Universitetet i Stavanger

FAKULTET FOR UTDANNINGSVITENSKAP OG HUMANIORA

MASTEROPPGAVE

Studieprogram: Master i Matematikkdidaktikk	vårsemesteret, 2020 Åpen
Forfatter: Pål Hoås Digernes	………………………………………… (signatur forfatter)
Veileder: Reidar Mosvold	
Tittel på masteroppgaven: *Hvordan har de kognitive kravene i geometri utviklet seg i norske lærebøker?* Engelsk tittel: *How have the cognitive demands in geometry evolved in Norwegian textbooks?*	
Emneord: Matematikk Grunnskole Geometri Lærebøker	Antall ord: 21243 + vedlegg/annet: 22800 Stavanger, August 2020

Sammendrag

Dette er en masteroppgave i matematikkdidaktikk som sammenligner åtte lærebøker fra M74 til LK06. Målet mitt med denne oppgaven er å undersøke:

- Hvilke kognitive krav kreves for å løse geometrioppgavene i lærebøker fra M74 til LK06?
- Hvilke læringsmuligheter gir lærebøkene elevene?

For å svare på det første spørsmålet har jeg tatt i bruk de fire kognitive nivåene utviklet av Stein, Smith, Henningsen og Silver (2009). De kognitive nivåene kan en dele inn i lave kognitive krav, *memorering* og *prosedyrer uten sammenheng*, og høye kognitive krav, *prosedyrer med sammenheng* og *å gjøre matematikk*. For å svare på det andre spørsmålet har jeg koblet de kognitive nivåene til Skemp (1987) sin instrumentelle og relasjonelle forståelse og Kilpatrick, Swafford og Findell (2001) sine fem tråder for matematisk kompetanse. Denne oppgaven er en komparativ dokumentanalyse. Hvert item er blitt kodet som ett av de fire kognitive nivåene og på bakgrunn av dette kan jeg da også få en formening om hva slags læringsmuligheter lærebøkene vil kunne gi.

Over 95% av itemene i alle lærebøkene stilte lave kognitive krav. Det som varierte mest var andelen *memorering* og *prosedyrer uten sammenheng*. Denne variasjonen ser ikke ut til å ha hatt sammenheng med læreplanene de ble laget for. *Å gjøre matematikk* var nesten fraværende. På bakgrunn av dette vil jeg påstå at læringsmulighetene lærebøkene legger opp til er snevre. Det er få muligheter for at elevene vil få en relasjonell forståelse av matematikken og de legger heller til rette for at elevene skal oppnå alle de fem trådene for matematisk kompetanse.

Siden dette gjelder alle lærebøkene jeg har sett på, mener jeg at vi kan se på lærebøker som kulturelle artefakter. Kulturelle artefakter vil som kulturelle aktiviteter være resistente mot endring. Dette kan tyde på at fremtidige lærebøker vil ligne tidligere lærebøker når det gjelder kognitive krav og læringsmuligheter.

Forord

Med denne oppgaven avslutter jeg mastergradsutdanningen i matematikkdidaktikk ved Universitetet i Stavanger. Arbeidet med denne oppgaven har gitt meg ny innsikt i matematikkoppgaver, spesielt hva elevene kan lære av dem. I forbindelse med mastergradsarbeidet vil jeg spesielt takke veilederen min, Reidar Mosvold. Denne oppgaven vil ikke vært mulig å utføre uten hans hjelp og tålmodighet.

Jeg vil også takke mor og far som har vært en stor støtte gjennom hele mitt liv. I tillegg vil jeg takke alle forelesere jeg har hatt på UiS og alle mine medstudenter.

Pål Hoås Digernes, August 2020

Innholdsliste

1 – Innledning ***...... 1***

2 – Teoretisk Bakgrunn ***...... 5***

2.1 – Tidligere forskning på lærebøker 6

2.1.1 – Hvorfor forske på lærebøker 7
2.1.2 – Lærebokanalyse og sammenligning 8
2.1.3 – Bruk av lærebøker i undervisning og læring 13

2.2 – Fagplanene gjennom tiden 16

2.2.1 – N22 og N39 (KUD, 1922, 1939) 18
2.2.2 – M74 (KUD, 1974) 19
2.2.3 – M87 (KUD, 1987) 20
2.2.4 – L97 (KUF, 1996) 21
2.2.5 – LK06 (Utdanningsdirektoratet, 2006) 22
2.2.6 – LK20 (Utdanningsdirektoratet, 2020) 23

3 – Teori 25

3.1 – Læringsmuligheter 25

3.1.1 – Matematisk forståelse 26
3.1.2 – Matematisk kompetanse 27

3.2 – Undervisning som kulturell aktivitet 29

3.3 – Rammeverk: de fire kognitive nivå 30

4 – Metode 35

4.1 – Studiens Design 35

4.1.1 – Dokumentanalyse 35

4.2 – Utvalg 35

4.2.1 - Læreplaner 36
4.2.2 – Årstrinn 36
4.2.3 - Lærebøker 36
4.2.4 – Geometri 37

4.3 – Gjennomføring 38

4.3.1 – Kodingen 39

4.4 – Validitet og reliabilitet 43

4.4.1 – Validitet 43
4.4.2 – Reliabilitet 44

4.5 – Etikk 45

5 – Resultater 47

5.1 - Oppsummering 47

5.2 – Tall og Tegn – 1977 48

5.3 – Matteboka – 1983 og 1988 50

5.4 – Regnereisen – 1991 og 1999 53

5.5 – Tusen Millioner – 1999 og 2008 55

4.6 – Multi – 2008 .... **58**

6 – Diskusjon ***61***

7 – Konklusjon ***71***

7.1 – Implikasjoner for praksis **72**

7.2 – Implikasjoner for videre forskning **72**

8 – Litteraturliste ***75***

9 – Vedlegg ***81***

Vedlegg A: Veileder til koding **81**

Vedlegg B: Eksempel på koding fra Excel **82**

1 – Innledning

Gjennom egen utdanning har det vært fokus på en dypere forståelse av matematikken snarere enn å bare kunne isolerte fakta og utføre algoritmer. Dette kan være årsaken til at jeg, når jeg har vært i praksis, tidvis har irritert meg over matematikkoppgavene jeg har sett i lærebøkene. Når jeg løser oppgaver prøver jeg å finne «trikset» som lar meg raskt og enkelt finne svaret, altså å koble ulike deler av matematikken sammen for å se nye sammenhenger som lar meg raskere finne svaret. Fokuset i mange lærebøker ser ut til å være på repetisjon, uten at de lar elevene gjøre koblinger. Oppgaver som jeg trodde hadde en interessant løsning, viste seg å bare være tidkrevende. Slike oppgaver hadde også en større fare for følgefeil, noe som kunne føre til at både elevene og jeg brukte lang tid på å finne ut hvor feilen lå. I praksis har jeg også blitt oppfordret til å finne oppgaver fra andre steder enn bare fra lærebøkene. Dette har vært god trening i å studere oppgaver med et kritisk øye, men jeg har tenkt at det ville vært enklere om oppgavene i lærebøkene allerede var «gode».

Nå er en ny læreplan på vei inn i skolen, *Læreplanverket for kunnskapsløftet 2020*. Her står dybdelæring i fokus. Det fremgår av læreplanen at elevene skal utvikle forståelse av sentrale elementer og sammenhenger innenfor et fag. Det innebærer også å bruke kunnskap og ferdigheter på ulike måter, både individuelt og i samarbeid med andre (Kunnskapsdepartementet, 2020). Det har vært en jevnlig fornying av læreplanene, enkelte med større endringer enn andre, og det er lett å finne forskjeller og likheter mellom dem. Det som derimot er vanskeligere, er å finne ut hva slags effekt læreplanene har på undervisning og elevenes læring. Dette er i seg selv vanskelig å kunne svare på, ettersom det er vanskelig å skaffe data på hvordan undervisningen faktisk har foregått under de forskjellige læreplanene. Lærere må også tolke innholdet i læreplanene før de kan settes i praksis. Ikke bare det, men undervisning er en komplisert og sammensatt aktivitet, hvor det er flere forskjellige elementer som påvirker hverandre og hva elevene lærer. Det en kan gjøre er å se på elementer av undervisningen en har tilgang til i ettertid. Etter elever og lærere er læreboka det mest allestedsnærværende elementet i undervisningen (Valverde et al., 2002, s. 1). Tidligere forskning har vist at lærebøker spiller en stor rolle i undervisningen (Fan, Zhu & Miao, 2013; E. B. Johnsen, 1999, s. 17; Juuhl, 2010, s. 18). Dette gjelder spesielt i matematikkundervisningen (Bachmann, 2004). Lærebøker skal være basert på læreplanene. Før år 2000 måtte de bli godkjent av departementet (Bratholm, 2001). Det vil derfor være rimelig å anta at disse lærebøkene vil representere læreplanene slik undervisningsdepartementet ønsket. For å danne seg et inntrykk av hva elevene kan ha lært under de forskjellige læreplanene, kan en studere lærebøkene som har blitt brukt. Disse er lettere å skaffe enn data på hvordan undervisningen faktisk foregikk og de er skrevet med hensyn på læreplanene de er laget under.

Ifølge *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 1991) lærer ikke elevene av å få riktig svar på oppgavene, men hva slags type tenkning oppgavene krever. Det er dette Stein, Smith, Henningsen og Silver (2009) omtaler som kognitive krav. Ved å se på hva slags kognitive krav oppgavene i en lærebok stiller, vil jeg da kunne si noe om hva elevene kan ha lært. Det å kode oppgaver fra flere lærebøker er en omfattende prosess, så jeg valgt å begrense materialet mitt til geometrioppgaver. Å begrense seg til geometri har flere fordeler. En grunn er at dette er lettere å avgrense enn andre matematiske områder. En annen er at dette det er mer konkret enn mange andre matematiske tema og at dette kan gjøre det enklere å lage varierte oppgaver. Det kan da tenkes at det vil være lettere å finne eventuelle forskjeller mellom lærebøker laget for ulike læreplaner.

På bakgrunn av dette har jeg to forskningsspørsmål:

> Hvilke kognitive krav kreves for å løse geometrioppgavene i lærebøker fra M74 til LK06
>
> Hvilke læringsmuligheter gir lærebøkene elevene?

For å finne de kognitive kravene til oppgavene vil jeg ta i bruk Stein et al. (2009) sine fire nivåer av kognitive krav. Hver lærebok vil bli kodet hver for seg etter dette rammeverket. I det første spørsmålet ligger det også at jeg ønsker å finne mulige forklaringer på eventuelle forskjeller (eller likheter) mellom de ulike lærebøkene. For å svare på dette vil jeg støtte meg på Stigler og Hiebert (1999) sine ideer om undervisning som en kulturell aktivitet. For å kunne si noe om hva slags læringsmuligheter lærebøkene gir vil jeg ta i bruk Skemp (1987) sin relasjonelle og instrumentelle forståelse av matematikk. I tillegg tar jeg i bruk Kilpatrick et al. (2001) sine fem tråder til matematisk forståelse.

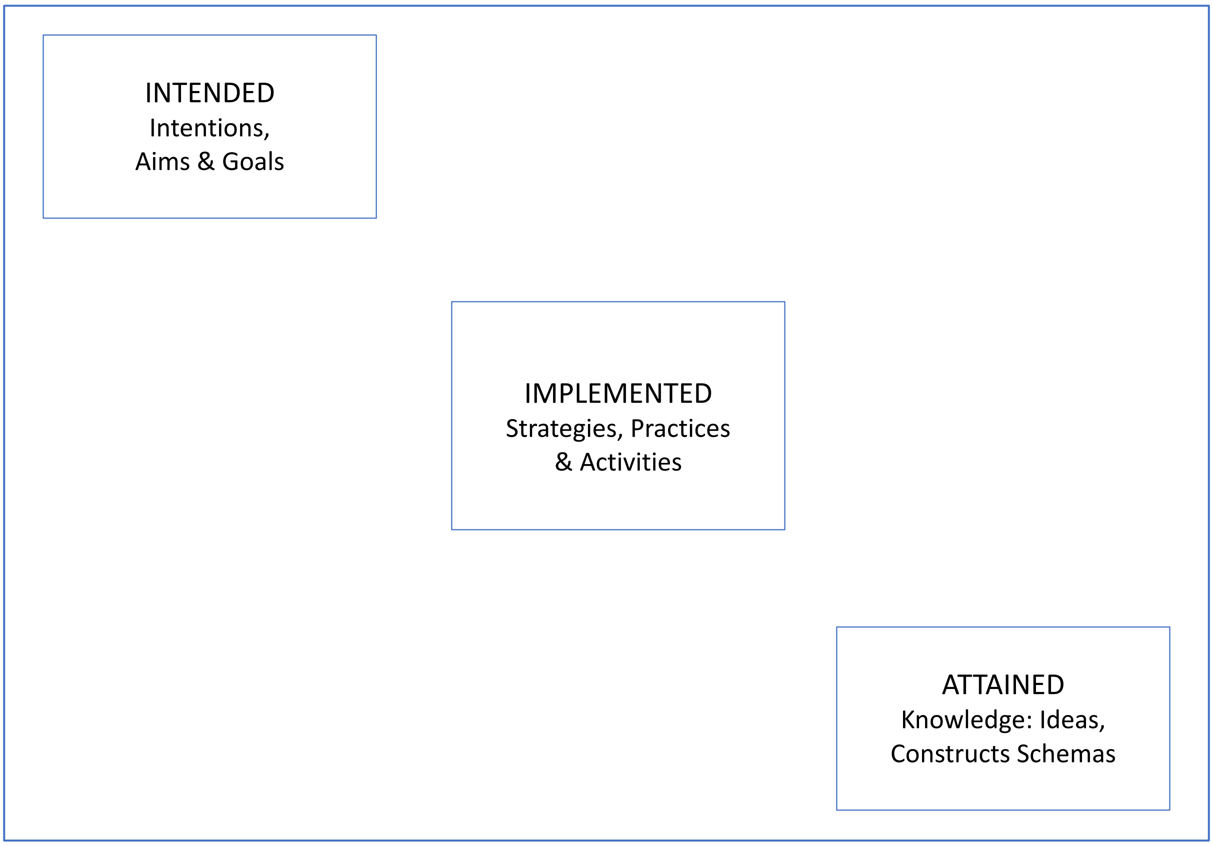
I min kategorisering av oppgavene vil jeg som mange andre som har forsket på lærebøker før meg sitere Mesa (2004) som skrev «What *would* students learn if they had to solve all the exercises in the textbook?» (s. 256). Jeg kommer riktignok ikke til å ta for meg *alle* oppgavene i lærebøkene, men jeg vil kategorisere alle oppgavene i de kapitlene jeg tar for meg.

I kapittel 2 vil jeg presentere den teoretiske bakgrunnen til denne oppgaven. Dette omfatter definisjoner av læreplaner og lærebøker samt tidligere forskning som er blitt gjort på lærebøker. I tillegg vil jeg gå gjennom hvordan læreplanene har endret seg de siste 100 årene i Norge. Kapittel 3 tar for seg teoriene jeg vil ta i bruk i analysen av materialet. Etter dette går jeg gjennom metodisk bakgrunn, gjennomførelse og kvalitet. Til slutt presenterer jeg resultatene, for så å diskutere og oppsummere hva jeg har funnet ut.

2 – Teoretisk Bakgrunn

Imsen (2009) definerer læreplaner som statlig gitte styringsredskap som forteller skoler og lærere om hva som skal foregå i skolen. Engelsen (2012) beskriver dem som politiske manifest som gir uttrykk for den skolen og utdanning som myndighetene ønsker. Han skriver videre at dette kan forklare hvorfor de «inneholder så mange slagordspregede formuleringer som vanskelig lar seg overføre til konkret opplæringsvirkelighet» (s. 24). I Norge er læreplanene sentralt gitte og bestemmer en god del, men hvor detaljerte de er varierer. Hvor mye den enkelte lærer, skole eller staten skal bestemme hva som skjer i klasserommet hersker det debatt rundt. Læreplan kan også brukes om undervisningsplaner som blir laget lokalt på lokalskolene. Jo åpnere de sentralt gitte læreplanene er jo mer er det opp til lærere og skoler å konkretisere dem (Imsen, 2009). I engelsktalende land bruker de «curriculum». Dette ordet favner mye bredere enn læreplan og omfatter også det som faktisk skjer i undervisningen. (Imsen, 2009, s. 81).

Valverde et al. (2002) presenterer modellen brukt av International Association of the Evaluation of Educational Achievment (IEA). Denne modellen (Figur 1) er ment for å vise en tredeling av curriculum, eller læreplanen. Denne består av intended, implemented og attained som kan oversettes med tiltenkt, implementerte og resultert. Det dette betyr er at hva en ønsker at læreplanen skal gjøre (intended), vil være forskjellig fra hva som faktisk skjer i skolen (implemented), som igjen ikke er det samme som hva elevene sitter igjen med (attained), selv om det er en sammenheng mellom dem.



Figur 1: Den tredelte modellen av curriculum. Gjengitt etter Valverde et al. (2002, s. 5)

2.1 – Tidligere forskning på lærebøker

E. B. Johnsen (1999) skriver at det finnes to definisjoner på hva lærebøker er, en snever og en vid. Den vide er enhver trykt tekst som brukes i undervisning, mens den snevre er «alle trykte læremidler som dekker vesentlige sider av et fags mål, lærestoff og hovedmomenter eller hovedemner etter læreplan for vedkommende klassetrinn eller kurs, og som elevene regelmessig skal bruke» (s. 9). Valverde et al. (2002) knytter dem tettere mot læreplanen og skriver at «Textbooks are designed to translate the abstractions of curriculum policy into operations that teachers and students can carry out» (s. 2). Lærebøker i matematikkfaget ser ut til å ha en annen funksjon enn lærebøker i andre fag. De er primært ment for elevene, men skal også brukes av læreren. I ettertid skal læreboka kunne brukes som en håndbok. I tillegg skal den bli brukt av andre voksne, som foreldre. Mange elever vil si at den er skrevet for læreren (E. B. Johnsen, 1999, s. 78).

Når jeg omtaler lærebøker, bruker jeg den snevre definisjonen. Videre kommer jeg til å gjøre et skille mellom lærebok og læreverk. Med læreverk mener jeg alle lærebøkene i samme serie. Læreverk kan også inkludere grunnbøker, oppgavebøker, lærerveiledninger og annet. Siden det er grunnbøkene jeg fokuserer på kommer jeg til å omtale dem som lærebøker.

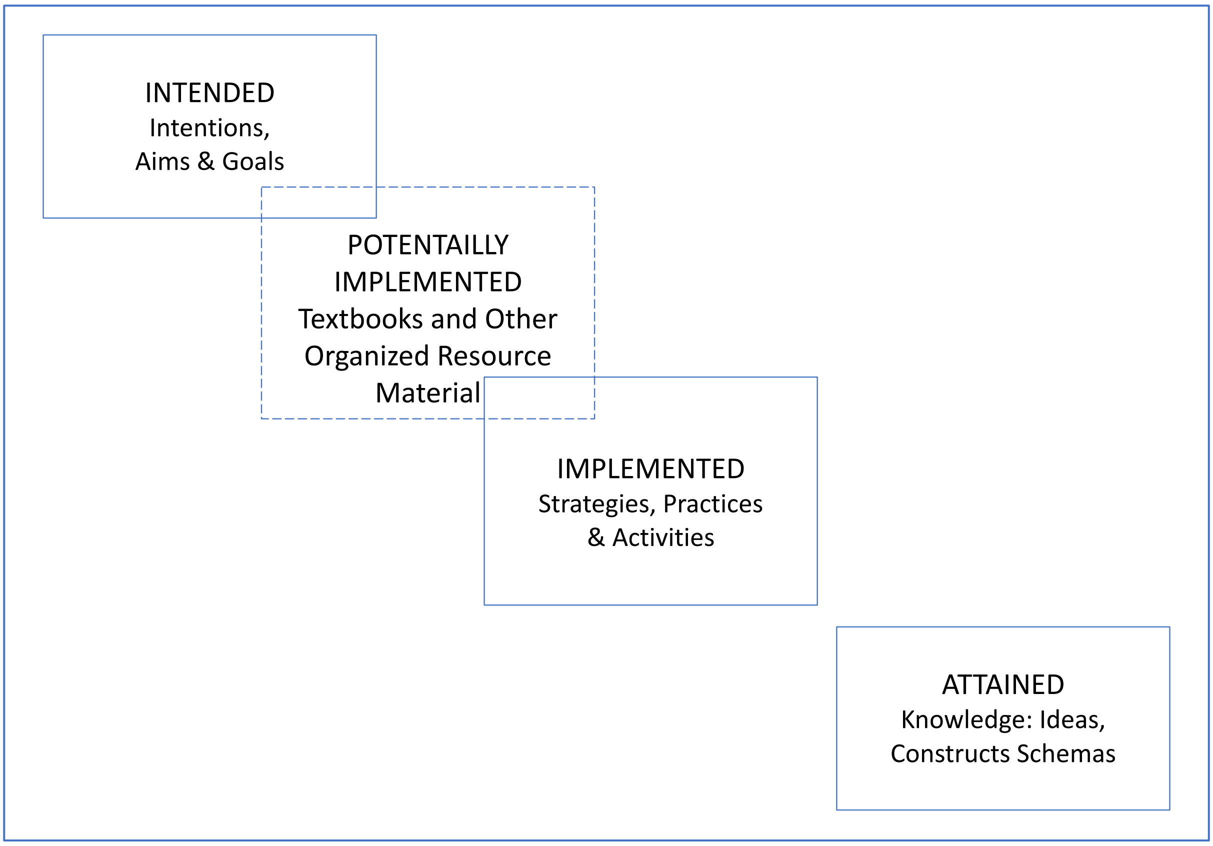
Her vil jeg først skrive om hvorfor forskning på lærebøker er viktig. Deretter vil jeg ta for meg forskning som er gjort på selve lærebøkene og til slutt forskning på hvordan lærebøkene blir brukt og hva lærere mener om dem.

2.1.1 – Hvorfor forske på lærebøker

Ifølge Valverde et al. (2002) dominerer skolen livet til de fleste barn rundt om i verden. Akkurat hva dette innebærer varierer fra land til land og klasserom til klasserom, men det er flere likhetstrekk mellom dem. Nest etter elever og lærere er lærebøker det vanligste elementet i klasserom. De hjelper til med å definere hvordan elevene opplever fag. Fordi lærebøker er så sentrale i undervisning og læring er det viktig å forstå dem for å kunne forstå hva slags læringsmuligheter elevene får. Apple (1988) skriver at det er «… the textbook which establishes so much of the material conditions of teaching and learning in classrooms … and … often defines what is elite and legitimate culture to pass on» (s. 81).

Vi kan ikke finne en direkte kobling mellom lærebøker og elevenes utbytte av et fag. Lærebøker er bare en del av undervisningen og lærere har en rekke andre resurser til rådighet. I tillegg kan bruken av lærebøker variere. Dette gjør at de har en probabilistisk effekt på undervisningen snarere enn en en-til-en korrelasjon (Valverde et al., 2002, s. 1-2). Om et emne blir lagt til i læreplanen fører ikke dette til at emnet automatisk blir tatt opp i lærebøkene, bare at sannsynligheten for det øker.

Læreplanene er sjelden konkrete i hvordan de skal implementeres; med andre ord sier de ikke hvordan undervisningen skal skje for å oppfylle målene de setter. Dette betyr at «læreplanene må … være utgangspunkt for et videre lærerarbeid hos lærerne» (Engelsen, 2012, s. 17). Det er ikke bare lærere som bearbeider læreplanene. Valverde et al. (2002) har utvidet IEA sin modell av curriculum (Figur 2) til å inkludere den potensielt implementerte læreplanen mellom den planlagte og den implementerte læreplan. Denne delen omfatter lærebøker og andre organiserte ressurser som blir tatt i bruk i undervisning og planlegging. Ifølge dem så fungerer lærebøker som et bindeledd mellom målet til læreplanen og hva som faktisk skjer i klasserommet. Lærebøkene sin rolle er da å oversette de abstrakte ideene til læreplanen til konkrete handlinger som lærere og elever kan utføre. Læreboka sin rolle som bindeledd er komplisert, da lærere og elevers bruk av den ikke er passiv. Fordi lærebøker har en stor innflytelse på hva som blir undervist, er det viktig å undersøke hva slags materiale som blir brukt og hvordan de kan påvirke elevenes læringsmuligheter (Jones & Tarr, 2007).



