Universitetet i Stavanger

FAKULTET FOR UTDANNINGSVITENSKAP OG HUMANIORA

MASTEROPPGAVE

Studieprogram: Master i utdanningsvitenskap profil matematikkdidaktikk	Høstsemesteret, 2020 Åpen/ ~~konfidensiell~~
Forfatter: Gunnar Johan Helliesen	………………………………………… (signatur forfatter)
Veiledere: Reidar Mosvold og Raymond Bjuland	
Tittel på masteroppgaven: Kognitive prosesser til yrkesfagelever på første videregående trinn i arbeidet med matematikkoppgaver Engelsk tittel: Pupils’ cognitive processes in upper secondary vocational school (first grade) in their work with mathematical problems	
Emneord: kognitive læringsperspektiv, affekt, gjenkallingsstrategi, problemløsningsstrategi, begrepsforståelse	Antall ord: 30469 + vedlegg/annet: 35263 Stavanger, 03.12.2020

Forord

Å bli den beste læreren jeg kan bli har vært motivasjonen for masterdeltidsstudiet i matematikkdidaktikk ved Universitetet i Stavanger (UiS). Mens studiet har pågått har jeg også jobbet som lærer i den videregående skolen i Rogaland fylkeskommune. Her har jeg vært vitne til avstanden mellom akademia og praksisfeltet. Med avstand mener jeg her at akademia står for og kommuniserer nyvinninger innenfor matematikkdidaktiske metoder som man ønsker å iverksette i skolen. Skoleledere og elever er ofte litt konservative og ønsker ikke alltid å iverksette nye læringsmåter. Dette har selvsagt bidratt til en indre konflikt i meg, samtidig grobunn for mange gode diskusjoner.

Nå er studietiden over, og jeg er i ferd meg å fullføre masterstudiet i matematikkdidaktikk. Studiet har selvsagt bidratt til en del kunnskap om hvordan best mulig hjelpe elevene til bedre forståelse for matematikk og inspirasjon og iver etter å gjøre det. På dette grunnlaget håper jeg at elever, foreldre, kolleger og skoleledere er villige til å ta i bruk nye forskningsbaserte didaktiske metoder til glede og besvær. Det vil kreve endringsprosesser i form av nye måter å tenke på, og følgelig vil dette møte stor motstand i skolen. Det er trygt og godt å gjøre som man alltid har gjort. Som utviklingsorientert faglærer i matematikk i den beste alder, håper jeg at flere vil åpne øyene for nye spennende måter å jobbe på.

Uten veiledning og tips om valg, retning, fokus og spissing av masteroppgaven tenker jeg det hadde vært en uoverkommelig oppgave. Derfor er jeg svært takknemlig for veilederne mine Reidar Mosvold og Raymond Bjuland. Dere har vært et radarpar for meg. Gode samtalepartnere og veivisere. Tusen takk for hjelpen!

Takk til mine medstudenter Pål, Vetle, Gøril, Nadine, Linda, Elisabeth, Sara, Elin, Pontus, Ramesh, Annette, Tore, Asbjørn og Håvard. Dere har i samarbeid, motgang og medgang støttet og lyttet til meg. Tusen takk for hjelpen alle sammen!

Sist, men ikke minst ønsker jeg å takke kona mi Irene. Hennes tålmodighet og rause personlighet er helt uvurderlig når jeg uten videre har brukt timer sent og tidlig, ferie og helger, natt og dag, i tide og utide for å skrive fram denne masteroppgaven. Evig takknemlig for din støtte kjære deg! Takk til de flotte barna mine Kaia, Leni og Simon. Dere inspirerer!

Gunnar Johan Helliesen

Stavanger, desember 2020

Sammendrag
Masteroppgaven tok utgangspunkt i tidligere forskning gjort på det kognitive læringsperspektivet, affektive sider ved elevens læring og en teoretisk forståelsesramme for matematisk tenkning.

I denne studien utførte jeg syv kognitive intervjuer og undersøkte i hvert intervju ti kognitive prosesser via inni- og på-tvers-analyser av skriftlige og muntlige redegjørelser til syv yrkesfagelever på første videregående trinn, mens de jobbet for seg selv med matematikkoppgaver som omhandlet desimaltall, brøk og prosent. Da stilte jeg følgende forskningsspørsmål:

> Hvilke kognitive prosesser kan identifiseres hos yrkesfagelever på første videregående trinn i arbeidet med matematikkoppgaver?

Ut fra disse analysene ble det identifisert to typiske elevtilfeller:
«Slitereleven» og «Kontrasteleven».

1. «Slitereleven» manglet en gjenkallingsstrategi, hadde en uklar forståelse av hensikten med oppgaven og en svak forståelse for begrepene brøk, prosent og desimaltall. Gjenkallingsprosessen skjedde ikke automatisk hos eleven og fordret mine gjenkallingsspørsmål.
2. «Kontrasteleven» hadde en klar forståelse for hensikten med oppgaven, en tydelig gjenkallingsstrategi og god forståelse for begrepene brøk, prosent og desimaltall. Gjenkallingsprosessen skjedde automatisk hos eleven uten mine gjenkallingsspørsmål.

For «Slitereleven» fremkom det en sammenheng mellom de kognitive prosessene illustrert som et mønster i masteroppgaven. Det kognitive mønsteret var det samme for «Kontrasteleven», bortsett fra at hun selv gjenkalte både kunnskaper og strategier.

Elevers utfordringer med kognitive prosesser i arbeidet med matematikkoppgaver kunne også få noen følger for praksisfeltet, for eksempel ressursallokering til elever med særskilt behov for hjelp med oppgaveløsing i matematikk og søkelys på strategier for læring og forståelse i stedet for pugg.

Innholdsfortegnelse

Liste over figurer

Liste over tabeller

1 Innledning

Fra egen erfaring som lærer i videregående skole, vet jeg at mange elever synes det er vanskelig å kunne regne med brøk, desimaltall og prosent. Dette får elevene bruk for i den videre matematikkopplæringen på første videregående trinn (vg1-yrkesfag). Da blir det en stor utfordring for de som har glemt eller rett og slett ikke har god nok forståelse for disse temaene. Derfor er jeg nysgjerrig på hvilke kognitive faktorer som kan ha betydning for elevenes muligheter til å vise kunnskaper om brøk, desimaltall og prosent i matematikkfaget. Som forsker i denne studien undersøker jeg skriftlige og muntlige redegjørelser til syv yrkesfagelever på vg1-yrkesfag, mens de jobber for seg selv med matematikkoppgaver som omhandler disse temaene. I disse redegjørelsene identifiserer jeg elevenes kognitive prosesser ut fra forhåndsdefinerte koder. Til slutt finner jeg at det er et mønster i de kognitive prosessene. Dette beskrives i kapittelet resultater og analyse (se kapittel 4).

Slavin (2012) hevder at barn utvikler kapasiteten for logisk tankegang og forståelse i kjente situasjoner mellom 7 og 11 år, og fra 11 år til man er voksen blir man i stand til å håndtere abstrakte hypotetiske situasjoner og tenke logisk. Forskningslitteraturen om kognitiv utvikling viser generelt at ved økende alder i barneårene blir man bedre til planlegging av oppgaver og gjøre endringer etter tilbakemeldinger. Mye av forskningen på dette feltet dreier seg om yngre barn, mens eldre elever (for eksempel i videregående skole) i langt mindre grad har blitt studert med disse kognitive perspektivene (Schoenfeld, 1992). Mange elever som velger yrkesfaglig studieretning sliter med matematikkfaget, og derfor er det viktig å studere denne gruppen elever.

Forskere knytter kognitive krav til matematikkoppgaver (Smith & Stein, 1998; Stein & Smith, 1998; Valenta, 2016), men de beskriver ikke hvordan matematikkoppgaver kan oppleves kognitivt ulikt av forskjellige elever. Jeg antar at elevene i denne studien kommer til å oppleve matematikkoppgavene forskjellig på grunn av ulike matematiske ferdigheter, men det er ikke ønskelig ei heller overkommelig å beskrive alle tenkelige og mulige faktorer i forskningsprosjektet. Derfor ønsker jeg å studere ti forhåndsdefinerte kognitive prosesser, som kan identifiseres hos elever på vg1-yrkesfag i arbeidet med matematikkoppgaver. I tillegg vil jeg undersøke om oppfølgingsspørsmål til matematikkoppgavene kan forandre de kognitive prosessene til elevene i arbeidet med matematikkoppgavene.

I matematikkdidaktisk forskning undersøkes kulturelle- og språklige faktorer eller mentale aktiviteter med hensyn på læring i matematikkfaget (Schoenfeld, 1992; Slavin, 2012, Tourmen et al., 2017). I denne studien behandler jeg oppfatninger elever kan ha til matematikkfaget (Grouws, 1992; McLeod, 1988; Schoenfeld, 1992), som blant annet kan være kulturelt betinget. Man kan anta at ulike videregående skoler representerer ulike skolekulturer, og dermed forskjellig grad av for eksempel elevoppfølging i matematikkundervisningen. Når det gjelder oppfølging av elever som sliter med matematikk, mener Solem (2020) at et godt tiltak kan være å gi eleven tett oppfølging og sikre forståelse ved å finne ut av matematikkoppgavene sammen med eleven. Dette kan tyde på at det er relevant for praksisfeltet å vite noe om tett oppfølging av elever som sliter med matematikkfaget, og om det kan være betydningsfullt for dem. Å sjekke dette ut med oppfølgingsspørsmål i et kognitivt intervju, slik jeg gjør i denne masteroppgaven, er relevant forskning for å kunne beskrive tematikken kvalitativt for praksisfeltet.

Teoretisk bygger denne studien på den kognitive- og konstruktivistiske læringsteorien etter Dewey, Piaget og Vygotskij (Agarkar, 2019; Imsen, 2010; Jordet, 2012). Sentralt for denne teorien er at læring kan bli forstått som en aktiv konstruksjon av strukturer og kunnskap basert på det enkelte individs erfaring (Tourmen et al., 2017). Forskerne er generelt enige om fem aspekter ved kognisjon: kunnskapsbasen, oppfatninger og følelser, undervisningspraksiser, problemløsningsstrategier og selvregulering (Schoenfeld, 1992). Disse aspektene blir beskrevet mer utførlig i neste kapittel siden de kan ha betydning for elevens kognitive prosesser i arbeidet med matematikkoppgaver som omhandler brøk, prosent og desimaltall. Her kommer også teorien om kognitiv utvikling til Jean Piaget og dens videreutvikling sett i lyset av læring til anvendelse (Carpenter, Franke & Levi, 2003; Imsen, 2010; Slavin, 2012).

Basert på dette skal denne studien svare på følgende forskningsspørsmål:

> Hvilke kognitive prosesser kan identifiseres hos yrkesfagelever på første videregående trinn i arbeidet med matematikkoppgaver?

