, betyr ikke at elevene ikke lærte noe. Eksplisitt går det an å argumentere for at Nora, Ole og Ivar utførte eksplorative rutiner. Nora begynner ytringen sin med å oppgi et konstruert narrativ: «Ehm, me tenke at et kvadrat kan være et rektangel, men rektangel kan ikkje vær et kvadrat». Deretter gir hun begrunnelse i form av et matematisk resonnement: «Ja, fordi et kvadrat har jo, eller både kvadrat og rektangel har jo nitti grader og rektangelet har jo to og to lange sider». Figurene har én felles egenskap, nitti graders vinkler. «To og to lika lange sider, og det har jo på en måte kvadratet og. Så det har jo og to og to lika lange sider». Dette er den viktigste delen av resonnementet til Nora. Hun hevder at kvadratet også har to og to like lange sider. Det vil si at hun forstår «to og to sider er like lange» som «minst to og to sider er like lange». Resonnementet hennes kan skrives om til denne formen, som gjør det tydelig at Nora har brukt deduksjon:

1) En firkant som har to og to like lange sider, og nitti graders vinkler i hjørnene er et rektangel

2) Et kvadrat har to og to like lange sider, og nitti graders vinkler i hjørnene

3) Et kvadrat er et rektangel

Nora har altså brukt deduksjon til å konstruere et godkjent narrativ. Ole snakket sammen med Nora, og han gjentar narrativet som de kom frem til: «Eh det betyr vel at kvadrat kan vær et rektangel». Basert på opptakene er det umulig å finne ut helt sikkert hvor mye hver av dem bidro, men det er sannsynlig at de samarbeidet. Nora bruker ordet «me» istedenfor «jeg», og Ole gjentar narrativet deres, at et kvadrat er et rektangel. Narrativet er begrunnet på matematisk resonnement, og stemmer med den historiske matematiske diskursen. Ivar er ikke enig. Han sier at et kvadrat har fire like sider, mens et rektangel har to og to like sider. Derfor kan et kvadrat ikke være et rektangel. Dette kan også karakteriseres som deduksjon. 1) Alle rektangler har nøyaktig to og to like lange sider. 2) Et kvadrat har fire like lange sider. 3) Et kvadrat er ikke et rektangel. Forskjellen mellom Ivar og Nora er hvordan de tolker setningen «to og to sider er like lange». Nora tolker den som «minst to og to sider er like lange», mens Ivar tolker den som «nøyaktig to og to sider er like lange». Dermed kommer de til motsatt konklusjon, selv om begge resonnementene er solide. Å konstruere narrativer ved hjelp av deduksjon er å utføre eksplorative rutiner. De andre elevene i klassen snakket også sammen to og to og prøvde å løse oppgaven. Siden oppgaven var en læringsmulighet som krever utforskning, er det sannsynlig at noen av disse elevene i det minste prøvde å konstruere narrativer. Dermed går det kanskje an å si at mange av elevene i klassen utførte eksplorative rutiner, selv om ikke alle var vellykket.

Læreren brukte oppfølgende handlinger og samtaletrekk på en hensiktsmessig måte, og elevene konstruerte narrativer med gode resonnementer. Likevel måtte hun til slutt selv avslutte diskusjonen med å si at et kvadrat er et rektangel. Spørsmålet er derfor hvorfor det gikk slik. Problemet var at elevene fikk gjenkalle egenskapene, istedenfor at læreren oppga definisjonen av et rektangel. Et rektangel er definert som en firkant der vinklene i alle fire hjørner er rette. Med den definisjonen er det ikke vanskelig å avgjøre at et kvadrat også er et rektangel. Det kunne vært en god måte å innføre konseptet definisjon for elevene. Egenskapene som elevene gjenkaller, og som læreren deretter skriver opp på tavla, er ikke feil, men de er upresise og unødvendige. De gjør oppgaven mye vanskeligere enn den trenger å være. Egentlig trenger man kun det Hans sier i ytring 13: «og at det er nitti grader vinkel i hjørnene». Læreren har nok tatt et bevisst valg om å bruke eksplorative rutiner så mye som mulig. Derfor lar hun elevene gjenkalle egenskaper, istedenfor å oppgi dem selv. Og det fungerer nesten som planlagt. Den første besvarelsen er helt korrekt og grundig forklart. En annen elev sier seg enig i denne besvarelsen. I en annen klasse hadde kanskje alle elevene vært enige, og narrativet «et kvadrat er et rektangel» hadde blitt godkjent. Men i denne timen kom Ivar med en motstridende besvarelse, og problemet var at hans besvarelse var like godt begrunnet som Nora sin.

6 Drøfting

I dette kapittelet skal jeg besvare problemstillingen ved å koble resultatene av analysen med tidligere forskning og teori. Jeg skal først ta for meg det første forskningsspørsmålet. Da drøfter jeg lærerens bruk av samtaletrekk til å lede matematiske diskusjoner, uten å trekke inn det kommognitive rammeverket. Deretter skal jeg ta for meg det andre forskningsspørsmålet, der jeg først skriver om mulighetene til eksplorativ deltakelse, og så drøfter i hvilken grad disse mulighetene kommer fra lærerens bruk av samtaletrekk.

6.1 Hvordan bruker læreren samtaletrekk til å lede matematiske diskusjoner?

For å svare på det første forskningsspørsmålet, må jeg først avgjøre om det som skjer i disse episodene faktisk er diskusjon. Dillon (1994) peker på noen logiske krav som en klasseromsinteraksjon må oppfylle, for at den skal kunne kalles diskusjon. For å avgjøre om de tre episodene passer inn i denne forståelsen av diskusjon, kan vi ta for oss disse logiske kravene. De som deltar i diskusjonen må snakke med hverandre, lytte til hverandre, og respondere til hverandre (Dillon, 1994). Et viktig poeng er at læreren sannsynligvis bør ekskluderes fra denne vurderingen. Det er ikke for å si at læreren ikke er en del av diskusjonen, men læreren vil snakke, lytte og respondere uansett hvilket samtaleformat som er til stede i klasserommet. I episode 5.1 er det flere elever som snakker. Det er også tydelig at Tiril, Linda og Brage har lyttet til hverandre, og fått med seg hva de andre har sagt. Disse tre elevene responderer også på hverandres ytringer. Kan man si at hele klassen deltar i diskusjonen, når det bare er disse tre elevene som eksplisitt gjør det i plenum? Kanskje. Det er sannsynlig at flere elever enn disse lyttet. I tillegg bruker læreren samtaletrekket *snu og snakk* til å få alle elevene til å snakke, lytte og respondere to og to. Å snakke sammen to og to er ikke det samme som å snakke i plenum, men det fører til at alle elevene blir inkludert. I tillegg til å snakke, lytte og respondere til hverandre, må deltakerne også oppfylle to andre krav for at det kan kalles diskusjon. De må sammen komme med flere forskjellige synspunkter på emnet, og de må prøve å utvikle sin forståelse av emnet. Hvis emnet i 5.1 er Tiril sin besvarelse, «Du tar to ganger seks åsså bare legger du på null», så kommer Linda, Brage og så Tiril igjen med forskjellige synspunkter på emnet. Om elevene prøver å utvikle sin forståelse er vanskelig å avgjøre, fordi det handler om hensikt. Er hensikten til Brage å utvikle forståelsen i klassen, eller er hensikten bare å påpeke hvorfor Tiril tar feil? En grunn til å tenke at elevene prøver å utvikle den kollektive forståelsen av emnet, er at kommentarene til Brage og Linda ikke er direkte evaluerende. De sier ikke «det er feil». Brage sin kommentar er: «Du kan egentlig ikkje plusse på ein 0 får åsså få et høgere tall». Det er et forsøk på å gi en matematisk forklaring på hvorfor Tiril sin besvarelse ikke er riktig. Kommentaren til Linda er: «Du kan heller si at du gange med ti». Hun tar utgangspunkt i resonnementet til Tiril, og utvikler det slik at det er matematisk korrekt. Dette vitner om at elevene prøver å utvikle sin forståelse for emnet.