Figur 2: Lærebøkenes sammenheng med IEA sin tredelte modell. Gjengitt etter Valverde, Bianchi, Wolfe, Schmidt og Houang (2002)

2.1.2 – Lærebokanalyse og sammenligning

Lærebokanalyse er et bredt begrep som både omhandler analyse av et enkelt læreverk og komparativ analyse av flere læreverk. Det sistnevnte kan både dreie seg om flere læreverk fra samme land og sammenligning av læreverk fra flere land. Her vil det ofte være for å finne likheter og ulikheter mellom flere læreverk. Det meste av forskningen som er gjort på lærebøker er gjort på dette området (Fan et al., 2013).

I en metastudie av forskning på lærebøker fant Fan et al. (2013) ut at et gjennomgående problem med lærebøker er at de har en manglende evne til å presentere innhold, emne og problemløsning. Det er også store forskjeller mellom lærebøker fra ulike land, noe som de mener tyder på at det ikke er noen bred enighet om hvordan lærebøker skal bli skrevet og at en ikke kan skille lærebøkene fra deres kulturelle og sosiale bakgrunn. Det kan også se ut til at det er store gap mellom lærebøkene og de tiltenkte læreplanene.

I en doktorgradsavhandling fant Johansson (2003) ut at læreplanens mål bare blir delvis realisert av lærebøkene. Det kan se ut som om det er flere områder hvor lærebøker ikke overlapper med målene til veiledende dokumenter. Polikoff (2015) fant ut at selv om de fleste av emnene i *Common Core State Standards* ble dekket, så hadde lærebøkene særlig fokus på prosedyrer og memorering. Han hevder også at lærere som følger disse bøkene ikke vil kunne nå de høye kognitive nivåene som *Common Core State Standards* krever. Om disse resultatene er aktuelle for norske læreplaner og lærebøker kan det tyde på at selv om læreplanene har høye forventinger til hva elevene skal lære, er det ikke sikkert at lærebøkene vil dekke det.

Et fokus på prosedyrer og memorering er noe som ser ut til å gå igjen i flere studier på de kognitive kravene i lærebøker – ikke bare i amerikanske, men også i andre vestlige land. Flere av studiene jeg tar for meg her – Charalambous, Delaney, Hsu og Mesa (2010), M. K. M. Johnsen og Storaas (2015), Jones og Tarr (2007) og Tokheim (2015) – har tatt i bruk samme rammeverk som meg, Stein et al. (2009) sine kognitive nivå. Dette gjør dem til viktige ressurser i diskusjonen av resultatene og jeg vil gå nærmere inn på dem der.

Først vil jeg gå gjennom hva som kjennetegner de kognitive kravene i norske lærebøker, før jeg tar for meg lærebøker fra andre land. Til slutt vil jeg se på hva som er blitt gjort av historiske sammenligninger av lærebøker – både norske og amerikanske. Det meste av forskningen som jeg har funnet på kognitive krav i norske læreverk er gjort på læreverk fra ungdomstrinnet og da spesielt på læreverkene *Faktor* og *Grunntall*, som er de mest brukte læreverkene for ungdomsskolen (Resvoll, 2014).

Tokheim (2015) sammenlignet tre lærebøker for 1. klasse: *Multi*, *Mattemagisk* og *Matematikk*. Hun fant flere fellestrekk mellom *Multi* og *Mattemagisk*, men *Matematikk* skiller seg ut. *Multi* er et norsk læreverk, Mattemagisk er basert på et svensk læreverk, mens Matematikk er oversatt fra russisk og tilpasset den norske læreplanen. *Matematikk* baserer seg på det som på norsk kalles utviklende opplæring. I motsetning til de to første har *Matematikk* en tydelig kobling til pedagogisk teori, mens både *Multi* og *Mattemagisk* har et stort fokus på digitale ferdigheter. 63% av oppgavene i *Multi* stilte lave kognitive krav, hvorav omtrent 20% av totalen var *memoreringsoppgaver*. Oppgaver kodet som *å gjøre matematikk* var helt fraværende. Andelen oppgaver på et lavt kognitivt nivå var noe lavere i Mattemagisk, 56%, og bare 8% var *memoreringsoppgaver*. I *Mattemagisk* var også 5% av oppgavene kodet som å gjøre matematikk. *Matematikk* skiller seg ut fordi flertallet av oppgavene stilte høye kognitive krav, 74%, hvorav hele 23% av totalen var kodet som *å gjøre matematikk*. Bare 2% av oppgavene var *memoreringsoppgaver*.

Lærebøkene for ungdomstrinnet skiller seg fra lærebøkene for 1. klasse. Selv om flertallet av oppgavene i 1. klassebøkene stiller lave kognitive krav er andelen mye større i ungdomsskolebøkene (Berge, 2016; M. K. M. Johnsen & Storaas, 2015). I *Grunntall* og *Faktor* er mesteparten av oppgavene prosedyrepregede, det vil si at elevene skulle regne ut og følge regler. Dette gjaldt også for tekstoppgavene. Ifølge Resvoll (2014) så formidler disse lærebøkene at for å bli god i matematikk, må en lære seg prosedyrer og følge disse. Dette kan gi elevene et inntrykk av at matematikk fokuserer på svaret elevene får og ikke prosessen for å komme dit. I *Faktor* dominerer oppgaver som stiller lave kognitive krav, men andelen avtar noe fra 8. til 10. klasse, fra 94,3% til 89,9%. Av disse er det store flertallet *prosedyrer uten sammenheng*. Oppgaver kodet som *å gjøre matematikk* er nesten fraværende. Flertallet av oppgavene har kun ett steg, det vil si at oppgavene kunne løses ved hjelp av en enkelt operasjon. Det er en tydeligere forskjell mellom trinnene i *Faktor* om en tar i bruk de *kognitive domenene* som ble brukt i TIMMS. Her gikk domenet *knowing* – som blant annet innebærer å kunne hente informasjon og kunne utføre utrekninger – fra 82,8% i 8. til 48,3% i 10. klasse. Domenet *applying* – det å kunne ta i bruk matematikk i et vidt spekter av sammenhenger og lage representasjoner og modeller – gjorde opp for det meste av forskjellen, da *reasoning* – det å kunne resonnere matematisk – bare sto for mellom 2,6 og 4,8 % av totalen. (M. K. M. Johnsen & Storaas, 2015). Hele 75% av geometrioppgavene i *Grunntall* og *Faktor*, kan klassifiseres som reproduksjonsoppgaver, som vil si at de innebærer bruk av rutineoperasjoner, kjente problemstillinger og standardalgoritmer, mens i et tredje norsk læreverk – *Sirkel* – gjaldt dette kun halvparten. Det fantes til en viss grad oppgaver på det mellomste kognitive nivået, koblingsoppgaver, men oppgaver på det høyeste nivået var nesten fraværende. Hovedvekten av oppgavene hadde lukket struktur, som vil si de kun presentert nødvendig informasjon i en naturlig rekkefølge (Berge, 2016).

Det ser ut til å være flere likhetstrekk mellom *Faktor* og *Pi* – et finsk læreverk. Begge har en stor overvekt av oppgaver som stiller lave kognitive krav, men det er en noe større andel oppgaver som stiller høye kognitive krav i *Pi*, som ligger rundt 16% på alle trinnene. De ligner hverandre også når det gjelder hvor mange steg oppgavene krever. Til forskjell hadde *Pi* en større andel *applying* og *reasoning* enn *Faktor*. Vi finner den samme overvekten av oppgaver som stiller lave kognitive krav i lærebøker fra Kypros og Irland. I den kypriotiske læreboka var nesten 85% av oppgavene på et lavt kognitive nivå, mens de to irske bøkene hadde rett over 90%. Noe som var interessant var at ingen av oppgavene fra noen av landene ble kodet som *memoreringsoppgaver* og dette kan ha sammenheng med at forskerne kun så på addisjon og subtraksjon av brøk (Charalambous et al., 2010). Det samme ser vi også i en historisk sammenligning av lærebøker fra USA (Jones & Tarr, 2007, s. author-year).

I motsetning til de vestlige lærebøkene ser det ut til at de asiatiske lærebøkene har flere oppgaver med et høyt kognitivt nivå. To av de tre lærebøkene Berge (2016) undersøkte, skilte seg fra de norske, mens den tredje minnet om de norske. I de to første singaporske lærebøkene var det størst andel av koblingsoppgaver. I tillegg hadde de også oppgaver som lå på det høyeste nivået. Andelen oppgaver på det laveste nivået var også her av vesentlig størrelse. I de to taiwanske lærebøkene som Charalambous et al. (2010) studerte, stilte 71 og 81% av oppgavene høye kognitive krav. En annen forskjell var at de taiwanske lærebøkene, i motsetning til den kypriotiske og de irske lærebøkene, krevde en stor andel av oppgavene (29% og 56%) at elevene måtte svare på oppgavene med en matematisk setning.

Siden oppgaven min dreier seg om å se på utviklingen av de kognitive kravene som oppgavene stiller i norske lærebøker, er det viktig å ta for seg hva slags endringer som har skjedd i dem. Både Helgesen (2014) og Alseth, Breiteig og Brekke (2003) har funnet flere endringer som har skjedd mellom lærebøker fra forskjellige læreplaner i Norge. Det samme gjorde Baker et al. (2010) som så på utviklingen av amerikanske lærebøker gjennom 100 år. Dette indikerer at læreplanene har en effekt på hva som vil være i lærebøkene. Ingen av de nevnte studiene så spesifikt på de kognitive kravene i lærebøker. Fra studien til Jones og Tarr (2007) – som så på de kognitive kravene som oppgavene stiller – får vi en annen konklusjon.

Helgesen (2014) så på hvordan multiplikasjon har blitt introdusert i norske lærebøker fra 1925 til 2011. Han så blant annet på om de brukte flersifrede tall i oppgavene og om de var tekstoppgaver. Under normalplanene hadde mesteparten av oppgavene flersifrede faktorer, mens under M74, M87 og L97 var en stor andel av oppgavene ensifrede. Andelen flersifrede oppgaver i LK06 er noe høyere enn i L97. Helgesen hevder at mangelen på flersifrede oppgaver påvirket resultatene fra TIMSS 2003. Lærebøker fra normalplanene hadde også en større andel tekstoppgaver, mens M74, M87 og L97 la mer vekt på rene talloppgaver. Denne trenden kan se ut til å ha snudd seg etterLK06.

Alseth et al. (2003) gjorde en sammenligning av lærebøker fra M87 og L97. De fant ut at det har vært en økning i antall oppgaver som legger til rette for nysgjerrighet og at elevene får være med å finne og lage regler. Det samme gjelder for oppgaver knyttet til de estetiske sidene ved faget, noe som spesielt gjaldt for geometri. De fant ingen tendenser til endring i oppgavenes kobling til dagliglivet. I lærebøkene fra L97 var det få oppgaver som oppmuntret til diskusjon og ettertanke, men det var allikevel flere enn i lærebøkene fra M87.

Baker et al. (2010) gjorde en sammenligning av amerikanske lærebøker for 1. til 6. klasse fra 1904 til 2000. En av de tydeligste endringene er i størrelsen på dem, da de har økt fra 87 til

330 sider i gjennomsnitt. Det har også skjedd en endring i lærebøkene sitt fokus. I tidlige lærebøker var det større fokus på grunnleggende aritmetikk og prosedyre. Fra midten av 60-tallet så har antall sider dedikert til grunnleggende aritmetikk stabilisert seg og det har blitt mer innhold som fokuserer på geometri og måling. Dette inkluderer også geometriske konsepter, areal og volum. Mer avanserte konsepter, ideer og ferdigheter blir introdusert på tidligere trinn. Det har også blitt mer materiale som fokuserer på problemløsning.

Om vi ser på utviklingen av de kognitive kravene får vi andre resultater. Jones og Tarr (2007) gjennomførte en studie hvor de så på hvordan de kognitive nivået i sannsynlighet har endret seg gjennom 50 år i USA. USA har gått gjennom flere ulike perioder av matematikkutdanningen, *New Math*, *Back to Basics*, *Problem Solving* og *Standards*. Fra hver periode tok de for seg populære og alternative lærebøker. Populære lærebøker var de mest brukte lærebøkene, mens de alternative kunne være innovative eller skilte seg fra de populære fra samme periode. De populære lærebøkene hadde en overvekt av oppgaver som stilte lave kognitive krav. Denne fordelingen holdt seg stabil gjennom alle fire periodene. En alternativ lærebok fra Standards skilte seg ut ved at over halvparten av lærebøkene stilte høye kognitive krav.

2.1.3 – Bruk av lærebøker i undervisning og læring

Forskning på bruk av lærebøker i undervisning og læring dreier seg om hvordan lærere og elever bruker lærebøkene i praksis, altså hvordan lærebøkene former undervisning og læring (Fan et al., 2013). Dette er viktig å ta med, selv om oppgaven min dreier seg om sammenlikning. Lærebøkenes rolle i undervisningen er kompleks, fordi lærere og elever ikke er passive i hvordan de bruker dem. De har forventninger og mål som er påvirket av politiske retningslinjer (Valverde et al., 2002, s. 10). De er også bare en del av det systemet som er undervisning. Som vi vil se i neste kapittel vil ikke nødvendigvis en endring i en del av systemet føre til endringer i systemet som helhet.

Et problem med forskningen som er gjort på dette området, er at den har blitt gjort på en liten skala, av individuelle forskere og at den har vært av en utforskende natur og hovedsakelig fokusert på lærernes bruk av lærebøkene. Det kan derfor være vanskelig å trekke konklusjoner og si noe om i hvor stor grad dette vil gjelde for andre lære og elever i andre kontekster (Fan et al., 2013).

Tidligere forskning har vist at lærebøker spiller en stor rolle i undervisningen (Fan et al., 2013; E. B. Johnsen, 1999, s. 17; Juuhl, 2010, s. 18). Forskningen tyder også på at det er stor variasjon i hvordan lærebøkene brukes i ulike fag. Den styrer mest i de fagene som har mye struktur, dette gjelder spesielt i matematikk (Bachmann, 2004). Den mest vanlige måten å arbeide på, er individuelt arbeid med oppgaver (Juuhl, 2010).

Det som skiller matematikklærere fra andre grupper lærere, er at de i større grad tar i bruk års- eller halvårsplaner og metodiske veiledningshefter. Utenom dette bruker de planer og hjelpemiddel lite ifølge Bachmann (2004). Under L97 uttrykte lærere at de stolte på lærebøkene og at de samsvarte med læreplanen og at de brukte læreboka som en rettesnor (Alseth et al., 2003). Dette er støttet av masteroppgaven til Adalberon (2014), som skriver at læreboka fungerer som en mal som bestemmer temaet og rekkefølgen. Hvordan lærebøkene er laget ser ut til å støtte denne bruken, ved at mange læreverk har en bok for hvert halvår. I timene fungerer læreboka mer som et redskap. Her supplerer lærerne med oppgaver fra andre steder. Adalberon (2014) trekker frem at en konsekvens av at læreboka styrer rekkefølgen er «at lærerne må fullføre undervisningen av ulike emner i henhold til fastsatte tider, istedenfor at det tas hensyn til elevenes progresjon i faget» (s. 57). Dette støtter opp under det Freeman og Porter (1989) skriver.

Noe som kan påvirke hvordan lærere tar i bruk lærebøker og andre ressurser er holdningene deres og synet på læring og matematikk. Bruken påvirkes også av miljøet lærerne jobber i. Det kan se ut som om læreres erfaring påvirker hvordan de bruker lærebøkene. Nyutdannede hadde mange ideer, mens en med mer erfaring holdt seg mer til læreboka (Resvoll, 2014)

Vi finner også forskjeller i hvordan lærebøkene blir tatt i bruk på ulike trinn. I studien så Skjelbred (2005) på tre ulike klasser fra tre ulike skoler. Ungdomstrinnet tok i bruk mest tradisjonell undervisning og den dominerende arbeidsmåten var individuelt arbeid med oppgaver. På småskoletrinnet var det motsatt. Der var det få faste læremidler og arbeid med konkreter. På mellomtrinnet fungerte lærerne som veiledere og det var lite formell undervisning. De eksperimenterte med en alternativ organisasjon med en arbeidsplan og program som elevene så ut til å styre selv. Dette programmet lå nært lærebøkene til elevene. Skjelbred (2005) stilte spørsmål ved om lærebøkene er tilpasset en slik arbeidsmåte.

Selv om læreren stoler på lærebøkene sier de allikevel at de er bekymret for tidsbruken på ulike områder og om de greier å dekke alt. De samme spørsmålene ble stilt til prosjektarbeid (Alseth et al., 2003). Alseth et al. (2003) sier at «En mulig grunn til slike vurderinger kan komme av at en ved slike organiseringer av lærestoffet må «forlate» den tradisjonelle organiseringen av lærestoffet i en lærebok» (s. 127). Fra en annen studie uttrykker lærere misnøye over oppgavene. Ord de brukte for å beskrive dem var gammeldagse, barnslige og virkelighetsfjerne er ord som har blitt brukt om dem (Adalberon, 2014). Tekstoppgaver har også blitt trukket fram som et problem fordi elever med lesevansker kunne ha problemer med å sette seg inn i problemstillingene. Det var også misnøye med hensyn til oppgavetyper. De ble også kritisert for å ha for mye eksperimentering og for lite drilling (Alseth et al., 2003).

Det er ikke alle som er enige i lærebokens dominans. Freeman og Porter (1989) peker på at lærere må gjøre seks valg når det kommer til matematikkundervisning: For det første må det bli bestemt hvor mye tid som skal bli brukt på matematikkfaget. For det andre må det bli bestemt hvilke emner som skal bli tatt med. For det tredje må det bli bestemt hvor mye plass hvert enkelt emne skal få. For det fjerde må en bestemme om alle elevene skal bli undervist i samme emne. Det femte spørsmålet er i hvilken rekkefølge emnene skal bli presentert. Det siste er hva det vil si å oppnå målene i de ulike emnene. Lærebøker legger få eller ingen retningslinjer for nummer en, fire og seks. Det er her en finner de største forskjellene mellom praksisen til ulike lærere. I tillegg kan det vise seg at selv ikke i de andre valgene en lærer må gjøre følger de nødvendigvis læreboka. Flere hoppet over kapittel, eller underviste i emner som læreboka tok opp.

Krammer (1985) har funnet store forskjeller i undervisningspraksisen til lærere som brukte ulike lærebøker. Forskjellene lå i mengde *higher-order* spørsmål, mengde oppgavejobbing og mengde akademisk samtale. Han mente at det var en sammenheng mellom disse og lærebøkene. Det så ikke ut som om lærernes praksis hverken komplementerer eller retter på lærebøkenes mangler. Han stiller spørsmål ved om sammenhengen mellom undervisningspraksis og lærebøker er der fordi lærere valgte lærebøker som passet dem, eller om det var de som ble påvirket av lærebøkene (Krammer, 1985). Det samme fant Fan og Kaeley (2000). De mener at lærebøker formidler pedagogiske budskap og at de lager et miljø som oppmuntrer eller fraråder ulike undervisningsstrategier. Men, sammenhengen mellom undervisningspraksis og lærebok ikke nødvendigvis er så klar, da det også er funnet tydelige forskjeller i undervisningen til flere lærere som brukte samme lærebok. Det kan se ut som om innholdet i timene hovedsakelig ble bestemt av lærernes personlige meninger (Freeman & Porter, 1989). Ifølge Fan et al. (2013) er dette enda ikke besvart. Enten det er lærebøker som påvirker lærere eller lærere som velger lærebøker, mener jeg at det å forske på lærebøker kan være en viktig kilde til å forstå hvordan undervisningen foregikk tidligere.

2.2 – Fagplanene gjennom tiden

En grunn til å jevnlig fornye fagplaner baserer seg på at ny forskning utvikler ny teori som kan gi ny kunnskap om læring og matematikk (Brekke, 2001). Selv om jeg ikke tar for meg lærebøker før 70-tallet vil jeg likevel ta for meg N22 og N39 for å få et bedre historisk bilde av utviklingen. Det samme gjelder LK20, som kan gi et bilde av hvordan fremtiden vil bli.

Historisk har det vært to aspekter ved matematikk som gjør at det må inkluderes i skolen, nytte og danning. Pendelen har svingt mellom disse. Under M74 dominerte dannelse, mens i M87 dominerte nytte igjen (Gjone, 1994). Men, det kan se ut som om pendelen har sluttet å svinge. Ifølge Alseth et al. (2003, s. 20) ser det ut som om L97 prøver å favne begge to. Det kan virke slik med LK06 og LK20 også.

I denne delen vil jeg gå gjennom fagplanene som har vært i bruk i Norge, fra normalplanene til *Læreplanverket for kunnskapsløftet 2020*. Jeg vil fokusere på målet med matematikken, hvordan en er forventet å jobbe med stoffet og hva elevene skal møte i geometri. Det har vært en gradvis endring i målene for matematikkfaget fra læreplan til læreplan. For hver læreplan blir nye ting lagt til. Det kan være vanskelig å si noe konkret om forskjellene i geometri i de ulike læreplanene da de ofte har ulike måter å presentere dem på. Normalplanene og mønsterplanene presenterer emnene nesten som stikkord, en oppramsing av hva faget inneholder, mens læreplanene bruker hele setninger som utbroderer mer. De forskjellige læreplanene har også ulike inndelinger av trinnene. Normalplanen, M74, L97 og LK20 presenterer hva slags emner som skal gjennomgås trinn for trinn, mens M87 og LK06 presenterer dem i perioder på tre år. Jeg har derfor valgt å se på hva planene går gjennom fra 4 til 6. trinn fra normalplanene til M87 og fra 5. til 7. trinn etter.

Tabell 1: Geometriemner i læreplanene fra N22 til Lk20

Emner	N22	N39	M74	M87	L97	LK06	LK20
Egenskaper ved figurer			X	X	X	X	X
Konkreter			X	X	X	X	
Begreper og betegnelser			X	X	X	X	X
Kongruens og formlikhet			X				X
Forstørring og Forminskning			X		X	X	
Forskyvning, dreining, speiling			X		X	X	X
Tegning og Konstruksjon			X	X			
Areal og omkrets	X	X	X	X	X	X	X
Sirkel	X	X	X	X	X	X	X
Volum og Overflate		X	X	X		X	X
Koordinatsystem					X	X	X

Som vi kan se ut fra tabellen går mange av emnene igjen, men normalplanene skiller seg klart ut. Areal, omkrets og sirkel er de eneste emnene som går igjen i alle læreplanene. På tross av dette bør en være litt forsiktig med å trekke konklusjoner fra denne tabellen. De ulike læreplanene har forskjellige måter å presentere emnene og det kan diskuteres hva de legger i de ulike emnene. Alle oppfordrer til å jobbe praktisk og med konkreter og innføre geometriske begrep og betegnelser. Utregning av areal og omkrets er med i alle læreplanene. Arbeid med koordinatsystemet innføres i L97. Hva læreplanene faktisk legger i egenskaper går ingen av læreplanene noe nærmere inn på. Det mest interessante er de emnene som er fjernet. I M87 blir tre emner fjernet. Kongruens og formlikhet blir heller ikke nevnt i L97 og LK06. Vinkler har jeg ikke tatt med som et eget emne, da det ofte kan være implisitt eller går under egenskaper eller begreper og betegnelser, men i L97 er vinkler eksplisitt nevnt som «... dreining omkring et punkt og som stråler ut fra et punkt» (KUF, 1996, s. 164). Fra og med M87 er det også fokus på å bruke digitale hjelpemidler.