Dermed blir kognitive prosesser sentrale i masteroppgaven, og de beskrives mer nøye i teorikapittelet (se kapittel 2). For å undersøke elevenes tenkning i arbeidet med matematikkoppgavene om brøk, desimaltall og prosent bruker jeg et kognitivt intervju, som er analyseinstrumentet i masteroppgaven (se delkapittel 3.5). Det kan bidra til å avdekke mentale prosesser hos elevene mens de jobber for seg selv med matematikkoppgaver. Analysene av syv kognitive intervju skjer gjennom inni- og på-tvers-analyser av hva elevene skriver og sier i de kognitive intervjuene.

Å vite noe om de kognitive prosessene til elevene, som arbeider med matematikkoppgaver og sammenhengen mellom disse, kan bidra til økt innsikt i elevers tenkning. Elever som sliter med matematikk trenger tett oppfølging av lærer, en som kan stille gode oppfølgingsspørsmål, slik at eleven lærer å lære og dermed blir gitt muligheten til bedre forståelse av ulike tema i matematikkfaget. De kognitive prosessene blir også diskutert i lyset av teorien beskrevet i masteroppgaven i diskusjonskapittelet (se kapittel 5).

Til slutt gir jeg en konklusjon (se kapittel 6) om at gjenkalling er en sentral kognitiv prosess hos elevene, og i tillegg er det en svært tidkrevende prosess for noen elever. Denne erkjennelsen er relevant for elevene selv, som bør investere tid for å lære matematikk, foreldrene som kan tre støttende til, og ikke minst skoleledere som bør erkjenne hvilket lærer-ressursbehov som er nødvendig for å hjelpe elever som sliter med matematikkfaget.

2 Teori

Hvordan elever lærer og får nye kunnskaper i matematikk kan forstås ut fra læringsteorier. Ingen teori kan alene hjelpe læreren til en fullstendig forståelse for elevenes læringsprosess. Teoriene befatter seg med bare en del av læringsfeltet, og lærere må derfor orientere seg i mange teorier for å få en mest mulig helhetlig forståelse av hvordan læring skjer. For det finnes ikke én type læringsprosess og én altomfattende læringsteori. Læring innbefatter ulike prosesser, alt etter hva som skal læres og hvilken aktivitet læringen fordrer (Imsen, 2010).

Derfor vil det være nyttig for lærere å forstå ulike læringsteorier og spesielt hvordan de kan brukes i ulike situasjoner i klasserommet. I en klasseromskontekst kan det for eksempel være nyttig å studere de sosiale interaksjonene mellom elever for å forstå deres læring. Da kan sosiokulturell teori etter Vygotskij komme til anvendelse. I denne studien vil jeg undersøke skriftlige og muntlige redegjørelser til syv elever på vg1-yrkesfag, mens de jobber for seg selv med matematikkoppgaver som omhandler desimaltall, brøk og prosent. Derfor kommer den kognitive læringsteorien etter Piaget og den konstruktivistiske læringsteorien etter Dewey, Piaget og Vygotskij til anvendelse (Agarkar, 2019; Imsen 2010; Jordet, 2012).

Derav følger en beskrivelse av det kognitive læringsperspektivet, affektive sider ved elevenes læring og en teoretisk forståelsesramme for matematisk tenkning og hvilken betydning det kan ha for denne studien.

2.1 Det kognitive læringsperspektivet – Piagets teori og kognitiv utvikling og dens videreutvikling

Piagets teori om kognitiv utvikling indikerer at barnas intellekt eller kognitive mulighet utvikles med alderen. Den kognitive utviklingen er en gradvis, velordnet forandring hvorpå mentale prosesser blir mer komplekse og sofistikerte. Piaget mente at barn er født med en tendens til å samhandle med og forstå deres miljø. Jeg forstår miljø her som det barna erfarer. Barna utviser mentale mønstre av oppførsel og tenkning, kalt for skjema. Disse skjema justeres i forhold til miljøet ved hjelp av assimilasjon og akkomodasjon. Assimilasjon vil si å forstå nye erfaringer med utgangspunkt i eksisterende skjema. Akkomodasjon vil si å endre eksisterende skjema basert på ny informasjon, for å passe til nye situasjoner. Når nye situasjoner ikke passer til eksisterende skjema, oppstår det en kognitiv konflikt. En kognitiv konflikt oppstår dermed når eleven erfarer eget tankesett som ufullstendig eller utilstrekkelig. Da kan det skapes et behov for å endre tankesettet, og derfor utvikle nye skjema eller hente fram gamle skjema, og gjennom refleksjon og diskusjon med andre elever og seg selv, løse den kognitive konflikten. I det kognitive læringsperspektivet ønsker man at eleven leter etter strukturer og mønstre og at kunnskapen preges av elevens bearbeiding. I henhold til Piaget avhenger læring av denne prosessen (Carpenter, Franke & Levi, 2003; Imsen, 2010; Slavin, 2012).

Dermed har Piagets kognitive teori blitt et grunnleggende konsept for læring. Individer konstruerer kunnskap fra erfaringer i deres livsverden gjennom assimilasjons- og akkomodasjonsprosesser. Assimilasjons- og akkomodasjonsprosessene beskriver likevektsprosessene. Læring kan derfor bli forstått som en aktiv konstruksjon av strukturer og kunnskap gjennom og for erfaring (Tourmen, Holgado, Mayen, Mètral, & Olry, 2017). Strukturene som organiserer aktiviteten eller skjema, er det som blir brakt i likevekt. Begreper er innesluttet i skjema eller strukturene som organiserer aktiviteten (Tourmen et al., 2017). Disse forskerne beskriver utøvere av yrkesfag, og jeg overfører teorien til elever på vg1-yrkesfag. Jeg mener det er mulig, siden i begge tilfellene er det mennesker som tenker og handler.

Illeris (2012) viser til hjerneforskning for å belyse Piagets skjema som en forestilling om en struktur av nevrale «spor» i et kjempemessig og komplisert nettverk av innbyrdes forbundne elektrokjemiske kretsløp. Disse elektrokjemiske kretsløp blir omtalt som langtidshukommelsen. Å nevne dette i denne studien betyr ikke at jeg skal beskjeftige meg med disse kretsløp, heller som en påminnelse om at ulike fag ofte anvender ulike begreper for lignende eller like tema. Piaget bruker i denne sammenhengen det psykologiske begrepet skjema, som rommer sammenhengende erindringer, kunnskap, forståelse og handlingspotensialer innefor et bestemt, subjektivt avgrenset område (Illeris, 2012).

Tourmen et al. (2017) viser til Vergnaud som understreket den sentrale rollen til konseptualisering i kognisjon og handling. I en matematisk kontekst er dette dannelsen av begrepssammenhenger når elevene oppfatter, memorerer, tenker (kognisjon) og handler for å løse matematikkoppgaver. Konseptsammenhengene utgjør da for eksempel strukturer som representasjoner av objekter, egenskaper, forhold, transformasjoner, omstendigheter, betingelser og funksjonelle forhold mellom disse objektene og mellom disse objektene og handlingene det dreier seg om. Hypotesen til Vergnaud er at skjema og konseptene og representasjonene de inneslutter, selv om de bare er delvis bevisste, kan studeres via observasjon av mennesker i virkelige situasjoner (Tourmen et al., 2017).

Illeris (2012) peker på at Piaget også var opptatt av følelsenes rolle i læringen. Jeg skal i neste delkapittel beskrive mulige affektive sider ved elevenes matematikklæring, siden det også inngår i de kognitive kodene i denne studien.

2.2 Affektive sider ved elevenes læring

I det kognitive intervjuet spør jeg om eleven blir eller har blitt følelsesmessig berørt i arbeidet med matematikkoppgaver. Muligens kan eleven fortelle om tidligere erfaringer med matematikk som kan ha betydning og påvirke dette arbeidet. Hvilke sinnsbevegelser og følelser som kan oppstå i arbeidet med matematikkoppgavene i denne intervjusituasjonen hos elevene er uviss. Derfor ønsker jeg i den teoretiske beskrivelsen her å redegjøre for andre forskeres erfaringer om temaet, for å være best mulig forberedt på hva man kan forvente av sinnsbevegelser og følelser hos elevene i arbeidet med matematikkoppgaver.

Selv om det finnes ulike definisjoner av affekt, er de fleste utdanningsforskere enige i at det affektive området handler om faktorer som på en eller annen måte er forbundet med følelser eller sinnsbevegelser, og som avviker fra ren kognisjon. Ren kognisjon refererer her til den mentale evnen og prosessene hvor elevene finner mening i matematikkoppgavene (Martin & Briggs, 1986). Når Fontana (1990) oppfatter den affektive delen av personligheten hvor elever faktisk erfarer egne følelser og sinnsbevegelser, inkluderer Ringness (1975) positive- og negative følelser så vel som følelsesladete holdninger, verdier, interesser, moral, karakter og til og med personlig- og sosial bedømmelse. På en annen side har affekt blitt brukt for å betegne en intens kortvarig affektiv tilstand eller en følelse slik som angst, skam og stolthet, panikkreaksjoner, frykt, glede, nysgjerrighet, frustrasjon og den såkalte «AHA» opplevelsen (Gerald et al., 2016; Hannula, Leder, Morselli, Vollstedt & Zhang, 2019; Leder, Pehkonen & Törner, 2002; McLeod, 1988; 1994). Alle de ulike begrepene viser tydelig at det ikke er lett å definere affekt.

Positive- eller negative følelser i oppgaveløsingen og bevisstheten om henholdsvis behag eller ubehag for elevens del, kan være avhengig av elevens selvoppfatning. Oppfattelsen av seg selv er også nært relatert til elevens motivasjon. Sammenhengen mellom følelser, selvoppfattelse og motivasjon kan også kobles til andre teorier om selvet i læring. Da kan læringserfaringer og resultater betraktes som konsekvenser av elevens selvoppfattelse. Det betyr at motivasjon, oppfatninger, holdninger og følelser kobles tett til selvet, selvrespekt, selvtillit og mestringstro (Malmivouri, 2001).

En mulighet i defineringen av affekt er å behandle affekt som ulike følelser en elev kan oppleve i oppgaveløsingen, slik Anderson og Bourke (2000) gjør. Da har følelsene tre egenskaper: intensitet, retning og et mål. Intensiteten representerer graden eller styrken av følelsen. Retning er relatert til om følelsen er positiv, negativ eller nøytral. Målet refererer til følelsens hensikt.

Beskrivelser av det affektive området involverer mer eller mindre klare referanser til kognitive og sosiale aspekter av læring. Selv om beskrivelser av disse gjensidige avhengighetene for det meste mangler, innrømmes det en nær forbindelse mellom det affektive- og det kognitive området. Læringsoppførsel har dermed både en følelsesmessig tone og en kognitiv komponent (Martin & Briggs, 1986).