Basert på de logiske kravene til Dillon (1994), kan klasseromsinteraksjonen i episode 5.1 karakteriseres som diskusjon. De to andre episodene kan også karakteriseres som diskusjon på tilsvarende måte. Dillon (1994) presiserer også hva lærerens rolle bør være i diskusjoner. Læreren skal helst ikke stille spørsmål (Dillon, 1994). Nesten alle ytringene til læreren i episode 5.1 inneholder spørsmål. Riktignok er det mulig å formulere noe som et spørsmål, uten at det egentlig er ment som et spørsmål. Et eksempel er: «Kan du lukke døra?» Det er formulert som et spørsmål, men er egentlig en oppfordring til en handling. I tabell 6 sier læreren: «Kan du fortelle meg koffer?» Selv om dette er formulert som et spørsmål, så er det også egentlig en oppfordring. Dillon (1994) begrenser lærerens involvering ytterligere. Når en elev kommer med et bidrag, skal læreren vente til en annen elev melder seg på. Læreren skal ikke gripe inn og spør andre elever hva de tenker (Dillon, 1994). I episode 5.1 snakker læreren konsekvent etter hver elevytring. Hun *revoicer* ofte, og hun inviterer ofte andre elever til å dele hva de tenker, gjerne ved å bruke samtaletrekket *enig eller uenig*. Det samme gjelder episode 5.2 og 5.3. Læreren i denne studien følger altså ikke rådene til Dillon (1994) om ledelse av diskusjoner. Chapin et al. (2009) har et annet syn på lærerens rolle i diskusjoner. Der skal læreren veilede og aktivt legge til rette for diskusjonen. Læreren skal prøve å få elevene til å dele hvordan de tenker, forklare resonnementene sine og bygge på hverandres bidrag (Chapin et al., 2009). Med denne forståelsen av diskusjon opptrer læreren i denne studien på en hensiktsmessig måte.

I analysen kodet jeg alle ytringene som enten [I], [R], [O], [E] eller [F]. Deretter samlet jeg opp alle ytringene i hver episode, og satte dem sammen for å se hvordan samtalemønsteret var. Da oppdaget jeg flere interessante ting. For det første bruker læreren oppfølgende handlinger etter nesten hver eneste elevytring i disse episodene. For det andre er samtalene lange. Ved å skrive ut hele sekvenser på formen I-R-O-R-O-R-O, ble det tydelig at det er sammenhengende samtaler. Det tradisjonelle samtalemønsteret som har blitt beskrevet av Forman og Ansell (2001) og andre er enten I-R-E eller I-R-F. Der stopper samtalen når læreren enten evaluerer eller gir feedback. Det neste som skjer er at læreren initierer på nytt. Hvis man skulle representert en episode med et tradisjonelt samtalemønster på samme måte som jeg har gjort, kunne det sett slik ut: I-R-E-I-R-E-I-R-E-I-R-E. Hypotesen min er at det er en fundamental forskjell mellom å evaluere og initiere på nytt, og å bruke en oppfølgende handling. Når læreren evaluerer og så initierer på nytt, avsluttes samtalen med en elev, og deretter startes en ny samtale. Oppfølgende handlinger sørger i stedet for at flere elever blir trukket inn i samme samtale. Dermed kan det være at dette overordnede samtalemønsteret er et nødvendig grunnlag for å skape diskusjon. For at diskusjonen skal bli matematisk produktiv, kan det være nyttig at de oppfølgende handlingene inkluderer samtaletrekk.

Resultatene av analysen viser hvordan læreren bruker samtaletrekk til å oppfylle de fire stegene som ifølge Chapin et al. (2009) fører til produktive matematiske diskusjoner. Det første steget er å hjelpe individuelle elever med å klargjøre og dele sine egne tanker. Dette gjør læreren ved å bruke samtaletrekkene *utdyp*, *revoicing*, og *snu og snakk*. *Utdyp* brukes til å få en elev til å presisere hva han mener, etter at han har sagt «Ja vel, men eg står fortsatt på min meining». *Revoicing* er det mest brukte samtaletrekket i disse episodene. Læreren bruker *revoicing* hver gang en elev kommer med en ny idé, et nytt synspunkt eller et nytt resonnement. Hun sørger for at hele klassen får med seg disse viktige ytringene. Tankene til elevene blir legitimert ved at den sterkeste autoriteten i klassen gjentar ytringen. Det hjelper eleven som blir *revoicet* til å klargjøre og dele tankene sine, og det kan også gjøre det lettere for andre elever å tørre å si hva de tenker. *Snu og snakk* brukes i starten av episode 3 til å be elevene hente frem egenskapene de husker om rektangel og kvadrat. Elevene får klargjøre tankene sine ved å først snakke sammen med en annen elev, noe som kan gjøre det lettere å dele med resten av klassen etterpå. I tillegg kan det være lettere for noen elever å dele tankene sine med sidemannen, enn å si det de tenker foran hele klassen.

Det andre steget på veien mot produktive matematiske diskusjoner er å hjelpe elever med å rette oppmerksomheten mot andres tenkning. For at man skal få diskusjon i et klasserom, må elevene lytte til hverandres løsningsstrategier og ikke bare tenke på sin egen. Samtaletrekket *repetering* blir brukt i episode 3 til å be en elev om å gjenta det sidemannen sa mens de snakket sammen to og to. Når læreren ber en elev om å *repetere* det partneren sa, minner hun elevene på at de må lytte til og prøve å forstå hverandres tenkning mens de snakker sammen to og to. Et annet samtaletrekk som fører til det andre steget er *å vente*. Etter at eleven Tor i episode 2 har sagt «Ti gange to komma fem blir jo tjuefem fortsatt», velger læreren å ikke si noe som helst. Hun venter i syv sekunder, og lar ytringen stå for seg selv, før hun snakker igjen. Denne bruken av *venting* gjør at elevenes oppmerksomhet blir rettet mot tenkningen til Tor.

Det tredje steget er å hjelpe elever med å utdype resonnementene sine. Selv om elever er muntlig aktive, og elevene lytter til hverandre, kan man ikke få en matematisk produktiv diskusjon hvis ikke elevenes ytringer har matematisk innhold. Derfor er det viktig at læreren sørger for å hente frem elevenes resonnementer. Det virker som at elevene vet at resonnementer forventes, fordi de ofte sier resonnementene sine uoppfordret. Likevel er det to ganger elevene bare sier svaret, og da bruker læreren samtaletrekket *be om resonnement*. Begge gangene kommer elevene med matematiske resonnementer som begrunner svarene.