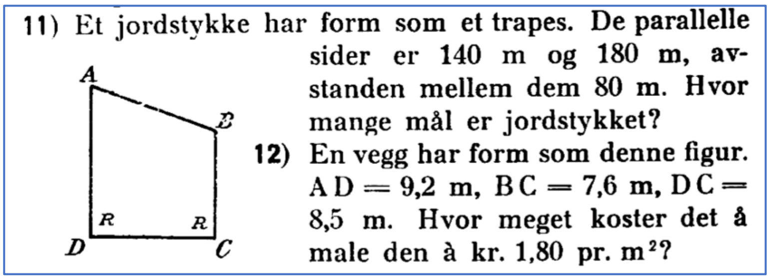
2.2.1 – N22 og N39 (KUD, 1922, 1939)

Den mest synlige forskjellen mellom normalplanene og de senere læreplanene er endringen av navnet fra regning til matematikk. Navnet viser også hva læreplanene prioriterte da de har tydelig forskjellig mål. N22 og N39 hadde et mer praktiske mål for matematikkfaget. Som for eksempel at «Barna skal lære å løse slike oppgaver som en vanlig får bruk for ute i livet, sikkert, raskt og på en praktisk måte, og skriftlig å gjøre rede for løsningen ved en korrekt og grei opstilling» (KUD, 1922, s. 22) og «Å hjelpa elevane til å løysa lettare rekneoppggåver som kvardagslivet krev, og gjera greie for utrekninga med å setja dei klårt og greitt opp» (KUD, 1939, s. 136). Bak i kapittelet under tips og råd finner vi allikevel antydninger til et mer helhetlig syn på matematikk:

> *I undervisningen må læreren alltid ha for øye at barna skal lære å regne på en slik måte at de øves opp til tenksomme mennesker. Derfor skal de ikke bare lære å forstå det de gjør, slik som barn på hvert trinn kan forstå det. Men de skal også bli vent til å arbeide seg frem til forståelsen og løsningsmåten ved egen hjelp.*
> *(KUD, 1922, s. 28)*

N22 sin undervisningsplan for matematikk er kort og inneholder kun formål, plan for undervisning og «vink», som er tips og råd til hvordan undervisningen kan skje. Undervisningsplanen i N39 er kraftig utvidet. Mesteparten av det nye materialet ligger i delkapittelet 3, rettledning, som tar for seg forskjell i elevenes evne, stoffet og arbeidsmåter. I arbeidsmåter tar arbeidsskoleprinsippet opp en stor del av plassen. Selv om N39 legger nevner bruk av konkreter og «praktiske» oppgaver, så er det viktigste her at elevene skal få mest mulig selvstendig arbeid. De eneste geometri-emnene som nevnes i N22 er utregning av areal. I N39 er også volum tatt med. Disse er presentert kort, nesten som stikkord.

Matematikkbøkene ser ut til å reflektere målene i normalplanene. Som Helgesen (2014) har vist var det en større andel tekstoppgaver før enn nå. Oppgavene ser ut til å fokusere på at elevene skal kunne hente ut informasjon fra teksten for så å «sikkert, raskt og på en praktisk måte» løse den. De blir sjelden mer kompliserte enn at elevene skal ta to tall og utføre en matematisk operasjon på dem. Figur 3 er typiske eksempel på oppgaver under normalplanene. De har forholdsvis mye tekst, og har en konkret forankring i virkeligheten.


11) Et jordstykke har form som et trapes. De parallelle sider er 140 m og 180 m, avstanden mellem dem 80 m. Hvor mange mål er jordstykket?

12) En vegg har form som denne figur. AD = 9,2 m, BC = 7,6 m, DC = 8,5 m. Hvor meget koster det å male den à kr. 1,80 pr. m²?

Figur 3: Geometrioppgaver hentet fra Schulstad og Visund (1933, s. 40)

2.2.2 – M74 (KUD, 1974)

Fra N39 til M74 har det vært store endringer. Det mest åpenbare er endringen i navn fra regning til matematikk. I navneskiftet ligger det også en endring i synet på matematikken, til noe som går utover det rent praktiske bruken av det. Dette ser vi i hvordan målet for matematikken ble utvidet og endret fra normalplanene. Her er det et mål å skaffe elevene innsikt og tallforståelse. Det er fremdeles et mål at elevene skal kunne anvende matematikken i dagliglivet, men dette synes å være tonet ned siden normalplanene. Matematikk som bakgrunn for videre utdanning er også med. M74 legger også vekt på at elevene skal finne glede i matematikken.

Spiralprinsippet nevnes spesifikt i M74, at emner skal behandles gjentatte ganger og bli mer og mer inngående. Mønsterplanen legger også vekt på å bruke induktive metoder, spesielt å la elevene eksperimentere for å finne sammenhenger, men den tar også høyde for at det kan være nødvendig med lærerstyrt undervisning. Mønsterplanen oppfordrer til å «bruke læremateriell som, i kortere eller lengre perioder, gjør det mulig for elevene å arbeide på egen hånd, enkeltvis eller i grupper» (KUD, 1974, s. 145). Dette vil kunne la læreren gå rundt å gi hjelp til dem som trenger det. Selv med dette fokuset oppfordrer mønsterplanen til at elevene skal begynne på nye emner samtidig, men M74 nevner også at det er viktig at elevene får øving i å samarbeide med en annen. Selv om de senere læreplanene ikke nevner det med navn, ser det ut som om spiralprinsippet fremdeles er gjeldende.

Det er her en tydeligere inndeling i forskjellige matematiske områder enn i normalplanene. Disse områdene blir fremdeles formulert i stikkordformat og ser ut til å legge liten føring i hvordan elevene skal arbeide med dem. Hva som legges i geometri har blitt kraftig utvidet og omfatter emner som går utover ren regning, men med fokus på det som elevene ifølge M74 har bruk for og hva som legger grunnlag for videre utdanning. M74 sier at geometri starter som et lekbetont tema, som går over i å vise elevene fagets systematiske oppbygning. Bevis for flere setninger bør være med i lærebøkene. Her er det veiledende årsplaner, år for år, for hva som skal introduseres.

2.2.3 – M87 (KUD, 1987)

Målene for matematikken i M87 kan se ut til å være like målene i M74, men det er gjort flere endringer. Nytt for denne læreplanen er et fokus på logisk tenkning og å kunne bearbeide data og vurdere informasjon. Det er også et fokus på å utvikle elevenes fantasi og skaperglede og bruke matematikk til å få elevene til å respektere hverandre og arbeide sammen. Matematikkens rolle i samfunnet og vitenskapen blir trukket frem, og det blir også dens rolle i kulturen.

M87 har det korteste delkapittelet om arbeidsmåter etter normalplanene. I likhet med M74, legger den vekt på utforskning og eksperimentering og/eller at læreren viser og forklarer. Det nevnes spesifikt at en skal bruke et enkelt og lett forståelig språk, hvor faguttrykkene introduseres etter hvert. Nytt for denne læreplanen er at det ser ut til å ha blitt et større fokus på samtaler og diskusjoner, hvor elevene skal oppfordres til å forklare hvordan de tenker og til å lage sine egne oppgaver. Undervisningsmaterialet bør gjøre det mulig for elevene å jobbe selvstendig og legge vekt på deres interesser og erfaringer.

I motsetning til M74 er det ikke årstrinnet som er overskriften, men de forskjellige områdene og de er delt inn i treårsperioder i stedet for enkelte år. M87 skiller seg noe fra M74 med å ha et avsnitt som introduserer fagområdene og utbroderer dem noe. Geometri er ut til å ha blitt delt opp i to emner, geometri, og måling og enheter. Det ser ut til å være noe overlapp mellom områdene, da begge omhandler areal. Geometri ser ut til fokusere mer på egenskaper, mens måling og enheter tar for seg mer praktiske oppgaver, som å ta i bruk måleredskaper og velge riktige mål. Her ligger også sammensatte enheter, kart og valuta. Interessant nok er det i måling og enheter hvor elevene møter volum.

2.2.4 – L97 (KUF, 1996)

L97 sine mål ser ut til å ha mye til felles med M87. Fantasi står fremdeles sterkt og er koblet til undersøking og å finne løsningsmetoder og -alternativer. Det er her et større fokus på matematikkens historie og dens rolle i kultur og vitenskap. Det er også et mål at elevene skal kunne formidle emner og ideer ved hjelp av matematisk språk. Dette finner også Alseth et al. (2003, s. 46-48)

L97 legger spesifikt vekt på at elevene skal få varierte utfordringer. Mange av disse kan en kjenne igjen fra tidligere læreplaner. I likhet med M87 før legger også L97 vekt på å samtale rundt og diskutere matematikk og at oppgavene skal være tilpasset den enkelte elev. Undersøking og utforskning er fremdeles viktige tema i denne læreplanen. Resonnere, begrunne og å trekke slutninger blir spesifikt nevnt her, samt å samarbeide om oppgaver. L97 legger større vekt på forståelse fremfor pugging, men trekker også frem at elevene må øve på ferdigheter, kunnskaper og prosedyrer. Nytt for denne læreplanen er et fokus på tverrfaglige aktiviteter. I denne læreplanen står det at oppgavene bør være realistiske for at de skal være mer motiverende. Det legges også vekt på at elevene skal få praktiske og konkrete erfaringer.

Alseth et al. (2003) har også funnet flere forskjeller mellom M87 og L97. Det kan se ut som om L97 oppfordrer i sterkere grad enn M87 til å bruke eksperimentering, utforskning, lek og spill. Erfaringer fra dagliglivet er styrket, det samme gjelder fagets estetiske sider og fagets rolle i kultur og vitenskap. L97 ser også ut til i større grad å oppfordre til å samtale om matematikken. Videre skal praktiske erfaringer og opplevelser bli knyttet til refleksjon og sammenheng mellom matematikk og dagligliv blir mer synlig. Ferdigheter skal også ha blitt sterkere knyttet til forståelse enn M87.

Noe som skiller L97 fra de tidlige læreplanene er i formuleringen av de ulike emnene under de forskjellige områdene. Nå blir de skrevet med hele setninger, noe som kan gi føringer for hvordan en er ment å jobbe med stoffet. Under geometri finner vi verb som lage, måle, erfare, arbeide med og undersøke. Inndelingen i hovedområder og emner ligner M74, hvor det er planer for hvert trinn. Geometri og måling og enheter er slått sammen igjen til et område.

2.2.5 – LK06 (Utdanningsdirektoratet, 2006)

LK06 sine mål for faget ligner i stor grad på L97 sine mål, men de er skrevet om til en sammenhengende tekst I tillegg nevner den måter elevene skal jobbe med faget, praktisk og teoretisk, utforsking, lekende, kreative og problemløsende aktiviteter.

I motsetning til tidligere læreplaner har LK06 ingen dedikerte delkapitler som omhandler arbeidsmåter. Hvordan en er ment å jobbe med matematikkfaget ser ut til å være koblet opp mot de grunnleggende ferdighetene, muntlige ferdigheter, skriving, lesing, regning og digitale ferdigheter. Mye av det som trekkes frem i LK06 ligner på tidligere læreplaner. Diskutere og samtale rundt matematikk er fremdeles sentralt. Det samme er det å gå fra enkelt matematisk språk til fagterminologi, men det ser ut til at det er større fokus på at elevene skal kunne uttrykke seg med matematiske symboler. Denne læreplanen ser ut til å legge mer vekt på å kunne lage diagrammer, tegninger og lignende som passer situasjonen. Det er også fokus på at elevene skal kunne bruke varierte strategier for å finne løsningene. Det kan se ut som om LK06 som L97 ønsker å ha større fokus på forståelse snarere enn pugging.

LK06 sine kompetansemål er formulert i hele setninger, som L97. Verbene LK06 bruker er analysere, bygge, beskrive og gjennomføre. Dette kan tyde på at de har forskjellig syn på hvordan elevene skal jobbe med emnene og at LK06 har sterkere føringer for hvordan elevene skal møte ulike emner enn L97. LK06 har gått tilbake til å være delt opp i treårsperioder i stedet for hvert enkelt trinn.

2.2.6 – LK20 (Utdanningsdirektoratet, 2020)

I motsetning til de tidligere læreplanene har ikke LK20 mål for matematikkfaget, men begynner med fagrelevans og sentrale verdier, som ser ut til å inneholde de samme elementene. Denne delen er kortere enn i LK06. Det å se mønster og sammenhenger står fremdeles sentralt. Målet for matematikken blir utbrodert i et nytt kapittel som omhandler kjerneelement, som er nytt for LK20. Disse kan synes å både være knyttet til formålet og hvordan en skal jobbe med matematikken. Disse er *utforskning og problemløsning*, *modellering og anvendinger*, *resonnering og argumentasjon*, *representasjon og kommunikasjon*, *abstraksjon og generalisering* og *matematiske kunnskapsområder*. De grunnleggende ferdighetene er med fra LK06.

LK20 sine kompetansemål ligner de forrige læreplanene i utforming. Det er blitt gjort flere endringer fra LK06, som at kompetansemålene er for hvert årstrinn og at de ikke er delt opp i de ulike emnene. Alle målene er punkt under trinnet. Det er interessant at geometriemner ikke er blitt nevnt i hverken 5. eller 7. trinn – kun for 6. trinn. Verbene som blir brukt her er beskrive, utforske, måle og bruke. På nettet kan en også finne forklaring til verbene og hva som legges i dem. Det kan se ut som om LK20 ikke legger like sterke føringer som LK06 i hvordan elevene skal møte ulike emner.

3 – Teori

3.1 – Læringsmuligheter

Carroll (1989) utviklet i 1963 «a model for school learning». Han kom med fem variabler som påvirker hva eleven vil lære: *Aptitude*, *Opportunity to learn*, *perseverance, quality of instruction* og *ability to understand instruction*. *Aptitude, perseverance* og *ability to understand instruction* dreier seg om kvaliteter som elevene selv har, mens *quality of instruction* er hvordan undervisningen foregår. Fordi disse variablene ligger utenfor lærebøkene vil jeg ikke ta dem for meg. *Opportunity to learn* kan oversettes til norsk med læringsmuligheter. Carroll (1989) definerer dette som mengden tid som tillater læring. Han hevder at det ofte er færre læringsmuligheter en det elevenes *aptitude* krever.

En kan koble læringsmuligheter til den tredelte modellen av læreplanen – gått gjennom i kapittel 2. Törnroos (2005) skriver at læringsmuligheter blir gitt i den implementerte læreplanen og at det er åpenbart at den tiltenkte læreplanen vil påvirke hva som skjer i timene. Videre skriver hun at lærebøker vil reflektere målene til læreplanen, altså den potensielt implementerte læreplanen. Koblingen mellom lærebøker og læringsmuligheter vil nok være tydeligere i matematikk enn i mange andre fag da matematikkfaget er så lærebokstyr (Bachmann, 2004).

Læringsmuligheter blir ofte definert etter hvorvidt elevene lærer et emne, eller hvor bra de gjør det på tester og prøver, men som både Skemp (1987) og Kilpatrick et al. (2001) påpeker, er det å kunne matematikk mer enn bare å kunne reprodusere det en tidligere har lært. I stedet for å fokusere på de spesifikke tingene elevene kan lære av lærebøkene – prosedyrer og algoritmer – vil jeg heller se på hva slags matematisk forståelse og kompetanse elevene kan få. For å kunne si noe om dette vil jeg støtte meg på Skemp (1987, s. 153) sin instrumentelle og relasjonelle forståelse og Kilpatrick et al. (2001) sine fem tråder for matematisk kompetanse.

3.1.1 – Matematisk forståelse

Vi kan dele forståelse inn i to kategorier, *instrumentell* og *relasjonell forståelse*. Skemp (1987) hørte om denne distinksjonen fra Stieg Mellin-Olsen ved Universitetet i Bergen. Disse to forståelsene handler ikke bare om hva slags oppfatning som er i hodet på den enkelte person, men kan også beskrive hvordan lærere og bøker fremstiller matematikken.

En elev med *Instrumentell forståelse* vil kunne regler for matematikk, men ikke forstå hvorfor de fungerer. Dette er noe Skemp (1987) normalt ikke ville kalt forståelse. «Låning» i subtraksjon, «snu opp ned og multipliser» i divisjon med brøk og «bytt side og bytt tegn» i algebra er eksempler på hvordan matematikken kan bli fremstilt instrumentelt. Skemp (1987) kommer med tre argumenter for å undervise instrumentelt. Det første er at det er enklere å lære. Det andre er at belønningene for arbeidet kommer raskere og tydeligere fram, da du kan løse en oppgave og sjekke svaret raskt. Det siste er at du kan få det riktige svaret raskere og sikrere gjennom instrumentell tenking sammenlignet med relasjonell

I motsetning så handler *relasjonell forståelse* om å kunne forstå *hva* og *hvorfor* noe fungerer. Det dreier seg om å kunne se sammenhengene (eller relasjonene) mellom ulike emner og temaer i matematikken. Skemp (1987, s. 153) presenteter fire argumenter for relasjonell undervisning. Det første er at det er lettere å tilpasse til nye oppgaver. Det andre er at det er enklere å huske. Det tredje er at *relasjonell forståelse* kan være et mål i seg selv, da elever kan bli motivert av matematikken i seg selv. Det siste argumentet er at dersom elever forstår relasjonelt vil de også prøve å forstå annet materiale de blir presentert for relasjonelt.

Skemp (1987) skriver at det kan være flere situasjonelle grunner til å undervise instrumentelt. En er at prøver og eksamener påvirker hvordan en ønsker å undervise eller lære. Om det viktigste er å gjøre det bra på prøver, vil dette påvirke hva en anser som viktig å lære seg. En annen er at pensum er overfylt, og at det dermed ikke blir tid til å kunne sette seg inn i alle emnene. En tredje grunn er at det er vanskelig å endre hvordan en underviser om en allerede er vant med å undervise instrumentelt.

Ifølge Skemp (1987, s. 153) kan det her oppstå to typer uoverensstemmelser mellom lærer og elev. Den første er at eleven ønsker å forstå instrumentelt, mens læreren underviser relasjonelt. Den andre er at eleven ønsker å forstå relasjonelt, mens læreren underviser instrumentelt. Av disse to, er det den siste som skal være mest skadelig for eleven. I det første tilfellet vil eleven før eller siden få en regel som de kan følge, men i det siste tilfellet vil ikke eleven få det som er kritisk for deres forståelse: en forklaring på hvorfor det fungerer. Det finnes en annen form for uoverensstemmelse, og det er den mellom lærer og lærebok. Han hevder at det skal mer til enn en lærebok for å endre læreres undervisningsstil, men det kan fremdeles oppstå problemer. Selv om læreplaner endres betyr ikke det at læreres oppfatninger om hvordan en underviser i matematikk vil endre seg. Han hevder også at om en lærer underviser instrumentelt, så ville det vært bedre om læreren hadde en instrumentell lærebok enn en relasjonell lærebok, da de i det minste vil lære matematiske prosedyrer.

Mens Skemp (1987, s. 153) snakker spesifikt om lærer-elev og lærer-lærebok, kan vi utvide dette til å gjelde flere sammenhenger. Da er det bedre å snakke om uoverensstemmelser mellom sender og mottaker. I denne oppgaven vil senderen hovedsakelig være læreboken, mens mottakeren hovedsakelig være eleven.

3.1.2 – Matematisk kompetanse

Matematisk kompetanse (mathematical proficiency) er hva Kilpatrick et al. (2001) mener skal til for vellykket å lære matematikk. Dette – ifølge dem – består matematisk kompetanse av fem tråder: *conceptual understanding*, *procedural fluency*, *strategic competence*, *adaptive reasoning* og *productive disposition*. Disse må en ikke se på som i et hierarki, som *instrumentell* og *relasjonell forståelse*, da alle sammen må være til stede. Trådene er sammenflettet og avhengige av hverandre. For å oppnå matematisk kompetanse må undervisningen ta opp alle trådene. Matematisk kompetanse skal ifølge Kilpatrick et al. (2001) gjøre elevene i stand til både å håndtere hverdagslige problemer og til å studere matematikk videre. Vi kan trekke paralleller mellom de fem trådene og Skemp (1987) sin *instrumentelle* og *relasjonelle forståelse*. En undervisning som tar opp de fem trådene vil gi elevene en *relasjonell forståelse* av matematikken. Matematisk kompetanse er ikke enten eller, men handler mer om hvilket nivå en er på. Dette er noe som utvikles over tid

Conceptual understanding handler om å ha en forståelse av matematiske konsepter, operasjoner og relasjoner. Dette er mer enn å bare kunne kontekstløse fakta og metoder, og det handler mer om å ha ha kunnskapen organisert til en helhet som lar dem lære nye ideer ved å koble det til det elevene allerede vet. Kunnskapen de allerede har blir grunnlaget for å skape ny kunnskap og for å kunne løse nye og ukjente problemer. *Conceptual understanding* kan føre til at elever ikke trenger å «lære» like mye, da de kan se sammenhenger mellom ulike tema med overfladiske forskjeller. Et kjennetegn på dette er at personen kan uttrykke matematiske situasjoner på flere måter og vite når de ulike representasjonene kan være nyttige.

Procedural fluency er evnen til å utføre prosedyrer fleksibelt, riktig, effektivt og i passende sammenhenger. Det er også viktig å kunne estimere hva resultatet skal bli. *Conceptual understanding* kan gjøre det enklere å lære nye ferdigheter. På samme vis kan *procedural fluency* gjøre det lettere å lære nye matematiske konsept og styrke og utvikle denne forståelsen. Elever med *procedural fluency* har det vanskeligere med å glemme viktige steg i arbeidet og det er lettere for dem å rekonstruere dem når de har gjort en feil. Om en ikke lærer med forståelse blir det de har lært isolert fra en annen. En mulig konsekvens av dette er at elevene lager et skille mellom det som skjer på skolen og det som skjer utenom.

Strategic competence er evnen til å kunne formulere, representere og løse matematiske problem. I rutineoppgaver er løsningsmetoden allerede gitt, vil ikke kreve *strategic competence*. I Denne tråden handler det om ikke-rutineoppgaver. Dette kan relateres til hva som andre plasser blir omtalt som problemløsning. Denne tråden handler om å finne ut *hva* problemet faktisk er og så formulere det slik at de kan bruke matematikk til å løse det. Elever med god *strategic competence* kan komme på flere ulike måter å representere et problem og kunne bruke flere måter for å finne svaret. Denne tråden er viktig for å utvikle *procedural fluency* og *procedural fluency* er viktig for å kunne løse vanskeligere oppgaver.

Adaptive reasoning handler om kapasitet til å tenke logisk på sammenhengene mellom ulike konsepter og situasjoner. Denne tråden er det som binder all matematikken sammen. Det handler om å kunne se koblinger mellom ulike tema, konsepter, fakta og prosedyrer. Å kunne bruke deduktiv logikk for å komme til enighet. Denne tråden favner også uformelle forklaringer og begrunnelser, men også intuitive og induktive resonnement basert på mønster, analogi og metaforer. *Adaptive reasoning* interagerer mye med de andre trådene, spesielt i problemløsning.

Productive disposition er det å kunne se matematikk som noe fornuftig, nyttig og verdifullt, sammen med en tro på at en kan bli bedre i det gjennom jevn innsats. Dette er viktig å ha for å kunne utvikle de andre trådene. For å oppnå det må elevene få flere muligheter til å gi mening til matematikken. Jo flere matematiske konsepter elevene forstår, jo mer mening får matematikken. Tror elevene at de kan utvikle seg matematisk blir det også lettere for dem å gjøre det. Om elever ikke får krevende oppgaver kan de få en oppfatning av at matematikk handler om å memorere i stedet for å se sammenhenger.

3.2 – Undervisning som kulturell aktivitet

En kulturell aktivitet blir representert gjennom *kulturelle manus* (cultural scripts) som er kunnskap om en hendelse som aktørene i aktiviteten deler. Disse *manusene* styrer hvordan vi oppfører oss og hva vi kan forvente oss av andre. Denne kunnskapen er implisitt og læres gjennom observasjon og deltakelse. Dette gjør at disse aktivitetene er vanskelige for deltakere i kulturen å oppdage (Stigler & Hiebert, 1999).

Ifølge Stigler og Hiebert (1999) er det flere likhetstrekk mellom hvordan undervisningen foregår i et land enn det er mellom hvordan undervisningen foregår i ulike land. De forklarer dette med at undervisning også er en kulturell aktivitet. Fordi lærere har tatt del i undervisningen over lang tid gjennom oppveksten har de fått implisitt forståelse av hvordan undervisning skal foregå. Dette manuset er ikke bare for læreren, men elevene tar også del i det.