Tidligere forskning har pekt på at det var et skarpt avgrenset skille mellom det kognitive- og affektive området (Bloom, 1956). Begrep som for eksempel matematikkangst lå i det affektive området og ble kartlagt ved spørreskjema hvor elevene ble spurt om følelser omkring matematikk. Problemløsing lå i det kognitive området og ble bedømt ved tester som satte søkelys på fagkunnskap. Imidlertid sier Schoenfeld (1992, s. 67) at ettersom synet blir klarere, blir imidlertid grensene mellom disse to områdene tiltagende uklart. I kodingen av denne studien benevnes det kognitive og følelsesmessige samlet som kognitive koder.

2.3 Teoretisk forståelsesramme for matematisk tenkning

Å formulere og løse matematiske utfordringer involverer både kognitive og metakognitive ferdigheter. Brophy (1986) skiller mellom *figurativ*, *operasjonell* og *betinget* kunnskap om ferdighetene til elevene. Figurativ kunnskap kan her forstås som elevenes evne til å huske. Operasjonell kunnskap dreier seg om hvordan elevene bruker ferdighetene, og betinget kunnskap sier noe om når og hvorfor elevene bruker ferdighetene.

Brophy (1986) foreslo i hvilken retning forskningen på undervisning og læring burde gå. Når han peker på betydningen av kognitive ferdigheter til elevene, deres metakognitive evner og effektive lese- og problemløsningsstrategier for å forstå faglige utfordringer, gjør Schoenfeld (1992) noe tilsvarende. Han hevder det finnes en generell enighet blant forskerne omkring viktigheten av fem aspekter ved kognisjon:

- Kunnskapsbasen
- Oppfatninger og følelser
- Undervisningspraksiser
- Problemløsningsstrategier
- Selvregulering eller monitorering og kontroll

I de neste delkapitlene skal jeg beskrive disse fem aspektene og hvilken betydning de kan ha for denne studien.

2.3.1 Kunnskapsbasen

Forskere diskuterer lærerens kunnskapsbase ut fra ulike perspektiver. Rowland, Huckstep og Thwaites (2005) omtaler «kunnskapskvartetten» mens Ball, Thames og Phelps (2008) beskriver det såkalte egget, undervisningskunnskap i matematikk. Mens Rowland et al. (2005) setter søkelys på hvordan lærerens kunnskap anvendes i klasserommet, retter Ball et al. (2008) oppmerksomheten mot kunnskapen læreren må ha om matematikkfaget, elevene og læreplaner. Deres perspektiv er lærerens kunnskapsbase for god undervisning. Men i denne studien er fokuset på elevenes tenking. Derfor velger jeg å ta utgangspunkt i den kognitive tilnærmingen etter Schoenfeld (1992). Han skriver at forskning på menneskelige kognitive prosesser har som en hovedtilnærming satt søkelys på organisering og tilgang til informasjon fra hukommelsen. Følgende spørsmål har blitt forsøkt besvart: Hvordan er informasjon organisert og lagret i hodet? Hva innebærer forståelse og hvordan har mennesker tilgang på relevant informasjon i hodet? Hovedoppfatningen er at mennesket er informasjonsprosessorer og tankene konstruerer symbolske representasjoner av verden. I henhold til dette synet blir tenkning og handling i verden det samme som å operere mentalt på tenkningens og handlingenes representasjoner. Det innebærer at eksterne handlinger kan betraktes som resultater fra sinnets indre arbeid. Det må også sies at selv om dette har vært hovedtilnærmingen til fagfeltet, er tilnærmingen kontroversiell. Det kan være ulike årsaker til det, og Schoenfeld (1992) oppgir andre syn på temaene over, for eksempel distribuert- og situert kognisjon. Tilhengere av distribuert kognisjon argumenterer med at det er upassende å lokalisere kunnskaper i hodet til mennesket. Den samme typen kritikk kan en også høre fra forskere innenfor den sosiokulturelle tradisjonen.

I stedet for at kunnskap bare skal ha en plass i hodet til eleven, finnes kunnskapen i samfunnet og gjenstander laget av mennesker og i samhandlingen mellom mennesker og deres miljø. Her gjenkjennes det sentrale i læringsteorien til Lev Vygotskij, hvor den sosiale konteksten er avgjørende for læringen. Det beslekta konseptet, situert kognisjon, baserer seg på antakelsen om at mentale representasjoner ikke er komplette og at tenkningen utnytter egenskapene til verden en er innesluttet i, heller at en opererer på abstraksjoner av verden. I interne kognitive representasjoner kan det finnes flere perspektiver med hensyn til egenskap og funksjon (Schoenfeld, 1992).

Kognitive prosesser hos mennesker har vært diskutert i forskningen, og som teksten over viser finnes flere synspunkter på kognisjon. Det ser ut til at det ikke eksisterer et riktig eller galt synspunkt, men disse perspektivene gir et grunnlag for å beskrive og forsøke å forstå den matematiske diskursen til elevene i deres arbeid med matematikkoppgavene, som i denne studien omhandler brøk, prosent og desimaltall. For å undersøke elevers matematiske tenkemåte vil jeg observere og notere hva elevene sier og skriver i arbeidet med matematikkoppgavene. Da kan det være nyttig å vite hvilke matematiske verktøy eleven har til rådighet. Temaene relatert til elevens kunnskapsbase er: Hvilken relevant informasjon besitter eleven for disse oppgavene? Hvordan eleven får tilgang til denne informasjonen, og hvordan eleven bruker informasjonen kan også være avhengig av elevens oppfatninger og følelser.

2.3.2 Oppfatninger og følelser

Hvilke oppfatninger og følelser elever, lærere og samfunnet kan ha til matematikk kan rokke ved og påvirke kunnskapsbasen. Hvordan organiseringen og tilgangen til informasjon fra hukommelsen kan bli hos en elev med redusert mestringstro og vansker med reguleringen av selvet er aktuelt i studien. Da kommer den kognitive modellen til Tourangeau (1984) til anvendelse. Etter Willis (2015) anbefalinger har jeg utvidet den kognitive modellen til Tourangeau (1984) for å passe bedre til denne studiens hensikt, ved å inkludere også mulige tekstlige utfordringer med spørsmålene i matematikkoppgavene. Det gjelder spesielt oppgave 4, som blir nøyere omtalt i delkapittel 3.6.

I den kognitive modellen til Tourangeau (1984) inngår motivasjon- og sensitivitetsbedømmelse som kognitive koder, (se delkapittel 3.5) . Derfor skal jeg undersøke om eleven viser tilstrekkelig mental anstrengelse for å svare presist og tankefullt på spørsmålet i matematikkoppgaven og om eleven sier noe som kan få ham/henne til å «se» eller «høres» bedre ut. Hvilke følelser og oppfatninger eleven har til matematikk kan muligens påvirke motivasjonen og oppførselen til eleven i forbindelse med oppgaveløsingen.

Schoenfeld (1992) tolker oppfatninger som individets forståelse og følelser som kan forme måter individet skaffer seg et overblikk over og engasjerer seg i matematisk oppførsel. Oppfatninger om matematikk ser Schoenfeld (1992) både fra elevens, lærerens og samfunnets ståsted. Flere forskere beskriver holdninger til matematikk som kan være negative for matematikklæringen hos elevene (Grouws, 1992; McLeod, 1988; Schoenfeld, 1992). Oppfatninger eleven kan ha om matematikk kan ifølge Schoenfeld (1992) da for eksempel være: «matematikkproblemer har kun et riktig svar», «vanlige elever må ikke forvente å forstå matematikk», «de må være innstilt på å pugge det, og anvende det de har lært rent mekanisk og uten forståelse», «det finnes bare en riktig måte å løse et problem, vanligvis den måten læreren har demonstrert for klassen», «matematikk er en ensom aktivitet utført av isolerte individer», «elever som har forstått matematikken de har studert, kan løse ethvert anvist matematisk problem i løpet av fem minutter eller mindre», «matematikken som er lært på skolen har lite eller ingenting med den reelle verden å gjøre» og «formelle bevis er irrelevant til oppdagelsesprosesser eller oppfinnelser». Uheldigvis har disse oppfatningene en alvorlig konsekvens. Elever med slike oppfatninger vil gi opp arbeidet med å løse problemet etter mislykkete forsøk, etter noen få minutter, selv om de kunne ha løst oppgaven om de hadde fortsatt og vært mer utholdende (Schoenfeld, 1992).

Grouws (1992) og McLeod (1988) gjør en mer generell sammenligning sammen med følelsenes intensitet, retning og mål som skiller mellom elevenes oppfatninger, holdninger og følelser ved elevenes matematikklæring. Oppfatningene kan dreie seg om ulike forestillinger om matematikk, om seg selv, om matematikkundervisningen og om den sosiale konteksten eleven befinner seg i. Eksempler på disse oppfatningene kan for eksempel være: «matematikk er basert på regler», «jeg er i stand til å løse problemer», «undervisning er å fortelle», «læring er en konkurranse», «jeg misliker geometriske bevis», «problemløsing er kjekt» eller «eleven foretrekker oppdagelseslæring». Eleven kan også oppleve glede eller frustrasjon når han eller hun forsøker å løse ikke-rutineoppgaver. Å jobbe med matematikkoppgaver kan medføre ulike sinnsbevegelser som for eksempel sinne, glede, tristhet og apati hos elever. Listen for hva elever kan føle i slike situasjoner er ikke endelig.

Elevenes oppfatninger om matematikk er viktig. Vel så viktig er lærerens oppfatninger om matematikk, siden disse virker inn på den matematiske virksomheten læreren står for i klasserommet og påvirker læringsmiljøet. Dette miljøet bidrar til oppfatningene elevene får om matematikk. Eksempler på oppfatninger om matematikk hos læreren kan være: «matematikk er et endelig produkt som skal opptas av eleven», «læreren sprer informasjon eller fagstoff, og eleven mottar det» og «lærerens oppgave er å presentere det planlagte fagstoffet uten digresjoner». Disse holdningene og rigid instruksjon fører til utviklingen av noen av elevenes oppfatninger beskrevet ovenfor (Schoenfeld, 1992).

Thompson (1985) beskriver et annet sett matematikkholdninger, som skal bidra til et læringsmiljø som støtter utviklingen av elevenes ferdigheter i problemløsing. Disse holdningene er for eksempel: «matematikk er mer et emne av idéer og mentale prosesser enn et emne om fakta», «matematikk kan bli best forstått ved gjenoppdagelsen av dens idéer, oppdagelser og verifiseringer er essensielle prosesser i matematikk», «hovedaktiviteten i studiet av matematikk er å utvikle resonneringsferdigheter som er nødvendige for problemløsing», «læreren må skape og vedlikeholde et åpent og uformelt læringsmiljø for å sikre elevenes frihet til å stille spørsmål og utforske deres idéer», «læreren burde oppmuntre elevene til å gjette og anta» og «læreren burde appellere til elevens intuisjon og erfaringer i fagstoffpresentasjoner for å gjøre det meningsfullt for dem og gi dem lov til å resonnere på egenhånd, heller enn å vise dem hvordan å komme til en løsning eller et svar».