Det fjerde steget er å hjelpe elever til å engasjere seg i andres resonnement. Når elevene lytter til andres resonnement, og klarer å svare på en gjennomtenkt måte, kan man få ekte diskusjon. Læreren bruker samtaletrekket *enig eller uenig* for å få elevene til å ta stilling til matematiske resonnement. Etter at eleven Selma har sagt «Ehm, hvis du, hvis du gange fem og halvere tjuefire så blir det samma som den forrige oppgaven», spør læreren en annen elev om det er sant at man kan doble og halvere på denne måten. Etter at eleven Hans har sagt at dobling og halvering ikke fungerer på fem ganger fem fordi det blir desimaltall, ser læreren på kroppsspråket til elevene og gir ordet til en elev som virker uenig. «Ehm, Tor ser æ på blikket ditt at du e da uenig?» På denne måten inviterer hun elevene til å engasjere seg i hverandres resonnementer ved å bruke *enig eller uenig*. I tillegg bruker læreren samtaletrekket *snu og snakk* etter at eleven Linda har kommet med et forslag til å endre løsningsstrategien til Tiril i episode 1: «Du kan heller si at du gange med ti». Når læreren ber elevene snakke sammen om dette, engasjerer hun alle elevene i resonnementene til Tiril og Linda.

Samtaletrekket *revidere* ble brukt i alle de tre episodene, men passer ikke helt inn i disse fire stegene. Ifølge Kazemi og Hintz (2014) er *revidere* et samtaletrekk som fører til samarbeidende diskusjoner, istedenfor at det blir «meg mot deg». I episode 1 og episode 2 er det elever som sier noe som ikke er helt korrekt. Læreren bruker de andre samtaletrekkene til å skape diskusjon rundt utsagnene, og det blir etter hvert tydelig at utsagnene ikke stemmer. Da gir læreren disse elevene muligheten til å revidere tenkningen sin, istedenfor at noen andre sier at de tar feil. Tiril i episode 1 og Hans i episode 2 reviderer tenkningen sin når de får muligheten. Dermed blir diskusjonene rammet inn som samarbeid, istedenfor debatt. I Dillon (1994) sin definisjon og avgrensning av begrepet diskusjon, presiserer han at debatt er noe helt annet enn diskusjon. Hvis deltakerne bare prøver å fremme sine meninger og ikke prøver å utvikle felles forståelse, har man ikke diskusjon. Derfor er samtaletrekket *revidere* så viktig for å skape produktive matematiske diskusjoner.

Det sjette samtaletrekket, *tilføye*, har ikke blitt kodet i disse episodene. Det kan være fordi jeg har stilt nokså strenge krav for at noe skal kunne betegnes som et samtaletrekk. Formålet med *å tilføye* er å invitere flere elever til å delta i samtalen. Det er noe læreren gjør i alle episodene, men hun bruker ikke de formuleringene som Chapin et al. (2009) brukte som eksempler på *tilføye*. Med en mindre streng bruk av begrepet samtaletrekk, kan man si at *tilføye* brukes når læreren bare sier navnet til en elev, og den eleven bidrar til samtalen. Jeg har bare kodet samtaletrekk når jeg kunne begrunne det i den muntlige diskursen. Hvis en elev rekker opp hånda, og læreren sier navnet til eleven, kan man da si at læreren har bedt denne eleven om å *tilføye*, eller har eleven selv bedt om å få bli med i samtalen? Hva hvis eleven kommuniserer ønsket om å bidra med et blikk? Det er for tvetydig til at man kan kode *tilføye* med sikkerhet.

Drøftingen av bruken av samtaletrekk har lett for å bli deskriptiv. Ut fra de logiske kravene til Dillon (1994) og beskrivelsen til Chapin et al. (2009) kan man si at samtaleformen i de tre episodene var diskusjon. I tillegg brukte læreren samtaletrekk til å oppfylle alle de fire stegene som fører til produktive matematiske diskusjoner. Betyr det at diskusjonene var matematisk produktive? Det går det ikke an å slå fast uten å ta hensyn til elevene. Læreren har gjort handlinger som kan føre til produktive matematiske diskusjoner, men det betyr ikke at det faktisk har skjedd. Forskning på undervisning og særlig på samtaletrekk kan ofte glemme elevene. Man analyserer lærerens handlinger ut fra teori, og kommer kanskje frem til om de er hensiktsmessige. Men det går ikke an å vite om undervisning fungerer uten å se på hvilke muligheter for læring den skaper for elevene. I neste delkapittel skal jeg drøfte hvilke muligheter elevene får til eksplorativ deltakelse i den matematiske diskursen. Jeg skal også drøfte i hvilken grad det henger sammen med lærerens bruk av samtaletrekk.

6.2 Hvilke muligheter gir dette elevene til eksplorativ deltakelse i den matematiske diskursen?

For å drøfte hvorvidt lærerens bruk av samtaletrekk kan gi elever muligheter til eksplorativ deltakelse, vil jeg først se nærmere på hvilke muligheter elevene får til utforskning. Deretter skal jeg knytte eksplorative læringsmuligheter til konkrete samtaletrekk. Så skal jeg drøfte hvordan lærerens bruk av samtaletrekk for å lede matematiske diskusjoner som helhet kan gi elevene mer indirekte muligheter til eksplorativ deltakelse. Videre skal jeg drøfte om det er en direkte sammenheng mellom samtaletrekk og utforskning, eller om andre faktorer spiller inn. Jeg drøfter deretter om det alltid er gunstig å bruke eksplorative rutiner, før jeg til slutt ser på min studie i lys av tidligere forskning.

Sfard (2010) beskriver tre typer eksplorative rutiner: konstruksjon av narrativer, verifisering av narrativer, og gjenkalling av narrativer. Alle de tre typene ble pekt på i analysen. Når elever løser en oppgave og begrunner løsningen sin i et matematisk resonnement, så konstruerer de et narrativ. Dette gjør Jenny i episode 1 når hun begrunner svaret sitt på oppgaven 2×60 på denne måten: «Fordi fordi seksti pluss seksti er hundreogtjue». En annen måte å konstruere narrativer på kommer til syne i episode 3. Nora, Ole og Ivar bruker deduksjon til å komme frem til to motstridende narrativer om rektangel og kvadrat. Verifisering av narrativer skjer i episode 2, når læreren leder elevene gjennom en rutine for å avgjøre om det alltid går an å doble og halvere. I episode 3 er det en rutine som består av gjenkalling av narrativer.

Tabell 1 kan brukes til å avgjøre om en læringsmulighet tillater ritualer eller krever utforskning, men den kan ikke brukes til å spesifisere hvilken type utforskning som skjer. Nachlieli og Tabach (2019) spesifiserer ikke hvilken type, de er mer opptatt av å skille mellom ritual og utforskning. Ved å se på innholdet i læringsmulighetene, går det an å avgjøre hvilken type eksplorativ rutine som foregår. I episode 2 er det en verifiseringsrutine, og i episode 3 er det en gjenkallingsrutine. Resten av læringsmulighetene som krever utforskning er nok av typen konstruksjon av narrativer. For eksempel har jeg analysert vurderingen av løsningsforslaget til Tiril ved å bruke Tabell 1, og det var tydelig at det var en læringsmulighet som krevde utforskning. Løsningsmetoden til Tiril er basert på et ritual. «Du tar to gange seks åsså bare legge du på null». Læreren gjør besvarelsen til Tiril om til et narrativ når hun skriver det opp på tavla som $2 \times 6 + 0 = 120$. De fleste elevene ser nok at det narrativet er galt. Kommentaren til Linda, «Du kan heller si at du gange med ti», gjør at læreren kan skrive narrativet om til $2 \times 6 \times 10 = 120$. Da har klassen sammen konstruert et nytt godkjent narrativ.