Kulturelle aktiviteter utvikles over lang tid som passer sammen med hva slags oppfatninger og antakelser kulturen har. De hevder at undervisning er basert på et relativt lite antall implisitte antakelser og meninger om matematikkens natur, hvordan elever lærer og lærerens rolle i undervisningen. I USA var synet at matematikk handlet om å kunne prosedyrene for å løse matematiske problem. I tillegg mente de amerikanske lærerne at matematikk i seg selv ikke var spennende og forsøkte dermed å sprite opp undervisningen på ikke-matematiske måter eller ved å legge matematikkproblemene nær virkeligheten. Dette er forskjellig fra hvordan japanske lærere oppfattet matematikk, som sammenhengen mellom konsepter, fakta og prosedyrer. Hvordan en ser på læring vil være påvirket av synet på matematikken. Om en ser på matematikk som å kunne prosedyrer, som amerikanske lærere, kan en få den oppfatning av at den beste måten å lære seg det er å gradvis ta for seg nye emner og å repetere og øve på prosedyrene. Her vil det nærmest være et mål å minimere frustrasjon. I motsetning kan det japanske synet føre til at begynner med vanskelige oppgaver for så å diskutere hvordan en kan løse problemet. Hvordan læring foregår vil påvirke rollen læreren har (Stigler & Hiebert, 1999).

Fordi undervisningen kan bli sett på som en kulturell aktivitet mener jeg at også det å skrive lærebøker kan bli sett på som en kulturell aktivitet. Lærebokforfattere har gjennom sin egen skolegang sett hvordan lærebøker ser ut og hvordan de skal bli brukt. Når de senere skal skrive lærebøker vil dette påvirke hvordan de selv mener de skal se ut og hvordan de skal bli brukt. Lærebøker vil da bli et kulturelt redskap.

Det er selvsagt ønskelig å forbedre undervisningen, men Stigler og Hiebert (1999) skriver at «... it will be difficult, if not impossible, to improve teaching by changing individual elements or features. In a system, all features reinforce each other» (s. 97). Dette betyr at en ikke kan forvente å endre hvordan undervisningen skjer ved å bare endre på enkelte deler av undervisningen, som for eksempel lærebøker. Av og til kan endringer i undervisningen gjøre ting verre enn det de var. Dette er noe som Skemp (1987) ser ut til å være enig i, da han påstår at en lærer som underviser instrumentelt vil ha bedre nytte av en lærebok som presenterer matematikken instrumentelt enn relasjonelt. I et slikt tilfelle kan en «forbedring» ha negative konsekvenser.

3.3 – Rammeverk: de fire kognitive nivå

Ifølge NCTM (1991) så lærer ikke elevene av å få riktig svar på oppgavene, men hva slags type tenking oppgavene krever. Oppgavene bør fremme og utvikle elevenes forståelse av konsepter og prosedyrer som gir dem evnen til å løse problemer og til å kunne resonnere og kommunisere matematisk. Oppgaver som krever at elevene reproduserer tidligere lærte fakta og prosedyrer gir elevene en annen mulighet for læring enn oppgaver hvor de må finne sammenhenger mellom ulike matematiske konsepter (Stein et al., 2009). Stein et al. (2009) beskriver kognitive krav som «the kind and level of thinking required of students in order to successfully engage with and solve the task» (s. 1). Dette blir konkretisert i de fire kognitive nivåene (Tabell 2). Disse er delt i to: høye kognitive krav og lave kognitive krav. De lave kognitive kravene består av *memoreringsoppgaver* og *prosedyrer uten sammenheng*, mens de høye kognitive kravene består av *prosedyrer uten sammenheng* og *å gjøre matematikk*. De lavere nivåene krever kun at eleven repeterer tidligere lært informasjon, mens de høyere nivåene kraver at eleven ser koblinger til andre tema og emner, eller at de har en dypere forståelse for hva de må gjøre.

Dette rammeverket har blitt tatt i bruk i flere studier av kognitive krav (f.eks. Charalambous et al., 2010; M. K. M. Johnsen & Storaas, 2015; Jones & Tarr, 2007; Tokheim, 2015). De kognitive nivåene til Stein et al. (2009) minner mye om Grønmo, Lindquist, Aurora og Mullis (2013) sine kognitive domener, som består av *knowing*, *applying* og *reasoning*. I motsetning til de kognitive nivåene bygger de ulike kognitive domenene på hverandre. *Reasoning* – som handler om logisk og systematisk tenkning – krever *applying*. *Applying* – som handler om å kunne ta i bruk matematikk i ulike kontekster – trenger *knowing* – som handler om å kunne matematiske fakta, konsepter og prosedyrer.

M. K. M. Johnsen og Storaas (2015) tok i bruk aritmetisk kompleksitet, kognitive domener og levels of cognitive demand. Her fant de en sammenheng mellom TIMSS (Grønmo et al., 2013) sine kognitive domener og Stein et al. (2009) sine *kognitive krav*. *Knowing* lå alltid innenfor de lavere kognitive nivåene. Applying kunne enten være *prosedyrer uten sammenheng* eller *prosedyrer med sammenheng*. Domenet *reasoning* hørte alltid til de høyere nivåene. Dette peker på at de ulike rammeverkene til en viss grad måler det samme fenomenet. Dette kan tyde på at Stein et al. (2009) sin klassifisering av kognitive krav vil være et godt mål for kognitive krav.

De kognitive nivåene er ikke opprinnelig utviklet for å analysere oppgavene i lærebøker, men de var mer tenkt som et redskap til å planlegge timer. Ved å definere hva elevene skal lære, kan læreren velge eller lage oppgaver som passer til dette målet (Stein et al., 2009). Her vil jeg bruke rammeverket på motsatt vis; ved å se på hva oppgaver som blir gitt, kan vi si noe om hva elevene er forventet å lære.

Hvilke typer oppgaver elevene jobber med påvirker deres tanker om matematikkens natur. Å kun fokusere på matematikkoppgaver med lave kognitive krav kan føre til bedre resultater på prøver og gjøre elevene mer effektive i å bruk algoritmene. Problemet med dett er at det kan føre til at elevene får et snevert fokus på hva matematikk er. Det kan også føre til at elevene ikke kan ta i bruk regler og prosedyrer mer generelt, eller når det er passende å bruke dem Det motsatte, å ha et større fokus på oppgaver med høye kognitive krav, er heller ikke nødvendigvis positivt. Av og til kan det være bra med oppgaver som har et annet fokus, som for eksempel oppgaver som har som mål å øke elevenes «leseferdighetene» (Stein et al., 2009).

Stein et al. (2009) skriver at de oppgavene elevene daglig jobber med, vil påvirke hva elevene mener matematikk dreier seg om, både om det er noe de kan finne mening i og hvor mye arbeid de trenger å legge i det. Her ser vi en sammenheng mellom Skemp (1987) sin relasjonelle og instrumentelle forståelse og Stein et al. (2009) sine kognitive nivå. *Memorering* og *prosedyrer uten sammenheng* kan vi koble sammen med instrumentell forståelse som handler om å reprodusere tidligere lærte definisjoner og prosedyrer. Relasjonell forståelse kan vi knytte til de høye kognitive nivåene*,* da disse krever at en har forståelse for hva en gjør og hvorfor, samt å kunne tenke ikke-algoritmisk.

Vi kan også koble kognitive nivå til Kilpatrick et al. (2001) sine tråder av matematisk kompetanse. Sammenhengene er ikke like tydelig som i matematisk forståelse. Hvert av de kognitive nivåene kan ikke kobles direkte sammen med en tråd, da alle trådene er forankret i de høyere kognitive kravene. *Conceptual understanding* er mer enn å kunne isolerte fakta, som ville vært nærmere knyttet til *memorering*. *Procedural fluency* og *strategic competence* er tydeligere knyttet til *prosedyrer med sammenheng*, mens *adaptive reasoning* er nært knyttet til *å gjøre matematikk*. *Productive disposition* samsvarer ikke med noe kognitivt nivå.

Det vi uansett ser er at en kan ikke oppnå matematisk kompetanse gjennom oppgaver som stiller lave kognitive krav.

Tabell 2: De kognitive nivåene. Oversatt og gjengitt fra Stein, Grover og Henningsen (1996, s. 6)

Lave Kognitive krav	**Høye Kognitive krav**
Memoreringsoppgaver low-m - Enten reprodusere tidligere lærte fakta, regler, formler, eller definisjoner ELLER lære seg fakta regler, formler og definisjoner. - Kan ikke bli løst ved hjelp av prosedyrer, fordi de ikke finnes eller fordi det er for lite tid til å bruke den - Er ikke tvetydig. Slike oppgaver krever eksakt reproduksjon av tidligere materiale og hva som kreves er tydelig sagt. - Har ingen sammenheng med konsepter eller mening som underligger fakta, regler, formler eller definisjoner som blir lært eller reprodusert.	Prosedyrer med sammenhenger high-p - Fokuserer på elevenes oppmerksomhet på bruken av prosedyrer for å utvikle dypere forståelse av forståelsen av matematiske konsepter og ideer. - Foreslår en måte å løse oppgaven som har nær sammenheng med underliggende konsepter og ideer. - Ofte representert på flere vis. Å se sammenhenger mellom flere representasjoner kan hjelpe med å se sammenhenger. - Generelle prosedyrer kan bli fulgt, men ikke uten å tenke. Oppgavene trenger forståelse for underliggende konsepter og ideer for å løse oppgaven.
Prosedyrer uten sammenhenger low-p - Algoritmiske. Hva oppgaven krever at skal bli gjort er åpenbart ut fra enten oppgavebeskrivelse eller basert på tidligere undervisning, erfaring, eller plassering av oppgaven. - Ikke tvetydig. Liten tvil om hva som må bli gjort. - Har ingen sammenheng med underliggende konsepter eller mening til prosedyren. - Fokuserer på korrekt svar, i stedet for å utvikle matematisk forståelse. - Krever ingen forklaring, eller forklaringer som fokuserer kun på å beskrive prosedyren.	Gjøre Matematikk high-d - Krever komplisert og ikke-algoritmisk tenking, altså måten for å løse oppgaven som er gitt på forhånd. - Krever at eleven utforsker og forstår matematikkens konsepter, prosesser og sammenhenger. - Krever selvovervåking og selvregulering av elevens egne kognitive prosesser. - Krever at eleven analyserer oppgaven og ser etter begrensninger med oppgaven som kan begrense løsningsstrategier og løsninger. - Krever høy kognitiv anstrengelse og kan føre til angst og stress.

4 – Metode

I dette kapittelet vil jeg gå gjennom hvilke metoder jeg har benyttet meg av, hvordan de er brukt og hva slags utvalg jeg har gjort, og hvordan jeg har gått frem for å besvare forskningsspørsmålet. Til slutt vil jeg gå gjennom validitet og reliabilitet.

4.1 – Studiens Design

4.1.1 – Dokumentanalyse

Scott (1990) definerer dokumenter som alt av skriftlige kilder. Dette vil også inkludere lærebøker. Denne typen dokument kan også omtales som «naturally occurring data», da de er laget med et annet formål enn forskning. I dokumentanalyse er det viktig å vurdere kildene i forhold til den konteksten de er laget i. Det vil da være relevant for meg å undersøke de ulike læreplanene som lærebøkene er skrevet under Thagaard (2018).

Når vi tar i bruk dokumentanalyse må vi gjøre flere kildekritiske vurderinger. Det første er å vurdere hvor relevant dokumentet er til problemstillingen. Det andre er å vurdere autentisiteten, om dokumentet er ekte og om det er laget av de som påstås å stå bak det. Det tredje er vurdere troverdigheten, om vi kan stole på informasjonen vi får fra det, og hva slags hensikter opphavspersonene kan ha hatt (Thagaard, 2018). Mye av dette blir løst for meg ved å ta for meg lærebøker, spesielt lærebøker som er godkjent av undervisningsdepartementet. Scott (1990, s. 7) skriver at en må vurdere om dokumentet er representativt. Det er ikke i alle tilfeller en ønsker materiale som er «typisk». I mitt tilfelle ville det vært best å velge lærebøker som er brukt på flere skoler, men dette er vanskelig å anslå uten salgstallene til lærebøkene, noe jeg ikke har.

4.2 – Utvalg

I denne delen vil jeg gå gjennom hvorfor jeg har gjort de valgene og avgrensningene jeg har gjort. Jeg vil ikke gå gjennom valg av rammeverk, da jeg allerede har tatt det for meg tidligere.

4.2.1 - Læreplaner

Det vil i denne oppgaven være mest passende å se på lærebøker skrevet for M74 og senere. Hovedgrunnen til dette er de store endringene som ble gjort fra N39 til M74, hvor matematikkfaget gikk fra å hete regning til matematikk. Omfanget og formålet med faget ble også utvidet. Det å se på en kortere tidsperioder gjøre også at jeg kan se på flere lærebøker fra samme læreplanperiode og få et bedre helhetsbilde av hvordan lærebøkene var i disse periodene.

4.2.2 – Årstrinn

For å minske mengden arbeid for meg selv har jeg har valgt å begrense meg til lærebøkene til kun en enkelt aldersgruppe. Dette er 6. trinn før 1997 og 7. trinn etter 1997. Til dette er det flere grunner. Utdanningen min er rettet mot 5.-10. klasse, noe som begrenser noe hvilket trinn jeg følger meg komfortabel med å analysere. Siden M87 og LK06 har delt fagplanene opp i perioder 2-3 år, vil det derfor være mest naturlig å se på det siste trinnet i en slik periode. På dette tidspunktet skal elevene ha vært igjennom alle emnene på fagplanen. Siden 6./7. trinn er avsluttende for barneskolen er det en forventning om at elevene skal ha «kommet like langt», selv om de følger ulike læreplaner.

4.2.3 - Lærebøker

Når jeg omtaler lærebøker og læreverk i denne oppgaven vil jeg referere til dem med tittelen i stedet for etter forfatter. Dette bidrar både til at teksten flyter bedre og til at fokuset blir på lærebøkene i stedet for forfatterne. Læreverkene jeg tar for meg som er skrevet før år 2000 er alle godkjente av Undervisnings-departementet (Bratholm, 2001). Dette gjør at de mest sannsynlig stemmer overens med Undervisningsdepartementet sitt mål for læreplanene. Ønsket var at lærebøkene skulle være brukt på flere skoler, men dette er vanskelig å verifisere. Jeg har fått hjelp av veileder i valg av læreverk.

Jeg kommer kun til å ta for meg grunnbøkene fra de ulike læreverkene. Å begrense meg til kun en type bok har konsekvenser. Dette gjør at jeg ikke vil få et helhetlig bilde av læreverkene. I tillegg er flere av læreverkene delt opp forskjellig. Et læreverk kan ha både grunnbok, oppgavebøker og ekstrabok, mens et annet kun har grunnbok. Begrensningen vil lette arbeidet med kodingen, men det viktigste er at det er grunnbøkene som antakeligvis er de bøkene som er mest brukt i skolen, både av lærere og elever. Dette gjør at grunnbøkene kan være de bøkene som har størst innvirkningen på elevenes oppfatning om hva det vil si å kunne og forstå matematikk.

I denne oppgaven har jeg valgt å ta for meg to læreverk fra hver læreplan. Dette gjør at jeg kan se om det finnes fellestrekk mellom dem. Fra hver læreplan har jeg også et læreverk som er oppdatert fra den forrige læreplanen. Om læreplanene har en innvirkning på læreverkene vil en kunne se forskjeller mellom samme læreverk brukt i forskjellige læreplaner. Læreverkene jeg undersøker er listet opp i Tabell 3. Jeg vil gå nærmere gjennom hvert av læreverkene i presentasjonen av resultatene.

Tabell 3: Oversikt over utvalgte lærebøker

Læreplan	Forfatter	Grunnbok
M74	Bjørklund, Forfang, B. og E.	Tall og Tegn 6a (1977)
		Tall og Tegn 6b (1977)
	Garmannslund	Matteboka: 6. klasse (1983)
M87	Garmannslund	Matteboka: 6. klasse (1988)
	Venheim, Skoogh, Nislon og Johansson	Regnereisen 6a (1991)
		Regnereisen 6b (1991)
L97	Venheim, Skoogh, Nislon og Johansson	Regnereisen 7a (1999)
		Regnereisen 7b (1999)
	Rasch-Halvorsen, Rangnes og Aasen	Tusen Millioner 7a (1999)
		Tusen Millioner 7b (1999)
LK06	Rasch-Halvorsen og Aasen	Tusen Millioner 7a (2008)
		Tusen Millioner 7b (2009)
	Alseth, Nordberg, Røsseland og Kirkegaard	Multi 7a (2008)
		Multi 7b (2008)

4.2.4 – Geometri

Geometri er ett av de klassiske temaene i matematikken, men temaet har ikke alltid hatt den samme plassen i læreplanene. I normalplanene dreide geometri seg om å kunne regne ut areal og volum, men etter M74 har geometrien blitt utvidet til flere emner. Forutsetningene for geometri har også endret seg med årene. Tidligere var konstruksjon en del av fagplanen, men dette emnet har senere falt bort. Nå er det også mulig å arbeide med geometri i «dynamiske geometriprogrammer», men ingen av lærebøkene som jeg har tatt for meg tar i bruk disse.

Noe som skiller geometri fra andre matematiske tema, er at det er et mye mer visuelt. Det er strengt tatt ingenting som hindrer andre tema i å være mer visuelle, men geometri er det temaet som har flest figurer og visualiseringer koblet til oppgavene. Dette kan gjøre det lettere å lage ulike typer oppgaver, noe som gjør at en ser lærebøkene fra sin beste side.

Jeg har valgt å la være å definere hva geometri er og heller støtte meg på hva læreplanene legger i det. Flere av læreplanene har delt hva jeg ville kalt geometri, opp i geometri og måling. Alle lærebøkene er delt inn etter tema, noe som gjør det lettere for meg å finne det jeg vil analysere. Derfor kommer jeg til å ta for meg alle kapitlene som omhandler geometri. Dette gjør at i enkelte tilfeller vil oppgaver som strengt tatt ikke dreier seg om geometri også blir med i kodingen. Dette regner jeg ikke som negativt, da dette kan si oss noe om hva lærebøkene legger vekt på.

4.3 – Gjennomføring

I denne oppgaven har jeg gjort et skille mellom oppgaver og item. Grunnen til dette er at en enkelt oppgave kan inneholde flere deloppgaver som stiller ulike kognitive krav. Det jeg omtaler som oppgaver vil være nummererte i lærebøkene. En enkelt oppgave kan inneholde ett eller flere item, som er den minste analyseenheten. I hvert item skal eleven gjøre noe, regnet ut, gjenkjenne, gjøre noe praktisk og så videre. Standardeksempelet er en oppgave med flere regnestykker delt inn i a), b) og c) osv., hvor disse vil være item. Ikke alle oppgaver inneholder nødvendigvis like mange item som de har inndelinger (se eksemplene i figur 5 og 6).

Når en deler oppgavene inn i item kan noen av nyansene gå tapt, mens andre blir fremhevet. Hverken item eller oppgaver sier noe om hvor mye tid en kan forvente at elevene skal bruke på dem. Oppgaver hvor det er ment at elevene skal trene på en algoritme – oftest kodet som memoreringsoppgaver eller *prosedyrer uten* sammenheng – inneholder oftest flere item, mens de mer kognitivt krevende oppgavene kan ofte være et enkelt item. Dette kan føre til at item på de lave kognitive nivåene vil utgjøre en stor andel av totalen. Det er ingen ting som skulle tilsi at oppgaver hvor en trener på algoritmer ikke skal være mer kognitivt krevende. En oppgave kan også ha flere item som kan bli lagt til forskjellige kognitive nivå. Denne distinksjonen kan bli borte uten inndelingen i item. Inndelingen i item kan også være til hjelp for å illustrere de ulike trinnene i en oppgave. En oppgave kan begynne med item på lavere nivå for å illustrere et fenomen, men avslutte med et mer kognitivt krevende item hvor det er forventet at elevene skal se sammenhenger med de de gjorde tidligere i oppgaven.

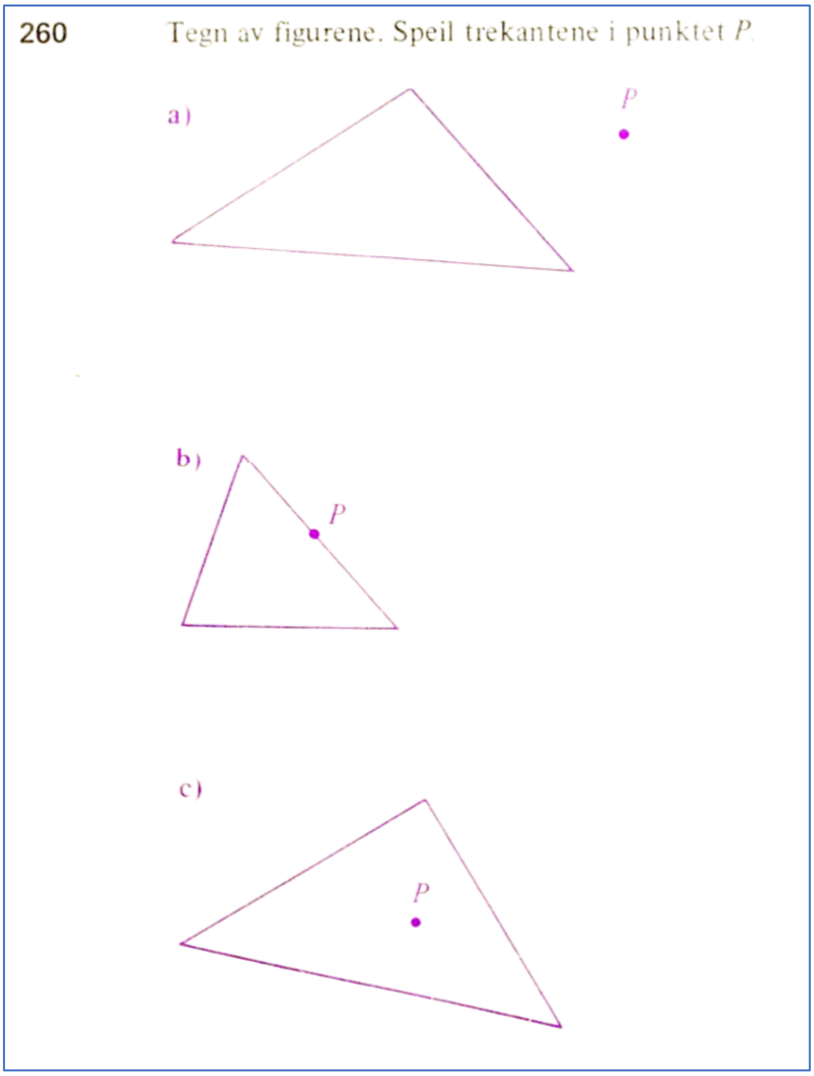
4.3.1 – Kodingen

Selve kodingen vil jeg regne det som en prosess hvor jeg hele tiden gikk frem og tilbake mellom koding og justering av *veileder til kodingen* (se vedlegg A). Veilederen jeg brukte var i stor grad basert på M. K. M. Johnsen og Storaas (2015) sin. Jeg var litt uenig i enkelte av deres valg og justerte min deretter.

Jeg begynte kodingen med den første boka i listen min, *Tall og Tegn* (1977). Jeg tok for meg ett og ett item for så å avgjøre hvilket kognitive krav itemet stilte. Etter hvert som jeg jobbet noterte jeg meg oppgaver og item som jeg var usikker på. Flere av disse gikk jeg tilbake og kodet etter hvert som jeg ble mer komfortabel med kodingen. De oppgavene jeg var usikker på samlet jeg i egne dokumenter som jeg sendte til veileder for å kunne diskutere disse. Det hendte ofte at jeg gikk tilbake og så igjennom oppgaver som jeg allerede hadde kodet for å sjekke konsistensen i egen koding.

