



Universitetet  
i Stavanger

**UIS BUSINESS SCHOOL**

**MASTER'S THESIS**

STUDY PROGRAM:

Master of Science in Business Administration

THESIS IS WRITTEN IN THE FOLLOWING  
SPECIALIZATION/SUBJECT:

Applied Finance

TITLE: Value of flexibility for Lysebotn 2

AUTHOR(S)

SUPERVISOR:

Bård Misund

Candidate number:

3051

.....

3063

.....

Name:

Sander Bjørnå

.....

Viljar Helland Vevatne

.....

## Sammendrag

Det nordiske kraftmarkedet er preget av høy volatilitet. Med økt innslag av sol- og vindkraft i energimiksen vil volatiliteten trolig øke i fremtiden. Dette skyldes at disse produksjonsformene drives av værforhold, som må sies å være varierende. Høy volatilitet gir kraftselskapene mer uforutsigbar lønnsomhet, men kan samtidig være en kilde til økt verdiskapning. Et eksempel på dette er fleksibilitet. Fleksibel kraftproduksjon representerer en form for realopsjon, som ofte utelates fra tradisjonell verdivurdering. Ifølge opsjonsteori vil verdien av fleksibilitet øke med økt volatilitet. Denne oppgaven sikter på å beregne potensiell verdi av fleksibilitet i kraftproduksjon for Lyse og deres vannkraftverk, Lysebotn 2. Fleksibilitetsverdien er beregnet som en opsjonsverdi ved bruk av spredningsopsjoner. Fleksibilitet vil i denne sammenheng kunne forklares som muligheten til å produsere energi til bestemte tider for å maksimere inntektene.

I utregningen av opsjonsverdi har vi benyttet to ulike beslutningsregler for kraftproduksjon. Disse beslutningsreglene blir anvendt for empiriske, numeriske og analytiske prisingsmetoder. Som empirisk metode benytter vi backtesting. Denne metoden beregner opsjonsverdi på historiske priser. De historiske prisene er ukentlige spotpriser mellom 2010-2019 fra prisområdet NO2, sørvest i Norge. For en numerisk tilnærming benytter vi Monte Carlo-simulering og tidsseriemodeller (ARIMA). Monte Carlo-simuleringen baserer seg på en mean reverting-modell hvor kraftprisene forventes å fluktuere rundt en gjennomsnittspris. ARIMA modellene bruker autoregresjon, differensiering og glidende gjennomsnitt for å predikere en prisbane. Til slutt anvender vi Kirk tilnæringsmetode for en analytisk tilnærming til opsjonsverdisetting.

Resultatene viser at det foreligger positiv fleksibilitetsverdi i vannkraftverket Lysebotn 2. Samtlige metoder resulterer i en positiv opsjonsverdi, fra 0,14-13,15 €/MWh for den best tilpassede beslutningsregelen. Modellene har sine begrensinger da de innehar en teoretisk tilnærming, og lite praktiske og tilpassede beslutningsregler. For en mer representativ opsjonsverdi vil det være fordelaktig å benytte mer avanserte analyseverktøy og forbedre beslutningsreglene. Beslutningsregelen er nøkkelen for å utnytte fleksibiliteten som ligger i et vannkraftverk.

Verdien av fleksibilitet øker i takt med økt volatilitet. Økt andel av fornybar energiproduksjon, som vind- og solenergi, vil øke denne volatiliteten. Det er imidlertid flere faktorer som kan dempe volatiliteten. Nyutviklet teknologi kan eksempelvis medføre at forbruker utnytter fleksibiliteten ved å forbruke kraft når prisen er lavere. Dersom det utvikles bedre metoder for å lagre energi vil potensialet av dette bli enda større. I tillegg kan en økning i kapasiteten for utnyttelse av fleksibilitet blant kraftprodusentene redusere volatiliteten. Det er dermed ikke gitt at volatiliteten og verdien av fleksibiliteten vil øke fremover, til tross for at prognosene tilsier dette.

## Abstract

The Nordic power market is characterized by highly volatile power prices. With increased incorporation of solar- and wind power into the energy mix, volatility is set to increase in the future. Wind and solar are both depending on weather conditions, which is varying. High volatility gives power companies more uncertain profitability but can also be a source to increased value creation. An example of this is flexibility. Flexible power production represents a form of real options, often omitted from traditional valuation. According to option theory, the value of flexibility will increase with volatility. This thesis aims to calculate the potential value of flexibility in power production for Lyse and their hydropower plant, Lysebotn 2. The value of flexibility is calculated as option value in using spread options. In this context, flexibility can be explained as the ability to produce energy at specific times in order to maximize revenue.

In calculating option values, we have used two different decision-making rules for production. These decision rules were applied for empirical, numerical and analytical pricing methods. As empirical method we conduct backtesting. This method estimates an option price from historical prices. Historical prices are weekly prices between 2010-2019, from the price area known as NO2, southwest in Norway. As a numerical approach we use Monte Carlo simulation and time-series models (ARIMA). The Monte Carlo simulation is based on a mean reversion approach where the power prices are expected to fluctuate around a long-term average. The ARIMA models uses autoregression, differencing and moving average to estimate a price path. Finally, we use Kirks approach for an analytical method to the problem.

The calculations indicate that there is a positive option value in the Lysebotn 2 hydropower plant. All methods present a positive value for the flexibility, ranging from 0,14-13,15 €/MWh for the most suitable production rule. The models have limitations in their theoretical approach, and lack of practical and fitted production rules. For a more representative option value, it will be advantageous to use more advanced analysis and improve the production rules. The production rule is the key to exploiting the flexibility in a hydro powerplant.

The value of flexibility will increase if volatility increases. An increased share of renewable energy production such as wind and solar energy will increase this volatility. At the same time, there are several factors that can decrease volatility. Newly developed technology can allow consumers to take advantage of the flexibility in consuming power when the price is lower. If better methods of energy storage are developed, the potential of this will be even greater. In addition, an increase in the capacity for utilization of flexibility for power producers can reduce volatility. Thus, volatility and value of flexibility may not increase in the future, despite projections to do so.

## Forord

Denne oppgaven er en masterutredning for anvendt finans ved Handelshøyskolen på Universitet i Stavanger. Masteroppgaven utgjør 30 studiepoeng og er avsluttende for en mastergrad i økonomi og administrasjon. Oppgavens formål er å estimere verdien av fleksibilitet i produksjon for vannkraftverk. Dette gjør vi ved å benytte fem ulike prisingsmetoder. Backtesting, Monte Carlo-simulering med mean reversion, to ulike ARIMA-modeller og Kirk skal alle estimere en verdi av fleksibilitet. Denne verdien kan betraktes som en opsjonsverdi.

Alle våre beregninger er utført ved hjelp av Excel og R-studio. Data er hentet fra Nord Pool, Nordens kraftbørs.

Oppgaven er skrevet i samarbeid med Lyse AS, slik at teknisk data og opsjonsverdier er knyttet til vannkraftverket Lysebotn 2, Lyse AS mest moderne vannkraftverk. Vi ønsker å takke Lyse AS for en svært interessant problemstilling, innsikt og samarbeid. En så aktuell og praktisk anvendelig problemstilling har bidratt til å gjøre arbeidet med oppgaven både givende og spennende.

Vi vil også rette en stor takk til vår veileder Bård Misund. Hans kunnskap og forståelse vedrørende prisingsmodeller og kraftmarkedet har vært en veldig god ressurs for vårt arbeid med denne oppgaven.

# Innholdsfortegnelse

<b>INNLEDNING .....</b>	<b>1</b>
FORMÅL .....	1
STRUKTUR.....	4
<b>TIDLIGERE STUDIER .....</b>	<b>6</b>
<b>LYSE AS .....</b>	<b>10</b>
OM SELSKAPET.....	10
LYSEBOTN 2 .....	11
<b>KRAFTMARKEDET .....</b>	<b>12</b>
DET NORDISKE KRAFTMARKEDET – NORD POOL .....	12
ELEKTRISITET SOM RÅVARE.....	13
ENERGIPRODUKSJON FRA VANNKRAFTVERK .....	14
KRAFTPRISENE .....	15
FRAMTIDSUTSIKTER .....	16
<b>OPSJONSTEORI.....</b>	<b>20</b>
<b>METODE .....</b>	<b>21</b>
VALIDITET OG RELIABILITET .....	22
DATA .....	22
BESLUTNINGSREGLER .....	23
EMPIRISK METODE.....	24
<i>Backtesting</i> .....	24
NUMERISK METODE .....	26
<i>Monte Carlo-simulering</i> .....	26
<i>Tidsseriemodeller (ARIMA)</i> .....	32
ANALYTISK METODE.....	37
<i>Black-Scholes Metoden</i> .....	37
<i>Margrabe</i> .....	38
<i>Kirk (1995) tilnæringsmetode</i> .....	39
<i>Valg av prissettingsmetode</i> .....	40
<b>RESULTATER.....</b>	<b>41</b>
EMPIRISK METODE - BACKTESTING.....	41
NUMERISK METODE - MONTE CARLO-SIMULERING .....	43
<i>Tidsseriemodell 1 (ARIMA)</i> .....	46
<i>Tidsseriemodell 2 (AR)</i> .....	47
ANALYTISK METODE - KIRK .....	48
<b>DISKUSJON.....</b>	<b>50</b>
<i>Beslutningsreglene</i> .....	50
<i>Sammenligning av opsjonsestimater</i> .....	51
<i>Datagrunnlag</i> .....	55
<i>Produksjonsvolum</i> .....	55
<i>Sammenlignbare resultater</i> .....	57
<b>KONKLUSJON .....</b>	<b>58</b>
<b>LITTERATURLISTE .....</b>	<b>60</b>

## FIGURLISTE:

Figur 1: Merit Order Curve

Figur 2: Illustrasjon av Lysebotn 2

Figur 3: Kraftprissoner i Norge

Figur 4: Energiproduksjon i vannkraftverk

Figur 5: Ukentlige kraftpriser 2010-2019

Figur 6: Utvikling sesongvariasjon

Figur 7: Utvikling Norsk kraftproduksjon

Figur 8: Prognose ARIMA(5,0,2)(1,1,0)[52]

Figur 9: Prisbane Monte Carlo-simulering

Figur 10: Årlig avkastning Monte Carlo beslutningsregel 1

Figur 11: Avkastning Monte Carlo €/MWh – Beslutningsregel 1

Figur 12: Årlig avkastning Monte Carlo – Beslutningsregel 2

Figur 13: Avkastning Monte Carlo €/MWh – Beslutningsregel 2

Figur 14: Prisbane ARIMA(5,0,2)(1,1,0)

Figur 15: Prisbane ARIMA(6,0,0)

## TABELLOVERSIKT:

Tabell 1: Regresjon mean reversion rate

Tabell 2: Resultater for Augmented Dickey-Fuller test

Tabell 3: Backtest – Inntekt ved beslutningsregel 1

Tabell 4: Backtest – Gjennomsnittlig opsjonsverdi beslutningsregel 1

Tabell 5: Backtest – Inntekt ved beslutningsregel 2

Tabell 6: Backtest – Gjennomsnittlig opsjonsverdi beslutningsregel 2

Tabell 7: Opsjonsverdi ARIMA(5,0,2)(1,1,0)

Tabell 8: Opsjonsverdi ARIMA(6,0,0)

Tabell 9: Parametere opsjonsverdi Kirk

Tabell 10: Resultatoversikt



## FORMELLISTE:

Formel 1: Avkastningsfunksjon for opsjonsverdi

Formel 2: Beslutningsregel 1

Formel 3: Beslutningsregel 2

Formel 4: Mean reverting-modell

Formel 5: Time-step

Formel 6: Mean reversion nivå

Formel 7: Regresjonsligning

Formel 8: Mean reversion rate

Formel 9: Annualisert volatilitet

Formel 10: Tidsuavhengig gjennomsnittsverdi

Formel 11: Konstant varians

Formel 12: Tidsuavhengig kovarians

Formel 13: AR( $p$ )-modell

Formel 14: Integrert bevegelig gjennomsnitt

Formel 15: Ikke sesongbasert ARIMA-modell

Formel 16: Sesongbasert ARIMA-modell

Formel 17: Black-Scholes

Formel 18: Margrabe

Formel 19: Volatilitet Margrabe/Kirk

Formel 20: Kirk 1995

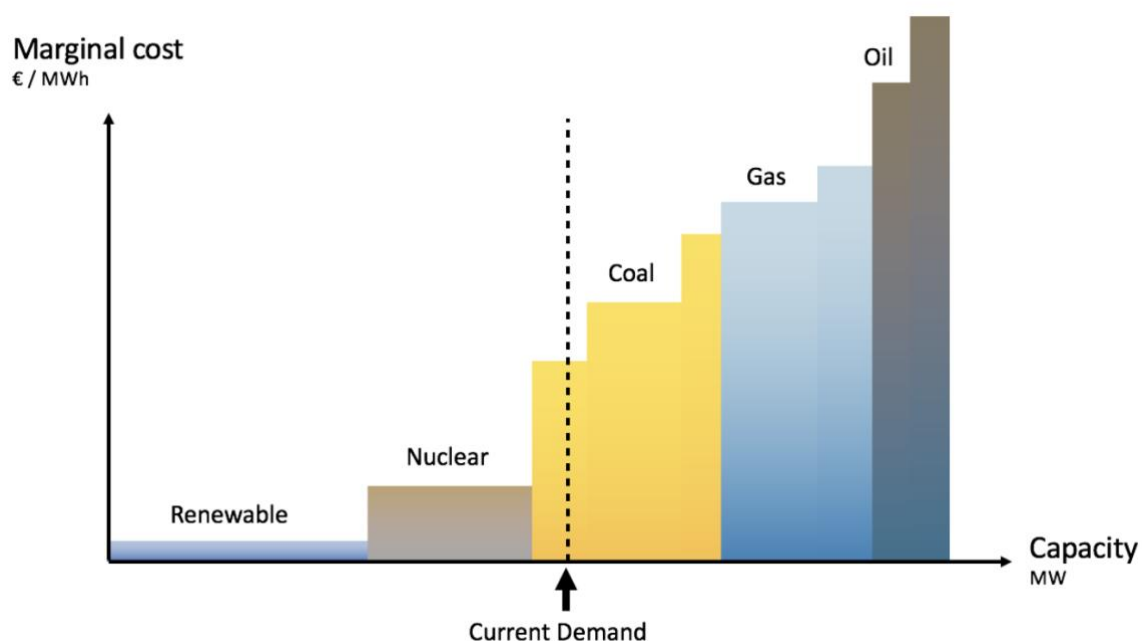
Formel 21: Årlig avkastning ved simulering

## Innledning

### Formål

Energimarkedet er i omstilling, og klimaet er i fokus som aldri før. Med EU sine klimamål til grunn ser vi en omvelting hos store kraftnasjoner. Vi ser en trend i overgangen til mer uregulerbare kraftkilder som sol og vind. Felles for disse er at de genererer ujevn kraftproduksjon, eller mer intermittent. De er avhengig av vær og vind i mye større grad enn eksempelvis kull- og kjernekraft. For en jevnere produksjonskapasitet kreves det at produksjonsmiksen består av mer fleksible produksjonsmetoder. Fleksible produksjonskilder kan skrus av og på etter prissignaler i markedet.

Baseload i energimarkedet er energiproduksjon som det foreligger et konstant behov for. Slik produksjon drives kontinuerlig, og er ofte kull- og atomkraftverk. Det kreves derfor fleksibel produksjon for å kunne respondere til variasjon i forespørselen av kraft. Figur 1 illustrerer en forenklet modell for marginalkostnaden for ulike typer energiproduksjon, og hvordan etterspørsel påvirker energimiksen (Corradi, 2019).



Figur 1: “Merit order curve” (Corradi, 2019)

En produsent kan velge å kjøre baseload, eller kjøre fleksibelt. Flexibel kjøring har en høyere marginalkostnad, men tillater kraftverket å kjøre når det er lønnsomt samt unngå produksjon når det er ulønnsomt. Å kjøre fleksibelt gir potensielt økte inntekter, men disse må avveies mot de økte marginalkostnadene. Opsjonsteori er utviklet for å kunne beregne verdien av slike avveininger.

Marginalkostnaden knyttet til de ulike produksjonsformene er svært forskjellige. Det betyr at prisen som kreves for å skru på fleksibilitetskapasitet også er forskjellig. Vannkraft går under fornybar kraftproduksjon og har svært lave marginalkostnader, som illustrert i figur 1. Denne produksjonsformen er derfor godt egnet til fleksibel drift.

I denne oppgaven er hensikten å estimere potensiell verdi av fleksibilitet i et vannkraftverk. Flexibilitet er et eksempel på realopsjoner. Vi anvender derfor opsjonsteori for å verdsette denne fleksibiliteten. Flere tilnærminger vil benyttes for å estimere verdien av fleksibilitet. Opsjonsverdien beregnes ut fra både empiriske, numeriske og analytiske metoder. Samtlige metoder tar utgangspunkt i to beslutningsregler. Beslutningsreglene skal forsøke å optimalisere produksjonen etter spotprisen, og representerer derfor fleksibiliteten i vannkraftverket. Prisspredningen mellom beslutningsreglene og konstantproduksjon verdsettes av de ulike metodene innenfor opsjonsteori.

Vi vil først benytte en empirisk metode for prissetting av opsjonsverdien. Backtesting tar for seg historiske priser på kraft og benytter beslutningsregler for å fange opp hvilke uker man burde produsert kraft for å oppnå positiv fleksibilitetsverdier.

Videre benytter vi en numerisk metode for å fremskaffe simulerte fremtidspriser. Ved hjelp av Monte Carlo simulerer vi prisbaner basert på kalkulerte faktorer i en mean reverting-modell. Modellen er utformet for å skulle representere en realistisk simulering for kraftmarkedet. Det betyr at faktorene som brukes er basert på historisk data fra kraftmarkedet. På samme måte estimerer vi en opsjonsverdi av en predikert prisbane i to ulike tidsseriemodeller. Ved å gjennomføre en AR og en ARIMA modell i R-studio får vi enda en numerisk tilnærming med predikert prisbane.

Til slutt benytter vi oss av en analytisk metode for utregning av fleksibilitetsverdi. Her anvender vi en prismodell for verdsetting av opsjoner. Da vi har en spredningsopsjon og slitasjekostnad, benytter vi Kirks tilnæringsmetode for å regne ut opsjonsverdiene for de to beslutningsreglene. Prisspredningen hentes fra Monte Carlo-simuleringen.

Kraftprisene i Norden, også kjent som Elspot-priser, er svært volatile og avhenger av tilbuds- og etterspørselsdynamikk. Elspot-markedet brukes av Statnett i sin utøvelse av systemansvaret. Statnett har som ansvar å opprettholde balanse i markedet. Dette gjøres gjennom å styre volumer av kraft produsert, forbrukt og solgt til utlandet (Statnett, 2020). Ved å balansere markedet bidrar Statnett til å holde volatiliteten på et noe lavere snittnivå. Uten en overordnet kontrollør ville volatiliteten hatt en mye større spredning. Selv med Statnetts systemansvar er det kompliserte mekanismer i markedet som styrer volatiliteten. Selv ikke aktørene på markedet har nøyaktige modeller til kalkulering av framtidige prissvingninger. Estimering av fremtidig volatilitet i energipriser er krevende. Vi vil i vår oppgave ta utgangspunkt i historisk volatilitet, samtidig som vi reflekterer rundt fremtidig utvikling.

Det finnes flere tilnæringer til å verdsette opsjoner på kraft. Denne oppgaven vil benytte seg av spredningsopsjoner (eng. «Spread options»). Spredningsopsjoner passer kraftmarkedet ved at den henter verdien sin fra den underliggende «spredningen» eller forskjellen i verdien for den valgte handelsvaren. Vanligvis benyttes denne når man skal se på forskjellen mellom to eller flere ressurser, men brukes også for å se på spredningen i verdien til en enkelt handelsvare på forskjellige tidspunkter, geografisk område eller spotpris versus kontraktspris (Downey, 2019). Opsjonsverdien kan eksempelvis estimeres med en mean reversion-modell hvor hensikten er å simulere fremtidige kraftpriser kvantitativt. Mean reversion brukes ofte når man skal estimere fremtidige energipriser. Modellen tar som utgangspunkt at energiprisene er volatile, men at det eksisterer ett gjennomsnitt som prisen vil reversere tilbake til over tid. Det nærmeste vi kommer en norsk oversettelse for mean reversion er gjennomsnittsreversjon. I mangel på et godt, norsk faguttrykk har vi valgt å benytte det engelske faguttrykket for dette. Backtesting kan oversettes til systemtesting, men vi opplever dette som mindre treffende og velger derfor å bruke det engelske uttrykket backtesting.