Nachlieli og Tabach (2019) bruker formuleringene «tillater ritualer» og «krever utforskning» for å kategorisere læringsmuligheter. At en læringsmulighet tillater ritualer, betyr ikke nødvendigvis at elevene bruker ritualer. I både episode 1 og episode 2 er det interne læringsmuligheter som tillater ritualer. Å løse oppgavene 2×60 og 24×5 kan gjøres rituelt, og helt eksplisitt viser Tiril at hun har gjort det. Samtidig kan oppgavene også løses eksplorativt, slik som Jenny gjør. Hva med læringsmuligheter som krever utforskning? Denne formuleringen kan tolkes som at elevene ikke har noe valg. Men det går ikke an å tvinge elever til å utforske. Elevene kan likevel bruke ritualer, poenget er bare at da klarer de ikke å virkelig løse oppgaven. I episode 1 er det en læringsmulighet som handler om å oppgi et resonnement som forklarer hvorfor to ganger 60 er lik 120. Det Tiril gjør er å forklare hva hun har gjort, men fordi hun har brukt ritual og ikke utforskning, har forklaringen ikke form som et matematisk resonnement. Derfor er forklaringen hennes ikke en vellykket utførelse av læringsmuligheten. Å påpeke at hun ikke er vellykket, er ikke en negativ vurdering av hennes bidrag. Tvert imot var det bra for både hennes egen læring og læringen til de andre elevene i klassen at hun kom med sin feilaktige besvarelse. Chapin et al. (2009) presiserer at elevfeil er verdifulle, og at dyktige lærere kan bruke feil til å gi elever nye muligheter for læring. Analysen av episode 1 viser at læreren bruker den feilaktige besvarelsen til å involvere hele klassen i å konstruere et godkjent narrativ.

I episode 1 kommer Jenny med det første svaret på oppgaven 2×60. Hun sier først bare 120, og det er lærerens bruk av samtaletrekket *be om resonnement* som gjør at hun kommer med et narrativ. Etter at Tiril har sagt sin ritual-baserte besvarelse, bruker læreren samtaletrekk til å gjøre besvarelsen til en læringsmulighet som krever utforskning. Hun bruker *snu og snakk* og *revidere* til å involvere hele klassen i å konstruere et godkjent narrativ basert på besvarelsen til Tiril og kommentaren til Linda.

Snu og snakk sørger for at alle elevene deltar. Det er mulig å delta i den eksplorative diskursen uten å være muntlig aktiv, men det er umulig for en lærer å vite om en stille elev holder på med kommognisjon knyttet til matematikk eller noe helt annet. Muntlige ytringer er observerbar kommognisjon – læreren kan gå rundt og høre hva elevene snakker om, og dermed også få et innblikk i hva de tenker. I tillegg får alle elevene muligheten til å uttrykke seg muntlig, og til å bli lyttet til. Alle elevene sier sin mening om besvarelsen til Tiril og kommentaren til Linda, og alle er derfor inkludert i konstruksjonen av narrativet. Samtaletrekket *be om resonnement* fører direkte til utforskning, fordi det får elevene til å eksplisitt konstruere narrativer. Det kan være at Jenny løste oppgaven 2×60 ved å konstruere et narrativ, men det kan også være at hun bare visste at det ble 120. Uansett gjør lærerens bruk av samtaletrekket at Jenny konstruerer et narrativ i plenum. Hvis eleven som blir bedt om å oppgi resonnement har brukt ritual og ikke utforskning, blir det avslørt når eleven sier sin begrunnelse. «Du tar to ganger seks åsså bare legger du på null» er et eksempel på det. Da kan læreren bruke andre samtaletrekk til å skape en diskusjon rundt besvarelsen.

Effekten av *revoicing* er kanskje mindre direkte, men den er likevel tilstede. Når læreren bruker *revoicing*, så endrer hun ofte besvarelsen til elevene litt. Hun bruker gjerne et mer matematisk språk, eller formulerer utsagnet på en form som er nærmere et narrativ. I episode 2 kommer eleven Selma med denne forklaringen: «Ehm, hvis du, hvis du gange fem og halvere tjuefire så blir det samma som den forrige oppgaven». Dette utsagnet er ikke objektifisert, og er derfor ikke egentlig et narrativ. Når læreren revoicer, endrer hun det til: «… At tjuefire gange fem e det samme som tolv gange ti?» Det er nærmere et presist formulert resonnement, og derfor nærmere et narrativ. Slik kan læreren lede elevene til å uttrykke seg mer presist, og dermed konstruere narrativer istedenfor å bare forklare hva de har gjort. Samtaletrekket *enig eller uenig* inviterer andre elever til å si sin mening om resonnementet til en elev. Det gjør at elevene blir involvert i å verifisere narrativer, å avgjøre om narrativer kan godkjennes eller ikke. I episode 2 involveres alle elevene i å verifisere narrativet om dobling og halvering, ved at læreren bruker dette samtaletrekket. I samme ytring brukes også samtaletrekket *å vente*. Læreren gir elevene god tid til å tenke seg om etter å ha spurt om de er enige. I læreplanen står det at elevene skal få *tid* til å tenke, reflektere og resonnere (Utdanningsdirektoratet, 2020). Utforskning krever tid, og *å vente* er et spesifikt samtaletrekk som gir elevene tid til å tenke.

I tillegg til disse spesifikke sammenhengene, viser også analysen at læreren bruker samtaletrekk til å skape og lede matematiske diskusjoner. Alle læringsmulighetene som oppstår utenom to krever utforskning. De to handler om å finne selve svaret på oppgaven, og det tillater ritualer. Men fordi læreren krever begrunnelse ved å bruke samtaletrekket *be om resonnement*, så er læringsmulighetene som tillater ritualer inneholdt i læringsmuligheter som krever utforskning. Læringsmulighetene som krever utforskning, men som ikke knyttes til enkelte samtaletrekk, kommer kanskje av den helhetlige undervisningen. At læreren bruker oppfølgende handlinger istedenfor evaluering fører til at samtalene varer lenger. Det blir brukt mer tid på hver oppgave. Dette kan også kobles til bruken av ordet *tid* i læreplanen (Utdanningsdirektoratet, 2020). Elevene får tid til å utforske, og alle narrativer som elevene konstruerer til en oppgave blir løftet frem i plenum. Med et mer overordnet blikk på undervisningen og læringsmulighetene, er det kanskje ikke så viktig om man bruker samtaletrekk slik Chapin et al. (2009) beskriver de. Andre begreper som instruksjonshandlinger, instruksjonstrekk og diskurstrekk har også mange likhetstrekk, og kunne nok også blitt brukt som oppfølgende handlinger (Cengiz et al., 2011; Ghousseini & Herbst, 2016; Henning et al., 2012). Handlingene som læreren i denne studien gjorde, passer likevel bedre inn i samtaletrekk enn i de andre begrepene.