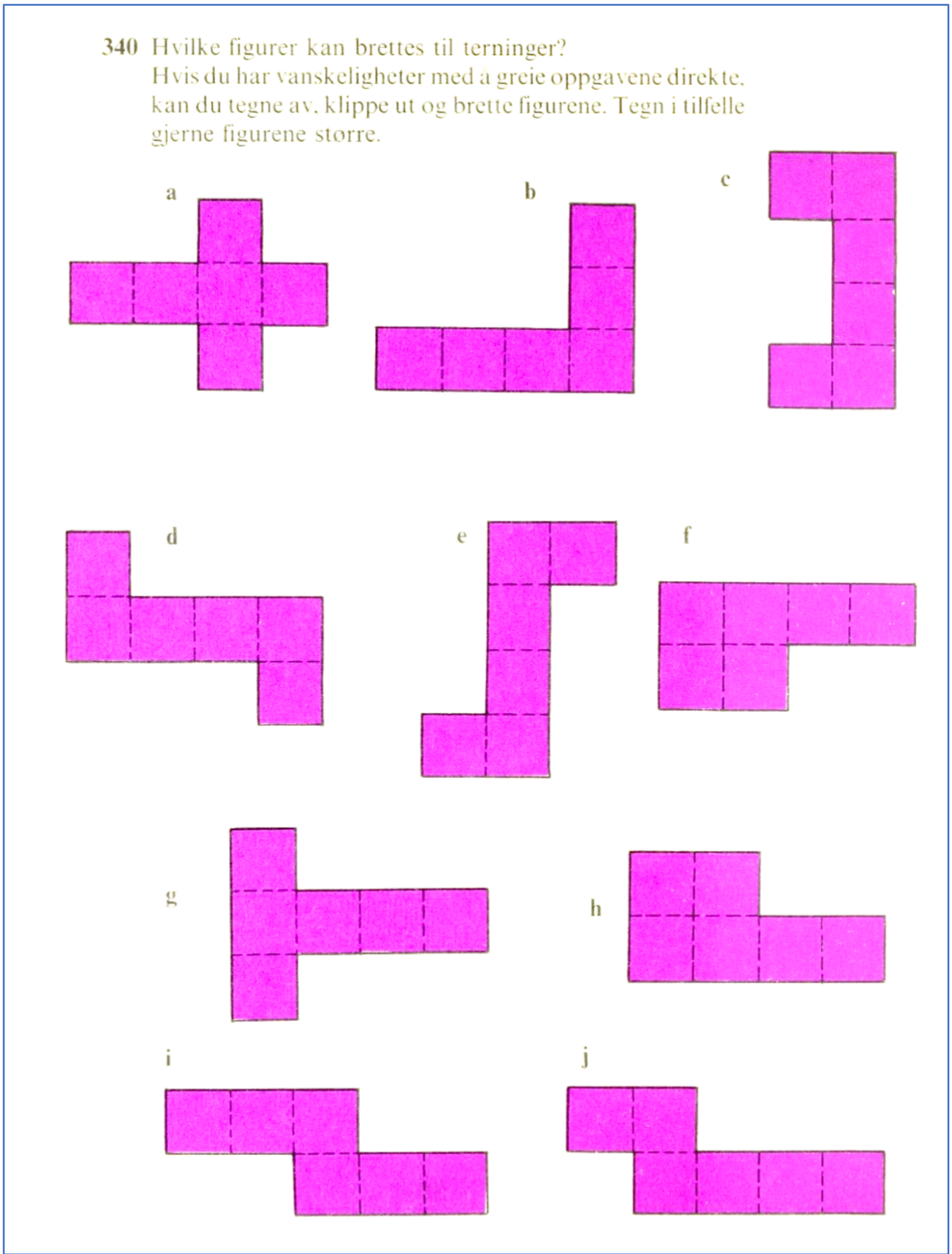
I arbeidet med rammeverket var det viktig å være oppmerksom på hva lærebøkene forventet at elevene allerede skulle kunne fra før, så jeg brukte også lærebøker fra tidligere trinn for å få vite hva de allerede skulle kunne. Det vanskeligste her var de to høyeste kognitive kravene. Etter som det, ut fra min koding, var få av disse kategoriene, gjorde det at det var vanskelig å kjenne dem igjen. Til tider kunne det føles som om jeg var for streng med kodingen.

Selve kodearbeidet ble utført i Excel. Her listet jeg oppgavene nedover, med to tomme kolonner hvor jeg kunne skrive notater. Den ene var forbeholdt mine egne notater, mens i den andre hadde jeg kommentarer fra læreboka. Dette kunne være om læreboka regnet oppgavene som vanskelige, eller om oppgaven krevde verktøy for å løses, f.eks. kalkulator. Itemene ble satt i radene bak oppgavene. Da arbeidet var ferdig, brukte jeg Excel til å telle opp antall item som var kodet i de forskjellige kategoriene.



Figur 4: Eksempel på prosedyrer uten sammenheng og prosedyrer med sammenheng. Hentet fra Tall og Tegn 6a (1977, s. 87)

Oppgave 260 fra *Tall og Tegn* 6a (Figur 4) er et godt eksempel på hvordan en oppgave kan inneholde flere deloppgaver som stiller ulike kognitive krav. Oppgave a) ligner eksempelet

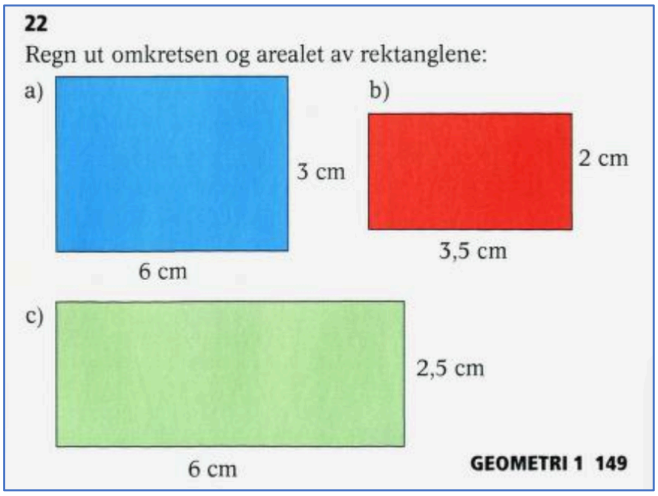


Figur 5: Eksempel på å gjøre matematikk. Hentet fra Tall og Tegn 6b (1977, s. 168)

som er gitt tidligere i boka og kan løses uten en dypere forståelse av prosedyren og er dermed *prosedyre uten sammenheng*, mens b) og c) skiller seg ut. De bruker samme prosedyre som a), men for å finne løse dem må en ha en dypere forståelse for hva speiling gjennom et punkt faktisk betyr.

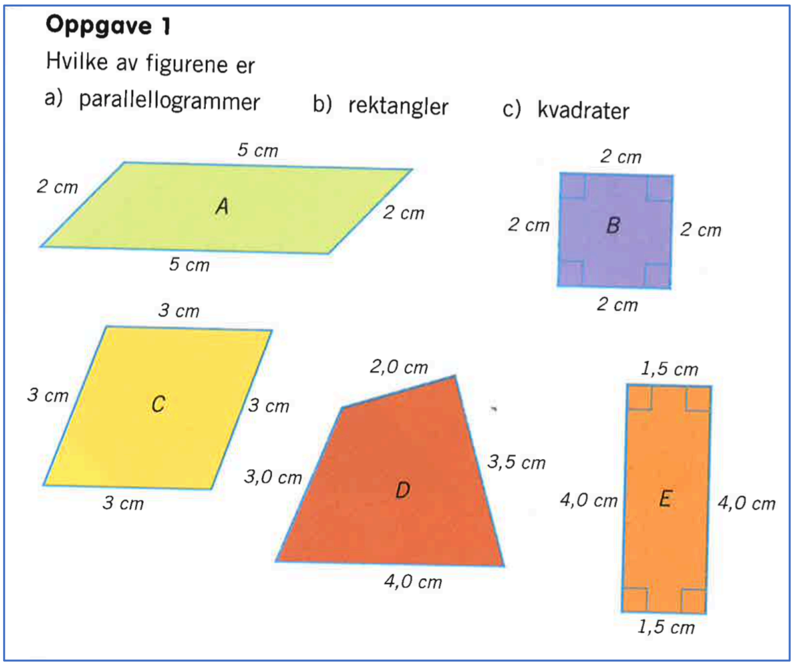
Oppgave 340 fra *Tall og Tegn* 6b (Figur 5) er et eksempel på en oppgave kodet som *å gjøre matematikk*, siden læreboken har ikke gått gjennom en algoritme for å løse slike oppgaver. Den har heller ingen direkte koblinger til andre emner i læreboka. Jeg har valgt å telle hele oppgaven som et item, da en kan se på likhetstrekk mellom flere av figurene og dermed forenkle arbeidet.

Oppgaven 22 i *Tusen Millioner* 7a (1999) (Figur 6) regner jeg som 6 item, da det å regne ut omkrets ikke hjelper til med utregningen av areal. Denne oppgaven kunne to oppgaver, en hvor én regner ut areal av ulike figurer, én hvor en regner ut omkretsen av andre figurer. Alle itemene er kodet som *prosedyrer uten sammenheng*, da en ikke trenger en dypere forståelse av algoritmene for å få riktig svar.



Figur 6: Eksempel på oppgaver med flere item enn inndelinger. Hentet fra Tusen Millioner 7a (1999, s. 148)

Oppgave 1 fra *Tusen Millioner* 7a (2008) (Figur 7) består av tre item – alle *memoreringsoppgaver*. Det eneste som trengs for å løse disse itemene er å kunne definisjoner på ulike firkanter. Selv om det er flere figurer i oppgaven som er parallellogram har jeg regnet det som et item, da navnsetting av figurer er en såpass enkelt.



Figur 7: Eksempel på memoreringsoppgaver. Hentet fra Tusen Millioner 7a (2008, s. 172)

4.4 – Validitet og reliabilitet

4.4.1 – Validitet

Validitet dreier seg om hvor gyldige tolkningene vi kommer frem til er. For å styrke denne er det viktig å gå gjennom det teoretiske ståstedet som gjør rede for tolkingene – altså at det må være teoretisk gjennomsiktighet (Thagaard, 2018).

Begrepsvaliditet handler om sammenhengen mellom det generelle fenomenet som undersøkes og de konkrete dataene. Fenomenet må da konkretiseres. Om begrepsvaliditeten er høy vil dataene representere det fenomenet som undersøkes (Christoffersen & Johannessen, 2012). For denne oppgaven vil dette gjelde sammenhengen mellom de ulike kategoriene for kognitive krav og hva slags kognitive krav oppgavene faktisk krever. En svakhet med måten jeg kategoriserer oppgavene, er at jeg ikke har kjennskap til elevene som faktisk har gjort dem. Elever kan ha helt forskjellige opplevelser av hva slags kognitive krav oppgavene stiller. Jeg vil ikke kunne påstå noe om hva disse oppgavene vil kreve av elevene i virkeligheten, men heller illustrere hvordan forskjeller og likheter i kognitive nivå kan variere mellom ulike lærebøker.

Selv om det kunne vært interessant å se hva elevene ville lære dersom de faktisk løste alle oppgavene i boka (jf. Mesa, 2004), er det ikke slik elevene vanligvis arbeider med lærebøkene. Som regel er det læreren som bestemmer hva slags oppgave elevene skal gjøre og dette kan føre til at enkelte elever gjør flere kognitivt krevende oppgaver enn andre elever. Elever kan da få ulikt utbytte av matematikkundervisningen, selv om de arbeider med samme lærebok. Det denne imaginære eleven kan hjelpe oss med, er å si noe om hva slags læring lærebøkene prioriterer.

Det er også et spørsmål om hvorvidt lærebøkene er representative for læreplanene de er skrevet for. I 1993 skrev E. B. Johnsen (1993, s. 158) at M87 ikke hadde hatt nok tid til å filtrere gjennom til lærebøkene, og dette ble skrevet hele 6 år etter at læreplanen var satt i verk. Flere av lærebøkene jeg har sett på har blitt laget kort tid etter innføringen av læreplanene. Dette fant jeg ikke ut før kodingen praktisk talt var ferdig. Dette ville begrenset hva slags bøker jeg kunne sett på og disse lærebøkene ville sannsynligvis ikke være representative for hva slags lærebøker som faktisk ble tatt i bruk i skolene.

Helt konkret kan jeg ikke påstå at resultatene vil gjelde utover de lærebøkene og områdene jeg har undersøkt. Jeg har forsøkt der jeg kunne å velge lærebøker som har vært mye brukt. Dette vil styrke validiteten, ikke nødvendigvis om resultatene vil gjelde for andre lærebøker, men hvor mange elever som har hatt samme møte med matematikken lærebøkene representerer.

4.4.2 – Reliabilitet

Reliabilitet handler om hvorvidt forskningen har blitt gjort på en pålitelig og tillitvekkende måte. Det er også knyttet til om vi vurderer resultatene til å være troverdige. Dette begrepet er knyttet sammen med kvantitativ forskning hvor det blant annet viser til om en annen forsker som bruker de samme metodene ville komme frem til samme resultat (Thagaard, 2018).

Det er til en viss grad rom for tolkning i rammeverket som jeg har brukt. På de itemene jeg har vært usikker på har jeg alltid diskutert med veileder. Da jeg var halvveis i kodingen valgte jeg ut 32 oppgaver – 111 item – som jeg sendte til veileder for å forsikre meg om at jeg kodet riktig. Dette var en blanding av oppgave som jeg var sikker på og de jeg var i tvil om. Det er de to laveste av de kognitive kategoriene som er de enkleste å bestemme. Som vi vil se i presentasjonen av resultatene er flertallet av itemene kodet som enten *memorering* eller *prosedyrer uten sammenheng*. Dette, sammen med at det er hundrevis av item fra hver lærebok føre til at selv om jeg har kodet noen item feil, vil ikke dette påvirke statistikken i stor grad.

Uansett vil det være sannsynlig at enkelte oppgaver vil bli kodet annerledes av personer med en annen bakgrunn og erfaring. Selv om jeg tar i bruk samme rammeverk som M. K. M. Johnsen og Storaas (2015) så har jeg allikevel gjort andre valg enn dem. Hvis jeg hadde kodet geometri-kapitlene deres, ville det antakeligvis vært en noe større andel *memoreringsoppgaver*, men dette vil sannsynligvis ikke påvirke andelen høye mot lave kognitive krav.

4.5 – Etikk

En kan dele NESH (2016) sine retningslinjer inn i tre kategorier. Den første er forskningsfrihet og forskningsetikk, den andre er hensyn til personer og den tredje handler om brukerrelevans og samfunnsinteresser. Det er spesielt å ta hensyn til personer som er viktige i de forskningsetiske vurderingene i samfunnsvitenskapelig forskning. Fordi jeg i denne oppgaven kun undersøker lærebøker går ikke denne oppgaven under meldepliktige prosjekter (NESH, 2016). det må allikevel noen etiske betraktninger jeg må gjøre.

Forskningen sin overordnede forpliktelse er å søke etter sannheten (NESH, 2016), noe som gjør at vitenskapelig redelighet er viktig i forskningen. Dette dreier seg om å ikke bruke andres arbeid uten tydelige henvisninger eller å forfalske data.

Målet med denne oppgaven er ikke å finne ut hva som er den beste læreboka, men å vurdere hva slags endringer som har skjedd i de kognitive kravene opp gjennom tiden. Jeg har et ønske om at denne oppgaven skal kunne påvirke lærere til å være kritiske til bruk og valg av oppgaver. Selv om jeg prøver å være nøytral har jeg selv oppfatninger om hva som vil være «gode» lærebøker. Dette kan være med å påvirke hvordan kodingen har blitt utført.

Uansett er det viktig å vite at jeg kan ikke kan si noe om hvor mange oppgaver det bør være på hvert av de kognitive nivåene, eller om dette i det hele tatt går an å si noe om. Selv om jeg har mine egne formeninger om hvordan lærebøker bør være har jeg ingen grunn til å forfalske resultatene. Dette er fordi jeg ser på lærebøker for tidligere læreplaner, eller læreplaner som snart utgår.

I denne sammenheng vil jeg også si at nivået på de kognitive kravene ikke nødvendigvis sier oss hva slags oppgaver som er best for å gi elevene en dypere forståelse for matematikk. Oppgaver med let lavt kognitivt nivå kan i enkelte tilfeller få elever til å se sammenhenger mer kognitivt krevende oppgaver ikke kan vise. Oppgave 23 (Figur 11) fra *Regnereisen* (1999) er et eksempel på dette. Det kognitive nivået sier oss bare hva som skal til for å løse problemet, men sier ikke noe om hva en elev vil lære av det.

Selv om jeg kun tar i bruk lærebøker, finnes det personer som jeg må ta hensyn til, nemlig lærebokforfatterne. Det viktig at jeg viser respekt for forfatterne av lærebøkene og det arbeidet de har gjort og presentere det jeg finner på en nøytral, men nøyaktig måte.
Mens jeg drev med kodingen av oppgavene har jeg forsøkt å holde meg objektiv, men det det er allikevel viktig å nevne at det jeg har gjort er basert på mine egne tolkninger og det derfor ikke kan anses som objektivt.

5 – Resultater

Først vil jeg oppsummere resultatene fra alle læreverkene. Deretter vil jeg ta for meg ett og ett læreverk. De læreverkene som er blitt oppdatert vil bli presentert sammen med originalen, da det ofte er flere likhetstrekk mellom dem. Her vil jeg gå gjennom generelle trekk ved lærebøkene. Dette vil si hvordan grunnbøkene er oppbygd, hva slags bøker som finnes i læreverket og generelle trekk ved oppgavene og illustrasjonene. Dette kan gi en bedre forståelse av lærebøkene. Hovedfokuset her vil være på geometrikapitlene, da det er disse jeg er mest kjent med. Jeg vil også ta for meg eventuelle endringer som har blitt gjort når læreverk har blitt oppdatert til nye læreplaner. Der det er mulig vil jeg også si noe om hvordan det er forventet at de skal bli brukt. Sammen med resultatene vil jeg også ta med eksempler som kan illustrere eller nyansere lærebøkene.

5.1 - Oppsummering

Tabell 4: Prosentvis fordeling av høye og lave kognitive krav i alle lærebøkene

Lærebok	Lave kognitive krav		Høye kognitive krav	
	n	*%*	*n*	*%*
Tall og tegn (1977)	571	99%	6	1,04%
Matteboka (1983)	1096	99%	3	0,27%
Matteboka (1988)	754	99%	3	0,40%
Regnereisen (1991)	525	99%	6	1,13%
Reinereisen (1999)	448	98%	8	1,75%
Tusen Millioner (1999)	317	98%	7	2,16%
Tusen Millioner (2008)	336	98%	8	2,33%
Multi (2008)	925	95%	50	5,13%

Item kodet under lave kognitive krav ligger hovedsakelig mellom 98% og 99%. *Multi* (2008) skiller seg ut med bare å ha 95% under lave kognitive krav.

Antallet item har variert mye fra lærebok til lærebok. Det var en stor økning fra 577 item i *Tall og Tegn* (1977) til 1099 item i *Matteboka* (1983). Etter dette ser antallet ut til å gradvis synke til det er på det laveste med 324 item i *Tusen Millioner* (1999). Etter dette økte antallet til 968 i *Multi* (2008).

Tabell 5: Prosentvis fordeling av de ulike kognitive nivåene i alle lærebøkene

Lærebok	lm		lp		hp		hd	
	n	*%*	*n*	*%*	*n*	*%*	*n*	*%*
Tall og tegn (1977)	268	46%	303	53%	4	0,69%	2	0,35%
Matteboka (1983)	695	63%	401	36%	3	0,27%	0	0%
Matteboka (1988)	352	46%	402	53%	3	0,40%	0	0%
Regnereisen (1991)	297	56%	228	43%	5	0,94%	1	0,19%
Reinereisen (1999)	258	57%	190	42%	7	1,54%	1	0,22%
Tusen Millioner (1999)	109	34%	208	64%	6	1,85%	1	0,31%
Tusen Millioner (2008)	169	49%	167	49%	6	1,74%	2	0,58%
Multi (2008)	285	29%	640	66%	36	3,69%	14	1,44%

Andelen *memoreringsoppgaver* og *prosedyrer uten sammenhenger* har variert mest mellom de forskjellige bøkene, hvor *Tusen Millioner* (1999) og *Multi* (2008) har hatt færrest *memoreringsoppgaver*, henholdsvis 34% og 29%. *Matteboka* (1983) skiller seg ut ved å ha hele 63% *memoreringsoppgaver*. Antall oppgaver kodet som *prosedyrer med sammenhenger* ligger under to prosent og oppgaver kodet som *å gjøre matematikk* er nesten fraværende.

5.2 – Tall og Tegn – 1977

Tall og Tegn 6a og *6b* er reviderte utgaver av *Tall og tegn 11* og *12*. Disse tidligere versjonene har jeg ikke sett på. I tillegg til grunnbøkene er det en lærerveiledning med i læreverket. Denne består av veiledning til hvert kapittel i grunnbøkene og en fasit.

Grunnbøkene – eller «Elevens Bok» som den kalles – til *Tall og Tegn* består av to grunnbøker. Disse blir kalt for bok a og b. Hver av disse bøkene er igjen delt i to deler. Selve lærestoffet sammen med eksempler og oppgaver er i den første delen, mens tilleggsoppgaver er i den andre delen. Disse oppgavene har tre vanskegrader, A, B og C, hvor A er lettest og C vanskeligst. Forklaringene i disse bøkene er utformet for å være «så enkle og utfyllende som mulig, for at elevene i størst mulig utstrekning skal kunne bruke grunnbøkene til individuelt arbeid eller ved gruppearbeid» (Bjørklund, Forfang, B. & E., 1977b, s. 3). Det er ikke meningen at alle elevene skal gjøre alle oppgavene (Bjørklund, Forfang, B. & E., 1978, s. 4)

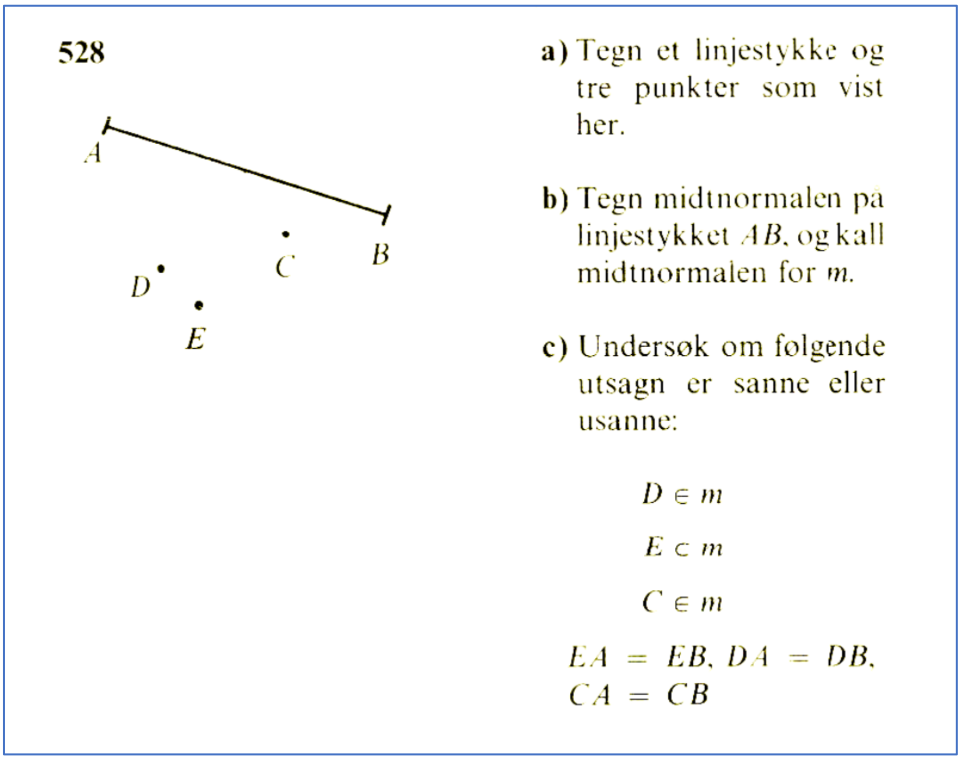
Tall og Tegn har hele tre kapitler i geometri. *Avbildninger* handler om kongruens og formlikhet, *Arealberegning* handler om ulike beregninger av areal, og *Geometri* repeterer areal og tar for seg omkrets, sirkelen og konstruksjon.

Dette læreverket tar i bruk et formelt matematiske språk. Få av oppgavene er knyttet til virkeligheten. Om vi ser på alt dette til sammen kan en få oppfatning av at læreverket fokuserer mest på de formelle sidene ved matematikken, heller enn de praktiske. Formlene som blir brukt presenteres i begynnelsen av delkapitlene, og etterfølgende oppgaver tar i bruk disse.