Ved å prise spredningsopsjoner vil vi kunne fastslå hvorvidt det foreligger et potensiale for å utnytte vannkraftverkenes fleksible mekanismer for å bedre avkastningen for produsenten. Lønnsomheten ved fleksibel kraftproduksjon er avhengig av at verdien av spredningsopsjonene veier opp for slitasjekostnadene knyttet til start/stopp.

Fremtidige estimater fra Norges Vassdrag- og Energidirektorat (NVE) og Statnett tilsier en økt volatilitet i energipriser, mye grunnet økt andel av uregulerbare produksjonskilder (Gogia, et al., 2019) (Kringstad, Holmefjord, & Aarstad, 2018). Økt volatilitet betyr økt verdi av fleksibilitet, noe som kan gjøre investeringer i fleksibilitet mer lønnsomt. Med bakgrunn i disse faktorene skal vi undersøke økonomisk verdi av fleksibilitet. Fleksibilitet vil i denne sammenheng kunne forklare som evnen, eller muligheten, til å tildele energiproduksjonen til bestemte tider for å maksimere inntektene. I denne oppgaven vil vi benytte en tidsramme på én uke og dermed regne ut fleksibilitetspotensialet fra ukesopsjoner. Vi har valgt å begrense vurderingen til handel i det nordiske kraftmarkedet, med kapasitetsmål fra Lysebotn 2, et vannkraftverk operert av Lyse AS. Opsjonsverdien avgjøres av beslutningsreglens evne til å fange relevant fleksibilitet for vannkraftverket.

Problemstillingen vår kan dermed oppsummeres som: *Hva er verdien av fleksibilitet for vannkraftverket Lysebotn 2?*

## Struktur

I dette kapitlet tar vi for oss oppgavens oppbygning og struktur.

Oppgaven starter med å gi et innblikk i tidligere studier innenfor fagfeltet. Etterpå fremlegger vi en kort innføring i Lyse AS som selskap, deres forretningsområde og energimarkedet de opererer i. Til forklaring av energimarkedet benyttes det ulike rapporter for framtidsutsikter av markedet. Rapportene, som er utarbeidet av blant annet NVE og Statnett, gir en innføring i hva som påvirker kraftmarkedet og videre hva som ligger til grunn for parameterne som benyttes i utregningene.

Videre vil vi presentere relevant opsjonsteori for problemstillingen. I den påfølgende metodedelen vil vi gå grundig gjennom fremgangsmåte og benyttelse av empirisk, numerisk og analytisk metode. Herunder backtesting, Monte Carlo-simulering, tidsseriemodeller og Kirks tilnæringsmetode. Her forklarer vi først bakgrunnen til teorien før det presenteres hvordan vi har benyttet metoden for å løse vår problemstilling.

Til slutt vil vi legge frem resultatene fra våre beregninger, før de evalueres og diskuteres i diskusjonskapittelet. Her vil det også være en kritisk vurdering av metodene og besvarelsen. Resultatene og diskusjonen vil lede frem til en konklusjon, som vil gi en kort og presis besvarelse på problemstillingen.

## Tidligere studier

Det er begrenset med tidligere studier rundt verdien av fleksibilitet i vannkraftverk. For relevante studier kan vi se på fleksible gasskraftverk, som står ovenfor sammenlignbar tematikk (Spitz, Diaz, Chalmers, & Lucquiaud, 2019) (Ameli, Qadrdan, & Strbac, 2017). I tillegg finnes det flere tidligere studier rundt de ulike metodene, parameterne og kraftmarkedet. Disse har stor nytteverdi for beregningene og forståelsen av fagområdet. I dette kapitlet vil vi derfor gå gjennom ulike studier som kan gi relevant innsikt for oppgavens formål.

For å bedre forstå volatiliteten på det nordiske strømmarkedet er Simonsens arbeid nyttig. Han demonstrerer at volatilitet i kraftmarkedet innehar mange av de samme egenskapene som mer utforskede finans- og råvaremarked (Simonsen, 2005). Eksempler på likheter mellom markedene er volatilitetsklynger (eng. «volatility clustering») og log-normal fordeling. Volatilitetsklynger innebærer at volatiliteten varierer over perioder. En periode med høy volatilitet etterfølges av en lenger periode med lav volatilitet. I etterkant av Simonsens analyser har imidlertid andelen fornybar energiproduksjon økt (Bøeng, 2011). Denne utviklingen er også ventet fremover, noe NVE understreker i deres langsiktige kraftmarkedsanalyse (Gogia, et al., 2019). Fornybare energikilder er som regel væravhengige, som vil si at de kun produserer kraft dersom de riktige værforholdene er tilstede. Vindkraft vil kun produsere kraft dersom det blåser, og solkraft trenger solstråler for å produsere kraft. Kraftproduksjonen blir derfor uforutsigbar og varierende. En økning av andel fornybar energiproduksjon forventes derfor å øke volatiliteten. Dette øker også behovet for fleksibel kraftproduksjon for å kunne regulere og tilby nok kraft til enhver tid. Gjennomsnittsprisene for kraft er som regel høyere om vinteren enn om sommeren, men volatilitet i elektrisitetsprisene svinger også gjennom de ulike sesongene. Dette skyldes sannsynligvis lengre perioder med tørke og lite tilsig til vannmagasinene i perioder om sommeren. I overkant av halve den nordiske kraftproduksjonen kommer fra vannkraftverk (Gogia, et al., 2019), noe som gjør at dette får konsekvenser for volatiliteten i kraftmarkedet. Dersom disse volatilitetssvingningene innarbeides i en prisingsmodell vil prissetting av opsjonsverdier forbedres (Arismendi, Back, Prokopczuk, Paschke, & Rudolf, 2011).

Sammen med volatilitet er mean reversion og prishopp viktige faktorer for å beskrive atferden til elektrisitetspriser (Huisman & Mahieu, 2003). At en prisbane er mean reverting innebærer at prisen beveger seg mot et langsiktig gjennomsnitt. Svært markante og kortvarige avvik fra dette gjennomsnittet kalles prishopp. Prishoppene er ofte så kortvarige at de blir mindre signifikante ved bruk av ukentlige priser. Huisman & Mahieu fant ut at flere modeller estimerer feilaktig mean reversion som følge av forsøk på å fange prishoppene under samme modell. Dette skyldes sannsynligvis en økt risiko for overestimering av volatilitet og mean reversion rater. Huisman & Mahieu foreslår derfor at man modellerer prishoppene uavhengig av pris ved mean reversion. I 2013 kom det en studie som forklarte hvordan man også må ta høyde for sesongvariasjon og prishoppenes påvirkning av denne (Janczura, Trück, Weron, & Wolff, 2013). Denne modellen støttes av Hayfavi & Talasli som også estimerte elektrisitetsprisene som en kombinasjon av en deterministisk tidstrend og sesongjustering, i tillegg til en stokastisk prosess for å fange prishopp (Hayfavi & Talasli, 2014). Sesongvariasjonens signifikans for elektrisitetspriser blir også tydeliggjort av Lucia & Schwartz i deres forskning på det nordiske kraftmarkedet i 2002 (Julio & Schwartz, 2002). Av disse studiene kommer det tydelig frem at kraftprisene har mer enn mean reversion som forklarende faktor til prisbanen. Det er usikkerhet knyttet til signifikansen av prishopp når man benytter ukentlige data. Vi har derfor ikke modellert prishoppene uavhengig, men tar høyde for at de kan være integrert i mean reverting-modellen. Det kan føre til at vi finner en noe lavere verdi enn hva som er tilfellet. Sesongvariasjonen er derimot like aktuell for ukentlige priser som for daglige priser. Samtlige av metodene vi benytter vil derfor ha sesongvariasjonen innarbeidet i modellen.

For å gi en grundig besvarelse av problemstillingen ønsker vi å estimere verdien av fleksibilitet ved hjelp av tre ulike metoder; numerisk, analytisk og tidsserie. Den numeriske metoden går ut på å prise fleksibilitet med Monte Carlo-simulering av priser som følger en mean reverting-modell (Bodily & Buono, 2002). Utgangspunktet for estimering av prisbaner er da at spotpris vil svinge rundt et gjennomsnitt, og bevege seg tilbake mot dette gjennomsnittet. En slik modell brukte Figueroa & Cartea i 2005, med sesongvariasjon innarbeidet i estimeringen (Figueroa & Cartea, 2005). Vi vil utføre en slik estimering ved hjelp av Monte Carlo-simulering som tar hensyn til både reversjonsrate og sesongvariasjon. Man priser da fleksibiliteten som en real opsjon hvor man kan velge å produsere eller ikke.



$$c_0 = \max (S_1 - S_2 - X, 0) \quad (1)$$

$S_1$  = Pris ved optimering av produksjon (Beslutningsregel)

$S_2$  = Pris uten optimering av produksjon (Konstant produksjon)

$X$  = Kostnad (eksempelvis lagring, slitasje, oppstart)

En slik simulering har blant annet blitt brukt for å estimere potensiell verdi av pumpestasjoner i Nepal (Vereide, Lia, & Ødegård, 2013). Pumpestasjonenes verdi økte i samsvar med økt volatilitet, noe som også er forventet for vannkraftverk. Simuleringen som ble foretatt er derfor sammenlignbar med hvordan vi vil gjøre det. På denne måten håper vi å danne et realistisk bilde for elektrisitetsprisene i fremtiden, og beregne en verdi av disse. Tat benyttet en slik metode i 2018 da han brukte spotpriser til å simulere futurespris for Litauens strømmarked i 2018 (Tat, 2018). Predikering av prisbane vil også gjennomføres ved en ARIMA-modell. Denne modellen har et stort potensial for kortsiktig simulering, og kan konkurrere med mer etablerte anerkjente simuleringmetoder (Adebiyi, Adewumi, & Ayo, 2014).

En annen metode som skal belyse problemstillingen er såkalt backtesting. Dette er en empirisk metode som benytter historiske prisdata til å estimere verdien av en beslutningsstrategi i et historisk perspektiv, med kjente tall og parametere, for å se hvor godt egnet strategien er (Ni & Zhang, 2005). Backtesting er flittig brukt til å vurdere investeringsstrategier for ulike instrumenter i aksjemarkedet, men det er mangel på relevant forskning for vannkraftverk som benytter backtesting. Det er forøvrig blitt foretatt backtesting for lagring av gass, som innehar mange av de samme aspektene som et vannkraftverk, eksempelvis sesongbaserte priser, lagringsmuligheter og mean reversion. Metoden gir god innsikt i muligheten for å kapitalisere lagringsverdien for gassmarkedet (Jong, 2015). Lagringsverdien for gass er svært sammenlignbar med opsjonsverdien for vannkraftverk.

Den siste verdsettelsesmetoden som benyttes vil være en såkalt analytisk verdsetting, i vårt tilfelle en Kirk/Black Scholes modell. Det vil si at metoden bygger på en matematisk tilnærming, hvor man kommer frem til en løsning som beregnes ut ifra matematiske uttrykk. Det matematiske uttrykket består av kjente operasjoner (multiplikasjon, logaritme etc.) hvor faktorene som benyttes blir avgjørende for resultatet. Det matematiske uttrykket ble utledet i 1995 av E. Kirk, et videreutviklet uttrykk av Margrabes formel, og er sterkt tilknyttet tankesettet Black Scholes introduserte i 1973 (Kenton, 2020). En nyttig innføring i hvordan denne tilnæringsmetoden kan benyttes for spredningsopsjoner ble publisert av Chi-Fai Lo i 2013 (Lo, 2013).

## Lyse AS

I dette kapitlet vil vi presentere Lyse AS som selskap og deres forretningsområder. Videre vil vi ta for oss Lyse som vannkraftprodusent, hvor hovedfokuset vil være vannkraftverket Lysebotn 2.

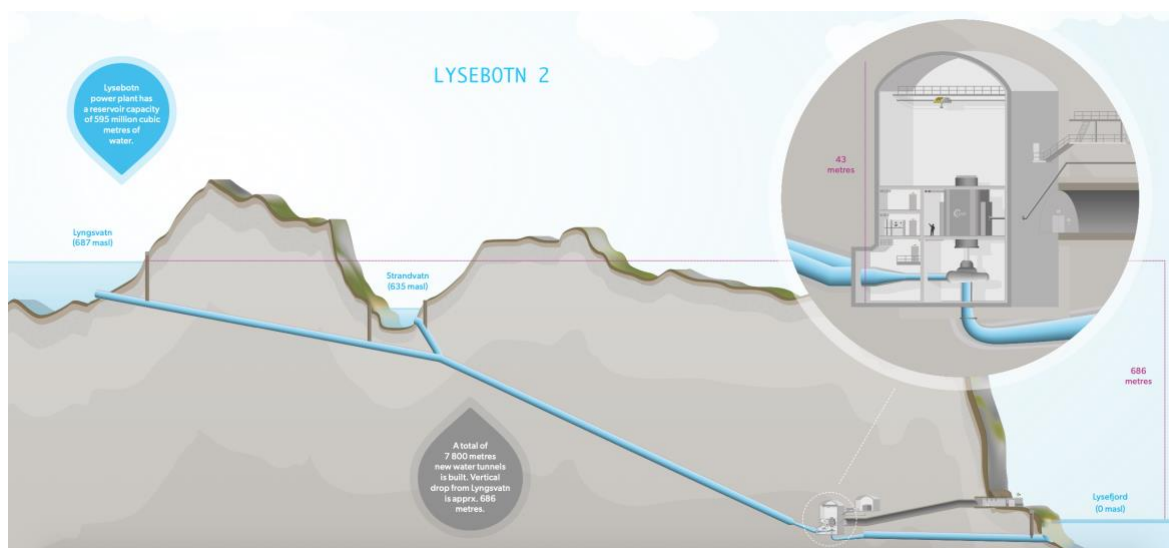
### Om selskapet

Lyse er et norsk konsern eid av 14 ulike kommuner i Rogaland, hvorav Stavanger kommune er den største eieren med nærmere 46% eierskap. Konsernet er organisert med Lyse AS som morselskap. Lyse AS har varierende andel eierskap i 12 datterselskaper, regionale og nasjonale. For disse administrerer morselskapet fellesfunksjoner som kommunikasjon, anskaffelser, økonomi, etc. Hovedkontoret er lokalisert på Mariero i Stavanger.

Konsernet kan i hovedsak deles innen tre forretningsområder; Energi, infrastruktur og telekommunikasjon. Avdelingen for energi er svært mangfoldig, da det produseres energi fra vannkraft, solenergi, biogass og naturgass. I tillegg har de bygd ut et nettverk for fjernvarme og fjernkjøling. Fjernkjølingen pumper opp kaldt sjøvann for å kjøle ned næringsbygg og bedrifter med mye varmeproduserende aktivitet, eksempelvis IT-servere (Lyse, 2020). Forretningsområdet innen energi, med hovedfokus på vannkraft, vil være mest sentralt for denne oppgaven.

## Lysebotn 2

Lyse AS har elleve heleide vannkraftverk, samt eierandeler i tre andre vannkraftverk. Til sammen produserer disse omkring 5,7 TWh (milliarder kilowattimer). Dette gjør Lyse til den sjette største vannkraftprodusenten i Norge, som igjen er den sjette største vannkraftprodusenten i verden. De senere år har Lyse oppgradert flere av sine vannkraftverk, som innebærer at responstiden på kraftverkene har blitt kraftig forbedret. Kraftverket i Lysebotn betraktes som Nord-Europas mest moderne kraftverk og det mest anerkjente i Lyses kraftverksportefølje. Anlegget produserer nok strøm til 75.000 husstander, eller omtrent 1500 GWh. Dette tilsvarer et gjennomsnitt på 4110 MWh per døgn. Ved maksimal effekt kan anlegget produsere 8880 MWh i døgnet. Oppstartsprosessen er på kun ett minutt ved roterende aggregat, eller på ti minutter om hele anlegget er stengt ned. Dette innebærer at anlegget kan respondere hurtig på prissvingninger dersom Lyse AS ønsker å utnytte denne fleksibiliteten (J.A.Steinsbø, personlig kommunikasjon, 17.april 2020). Figur 2 illustrerer utformingen av vannkraftverket. Som vi kan se av illustrasjonen er kraftverket koblet til to vannmagasin og har et fall på 686 meter.



Figur 2. Illustrasjon av Lysebotn 2 (Lyse, 2018)

## Kraftmarkedet

I dette kapittelet skal vi ta for oss Nord Pool som den nordiske børsen for krafthandel. Vi gir en kort innføring i elektrisitet som råvare, og energiproduksjon fra vannkraftverk. Videre vil vi diskutere markedets framtidsutsikter med bakgrunn i utsiktsrapporter fra både NVE og Statnett.

### Det nordiske kraftmarkedet – Nord Pool

Nord Pool er den nordiske børsen for krafthandel, og verdens første av sitt slag. De fleste nordisk land, inkludert Norge, Sverige, Danmark og Finland, handler på Nord Pool. Nord Pool eies og driftes av norske Statnett og svenske Kraftnät. Disse selskapene er ansvarlig for balansen mellom inngående og utgående volum. Det ble lenge handlet i norske kroner, før det i 2006 ble besluttet at kraften handles i euro. Derfor er det naturlig å benytte euro også i våre beregninger, og ellers gjennom denne oppgaven (Rosvold, 2019).

Innføringen av energiloven i 1990 førte til at børsen ble tilgjengelig for kraftdistributører, industribedrifter, meglere og tradere. Sverige ble innlemmet i 1996 med det svenske selskapet Kraftnät som 50% medeier. I 2002 ble også Finland et av landene som markedet omfattet. I 2012 ble børsområdet utvidet til å inkludere de baltiske landene Estland, Latvia og Litauen. I 2019 var det omtrent 370 registrerte aktører på Nord Pool (Rosvold, 2019).

På Nord Pool handler man kraftpris i form av elektrisk energi. Dagens markedspris er kjent som spotpris. Elektrisk energi handles som oftest i form av terminkontrakter, med spotpris som utgangspunkt for kontraktsprisen. Mer spesifikt kalles Nord Pool et «day-ahead»-marked, hvor forward- og futureskontrakter er de vanligste handelsformene. For å benytte seg av terminmarkedet er det vesentlig å ha god kunnskap om prisutviklingen. Dagens meglere på børsen er kjent med prisprosessen, og kan derfor benytte kontraktene som et instrument for risikostyring og budsjettering av fremtidig krafthandel. Det elektriske energimarkedet kjennetegnes gjerne av mye usikkerhet, da det kan forekomme uventede og ekstreme svingninger i spotprisene. Det er disse prisvariasjonene man eliminerer med terminkontrakter (Fleten, Wallace, & Tomasgard, 2001).

Det Norske kraftmarkedet er delt inn i separate prisområder grunnet begrensninger i overføringsnettets kapasitet. Det oppstår såkalte flaskehalsgrunnet ulikt tilbud og etterspørsel fordelt på sonene. I Norge er disse sonene som følger: Oslo, Kristiansand, Tromsø, Trondheim, Bergen og Kristiansund (NordPool, 2020). Kraftnettet på tvers av sonene gjør at nasjonale energipriser holdes tilnærmet like. Ytterligere investeringer i kraftlinjer ut i Europa, og ellers, vil føre til samme effekt og presse ned prissvingningene.



Figur 3: Kraftprissoner Norge (Strømspar, 2020).