Selv om analysen tilsier en viss sammenheng mellom samtaletrekk og utforskning, så betyr ikke det nødvendigvis at det er en direkte årsak-virkning-effekt. Det er usannsynlig at man kan gi elever gode muligheter til å utforske ved å bare bruke tilfeldige samtaletrekk uten noen plan eller formål. Læreren i denne studien har sannsynligvis planlagt øktene, og valgt ut oppgaver som legger til rette for diskusjon og utforskning. Er det oppgavene som gir elevene muligheter til eksplorativ deltakelse i den matematiske diskursen? 2×60 kom etter at læreren ga oppgaven 2×6. Dermed kan det være at Tiril sin løsningsstrategi på en måte var fremprovosert av oppgaven. Men i et tradisjonelt klasserom kunne læreren ha skrevet oppgaven 2×60 på tavla, fått svaret 120 fra Jenny, og så gått videre til neste oppgave. Derfor kan det ikke være selve oppgaven som alene fører til utforskning i denne episoden. I episode 2 er opplegget organisert som en oppgavestreng. Det virker som at denne oppgavestrengen er laget for å lede elevene til å oppdage at det går an å doble og halvere. Når Selma bruker dobling og halvering, fremhever læreren besvarelsen hennes ved å bruke *revoicing*. Men Selma sa ikke eksplisitt at det var dobling og halvering hun brukte. Derfor bruker læreren et nytt samtaletrekk, *enig eller uenig*, til å invitere eleven Pål til å delta. Pål sier bare at han er enig, så læreren bruker samtaletrekket *be om resonnement*. Da skjer det som sannsynligvis var målet: Pål sier «Fordi du kan doble fem og halvere tjuefire». Selv om oppgavene er valgt med omhu for å lede elevene til å oppdage matematiske konsepter, er det lærerens bruk av samtaletrekk som får utforskningen til å skje.

Selv om mye forskning peker på at utradisjonell undervisning med fokus på diskusjoner og utforskning er gunstig, er det likevel nødvendig å noen ganger bruke andre metoder (Cazden, 2001; Gage, 2009). Chapin et al. (2009) poengterer at når kunnskapen elevene skal lære kommer utenfra, som for eksempel definisjoner, kan det være nødvendig å bruke direkte instruksjon. Analysene til Nachlieli og Tabach (2019) viser at læringsmuligheter som tillater ritualer er nødvendige fordi de danner et grunnlag for utforskning. Diskusjonen som utvikler seg i episode 3 kan ses på som et eksempel på dette. Elevene får utforske helt fra starten av. Det er elevene som gjenkaller egenskapene til rektangel og kvadrat. Disse egenskapene er ikke feil, men de er upresise. Når elevene senere diskuterer om et kvadrat er et rektangel, klarer de ikke å bli enige. Nora og Ivar har begge konstruert narrativer som er logisk gyldige basert på egenskapene som lå til grunn for diskusjonen. Men de to narrativene er motsigende. Derfor ser læreren seg nødt til å avslutte diskusjonen ved å selv si hva som er korrekt. Hvis læreren heller hadde brukt direkte instruksjon til å oppgi den presise definisjonen av rektangel i starten, kunne dette ha blitt unngått. Et rektangel er en firkant der vinklene i alle fire hjørner er rette. Det hadde vært en rituell start, men det kunne lagt grunnlaget for en mer produktiv matematisk diskusjon.

Chapin et al. (2009) hevder at samtaletrekk fører til produktive matematiske diskusjoner, men det er ikke enkelt å måle om en diskusjon er produktiv eller ikke. Lim et al. (2020) kommer frem til at bruken av samtaletrekk fører til fortolkende og hermeneutisk lytting, som igjen fører til produktive matematiske diskusjoner. De måler dette ved å kode læreres undervisning, og ved se på elevenes oppfatning av undervisningen. Jeg fant også at bruken av samtaletrekk fører til produktive matematiske diskusjoner. Det jeg legger i begrepet produktiv er at det blir konstruert, verifisert og gjenkalt godkjente narrativer. Fordelen med den definisjonen er at produktivitet blir noe målbart. Man kan analysere diskursen og peke på narrativer som blir konstruert. I tillegg er det lett å gå tilbake og sjekke om det faktisk stemmer at diskusjonen var produktiv, fordi analysen og funnene kun er basert på utdragene som ble presentert i analysekapittelet.

7 Konklusjon

Bauersfeld (1980) etterlyste nye teorier, og mer spesifikt teorier som var anvendelige i ekte klasserom. Det kommognitive rammeverket til Sfard (2010) åpner for at forskning kan foregå på bare det observerbare, og likevel si noe meningsfylt om læring og undervisning. Rammeverket kan brukes til å redusere avstanden mellom forskning og praksis. I denne oppgaven har jeg pekt på lærerens bruk av samtaletrekk, og analysert hvordan denne bruken gir elever muligheter til eksplorativ deltakelse i den matematiske diskursen. Det virker som at det finnes en sammenheng mellom bruken av samtaletrekk og elevers utforskning. Samtidig er det nok andre faktorer som også påvirker elevenes deltakelse og rutinene i diskursen, som for eksempel valg av oppgaver. Problemstillingen min var: Hvordan kan lærerens bruk av samtaletrekk gi elever muligheter til eksplorativ deltakelse i den matematiske diskursen?

Problemstillingen var delt opp i to forskningsspørsmål. Det første var: «Hvordan bruker læreren samtaletrekk til å lede matematiske diskusjoner?» Læreren i studien brukte samtaletrekk til å oppfylle alle de fire stegene som ifølge Chapin et al. (2009) leder til diskusjon. Samtaletrekkene *utdyp, revoicing* og *snu og snakk* ble brukt til å hjelpe individuelle elever med å klargjøre og dele sine egne tanker. *Repetering* og *venting* hjalp elevene til å rette oppmerksomheten mot andres tenkning. Samtaletrekket *be om resonnement* ble brukt til å hjelpe elever med å utdype resonnementene sine. For å hjelpe elever til å engasjere seg i andres resonnement, brukte læreren samtaletrekkene *enig eller uenig* og *snu og snakk*. I tillegg ble samtaletrekket *revidere* brukt i alle episodene til å sørge for samarbeidende diskusjoner, og forhindre debatt. For det meste ble samtaletrekkene brukt som oppfølgende handlinger etter at læreren hadde initiert, og en elev hadde respondert. Samtaletrekk erstattet dermed evaluering og feedback. Dette førte til at samtalene varte lenger, og elevene fikk mer tid til å tenke, reflektere og resonnere rundt hver oppgave.

Det andre forskningsspørsmålet var: «Hvilke muligheter gir dette elevene til eksplorativ deltakelse i den matematiske diskursen?» Alle læringsmulighetene som ble identifisert i analysen var av typen som krever utforskning, utenom to. De to var interne læringsmuligheter som var inneholdt i mer eksterne læringsmuligheter som krevde utforskning. Alle de tre typene eksplorative rutiner som Sfard (2010) beskriver ble identifisert i datamaterialet. Elevene konstruerte narrativer, verifiserte narrativer og gjenkalte narrativer. Samtaletrekkene *snu og snakk*, *be om resonnement*, *revoicing*, *enig eller uenig*, og *vente* fører mer eller mindre direkte til at elever får muligheter til eksplorativ deltakelse i den matematiske diskursen. I tillegg kan man se helhetlig på lærerens undervisning. Hun bruker samtaletrekk som oppfølgende handlinger, og leder elevene inn i matematiske diskusjoner. Dette gjør at elevene får eksterne læringsmuligheter som krever utforskning, men som ikke kan spores tilbake til enkelte samtaletrekk. Læreren i denne studien bruker samtaletrekk til å skape produktive matematiske diskusjoner. Diskusjonene er produktive fordi elevene konstruerer, verifiserer og gjenkaller narrativer.