Tabell 6: Prosentvis fordeling av de kognitive nivåene i Tall og Tegn

Kode	*n*	*%*
Lave Kognitive Krav:		
Memorering (lm)	268	46%
Prosedyrer uten sammenheng (lp)	303	53%
Høye Kognitive Krav:		
Prosedyrer med Sammenheng (hp)	4	0,7%
Gjøre Matematikk (hd)	2	0,35%

Av itemene i *Tall og* Tegn stiller 99 prosent av dem lave kognitive krav og det er en ganske jevn fordeling mellom *memorering* og *prosedyrer uten sammenheng*.


528

a) Tegn et linjestykke og tre punkter som vist her.

b) Tegn midtnormalen på linjestykket AB, og kall midtnormalen for m.

c) Undersøk om følgende utsagn er sanne eller usanne:

$$D \in m$$

$$E \subset m$$

$$C \in m$$

$$EA = EB,\ DA = DB,\ CA = CB$$

Figur 8: Eksempel på formelt matematisk språk i Tall og Tegn. Hentet fra Tall og Tegn 6b (1977, s. 121)

Oppgaver 528 (figur 8) er et eksempel på hvordan *Tall og Tegn* bruker et formelt matematisk språk. På tross av dette er c) klassifisert som *memorering*, da det er forventet at elevene som bruker *Tall og Tegn* skal kunne dette.

5.3 – Matteboka – 1983 og 1988

I motsetning til de andre læreverkene jeg ser på i denne studien, består grunnboka kun av én bok. Læreverket har også et tilleggshefte, fasit til grunnboka og en lærerveiledning.

Bøkene fra 1983 og 1988 er stort sett helt like. De fleste av oppgavene er kopiert direkte fra 1983-utgaven til 1988-utgaven. De eneste forskjellene er at i kapittelet «vi gjetter, måler og veier» i 1988-versjonen har flere oppgaver blitt byttet ut med et delkapittel om arealet av en sirkel, «på sjøen med bestefar» er fjernet og et helt nytt kapittel, «lag et mønster», som dreier seg om å bruke passer til å lage mønster. Disse endringene forklarer forskjellene i andel *memoreringsoppgaver* og *prosedyrer uten sammenheng.* Oppgavene som er kodet som *prosedyrer med sammenheng* er de samme i begge utgavene.

Flere av kapitlene i bøkene er satt opp som en sammenhengende historie. Oppgaver bygger ikke nødvendigvis på hverandre, men de er utviklet omkring den samme tematiske historien. Kapittelet «et sted å være» handler om noen elever som skal renovere et rom og dreier seg om areal og omkrets. Emnene blir tatt i den praktiske rekkefølgen, først tapetsering eller maling (areal), så legge lister (omkrets). «På sjøen med bestefar» tar for seg mer enn bare vinkler. Her dreier oppgavene seg også om båtlanterner, Beauforts vindskala og hvordan lese kart med grader og minutt. Dette læreverket har noen av de tydeligste koblingene til den virkelige verden. Det kan se ut som om læreverket prøver å lage til koblinger til andre ting enn kun matematikken.

Tabell 7: Prosentvis fordeling av de kognitive nivåene i Matteboka (1983)

Kode	*n*	*%*
Lave kognitive krav:		
Memoreing (lm)	695	63%
Prosedyrer uten sammenheng (lp)	401	36%
Høye Kognitive Krav:		
Prosedyrer med Sammenheng (hp)	3	0,27%
Gjøre Matematikk (hd)	0	0%

Tabell 8: Prosentvis fordeling av de kognitive nivåene i Matteboka (1988)

Kode	*n*	*%*
Lave kognitive krav:		
Memorering (lm)	352	46%
Prosedyrer uten sammenheng (lp)	402	53%
Høye Kognitive Krav:		
Prosedyrer med Sammenheng (hp)	3	0,40%
Gjøre Matematikk (hd)	0	0%

I utgavene fra både 1983 og 1988 har praktisk talt alle oppgavene lave kognitive krav. *Matteboka* skiller seg fra de andre grunnbøkene ved at de har færrest oppgaver med høye kognitive krav, både i andel og i antall.

I *Matteboka* fra 1983 er det flere *memoreringsoppgaver* i forhold til den fra 1988. Prosentvis er det flere oppgaver med høye kognitive krav i 1988-versjonen, med antallet er de samme.

69 Nå kan du finne veggarealet av hele rommet. Legg sammen arealene du har funnet og ringet inn med rødt, og skriv det samlede arealet av veggene i kladdeboka.

70 I butikken opplyser de at tapet selges i ruller. Hver rull er 0,5 m bred og inneholder 10 m tapet.

a) Hvor mange kvadratmeter dekker da en rull tapet?

b) Det går alltid bort litt tapet når vi limer den opp på veggen. Noen biter blir til overs. Derfor er det lurt å runde av til nærmeste hele meter. Hvor mange ruller tapet er det nødvendig å kjøpe til loftsrommet?
Rundt av svaret. Du kan bare kjøpe hele ruller.

Figur 9: Eksempel på konkret men samtidig virkelighetsfjern oppgave. Hentet fra Matteboka (1988, s 43).

Oppgavene ser ut til å ha blitt utviklet for å være konkrete og ligge nær hverdagen. Selv om de ikke nødvendigvis er praktiske er de nok ment for å vis at en kan få bruk for matematikken i hverdagslige sammenhenger. Men, jeg synes at mange av disse bærer preg av å være «typiske» matematikkoppgaver. hvor fokuset er å ta to tall og gjøre noe med dem uten hensyn til om dette vil gi mening i virkeligheten. Et eksempel på dette er oppgave 70 fra 1988-versjonen (figur 9). Basert på oppgave 69 og fasiten ser det ut til at en skal ta arealet til veggene og dele det på arealet til en tapetrull for å finne ut hvor mange ruller en trenger, som ifølge fasiten er 16. Denne måten å gjøre det på tar ikke hensyn til at de siste delene av veggene vil bli tapetsert med restene av tapetrullene som ble brukt på de andre veggene.

h **Regn i hodet. Skriv svarene i kladdeboka.**

50	**a)** $3 \cdot 5$	**b)** $4 \cdot 7$	**c)** $6 \cdot 9$	**d)** $8 \cdot 8$	**e)** $3 \cdot 3$
	$4 \cdot 6$	$8 \cdot 6$	$9 \cdot 8$	$6 \cdot 2$	$5 \cdot 6$
	$8 \cdot 7$	$3 \cdot 4$	$7 \cdot 8$	$2 \cdot 9$	$8 \cdot 7$
	$5 \cdot 3$	$9 \cdot 2$	$6 \cdot 2$	$3 \cdot 7$	$7 \cdot 6$
	$6 \cdot 8$	$8 \cdot 3$	$4 \cdot 9$	$6 \cdot 5$	$6 \cdot 6$

Figur 10: Eksempel på en ikke-geometriske oppgave. Hentet fra Matteboka (1983, s. 34)

Mellom geometrioppgavene er det flere sett med kontekstløse oppgaver, som ikke nødvendigvis har noe med geometri å gjøre. Disse ser ut til å være der for repetisjon av algoritmer og øving på hoderegning. Oppgave 50 fra *Matteboka* (1977) har 25 item (figur 10), og hver av dem er kodet som *memorering*. Denne typen oppgaver forklarer hvorfor *Matteboka* (1977) har så mange *memoreringsoppgaver*.

På tross av at *Tall og Tegn* (1977) og *Matteboka* (1983) hører til samme læreplan, ser det ut som om de har en veldig forskjellig innfallsvinkel. Hvor en kan knytte *Tall og Tegn* til matematikk som danning, ser det ut til at *Matteboka* er knyttet til matematikk som noe nyttig i hverdagen. Dette kommer ikke frem i kodingen, hvor begge har 99% av oppgavene innen de laveste kategoriene.

5.4 – Regnereisen – 1991 og 1999

Regnereisen 5-7 er en bearbeiding av det svenske læreverket «Räkneresan» av Lennart Skoogh, Bengt Nilsson og Håkon Johansson. Begge utgavene jeg har sett på av *Regnereisen* har hatt det samme oppsettet. Grunnbøkene er delt inn i bok a og b, det samme gjelder oppgavebøkene. Lærerpermen inneholder kopioriginaler og veiledning til hver at grunnbøkene.

Alle kapitlene i grunnbøkene – både 1991 og 1999-versjonen – er delt inn likt: en innledning med en test «prøv deg», «spor 1», «spor 2» og til slutt en oppsummering. Både grunnbøkene og lærerpermen viser hvordan de forventer at grunnbøkene skal bli brukt. Kapitlene begynner med en felles innføring i temaet. Oppgaver som passer til innledningen er under «øv deg» i oppgaveboka. Disse oppgavene fokuserer på ferdighetstrening. Prøv deg er en test for å gi læreren informasjon om hvordan elevene bør jobbe videre i emnet. Elever som sliter skal jobbe på «Spor 1», som er en ny innføring i emnet. Etter hvert kan de begynne på «Spor 2». *Regnereisen* forventer at elevene vil jobbe videre med «Spor 2» Ifølge lærebøkene så er «Spor 2» en «Videreføring av stoffet med anvendelser og problemløsning» (Venheim et al., 1991b, s. 3; 1999a, s. 3). Oppgaver til både Spor 1 og 2 finnes under «øv deg» i oppgavebøkene. Kapitlene avsluttes med en felles oppsummering.

Det vil være stor variasjon i hvor mye elevene får gå i dybden i emnet (Venheim, Skoogh, Nislon & Johansson, 1991a; Venheim et al., 1991b).

Regnereisen (1991) og *Regnereisen* (1999) kan virke like. Den tydeligste forskjellen er en omorganisering av kapitlene og enkelte har fått nye navn. Ellers er alle kapitlene og emnene de samme, med et unntak, «tell, se, tenk» som ble fjernet fra *Regnereisen* (1999). De to geometrikapitler, «Plan og rom» og «Mål og form» er stort sett helt like fra M87 til L97. Eneste forskjell er at symmetri er lagt til i Spor 1 og fjernet fra Spor 2 og at rekkefølgen på noen delkapitler er endret. De fleste oppgavene er identiske, men formuleringen er av og til endret og enkelte deloppgaver kan være slått sammen, eller delt opp.

Fra og med *Regnereisen* (1991) ser vi en endring fra tidligere lærebøker, i at illustrasjonene er blitt mer fargerike. Illustrasjonene i geometrikapittelet er rent for det meste rent geometriske, men det finnes flere som viser aktiviteter som blir beskrevet i oppgavene.

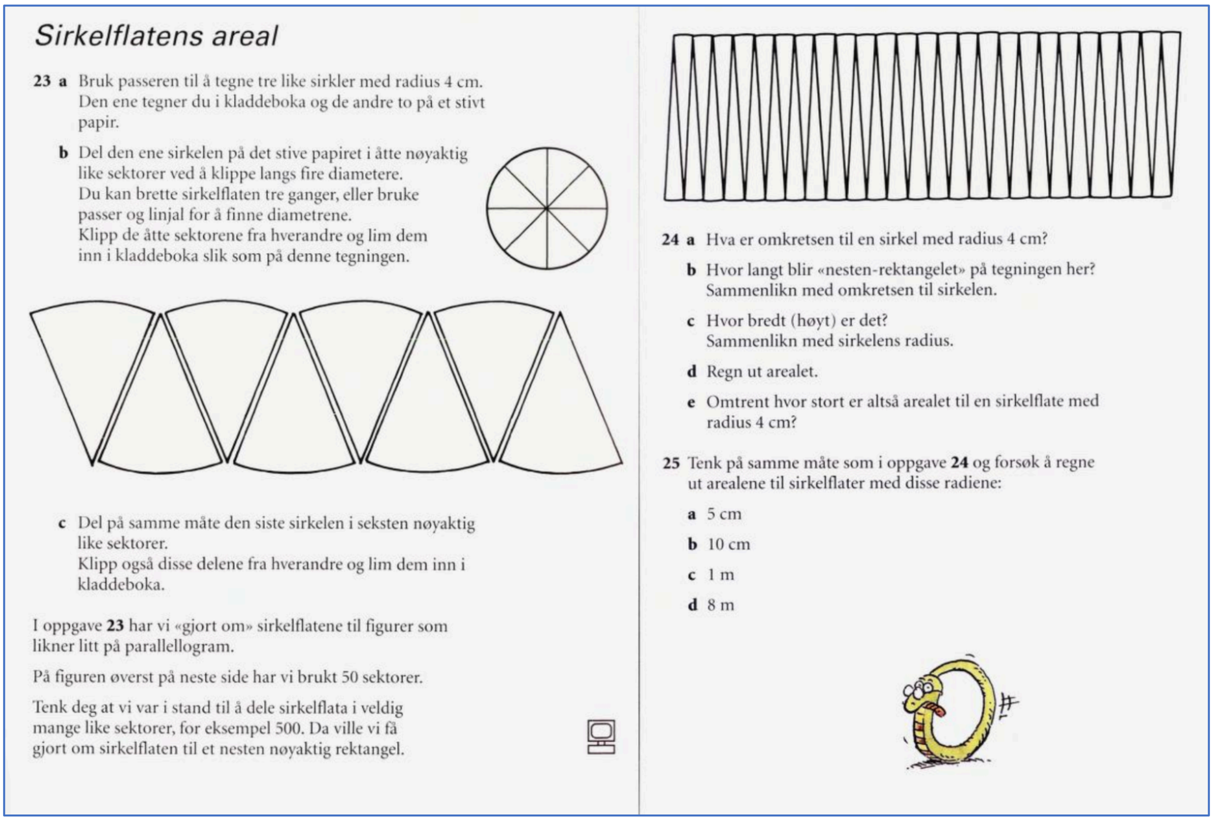
Tabell 9: Prosentvis fordeling av de kognitive nivåene i Regnereisen (1991)

Kode	*n*	*%*
Lave kognitive krav:		
Memorering (lm)	297	56%
Prosedyrer uten sammenheng (lp)	228	43%
Høye kognitive krav:		
Prosedyrer med sammenheng (hp)	5	0,94%
Gjøre Matematikk (hd)	1	0,19%

Tabell 10 Prosentvis fordeling av de kognitive nivåene i Regnereisen (1999)

Kode	*n*	*%*
Lave Kognitive Krav:		
Memorering (lm)	258	57%
Prosedyrer uten sammenheng (lp)	190	42%
Høye Kognitive Krav:		
Prosedyrer med Sammenheng (hp)	7	1,54%
Gjøre Matematikk (hd)	1	0,22%

Nå det gjelder de kognitive kravene se begge versjonene av *Regnereisen* like ut, men den fra 99 har færre oppgaver totalt. Begge har omtrent samme fordeling av de ulike kognitive kravene. I begge bøkene stiller praktisk talt alle oppgavene lave kognitive krav, men andelen *prosedyrer med sammenheng* steg noe til 99-versjonen. I oppsett og presentasjon er bøkene så å si like. De fleste av oppgavene ser ut til å være helt like, men den nøyaktige



Sirkelflatens areal

23 a Bruk passeren til å tegne tre like sirkler med radius 4 cm. Den ene tegner du i kladdeboka og de andre to på et stivt papir.

b Del den ene sirkelen på det stive papiret i åtte nøyaktig like sektorer ved å klippe langs fire diametere. Du kan brette sirkelflaten tre ganger, eller bruke passer og linjal for å finne diametrene. Klipp de åtte sektorene fra hverandre og lim dem inn i kladdeboka slik som på denne tegningen.

c Del på samme måte den siste sirkelen i seksten nøyaktig like sektorer. Klipp også disse delene fra hverandre og lim dem inn i kladdeboka.

I oppgave **23** har vi «gjort om» sirkelflatene til figurer som likner litt på parallellogram.

På figuren øverst på neste side har vi brukt 50 sektorer.

Tenk deg at vi var i stand til å dele sirkelflata i veldig mange like sektorer, for eksempel 500. Da ville vi få gjort om sirkelflaten til et nesten nøyaktig rektangel.

24 a Hva er omkretsen til en sirkel med radius 4 cm?

b Hvor langt blir «nesten-rektangelet» på tegningen her? Sammenlikn med omkretsen til sirkelen.

c Hvor bredt (høyt) er det? Sammenlikn med sirkelens radius.

d Regn ut arealet.

e Omtrent hvor stort er altså arealet til en sirkelflate med radius 4 cm?

25 Tenk på samme måte som i oppgave **24** og forsøk å regne ut arealene til sirkelflater med disse radiene:

a 5 cm

b 10 cm

c 1 m

d 8 m

Figur 11: Veiledende utforskingsoppgave. Hhentet fra Regnereisen 7b (1999, s. 114-115)

formuleringen har ofte blitt endret.

Det finnes flere «utforskingsoppgaver», eksempelvis oppgave 23 i *Regnereisen* (1999) kapittel 8 (Figur 11), hvor det ser ut til at eleven skal komme frem til formelen for arealet av en sirkel. Alle deloppgavene er blitt kodet som memoreringsoppgaver da det ikke krever mye for å fullføre dem. Det er mulig for at slike oppgaver kan hjelpe elever med å se sammenhenger og begrunnelse for formler, selv om de er enkle å gjøre. Disse ser ut til at skal bli gjort på enmannshånd.

5.5 – Tusen Millioner – 1999 og 2008

Tusen millioner er et læreverk for barneskolen, fra 1. til 7. klasse. Grunnboken er delt i to deler, a og b. De har også to oppgavebøker, a og b, hvor kapitlene stemmer overens med grunnboken. I tillegg har de en fasit og en lærerens bok.

Lærerens bok (Rasch-Halvorsen, Rangnes & Aasen, 1999c) er delt i to deler, 7a og 7b, og begge delene har de samme kapitlene. Veiledning til kapitlene, felles problemløsning, problemløsningsoppgaver, prøver, fasiter til prøvene og kopioriginaler. Et lite problem her er at den utgaven jeg hadde tilgang på gjennom Nasjonalbiblioteket, ikke hadde 7b delen. Lærerens bok (Rasch-Halvorsen, 2010) er mye mer omfattende enn den til L97. I denne er det målark for hvert kapittel, kopieringsoriginaler, kapittelprøver (standard og alternativ), halvårsprøver (standard og alternativ), problemløsningsoppgaver, skriftlig kompetansemål etter 7. trinn, en generell del og veiledning til kapitlene.

Til forskjell fra andre matematikkbøker som blitt oppdatert til nye læreplaner ser *Tusen millioner* (2008) veldig forskjellig ut sammenlignet med *Tusen millioner* (1999). Det som er likt er hvordan selve kapitlene er delt inn. Kapitlene i både L97 og LK06 er delt i fire. Først er det lærestoff og oppgaver, etterfulgt av en liten test «Kan jeg?», etter dette er det flere oppgaver «Jeg regner mer» og til slutt er det en oppsummering. Mange av oppgavene er markert etter om elevene skal arbeide sammen, trenger arbeidsark fra læreren og lignende. I LK06 er «Jeg regner mer» delt i to nivåer, halvmåne og sol. Halvmånen er beskrevet som «litt vanskeligere oppgaver», mens sol er «mer utfordrende oppgaver». Oppgaver merket med sol skal nok være de vanskeligste. Denne boka er som den forrige, delt i to geometrikapitler. Det er her vi ser de største forskjellene mellom 1999- og 2008-utgaven. Selv om mange av emnene fremdeles er med, er rekkefølgen fullstendig endret. Hvor dreining, parallellforskyvning og symmetri var det første elevene møtte i 1999-utgaven er dette det siste elevene jobber med i 2008-utgaven. Det andre kapittelet i 1999-utgaven inneholdt, prismer, sirkelen og sylinderen. Kun sirkelen er med i 2008-utgaven. Dette er interessant for volum ikke er et emne i L97, men er det i LK06. Dette illustrerer det Valverde et al. (2002, s. 8) sier, at læreplanen bare øker sannsynligheten for at emner blir tatt med eller utelatt.

De fleste av illustrasjonene er rent geometriske, som i *Regnereisen*. De illustrasjoner som er hentet fra «virkeligheten» ser mer ut til å være valgt for å vise geometriske egenskaper enn for å koble matematikken til den virkelige verden. Det samme gjelder oppgavene. De oppgavene som er koblet til den virkelige verden ser ut til å bruke den konkrete verden som eksempel på geometriske egenskaper, heller enn å vise praktisk bruk av matematikk, som for eksempel å finne symmetri i blomster.

Skjelbred, Solstad og Aamotsbakken (2005) så også på *Tusen Millioner* (L97) i hennes «Kartlegging av læremidler og læremiddelpraksis». De mente at *Tusen Millioner* kunne synes å være elevorientert. Noe som kunne synes som problemer er at den ikke fører elevene til å regne med konkreter, den brukes ikke til å sette elevene på sporet av andre kilder og den oppfordrer heller ikke til å arbeide med utenfor boka.

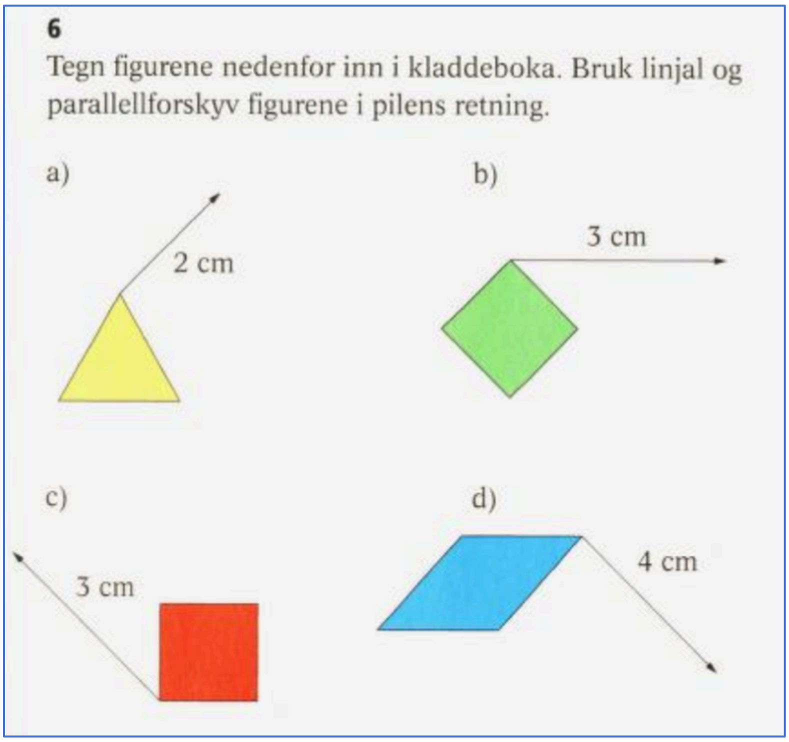
Tabell 11: Prosentvis fordeling av de kognitive nivåene i Tusen Millioner (1999)

Kode	*n*	*%*
Lave kognitive krav:		
Memorering (lm)	109	34%
Prosedyrer uten sammenheng (lp)	208	64%
Høye kognitive krav:		
Prosedyrer med Sammenheng (hp)	6	1,85%
Gjøre Matematikk (hd)	1	0,31%

Tabell 12: Prosentvis fordeling av de kognitive nivåene i (2008)

Kode	*n*	*%*
Lave Kognitive Krav:		
Memorering (lm)	169	49%
Prosedyrer uten sammenheng (lp)	167	49%
Høye Kognitive Krav:		
Prosedyrer med Sammenheng (hp)	6	1,74%
Gjøre Matematikk (hd)	2	0,58%

I både 1999 og 2008 er 98% av oppgavene kodet som lave kognitive krav, men fordelingen på *memorering* og *prosedyrer uten sammenhenger* har endret seg. I 1999 var omtrent to tredeler *prosedyrer uten sammenheng* og resten var *memoreringsoppgaver*. I 2008 var det omtrent like mange av hver type.



Figur 12 hentet fra Tusen Millioner 7a

Oppgave 6 (figur 4) er typisk for *Tusen Millioner* (1999). Elevene er ikke blitt presentert for en nøyaktig prosedyre for å forskyve figurer og itemene er derfor kodet som *memorering*. Pilene er ikke blitt gitt en nøyaktig beskrivelse, så det er nok ikke ment at svarene til elevene skal være eksakte. Målet er nok snarere å se om elevene ikke gjør annet enn å parallellforskyve, for eksempel å rotere figurene. Den handler snarere om å reprodusere tidligere lærte definisjoner.