Holdninger om matematikk finnes hos elever og lærere. I tillegg finnes holdninger om matematikk som er kulturelt betinget. Oppfatninger om matematikk som er bestemt av kulturen, er fastholdt av foreldre, lærere, elever og andre samfunnsdeltakere. Slike oppfatninger kan for eksempel deles opp i kategorier om hva som er mulig for barn i ulik alder å lære i matematikk, hva som er ønskelig å lære og hvilken undervisningsmetode i matematikk som er best. Eksempel på kulturelle holdninger om matematikk kan være: «muligheten til å lære matematikk er mer medfødt», i motsetning til «suksess i matematikk beror på hardt arbeid for å lykkes». Det kan tenkes det er mindre sannsynlig at foreldre og elever som tror at enten forstår du matematikk eller ikke, vil oppmuntre mindre til innsats, enn de som tror en kan gjøre det om en forsøker hardt nok. «Foreldre tror lesing behøver større plass i pensum for at elevene skal bli gode i matematikk», selv om sammenlignende studier indikerer det motsatte. Holdninger som «enten kan du det eller ikke», innebærer at matematikkproblemer kan bli løst raskt eller ikke i det hele tatt. Motsatt holdning om at «forståelse er en gradvis prosess, hvor mer du strever dess mer kommer en til å forstå», vil ha betydning for elevers holdninger til matematikkarbeidet. Holdninger former elevens oppførsel når de skal jobbe med matematikk. Oppfatninger trekkes ut fra ens erfaringer og kulturen man er en del av. Det leder til betraktninger av undervisningspraksiser i matematikk (Schoenfeld, 1992).

2.3.3 Undervisningspraksiser

Delkapittelet om oppfatninger og følelser beskriver noen av de uheldige konsekvensene holdninger kan ha å si for innføringen av feil type undervisningspraksis. Jeg antar derfor at holdningene elever, lærere og samfunnet har til matematikk og matematikkundervisning vil påvirke undervisningspraksisen, som er gjeldende i klasserommet til enhver tid. Schoenfeld (1992) beskriver et positivt eksempel på undervisningspraksis i avsnittet under. For elever som har opplevd lignende, kan det gjenspeile seg i deres oppgaveløsing i denne studien. I så fall kan det knyttes til de kognitive kodene i studien og brukes i analysen.

Et læringsmiljø utviklet for å reflektere utvalgte aspekter av det matematiske fellesskapet, fungerer slik at elevene samhandler med hverandre og matematikken på måter som fremmer matematisk tenkning. For å forandre betydningen av å lære i skolen, initierte og støttet læreren sosiale interaksjoner egnet for utviklingen av matematiske argumenter som en respons til elevens antakelser. I denne prosessen fant elevene mønster, lagde definisjoner, resonnerte omkring egne påstander og til syvende og sist forsvarte egne påstander fra et matematisk ståsted. Læreren avslørte så å si ikke sannheten, men deltok i dialogen som en kunnskapsrik deltaker, en representant for det matematiske fellesskapet. Læreren opptrådde ikke som en allvitende autoritet, men heller en som kunne stille poengterte spørsmål for å hjelpe elevene å nå korrekte matematiske bedømmelser. Den pedagogiske praksisen her dreide seg om å ta bort utilbørlig autoritet hos læreren og heller gi eleven større ansvar i å utforske, resonnere, argumentere og kommunisere egen matematisk bedømmelse i stedet for at læreren doserte en matematisk løsning for elevene (Schoenfeld, 1992).

Alibert (1988) utviklet et kurs i regning som baserte seg på følgende prinsipper for undervisningspraksis:

- Å få grep om usikkerhet er en hoveddel av læreprosessen.
- En hovedsak med bevis (produkt av den vitenskapelige debatt) er å overbevise seg selv først, og deretter andre, om sannheten av en antakelse.
- Matematiske verktøy kan utvikles fra løsninger av komplekse problemer, ofte tatt fra naturvitenskap.
- Elever burde bli stimulert til å reflektere over egne tankeprosesser.

Når elevene hadde fått det matematiske problemet, løste de det ved å diskutere. Da kom ulike idéer fra elevene i klassen. Læreren hadde da rollen som veileder, heller enn en instruktør. Etter en slik praksis fikk elevene forståelse for noen grunnleggende matematiske begrep (Schoenfeld, 1992).

Schoenfeld (1992) gjorde mye likt som over i egne problemløsningskurs. Han stilte spørsmål; hva tenker du er sant og hvorfor? Han bøyde også av for lærerens autoritet i elevfellesskapet, både ved å holde tilbake egen forståelse av løsninger av problemer og utvikle en kritisk sans for matematisk argumentasjon hos elevene som et felles anliggende, for å akseptere eller avslå forslag fra elevene ut fra et passende matematisk grunnlag.

Hvilke erfaringer elevene har i så henseende, kan ha betydning for deres mulighet til å finne løsningen av matematikkoppgaver. Følgelig vil det være viktig å spørre eleven om hans/hennes erfaringer fra tidligere undervisning og løsning av oppgaver eller problemer i matematikk.

2.3.4 Problemløsningsstrategier

Når elevene jobber med matematikkoppgavene i studien, kan de i den muntlige og skriftlige kommunikasjonen avsløre ulike problemløsningsstrategier. Polya (2004) er kjent for problemløsningsstrategier som å lete etter analogier, hjelpeelementer, dekomponere og rekombinere, induksjon – gå fra enkelttilfellet til det mer generelle, undersøke spesielle tilfeller, variasjon og arbeide bakover. For å forstå bedre et ukjent problem kan du ønske å eksemplifisere problemet ved å betrakte forskjellige spesialtilfeller. Når man kan finne et spesielt tilfelle, er det nok mulig å finne flere. Det kan antyde retningen av og kanskje muligheten for en løsning. Det er blitt gjort mye for å finne ut hvilke strategier elever bruker i forsøket på å løse problemer i matematikk. Det finnes ikke en klar retning for hvordan dette skal gjøres i matematikkundervisningen. Faktisk er det nok indikasjoner på at problemløsningsstrategier er både problem- og elevspesifikke. Dermed blir det altfor enkelt å foreslå at én strategi burde bli undervist til alle elevene, men at elevene burde lære å bruke mer nøye avgrensa strategier (Schoenfeld, 1992).

Arbeid som har blitt gjort på kunstig intelligens tillater en skildring av brukbare problemløsningsstrategier som også kan læres. Anbefalingene er utledet fra detaljerte studier på kognisjon hvor det virker som de passer godt til problemløsing så vel som mer rutinepregede oppgaver. Anbefalingene er å gjøre stilltiende prosesser eksplisitte, få elever til å snakke om prosesser, sørge for styrt praksis, sikre at delprosedyrene er godt lært og framheve både kvalitativ forståelse og spesifikke prosedyrer (Schoenfeld, 1992).

Matematikkundervisning er ofte karakterisert ved at læreren forklarer fagstoffet, utarbeider noen oppgaver på tavla hvorpå elevene gjør oppgaver på egenhånd, den såkalte redegjørelse, eksempler og oppgaver metoden. Lærebøker er laget etter denne lesten hvor problemløsing ofte er en separat aktivitet, gjerne som en belønning eller rekreasjon for elevene som har gjort mange oppgaver. Men hvilken melding sender dette til elevene? Du kan ta en hvilepause fra den virkelige matematikkvirksomheten, eller at problemløsing i grunnen ikke er så viktig når alt kommer til alt. Det er jo tross alt det siste du som elev blir bedt om å gjøre, når du har gjort alle de andre drilloppgavene. Legg merke til at når problemløsningsstrategier blir undervist slik, er det ikke lenger problemløsing etter Pólyas mening. De ligner mer på algoritmer. Problemløsing etter Pólya er å lære seg å arbeide med nye og ukjente oppgaver, når de relevante løsningsmetodene er ukjent. Når elever blir drillet i løsningsprosedyrer som beskrevet her, utvikler elevene ikke den store mengden av ferdigheter som Pólya og andre matematikere tenker på (Schoenfeld, 1992).

2.3.4.1 Oppgaver eller problemer i matematikk

Er det å løse problemer i matematikk det samme som å løse oppgaver i matematikk? Hva er et problem i matematikk? Schoenfeld (1989, s. 87-88) definerer at for enhver elev er et matematisk problem en oppgave som eleven er interessert og engasjert i og som han/hun ønsker å finne en løsning på. Eleven har heller ikke umiddelbart en løsningsmetode.

I følge Stein og Smith (1998) er en matematikkoppgave en oppgave som typisk har blitt brukt av elever i ulike klasserom og som er viet til utviklingen av en bestemt matematisk idé. En matematikkoppgave kan involvere flere relaterte utfordringer eller et komplekst problem.

I denne konteksten kan matematikkoppgaver karakteriseres med lave og høye kognitive krav. Typisk for oppgaver med lave kognitive krav er at oppgavene inviterer til elevsvar basert på kun memorering og prosedyrer uten konseptsammenhenger. Matematikkoppgaver med høye kognitive krav fordrer at elevene jobber med prosedyrer med konseptsammenhenger eller tenker matematisk som innebærer utforskning, systematisering, utvikling av strategier og resonnering (Smith & Stein, 1998; Stein & Smith, 1998; Valenta, 2016).

I masteroppgaven skal jeg presentere for elever matematikkoppgaver med lave- og høye kognitive krav, uten å redusere disse, for å identifisere elevers tankeprosesser. Når disse prosessene forløper, vil det sannsynligvis også være behov for oppfølgingsspørsmål til elevene om matematikkoppgavene. Da kan jeg undersøke om prosessene endres. I samtalen mellom meg og eleven kan man muligens observere ulike kognitive prosesser hos eleven.

2.3.5 Selvregulering eller monitorering og kontroll

Selvregulering eller monitorering og kontroll er ett av tre tema innenfor begrepet metakognisjon (Schoenfeld, 1992). Malmivuori (2001) henviser til Schoenfelds formulering av metakognisjon og beskriver metakognisjonens tre områder som metakognitiv kunnskap, selvregulering og oppfatningssystemer. Den første kategorien, metakognitiv kunnskap, består av vurderinger av elevens mentale kapasiteter og oppførsel. Selvregulering angår muligheten til å monitorere, bedømme og endre oppførsel mens en utfører komplekse oppgaver som for eksempel matematisk problemløsing. Oppfatningssystemer danner mengden av forståelser av selvet, matematikk og tenkning om matematikk. Særlig har elevers oppfatning av deres egen kunnskap i matematikk, muligheter og ferdigheter blitt knyttet til deres selvregulerende handlinger i arbeidet med uvante og komplekse matematikkproblemer. Dette ser ut til å påvirke direkte elevenes utnytting av egen kunnskap, så vel som deres aktuelle implementering av (kognitive) handlinger i form av kognitive vurderinger, beslutninger eller valg. I studien kobles dette til de kognitive kodene gjenkalling og gjenkallingsstrategi.