7.1 Implikasjoner for praksis

Læreren i denne studien bruker samtaletrekk til å lede produktive matematiske diskusjoner, der elevene får utforske, resonnere og argumentere. Med tanke på at dette er sentrale verdier i den nye læreplanen for matematikk, kan det være interessant for lærere i grunnskolen i Norge å implementere disse samtaletrekkene i sin egen undervisning. Samtidig er det ikke lett å legge om hvordan man underviser. Siden læreplanen oppfordrer til denne typen undervisning, burde kanskje lærere og lærerstudenter få trening i å bruke samtaletrekk til å lede diskusjoner. Jeg støtter meg til Lim et al. (2020) som etterlyser profesjonell opplæring av matematikklærere for å kunne utføre dette komplekse lærerarbeidet. Lærerstudenter bør få trening i å undervise på denne måten, og matematikklærere bør få tilbud om etterutdanning som gir de muligheter til å øve på og lære å bruke samtaletrekk til å lede produktive matematiske diskusjoner. I min egen lærerutdanning lærte vi teoretisk pedagogikk og didaktikk på universitetet, og ble sendt ut i praksis noen uker hvert semester. I praksis underviste vi slik vi selv ønsket, og ble veiledet av praksislærer. Det var ingen systematisk trening i konkrete undervisningsmetoder som for eksempel ledelse av diskusjoner eller bruk av samtaletrekk. Når det er bred enighet blant forskere om at denne typen undervisning er gunstig, i tillegg til at læreplanen peker i samme retning, bør kanskje lærerstudenter og lærere få spesifikk trening i å utføre dette.

7.2 Implikasjoner for videre forskning

Å definere produktive matematiske diskusjoner ut fra kommognitive begreper er et forsøk på å forene en praksisbasert forskningstradisjon, ledelse av diskusjoner, med et teoretisk rammeverk. Videre forskning kunne tatt utgangspunkt i dette, og undersøkt om det er en nyttig kobling i flere sammenhenger. Mye av forskningen på samtaletrekk og ledelse av diskusjoner er på lærerstudenter og lærere i etterutdanning. Slike studier kan gi muligheter til å studere forskjellen mellom undervisningen til en lærer før og etter at læreren har gjennomført et kurs. Det kunne vært interessant å se om elevene fikk flere muligheter til eksplorativ deltakelse etter at læreren hadde gjennomført kurset. Med utgangspunkt i Lim et al. (2020) har jeg knyttet samtaletrekk til oppfølgende handlinger. Det kan være nyttig for flere forskere. Oppfølgende handlinger kan være et samlende begrep for alle handlingene lærere gjør i ledelsen av diskusjoner. Videre forskning på samtaletrekk, diskurstrekk, instruksjonshandlinger og instruksjonstrekk kan med fordel ta utgangspunkt i begrepet oppfølgende handlinger, og så spesifisere nærmere hvilke konkrete handlinger de ser på.

8 Litteraturliste

Bauersfeld, H. (1980). Hidden dimensions in the so-called reality of a mathematics classroom. *Educational studies in mathematics*, *11*(1), 23–41.

Boaler, J., & Staples, M. (2008). Creating mathematical futures through an equitable teaching approach: The case of Railside School. *Teachers College Record*, *110*(3), 608–645.

Bray, W. S. (2011). A collective case study of the influence of teachers' beliefs and knowledge on error-handling practices during class discussion of mathematics. *Journal for Research in Mathematics education*, *42*(1), 2–38.

Cazden, C. B. (2001). *Classroom discourse: The language of teaching and learning* (2. utg.). Heinemann.

Cengiz, N., Kline, K., & Grant, T. J. (2011). Extending students' mathematical thinking during whole-group discussions. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *14*(5), 355–374.

Chapin, S. H., O'Connor, C., & Anderson, N. C. (2009). *Classroom discussions using math talk to help students learn: Grades K-6*. Math Solutions.

Cohen, D. K. (2011). *Teaching and its predicaments*. Harvard University Press.

Cuban, L. (1993). *How teachers taught: Constancy and change in American classrooms, 1890-1990*. Teachers College Press.

Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora. (2016). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi* (4. utg.). https://www.etikkom.no/forskningsetiske-retningslinjer/Samfunnsvitenskap-jus-og-humaniora/

Dillon, J. T. (1994). *Using discussion in classrooms*. Open University Press.

Forman, E., & Ansell, E. (2001). The Multiple Voices of a Mathematics Classroom Community. *Educational Studies in Mathematics*, *46*(1–3), 115–142.

Gage, N. L. (2009). *A Conception of Teaching*. Springer US. https://doi.org/10.1007/978-0-387-09446-5

Ghousseini, H. (2009). Designing opportunities to learn to lead classroom mathematics discussions in pre-service teacher education: Focusing on enactment. *Scholarly practices and inquiry in the preparation of mathematics teachers*, 147–158.

Ghousseini, H., & Herbst, P. (2016). Pedagogies of practice and opportunities to learn about classroom mathematics discussions. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *19*(1), 79–103.

Henning, J. E., McKeny, T., Foley, G. D., & Balong, M. (2012). Mathematics discussions by design: Creating opportunities for purposeful participation. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *15*(6), 453–479.

Hintz, A., & Tyson, K. (2015). Complex Listening: Supporting Students to Listen as Mathematical Sense-Makers. *Mathematical Thinking and Learning: An International Journal*, *17*(4), 296–326.

Hunter, R., & Anthony, G. (2012). Designing Opportunities for Prospective Teachers to Facilitate Mathematics Discussions in Classrooms. *Mathematics Education Research Group of Australasia*.

Imsen, G. (2014). *Elevens verden: Innføring i pedagogisk psykologi* (5. utg.). Universitetsforlaget.

Jacobs, V. R., & Spangler, D. A. (2017). Research on Core Practices in K—12 Mathematics Teaching. I J. Cai (Red.), *Compendium for Research in Mathematics Education* (s. 766–792). National Council of Teachers of Mathematics.

Kazemi, E., & Hintz, A. (2014). *Intentional talk: How to structure and lead productive mathematical discussions*. Stenhouse Publishers.

Klette, K. (2003). *Klasserommets praksisformer etter Reform 97*. Pedagogisk forskningsinstitutt.

Kvale, S., & Brinkmann, S. (2015). *Det kvalitative forskningsintervju* (3. utg.). Gyldendal akademisk.

Lim, W., Lee, J.-E., Tyson, K., Kim, H.-J., & Kim, J. (2020). An Integral Part of Facilitating Mathematical Discussions: Follow-up Questioning. *International Journal of Science and*

Mathematics Education, *18*(2), 377–398.

Lo, J.-J., & Wheatley, G. H. (1994). Learning opportunities and negotiating social norms in mathematics class discussion. *Educational Studies in Mathematics*, *27*(2), 145–164.

Markle, D., West, R., & Rich, P. (2011). Beyond Transcription: Technology, Change, and Refinement of Method. *Forum Qualitative Sozialforschung*, *12*.

Maxwell, J. A. (2008). Designing a qualitative study. *The SAGE handbook of applied social research methods*, *2*, 214–253.

Nachlieli, T., & Tabach, M. (2019). Ritual-enabling opportunities-to-learn in mathematics classrooms. *Educational Studies in Mathematics*, *101*(2), 253–271.

Pirie, S. E. B., & Schwarzenberger, R. L. E. (1988). Mathematical discussion and mathematical understanding. *Educational Studies in mathematics*, *19*(4), 459–470.

Rowe, M. B. (1986). Wait time: Slowing down may be a way of speeding up! *Journal of teacher education*, *37*(1), 43–50.

Sfard, A. (2010). *Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses, and mathematizing*. Cambridge University Press.

Silverman, D. (2011). *Interpreting qualitative data: A guide to the principles of qualitative research* (4. utg.). Sage.

Thagaard, T. (2013). *Systematikk og innlevelse: En innføring i kvalitativ metode* (4. utg.). Fagbokforl.

Thagaard, T. (2018). *Systematikk og innlevelse: En innføring i kvalitative metoder* (5. utg.). Fagbokforl.