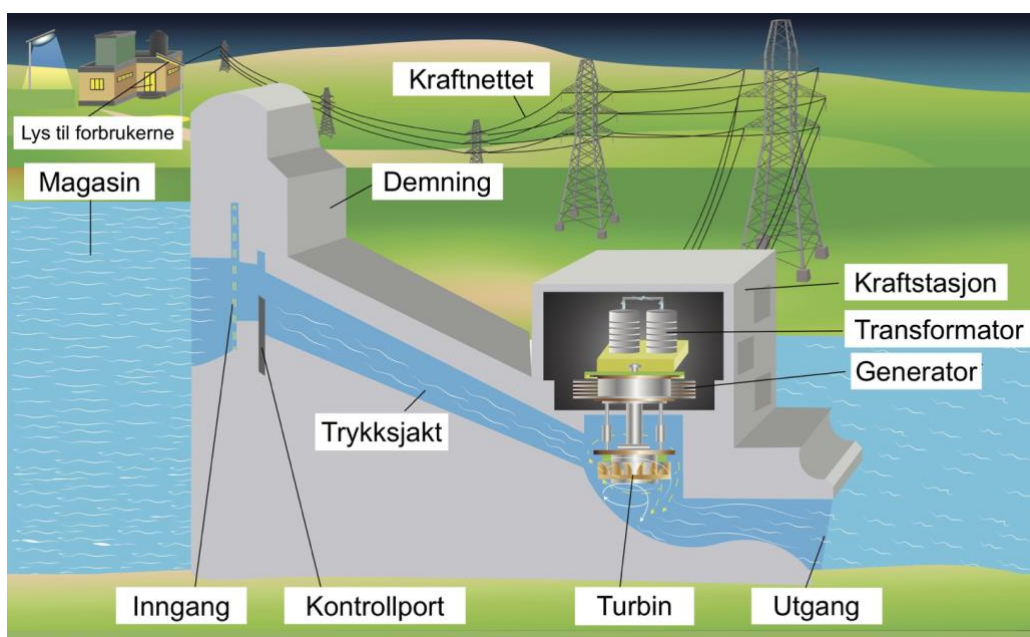
### Elektrisitet som råvare

Elektrisitet som råvare skiller seg ut fra tradisjonelle råvarer med tanke på lagringsmuligheter. Siden elektrisitet ikke kan lagres på en enkel måte, må det være en balanse mellom produksjon og konsum til enhver tid. Elektrisiteten må også transporteres gjennom et nettverk med begrenset kapasitet (Olsson, 2005).

Graden av uforutsigbarhet med tanke på pris vil være noe geografisk betinget. Norsk kraftproduksjon har stor grad av vannkraft og mulighet til å lagre energien i vannmagasin, noe som flytter kraftproduksjonens karakteristikk i retning av råvarer som gass og olje. Lagringspotensiale er med på å begrense prishoppene og den høye volatilitet som kan oppstå i et marked som reflekterer det øyeblikkelige tilbudet og etterspørselen.

### Energiproduksjon fra vannkraftverk

For at antakelser og estimater skal bli så realistiske som mulig er det viktig å etablere en grunnleggende, teknisk forståelse av vannkraftverk. Vannkraftverk utnytter bevegelsesenergien i rennende vann til å produsere elektrisk energi. Rennende vann driver en turbin som ved hjelp av en generator omgjør den mekaniske energien til elektrisk energi. Det rennende vannet kan være elver, men stort sett benyttes vann som lagres i vannmagasin med en høydeforskjell fra turbin og energiproduksjon. Vannmagasinene er som regel naturlige, men for å kunne styre vannivået og utsig har utløpene blitt stengt eller regulert. På denne måten kan utslippene reguleres av energiprodusenten. Det betyr at vannmagasinene utgjør en lagret energimengde som kan benyttes etter behov. Det kan derfor spekuleres i hvor mye vann som skal brukes når strømprisen er lav, eller om man skal vente til prisen er høyere (Statkraft, 2020).

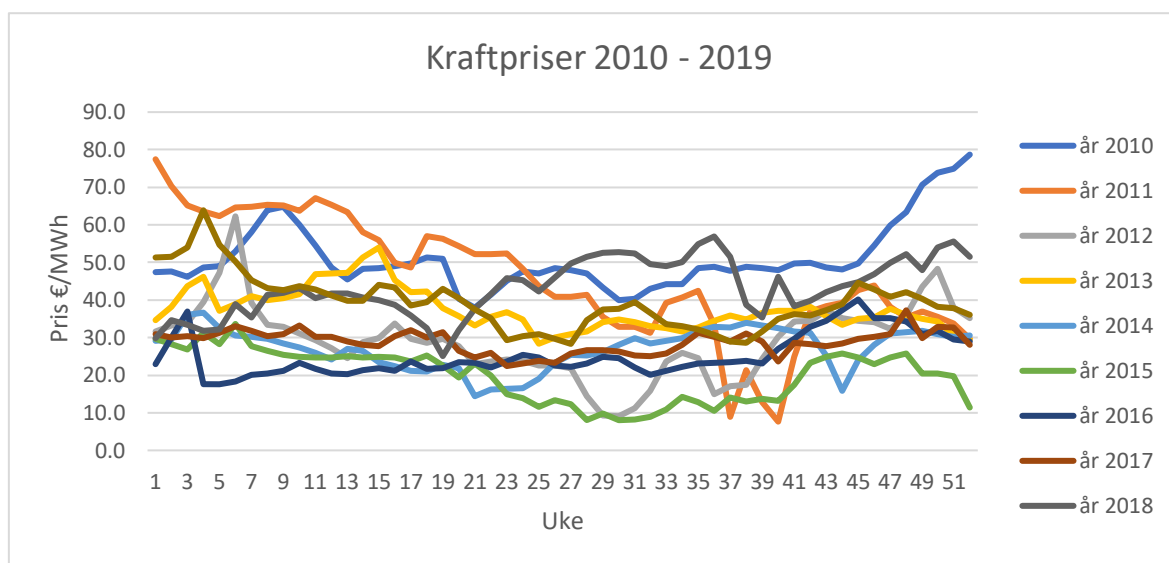


Figur 4: Enkel illustrasjon av energiproduksjon i vannkraftverk (Mjønerud, 2019).

Vannkraftverk innebærer ingen forurensning av naturen, og er derfor svært viktig for å gjøre verdens energimiks mer fornybar. Det er likevel tilknyttet negative aspekter til vannkraft i form av avstengning av naturlige elver og bekker. Laks og ørret utfordres på gyteplasser, noe som gjør at enkelte vassdrag skånes eller reguleres strengt for å bevare fiskebestanden.

## Kraftprisene

Prisvolatilitet i kraftmarkedet er selve grunnlaget for om det foreligger en verdi for fleksibilitet i Lyse AS' vannkraftverk. Volatilitet er derfor en svært sentral parameter for Lyse AS og andre aktører på energimarkedet. Volatiliteten er uforutsigbar og avhenger av flere faktorer. Det nordiske kraftmarkedet, omfattet av Nord Pool, avhenger av ulike typer energiproduksjon som definerer etterspørsel og tilbud. Etterspørsel og tilbud avhenger igjen av blant annet vær, vind og temperatur. Historisk sett ser vi en noe sammenlignbar trend i prisvolatilitet over de siste 10 årene. Figur 5 viser årlig prisutvikling i årene 2010-2019. Prisene er ukespriser og er inkludert alle årets 52 uker. Trenden tilsier en noe uregelmessig svingning, men samtidig årlig sesongbasert variasjon mellom sommer- og vinterukene. Sesongsvingningene skyldes et økt tilsig om våren/sommeren på grunn av snøsmelting og nedbør. En del vannmagasin blir utfordret på kapasitet, og dermed må vannkraftverkene produsere selv om etterspørselen som regel er lavere om sommeren. I grafen nedenfor kan vi se tendensene av sesongsvingninger.

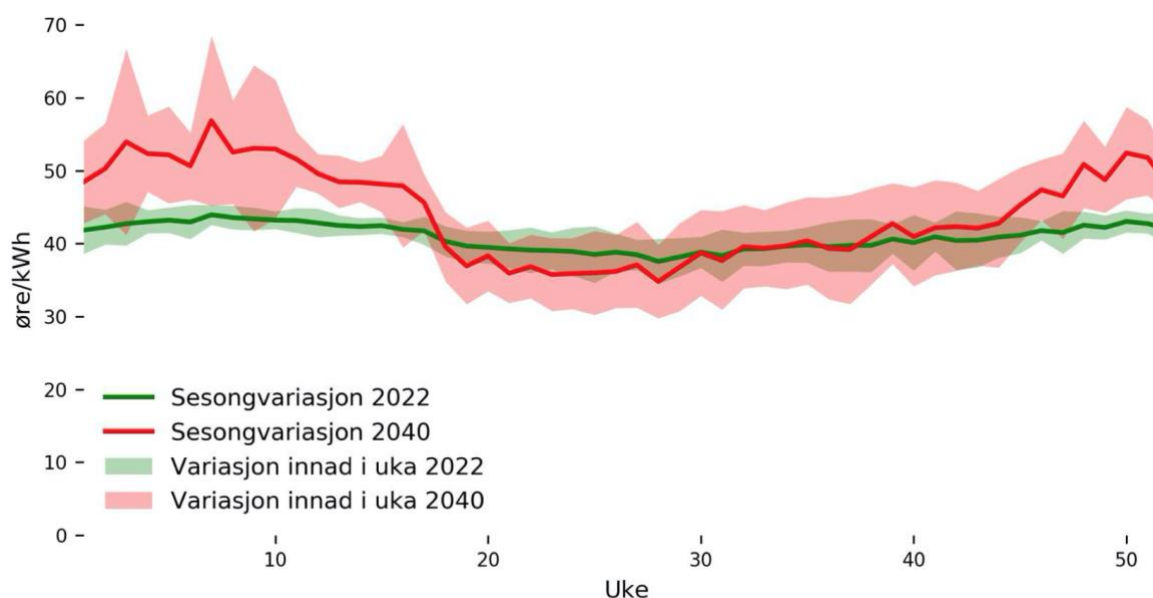


Figur 5: Kraftpriser ukentlig 2010 – 2019 i €/MWh



## Framtidsutsikter

I rapporten «Fleksibilitet i det nordiske kraftmarkedet» estimerer Statnett med en økt volatilitet fra dagens nivå. Dette fordi det blir vanskeligere å opprettholde balansen i systemet når andel produksjon av uregulert kraft øker. Kraftprisene i spotmarkedet vil bli mer volatile med priser ned mot null, og gjerne negative for kortere perioder. I tillegg er det sannsynlig med flere og høyere pristopper. Økt prisvolatilitet parallelt med teknologiutvikling vil føre til flere typer fleksibilitet som er lønnsomme nok til å satse på, både for forbruker og for tilbyder (Kringstad, Holmefjord, & Aarstad, 2018). Figur 6 viser NVEs forventede prisutvikling mellom år 2022 og 2040. Prisen er oppgitt i øre/kWh.



Figur 6: Utvikling sesongvariasjon for Sør-Norge (Gogia, et al., 2019)

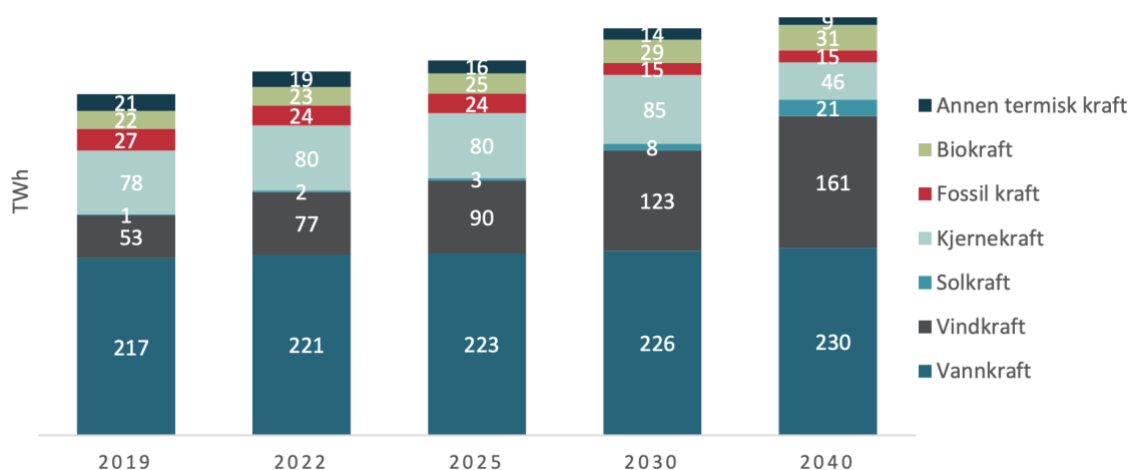
Økt volatilitet vil øke verdien av fleksibilitet i vannkraftverk. Samtidig vil en forsterket teknologiutvikling for forbruker kunne bidra til at konsumet justeres etter tilbudet. Dette kan innebære økt forbrukerfleksibilitet, men også teknologisk utvikling knyttet til individuell lagring av energi, eksempelvis batterier. Økning av individuell kraftproduksjon, gjennom eksempelvis solkraft, kan også true Lyse AS' markedsandeler. I Norden og resten av verden ligger det et stort teknisk potensial i forbrukerfleksibilitet. Smarthus og andre smartløsninger vil gjøre det mulig for husholdninger og næringsbygg å tilpasse seg etter kraftprisene. Ved å bruke strøm på en smartere måte vil man indirekte kunne delta i reguleringen av kraftmarkedet. Det samme gjelder ladning av transportfartøy på sjø, land og i luft.

Nasjonalt er vannkraftverk den desidert største kilden til kraftproduksjon (Gogia, et al., 2019). Produsentene vil også kunne utnytte den framtidige økte volatiliteten ved å endre produksjonsmønsteret i vannkraftverkene. Desto større volatiliteten er, desto flere typer fleksibilitet vil være lønnsomme, eksempelvis pumpestasjoner eller store vannmagasiner. Disse metodene tillater produsentene å produsere når prisen er høy, samt lagre vannet eller ikke pumpe i perioder hvor prisen på kraft er lavere. Per i dag er vannmagasiner den mest anvendte typen, hvor magasinet fungerer som et «batteri» for vannkraftverkene. Dersom man utvikler og forbedrer slike typer fleksibilitetsteknologier, med god nok kapasitet og ytelse, vil man kunne oppnå en betydelig mer lønnsom fleksibilitet. I teorien er det kun kapasiteten og effekten i anleggene som setter begrensninger for fleksibiliteten.

Selv om det er forventet en økt prisvolatilitet i markedet, er det en usikker fremtid i møte. En usikker fremtid fremmer de mindre tilpasningene. Tilpasninger som forbrukerfleksibilitet vil gjerne komme i første rekke, og større kapitalinvesteringer vil la vente på seg. Strukturen i markedet legger til rette for en gradvis utnyttelse av fleksibilitet i takt med behovet. Lover og regler, skatter og tariffer setter retningslinjer for hva som bør utnyttes og hvilke fleksibilitetsmetoder det blir satset på. På den måten kan man maksimere samfunnsøkonomisk gevinst av fleksibiliteten. Kartlegging av investeringene vil maksimere utnyttelsen av eksisterende ressurser i hele kraftsystemet. Løsningene kan medføre redusert pris i integrasjon av klimavennlige energisystem, som mest sannsynlig vil gi mer stabile kraftpriser. Det vil også gjøre forsyningen til sluttbrukeren mer regulerbar og dermed sikrere, samt kreve mindre systemdrift og mindre ubalanser.

Etter tildeling fra Olje- og energidepartementet har NVE utarbeidet rapporten «Langsiktig kraftmarkedsanalyse 2019-2040», som skal hjelpe i å forstå utviklingen i energimarkedet. Rapporten inneholder analyser basert på egne og utenforstående forutsetninger for hvilken retning markedet vil ta de neste årene. NVEs rapport tilsier at norske kraftpriser vil øke noe de neste årene, før den vil være nedadgående lengre inn i framtiden. De rapporterer, i likhet med Statnett, at volatiliteten vil øke. NVE argumenterer, som Statnett, for at den stigende prisvolatiliteten er grunnet økt andel uregulerbar produksjon i kraftsystemet. De nevner også at utfasing og innfasing av ny produksjonskapasitet, samt nye handelsforbindelser, vil spille sin rolle i markedets volatilitet. Alt er forutsatt at vi fortsatt har et fungerende CO<sub>2</sub>- og gassmarked.

Videre i rapporten nevnes at økte priser på utslipp, via kvotesystemet EU ETS, har vært avgjørende for prisoppgangen de seneste årene. Ytterligere innstramning og sterkere framtidig klimapolitikk vil ha samme effekt og vil videre øke prisene i årene som kommer. I 2018 ble det vedtatt at EU utsteder færre utslippskvoter, og at det innføres en såkalt markedsstabiliseringsreserve (MSR) med tilhørende slettemekanisme. MSR kan beskrives som et reguleringsverktøy, og forklares i rapporten som: «Hvis europeiske bedrifter sitter på mange ubrukte kvoter, vil en viss mengde nytstede kvoter overføres til reserven i stedet for å auksjoneres ut. Tilsvarende vil kvoter slippes ut av reserven hvis beholdningen av ubrukte kvoter blir mindre. Under visse forutsetninger vil deler av kvotene i reserven slettes. I så måte vil MSR balansere antallet kvoter i omløp, og i tur motvirke både ekstrem prisoppgang og – nedgang i CO<sub>2</sub>-prisen» (Gogia, et al., 2019). Dette vil medføre et høyere forventet nivå på CO<sub>2</sub>-prisen fremover. Det er videre forklart i rapporten at man forventer at prisen vil stige ytterligere før den igjen avtar ved overgang til mer «grønn» energiproduksjon. NVE forventer imidlertid at vind vil være den energitypen det vil være høyest produksjonsvekst på i framtiden, spesielt i Norden, og dermed i størst grad påvirke landene som handler på Nord Pool. Økende andel uregulerbar kraftproduksjon vil gjøre systemet desto mer væravhengig. Det forventes derimot at kraftproduksjonen vil stige i så stor grad at det genereres kraftoverskudd utover et normalår, som tilsier at kraftsystemet er bedre rustet til å takle slike variasjoner. Rapporten forventer en fordeling av kraftsystemet i Norden som beskrevet i figur 7.



Figur 7: NVEs antagelser om utvikling av nordisk kraftproduksjon mot 2040 (Gogia, et al., 2019)

Nordens kraftnettverk er under stadige utbedringer. Et stadig mer moderne samfunn legger til grunn for nødvendige utbedringer for tilstrekkelig tilgang på kraft. Bare i 2018 brukte de fire systemoperatørene Statnett (Norge), Kraftnät (Sverige), Fingrid (Finnland) og Energinet (Danmark) rundt 22 milliarder kroner på utbygging og opprustning av det nordiske kraftnettet (Hovland, 2019). Den økende etterspørselen etter strøm setter krav til et robust nettverk som tilstrekkelig kan føre kraften fra produsent til sluttkunde.

Videre kobles det nordiske kraftnettet i økende grad til kraftnettet i Europa og de baltiske landene, blant annet gjennom det omstridte prosjektet NorthConnect. NorthConnect er navnet for en planlagt kraftkabel mellom Norge og Storbritannia. Investeringen vil ha en prislapp på omkring 1,7 milliarder euro og en kapasitet på 1400 MW, som tilsvarer 12,2 terawattimer årlig (EnergiNorge, 2019). NVE mener kabelen både vil ha samfunnsøkonomisk lønnsomhet, samt stor miljøeffekt, da man gir Storbritannia og resten av Europa tilgang på fornybar overskuddsenergi. Ifølge analyser gjort av NVE vil slike utbygginger treffe det nordiske kraftmarkedet og både påvirke pris og prissvingninger. Prisen på kraft vil øke med 1-3 øre bare på grunnlag av NorthConnect prosjektet, og prisen vil da legge seg på et noe høyere gjennomsnittlig prisnivå (Lund, 2019). Grunnen til dette er Storbritannias overgang fra fossilt brensel til bærekraftig energi. Storbritannia sitt kraftnett er i stor grad avhengig av vind, både på nåværende tidspunkt og enda mer i framtiden. Ved å investere i en kabel som denne vil Norge kunne distribuere energi fra vannkraft når Storbritannias tilgang på vindkraft ikke er tilstrekkelig. Det vil føre til en samfunnsøkonomisk gevinst for Norge som nasjon, men prisen mot den enkelte forbruker vil øke noe i takt med utbygging av slike kabler. Ved utbygging av kraftnettverket ut av Norden vil volatiliteten i nasjonale kraftpriser avta i noen grad. Desto mer kraftnettet utbygges, desto mer handel er mulig. Dette kan videre utnyttes som en mekanisme for å sikre seg stabile priser på kraft. I et perfekt handelsmarked ville volatilitet vært særdeles lav. Det krever større og flere utbygginger av denne typen for at det skal gi store påvirkningene på volatiliteten.