4.6 – Multi – 2008

Multi, som de andre, er et læreverk for 1. til 7. trinn. Det er to grunnbøker, a og b, det samme gjelder oppgaveboka og lærerveiledningen. Det finnes en egen bok for fasiten og et hefte med kopioriginalene.

I hver grunnbok er det fire kapitler og 128 sider. Oppsettet i kapitlene i grunnbøkene ser ganske likt ut som i *Tusen Millioner*. Først er det lærestoff og oppgaver, så kommer en oppsummering av kapittelet, deretter en prøve, etter dette er det en øveside og til slutt noen vanskeligere oppgaver. I motsetning til *Tusen Millioner* er det tre kapitler som kan regnes som geometrikapitler og disse er «Geometri», «Måling» og «Mønster og Algebra».

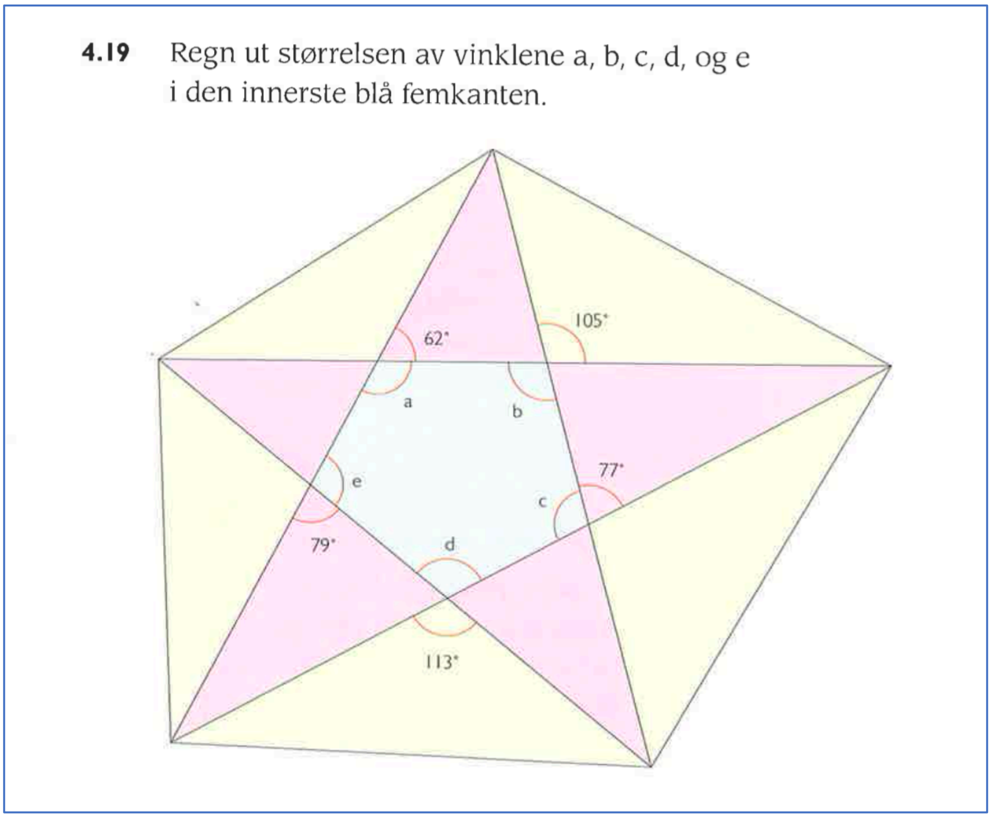
«Geometri» tar for seg vinkler, litt konstruksjon, egenskaper ved mangekanter og kongruens, formlikhet og målestokk. «Måling» dreier seg om omkrets, areal, overflate, volum, tid og sammenheng mellom vei fart og tid. «Mønster og algebra» tar for seg geometriske mønster, figurtall og tallmønstre, algebra og likninger. Oppgavene i grunnbøkene er ikke differensierte, i motsetning til oppgavebøkene. Lærerveiledningen sier at oppgavebøkene kan brukes som leksebok (Alseth, 2008).

Som i de tidligere grunnbøkene er illustrasjonene i geometrikapittelet for det meste rent geometriske. Illustrasjoner tatt fra virkeligheten ser ut til å ha blitt tatt med for å illustrere geometriske konsept, heller enn for å koble matematikken med den konkrete verden. Dette gjelder også oppgavene.

Tabell 13: Prosentvis fordeling av de kognitive nivåene i Multi

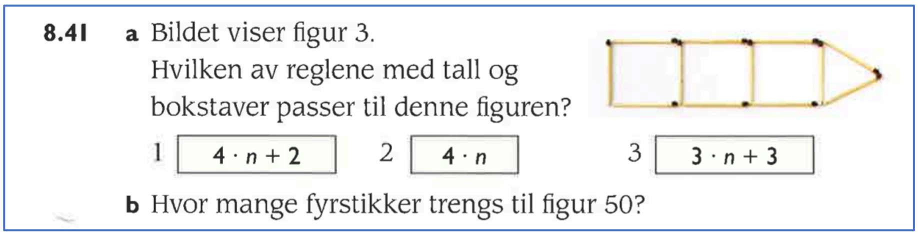
Kode	*n*	*%*
Lave Kognitive Krav:		
Memorering (lm)	285	29%
Prosedyrer uten sammenheng (lp)	640	66%
Høye Kognitive Krav:		
Prosedyrer med Sammenheng (hp)	36	3,41%
Gjøre Matematikk (hd)	14	1,45%

Multi har den høyeste andelen item som stiller høye kognitive av de jeg har analysert – 4,86%. Den har også den høyeste andelen *prosedyrer uten sammenhenger* i forhold til *memoreringsoppgaver*. I tillegg har den flest oppgaver, nest etter *Tall og Tegn*.



Figur 13: Blanding av memorering og prosedyrer uten sammenheng. Hentet fra Multi 7a (2008, s. 102)

Oppgave 4.19 har 5 item. To av dem (b og d) er klassifisert som *memoreringsoppgaver*, fordi de ikke krever noen utregning, mens resten er *prosedyrer uten sammenhenger*.



Figur 14: Eksempel på å gjøre matematikk.Hhentet fra Multi 7b (2008, s. 113)

Noe av forklaringen på at det er flere oppgaver med høye kognitive krav er måten kapitlene er att sammen på. *Multi* har tre kapitler som en kan si handler om geometri, men det siste kapittelet, «mønster og algebra», favner mye bredere. Ikke bare handler det om symmetri, men også algebra og figurtall. Et eksempel er oppgave 8.41 a, som er kodet som *å gjøre matematikk*. Her må eleven selv lage de tidligere figurene og sammenligne med formlene for å finne ut hvilken som passer. Det kan diskuteres om en slik oppgave i det hele tatt kan klassifiseres som geometri.

6 – Diskusjon

Som vi så i forrige kapittel er det et mønster i hva slags kognitive krav som blir vektlagt. Over 95% av itemene i alle lærebøkene stilte lave kognitive krav. *Å gjøre* matematikk var nesten fraværende. Det som har derimot har variert en del er andelen *memoreringsoppgaver* i forhold til *prosedyrer uten sammenheng*. Dette varierer mellom lærebøker fra samme læreplan, men også mellom ulike versjoner av lærebøkene på tvers av læreplanperioder.

I dette kapittelet vil jeg først sammenligne resultatene mine med dem tidligere resultater. Deretter vil jeg se på om det er sammenhenger mellom læreplanene og lærebøkene. Etter dette vil jeg se på hva slags læringsmuligheter lærebøkene kan gi. Det neste er å se på hvordan fremtidige lærebøker kan bli, om det blir endring eller ikke i de kognitive kravene. Til slutt kommer jeg til å problematisere denne studien.

Vi finner flere likheter mellom resultatene fra oppgaven min med tidligere resultater. Lærebøker generelt fra vestlige land ser ut til å ha en overvekt av oppgaver som stiller lave kognitive krav, men det finnes fremdeles flere forskjeller. Det mest interessante er at vi finner samme trend i hva slags kognitive nivå som dominerer i populære amerikanske læreverk (Jones & Tarr, 2007). Her er *å gjøre matematikk* også helt fraværende, bortsett fra et par alternative læreverk.

Fra studien til Tokheim (2015) ser flere forskjeller mellom lærebøker for 1. klasse og lærebøker for siste år av barneskolen. Alle lærebøkene for 1. klasse hadde større andel oppgaver med et høyt kognitivt nivå, også en lærebok fra samme læreverk som jeg har studert. I *Multi* for 1. klasse stilte kun 63% av oppgavene lave kognitive krav, mot 95% i *Multi* for 7. klasse. Vi finner derimot flere likheter mellom lærebøker for siste trinn på barneskolen og lærebøker for ungdomsskolen. Fra studien til M. K. M. Johnsen og Storaas (2015) ser vi at både finske og norske ungdomsskolebøker har en stor overvekt av oppgaver på et lavt kognitivt nivå. I de finske lærebøkene stiller omtrent 85% av oppgavene høye krav på alle tre trinnen, mens i det norske læreverket synker andelen fra 95% i 8. klasse til 88% i 10. klasse. Vi finner lignende resultater i studien til Charalambous et al. (2010), hvor over 90% av oppgavene begge de irske lærebøkene hadde et lavt kognitivt nivå, mens den kypriotiske læreboka hadde omtrent 85%. Det samme ser vi i studien til Jones og Tarr (2007) som gjorde en sammenlignet lærebøker i et historisk perspektiv. Her er det litt mer variasjon mellom lærebøkene, da de så på både populære og alternative lærebøker. De populære læreverkene hadde jevnt over større andel oppgaver med lave kognitive krav som for det meste lå over 90%, men læreverket fra den siste læreplanen de så på (Standards, 1994-2004) skiller seg ut ved at kun 83% av oppgavene hadde lave kognitive krav. De alternative læreverkene varierte mye mer 84%, 74%, 100% og 41% oppgaver som stiller lave kognitive krav. Lærebøker fra Taiwan og Singapore skiller seg tydelig fra de vestlige. I begge de taiwanske lærebøkene som Charalambous et al. (2010) analyserte, dominerte oppgaver med høye kognitive krav, som utgjorde over 70%. Det samme gjelder for de singaporske.

Vi finner likevel forskjeller mellom vestlige lærebøker. I *Faktor*, et norsk læreverk for ungdomstrinnet er under 10% av oppgavene *memoreringsoppgaver*, mens i det finske læreverket *Pi* er det under 15% (M. K. M. Johnsen & Storaas, 2015). Andelen varierer i amerikanske læreverk opp gjennom tiden, fra 0 til 11 prosent (Jones & Tarr, 2007). Denne typen oppgaver var helt fraværende i alle lærebøkene som Charalambous et al. (2010) så på. Det kan være flere årsaker til at andelen *memoreringsoppgaver* varier mellom de ulike lærebøkene og jeg vil gå gjennom fire av dem her.

Den første er at læreplanene de ulike lærebøkene har blitt skrevet under påvirker oppgavetypene. Jeg mangler informasjon om hvordan i hvilken grad de ulike læreplanene til Irland, Kypros, Taiwan, Finland og USA ville prioritert de ulike kognitive kravene, men det norske læreverket som M. K. M. Johnsen og Storaas (2015) undersøkte er skrevet under LK06. Som vi ser fra mine egne resultater er det forskjell mellom *Tusen Millioner* og *Regnereisen*. Selv om læreplanene kan være medvirkende tyder dette på at dette ikke er den viktigste forklaringen.

Den andre er progresjonen i emnet som bestemmer fordelingen av *memoreringsoppgaver* og *prosedyrer uten sammenheng*. Charalambous et al. (2010) valgte lærebøker som introduserte addisjon og subtraksjon av brøk, mens progresjonen innen et tema ikke var et fokus hos hverken M. K. M. Johnsen og Storaas (2015), Jones og Tarr (2007) eller meg. Jeg vil da ikke påstå noe om hva slags innvirkning dette kan ha på de kognitive kravene.

M. K. M. Johnsen og Storaas (2015) så på lærebøker fra ungdomsskolen, mens Charalambous et al. (2010), Jones og Tarr (2007) og jeg så på lærebøker fra barnetrinnet. Hva slags trinn lærebøkene er skrevet for ser heller ikke ut til å påvirke fordelingen i stor grad.

Den siste forklaringen er at det er hvilket emne eller tema som blir analysert som bestemmer fordelingen. Charalambous et al. (2010) så på lærebøker som introduserte addisjon og subtraksjon av brøk, Jones og Tarr (2007) så på sannsynlighet, mens M. K. M. Johnsen og Storaas (2015) så på alle oppgavene i hele boka. Hos dem kan vi se hvordan de ulike kognitive nivåene er fordelt i de ulike emnene. I kapittelet om brøk og prosent er kun 3,3% av oppgavene i det norske og 2,1% i det finske *memoreringsoppgaver*. Det er i kapitlene om tall, statistikk, geometri og funksjoner vi finner den største andelen av *memoreringsoppgaver*. Sammenligner vi utviklingen av de kognitive nivåene i sannsynlighet i lærebøker fra USA med geometri i Norge, ser vi at det er variasjon innad i temaene, men det er alltid en signifikant andel *memoreringsoppgaver* i geometri (Jones & Tarr, 2007). Det kan se ut som om det er de mer visuelle temaene som har flest *memoreringsoppgaver*.

Dette forklarer ikke hvorfor andelen *memoreringsoppgaver* varier så mye mellom de lærebøkene jeg har sett på. Det ser ikke ut til å være noen sammenheng med hvilken læreplan lærebøkene er skrevet for, da lærebøker fra samme læreplan kan ha helt forskjellige andeler *memoreringsoppgaver*. Det kan da være mer hensiktsmessig å se på andelen høyt mot lavt kognitivt nivå.

Selv om lærebøkene generelt – med unntak av lærebøkene fra Taiwan – har en overvekt av oppgaver med lave kognitive krav er det likevel forskjeller. I den kypriotiske boken var det litt over 15% oppgaver med høye kognitive kra, mens i de to irske bøkene var der litt over 5%. Dette er mye større andel enn det jeg har funnet, bortsett fra *Multi* hvor 15% av itemene hadde høye kognitive krav. Tar vi med de taiwanske lærebøkene, ser vi enda større forskjeller.

Det kan se ut som trinnet lærebøkene er ment for vil påvirke de kognitive kravene. Norske lærebøkene for 1. klasse har en mye større andel høye kognitive krav enn de for slutten av barnetrinnet (Tokheim, 2015), men jeg mangler informasjon for å si om dette også vil gjelde i en historisk sammenheng. I *Faktor* får oppgaver som stiller høye kognitive krav gradvis mer plass, fra 5,7% i 8. klasse til 12,2% i 10. klasse, mens i *Pi* for Finland andelen stabil rundt 16% (M. K. M. Johnsen & Storaas, 2015). Det kan hende at det vil være flere *memoreringsoppgaver* i temaer som geometri, og det dermed vil bli mindre plass til andre typer oppgaver, men dette kan ikke forklare den nesten totale mangelen mer kognitivt krevende oppgaver. Berge (2016) brukte riktignok ikke samme rammeverk som meg, men de singaporske lærebøkene han så på hadde i gjennomsnitt en større andel kognitivt krevende oppgaver.

Basert på hvor stabile de kognitive nivåene er ser det ikke ut som om læreplanene har en særlig effekt på de kognitive kravene. En kunne påstått at de faktisk *har* er påvirkningskraft på dem, at slik læreplanene er *vil* de forårsake at lærebøkene har lave kognitive krav. Denne forklaringen ser ikke ut til å stemme fordi læreplanene siden M74 har lagt vekt på forståelse ikke bare pugging, noe som bare har blitt forsterket. Forståelse kan vi koble til de høyere kognitive kravene, noe jeg vil gå gjennom senere. Ut fra en slik utvikling kunne en forventet at det ville bli flere oppgaver med høye kognitive krav, ikke at det ville holdt seg stabilt. Derfor ser det ut til at læreplanene har en liten effekt på de kognitive kravene. Dette ser ut til å støtte opp under konklusjonen til Polikoff (2015), at selv om det meste av veiledende dokumenter blir dekket, så vil mesteparten oppgavene fokusere på prosedyrer og memorering.

Oppgaver som fokuserer på reproduksjon av prosedyrer på rutinemessig måte gir en annen type læring enn oppgaver som stimulerer til at at elevene ser sammenhenger med matematiske konsepter (Stein et al., 2009). Stein et al. (2009) hevder også at oppgavene elevene møter vil påvirke hva slags syn elevene får på hva matematikk dreier seg om. Oppgaver som bare krever reproduksjon (*memoreringsoppgaver* og *prosedyrer uten sammenheng*) vil gi elevene liten trening i å se sammenhenger med andre emner og temaer. Både Grønmo et al. (2013) og Stein et al. (2009) skriver at oppgaver av denne typen er grunnleggende for å kunne jobbe med mer kognitivt krevende oppgaver, men i lærebøkene andelen item som stiller høye kognitive krav lav, fra 1% på det minste til 5% på det meste. Jeg er enig med M. K. M. Johnsen og Storaas (2015) som skriver at «Desto mindre variasjon og jevnfordeling mellom du ulike kategoriene i rammeverkene, desto færre muligheter for variert og helhetlig læring» (s. 82-83).

Mye av det som blir skrevet om matematisk kompetanse er hentet fra deres oppgave. Det vi ser, er at den matematiske kompetansen moderne lærebøker gir uttrykk for, ikke bare gjelder moderne lærebøker, men dette ser ut til å ha vært tendensen i lang tid.

Ved å ta i bruk Kilpatrick et al. (2001) sine fem tråder for matematiske kompetanse, kan vi se hva slags matematisk kompetanse elevene vil få fra lærebøkene. For å oppnå matematisk kompetanse må alle trådene være flettet sammen til en helhet. Det er ikke nok å kun fokusere på et par av dem. Disse trådene er *conceptual understanding*, *procedural fluency*, *strategic competence*, *adaptive reasoning* og *productive disposition*. Alle disse trådene strekker seg opp i de høye kognitive nivåene. Dette kan føre til at om elever nesten kun får oppgaver med lave kognitive krav vil de ikke kunne oppnå matematisk kompetanse.

Kilpatrick et al. (2001) skriver at «Students with conceptual understanding know more than isolated facts and methods» (s. 118) og at de har et «integrated and functional grasp of mathematical ideas». Dette betyr at *Conceptual understanding* er mer enn bare *memorering* og *prosedyrer uten sammenheng.*

Procedural fluency er nært knyttet til *prosedyrer med* sammenheng, men kan til en viss grad bli oppfylt med et oppgaver med et lavere kognitivt nivå, selv om oppgaver med et høyere kognitive nivå oppfyller dem best. P*rocedural fluency* er mest knyttet til *prosedyrer med sammenheng*, men elevene kan få det til en viss grad ved å arbeide med p*rosedyrer uten sammenheng*. Elevene vil kanskje lære å bruke algoritmer og prosedyrer til å raskt å finne svaret på enkle oppgaver, men det er lite trolig at de vil greier å bli fleksible i bruken av dem, da det nesten alltid er gitt hva og hvordan algoritmer og prosedyrer som skal bli brukt, eller se sammenhenger til andre matematiske emner.

Prosedyrer med sammenheng kan også til tråden *strategic competence*, som er evnen til å formulere matematiske problem, representere dem og løse dem. *Adaptive reasoning* handler om å kunne tenke logisk og se sammenhengene mellom ulike konsepter. Dette ligger nært både *prosedyrer med sammenheng* og *å gjøre matematikk*. Vi finner lite som har sammenheng med *Strategic Competence* eller *Adaptive reasoning* i lærebøkene jeg har sett på og det er dermed lite å si om disse.

Den siste tråden, *productive disposition*, handler om at elevene opplever matematikk som både nyttig og verdt å gjøre. M. K. M. Johnsen og Storaas (2015) peker på at denne tråden kan bli påvirket i en negativ retning dersom det er et stort fokus på oppgaver med lave kognitive krav. Elever kan føle at de er effektive, uten at de får en dypere forståelse. De kan komme til å koble det å løse oppgaver raskt med det å være flink i matematikk.

Det ser ikke ut som om elevene vil utvikle en matematisk kompetanse ved å kun gjøre oppgaver fra lærebøkene. Ikke bare gjelder dette kun i en enkelt tidsperiode, men gjelder alle lærebøkene som jeg har sett på. Målet som lærebøkene uttrykker ser ut til å være det samme som i N22, at «Barna skal lære å løse slike oppgaver som en vanlig får bruk for ute i livet, sikkert, raskt og på en praktisk måte, og skriftlig å gjøre rede for løsningen ved en korrekt og grei opstilling» (KUD, 1922, s. 22; 1925, s. 21).

Koblingen mellom Stein et al. (2009) sine kognitive nivå og Skemp (1987) sine instrumentelle og relasjonelle forståelser er tydelig. Skemp (1987) omtaler to former for uoverensstemmelse mellom sender og mottaker. Som omtalt i teorikapittelet vil senderen her være læreboka, mens mottakeren vil være eleven. Den første uoverensstemmelsen er at læreboka forklarer relasjonelt, mens eleven ønsker å forstå instrumentelt. En lærebok med en høy andel oppgaver på et lavt kognitivt nivå vil stemme overens med et instrumentelt syn på matematikk. Oppgavene i lærebøkene jeg har sett på gir uttrykk for et instrumentelt fokus. Det er dermed en fare for at mange elever sitt forhold til matematikk har blitt ødelagt. Det kan tenkes at lærebøkene påvirker hvordan elevene ser på hva matematikk handler om. Dette betyr ikke at eleven kan gå fra et ønske om å forstå relasjonelt til et ønske om å forstå instrumentelt, men at de oppfatter at matematikk handler om å lære fakta og følge prosedyrer.

Noe som derimot har endret seg i læreplanene er synet på matematikk, om det dreier seg om nytte eller danning (Gjone, 1994). Om dette også gjelder for lærebøkene tør jeg ikke si noe om. Vi kan også se en endring i oppgavetyper fra lærebøker for M87 til L97. Det har vært en økning i antall oppgaver som legger til rette for utforsking og de estetiske sidene ved faget (Alseth et al., 2003). Basert på denne endringen og at de kognitive kravene har holdt seg på et lavt nivå kan tyde på at synet på hvordan en lærer matematikk ikke har endret seg.

Det jeg mener er den beste forklaringen på stabiliteten i kognitive krav er relatert til det Stigler og Hiebert (1999) skriver, at læring er en kulturell aktivitet. Reglene for kulturelle aktiviteter er implisitte og lært gjennom deltakelse. Det er ikke et stort hopp fra dette til å si at også det å skrive matematikkbøker er en kulturell aktivitet og at lærebøker dermed blir kulturelle verktøy. Lærebøkene vil da ha den samme resistensen mot endring som undervisningen har. Lærebokforfattere har gått på skole og dermed blitt introdusert for lærebøker. Dette kan påvirke dem i hvordan de forventer at lærebøker skal se ut og være, både i oppgavetyper, utseende, illustrasjoner og ikke minst kognitive krav. Selv om vi finner variasjoner mellom ulike lærebokforfatteres bøker ser det ikke ut som om de er forskjellige med hensyn på deres grunnleggende oppfatninger. Det ser ut som om alle lærebøkene jeg har sett på gir uttrykk for de samme oppfatningene om matematikkens natur og hva matematikk handler om som Stigler og Hiebert (1999) hevder amerikanske lærere har.

På bakgrunn av lærebøkenes store andel av item med fokus på lave kognitive krav, kan det se ut til at lærebøkene gir uttrykk for et syn av matematikk handler om å lære seg og å følge prosedyrer for å løse spesifikke oppgaver. Måten en lærer seg prosedyrer og algoritmer er ved å repetisjon og gradvis gjøre oppgavene vanskeligere. Stoffet blir gått gjennom skritt for skritt, kun en ting om gangen. Lærebøkene tar for seg ett og ett emne, og har mange oppgaver om akkurat dette.