Turner, E., Dominguez, H., Maldonado, L., & Empson, S. (2013). English learners' participation in mathematical discussion: Shifting positionings and dynamic identities. *Journal for Research in Mathematics Education*, *44*(1), 199–234.

Utdanningsdirektoratet. (2020). *Læreplan i matematikk 1.–10. Trinn* (MAT01-05). https://data.udir.no/kl06/v201906/laereplaner-lk20/MAT01-05.pdf

Valenta, A. (2016). *Oppgavestrenger i arbeid med tallforståelse*. https://www.matematikksenteret.no/sites/default/files/attachments/resource/Valenta_Oppgavestrenger.pdf

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Harvard university press.

Weber, K., Maher, C., Powell, A., & Lee, H. S. (2008). Learning opportunities from group discussions: Warrants become the objects of debate. *Educational Studies in Mathematics*, *68*(3), 247–261.

Wæge, K. (2015). Samtaletrekk – redskap i matematiske diskusjoner. *Tangenten*, *2*.

Yin, R. K. (2003). *Case study research: Design and methods* (3. utg.). Sage Publications.

Vedlegg 1: Transkripsjonsnøkkel

Funksjon	**Tegn**	**Beskrivelse**
Overlapp	[tekst] [tekst]	Blir brukt når to personer sier noe samtidig
Overtakelse	tekst≈ ≈tekst	Indikerer når en person overtar og fortsetter å snakke uten at det er pause imellom
Pause (≥ 1 s)	(ns) der n = antall sekunder Eks. (6s)	Pauser i antall sekunder
Kort pause (≤ 1 s)	(.)	Pauser på under et sekund
Konklusjon	.	Som punktum
Spørsmål	?	Indikerer et spørsmål
Forlengelse	: eller :: for lengre	Indikerer at ordet forlenges
Lav prat	*tekst*	Indikerer at det blir snakket lavt
Ukjent tekst	(ukjent tekst)	Indikerer når det som blir sagt er helt ugjenkjennelig og blir ikke transkribert
Forsterkning	<u>tekst</u>	Indikerer at ord eller setninger blir forsterket

Vedlegg 2: Informasjonsskriv

Vil du delta i forskningsprosjektet «Lede matematiske samtaler»?

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å undersøke hvordan lærere leder matematiske samtaler i klasserommet og hvilke muligheter det gir elevene til å fremstå som flinke i matematikk. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

Formål
Prosjektet vil foregå i perioden 2019-2021, og målet er å utforske viktige sider ved undervisningsarbeidet i matematikk. Prosjektet har et særlig fokus på det å lede matematiske samtaler i klasserommet, og vi undersøker her hvordan lærere gjennomfører denne delen av undervisningen, hvilke krav dette arbeidet kan stille til læreren og hvilke muligheter elevene gjennom samtalene får til å fremstå som flinke i matematikk. Det overordnede målet med prosjektet er å bidra til større forståelse for den komplekse matematikkundervisningen. Dette er et forskningsprosjekt som ledes av erfarne forskere ved Universitetet i Stavanger, og masterstudenter deltar i innsamling og analyse av forskningsdata. Resultatene av studien vil kunne formidles i forskningsrapporter, tidsskriftartikler, bok-kapitler og konferansepaper.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?
Universitetet i Stavanger er ansvarlig for prosjektet, og prosjektet ledes av professor Reidar Mosvold ved Institutt for grunnskolelærerutdanning, idrett og spesialpedagogikk.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?
Vi har spurt lærere/klasser i universitetets praksisnettverk om å delta i prosjektet, og lærer/klasse er valgt strategisk fordi vi har grunn til å tro at dette er lærere/klasser som har et spesielt fokus på å utvikle gode samtaler i matematikk-klasserommet.

Hva innebærer det for deg å delta?
I løpet av de 2-3 ukene prosjektet foregår i klassen vil grupper av forskere og masterstudenter observere matematikkundervisningen og gjøre lyd- og videoopptak av denne. Forskerne vil også skrive feltnotater under observasjonene. Intervju med lærer vil gjøres etter avtale, og i løpet av perioden vil vi også gjennomføre intervju med to elevgrupper. Disse elevgruppene vil velges ut i samsvar med lærer, og dette vil bli avklart med foreldre. Det vil også bli gjort lyd- og video-opptak under intervjuene. Lærer vil få intervjuguide på forhånd, og foreldre kan få se intervjuguiden på forhånd ved å ta kontakt med lærer.

Det er frivillig å delta
Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykke tilbake uten å oppgi noen grunn. Dette kan gjøres ved å ta kontakt med prosjektansvarlig. Alle opplysninger om deg vil da bli anonymisert. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger
Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket. Opplysningene som blir samlet inn i dette prosjektet vil kun være tilgjengelig for de ansvarlige forskerne i prosjektgruppen, og for de masterstudentene som deltar. Opptakene vil under prosjektperioden lagres på ekstern harddisk som blir

forsvarlig lagret og innelåst. I alle skriftliggjøringer av datamaterialet vil både elever, lærere og skoler bli gitt fiktive navn. Deltakerne vil ikke kunne gjenkjennes i publikasjoner.

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?

Prosjektet skal etter planen avsluttes 31. desember 2021. Alle lyd- og video-opptak blir da forsvarlig slettet, og kun anonymiserte tekster vil bli tatt vare på.

Dine rettigheter

Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om deg,
- å få rettet personopplysninger om deg,
- få slettet personopplysninger om deg,
- få utlevert en kopi av dine personopplysninger (dataportabilitet), og
- å sende klage til personvernombudet eller Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?

Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra Universitetet i Stavanger har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvor kan jeg finne ut mer?

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- Universitetet i Stavanger ved professor Reidar Mosvold (tlf. 51 83 23 42).
- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS, på epost (personvernombudet@nsd.no) eller telefon: 55 58 21 17.

Med vennlig hilsen

Reidar Mosvold
Prosjektansvarlig
(Forsker/veileder)

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet «Lede matematiske samtaler», og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

- ☐ at ____ (navn på barnet) kan delta i undervisning som observeres
- ☐ at ____ (navn på barnet) kan delta i elevintervju (i gruppe med 2-5 elever)

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet, ca. 31. desember 2021.

(Signert av foreldre/foresatte, dato)

Vedlegg 3: Meldeskjema til NSD

NORSK SENTER FOR FORSKNINGSDATA

Meldeskjema 502242

Sist oppdatert

14.01.2019

Hvilke personopplysninger skal du behandle?

- Navn (også ved signatur/samtykke)
- Bilder eller videoopptak av personer
- Lydopptak av personer

Type opplysninger

Skal du behandle særlige eller strafferettslige personopplysninger?

Nei

Prosjektinformasjon

Prosjekttittel

Lede matematiske samtaler

Prosjektbeskrivelse

En sentral del av matematikkundervisningen er å initiere og lede matematiske samtaler. Dette er et krevende arbeid hvor læreren må ta både faglige og relasjonelle hensyn. I dette prosjektet studerer vi det komplekse arbeidet med å initiere og lede matematiske samtaler. Fokuset er særlig på hvilke samtaletrekk lærere bruker og hvordan, og hvilke muligheter elevene gis til å delta og til å fremstå i et positivt lys. I tillegg er det et fokus på hvilke krav dette komplekse undervisningsarbeidet stiller til læreren. Det overordnede målet med prosjektet er å bidra til konseptualisering av det matematiske undervisningsarbeidet, og til å utvikle kunnskap om de utfordringene og kravene dette komplekse arbeidet stiller til lærere.