Skal man oppsummere framtidsutsikten for kraftpriser, er det overgangen fra fossil til fornybar energi som er den største faktoren. Det er forventet at en økt andel uregulerbar kraftproduksjon vil øke prisvolatiliteten de neste årene, da den er mer avhengig av vær og vind. Volatiliteten vil derimot avta i grad med et utbedret kraftnettverk, forbedret fleksibilitetsteknologi og økt produksjonskapasitet fra fornybare energikilder.

## Opsjonsteori

Opsjoner, i energimarkedet, er et finansielt instrument knyttet til en underliggende eiendel. I dette tilfellet er den underliggende eiendelen kraft i form av elektrisk energi. En opsjon er en kontrakt som gir kjøperen rett, men ikke plikten til, å kjøpe (kjøpsopsjon) eller selge (salgsopsjon) den underliggende eiendelen (energi) til en forhåndsbestemt pris i løpet av en viss tidsperiode eller på en bestemt dato. Vi skiller som regel mellom to typer opsjoner; europeisk opsjon og amerikansk opsjon. Europeiske opsjoner kan utøves på en spesifikk utløpsdato, og kun på denne datoen. Med amerikanske opsjoner kan kjøperen velge å utøve opsjonen når som helst før utløpsdatoen (Tønnesson, 2019).

I denne oppgaven skal vi beregne verdien av såkalte spredningsopsjoner. En spredningsopsjon er en opsjon som får verdien sin fra spredningen i to eller flere eiendeler. Det trenger ikke nødvendigvis å være forskjellen mellom to eller flere eiendeler/råvarer. En spredningsopsjon kan også brukes til å se på den samme varen, og spredningen kan da være i form av tid, geografi eller spotpris versus kontraktspris (Downey, 2019).

Ved å beregne et utvalg av disse spredningsalternativene, kan vi se på den gjennomsnittlige utbetalingen for fleksibiliteten av å produsere energi mer strategisk.

Oppgaven vil kunne bruke spredningsopsjoner til å prise fleksibiliteten. Dette fordi fleksibiliteten kan formuleres som en payoff-funksjon, og en kan dermed bruke opsjonsteori for prising av fleksibilitet. Opsjonsteorien verdsetter spredning som ligger mellom optimal produksjon (beslutningsregel) kontra gjennomsnittlig produksjon. Kalkuleringen av opsjonsverdien beregnes for begge beslutningsreglene, samt for flere ulike metoder.

## Metode

Dette kapitlet skal gi innsikt i fremgangsmåte og tankegang underveis i metodene vi benytter i denne oppgaven. Metode kan forklares som den strukturelle tilnærmingen og fremgangsmåten som benyttes for å besvare en problemstilling. Det skal være en veileder for datainnsamling, samt analyse av innhentet av data (Saunders, Lewis, & Thornhill, 2015). I dette kapitlet vil vi se nærmere på hvordan vi har gått frem for å innhente nødvendig data og informasjon, og hvordan dette har blitt brukt for å besvare problemstillingen.

For å få en dypere innsikt og kompetanse på oppgavens fagområde har det vært nødvendig å innhente tidligere studier, artikler og annen relevant litteratur. Denne kunnskapen presenteres i oppgavens innledning og teoridel. Dette inkluderer teorier og metoder, men også mer generell informasjon vedrørende vannkraft, Lyse AS og markedssituasjonen. Dette arbeidet er i hovedsak gjort gjennom bøker, forskningsartikler og hjemmesider.

Den teoretiske kompetanse anvendes senere til å analysere og bearbeide innhentet data. Fem ulike kvantitative metoder av historiske data, eller simuleringer basert på historisk data, skal besvare problemstillingen med målbare resultater.

- *Empirisk metode.* Backtesting benytter de historiske tallene direkte til å vurdere produksjonsstrategien vi ønsker å analysere. Vi får på denne måten svar på hvor stor opsjonsverdien hadde vært for de analyserte årene.
- *Numerisk metode.* Innenfor numerisk metode har vi benyttet tre ulike modeller. Den første vil beregne en fleksibilitetsverdi som baserer seg på simulering av fremtidig data. Simuleringene har vi gjennomført ved bruk av Monte Carlo i Excel. Simuleringene vil ta utgangspunkt i mean reversion for utarbeidelse av prisbanene. I tillegg har vi benyttet oss av tidsseriemodeller, nærmere bestemt to ulike ARIMA-modeller. Disse estimerer hver sin prisbane som blir utgangspunkt for hver sin opsjonsverdi.
- *Analytisk metode.* Den tredje metoden er en prisingsmodell for opsjonsverdi kalt Kirk. Metoden er matematisk formulert og benytter de simulerte prisbanene fra Monte Carlo for å beregne en opsjonsverdi.

Vi har estimert alle prisingsmetodene mot to beslutningsregler. En beslutningsregel er en strategi for når Lyse skal produsere og selge elektrisitet. Beslutningsregelen skaper grunnlaget for hvorvidt Lyse klarer å skape en verdi av fleksibilitet i produksjonen. Vi går gjennom den metodiske tilnærmingen for hver modell og parameter i hvert sitt respektive kapittel.

## Validitet og reliabilitet

Validitet er et uttrykk for hvorvidt den kvantitative dataen er relevant for å belyse aktuelle problemstillinger. Reliabilitet ved kvantitativ metode er knyttet til pålitelighet og troverdighet av data og datainnsamling (Grønmo, 2020). Selve dataen og innsamlingsmetode redegjøres for i eget kapittel. Der vil det tydeliggjøres at datagrunnlaget for denne oppgaven fremstår både gyldig og troverdig.

## Data

Samtlige analyser som benyttes i denne oppgaven baseres direkte eller indirekte på historiske spotpriser i kraftmarkedet. Med indirekte mener vi at simuleringene som gjøres tar utgangspunkt i historiske prisbaner og mønster, mens backtesting er eksempel på direkte benyttelse av dataen for opsjonsverdi. Historiske spotpriser i kraftmarkedet defineres som kvantitative data. Det vil si at dataen foreligger i et analytisk sammenlignbart format, i dette tilfellet i tall (Grønmo, 2020). Dataen som samles inn er historisk, etterprøvable og tilgjengelig for alle. Dataen er hentet fra Nord Pool, Nordens markedsplass for elektrisitetshandel (Nord Pool, 2020), og er dermed hentet direkte fra gjeldende kraftmarked. Datasettene som er nedlastet er fra 2010 til og med 2019. Norge er delt inn i fem prissoner basert på geografisk beliggenhet. For Lyse AS er det først og fremst kraftpriser knyttet til prissone sør-vest Norge (NO2) som er gjeldende. Forrige justering av den aktuelle geografiske prissonen ble foretatt i 2008, noe som gjør at de innhentede tallene fremstår sammenlignbare for hele tidsperioden. Historisk prisdata for denne sonen blir derfor benyttet til våre analyser for Lysebotn 2.

Teknisk data knyttet til kraftverk og kraftproduksjon er hentet fra Lyse AS. Da vi tar utgangspunkt i Lysebotn 2, er dette data som kun Lyse AS besitter.

## Beslutningsregler

En beslutningsregel er en forutbestemt regel for under hvilken markedssituasjon man skal produsere og selge elektrisitet. Kompleksiteten av beslutningsregelen kan variere i stor grad, avhengig av hvor mange faktorer som integreres i regelen. En kompleks beslutningsregel vil være svært krevende å utforme. Grunnet oppgavens fokusområde og begrensninger vil vi ta utgangspunkt i mindre komplekse beslutningsregler.

I denne oppgaven har vi utformet to ulike algoritmer for når vannkraftverket skal produsere. Lyse AS har avanserte modelleringer basert på ulik data og prognoser. Vi har ikke tilgang på omfattende ukesanalyser og har derfor utformet to såkalt naive beslutningsregler. Det innebærer at de har liten kompleksitet og enkelt kan implementeres.

Beslutningsregel 1 tar utgangspunkt i at det kun skal produseres elektrisitet når spotprisen er stigende. Dersom den gjennomsnittlige ukesprisen er på et høyere nivå enn det som var tilfelle for foregående uke, så skal det produseres elektrisitet. Produksjonsmengden skal være maksimal for ukene som det produseres. Det vil si 61600 MWh i uka ved Lysebotn 2. Ved normalt tilsig tillater et slik produksjonsvolum i overkant av 24 produksjonsuker i året.

$$\begin{aligned}\bar{S}_t > \bar{S}_{t-1} &\rightarrow P_t = 61600 \text{ MWh} \\ \bar{S}_t < \bar{S}_{t-1} &\rightarrow P_t = 0\end{aligned}\tag{2}$$

$\bar{S}_t$  = Gjennomsnittlig spotpris inneværende uke

$\bar{S}_{t-1}$  = Gjennomsnittlig spotpris foregående uke

$P_t$  = Produksjonsvolum i inneværende uke



Beslutningsregel 2 er en utvidet variant av beslutningsregel 1. I tillegg til at det stilles krav til høyere spotpris for påfølgende uke, stilles det også krav om at spotprisen er høyere enn gjennomsnittet for inneværende år.

$$\begin{aligned} \bar{S}_t > \bar{S}_{t-1} \wedge \bar{S}_t > \bar{S}_{\text{år}} &\rightarrow P_t = 61600 \text{ MWh} \\ \bar{S}_t < \bar{S}_{t-1} \vee \bar{S}_t < \bar{S}_{\text{år}} &\rightarrow P_t = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

$\bar{S}_t$  = Gjennomsnittlig spotpris inneværende uke

$\bar{S}_{t-1}$  = Gjennomsnittlig spotpris foregående uke

$P_t$  = Produksjonsvolum inneværende uke

$\bar{S}_{\text{år}}$  = Gjennomsnittlig spotpris for inneværende år

## Empirisk metode

Empirisk metode er forskning hvor kunnskap er innhentet fra systematiske observasjoner og dokumentasjon. Metoden baserer seg derfor på det vi vet, og ikke det vi antar (Malt & Tranøy, 2018). I denne delen skal vi gå grundig gjennom metoden vi har benyttet innenfor dette feltet.

## Backtesting

Enhver deltaker i aksjemarkedet har sannsynligvis vurdert det potensielle resultatet dersom man hadde reagert annerledes på et tidspunkt. Backtesting er derfor kjent for mange på et enklere eller mer komplisert nivå, uten at man kanskje er bevisst på det.

Backtesting handler om å velge en strategi og gå tilbake i tid for å se hva som ville skjedd om strategien hadde blitt fullverdig gjennomført (Ni & Zhang, 2005). Bakgrunnen for en slik tilnærming vil derfor være en antakelse om at historien vil gjenta seg. Metoden baserer seg på at strategier som er velfungerende med historisk data også vil gjøre det godt i fremtiden. I de fleste tilfeller er dette en testmetode som er relativt enkel å anvende, hvor innhenting av historisk data kan være det mest omfattende momentet. For mer avanserte strategier og beslutningsregler kan utarbeidelse av komplekse algoritmer være nødvendig for å få en kvantifiserbar strategi. Dette gjør naturligvis metoden mer krevende.

På samme måte som det finnes ulike opsjoner i aksjemarkedet, har vannkraftprodusentene hele tiden en opsjon hvorvidt det skal produseres kraft. Riktignok kun dersom kapasiteten i vannmagasinet tillater det. For å teste en produksjonsstrategi kan man derfor benytte seg av historiske data for å vurdere avkastningen knyttet til strategien i et historisk perspektiv. En slik strategi vil i vårt tilfelle innebære en produksjonsstrategi som baseres på en beslutningsregel.

Våre utregninger er basert på historisk ukentlig spotpris for elkraft fra 2010 til 2019. Årlig snittpris varierer mellom 20-50 €/MWh, noe som gir utslag på volatilitetsberegningene. Prisene er også beregnet med antagelse om sesongvariasjon. Under vårt arbeid med spotpriser i kraftmarkedet har vi konkludert med at sesongvariasjonen er for betydelig til å utelukkes. Gjennomgang av historisk prisdata viser til at snittpris for vinterukene (uke 1-16 og uke 41-52) de siste 10 årene ligger på 37,91 €/MWh. Til sammenligning ligger gjennomsnittsprisen i sommerukene (uke 17-40) på 30,97 €/MWh. Dette tilsvarer en reduksjon i pris fra vinter til sommer i overkant av 19%.

#### *Fremgangsmetode*

Etter innhenting av historiske data benytter vi beslutningsreglene for å finne verdien av fleksibilitet. Verdien av fleksibilitet er karakterisert som spredningen i pris mellom beslutningsreglene og kontinuerlig produksjon, det vi kaller gjennomsnittsprisproduksjon. Vi benytter Excel sin «hvis» funksjon for å selektivt velge ut hvilke uker man ville produsert, med bakgrunn i kriteriene som beslutningsreglene innebærer. Disse ukene kategoriseres som «optimal» produksjon. Vi kalkulerer deretter hvor mye kraft (MWh) som produseres ved å se på hvor mange produksjonsuker beslutningsregelen tilfaller. Dette benyttes videre til beregningen av gjennomsnittlig pris for optimal produksjon. Gjennomsnittlig produksjon beregnes av det samme volumet produsert energi, men blir fordelt ut på samtlige uker. Dermed får vi samme produksjonsvolum, men fordelt på forskjellige uker. De enkelte produksjonsukene multipliseres med prisen for den gitte uken og trekkes fra slitasjekostnader for produksjon. Dermed har man årlig produksjonsinntekt for produksjon under «optimale» forhold og under gjennomsnittlige forhold. Differansen omregnes så til €/MWh som gir oss opsjonsverdien. Opsjonsverdien er i denne oppgaven verdien av fleksibilitet. Den regnes ut for både beslutningsregel 1 og 2. Denne måten å beregne spredningsopsjonen vil også benyttes ved Monte Carlo-simulering og ARIMA-modellene.

## Numerisk metode

Numerisk metode kjennetegnes ved bruk av algoritmer og numerisk approksimasjon for å beregne matematiske utfordringer. Det vil si at det ofte benyttes for å finne tilnærmede løsninger til krevende problemstillinger (Hervik, 2017). To eksempler på dette er Monte Carlo-simulering og ARIMA-modeller. Begge metodene vil bli grundig beskrevet i dette kapittelet.

### Monte Carlo-simulering

Monte Carlo-simulering har fått navnet fra gambling området i Monaco grunnet at tilfeldige utfall er et sentralt moment i metoden. I finansfaget er Monte Carlo mye benyttet for å se på fremtidig usikkerhet og risiko assosiert med en investering, og for prising av opsjoner. Simuleringen baserer seg på modeller med «brownske bevegelser», noe vi går nærmere inn på i neste underkapittel. Modellen bidrar til å visualisere potensielle utfall for å ha en bredere forståelse av risikoomfanget. Metoden skiller seg fra andre metoder, som molekylærdynamikk, ved at den baseres på stokastiske variabler. Algoritmene som anvendes i en slik simulering inneholder både stokastiske og tilfeldige variabler.

I vårt tilfelle er det modellen for mean reversion som benyttes i Monte Carlo-simuleringen. Mean reverting-modellen er konstruert for å simulere et år i kraftmarkedet med ukentlige priser ved bruk av Monte Carlo. Prissvingningene simuleres dermed 52 ganger for hver simulering. Modellen kjører 100 simuleringer for å få et bredere datagrunnlag. Dette gir oss et innblikk, samt en virtuell fremstilling over, hvor prisene vil ende etter 52 uker ut ifra en gjennomsnittlig spotpris som er kalkulert fra historisk data. Utfallsrommet benyttes så i beregning av opsjonsverdier (Grøn, 2017).

## *Stokastisk prosesser*

For å kunne simulere en mest mulig korrekt prismetode, er det viktig å etablere en forståelse for hvordan kraftprisene beveger seg.

Wiener-prosessen, også kalt brownsk bevegelse, baserer seg i utgangspunktet på bevegelsene til den brownske partikkelen (Doob, 1942). De stokastiske, fysiske bevegelsene har blitt overført til å beskrive bevegelsesmønsteret for spotpriser til eksempelvis olje og aksjer. De opptrer volatilt og uten betydelig forutsigbarhet.

En videre utvikling av Wiener-prosessen ble utarbeidet av Leonard Ornstein & George Eugene Uhlenbeck. De utviklet en modell som trekker de stokastiske bevegelsene mot et gjennomsnitt over tid (Doob, 1942). I stedet for å bevege seg helt tilfeldig, fant de ut at prisen kunne bevege seg stokastisk rundt et forutsigbart gjennomsnitt. I likhet med Wiener-prosessen betraktes Ornstein-Uhlenbeck prosessen som stasjonær. Denne modellen er gjentakende for å forklare bevegelsene i kraftmarkedet.

Senere forskning utfordrer tanken om at spotprisen er stokastisk. I 2002 påstod blant andre AJP Lange at fluktueringer rundt spotpris i kraftmarkedet i stor grad har vist seg å være deterministiske (Lange, Schavemaker, & Sluis, 2002). Dette innebærer at det foreligger en forutsigbarhet i hvordan markedet vil bevege seg utover at det reverserer mot et gjennomsnitt. De demonstrerte klare trender for hvordan kraftprisene beveger seg gjennom døgnet og uken. Denne forskningen bryter dermed med tanken om at Wiener-prosessen eller Ornstein-Uhlenbeck prosessen er egnede modeller for kraftprisen. Den kortsiktige forutsigbarheten er veldig ulik markedsprisene på aksjer, valuta, renter og vanlige råvarer som hvete eller olje, som følger en mer tilfeldig og stokastisk prisutvikling. Derfor vil ikke ordinær geometrisk brownsk bevegelsesteori gjelde for elektrisitetmarkedet (Lange, Schavemaker, & Sluis, 2002). De peker på tydelige mønstre som demonstrerer at etterspørsel kan være forutsigbar, og dermed vil også prisingen være det.

Påstanden om deterministisk prisutvikling er omstridt, og konsensus blant tidligere studier har vært å betrakte spotprisen som stokastisk.

### Mean reversion

Analysen vår benytter en mean reverting-modell. Mean reversion er basert på antagelsen om at prisen på eiendelen har en tendens til å gå tilbake til en gjennomsnittspris over tid. Avhengig av sesongmessig etterspørsel, produksjon og tilbud vil en kraftpris kunne ha en tendens til å bevege seg over eller under en gjennomsnittspris. Bevis for mean reversion i kraftmarkedet er blandet, og resultatene avhenger av region og sesong (Eydeland & Wolyniec, 2003). Escribano, Peña & Villaplana fant forøvrig bevis for mean reversion, blant annet i Nord Pool, ved å ta høyde for prishopp og heteroskedastisitet (Escribano, Peña, & Villaplana, 2001). Heteroskedastisitet kjennetegnes ved at en variabels standardfeil er uregelmessige over tid (Hayes, 2019).

På grunnlag av tidligere studier og resultat av deres analyser har vi kommet frem til at vi vil simulere prismetoden basert på en mean reversion. For å unngå en upresis modell vil vi ikke ta høyde for ekstraordinære prishopp i modellen (Huisman & Mahieu, 2003).

Mean reversion modeller kommer i flere sammensetninger. Vår modell er konstruert med hensyn til anvendelse i Excel, som muliggjør enkel beregning av tilfeldige variabler. Modellen som er benyttet i denne oppgaven er konstruert som følger:

$$\ln S_{t+1} = \ln S_t + k(\theta - \ln S_t)\Delta t + \sigma \varepsilon \sqrt{\Delta t} \quad (4)$$

- $\ln S_{t+1}$  er prisen vi estimerer i tid  $t+1$
- $\ln S_t$  er spotprisen beregnet som en gjennomsnittspris for den valgte tidsperioden  $t$
- $k(\theta - \ln S_t)\Delta t$  er hastigheten som prisen svinger og tilbakefører prisen til gjennomsnittet
- $\sigma \varepsilon \sqrt{\Delta t}$  er faktoren som sjokker prisen og får prisen til å avvike fra gjennomsnittet.

Epsilon ( $\varepsilon$ ) er faktoren som får prisen til å fluktuere fra gjennomsnittet. Den er sentral i utøvelsen av Monte Carlo-simulering, da den legger grunnlaget for endringer i prisen og dermed prisbanene. Faktoren fungerer i denne sammenheng som en stokastisk variabel. Variabelen varierer dermed tilfeldig innenfor et gitt utfallsrom. I Excel er variabelen definert av formelen `NORM.S.INV(RAND())` og benyttes for å skape tilfeldige prissvingninger. Formelen benytter `RAND` for å trekke tilfeldige tall, mens den benytter `NORM.S.INV` for å sørge for at de tilfeldige tallene har en normalfordeling.