For å forstå mer av helheten anser jeg det som nødvendig å beskrive begrepet metakognisjon noe mer inngående. Vanlige betegnelser i matematikkundervisning om metakognisjon har vært «tenkning om tenkning», «kritisk tenkning», eller «selvrefleksjon». Alle disse begrepene har blitt brukt for å betegne elevens tilgang, overveielse eller kontroll over egne tanker og tenkning (Brown, 1987). I studier om lesing, tekstforståelse, sosiale interaksjoner og problemløsing i matematikk er elevers tilgang eller redusert tilgang eller kontroll over egne tanker i forbindelsen med oppgaveløsingen blitt studert (McLeod, 1988; Schoenfeld 1992).

Metakognisjon refererer til elevens kunnskap om egne kognitive prosesser og produkter og andres kognisjon, som i tillegg til bevissthet om egne kognitive prosesser også inkluderer aktiv monitorering, regulering og kontroll av kognitive objekter og aktivitet (Silver, 1985). Dette refererer til elevens forståelse av egen kognitiv fungering i selvledelsesprosesser som planlegging og justering, kunne forutsi konsekvenser av handlinger, kontrollere handlinger eller monitorere og regulere læringshandlinger (Brown, 1987). Fra dette avstedkommer idéen om metakognisjon som bevisst monitorering og regulering (Haller, 1988).

Selv om metakognisjon har blitt oppfattet som en kjerne i læringsprosessen i studier om matematikkutdanning, har konseptet i seg selv forblitt uklart (McLeod, 1989; Schoenfeld, 1991). Det som forskere fra ulike hold ser ut til å enes om, er oppdelingen av metakognisjon i følgende kategorier: Elevens kunnskap om kognisjon og kognitive prosesser og regulering av disse kognitive prosessene. Den første kategorien refererer til stabile, ofte feilaktige og sent utviklet informasjon om elevenes kognitive prosesser. Den andre kategorien (vite hvordan) refererer til relativt ustabile og alders-, oppgave- og situasjonsavhengige aktiviteter brukt for å regulere og overvåke læring. Innenfor utdanningsforskning betegner disse kategoriene elevens metakognitive ferdigheter, spesielt sett på som elevens evne til generelt å anvende deres kunnskap og spesielt under krevende omstendigheter (Malmivuori, 2001).

Metakognisjon er spesielt rettet mot utdanningsforskning i matematikk og Silver (1985), McLeod (1989) og Schoenfeld (1992) hevder at metakognisjon er den viktigste egenskapen som avgjør elevenes fremgangsmåte i problemløsing. Man kan si at det er den drivende kraften som ofte bestemmer elevers suksess eller fiasko i matematisk problemløsing. Forskjellig fra ren kognitiv oppførsel, blir elevenes metakognitive matematiske fungering sett på som å representere utøvende beslutninger omkring planlegging, evaluering, monitorering og regulering av egne matematiske ressurser, det vil si deres egen bevissthet om egne kognitive prosesser, og deres behov for å fatte beslutninger på disse prosessene. Særlig elevenes evne til effektivt å kontrollere og regulere egen matematisk kunnskap, ferdigheter og følelsesmessige reaksjoner i forskjellige læresituasjoner i matematikk, er nært koblet til elevenes oppfatninger, holdninger og følelser om matematikk. Også konteksten og den matematiske læresituasjonen kan påvirke elevenes beslutninger (McLeod, 1988, 1989; Silver, 1985).

Schoenfeld (1992) viser til selvregulering som et viktig emne for å imøtegå elevenes utfordringer med hensyn til problemløsing i matematikk. Utfordringene for elevene er effektiv og oppfinnsom nok problemløsningsadferd. Det er ikke bare hva du vet om problemløsing, men det dreier seg om hvordan, når og hvorvidt eleven bruker kunnskapen om problemløsing i matematikk. Eleven bør utvikle selvreguleringsferdigheter for matematisk problemløsing. Slike ferdigheter kan læres i undervisning med søkelys på metakognitive aspekter av matematisk tenkning. Denne undervisningen tar form som coaching med aktive intervensjoner mens elevene arbeider med problemene. Læreren bruker følgende spørsmål til elevene for å fremme deres metakognitive ferdigheter:

> Hva gjør du egentlig? Kan du beskrive presist det du gjør?
> Hvorfor gjør du det? Hvordan passer det du gjør til en mulig løsning?
> På hvilken måte hjelper det du gjør, deg? Hva vil du gjøre med resultatet du får?

Læreren starter å stille disse spørsmålene i begynnelsen av semesteret. Vanligvis synes elevene det er ukomfortabelt og for utfordrende å svare på dem. Like fullt fortsetter læreren med å stille spørsmålene, og etter hvert begynner elevene å forsvare seg ved å svare på spørsmålene før læreren har fått stilt dem. På slutten av semesteret har denne adferden blitt en vane for elevene. Poenget her er ikke at elevene nødvendigvis klarer å løse det matematiske problemet, for i en betydelig grad er det å løse ikke-standard problem et spørsmål om flaks og tidligere kunnskap. Poenget er at i kraft av god selvregulering gir elevene seg selv muligheten til å løse problemet.

Å utvikle selvregulerende ferdigheter innenfor komplekst fagstoff er vanskelig. Det involverer endringer i adferd for eksempel avlæring av upassende adferd utviklet fra tidligere undervisning. Slike forandringer kan bli katalysert, men de er tidkrevende med vedvarende oppmerksomhet på både kognitive og metakognitive prosesser (Schoenfeld, 1992).

Hvordan og hvorfor elever tenker og handler som de gjør i matematikkundervisningen kan være et resultat av deres kunnskapsbase, hvilke oppfatninger og følelser de har til faget, hvilken matematikkundervisning de har hatt tidligere i livet, om de har utviklet strategier for å arbeide med utfordrende matematikkoppgaver og regulering av seg selv med hensyn på evnen til å overvåke, vurdere og forandre oppførsel i dette arbeidet. For å undersøke hvordan elever tenker når de jobber med matematikkoppgaver trenger jeg en framgangsmåte, og i neste kapittel vil jeg redegjøre for metoden som brukes i denne studien.

3 Metode

Innledningsvis vil jeg beskrive det overordnede designet for denne kvalitative studien. Deretter blir rollen til forskeren omtalt og hvordan syv elever ble valgt ut og data samlet inn. Videre blir analyseinstrumentet, det kognitive intervjuet, og matematikkoppgavene med deres kognitive krav etter rammeverket til Stein og Smith (1998) beskrevet. Så skisseres grunnlaget for analysearbeidet i studien, og til slutt omtales og vurderes validitet, reliabilitet og etiske perspektiver for masteroppgaven.

3.1 Overordnet om design av studien

Et kognitivt intervju innebærer en grad av fleksibilitet som gjør det mulig å kunne tilpasse spørsmål til intervjuobjektet om situasjonen skulle tilsi det, sammenlignet med et strukturert intervju. For å svare på forskningsspørsmålet i denne studien, utviklet jeg derfor et kognitivt intervju som var semistrukturert med tilhørende intervjuguide (se delkapittel 8.1) knyttet til oppgavetekstene (se delkapittel 3.6). I intervjuguiden beskriver jeg flere oppfølgingsspørsmål til det kognitive intervjuet en lærer kan stille en elev på vg1-yrkesfag for mulig gjenkalling av kunnskaper og ferdigheter i matematikk, slik at eleven muligens kan løse oppgavene. Intervjuene ble dokumentert med video- og lydopptak.

For å sjekke hvordan matematikkoppgavene fungerte i forhold til elevene var det hensiktsmessig å arrangere en før-test eller pilot. Slik fikk jeg mulighet til å gjøre spørsmålene mer forståelige for elevene i hovedstudien og trene selv på gjennomføringen av kognitive intervjuer. Jeg antar at en pilotgjennomføring av det kognitive intervjuet medførte større grad av målretta spørsmål i intervjusituasjonen. Det skulle dermed sikre et bedre datamateriale for analyse.

Den klassiske kvalitative tilnærmingen til antallet kognitive intervjuer er nært knyttet til begrepet metning, en nøkkel i kvalitativ forskning. Heller enn å sette et endelig antall kognitive intervjuer mener Emmel (2013) at utvalgsstørrelsen er en empirisk sak. Det vil si at man fortsetter å teste inntil man ikke får mer meningsfull tilleggsinformasjon. Sudman (1976) foreslår at metning eksisterer når tilleggsintervjuer ikke lenger er kostnadseffektive, altså blottet for enhver ny fordel. Willis (2015) derimot mener at det sannsynligvis ikke finnes et spesifikt antall kognitive intervjuer som forsørger metning, men at det avhenger av flere faktorer. En faktor er for eksempel om spørsmål som er veldig uensartet, vil kreve flere intervjuer enn spørsmål fra ett tema for å oppnå metning. To andre faktorer er at en homogen gruppe sannsynligvis vil nå metning raskere enn en heterogen gruppe, og at en presis definisjon av bruken av metning og en prosedyre skal bestemme når metning er nådd (Willis, 2015).

3.2 Forskerrollen

I dette kvalitative masterprosjektet ble det viktig å være bevisst rollen som forsker i møte med elevene. Jeg var forskeren, og jeg skulle undersøke og identifisere tenkningen til elevene, ikke opptre som en lærer for å hjelpe dem når de sto fast med oppgaveløsingen. Jeg var klar over at dialogen jeg førte med elevene virket inn på elevenes tenkning, og det var også meningen. Hensikten med spørsmålene jeg stilte var å få fram elevenes tenkning og følelser knyttet til arbeidet med oppgaver i matematikk.

Når det er naturlig, omtaler jeg meg selv som forsker eller forskeren i masteroppgaven. Det må ikke misforstås dithen at det finnes en annen forsker i studien. I denne studien er det kun meg som forsker og elevene er intervjuobjekter. Rollen som forsker blir synliggjort i kapittel 4.

3.3 Utvalget

Rekrutteringen av elever til studien skjedde blant elever på vg1-yrkesfag. Utvalget er strategisk ved at deltakerne representerte egenskaper som er relevante for studiens problemstilling (Thagaard, 2018). Utvalgsstørrelsen eller antall elever som skulle intervjues, var avhengig av forskningsspørsmålet. I denne forskningen ser jeg på hvilke kognitive prosesser som kan identifiseres hos elever på vg1-yrkesfag i arbeidet med matematikkoppgaver.

Siden elevene ble rekruttert fra samme trinn på en videregående skole med yrkesfag i Rogaland, kan det argumenteres med at utvalget er fra en homogen gruppe. På den andre siden kan vi forvente ulik matematisk kompetanse hos elevene, som er et heterogent trekk. Derfor er det usikkert om metning ble nådd i denne studien. Sannsynligvis ikke, for elevers kognitive prosesser er mangfoldige.

Valget av skole var gitt av at elevene her først og fremst passet til målgruppen. Jeg kjenner også rektor ved skolen og kontaktlæreren for elevene jeg hadde sett meg ut som intervjuobjekter, og kanskje innebar det en viss grad av trygghet for elevene. Nærhet til skolen var også viktig, slik at jeg ikke trengte å kjøre langt med bil eller bruke lang tid på offentlig transport.