Prosjektet vil foregå i perioden 2019-2021. I denne perioden vil det samles inn kvalitative forskningsdata i utvalgte klasser. Datainnsamlingen i hver klasse vil foregå over 2-3 uker, og vi vil i løpet av prosjektet samle inn data i flere valgte klasser. Det vil også være mulig å samle inn data i samme klasse eller hos samme lærer i flere perioder, men dette vil da avtales på nytt for hver gang. Forskningsdata vil bli samlet inn i form av feltnotater, intervjuer, oppgaveanalyse og klasseromsobservasjoner. Det vil bli gjort video- og lydopptak fra matematikkundervisningen og intervjuene. Det vil ikke bli samlet inn direkte personidentifiserende opplysninger i prosjektet. Alle observasjoner og kommentarer fra lærer og elever vil bli behandlet konfidensielt, og både elever, lærere og skole vil bli gitt fiktive navn. Ved prosjektets slutt vil alle lyd- og video-opptak bli slettet, og kun anonymiserte transkripsjoner og feltnotater vil bli oppbevart.

Fagfelt

Matematikk og naturvitenskap

Dersom opplysningene skal behandles til andre formål enn behandlingen for dette prosjektet, beskriv hvilke

Det vil i forbindelse med prosjektet ikke bli samlet inn personopplysninger. Datamaterialet som samles inn i prosjektet vil kun være tilgjengelig for analyser i en forskergruppe bestående av 2-3 seniorforskere og ca. 20 masterstudenter. Datamaterialet vil brukes til analyser som vil ende opp som forskningsrapporter, og resultater fra prosjektet vil også kunne publiseres i tidsskriftartikler, konferansepaper og/eller bok-kapitler.

Begrunn behovet for å behandle personopplysningene

Prosjektet har fokus på matematikkundervisning og ikke på enkeltlærere eller elever. Det er et mål i prosjektet å utvikle teori heller enn å generalisere til en større populasjon av elever eller lærere. Derfor anser vi det som unødvendig å samle inn personopplysninger i prosjektet. Det vil naturligvis være nødvendig å forholde seg til en viss form for personopplysninger i form av kontaktinformasjon med lærer og skole, men det vil ikke bli lagret personopplysninger som del av forskningsdata i prosjektet.

Ekstern finansiering

- Andre

Annen finansieringskilde

Prosjektet finansieres av forskernes egne FoU-tid, og masterstudentenes bidrag er knyttet til deltakelse i masterutdanningen.

Type prosjekt

Forskerprosjekt

Behandlingsansvar

Behandlingsansvarlig institusjon

Universitetet i Stavanger / Fakultet for utdanningsvitenskap og humaniora / Institutt for grunnskolelærerutdanning, idrett og spesialpedagogikk

Prosjektansvarlig (vitenskapelig ansatt/veileder eller stipendiat)

Reidar Mosvold, reidar.mosvold@uis.no, tlf: 51832342

Skal behandlingsansvaret deles med andre institusjoner (felles behandlingsansvarlige)?

Nei

Utvalg 1

Beskriv utvalget

Utvalget vil bestå av strategisk valgte lærere og deres matematikk-klasser. Utvalg 1 er definert som lærerne.

Rekruttering eller trekking av utvalget

Utvalget vil rekrutteres gjennom universitetets praksisnettverk. Prosjektleder vil ta kontakt med lærer og skoleledelse.

Alder

21 - 67

Inngår det voksne (18 år +) i utvalget som ikke kan samtykke selv?

Nei

Personopplysninger for utvalg 1

- Navn (også ved signatur/samtykke)
- Bilder eller videoopptak av personer
- Lydopptak av personer

Hvordan samler du inn data fra utvalg 1

Personlig intervju

Grunnlag for å behandle alminnelige kategorier av personopplysninger

Samtykke (art. 6 nr. 1 bokstav a)

Ikke-deltakende observasjon

Grunnlag for å behandle alminnelige kategorier av personopplysninger

Samtykke (art. 6 nr. 1 bokstav a)

Informasjon for utvalg 1

Informerer du utvalget om behandlingen av opplysningene?

Ja

Hvordan?

Skriftlig informasjon (papir eller elektronisk)

Utvalg 2

Beskriv utvalget

Utvalg 2 defineres som elevene i de strategisk valgte matematikk-klassene. Studien fokuserer på grunnskolen.

Rekruttering eller trekking av utvalget

Det er lærerne som trekkes, og elevene blir dermed utvalgt i kraft av å være i de valgte lærernes klasser. Førstegangskontakt vil skje mellom prosjektleder og lærer/skoleledelse.

Alder

6 - 15

Inngår det voksne (18 år +) i utvalget som ikke kan samtykke selv?

Nei

Personopplysninger for utvalg 2

- Navn (også ved signatur/samtykke)

- Bilder eller videoopptak av personer
- Lydopptak av personer

Hvordan samler du inn data fra utvalg 2

Gruppeintervju

Grunnlag for å behandle alminnelige kategorier av personopplysninger

Samtykke (art. 6 nr. 1 bokstav a)

Hvem samtykker for barn under 16 år?

Foreldre/foresatte

Ikke-deltakende observasjon

Grunnlag for å behandle alminnelige kategorier av personopplysninger

Samtykke (art. 6 nr. 1 bokstav a)

Hvem samtykker for barn under 16 år?

Foreldre/foresatte

Informasjon for utvalg 2

Informerer du utvalget om behandlingen av opplysningene?

Ja

Hvordan?

Skriftlig informasjon (papir eller elektronisk)

Tredjepersoner

Skal du behandle personopplysninger om tredjepersoner?

Nei

Dokumentasjon

Hvordan dokumenteres samtykkene?

- Manuelt (papir)

Hvordan kan samtykket trekkes tilbake?

Samtykke kan trekkes tilbake ved å ta kontakt med prosjektansvarlig. Dette er opplyst om i informasjonsskriv.

Hvordan kan de registrerte få innsyn, rettet eller slettet opplysninger om seg selv?

Det vil ikke bli samlet inn noen personopplysninger, og det vil derfor ikke være behov for å få rettet opplysninger. Deltakerne i studien kan når som helst få innsyn i datamateriale ved å ta kontakt med prosjektleder.

Totalt antall registrerte i prosjektet

1-99

Tillatelser

Skal du innhente følgende godkjenninger eller tillatelser for prosjektet?

Behandling

Hvor behandles opplysningene?

- Mobile enheter tilhørende behandlingsansvarlig institusjon
- Fysisk isolert maskinvare tilhørende behandlingsansvarlig institusjon

Hvem behandler/har tilgang til opplysningene?

- Prosjektansvarlig
- Student (studentprosjekt)
- Interne medarbeidere

Tilgjengeliggjøres opplysningene utenfor EU/EØS til en tredjestat eller internasjonal organisasjon?

Nei

Sikkerhet

Oppbevares personopplysningene atskilt fra øvrige data (kodenøkkel)?

Ja

Hvilke tekniske og fysiske tiltak sikrer personopplysningene?

- Opplysningene anonymiseres
- Adgangsbegrensning

Varighet

Prosjektperiode

01.01.2019 - 31.12.2021

Skal data med personopplysninger oppbevares utover prosjektperioden?

Nei, data vil bli oppbevart uten personopplysninger

Vil de registrerte kunne identifiseres (direkte eller indirekte) i oppgave/avhandling/øvrige publikasjoner fra prosjektet?

Nei

Tilleggsopplysninger