Basert på historisk data er det forventet en sesongjustering av prisen på -19% for sommersesongen. Sesongjusteringen er implementert i modellen ved bruk av en sesongfaktor. Sesongfaktoren faller ned mot -38% i midterste uken på sommeren før den stiger igjen. Denne multipliseres med den simulerte prisen. På denne måten blir den gjennomsnittlige sesongfaktoren for hele sommeren -19%, samtidig som den virker gradvis.

### Parametere

I vår mean reverting Monte Carlo-simulering har vi flere parametere som modellen er bygd på, som vist i formel 4. Enkelte av disse parameterne danner også grunnlag for Kirks tilnæringsmetode. I dette kapittelet vil vi gå gjennom grunnlaget for hver parameter.

### Risikofri rente

Som risikofri rente benyttes 12 måneders statskasseveksler hentet direkte fra Norges bank sine nettsider. Vi benytter seneste tilgjengelige verdi (26.5.2020), som er på 0,01% (Norges Bank, 2020). Det må forøvrig nevnes at denne renten har sunket kraftig den siste tiden grunnet Covid-19. Norges Bank har dermed kommet med gjentakende rentekutt i et forsøk på å stimulere til økt aktivitet i norsk økonomi. Statskasseveksler følger vanligvis verdien på statsobligasjoner, men har en tendens til å være noe lavere. Vi benytter statskasseveksler, da dette er det mest brukte av de to i utregning av derivater.

### Time-step

Time-step indikerer hvor stort tidssprang hvert simulerte tall representerer. Da vi forholder oss til ukentlig data vil denne parameteren kalkuleres som  $1/52$ , da vi har 52 uker i et år.

$$\Delta t = \frac{1}{52} = 0,0192 \quad (5)$$

## Mean reversion nivå

Mean reversion nivå gir grunnlaget for hvilket nivå prisbanene skal bevege seg rundt. På grunn av ulike gjennomsnittspriser for de ulike sesongene må mean reversion nivå sesongjusteres. Gjennomsnittsprisene for vinter og sommer er basert på dataen mellom 2010 og 2019. De gir oss vinterpris på 37,91€/MWh og sommerpris på 30,97€/MWh. Da vi benytter logaritmen av spotpris i modellen, må også mean reversion nivå oppgis som logaritmen av de to gjennomsnittsprisene

Mean reversion nivå vinter

$$\theta_v = \ln 37,91 = 3,635 \quad (6)$$

Mean reversion nivå sommer

$$\theta_s = \ln 30,97 = 3,433 \quad (6)$$

## Mean reversion rate

Mean reversion rate refererer til hvilken grad spotprisen beveger seg mot gjennomsnittet. Den kan betraktes som en tyngdekraft som trekker spotprisen inn mot mean reversion nivå. Høy mean reversion rate indikerer derfor en spotpris som beveger seg hurtig mot mean reversion level. Mean reversion rate finner vi ved å foreta en regresjonsanalyse av logaritmen av endring i ukentlig pris ( $Y$ ) mot logaritmen av pris ( $X$ ):

$$Ydt = a + bX \quad (7)$$

Betakoeffisient i regresjonslikningen representerer mean reversion raten. Denne må multipliseres med 52 (uker i året) for å få en tilpasset parameter til modellen. Regresjonen gir oss følgende output:

	Koeffisienter	t-statistikk
Significance F	0,00	N/A
R squared	0,02	N/A
Observasjoner	520	N/A
Skjæringspunkt	34,67	62,94
Beta-koeffisient	-0,51	-3,55

Tabell 1: Regresjon mean reversion rate

Vi ser at hele regresjonen er signifikant med «Significance F» på 0,0004. Dette gjelder også betakoeffisienten da vi oppnår en t-statistikk på -3,55. Videre ser vi en lav verdi av justert R<sup>2</sup> (R squared) på 0,02, som tilsier at det er en lav andel av variansen i den uavhengige variabelen som kan forklares av regresjonen. En signifikant beta-koeffisient indikerer derimot at vi kan benytte oss av betakoeffisienten som verdi for beregning av mean reversion. Regresjonsligningen utgjør da:

$$Ydt = 34,67(62,94) + 0,51(3,55)X \quad (7)$$

For å tilpasse mean reversion raten til en årlig simulering multipliserer vi videre betakoeffisienten med 52 uker, som fører til:

$$\text{Mean reversion rate } (k) = (-0,51) \times (-52) \approx 26,55 \quad (8)$$

### Volatilitet

Hvor store avvikene i spotprisen er fra mean reversion level estimeres av volatiliteten. Volatilitet er beregnet som standardavviket til «logreturn», som forenklet kan kalles ukessavkastning. Ukessavkastning er den naturlige logaritmen av ukessprisens relative avkastning med forrige ukesspris. Da vi har ukentlige data må vi annualisere volatiliteten. Dette gjøres ved å multiplisere ukentlig volatilitet med kvadratroten av antall uker i året.

$$\sigma = \text{Standardavvik}(\ln R) * \sqrt{52} \quad (9)$$

$\sigma$  = annualisert volatilitet

ln = naturlig logaritme

$R$  = ukessavkastning =  $\ln\left(\frac{P(t)}{P(t-1)}\right)$ , hvor P er spotpris.



For å fange forskjellen i sesongene har vi beregnet en annualisert volatilitet for vinteren, og en annualisert volatilitet for sommeren. På denne måten får vi sesongjustert Monte Carlo-simuleringen med volatilitet også. Vinterperioden er definert som uke 1-16 og uke 41-52, mens sommerperioden er definert som uke 17-40. Standardavviket er dermed beregnet på ln av return for de gjeldene ukene i perioden. Dermed er utregningene som følger.

$$(sommer) = Standardavvik(Rsommer) * \sqrt{52} = 0,975 \quad (9)$$

$$(vinter) = Standardavvik(Rvinter) * \sqrt{52} = 0,894 \quad (9)$$

### Tidsseriemodeller (ARIMA)

Sammen med eksponentiell utjevning er ARIMA-modeller den vanligste fremgangsmåten for å lage fremtidige prognoser av tidsserier. Modellen har som hensikt å beskrive autokorrelasjon i den innhentede dataen (Athanasopoulos & Hyndman, 2018). Dette gjør den ved å predikere en eller flere variabler, ved å bruke en lineær kombinasjon av tidligere verdier for variablene.

### *Tidsseriers stasjonæritet*

For å kunne verifisere analyseresultatene av en tidsserie må dataen som benyttes være stasjonær. Dette innebærer at all data er likegyldig, uavhengig av tidspunkt i datasettet. En slik serie blir derfor ansett som fullstendig uforutsigbar. Det er i hovedsak 3 krav til en stasjonær tidsserie:

**i**, Gjennomsnittsverdien av  $E(Y_t)$  forblir lik for hele perioden. Den er med andre ord tidsuavhengig.

$$E(Y_t) = u, \forall t \quad (10)$$

Hvor  $u$  er lik for alle ( $\forall$ ) verdier for  $t$ .

**ii,** Variansen av  $E(Y_t)$  forblir lik for hele perioden.

$$V(Y_t) = \sigma^2, \forall t \quad (11)$$

Hvor  $\sigma^2$  er lik for alle ( $\forall$ ) verdier for  $t$ .

**iii,** Kovariansen mellom  $Y_t$  og  $Y_{t-s}$  er tidsuavhengig, men kan avhenge av lengden for  $s$ .

$$\text{Kovarians}(Y_t, Y_{t-s}) = \gamma_s \quad (12)$$

Tidsserier som bryter med ett eller flere av disse kravene vil ikke være stasjonære. Det betyr at tidsserier som viser sesongforskjeller eller trender bryter med prinsippene for stasjonærhet. Stasjonære og ustasjonære tidsserier vil ha ulike egenskaper og oppførsel. Regresjon av ustasjonære tidsserier vil gi meningsløse og misledende resultater (Mushtaq, 2011).

#### *Augmented Dickey-Fuller test*

For å sikre at tidsserien er stasjonær kan vi foreta en Augmented Dickey-Fuller (ADF) test, som er en utvidelse av den enklere Dickey-Fuller testen. Utvidelsen innebærer en ekstra variabel som tester en lagget avhengig variabel for enhetsrot. Enhetsrot (unit root) er en parameter på hvorvidt en variabel er avhengig av tidligere verdier av variabelen. Dersom p-verdien er under kritisk nivå kan man avslå nullhypotesen, og slå fast at tidsserien er stasjonær (Mushtaq, 2011).

#### *Ljung Box-test*

Ljung Box-test er en annen test som brukes for å sjekke tidsseriens stasjonærhet. Testen vurderer autokorrelasjonen. Dersom autokorrelasjonen for de første  $x$ -antall leddene er over kritisk verdi, vil testen tilsi at tidsserien er stasjonær. Det er altså en motsatt nullhypotese for Box-testen hvor høy p-verdi indikerer stasjonærhet.

### ARIMA modell

En auto regressiv modell indikerer at det er en regresjon av variabelen mot seg selv. En auto regressiv modell av  $p$ -orden (AR( $p$ ) modell) kan uttrykkes på denne måten:

$$\gamma_t = c + \phi_1\gamma_{t-1} + \phi_2\gamma_{t-2} + \dots + \phi_p\gamma_{t-p} + \varepsilon_t \quad (13)$$

Auto regressiv er bokstavene AR i ARIMA. IMA står for integrert bevegende gjennomsnitt (eng. «Integrated moving average»). En bevegende gjennomsnittsmoell benytter tidligere prognoseringsfeil eller støy i en regresjonsliknende modell. Den benytter dermed  $\varepsilon_t$  leddet, ofte omtalt som hvit støy, til å predikere variabelen. MA( $q$ ) modell kan uttrykkes slik:

$$\gamma_t = c + \varepsilon_t + \theta_1\varepsilon_{t-1} + \theta_2\varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_q\varepsilon_{t-q} \quad (14)$$

Ved å kombinere de to modellene får vi en ikke-sesongbasert ARIMA modell.

$$\gamma'_t = c + \phi_1\gamma'_{t-1} + \dots + \phi_p\gamma'_{t-p} + \theta_1\varepsilon_{t-1} + \dots + \theta_q\varepsilon_{t-q} + \varepsilon_t \quad (15)$$

En slik modell kalles en ARIMA( $p, d, q$ ) modell.  $p$  indikerer nivå av den auto regressive delen,  $d$  indikerer grad av første differensiering og  $q$  indikerer nivå av det bevegende gjennomsnittet. Første differensiering kan kort beskrives som andelen endringer fra en periode til den andre.

Det er mulig å tilpasse en ARIMA modell til å lage en prognose basert på sesongjustert data eller stasjonær data. De sesongbaserte faktorene multipliseres med de ikke-sesongbaserte faktorene, og vi får dermed en ARIMA( $p, d, q$ )( $P, D, Q$ ) $m$  modell. ( $P, D, Q$ ) representerer de ikke-sesongbaserte faktorene og « $m$ » representerer antall observasjoner i året. Modellen kan uttrykkes på denne måten:

$$(1 - \phi_1 B)(1 - \phi_1 B^m)(1 - B)(1 - B^m)y_t = (1 + \theta_1 B)(1 + \theta_1 B^m)\varepsilon_t \quad (16)$$

En ARIMA-modell er et nyttig verktøy som kan gi innsikt i sesongmønstre, resultater eller andre sentrale aspekter i bedriften. En slik modell vil kunne gi en kalkulert prisprognose som kan benyttes til å ta beslutninger for fremtiden eller vurdere tidligere beslutninger. I vårt tilfelle vil den også danne grunnlag for en opsjonsverdi i beregningen av verdien av fleksibilitet i Lysebotn 2.

### *Fremgangsmetode*

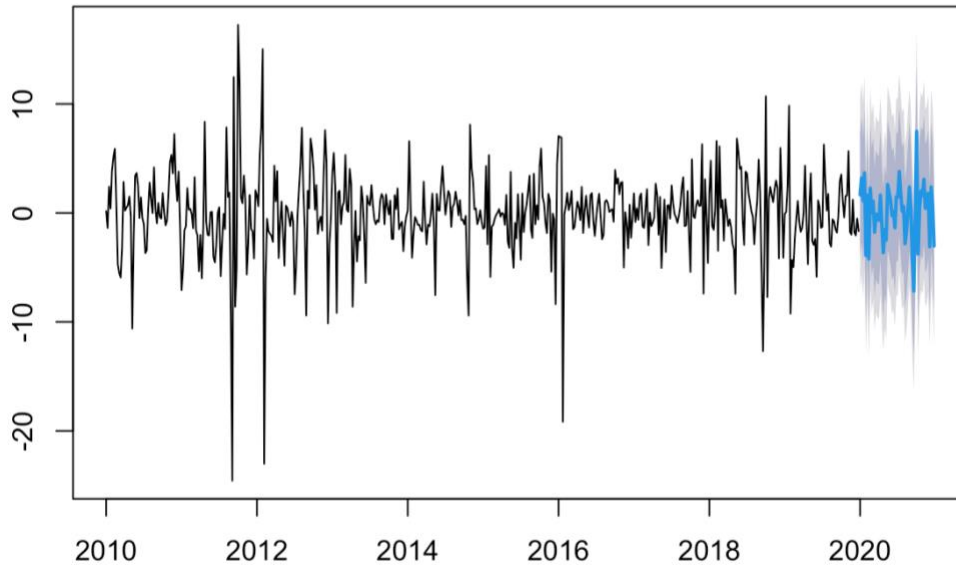
Innhentet data for elektrisitetsprisene viser en tydelig sesongpåvirket prisbane. Det bekreftes også at tidsserien ikke er stasjonær gjennom en autokorrelasjonsfunksjon og ADF-testen. Vi velger derfor å gjøre ukedprisene om til ukedavkastning. På denne måten oppnår vi stasjonærhet i tidsserien.

Dataformat	Dickey-Fuller verdi	lag-order	p-verdi
Spotpriser	2,79	8	0,25
Avkastning	9,49	8	0,01

Tabell 2: Resultater ADF for avkastning og spotpriser

Som vi kan se av tabell 2 så vil spotprisene med en p-verdi på 0,25 bli klassifisert som ikke-stasjonære. For avkastning på prisene i tabell 2 får vi derimot en p-verdi godt under kritisk verdi på 0,05. Nullhypotesen kan forkastes og tidsserien kan bekreftes stasjonær.

Da vi har dokumentert at det i utgangspunktet foreligger klare sesongsvingninger i dataserien, ønsker vi at ARIMA-modellen skal lage en prognose som tar høyde for sesonger. Vi tvinger derfor ARIMA-modellen til å ta høyde for sesongsvingninger, ved å gjennomføre funksjonen `autoarima` og sette  $D=1$ . R-studio tilpasser da den beste ARIMA-modellen for tidsserien og sesongjusterer estimatet. Prognosen er illustrert i figur 8.



Figur 8: Prognose ARIMA(5,0,2)(1,1,0)[52]

ARIMA-modellen har predikert ukentlig avkastning for de neste 52 ukene. ARIMA-modellen estimerer ARIMA(5,0,2)(1,1,0) som den best tilpassede for datasettet. Prisbanen som ARIMA-modellen har predikert, se figur 8, benyttes til å beregne opsjonsverdi ved de to beslutningsreglene.

For å få enda en test av opsjonsverdien ønsker vi å kjøre en  $AR(p)$  modell som kan integreres i Excel. ARIMA-modellen vil da kun inneholde en orden av  $p$ . Både  $d$  og  $q$  vil være lik 0 i modellen. For å avgjøre hvilke orden av  $p$  vi skal benytte foretar vi en AIC (Akaike's Information Criterion). Metoden ble utviklet av Hirotogu Akaike i 1973, og utviklet seg kjapt til å bli den mest brukte for modellseleksjon. Resultatene av metoden har kun funksjon som et sammenligningsgrunnlag mellom ulike modeller. Modellen med lavest AIC score vil være best tilpasset for AR-modellen (Zajic, 2019). Vi benytter en enkel kommando i R-studio som finner lavest AIC score for ulike orden av  $p$ . Av dette finner vi at 6 orden av  $p$  har lavest AIC og dermed gir den best tilpassede AR-modellen.

I våre beregninger benytter vi derfor en  $AR(6)$  modell for å kunne etablere en regresjonslikning som kun tar utgangspunkt i tidligere spotpris. I R-studio konstruerer vi ARIMA(6,0,0) som tar utgangspunkt i seks tidligere tidsperioder. Likningen med seks koeffisienter knyttes deretter opp mot tidligere avkastning på historiske spotpriser i Excel. På denne måten estimerer vi en prisbane ved hjelp av regresjonslikningen. Denne prisbanen danner igjen grunnlag for en opsjonsverdi ved beslutningsreglene.

## Analytisk metode

Denne metoden benytter matematiske uttrykk med kjente operasjoner, som multiplikasjon eller logaritme, for å beregne et resultat. Vi har vurdert flere metoder for opsjonsprising innenfor dette metodefeltet, for å finne frem til den metoden som egner seg best for vår problemstilling. Nedenfor vil vi kort forklare tre av dem. Black-Scholes karakteriseres som den mest kjente og mest anvendte teorien av metodene. Dette var også den metoden som hadde størst grad av nytenkning ved publikasjon, og er desidert mest benyttet av matematikere i moderne tid. Dessuten var det denne metoden som la grunnlaget for de andre metodene vi har valgt å vurdere, nemlig Margrabe- og Kirkmetoden.

### Black-Scholes Metoden

Black Scholes modellen, også kjent som Black-Scholes-Merton modellen, er en matematisk modell for prising av opsjoner. Modellen kan uttrykkes som følger:

$$C = S_t N(d_1) - X e^{-rt} N(d_2) \quad (17)$$

$$d_1 = \frac{\ln \frac{S_t}{K} + \left(r + \frac{\sigma_v^2}{2}\right) t}{\sigma_s \sqrt{t}} \quad d_2 = d_1 - \sigma_s \sqrt{t}$$

C = Call-opsjons pris

$S_t$  = Gjeldende pris for aksje/råvare

X = Utøvelsespris

r = Risikofri rente

t = Tidsperiode

N = Standard normal kumulativ sannsynlighetsfunksjon

$\sigma$  = Volatilitet

Grunnlaget for modellen ble utarbeidet og publisert av Fischer Black og Myron Scholes i 1973. Robert Merton utviklet formelen etter publiseringen, noe som bidro til at han sammen med Scholes kunne motta Nobelprisen i økonomi for deres arbeid (Kenton, 2020). Modellen var revolusjonerende, og er fremdeles svært anerkjent for prising av europeiske opsjoner. Såkalte amerikanske opsjoner uten et forhåndsbestemt utøvelsestidspunkt er ikke dekket av Black Scholes modellen. Den er også basert på flere antakelser som kan virke begrensende og usannsynlige. Antakelser som at risikofritrente og volatilitet forblir lik under hele opsjonsperioden kan gjøre formelen mer teoretisk enn praktisk.

Lyse AS kan betrakte beslutningen om å produsere som en europeisk opsjon, se formel 1. I og med at vi beregner verdien ved å produsere på ukentlig basis kan hver søndag anses som utøvelsestidspunktet, altså dagen du bestemmer om du vil produsere i uken som kommer. En ukentlig opsjon reduserer også risikoen for at volatilitet og risikofri rente endres markant i løpet av opsjonsperioden.