Jeg ønsket å undersøke tenkingen til elever som synes matematikk er vanskelig. Oppfølgingsspørsmålene som ble stilt i det kognitive intervjuet, kunne ha betydning for elevenes mulighet til å løse matematikkoppgavene. Siden jeg ønsket muligheten til å stille oppfølgingsspørsmål, var det viktig at elevene som ble valgt ut til å delta i denne forskningen, var villige til å meddele tanker og oppfatninger omkring oppgaver i matematikk muntlig og skriftlig. Elevene måtte være villige til å snakke med meg.

Det kan være av betydning at elevene jeg valgte ut til forskningen ikke var for selvregulerte, men at de syntes matematikk kunne være utfordrende og vanskelig. Elever som er selvregulerte stiller typiske hva-, hvordan- og hvorfor-spørsmål til utfordringer de måtte ha og evner godt å hjelpe seg selv i oppgavearbeidet. Elever som er mindre selvregulerte har bare delvis utviklet denne ferdigheten. Jeg antok at disse utvalgskriteriene og at eleven presterte under middels til middels karaktermessig, utgjorde et godt grunnlag for å velge gode kandidater til denne forskningsoppgaven.

Motsatt vil elever som er selvregulerte i matematikkfaget, ikke nødvendigvis ha så stort behov for oppfølgingsspørsmål. De har mer eller mindre allerede lært å lære, og de stiller gjerne lignende spørsmål til seg selv. Derfor var disse elevene ikke målgruppen for denne studien.

Disse tankene om utvalget ble spilt inn til elevenes faglærer i matematikk. Faglæreren kjente elevene, og hun gav meg råd om hvilke elever jeg burde spør. Elevene til pilot- og hovedintervjuene ble valgt av meg i samarbeid med elevenes faglærer i matematikk og etter hennes råd om at de var innenfor målgruppen for denne studien.

For å studere hva og hvordan elever på vg1-yrkesfag tenkte og hva de følte i arbeidet med matematikkoppgaver om brøk, prosent og desimaltall, valgte jeg å intervjue syv elever, alle jenter, som videre omtales med navnene Klara, Line, Donna, Ella, Dina, Siv og Sina. Siden det er kognitive prosesser som studeres i studien, hadde det vært gunstig med gutter også i utvalget. I klassen jeg fikk tilgang til var det kun en gutt. Han var det ikke mulig å få kontakt med på Teams, og derfor ble det kun jenter i utvalget.

3.4 Innsamling av data

Det ble utført totalt syv kognitive intervjuer; to pilotintervjuer for å teste analyseinstrumentet (det kognitive intervjuet) og fem hoved-intervjuer av vg1-yrkesfagelever. Varigheten av det kognitive intervjuet var omtrent 60 minutter. Hvert intervju fulgte intervjuguiden med lik innledning og oppfølgingsspørsmål fra intervjuer (se delkapittel 8.1). Dersom eleven syntes det var vanskelig å forstå oppgaven, leste jeg oppgaven høyt for eleven.

Det ble lagt vekt på at eleven skulle snakke fritt om oppgavene. Når eleven ikke kom videre i oppgaveløsingen, stilte jeg oppfølgingsspørsmål knyttet til de ulike kognitive kodene, for å undersøke tenkningen til eleven. Elevenes arbeid med matematikkoppgavene ble tatt opp ved hjelp av en Olympus High Quality Stereo Recorder og en Samsung Full HD Video Recorder (lyd- og videoopptaker). Datafilene fra disse apparatene ble deretter overført til intervjuers PC og importert til NVivo for transkribering.

Pilotintervjuene av to vg1-yrkesfagelever ble foretatt i et grupperom på skolen til elevene før den 12. mars 2020. Denne datoen ble alle elevene på den aktuelle skolen sendt hjem på grunn av covid-19 pandemien. Dermed var det ikke lengre mulig å intervjue elever på skolen. En alternativ løsning var da å bruke den digitale løsningen Teams. Da ble fem kognitive intervjuer av vg1-yrkesfagelever utført på Teams. Teams programvaren har lyd- og bilde opptaksmuligheter, som jeg benyttet meg av i disse intervjuene. Selve datainnsamlingen foregikk på samme måte på Teams som da jeg intervjuet elevene på skolen. Forskjellen var at nå satt både intervjuer og elevene i respektive hjem under selve intervjuet. Jeg opplevde ikke at det var et problem for selve gjennomføringen av datainnsamlingen.

Hensikten med piloten var å teste analyseinstrumentet – det kognitive intervjuet, for å gjøre nødvendige justeringer i instrumentet før endelig gjennomføring av fem kognitive intervjuer. Det ble ikke gjort noen endringer i selve analyseinstrumentet etter pilotintervjuene, men siden elevene oppfattet budskapet lettere i oppgave 4 i oppgavesett A2 enn oppgave 4 i oppgavesett A1 ble A2 brukt i hovedintervjuene.

Dermed ble piloten en egen testgruppe adskilt fra den ordinære gjennomføringen av intervjuene. I praksis når alle syv intervjuene var gjennomført ble alle intervjuene behandlet likt med hensyn på analyse av resultater. Grunnen til det var at det var kun mindre endringer i tekstformatet i oppgave 4 mellom pilot- og hovedintervjuene. Oppfølgingsspørsmålene i analyseinstrumentet var like i begge tilfellene.

3.5 Analyseinstrumentet: det kognitive intervjuet

Given (2008) beskriver flere ulike intervjumetoder som for eksempel konversasjons-, konvergent-, interaktiv-, og kognitiv intervjuing. Det var ikke formålstjenlig å vurdere alle ulike måter å gjøre intervju på, men fra et kognitivt perspektiv var det naturlig å undersøke det såkalte kognitive intervju. Et slikt intervju blir brukt i ulike situasjoner, som for eksempel politiforhør. Ifølge Fisher, Geiselman og Amador (1989) gir det kognitive intervjuet generelt mellom 25% og 35% mer informasjon enn et standard politiavhør. Det kognitive intervjuet kan også brukes i opplæring for å forstå hvordan elever tenker når de løser oppgaver (Given, 2008). Dermed kan det kognitive intervjuet være et instrument lærere kan bruke for å hjelpe elevene til å vise kunnskaper i matematikk.

I løpet av intervjusituasjonen kan det ofte oppstå avbrytelser med for eksempel søkelys på selve spørsmålet og svaret og relevante detaljer i saken. Dette søkelyset på spørsmål kan medføre feilaktig erindring hos eleven på grunn av ledende spørsmål (Fisher et al., 1989). I kognitive intervjuer vil man forsøke å motvirke dette ved å rette oppmerksomheten mot kognitive prosesser hos eleven i måten spørsmålene blir stilt, heller enn at spørsmålene blir ledende.

Når et tema blir husket, vil det ifølge Tulving og Thomson (1973) bli kodet med hensyn på konteksten temaet blir studert i. Det produseres da et unikt spor i hjernen som inkorporerer informasjon fra både læremålet og konteksten. Det betyr at sannsynligheten for god erindring beror på graden av overlapp mellom informasjonen ved gjenkallingstidspunktet og informasjonen lagret i hukommelsen. Ethvert minne kan også være tilgjengelig ved ulike gjenkallingsholdepunkt. Det betyr at dersom du ikke kan få tilgang til minnet ved et holdepunkt, kan man prøve et annet utgangspunkt. I dette ligger et potensial til å hjelpe elever å erindre faktisk kunnskap ved hjelp av gode oppfølgingsspørsmål.

Det kognitive intervjuet har to hovedtilnærminger: «Tenke høyt» og «Oppfølgingsspørsmål». Jeg brukte begge tilnærmingene i studien. I «Tenke høyt»-tilnærmingen oppfordret jeg elevene til å fortelle alt de tenkte på når de svarte på spørsmålene fra matematikkoppgavene. Når jeg stilte oppfølgingsspørsmålene, bestrebet jeg meg på å treffe særskilte kognitive prosesser hos eleven. Det var ønskelig for eksempel å bedømme forståelse eller gjenkalling av tema hos eleven. Da kom den kognitive modellen til Tourangeau (1984) til anvendelse. Etter Willis (2015) anbefalinger utvidet jeg den kognitive modellen til Tourangeau (1984) for å passe bedre til denne studiens hensikt, ved å inkludere også mulige tekstlige utfordringer med spørsmålene i matematikkoppgavene. Derfor laget jeg en hybridmodell som koblet de kognitive- og tekstlige kategorier med tilhørende forhåndsdefinerte koder, før de kognitive intervjuene var gjennomført og data var innhentet. Kodene er dermed deduktive. En oversikt over kodene er gitt i tabellen under «Hybrid modell til det kognitive intervju». I delkapittel 8.1 følger fire tabeller med mulige oppfølgingsspørsmål knyttet til de ulike matematikkoppgavene med tilhørende koder i det kognitive intervjuet.

Tabell 1 Hybrid modell til det kognitive intervju.

Modell	Kategorier	Koder	Kodeforklaring
Kognitiv koding	*Forståelse*	FH	forståelse av hensikt
		BF	begrepsforståelse
	Gjenkalling	G	gjenkalling
		GS	gjenkallingsstrategi
	Bedømmelse	MB	motivasjonsbedømmelse
		SB	sensitivitetsbedømmelse
	Kommunikasjon	MK	muntlig matematisk kommunikasjon
		SK	skriftlig matematisk kommunikasjon
Kognitiv-/Tekst karakteristikk koding	*Oppgaveteksten*	OV	ordvalg
		FO	formatering av oppgaveteksten

Under *forståelse* ble det undersøkt om eleven hadde forstått hensikten med spørsmålet i matematikkoppgaven og om eleven hadde skjønt begrepene. Hva trodde eleven spørsmålet innebar? Hva betydde spesifikke ord og fraser i spørsmålet eller matematikkoppgaven for eleven?

Å gjenfinne relevant informasjon fra hukommelsen fordret evne til *gjenkalling* av informasjon. Hvilke typer informasjon trengte eleven å gjenkalle for å svare på spørsmål i matematikkoppgavene? For å gjenfinne informasjon krevdes muligens en gjenkallingsstrategi, og hvilken strategi kunne eleven være tilbøyelig til å bruke? En mulig strategi kunne være å telle begivenheter og/eller å koble slike til ulike hendelser for å gjenkalle hver og en individuelt.

Bedømmelse delte jeg i motivasjons- og sensitivitetsbedømmelse (Willis, 2015). Med motivasjonsbedømmelse vurderte jeg om eleven viste tilstrekkelig mental anstrengelse for å svare presist og gjennomtenkt på spørsmålet i matematikkoppgaven. I sensitivitetsbedømmelsen så jeg etter om eleven snakket sant, eller om eleven sa noe som kunne få henne til å «se» bedre ut. I det kognitive intervjuet ønsket jeg å iaktta og dermed kunne vurdere om eleven ble følelsesmessig berørt i løpet av arbeidet med matematikkoppgavene. Muligens fortalte eleven også om tidligere erfaringer med matematikk, som kunne påvirke arbeidet med matematikkoppgavene, i det kognitive intervjuet.