Om vi skal prøve å si noe om hvordan fremtiden til lærebøkene vil bli, kan vi legge ulike forutsetninger til grunn. Jeg vil ta for meg to ulike alternativer. Det første er hva som vil skje om ingen drastiske endringer blir gjort, den andre er hva som vil skje dersom det blir endring. Om ingenting endres i hvordan lærebøker blir skrevet vil ting fortsette som før. Det kan tenkes at det vil skje andre endringer som vil påvirke undervisningen, men endringer av undervisningspraksis er vanskelige å få til. Om *Multi* blir oppdatert for LK20 kommer den mest sannsynlig til å ha samme fordeling i de ulike kognitive nivåene som den for LK06. En kan forvente at fordelingen mellom *memoreringsoppgaver* og *prosedyrer uten sammenheng* endres i større grad.

Her vil jeg se på lærebøker som en del av undervisningen. Ifølge Stigler og Hiebert (1999) så er kulturelle aktiviteter stabile over tid og vanskelige å endre. Resultatene mine støtter opp om dette. Ifølge dem er det to grunner til dette, den første er at kulturelle aktiviteter ikke er synlige for de som deltar i kulturen. Den andre er at undervisning er komplekse system, hvor alle de forskjellige elementene av systemet interagerer og forsterker en annen. En kan ikke endre et enkelt element for å endre hele systemet.

Lærere ser ut til å følge oppsettet i lærebøkene når det gjelder planleggingen av skoleåret, men er mye friere i hvordan lærebøkene tas i bruk i selve undervisningen (Adalberon, 2014). Jeg har ikke informasjon om hva slags type oppgaver lærerne supplerte med. Krammer (1985) mente at lærerne hverken komplementerer eller retter på lærebøkenes mangler. Lærebøkene for L97 ble kritisert av lærere fordi de mente lærebøkene hadde for mye eksperimentering og for lite drilling (Alseth et al., 2003). Læreres syn på hva som er gode oppgaver kan endres, men det virker ikke urimelig at den samme kritikken vil bli gitt om lærebøker med et mye større fokus på oppgaver som stiller høye kognitive krav. Selv om de ikke ville påvirket hvordan selve undervisningen skjer, kan det tenkes at elevene ville fått en dypere forståelse for matematikken om de hadde fått jobbet med oppgaver med høyere kognitive krav. Det å ha gode oppgaver lett tilgjengelig for læreren kan spare dem tid brukt på å finne oppgaver andre steder. Det kan også være til hjelp for elevene, da de ikke vil være avhengige av læreren for å få gode oppgaver.

Å endre læreboken uten å endre undervisningspraksis kan føre til en uoverensstemmelse mellom lærer og bok slik Skemp (1987) beskrev det – at læreren underviser instrumentelt, mens læreboken er skrevet relasjonelt. I dette tilfellet argumenterer han for at det ville vært bedre å ha hatt en «instrumentell» bok. En kan derfor argumentere for at de lærebøkene jeg har analysert er de beste for hvordan undervisningen har foregått. Læreboken er bare en del i systemet av læring og undervisning. Å endre denne vil ikke være nok i seg selv for å endre hele systemet, eller gi elevene en ny forståelse for matematikk.

7 – Konklusjon

I denne oppgaver har jeg forsøkt å finne ut hva som kjennetegner de kognitive kravene i geometrioppgaver i lærebøker fra M74 til LK06 og hva slags læringsmuligheter oppgavene i lærebøkene kunne gi elevene. Det jeg har funnet ut er at det er de lave kognitive kravene som dominerer i alle lærebøkene fra M74 til LK06. Oppgaver med høye kognitive krav er nesten fraværende. Det som derimot varierer er fordelingen av oppgaver i de lave kognitive kravene, andelen *memoreringsoppgaver* sammenlignet med andelen *prosedyrer uten sammenheng*. Variasjonen gjelder både mellom lærebøker for samme læreplan og mellom samme læreverk som har blitt oppdatert til en ny læreplan.

På bakgrunn av disse resultatene ser det ikke ut til å være en sammenheng mellom læreplanene og de kognitive kravene som stilles av oppgavene. Dette på tross av at læreplanene ser ut til å få et større og større fokus på forståelse hos elevene. Jeg mener at beste forklaringen på at lærebøkene har hatt et så stort fokus på oppgaver med lave kognitive krav er at vi kan se på det å skrive lærebøker som en kulturell aktivitet, noe som fører til at lærebøkene blir kulturelle verktøy. Lærebøkene gir uttrykk for samme grunnleggende oppfatning om hva matematikk handler om – å reprodusere tidligere lærte fakta og følge prosedyrer. Kulturelle aktiviteter er vanskelige å endre og dette forklarer hvorfor lærebøkene er så like hverandre med hensyn på høye og lave kognitive krav.

I denne oppgaven har jeg koblet Skemp (1987) sin relasjonelle og instrumentelle forståelse sammen med et fokus på oppgaver med lave kognitive krav. Siden alle lærebøkene har et stort fokus på oppgaver på med lave kognitive nivå er det en større sannsynlighet for at elevene vil få en instrumentell forståelse av matematikken. Jeg mener allikevel at selv om oppgavene i seg selv ikke er kognitivt krevende er det allikevel mulig at de kan få elevene til å se matematiske sammenhenger. Fokuset på lave kognitive krav vil heller ikke kunne tilfredsstille Kilpatrick et al. (2001) sine fem tråder til matematisk kompetanse. Basert på dette kan vi si at lærebøkene kunne gi elevene en instrumentell forståelse av hva matematikk er og at de ikke nødvendigvis ville oppnå en god matematisk kompetanse. En kan stille spørsmål ved hvor mye vekt en skal legge på de kognitive kravene i lærebøker og det er vanskelig å si hvilken fordeling av de kognitive nivåene som er den mest fordelaktige for elevenes læring. Det er rimelig å anta at å ha flere oppgaver med høyere kognitive krav ville være fordelaktig for elevenes matematiske forståelse og kompetanse.

7.1 – Implikasjoner for praksis

De ser ut som om de læringsmulighetene elevene får fra lærebøkene er snevre. Fokuset ser ut til å være på instrumentell forståelse og oppgavene legger ikke til rette for at elevene skal kunne oppnå de fem trådene for matematisk kompetanse. Lærebøker er bare en del av undervisningen og det viktigste er hva elevene får ut av den. Det er tydelig at lærere bør være bevisste, ikke bare på hvilke oppgaver de gir elevene, men også på hvilke lærebøker de tar i bruk. Dette gjelder spesielt for LK20 som har et fokus på dybdelæring. Det er vanskelig å si hva slags fordeling av de kognitive nivåene som er best for elevenes læring, men det er rimelig å anta at de ville hatt godt av å møte flere kognitivt kravende oppgaver enn det de møter i lærebøkene.

Som vi ser i studier som har sammenlignet forskjellige land sine lærebøker, er det mulig å få en mye større andel kognitivt krevende oppgaver. Fordi det ser ut til at lærebøkene er så nært knyttet til kulturen de er laget for kan det være smart å se til andre kulturer når en lager lærebøker. Å ha lærebøker med oppgaver som legger til rette for dybdelæring vil ikke bare spare lærere for mye tid som de ville brukt på å finne oppgaver andre steder, det kan også være bra at elevene selv har tilgang på kognitivt krevende oppgaver i stedet for å alltid være avhengige av læreren.

7.2 – Implikasjoner for videre forskning

Resultatene mine peker i retning av en trend i hvordan norske lærebøkene er utformet. Dette åpner for mange spennende nye emner som det ville vært interessant å se på. Det ene er å se om trenden vil fortsette inn i LK20. Det er også store forskjeller mellom lærebøker for 1. klasse og 7. klasse, selv om de begge er fra samme læreverk. Det kan derfor være interessant å se på hvordan de kognitive kravene utvikler seg fra trinn til trinn. Selv om resultatene fra denne oppgaven er slående betyr ikke det at det samme vil gjelde i selve undervisningen. Det vil være interessant å se på hva slags oppgaver elevene faktisk jobber med i timene.

8 – Litteraturliste

Adalberon, E. (2014). *Et redskap eller en bønnebok? : en studie av hvordan lærebøker benyttes i matematikk på ungdomstrinnet* (Master). Universitetet i Agder.

Alseth, B. (2008). *Multi 7a - lærerens bok*. [Oslo]: Gyldendal undervisning.

Alseth, B., Breiteig, T. & Brekke, G. (2003). *Endringer og utvikling ved R97 som bakgrunn for videre planlegging og justering*. Notodden: Telemarksforsking.

Alseth, B., Nordberg, G., Røsseland, M. & Kirkegaard, H. (2008a). *Multi 7a - Grunnbok* (Bokmål[utg.]. utg.). Oslo: Gyldendal undervisning.

Alseth, B., Nordberg, G., Røsseland, M. & Kirkegaard, H. (2008b). *Multi 7b - Grunnbok* (Bokmål[utg.]. utg.). Oslo: Gyldendal undervisning.

Apple, M. (1988). *Teachers and Texts: A Political Economy of Class and Gender Relations in Education*. London: Routledge & Kegan Paul.

Bachmann, K. (2004). Læreboken i reformtider - et verktøy for endring? I(s. s. 119-143). Oslo: Universitetsforl., cop. 2004.

Baker, D., Knipe, H., Collins, J., Leon, J., Cummings, E., Blair, C. & Gamson, D. (2010). One Hundred Years of Elementary School Mathematics in the United States: A Content Analysis and Cognitive Assessment of Textbooks From 1900 to 2000. *Journal for Research in Mathematics Education, 41*(4), 383-424.

Berge, J. E. (2016). *Geometri på 8. trinn i Norge og Singapore: En komparativ dokumentanalyse med fokus på geometri i curriculum, læreverk og TIMSS* Aarhus Universitet, København.

Bjørklund, T., Forfang, I., B., R. & E., R. (1977a). *Tall og tegn: matematikk for grunnskolen: Elevens bok 6a*. Stabekk: NKI-forl.

Bjørklund, T., Forfang, I., B., R. & E., R. (1977b). *Tall og tegn: matematikk for grunnskolen: Elevens bok 6b*. Stabekk: NKI-forl.

Bjørklund, T., Forfang, I., B., R. & E., R. (1978). *Tall og tegn 6a-b: Lærerveiledning med fasit*. Stabekk: NKI-forl.

Bratholm, B. (2001). Godkjenningsordning for lærebøker 1889–2001, en historisk gjennomgang. *Fokus på pedagogiske tekster*. Hentet fra http://www-bib.hive.no/tekster/hveskrift/notat/2001-05/not5-2001-02.html

Brekke, G. G., Gunnar. (2001). Matematikk. I S. Sjøberg (Red.), *Fagdebatikk: Fagdidaktisk innføring i sentrale skolefag* (s. 215-265). Oslo: Gyldendal akademisk.

Carroll, J. B. (1989). The Carroll Model: A 25-Year Retrospective and Prospective View. *Educational Researcher, 18*(1), 26-31.

Charalambous, C. Y., Delaney, S., Hsu, H.-Y. & Mesa, V. (2010). A Comparative Analysis of the Addition and Subtraction of Fractions in Textbooks from Three Countries. *Mathematical Thinking and Learning, 12*(2), 117-151. https://doi.org/10.1080/10986060903460070

Christoffersen, L. & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene*. Oslo: Abstrakt forlag.

Engelsen, B. U. (2012). *Kan læring planlegges? Arbeid med læreplaner - hva, hvordan, hvorfor* (6. utg.). Oslo: Gyldendal.

Fan, L. & Kaeley, G. S. (2000). The Influence of Textbooks on Teaching Strategies: An Empirical Study. *Mid-Western Educational Researcher, 13*(4), 2-9.

Fan, L., Zhu, Y. & Miao, Z. (2013). Textbook research in mathematics education: development status and directions. *The International Journal on Mathematics Education, 45*(5), 633-646. https://doi.org/10.1007/s11858-013-0539-x

Freeman, D. J. & Porter, A. C. (1989). Do Textbooks Dictate the Content of Mathematics Instruction in Elementary Schools? *American Educational Research Journal, 26*(3), 403. https://doi.org/10.3102/00028312026003403

Garmannslund, K. (1983). *Matteboka: 6.klasse Grunnbok*. [Oslo]: Gyldendal.

Garmannslund, K. (1988). *Matteboka: 6. klasse Grunnbok*. [Oslo]: Gyldendal.

Gjone, G. (1994). Matematikkundervisningen mellom nytte og danning. *Tangenten, 5*(4). Hentet fra http://www.caspar.no/tangenten/1994/t1994-4.pdf

Grønmo, L. S., Lindquist, M., Aurora, A. & Mullis, I. V. S. (2013). Chapter 1: TIMMS 2015 Mathematics Framework. I I. V. S. Mullis & M. O. Martin (Red.), *TIMSS 2015 Assessment Frameworks*. Hentet fra https://timssandpirls.bc.edu/timss2015/downloads/T15_FW_Chap1.pdf

Helgesen, H. (2014). *Hvordan blir regnearten multiplikasjon introdusert i norske lærebøker?* Universitet i Stavanger.

Imsen, G. (2009). *Lærerens verden*. Oslo: Universitetsforl.

Johansson, M. (2003). Textbooks in mathematics education: a study of textbooks as the potentially implemented curriculum. I.

Johnsen, E. B. (1993). *Textbooks in the kaleidoscope*. Oslo: Scandinavian University Press.

Johnsen, E. B. (1999). *Lærebokkunnskap: innføring i sjanger og bruk*. Oslo: Tano Aschehoug.

Johnsen, M. K. M. & Storaas, A. E. (2015). *En komparativ studie av matematikkoppgaver i et norsk og et finsk læreværk* UiT Norges arktiske universitet, Tromsø.

Jones, D. & Tarr, J. (2007). An examination of the levels of cognitive demand required by probability tasks in middle grades mathematics textbooks. *Statistics Education Research Journal, 6*(2), 4-27.

Juuhl, G. K. (2010). *Læremiddelforsking etter LK06*. Tønsberg: Høgskolen i Vestfold.

Kilpatrick, J., Swafford, J., Findell, B., Mathematics Learning Study, C., National Research Council Center for Education, D. o. b. & social sciences, e. (2001). *Adding it up : helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academy Press.

Krammer, H. P. M. (1985). The textbook as classroom context variable. *Teaching and Teacher Education, 1*(4), 273-278. https://doi.org/10.1016/0742-051X(85)90015-0

KUD. (1922). *Normalplan for landsfolkeskolen*. Kristiania: J.M. Stenersens forlag.

KUD. (1925). *Normalplan for byfolkeskolen*. Oslo: Stenersen.

KUD. (1939). *Normalplan for landsfolkeskulen*. Oslo: Aschehoug.

KUD. (1974). *Mønsterplan for grunnskolen*. [Oslo]: Aschehoug.

KUD. (1987). *Mønsterplan for grunnskolen* Kirke- og undervisningsdepartementet.

KUF. (1996). *Læreplanverket for den 10-årige skolen (L97)*. OSLO: Det kongelige kirke-, utdannings- og forskningsdepartement.

Kunnskapsdepartementet. (2020). *Overordnet del – verdier og prinsipper for grunnopplæringen*. Hentet fra https://www.udir.no/lk20/overordnet-del/

Mesa, V. (2004). Characterizing Practices Associated with Functions in Middle School Textbooks: An Empirical Approach. *Educational Studies in Mathematics, 56*(3), 255-286. https://doi.org/10.1023/B:EDUC.0000040409.63571.56

NCTM. (1991). *Professional standards for teaching mathematics*. Reston, VA The Council.

NESH. (2016). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi* Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora. Hentet fra https://www.etikkom.no/globalassets/documents/publikasjoner-som-pdf/60125_fek_retningslinjer_nesh_digital.pdf

Polikoff, M. S. (2015). How Well Aligned Are Textbooks to the Common Core Standards in Mathematics? *Am. Educ. Res. J., 52*(6), 1185-1211. https://doi.org/10.3102/0002831215584435

Rasch-Halvorsen, A. (2010). *Tusen millioner*. xx#: Cappelen.

Rasch-Halvorsen, A. & Aasen, O. (2008). *Tusen millioner 7a*. xx#: Cappelen.

Rasch-Halvorsen, A., Rangnes, T. E. & Aasen, O. (1999a). *Tusen millioner 7a*. [Oslo]: Cappelen.

Rasch-Halvorsen, A., Rangnes, T. E. & Aasen, O. (1999b). *Tusen millioner 7b*. [Oslo]: Cappelen.

Rasch-Halvorsen, A., Rangnes, T. E. & Aasen, O. (1999c). *Tusen millioner lærerens bok*. [Oslo]: Cappelen.

Resvoll, E. (2014). Lærebøker i matematikk og læreres bruk av dem : en analyse av karakteristiske trekk ved de mest brukte lærebøkene på ungdomstrinnet og hvordan de blir brukt av tre lærere til palnlegging og gjennomføring av undervisning. I.

Schulstad, O. & Visund, S. (1933). *Regnebok for folkeskolen – 6. hefte*. Oslo: Cappelen.

Scott, J. (1990). *A Matter of Record*. Cambridge: Polity Press, Basil Blackwell Inc.

Skemp, R. R. (1987). Relational Understanding and Instrumental Understanding. I *The Psychology of Learning Mathematics* (Expanded American Edition. utg., s. 152-163). Hillesdale, N.J: Lawrence Erlbaum.

Skjelbred, D. (2005). *Kartlegging av læremidler og læremiddelpraksis*. [Tønsberg]: Høgskolen i Vestfold.

Skjelbred, D., Solstad, T. & Aamotsbakken, B. (2005). *Kartlegging av læremidler og læremiddelpraksis*. Tønsberg: Høgskolen i Vestfold.

Stein, M. K., Grover, B. W. & Henningsen, M. (1996). Building Student Capacity for Mathematical Thinking and Reasoning: An Analysis of Mathematical Tasks Used in Reform Classrooms. *American Educational Research Journal, 33*(2), 455-488. https://doi.org/10.3102/00028312033002455

Stein, M. K., Smith, M. S., Henningsen, M. A. & Silver, E. A. (2009). *Implementing Standards-Based Mathematics Instruction: A Casebook for Professional Development. Second Edition*.

Stigler, J. W. & Hiebert, J. (1999). *The teaching gap : best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom*. New York: Free Press.

Thagaard, T. (2018). *Systematikk og innlevelse : en innføring i kvalitative metoder* (5. utg. utg.). Bergen: Fagbokforl.

Thune, T. (2020). Norsk utdanningshistorie. I H. Jarning (Red.), *Store Norske Leksikon*. Hentet fra https://snl.no/Norsk_utdanningshistorie

Tokheim, E. H. (2015). En analyse av tre norske læreverk i matematikk for 1. Trinn. I: University of Stavanger, Norway.

Törnroos, J. (2005). Mathematics textbooks, opportunity to learn and student achievement. *Studies in Educational Evaluation, 31*(4), 315-327.

Utdanningsdirektoratet. (2006). *Læreplan i matematikk fellesfag (MAT1-04)* (MAT1-04). Hentet fra http://data.udir.no/kl06/MAT1-04.pdf

Utdanningsdirektoratet. (2020). *Læreplan i matematikk 1.–10. trinn* (MAT01-05). Hentet fra https://data.udir.no/kl06/v201906/laereplaner-lk20/MAT01-05.pdf

Valverde, G. A., Bianchi, L. J., Wolfe, R. G., Schmidt, W. H. & Houang, R. T. (2002). *According to the Book: Using TIMSS to Investigate the Translation of Policy into Practice Through the World of Textbooks*. Drodrecht: Kluwer Academic Publishing.

Venheim, R., Skoogh, L., Nislon, B. & Johansson, H. (1991a). *Regnereisen 6: Lærerperm til Regnereisen 6a og 6b*. Oslo: Aschehoug.

Venheim, R., Skoogh, L., Nislon, B. & Johansson, H. (1991b). *Regnereisen 6a: Grunnbok*. Oslo: Aschehoug.

Venheim, R., Skoogh, L., Nislon, B. & Johansson, H. (1991c). *Regnereisen 6b: Grunnbok*. Oslo: Aschehoug.

Venheim, R., Skoogh, L., Nislon, B. & Johansson, H. (1999a). *Regnereisen 7a: Grunnbok*. [Oslo]: Aschehoug.

Venheim, R., Skoogh, L., Nislon, B. & Johansson, H. (1999b). *Regnereisen 7b: Grunnbok*. [Oslo]: Aschehoug.

9 – Vedlegg

Vedlegg A: Veileder til koding

- Måle noe med gradskive eller linjal – Low-M, fordi dette kun krever å kunne bruke gradskive, og dermed kan lese svaret direkte
- Tegne noe – ikke konstruksjon – med eller uten andre verktøy – Low-M, fordi eleven kun trenger å vite hva slags figur som blir beskrevet og hvordan redskapene brukes. Om figuren er kompleks ville den vært Low-P
- Gjenkjenne figurer eller om ting er parallelle osv – Dette er bare noe en vet
- Konstruere noe – Low-P eller High-P, dette kommer an hvor vanskelig oppgaven er.
- Følge instruksjoner, eksempelvis oppskrift på halvering av vinkel – Low-M, fordi den ikke krever at eleven skal tenke selv
- Sum av vinkler i trekant og firkant – Low-M
- Finne ut toppvinkler – Low-M
- Finne nabovinkler – Low-P
- Sum av vinkler – Low-P
- Regne ut omkrets – Low-P
- Regne ut areal av kjente figurer – Low-P
- Regne ut areal av sammensatte figurer – Low-P eller High-P, kommer an på figurens kompleksitet
- Gjenkjenne symmetri i figurer– Low-M
- Tegne figur med symmetri – Low-M hvis dette bare dreier seg om eksempel de har sett før. High-P om figuren som skal bli tegnet er komplisert. XK
- Lille multiplikasjonstabell – Low-M. Dette gjelder kun oppgaver hvor det eksplisitt står at elevene skal regne i hodet. Ellers er det Low-P.

Vedlegg B: Eksempel på koding fra Excel

287			lm	lm	lm	lm	lm	lm	lm	lm	lm
288			lm	lm	lm	lm	lm	lm	lm	lm	lm
289			lm	lm	lm	lm	lm	lm	lm	lm	lm
290			lp								
291			lp	lp	lp	lp	lp				
Formlik avbildning											
292			lp	lp							
293			lm	lm							
Arealberegning											
294			lp	lp	lp	lp					
295			lp	lp	lp	lp	lp	lp	lp		
Arealet av et kvadrat			lp	lp							
296			lp	lp							
297			lp	lp	lp	lp	lp	lp			
Avstand mellom parallelle linjer											
298			lm	lm	lm						
Parallellogram											
299			lp	lp							
300			lp	lp	lp						
301			lp	lp	lp						
302			lp	lp	lp	lp	lm	lm			
303			lm	lm	lm	lm					
304			hp	lp	lp						
305			lp	lp	lp						
Arealet av en trekant			lp	lp	lp	lp					
306			lp	lp	lp	lp					
307			lp	lp	lp	lp					
308			lp	lp							
309			lm								
310			lp	lp	lp	lp					
311			lp	lp	lp	lp					
Arealet av et polygon											
312			lp	lp	lp						
Tilleggsoppgaver											
Avbildninger											

1977 - Tall og Tegn | 1983 - Matteboka | 1988 - Matteboka | 1991 - Regnereisen | 1999 - regnereisen | 1999

Figur B1

Tusen millioner 7a								
Kapittel 5 -Geometri 1		Grå oppgaver er litt vanskeligere						
Dreining								
1			lm	lm				
2			lm	lm				
3			lp	lm				
4			lp					
Parallellforskyvning								
5		kopioriginal 5.1						
6			lm	lm	lm	lm		
7		kopioriginal 5.2						
8			lm	lm	lm	lm		
Symmetri								
9			lm					
10			lm					
11			lm	lm				
12			lm					
13			lm					
14			lm					
15		c)	lm	lm	lm			
Regulære mangekanter								
16			lm	lm	lm	lm	lp	
17			lm	lm	lm	lm	lp	
18			lp	lm				
19			lm	lm				
20			hp	lm				
21		kopioriginal 5.3						
Omkrets og areal av mangekanter			Kan jeg?					
22			lp	lp	lp	lp	lp	lp
23			lm	lp	lm	lm	lp	lp
24			lp	lp	lp	lp		
25			lm	lm	lm			
26			lp	lp	lp	lp		
27			lp	lp	pl			
28			lp	lp	lp	lp	lp	

1977 - Tall og Tegn | 1983 - Matteboka | 1988 - Matteboka | 1991 - Regnereisen | 1999 - regnereisen | 1999 - Tusen Millioner

Figur B2