#### Margrabe

Ved bruk av Black-Scholes som grunnlag, utviklet William Margrabe en lignende modell for prising av spredningsopsjoner uten utøvelsespris. Modellen var opprinnelig generert for å beregne opsjonsverdien av å trade en eiendel mot en annen eiendel, begge risikable i form av fremtidig usikkerhet i pris (eksempelvis aksjer eller verdipapirer). Modellen kan forklares som en kalkulering av en spredningsopsjon med utøvelsespris lik null.

$$C_o = e^{-rt}[F_1N(d_1) - F_2N(d_2)] \quad (18)$$

$$d_1 = \frac{\left[ \ln\left(\frac{F_1}{F_2}\right) + \frac{1}{2}\sigma^2t \right]}{\sigma\sqrt{t}} \quad d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{t}$$

C = Call-opsjons pris

$F_1$  = Pris råvare 1 /tidspunkt 1/ geografisk 1

$F_2$  = Pris råvare 2/ tidspunkt 2/ geografisk 2

r = Risikofri rente

t = Tidsperiode

N = Standard normal kumulativ sannsynlighetsfunksjon

$\sigma$  = Volatilitet (Margrabe/Kirk)

En av faktorene som skiller Margrabe fra Black-Scholes er hvordan volatilitet beregnes. Der Black-Scholes tar utgangspunkt i at volatiliteten holdes konstant gjennom hele kontraktperioden, tar Margrabe-modellen høyde for at det er forskjell i volatilitet mellom eiendeler eller tid, altså spredningen. Beregningen av volatilitet kan beskrives av følgende formel:

$$\sigma = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho_{1,2}\sigma_1\sigma_2} \quad (19)$$

Kirk (1995) tilnæringsmetode

Kirks tilnærming er en annen metode for å verdsette europeiske spredningsopsjoner. Det er enkelt å sammenligne Kirks formel med Margrabe-formelen. Den eneste forskjellen er innarbeidelse av en kostnadsfaktor, X, i formelen. Dette er utøvelsesprisen for opsjonen. Kirks tilnæringsmetode blir mye benyttet i finanssektoren og energimarkeder, da den har vist seg å være anvendelig, men også presis. Kirks tilnæringsformel går som følger:

$$C_o = e^{-rt}[F_1N(d_1) - (F_2 + X)N(d_2)] \quad (20)$$

$$d_1 = \frac{[\ln\left(\frac{F_1}{F_2 + X}\right) + \frac{1}{2}\sigma^2t]}{\sigma\sqrt{t}} \quad d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{t}$$

C = Call-opsjons pris

$F_1$  = Pris råvare 1 /tidspunkt 1/ geografisk 1

$F_2$  = Pris råvare 2/ tidspunkt 2/ geografisk 2

X = Utøvelsespris

r = Risikofri rente

t = Tidsperiode

N = Standard normal kumulativ sannsynlighetsfunksjon

$\sigma$  = Volatilitet (Margrabe/Kirk)



## Valg av prissettingsmetode

Basert på våre funn konkluderte vi med at Kirk (1995) sin tilnæringsmetode var riktig å anvende i vår oppgave. Dette på bakgrunn av hva vi kalkulerer og hvilke parametere vi har anskaffet. På samme måte som Margrabe, beregnes volatilitet med høyde for endring i volatilitet mellom sesonger. Metoden er godt egnet for spredningsopsjoner med tilhørende utøvelsespris. I våre beregninger kan utøvelsesprisen representeres med slitasjekostnaden som fremkommer i bruken av vannkraftverket. Slitasjekostnaden er en gjennomsnittlig beregning av kostnaden Lyse AS har på å skru av og på et vannkraftverk. Margrabe tar derimot ikke hensyn til utøvelsespris og er dermed mindre hensiktsmessig i dette tilfellet. Utøvelsesprisen som benyttes blir kostnaden for å skru av og på vannkraftverket, delt på det ukentlige produksjonsvolumet. På denne måten får vi en kostnad i €/MWh som kan brukes direkte i Kirks tilnæringsmetode.

Aktuell avkastningsfunksjon repeteres som:

$$c = \text{Max}(S_t - S_g - X, 0) \quad (1)$$

$S_t$  = Gjennomsnittlig spotpris beslutningsregel

$S_g$  = Gjennomsnittlig spotpris

$X$  = Utøvelsespris

Vi har valgt å benytte de simulerte prisene fra Monte Carlo-simuleringen som grunnlag for spredningsopsjonen i Kirk. Spotprisene er derfor en snittverdi for de 100 Monte Carlo-simuleringene.

## Resultater

For samtlige metoder har vi beregnet en opsjonsverdi. Denne opsjonsverdien er beregnet ut ifra de to beslutningsreglene sammenlignet med gjennomsnittsproduksjon. Det årlige produksjonsvolumet bestemt av beslutningsreglene vil også være produksjonsmålet for gjennomsnittsproduksjonen. Ved samme produksjonsvolum blir dermed prisen som oppnås med de ulike metodene avgjørende for opsjonsverdien. Denne prisforskjellen blir da grunnlaget for opsjonsverdien. Ved negativ verdi vil ikke opsjonen utøves, avkastning og opsjonsverdi vil da være lik 0.

### Empirisk metode - Backtesting

Med bakgrunn i historiske priser fra år 2010 til og med 2019 har vi beregnet oss frem til avkastning ved fleksibel anvendelse av kraftverket kontra gjennomsnittlig avkastning med samme årlig produksjonsvolum.

Beslutningsregel 1 som er benyttet og tidligere forklart gjentas som:

$$\begin{aligned} \bar{S}_t > \bar{S}_{t-1} &\rightarrow P_t = 61600 \text{ MWh} \\ \bar{S}_t < \bar{S}_{t-1} &\rightarrow P_t = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

Beslutningsregel 1 indikerer produksjon dersom ukesprisen i uke t er høyere enn i uke t-1. Formelen som benyttes i Excel for å bestemme hvilke uker som fanges opp av beslutningsregel 1 er konstruert som:

$$= \text{HVIS}(\bar{S}_t > \bar{S}_{t-1}; S_t \times 61600; 0)$$

Modellen estimerer dermed hvilke uker, basert på historiske priser, man ville produsert kraft etter beslutningsregel 1. De årlige resultatene for beslutningsregel 1 er lagt frem i tabell 3.

Backtest - beslutningsregel 1 - inntekt					
År	Optimal	Gjennomsnitt	Slitasjekost	Avkastning	Opsjonsverdi €/MWh
2010	€ 105 512 700,33	€ 100 647 284,07	€ 10 000,00	€ 4 865 416,27	2,47
2011	€ 56 197 822,50	€ 56 503 446,98	€ 9 000,00	€ -	0,00
2012	€ 49 762 257,92	€ 46 684 287,14	€ 8 000,00	€ 3 077 970,78	1,92
2013	€ 69 963 201,31	€ 66 747 980,18	€ 10 000,00	€ 3 215 221,13	1,80
2014	€ 42 355 883,02	€ 41 882 792,39	€ 9 000,00	€ 473 090,64	0,31
2015	€ 27 030 094,95	€ 26 963 573,15	€ 13 500,00	€ 66 521,80	0,05
2016	€ 48 343 403,74	€ 46 633 490,30	€ 11 000,00	€ 1 709 913,44	0,93
2017	€ 45 754 057,78	€ 44 400 366,85	€ 14 000,00	€ 1 353 690,93	0,88
2018	€ 81 337 256,00	€ 77 227 789,69	€ 10 000,00	€ 4 109 466,31	2,30
2019	€ 52 722 208,00	€ 50 875 795,38	€ 9 000,00	€ 1 846 412,62	1,43

Tabell 3: Backtest - Inntekt ved beslutningsregel 1

På bakgrunn av historiske priser har vi funnet en opsjonsverdi i €/MWh ved beslutningsregel 1. Dette gir en fleksibilitetsverdi:

Gjennomsnittlig opsjonsverdi €/MWh	€	1,2
------------------------------------	---	-----

Tabell 4: Backtest - Gjennomsnittlig opsjonsverdi ved beslutningsregel 1

Beslutningsregel 2 er også forklart og gjentas som følger:

$$\begin{aligned} \bar{S}_t > \bar{S}_{t-1} \wedge \bar{S}_t > \bar{S}_{\text{år}} &\rightarrow P_t = 61600 \text{ MWh} \\ \bar{S}_t < \bar{S}_{t-1} \vee \bar{S}_t < \bar{S}_{\text{år}} &\rightarrow P_t = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

Beslutningsregel 2 velger å produsere dersom ukesprisen i uke t er høyere enn i uke t-1, samt at prisen i uke t er høyere enn snittpris for året. Formelen som er benyttet i Excel for å bestemme hvilke uker som fanges opp av beslutningsregel 2 er konstruert som:

$$=HVIS(OG(\bar{S}_t > \bar{S}_{t-1}; \bar{S}_t > \bar{S}_{\text{år}}); S_t \times 61600; 0)$$

Resultatene for backtesting med beslutningsregel to forklares i tabell 5:

Backtest - beslutningsregel 2 - inntekt					
År	Optimal	Gjennomsnitt	Slitasjekost	Avkastning	Opsjonsverdi €/MWh
2010	€ 47 222 142,0	€ 37 742 731,5	€ 3 000,0	€ 9 479 410,5	€ 12,82
2011	€ 26 085 425,7	€ 19 776 206,4	€ 4 000,0	€ 6 309 219,2	€ 14,63
2012	€ 35 309 636,6	€ 26 933 242,6	€ 5 000,0	€ 8 376 394,0	€ 9,07
2013	€ 40 333 700,3	€ 34 524 817,3	€ 6 000,0	€ 5 808 883,0	€ 6,29
2014	€ 29 943 723,5	€ 515 480,5	€ 5 500,0	€ 29 428 243,0	€ 29,86
2015	€ 19 244 885,3	€ 14 707 403,5	€ 8 000,0	€ 4 537 481,7	€ 6,14
2016	€ 22 222 129,1	€ 17 098 946,4	€ 5 000,0	€ 5 123 182,6	€ 7,56
2017	€ 31 199 517,8	€ 28 416 234,8	€ 10 000,0	€ 2 783 283,0	€ 2,82
2018	€ 52 571 288,0	€ 45 271 462,9	€ 6 000,0	€ 7 299 825,1	€ 6,97
2019	€ 31 144 960,0	€ 26 649 226,2	€ 7 000,0	€ 4 495 733,8	€ 6,63

Tabell 5: Backtest - Inntekt ved beslutningsregel 2

På bakgrunn av historiske priser har vi funnet en opsjonsverdi i €/MWh ved beslutningsregel 2. Dette viser fleksibilitetsverdien:

Gjennomsnittlig opsjonsverdi €/MWh	€	10,3
------------------------------------	---	------

Tabell 6: Backtest - Gjennomsnittlig opsjonsverdi ved beslutningsregel 2

#### Numerisk metode - Monte Carlo-simulering

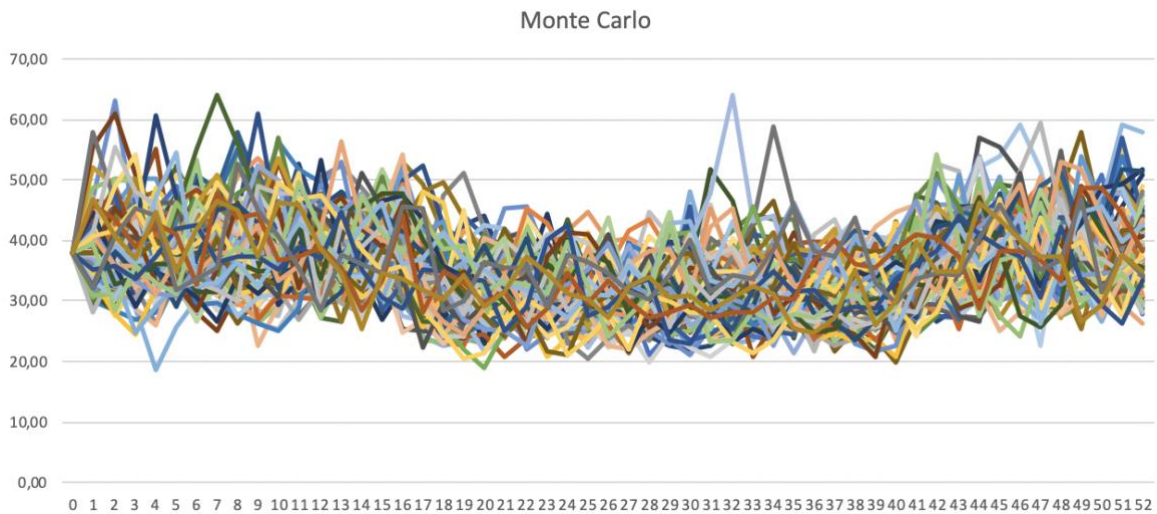
Monte Carlo-simuleringen er gjort ved bruk av følgende mean reversion formel som illustrert tidligere i oppgaven:

$$\ln S_{t+1} = \ln S_t + k(\theta - \ln S_t)\Delta t + \sigma \varepsilon \sqrt{\Delta t} \quad (4)$$

Ved å sette inn de kalkulerte parameterne med epsilon som den tilfeldige variabelen har vi simulert følgende formel 100 ganger:

$$\ln S_{t+1} = \ln(37,91) + 1,00 \times (3,2 - \ln(37,91)) \cdot 0,02 + 0,09 \times \varepsilon \times \sqrt{0,02}$$

Utfallsrommet for Monte Carlo-simuleringen er illustrert i figur 9.



Figur 9: Prisbaner Monte Carlo-simulering

Simuleringen av 100 prisbaner gjør at resultatet er fordelaktig presentert som en graf, hvor utregningen av årlig avkastning er beregnet på samme måte som i formel 1, bare med årlig faktorer:

$$R_{sim\theta} = P_{besX} - P_{gpr} - C_{besX} \quad (21)$$

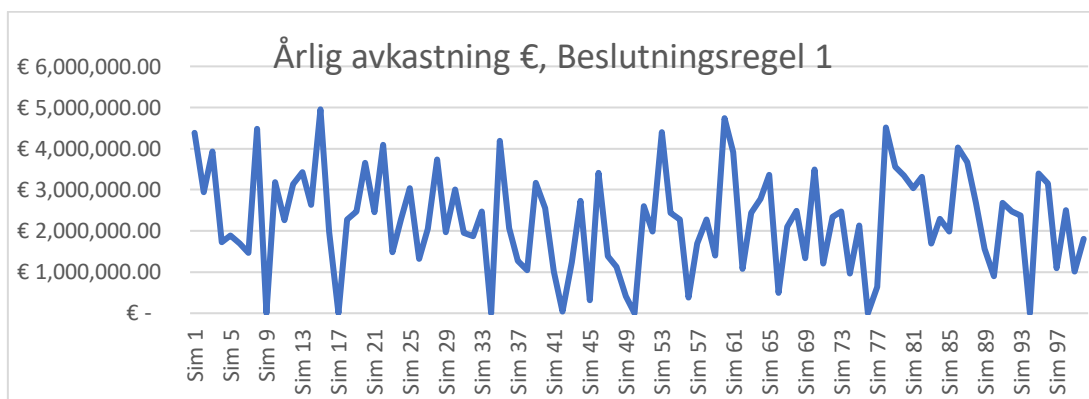
$R_{sim\theta}$  = Avkastning for simulering  $\theta$

$P_{besX}$  = Årlig inntekt for beslutningsregel X

$P_{gpr}$  = Årlig inntekt for gjennomsnittsproduksjon

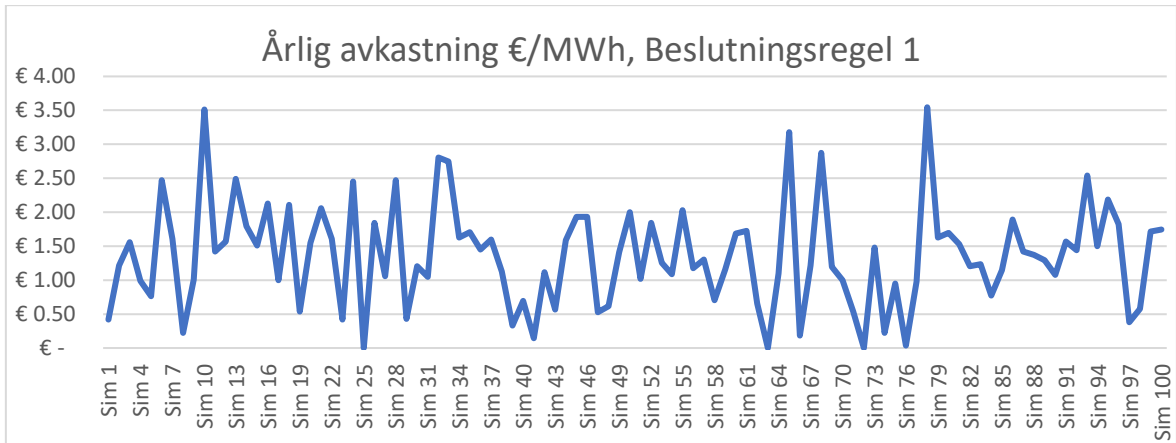
$C_{besX}$  = Slitasjekostnad ved beslutningsregel X

Årlig avkastning for opsjonen blir derfor  $\text{Max}(R_{sim\theta}, 0)$  og er illustrert i figur 10:



Figur 10: Årlig avkastning Monte Carlo – Beslutningsregel 1

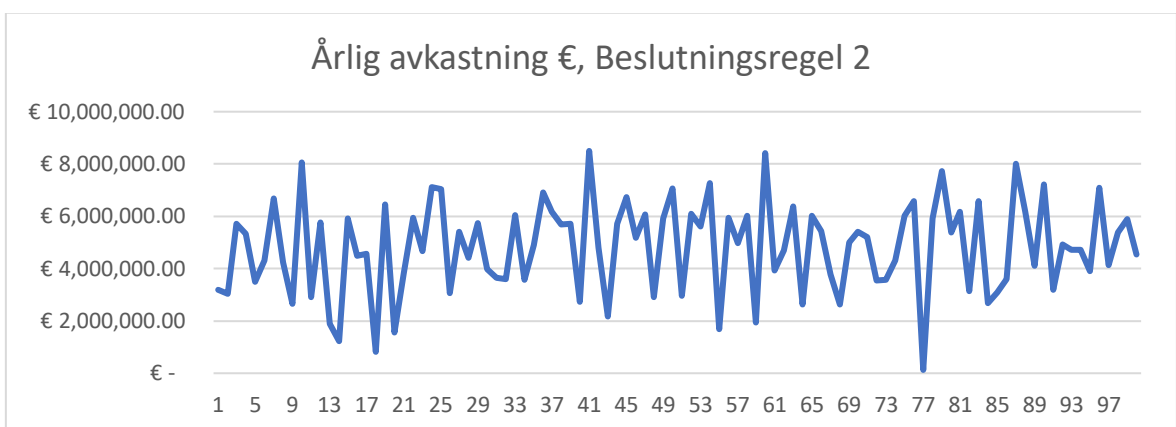
Figur 10 viser at ved å benytte beslutningsregel 1 på de simulert prisene fra Monte Carlo kan man se store svingninger i avkastningen. For å finne en sammenlignbar opsjonsverdi, divideres avkastningen med årlig produksjonsvolum.



Figur 11: Årlig avkastning €/MWh – Beslutningsregel 1

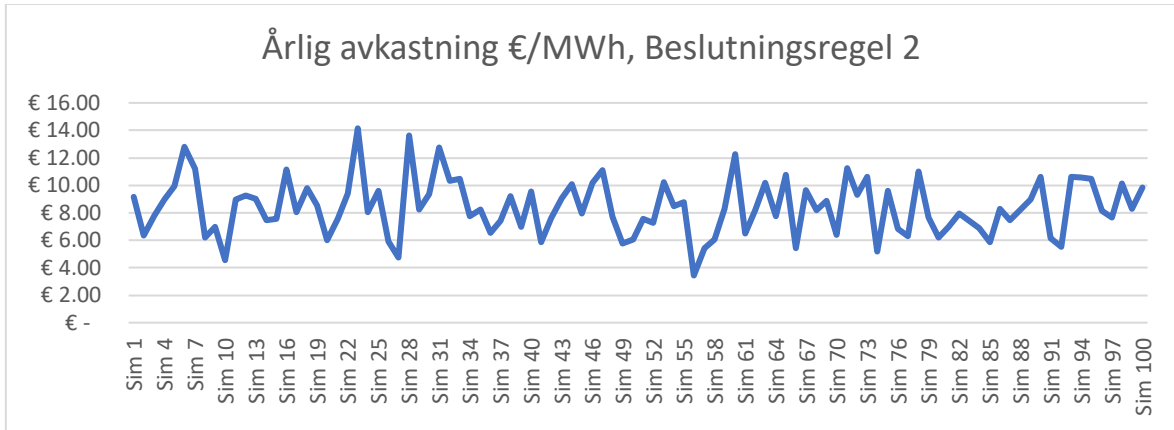
Når simuleringen kjøres får vi en gjennomsnittlig opsjonsverdi for de 100 simuleringene mellom 1,15-1,40 €/MWh. Ved å kjøre 100 simuleringer 10 ganger får vi en gjennomsnittsverdi på 1,26 €/MWh.