Kommunikasjon delte jeg i skriftlig og muntlig matematisk kommunikasjon. Jeg ville vurdere denne responsen etter hvordan eleven kommuniserte matematikk. Det var ikke absolutt nødvendig at eleven anvendte et akademisk matematisk språk for å vise matematisk kompetanse. Her var det viktig å ta hensyn til hvor eleven var i den matematiske opplæringen. Det var bedre at eleven fikk vist matematisk kompetanse, konseptforståelse, enn at eleven brukte korrekt matematisk terminologi. Slik sett kunne det være en sammenheng mellom kategoriene i tabellen over: skriftlig og muntlig *kommunikasjon*, *oppgaveteksten* i betydningen ordvalg og formatering av oppgaveteksten, *forståelse* av begreper og hensikten med oppgaven, mulighet for *gjenkalling* av informasjon og *bedømmelse* av hvordan eleven ble motivert og reagerte følelsesmessig på matematikkoppgavene.

I den matematiske kommunikasjonen kunne eleven for eksempel vise regneferdigheter og matematisk forståelse, gjennomføre logiske resonnement, forklare framgangsmåter og grunngi svar, skrive oversiktlig og være nøyaktig med utregninger, benevnelser, tabeller og grafiske framstillinger og vurdere om svarene var rimelige.

I tillegg til å vurdere hvilke kognitive utfordringer elevene hadde med spørsmålet i matematikkoppgaven, så jeg på *oppgaveteksten* i form av to ulike egenskaper ved teksten i spørsmålet, som kunne forårsake utfordringer for elevene. Dermed betraktet jeg utfordringene eleven kunne ha med spørsmålene i oppgaven ut fra de kognitive prosessene til eleven og tekstegenskapene i spørsmålene. Typisk kunne være ordvalg i spørsmålene i matematikkoppgavene og formatering av oppgaveteksten. Med formatering av oppgaveteksten mentes hvordan spørsmålet ble stilt, for eksempel hvilke ord som ble brukt og om spørsmålet ble stilt kort og presist eller om det var langt og vanskelig å forstå for elevene. Formatering av oppgavetekstene handlet også om lesbarheten var god eller mindre god for eksempel om teksten var oppdelt eller sammenhengende.

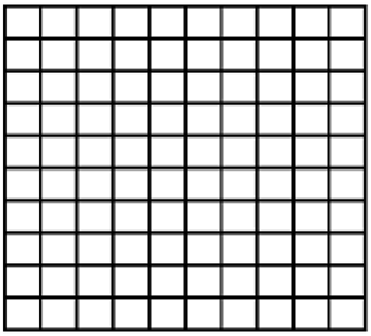
Willis (2015, s. 76) stiller et underliggende analytisk spørsmål, som setter opp en subtil forskjell: Istedenfor å vurdere hvilke kognitive problemer elever har med spørsmålet, snudde jeg dette på hodet og spurte: Hvilke egenskaper ved spørsmålet forårsaker problemer for elever? Måten teksten er formulert og skrevet i matematikkoppgavene kan derfor også ha betydning for elevenes forståelse av spørsmålene i matematikkoppgavene og de andre kognitive prosessene. Om eleven erfarer et gjenkallingsproblem, og spørsmålet har en egenskap relatert til gjenkalling som resulterer i et problem, er overveiende semantisk (Willis, 2015). Like fullt ønsker jeg i studien å holde dem som adskilte kategorier for analyse.

De kognitive intervjuene utgjør her den virkelige situasjonen for elevene. Det som har vært virkelig for elevene i tidligere opplæring tar elevene således med seg til det kognitive intervjuet. Da kan de eventuelt anvende egen historie i den matematiske fortellingen. Ut fra teorien beskrevet tidligere stiller jeg opp noen spørsmål som jeg søker svar på i de kognitive intervjuene. Hvilke skjema eller strukturer som organiserer aktiviteten til elevene kan observeres? I masteroppgaven får elevene oppgaver med brøk, prosent og desimaltall. Spørsmålet blir da hvordan elevene representerer konseptene brøk, prosent og desimaltall. Hvordan kan elevene beskrive brøk, desimaltall og prosent? Hvilke egenskaper kan elevene fortelle om i forhold til konseptene? Hva kan påvirke beskrivelsen til elevene? Hvilke begreper og sammenhenger mellom begreper kan identifiseres når elevne utfører ulike matematiske handlinger i oppgaveløsingen? Det kan også hende at elevene viser andre begreper enn det jeg har tenkt på.

3.6 Oppgavene

Matematikkoppgavene ble oversatt fra Stein og Smith (1998). Jeg lagde to oppgavesett: A1 og A2. Oppgavesettene omhandler brøk, desimaltall og prosent, og jeg anser dette som et felles tema. Oppgavesett A2 er det samme som A1 med unntak av ulik tekstformatering i oppgave 4.

I oppgave 3 skal eleven lage et 10x10 rutenett. Det kan se ut som figuren under.



Figur 1 10x10 rutenett eksempel.

Tabell 2 Oppgavesett A1.

OPPGAVER til elevene i masteroppgaven – oppgavesett A1
Oppgave 1 Skriv brøkene $\frac{1}{2}$ og $\frac{1}{4}$ som prosent og desimaltall.
Oppgave 2 Gjør om brøken $\frac{3}{8}$ til desimaltall og prosent.
Oppgave 3 Bruk et 10x10 rutenett. Identifiser brøken $\frac{3}{5}$ som desimaltall og prosent i dette rutenett.
Oppgave 4 Fargelegg 6 små kvadrater i et 4x10 rektangel/rutenett. Bruk rektangelet/rutenettet og forklar med ord hvordan du bestemmer følgende: a) Hvor mange prosent av arealet er fargelagt? b) Hvor stor desimaldel av arealet er fargelagt? c) Hvor stor brøkdel av arealet er fargelagt?

Tabell 3 Oppgavesett A2.

OPPGAVER til elevene i masteroppgaven – oppgavesett A2
Oppgave 1 Skriv brøkene $\frac{1}{2}$ og $\frac{1}{4}$ som prosent og desimaltall.
Oppgave 2 Gjør om brøken $\frac{3}{8}$ til desimaltall og prosent.
Oppgave 3 Bruk et 10x10 rutenett. Identifiser brøken $\frac{3}{5}$ som desimaltall og prosent i dette rutenett.
Oppgave 4 Fargelegg 6 små kvadrater i et 4x10 rektangel/rutenett. Bruk rektangelet/rutenettet og forklar med ord hvordan du bestemmer følgende: a) Hvor mange prosent av arealet er fargelagt? b) Hvor stor desimaldel av arealet er fargelagt? c) Hvor stor brøkdel av arealet er fargelagt?

I delkapittel 8.1 er det beskrevet hvordan oppfølgingsspørsmålene kan forandre ordlyden i oppgavene. Studien ville undersøke om også slike faktorer kunne ha betydning for elevenes muligheter til å løse matematikkoppgavene.

3.6.1 Oppgavenes kognitive krav

Elevene på vg1-yrkesfag har i løpet av 10 års skolegang på barne- og ungdomsskole oppnådd ulik kompetanse i matematikk. Flere forskere har knyttet kognitive krav til matematikkoppgaver (Smith & Stein, 1998; Stein & Smith, 1998; Valenta 2016), men de beskriver ikke hvordan matematikkoppgaver kan oppleves kognitivt ulikt av forskjellige elever. Forventningen i denne studien er at ulike elever kommer til å respondere ulikt på de ulike matematikkoppgavene. Dermed vil elevene sannsynligvis oppleve oppgavene i studien kognitivt forskjellig, alt etter deres matematiske ferdigheter innenfor *forståelse, gjenkalling, bedømmelse, kommunikasjon og oppgaveteksten*. Denne studien tar ikke for seg om elever opplever matematikkoppgaver kognitivt krevende eller ikke, men forsøker å avdekke hva og hvordan elevene tenker mens de arbeider med oppgavene og hvilke kognitive prosesser som kan knyttes til det.

Matematikkoppgavene i denne studien karakteriseres med lave- og høye kognitive krav etter rammeverket til Stein og Smith (1998). Da kan det være en mulighet for elevene å klare noe. For å avgjøre om matematikkoppgavene faktisk er innenfor lave- og høye kognitive krav konsulterte jeg rammeverket til (Smith & Stein, 1998; Stein & Smith, 1998; Valenta 2016).

Oppgave 1 og oppgave 2 ble kategorisert med lave kognitive krav fordi det her kun dreide seg om memorering og omgjøring av brøk i fravær av tilleggskontekst eller mening. Det kunne være mulig å huske i oppgave 1 at $\frac{1}{2} = 0{,}5 = 50\%$. I oppgave 2 kunne det være at eleven ville dele teller med nevner ved hjelp av standard divisjonsalgoritme og deretter flytte komma to plasser til høyre for å bestemme prosenten til brøken $\frac{3}{8}$.

Oppgave 3 og oppgave 4 ble kategorisert med høye kognitive krav. I oppgave 3 var det også mulig å bruke standard divisjonsalgoritme, men i tillegg knytte en sammenheng til den matematiske betydningen av brøk, desimaltall og prosent. En måte å gjøre dette på var å oppmuntre elevene til å ta fatt i det underliggende konseptet av en del av det hele forholdet i arbeidet med et 10x10 rutenett. Elevene kunne også bli spurt om å rapportere desimaltallet, brøken eller prosenten i ulike bilderepresentasjoner for å legge til mening i arbeidet. I oppgave 4 avvek rutenettet fra et 10x10 rutenett. Det var også mulig for elever å velge ulike rutenettstørrelser i matematikkarbeidet for å representere en del av det hele. I oppgave 4 skulle eleven representere 6 små kvadrater i et 4x10 rutenett/rektangel. Når elevene brukte dette rutenettet, ble de utfordret med hensyn til forståelse av begrepene brøk, prosent og desimaltall. Elevene måtte bestemme hvordan de seks kvadratene relaterte til det totale antallet kvadrater i rektangelet og deretter resonnere/beregne seg fram til et svar.

3.6.2 Kategoriene og konkrete indikatorer i tolkning av elevens utsagn

Latente variabler som for eksempel forståelse og bedømmelse, kan tolkes forskjellig av ulike forskere. Min tolkning baserer seg på forhåndsdefinerte konkrete indikatorer med hensyn på for eksempel forståelse, og jeg beskriver det her med eksempler. Her fremkommer dermed en forklaring med tydelige kriterier som gir en sammenheng mellom teori og data. Derfor har jeg gitt en beskrivelse av hva for eksempel forståelse kan være i denne masteroppgaven knyttet til elevens utsagn om de ulike matematikkoppgavene.