For beslutningsregel 2 er avkastningen noe høyere og utfallsrommet bredere.



Figur 12: Årlig avkastning Monte Carlo – Beslutningsregel 2

Figur 12 viser at ved å benytte beslutningsregel 2 på de simulert prisene fra Monte Carlo kan man se markante svingninger i avkastningen. Deretter gjentas utregningen for å anskaffe en sammenlignbar opsjonsverdi.

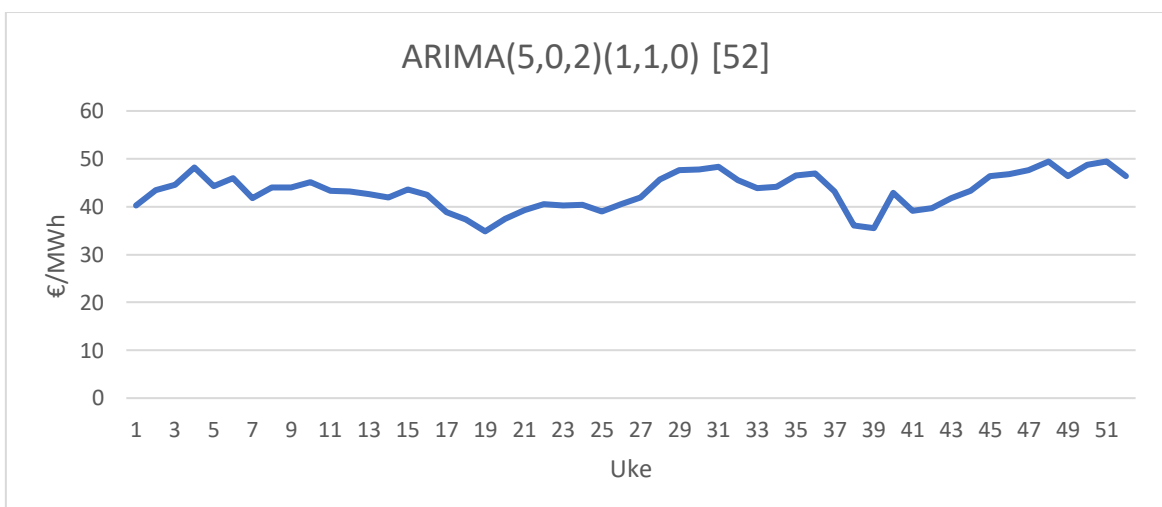


Figur 13: Årlig avkastning €/MWh – Beslutningsregel 2

Av grafene kan man se at det er positiv avkastning for samtlige simuleringer. Den gjennomsnittlige opsjonsverdien for beslutningsregel 2 varierer mellom 3-15 €/MWh. Ved å kjøre 100 simuleringer 10 ganger får vi en gjennomsnittsverdi på 8,7 €/MWh.

Tidsseriemodell 1 (ARIMA)

Ved ARIMA(5,0,2)(1,1,0) har vi funnet den best tilpassede modellen for å simulere kraftprisene for det neste året. Prisbanen er illustrert i figur 14.



Figur 14: Prisbane ARIMA (5,0,2)(1,1,0)[52]

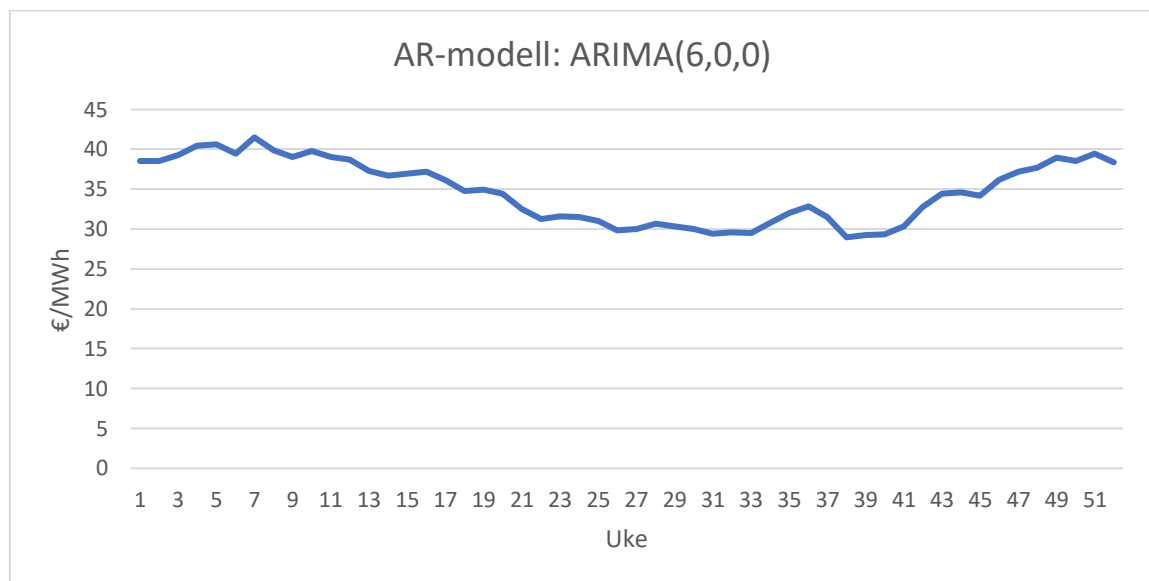
På bakgrunn av den predikerte prisbanen har vi funnet en opsjonsverdi i €/MWh ved beslutningsregel 1 og 2. De blir beregnet på samme måte som de har blitt beregnet i Monte Carlo-simuleringen og backtesting. Dette gir en fleksibilitetsverdi på henholdsvis 1,47 €/MWh for beslutningsregel 1 og 3,15 €/MWh for beslutningsregel 2.

ARIMA(5,0,2)(1,1,0) [52]	Opsjonsverdi €/MWh	
Beslutningsregel 1	€	1,47
Beslutningsregel 2	€	3,15

Tabell 7: Opsjonsverdi ARIMA(5,0,2)(1,1,0)[52]

Tidsseriemodell 2 (AR)

Ved å bruke regresjonslikningen fra AR-modellen på de historiske spotprisene i Excel, får vi estimert en prisbane for kraftprisene tilsvarende de to andre simuleringsmetodene.



Figur 15: Prisbane ARIMA (6,0,0)

Anvendelse av de to beslutningsreglene på denne prisbanen gir følgende avkastning:

ARIMA(6,0,0)	Opsjonsverdi €/MWh	
Beslutningsregel 1	€	0,14
Beslutningsregel 2	€	3,74

Tabell 8: Opsjonsverdi ARIMA(6,0,0)



## Analytisk metode - Kirk

Beregning av verdien på opsjonen, også forklart som verdien på fleksibilitet er som nevnt beregnet ved bruk av Kirks tilnæringsmetode.

$$C_o = e^{-rt} [F_1 N(d_1) - (F_2 + X) N(d_2)] \quad (20)$$

$$d_1 = \frac{[\ln(\frac{F_1}{F_2 + X}) + \frac{1}{2}\sigma^2 t]}{\sigma\sqrt{t}} \quad d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{t}$$

Vi benytter prisforskjellene mellom beslutningsreglene og gjennomsnittsproduksjonen fra Monte Carlo-simuleringen som grunnlag for spredningsopsjonen. Det gjør at det er noe variasjon i opsjonsverdien, men den holder seg relativt stabilt mellom 13-13,40 €/MWh for beslutningsregel 1 og 18-19 €/MWh for beslutningsregel 2.

Parametere	Beslutningsregel 1	Beslutningsregel 2
Pris Beslutningsregel	33,659	40,950
Pris Gj.snittsproduksjon	32,325	32,325
Risk free rate	0,000	0,000
Time-step	0,019	0,019
Time to maturity	1,000	1,000
Volatilitet	0,995	0,995
X	0,016	0,016
d1	0,537	0,725
N(d1)	0,704	0,766
d2	-0,459	-0,271
N(d2)	0,323	0,393
Opsjonsverdi €/MWh	€ 13,25	€ 18,64

Tabell 9: Parametere og opsjonsverdi – Kirk

For å lettere kunne sammenligne resultatene har vi samlet alle opsjonsverdiene i tabell 10.

Prisingsmodell	Beslutningsregel 1	Beslutningsregel 2
Backtesting	€ 1,21	€ 10,28
Monte Carlo simulering	€ 1,26	€ 8,70
ARIMA-modell	€ 1,47	€ 3,15
AR-modell	€ 0,14	€ 3,74
Kirk	€ 13,25	€ 18,64

Tabell 10: Opsjonsverdier for ulike prismodeller

Fra tabell 10 kan vi se at Kirks tilnæringsmetode gir den høyeste opsjonsverdien for både beslutningsregel 1 og 2. På andre siden av skalaen har vi de to tidsseriemodellene. AR-modellen gir lavest opsjonsverdi for beslutningsregel 1, mens ARIMA-modellen gir lavest opsjonsverdi for beslutningsregel 2. Variasjonen i resultatene er relativt stor. Årsaker og forklaringer på dette vil drøftes i påfølgende kapittel.

## Diskusjon

I dette kapitlet vil vi diskutere resultatene og årsakene til resultatvariasjonen. Det vil også rettes et kritisk blikk mot metodene som er benyttet. Det er flere usikkerhetsmoment knyttet til estimatene våre for verdien av fleksibilitet i Lysebotn 2.

### Beslutningsreglene

Gjennom de ulike metodene tydeliggjøres det at det foreligger en positiv opsjonsverdi i Lysebotn 2. De relativt enkle beslutningsreglene har dermed vist seg å være virkningsfulle for å utnytte fleksibiliteten i vannkraftverket. Risikoen med en naiv beslutningsregel er at den forsøker å dekke en kompleks utfordring på en simpel måte. I noen tilfeller kan dette være det mest korrekte, mens andre utfordringer krever mer komplekse algoritmer.

De benyttede beslutningsreglene krever noen antakelser som ikke alltid ville vært tilfelle i praksis. De simulerte og innhentede tallene gir fullt innsyn i prisene for hele året. Våre beslutningsregler er basert på at ukesprisen i inneværende uke er høyere enn forrige uke. I praksis vil man aldri ha fullt innsyn i prisene for hele den påfølgende uken. For en kraftprodusent hadde derfor prisen på søndagen avgjort om det skulle produseres påfølgende uke. De måtte derfor tatt utgangspunkt i, og justert for, at søndagsprisene stort sett var de laveste for uka (Lange, Schavemaker, & Sluis, 2002). I tillegg til antakelsene om høyere søndagsjustert spotpris reflekterer en høyere ukespris for hele den påfølgende uka.

For beslutningsregel 2 har man et ekstra krav til produksjon som også innebærer en praktisk utfordring. I beregningene har vi brukt den årlige snittprisen som minimumsgrense for produksjon. I praksis ville man ikke hatt innsikt i dette og måtte derfor basert seg på foreløpig snittpris eller predikert snittpris. Perfekt framsyn i modellene har derfor forenklet beregningene ved de to beslutningsreglene.

En annen praktisk utfordring knyttet til beslutningsreglene omhandler magasinkapasiteten. Ved mye nedbør over en periode er det forventet at tilbudssiden i kraftmarkedet øker, noe som betyr at spotprisen faller ved uendret etterspørsel. Ved fallende kraftpris vil ingen av de to beslutningsreglene føre til kraftproduksjon. Det betyr at kapasiteten på vannmagasinet i Lysebotn 2 kan være utilstrekkelig, og vannkraftverket blir tvunget til å produsere. Beslutningsregel 2 vil i Monte Carlo-simuleringen føre til nærmere 0 årlige produksjonsuker for enkelte simuleringer. Dette kan bli vanskelig og ineffektivt i praksis ved normalt tilsig til vannmagasinet. Samme utfordring gjelder ved lite nedbør. Da kan prisene stige, noe som fører til at beslutningsreglene indikerer produksjon. Samtidig kan lite nedbør bety at produksjonskapasiteten begrenses. Analysene våre har ikke tatt høyde for magasinkapasitet i denne forstand ved beregningene.

#### Sammenligning av opsjonsestimater

På samme måte som beslutningsreglene kan forenkles i for stor grad, kan også modellene gjøre det. Simuleringen av prisbaner har klare begrensninger i forhold til å simulere prishopp. Backtesten er den eneste metoden der man får innarbeidet prishoppene i opsjonsverdien på en naturlig måte. De andre metodene vi benytter baserer seg på historisk data. Dette innebærer at prishoppene vil integreres i modellene. Med ukentlige data anser vi dette som den beste måten å gjøre det på. Samtidig finnes det forskning på daglig data som indikerer at dette kan føre til at verdiene blir noe lavere, enn dersom man hadde estimert prishopp som en utenforstående faktor (Huisman & Mahieu, 2003). Større prishopp øker fleksibilitetsverdien, noe som kan forklare høyere opsjonsverdi for beslutningsregel 2 ved backtesting enn for simuleringsmetodene. Det var forventet at dette ville bidra til å løfte opsjonsverdien av beslutningsregel 1 til høyere verdi enn ved simuleringsmetodene. Det kan være at resultatene for backtesting hadde bekreftet disse antakelsene om datagrunnlaget var større. Begrenset datagrunnlag kan også være forklaringen på at backtesting gir størst differanse i opsjonsverdi mellom de to beslutningsreglene (1,21€/MWh og 10,28€/MWh). Forskjellen er stor, men samtidig er ingen av de to opsjonsverdiene radikale sammenlignet med resultatene for de andre metodene.

Av figur 9 kan vi tydelig se at det foreligger mean reversion til grunn for Monte Carlo-simuleringen. Samtlige prisbaner fluktuerer, samtidig som de hurtig beveger seg tilbake mot gjennomsnittet ved avvik. Prisbanene ser ut til å bevege seg mellom 18-65 €/MWh. Fluktueringene gjør at Monte Carlo-simuleringen gir en positiv verdi for beslutningsregel 1. Gjennomsnittlig er verdien på 1,26 €/MWh ved gjennomføring av 100 simuleringer 10 ganger. Over et år kan denne opsjonsverdien utgjør opp mot 5 millioner euro for Lysebotn 2. Samtidig er det år hvor man ville kommet bedre ut av å produsere jevnt hele året, og dermed ikke benyttet seg av opsjonen. I gjennomsnitt ville beslutningsregel 1 ført til rundt 26 produksjonsuker i året. Det er omtrent 2 uker over hva som er magasinkapasiteten ved normalt tilsig.

Figur 13 viser at ved å benytte beslutningsregel 2 på de simulert prisene får man et relativt bredt utfallsrom. Flere og strammere kriterier i beslutningsregelen viste seg å fange opp mer av fleksibiliteten i kraftproduksjonen, og dermed utnytte spredningen på en mer fordelaktig måte. Opsjonsverdien varierte mellom cirka 2 og 15 €/MWh. De varierende resultatene signaliserer at 100 simuleringer ikke er tilstrekkelig for denne metoden. Et høyere antall simuleringer hadde derfor vært fordelaktig. Dette understreker svakheten i datagrunnlaget for backtesting som kun er på 10 prisbaner. I likhet med beslutningsregel 1 valgte vi derfor å kjøre modellen 10 ganger for å et tryggere resultatgrunnlag. Dette ga en gjennomsnittlig opsjonsverdi på rundt 8,7 €/MWh. Beslutningsregel 2 ser ut til å fange opp rundt 10 produksjonsuker i snitt, som også faller denne regelen til gode ved benyttet metode. Pristoppene blir dermed høyere og gjennomsnittsprisen som oppnås er fordelaktig for opsjonsverdien. Hadde de årlige inntektene blitt sammenlignet med en gjennomsnittsproduksjon som produserte 1500GWh årlig, ville resultatene for denne beslutningsregelen vært stort sett negative.

Sammenligning av de to beslutningsreglene ved Monte Carlo-simulering viser et betraktelig større utfallsrom for beslutningsregel 2. Dette kan forklares med at denne beslutningsregelen har strengere kriterier, noe som fanger opp mindre produksjonsuker. Beslutningsregel 2 blir derfor mer avhengig av spotprisen de aktuelle produksjonsukene. Dette er sannsynligvis årsaken til at resultatene for denne beslutningsregelen varierer mer. Beslutningsregel 2 hadde heller ingen år med nullverdier i en simulering med 100 utfall, foruten enkelte år hvor regelen ga 0 produksjonsuker. Gjennomsnittlig spotpris for produksjonsukene er betydelig høyere for beslutningsregel 2 enn for beslutningsregel 1. Dette fører til at spredningsopsjonen for beslutningsregel 2 er større, noe som gjenspeiles i opsjonsverdien. Dermed viser analysen at det foreligger en høy verdi av fleksibilitet, så lenge det er hensiktsmessig med tanke på magasinkapasiteten i vannkraftverket.

AR-modellen er modellen som estimerer lavest opsjonsverdi for beslutningsregel 1. Den lave verdien kan forklares av prisbanen fra figur 15. Modellen estimerer en stabil prisutvikling som gradvis går nedover mot sommeren, før den gradvis stiger igjen. Denne prisbanen har svært få sprang i pris, og fremstår lite volatil. Den lave volatiliteten svekker opsjonsverdien. Beslutningsregel 1 tilsier at det skal produseres nesten hver uke fra sommer til vinter. I denne perioden stiger prisbanen tilnærmet lineært. Denne stigningen er omtrent tilsvarende resesjonen fra vinter til sommer i starten av året. Gjennomsnittsprisen som oppnås blir dermed svært lik gjennomsnittsprisen for hele året. ARIMA-modellen estimerer en noe mer volatil prisbane, som gjør at opsjonsverdien for beslutningsregel 1 er relativt lik resultatene fra backtesting og Monte Carlo-simulering.

For beslutningsregel 2 er resultatene fra AR-modellen og ARIMA-modellen veldig like. Samtidig er disse opsjonsverdiene markant lavere enn opsjonsverdiene fra de andre metodene. Dette kan igjen forklares av prisbanene fra figur 14 og 15. ARIMA-modellens prisbane er den mest volatile av de to, men svingningene er ikke store. Begrensede avvik fra gjennomsnittsnivået bidrar til en lavere verdi av fleksibilitet. Forskjellen fra de historiske prisbanene indikerer at de to modellene sannsynligvis ikke er de best egnede for å beregne opsjonsverdien. I motsetning til Monte Carlo-simuleringen estimeres en konservativ prisbane, i stedet for mange volatile. Dette bidrar sterkt til at opsjonsverdien reduseres. Resultatene blir også svært avhengige av den ene prisbanen som estimeres. Hvorvidt og når beslutningsreglene slår til blir svært avgjørende ved bare én prisbane. For å få mer troverdige resultater kan det være mer hensiktsmessig å kjøre en GARCH-modell. Der ARIMA-modellen fanger opp gjennomsnittet av avhengige variabler, fanger GARCH-modellen opp variansen av avhengige variabler (Engle, 2001). Det er også mulig å gjennomføre en kombinasjon av de to modellene, som kan bidra til at modellen estimerer en mer volatil prisbane og dermed større opsjonsverdi.

Opsjonsverdiene vi estimerer fra de ulike metodene er svært varierende, hvor Kirk gir de høyeste verdiene. Dette gjenspeiler naturligvis totalen av de avgjørende faktorene i tilnæringsmetoden. Både lav risikofri rente og utøvelseskost bidrar til den positive verdien i Kirk. Likevel er det først og fremst én parameter som skiller seg fra de andre metodene, nemlig volatilitet. Volatiliteten i Monte Carlo-simuleringen er basert på historisk data, og skal derfor representere den samme volatiliteten som backtestingen. Det samme er tilfellet for AR- og ARIMA-modellene. Den karakteristiske volatilitetsberegningen i Kirk for de ulike sesongene er høyere enn det vi estimerer for de andre metodene. I tillegg til den økte volatiliteten, kan fraværet av mean reversion raten være avgjørende. Kirk har ingen mean reversion rate som trekker prissvingningene mot et gjennomsnitt, og dermed minimerer opsjonsverdien. Den relativt store mean reversion raten som er innarbeidet i Monte Carlo-simuleringen gjør at opsjonsverdien vi finner i Kirk er betraktelig høyere. Dette var forventet, og styrker derfor resultatenes troverdighet.

## Datagrunnlag

De ulike opsjonsberegningene våre baserer seg enten direkte eller indirekte på historisk data fra Nord Pool. En åpenbar svakhet ved bruk av historisk data er å basere analysen på en for kort tidsperiode. Ved å forlenge tidsperioden reduseres påvirkningen fra variasjoner knyttet til utenforstående variabler, som for eksempel finanskriser og naturkatastrofer. Prisbanene vil da få et bedre datagrunnlag. Vi baserer våre analyser på 10 års data, men for å sikre enda bedre validitet i analysene hadde en lenger tidsperiode vært fordelaktig. Dette kan være forklaringen på den høye opsjonsverdien vi får i backtesting sammenlignet med opsjonsverdien fra Monte Carlo-simuleringen som baserer seg på 100 simuleringer.

Grunnet reguleringer av prissone NO<sub>2</sub> i 2008, ble det vanskelig å forlenge tidsperioden for datagrunnlaget. Det er viktig at analysene foretas på samme marked eller grunnlag som strategien planlegges å gjennomføres på. Dersom en produksjonsstrategi og beslutningsregel implementeres på et annet marked, risikerer man at analysene blir misvisende.

## Produksjonsvolum

Samtlige av de anvendte metodene har en felles svakhet i forhold til å estimere korrekte opsjonsverdier. Dette skyldes simpelheten i beslutningsreglene og er knyttet til årlig produksjonsvolum. Det er svært få driftskostnader knyttet til vannkraftverk. For å være mest mulig lønnsomme er det derfor fordelaktig å produsere det årlige maxsvolumet. Beslutningsreglene vi benytter gjør dette til ulik grad. Beslutningsregel 1 produserer stort sett litt mer enn den har mulighet til. Lyse AS er dermed avhengige av et tilsig til vannmagasinet litt over normalen. Når det kommer til beslutningsregel 2 er situasjonen motsatt. En slik produksjonsregel fører til at det i snitt produseres i underkant av halvparten av den årlige magasinkapasiteten. Et vannkraftverk som produserer hele tiden, men produserer alle de potensielle 1500 MWh ved normalt tilsig, vil da ha større inntekter. En mer kompleks beslutningsregel med et lenger tidsperspektiv og prognoser vil derfor være hensiktsmessig. Vår analyse på akkurat 52 uker blir derfor litt kunstig begrenset for et selskap som kan og bør ta hensyn til et lenger tidsperspektiv.



Satt på spissen kan metoden med å beregne opsjonsverdi ved samme produksjonsvolum være direkte misvisende. Beslutningsregelen som vil fremskaffe den høyeste verdien vil være den som kun treffer de aller høyeste ukesprisene. Det betyr at dersom man kun produserer de to-tre dyreste ukene i året vil beslutningsregelen gi høyest opsjonsverdi. I et inntektsperspektiv vil det da være mange andre mer lønnsomme beslutningsregler. For en fullverdig opsjonsanalyse vil derfor prognoser i forhold til magasinkapasitet være svært viktig.

For å få et innblikk i hvor misvisende resultatene kan være for en tilnæringsmetode med samme produksjonsvolum, valgte vi å se på hvor stor opsjonsverdien er av å produsere alle de 24 dyreste ukene hvert år mellom 2010-2019. 24 uker med maksproduksjon utgjør nærmere 1500GWh i året. En slik produksjon tilsvarte en gjennomsnittlig prisforskjell på 6,35 €/MWh, eller 9.525.000 € årlig. En perfekt beslutningsregel og prognosering ville derfor hatt en potensiell verdi 9.525.000 € årlig mellom 2010-2019. Riktignok forutsatt at kapasiteten i vannmagasinet er stor nok til å kunne velge produksjonsuker helt fritt. Dette demonstrerer at begge opsjonsverdiene ved Kirk vil være uoppnåelige i praksis. Kun AR- og ARIMA-modellene estimerer en oppnåelig opsjonsverdi for beslutningsregel 2. Dette styrker grunnlaget for at beslutningsregel 1 er best egnet for implementering i praksis.

Det bør også nevnes at en gjennomsnittsproduksjon slik vi har forespeilet den er urealistisk. Et vannkraftverk har nemlig størst virkningsgrad ved en effekt på 90-100%. I praksis ville derfor gjennomsnittsproduksjonen tilsvart produksjon annenhver uke, og ikke på 50% hele tiden. Over tid ville gjennomsnittsprisen uansett gått mot den samme for de to produksjonsmetodene, slik at det ikke blir direkte feil for våre utregninger. Det bør også nevnes at under en slik situasjon ville gjennomsnittsproduksjon og beslutningsreglene hatt en relativ lik andel slitasjekostnader.

## Sammenlignbare resultater

På grunn av manglende studier innenfor samme fagfelt er det vanskelig å finne sammenlignbare verdier til våre estimater. Dette var også årsaken til at Lyse AS skisserte denne problemstillingen. De ønsket målbare verdier for et fagfelt som er lite undersøkt tidligere. Svært mange kraftprodusenter forsøker å utnytte fleksibiliteten som foreligger i et vannkraftverk. Vår studie vil derfor gi svært nyttig kunnskap vedrørende verdien av fleksibiliteten de ønsker å utnytte. Denne kunnskapen kan bidra til å forsterke forståelsen av potensialet i verdiskapning ved nordiske vannkraftverk. Med utgangspunkt i de langsiktige markedsanalysene fra Statnett (Kringstad, Holmefjord, & Aarstad, 2018) og NVE (Raghav Gogia, 2019) kan vi med trygghet hevde at viktigheten og relevansen av dette fagfeltet vil være meget aktuelt i omstillingen til mer fornybar energiproduksjon. Det er derfor sannsynlig at vår studie vil etterfølges av flere andre studier innenfor samme fagfelt.

## Konklusjon

Samtlige metoder som har blitt benyttet for å besvare problemstillingen har indikert at det foreligger en positiv fleksibilitetsverdi for Lyse AS og deres vannkraftverk Lysebotn 2. Prisingsmetodene er alle anerkjente for å være gode modeller for å estimere opsjonsverdi ved spredningsopsjoner. Modellene må ta utgangspunkt i to forskjellige beslutningsregler for å estimere opsjonsverdien. Disse danner selve grunnlaget for fleksibilitetsverdien og blir derfor svært avgjørende for resultatene. Ved å sammenligne samme produksjonsmengde for beslutningsreglene og gjennomsnittsproduksjonen får vi en tydelig spredningsopsjon i €/MWh. Denne verdien vil være noe misvisende for selskapet, spesielt for beslutningsregel 2. Dette skyldes at den lave produksjonsmengden knyttet til beslutningsregel 2 vil være lite lønnsom for selskapet. Da vil inntektene for Lyse AS være betydelig større av å produsere samtlige 1500GWh til en gjennomsnittspris. Beslutningsregel 1 vil derimot gi en nesten gjennomførbar produksjonsmengde, rundt 100.000 MWh mer enn kapasiteten ved normalt tilsig til vannmagasinet. Tre av metodene gir en opsjonsverdi mellom 1-1,5 €/MWh for denne beslutningsregelen. Dette blir derfor den sterkeste indikatoren på verdi av fleksibilitet for Lysebotn 2.

I et fremtidsperspektiv må vi ta høyde for at verdien av fleksibilitet kan endres. Dersom kapasiteten på fleksibel kraftproduksjon økes vil volatiliteten dempes. Dermed vil også verdien av fleksibilitet reduseres. Samtidig er det forventet at andelen fornybar energi vil øke volatiliteten i kraftmarkedet. Væravhengig kraftproduksjon som sol og vind er uforutsigbar. Samtidig knyttes ulike kraftmarkeder tettere og tettere. Styrket overføringskapasitet mellom markedene kan bidra til å dempe volatiliteten fra fornybar energi. Risikoen for ugunstige værforhold vil kunne diversifiseres og produksjon stabiliseres. Innenfor dette området er det stor utvikling, som innebærer at det foreligger en betydelig usikkerhet rundt verdien av fleksibilitet fremover.

Ved optimal utnyttelse av fleksibilitet har vi ved backtesting demonstrert at den potensielle verdien for 2010-2019 vil være på 6,35 €/MWh, gjennomsnittlig. Foruten opsjonsverdien ved Kirk, er denne verdien markant høyere enn verdiene vi finner med beslutningsregel 1. For videre forskning vil vi anbefale å utbedre beslutningsreglene for å kunne utnytte fleksibiliteten i enda større grad, samtidig som årlig produksjonsmengde holdes tett opp mot kapasiteten. Dette kan innebære integrasjon av kapasitetsprognoser og utvikle treffsikkerheten rundt disse. Sammen med forbedrede vær- og etterspørselsprognoser, vil dette kunne ha stor verdi for Lyse AS.

En annen interessant forskningsmulighet kan være å beregne verdien av utvikling av eksisterende kraftverk for økt kapasitet og utnyttelse av fleksibilitet. Investeringsanalyser rundt dette kan vise seg å være svært verdifulle for Lyse AS.

## Litteraturliste

- Adebiyi, A., Adewumi, A., & Ayo, C. (2014). Stock price prediction using the ARIMA model. *UKSim-AMSS 16th International Conference on Computer Modelling and Simulation* (p. 7). Cambridge: UKSim.
- Ameli, H., Qarddan, M., & Strbac, G. (2017). Value of gas network infrastructure flexibility in supporting cost effective operation of power systems. *Applied energy*, 10.
- Arismendi, J., Back, J., Prokopczuk, M., Paschke, R., & Rudolf, M. (2011). *Seasonal Stochastic Volatility: Implications for the Pricing of Commodity Options*. Germany: SSRN Electronic Journal.
- Athanasopoulos, G., & Hyndman, R. J. (2018). *Forecasting: Principles and practice, 2.nd edition*. Melbourne, Australia: OTexts.
- Bøeng, A. C. (2011). Hvordan kan Norge nå sitt mål om fornybar energi i 2020? *Økonomiske Analyser*, 11.
- Bodily, S., & Buono, M. d. (2002). Risk and Reward at the Speed of Light: A New Electricity Price Model. *Darden Business School Working Paper*, 6.
- Brunborg, I. (2019, Desember 10). *NVE: Kraftkabelen Northconnect vil være lønnsomv*. Retrieved from e24: <https://e24.no/olje-og-energi/i/b5wE8e/nve-kraftkabelen-northconnect-vil-vaere-loennsom>
- Carmona, R., & Durrleman, V. (2003). Pricing and Hedging Spread Options. *SIAM Review*, 59.
- Corradi, O. (2019, 6 13). *Marginal emissions: what they are, and when to use them*. Retrieved from Tomorrow: <https://www.tmrow.com/blog/marginal-emissions-what-they-are-and-when-to-use-them>
- Corradi, O. (2019, 06 13). *Marginal emissions: what they are, and when to use them*. Retrieved from tmrow: <https://www.tmrow.com/blog/marginal-emissions-what-they-are-and-when-to-use-them>
- Doob, J. L. (1942). The Brownian Movement and Stochastic Equations. *Annals of Mathematics*, 19.
- Downey, L. (2019, 10 7). *Spread option*. Retrieved from Investopedia: <https://www.investopedia.com/terms/s/spreadoption.asp>
- Downey, L. (2019, Oktober 7). *Spread Option*. Retrieved from Investopedia: <https://www.investopedia.com/terms/s/spreadoption.asp>
- EnergiNorge. (2019, 12 10). *Dette må du vite om NorthConnect-kabelen*. Retrieved from EnergiNorge: <https://www.energinorge.no/fagomrader/strommarked/nyheter/2018/dette-ma-du-vite-om-northconnect-kabelen/>
- Engle, R. (2001). GARCH 101: The Use of ARCH/GARCH Models in Applied Econometrics. *Journal of Economic Perspectives*, 12.
- Escribano, A., Peña, J. I., & Villaplana, P. (2001). *Modelling Electricity Prices: International Evidence*. Madrid: Universidad Carlos 3 de Madrid.
- Figuroa, M. G., & Cartea, A. (2005). Pricing in Electricity Markets: A Mean Reverting Jump Diffusion Model with Seasonality. *Applied Mathematical Finance*, 22.
- Fleten, S.-E., Wallace, S. W., & Tomasgard, A. (2001, 5). *Magma*. Retrieved from Produksjonsplanlegging og risikostyring i et deregulert kraftmarked med finansielle instrumenter: <https://www.magma.no/produksjonsplanlegging-og-risikostyring-i-et-deregulert-kraftmarked-med-finansielle-instrumenter>

- Gogia, R., Endresen, H., Haukeli, I. E., Hole, J., Birkelund, H., Aulie, F. H., . . . Bergesen, B. (2019). *Langsiktig Kraftmarkedsanalyse 2019-2040*. Oslo: NVE Hustrykkeri.
- Grøn, Ø. (2017, Januar 18). *Monte Carlo-metode*. Retrieved from snl: [https://snl.no/Monte\\_Carlo-metode](https://snl.no/Monte_Carlo-metode)
- Grønmo, S. (2020, April 16). *Kvantitativ metode*. Retrieved from Store norske leksikon: [https://snl.no/kvantitativ\\_metode](https://snl.no/kvantitativ_metode)
- Hayes, A. (2019, 11 20). *Heteroskedasticity*. Retrieved from Investopedia: <https://www.investopedia.com/terms/h/heteroskedasticity.asp>
- Hayfavi, A., & Talasli, I. (2014). Stochastic multifactor modeling of spot electricity prices. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 9.
- Hervik, S. (2017, 1 16). *Numerisk metode*. Retrieved from Store norske leksikon: [https://snl.no/numerisk\\_metode](https://snl.no/numerisk_metode)
- Hovland, K. M. (2019, August 12). *Ruster opp kraftnettet for milliarder*. Retrieved from e24: <https://e24.no/olje-og-energi/i/gPm10B/ruster-opp-kraftnettet-for-milliarder-et-historisk-hoeyt-nivaa>
- Huisman, R., & Mahieu, R. (2003). Regime Jumps in Electricity Prices. *Energy Economics*, 9.
- Janczura, J., Trück, S., Weron, R., & Wolff, R. C. (2013). Identifying spikes and seasonal components in electricity spot price data: A guide to robust modeling. *Energy Economics*, 14.
- Jong, C. D. (2015). Gas storage valuation and optimization. *Journal of natural gas science and engineering*, 14.
- Julio, L. J., & Schwartz, E. S. (2002). Electricity Prices and Power Derivatives: Evidence from the Nordic Power Exchange. *Review of Derivative Research*, 45.
- Kenton, W. (2019, Juni 10). *Monte Carlo Simulation Definition*. Retrieved from Investopedia: <https://www.investopedia.com/terms/m/montecarlosimulation.asp>
- Kenton, W. (2019, Juni 10). *Monte Carlo Simulation Definition*. Retrieved from Investopedia: <https://www.investopedia.com/terms/m/montecarlosimulation.asp>
- Kenton, W. (2020, February 6). *Black Scholes Model*. Retrieved from Investopedia: <https://www.investopedia.com/terms/b/blackscholes.asp>
- Kringstad, A., Holmefjord, V., & Aarstad, J. (2018). *Fleksibilitet i det nordiske kraftmarkedet*. Oslo: Statnett.
- Lange, A. d., Schavemaker, P., & Sluis, L. V. (2002). Electricity prices: Stochastic or deterministic? *ADL Consultancy, Working paper*, 7.
- Lange, A., Schavemaker, P., & Sluis, L. (2002). *Electricity prices: Stochastic or deterministic?* Unknown: ADL Consultancy, Working paper, 7.
- Lichters, R., Stamm, R., & Gallagher, D. (2015). Backtesting. In R. Lichters, R. Stamm, & D. Gallagher, *Modern Derivatives Pricing and Credit Exposure Analysis* (p. 12). London: Palgrave Macmillan.
- Lo, C.-F. (2013). A Simple Derivation of Kirk's Approximation for Spread Options. *Applied mathematics letter*, 5.
- Lund, K. (2019). *NVEs vurdering av NorthConnect*. Oslo: NVE. Retrieved from NVE: <https://www.nve.no/nytt-fra-nve/nyheter-konsesjon/nves-vurderinger-av-northconnect-er-sendt-til-olje-og-energidepartementet/>
- Lyse. (2018). *A more renewable Europe*. Retrieved from Lyse konsern: <https://www.lysekonsern.no/getfile.php/1316577->

- 1541756332/Dokumenter/vannkraftprosjekter/Lysebotn%202/Lyse\_Lysebotn2\_br osjyre.pdf
- Lyse. (2020). *Lyse*. Retrieved from Om konsernet: <https://www.lysekonsern.no/om-konsernet/>
- Malt, U., & Tranøy, K. E. (2018, 2 20). *Empiri*. Retrieved from Store norske leksikon: <https://snl.no/empiri>
- Mjønerud, I. (2019, 11 21). *Vannkraft – Slik produseres strøm i Norge*. Retrieved from Strøm: <https://strøm.no/vannkraft>
- Mushtaq, R. (2011). Augmented Dickey Fuller test: Testing Time Series Data For Stationarity. *Université Paris I Panthéon-Sorbonne*, 19.
- Ni, J., & Zhang, C. (2005). An Efficient Implementation of the Backtesting of Trading Strategies. In Y. Pan, D. Chen, M. Guo, & J. Cao, *Parallel and Distributed Processing and Applications: Third International Symposium* (p. 5). Nanjin: ISPA 2005.
- Nord Pool. (2020, 3 20). *Nordpool*. Retrieved from Historical Market Data: <https://www.nordpoolgroup.com/historical-market-data/>
- NordPool. (2020, 6 3). *Nord Pool*. Retrieved from Day-ahead group: <https://www.nordpoolgroup.com/maps/#/nordic>
- Norges Bank. (2020, 3 4). *Statsobligasjoner årsgjennomsnitt*. Retrieved from Norges bank: <https://www.norges-bank.no/tema/Statistikk/Rentestatistikk/Statsobligasjoner-Rente-Arsgjennomsnitt-av-daglige-noteringer/>
- Poulsen, R. (2010). Margrabe Formula. *Encyclopedia of Quantitative Finance*, 8.
- Raghav Gogia, H. E. (2019). *Langsiktig kraftmarkedsanalyse 2019-2040*. Oslo: Norges vassdrags- og energidirektorat.
- Raghva. (n.d.).
- Rosvold, K. A. (2019, Desember 30). *Nord Pool*. Retrieved from snl: [https://snl.no/Nord\\_Pool](https://snl.no/Nord_Pool)
- Saunders, M., Lewis, P., & Thornhill, A. (2015). *Research methods for business students*. Munich: Pearson education limited.
- Simonsen, I. (2005). *Volatility of Power Markets*. Trondheim: Physica A: Statistical Mechanics and its Applications.
- Spitz, T., Diaz, A. G., Chalmers, H., & Lucquiaud, M. (2019). Operating flexibility of natural gas combined cycle power plant integrated with post-combustion capture. *International Journal of Greenhouse Gas Control*, 17.
- Statkraft. (2020). *Statkraft - Vannkraft kort folklart*. Retrieved from Statkraft: <https://www.statkraft.no/Energikilder/Vannkraft/vannkraft-kort-forklart/>
- Statnett. (2020, 02 24). *Samfunnsansvar*. Retrieved from Statnett: <https://www.statnett.no/om-statnett/samfunnsansvar/>
- Strømspar. (2020). *Den Nordiske Kraftbørsen*. Retrieved from Strømspar: <https://stromspar.no/strommarkedet/nord-pool-den-nordiske-kraftborsen/>
- Tat, A. (2018). Electricity Price Forecasting Using Monte Carlo Simulation: The Case of Lithuania. *Ekonomika*, 11.
- Tønnesson, Ø. (2019, 02 21). *Opsjon*. Retrieved from Snl: <https://snl.no/opsjon>
- Vereide, K., Lia, L., & Ødegård, L. (2013). Monte Carlo Simulation for Economic Analysis of Hydropower Pumped Storage Project in Nepal. *Hydro Nepal Journal of Water Energy and Environment*, 6.

Zajic, A. (2019, Desember 28). *Introduction to AIC — Akaike Information Criterion*.  
Retrieved from Towardsdatascience:  
<https://towardsdatascience.com/introduction-to-aic-akaike-information-criterion-9c9ba1c96ced>