I oppgave 1 skulle eleven skrive brøkene $\frac{1}{2}$ og $\frac{1}{4}$ som prosent og desimaltall. Forventet respons fra eleven var $\frac{1}{2} = 0{,}5 = 50\%$ og $\frac{1}{4} = 0{,}25 = 25\%$. Forståelse var da blant annet å kunne disse representasjonene av brøk, desimaltall og prosent utenat.

I oppgave 2 skulle eleven gjøre om brøken $\frac{3}{8}$ til desimaltall og prosent. Forventet respons fra eleven var da å anvende divisjonsalgoritmen og finne $0{,}375$ og flytte kommaet to plasser til høyre for å gjøre om desimaltallet til prosent. Forståelse var da blant annet å komme på og beherske divisjonen og gjøre om desimaltallet til prosent.

I oppgave 3 brukte eleven et 10x10 rutenett for å identifisere desimaltallet og prosenten til brøken $\frac{3}{5}$. Forventet respons fra eleven var da at eleven tegnet opp et 10x10 rutenett og for eksempel fargela $\frac{3}{5}$ av rutenettet. Eleven fant deretter hvilken brøkdel det fargelagte området utgjorde, forkortet brøken og gjorde om til desimaltall og prosent. En annen alternativ løsning kunne være at eleven fant hva $\frac{1}{5}$ utgjorde og deretter fant hva $\frac{3}{5}$ representerte. Å vise forståelse i oppgave 3 var da å vite hva et rutenett var og hvordan det kunne brukes, å kunne forkorte en brøk og representere samme forholdet med andre tall i teller og nevner i brøken, og til slutt gjøre brøken om til prosent og desimaltall.

I oppgave 4 fargela eleven 6 kvadrater i et 4x10 rektangel og forklarte med ord bestemmelsen av prosent, desimaldel og brøkdel fargelagt. Forventet respons var da for eksempel: 1 kolonne utgjør 10% siden det er 10 kolonner. Derfor er fire kvadrater 10%. Siden to kvadrater er halvparten av 4 kvadrater/en kolonne, er en halv kolonne og halvparten av 10% lik 5%. Dermed er det fargelagte området lik $10\% + 5\% = 15\%$. En kolonne vil utgjøre 0,1 siden det er 10 kolonner. Den andre kolonnen har 2 fargelagte kvadrater som utgjør halvparten av 0,1 som er 0,05. Dermed utgjør de 6 fargelagte kvadratene $0{,}1 + 0{,}05 = 0{,}15$. Seks fargelagte kvadrater av 40 kvadrater utgjør brøken $6/40$. Brøken $\frac{6}{40}$ kan forkortes til $\frac{3}{20}$. Forståelse i oppgave 4 innebar at eleven viste flere sammenhenger i matematikk.

I forbindelse med arbeidet med matematikkoppgavene stilte jeg i tillegg oppfølgingsspørsmål for å undersøke elevens forståelse av hensikt (FH), begrepsforståelse (BF), gjenkalling, (G), gjenkallingsstrategi (GS), motivasjonsbedømmelse (MB), sensitivitetsbedømmelse (SB), muntlig kommunikasjon (MK), skriftlig kommunikasjon (SK), ordvalg (OV) og formatering av oppgaveteksten (FO).

For koden (FH) kunne følgende spørsmål bli stilt: Hva mener du oppgaven spør etter? For koden (BF) kunne følgende spørsmål bli stilt: Hva menes med desimaltall og prosent? Hva menes med brøk?

For koden (G) stilte jeg for eksempel spørsmålet: Hva tenker du om disse begrepene? For å undersøke elevens strategi for gjenkalling (GS) var det nødvendig å bruke synonymer til brøk, for eksempel fraksjon eller knuse opp i deler, eller sløyfe ordet helt og heller spørre eleven om arbeid, interesser og daglige gjøremål som eleven var interessert i, for om mulig å få høre elevens tenkning om løsningen av matematikkoppgavene.

For å bedømme motivasjonen (MB) spurte jeg hva som motiverte eleven i arbeidet med matematikk. Eleven kunne da svare gode karakterer om eleven var resultatorientert. Eleven kunne bli følelsesmessig berørt av arbeidet med å løse matematikkoppgaver i løpet av det kognitive intervjuet. Om følelser ikke viste seg tydelig ut fra kroppsspråk og den muntlige kommunikasjonen, spurte jeg først generelt om eleven hadde erfart ulike følelser i arbeidet med matematikkoppgaver. Det var uvisst hva som kunne oppstå i intervjuet. For å undersøke nærmere etterspurte jeg i sensitivitetsbedømmelsen (SB) om eleven opplevde eller hadde opplevd sinne, glede, frustrasjon, angst, tristhet, resignasjon eller andre sinnsstemninger i arbeidet med matematikk.

I den muntlige- og skriftlige kommunikasjonen (MK/SK) til eleven ble det registrert og vurdert hvordan eleven viste regneferdigheter og matematisk forståelse, gjennomførte logiske resonnement, forklarte framgangsmåter og grunngav svar, skrev oversiktlig og var nøyaktig med utregninger, benevnelser, tabeller og grafiske framstillinger og vurderte om svarene var rimelige.

Valg av ord (OV) i oppgaveteksten og formateringen av denne (FO) kunne ha betydning for elevens oppfatning av matematikkoppgavene. Det var forventet at ulike ord kunne være fremmed for eleven, og dermed var det behov for å finne andre ord i oppgaveteksten. Ordet brøk kunne være ukjent, men knust opp i deler gav eleven mening.

3.6.3 Kollegavurdering av oppgavene

Oppgavene ble kvalitetssikret av en lærerkollega, slik at de ikke skulle avvike fra skolematematikken det var forventet elevene kjente. Vi diskuterte om oppgavene var relevante for elevene på vg1-yrkesfag og oppgavenes vanskelighetsgrad. Kollegaen syntes oppgavene var innenfor læreplanen i matematikk fra Kunnskapsløftet LK06 med hensyn til hovedområder og tema som man kunne forvente elevene på vg1-yrkesfag skulle ha arbeidet med. Med hensyn til oppgavenes vanskelighetsgrad mente kollegaen at oppgave 1 var en typisk pugge-oppgave, og at eleven burde svare umiddelbart. Kollegaen mente også at vanskelighetsgraden økte med stigende oppgavenummer. I oppgave 2 hadde jeg i utgangspunktet skrevet oppgaven slik: «Gjør om brøken $\frac{3}{8}$ til ett desimaltall og én prosent». Kollegaen mente det var bedre å skrive oppgaven slik: «Gjør om brøken $\frac{3}{8}$ til desimaltall og prosent», siden det var slik elevene kollegaen hadde undervist, hadde fått presentert slike oppgaver. Hun mente det ville være mindre forvirrende for elevene og mer tydelig hva de skulle gjøre.

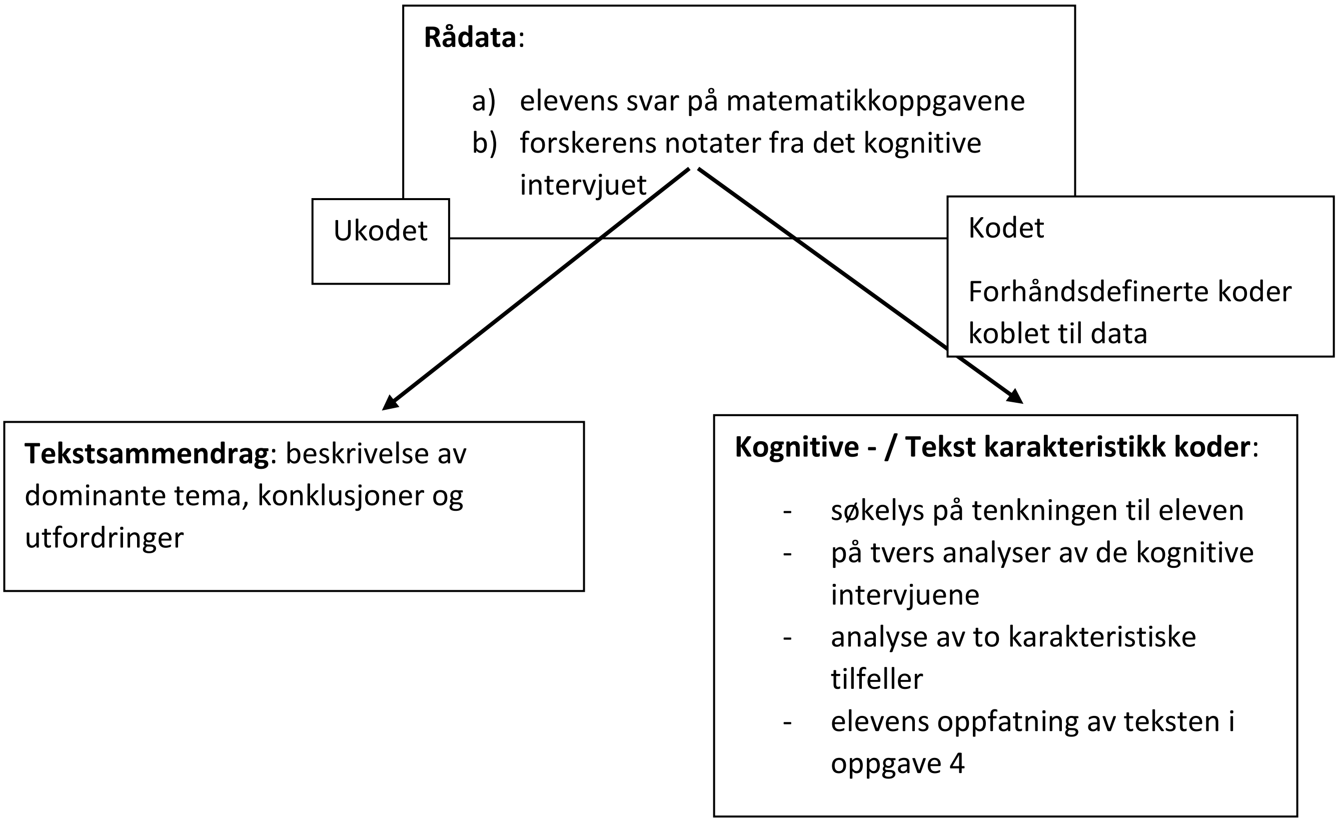
3.7 Analyse

Grunnlaget for analysen var audio- og videoopptak av totalt syv kognitive intervjuer av syv elever på vg1-yrkesfag, transkribert datamateriale og feltnotater. Analysearbeidet fulgte deler av modellen fra Willis (2015).

Fra hvert intervju ble det laget:

- et tekstsammendrag med beskrivelser av dominante tema, konklusjoner og utfordringer
- oversikt med søkelys på den skriftlige og muntlige redegjørelsen til eleven (kognitive koder)
- oversikt med søkelys på teksten i matematikkoppgavene (kognitive-/tekst karakteristikk koder)

Skjematisk skisse for grunnlaget for analysearbeidet:



Figur 2 Grunnlagsskisse for analysearbeidet.

Intervjuene ble transkribert i NVivo. Det betyr at video- og lydfiler fra intervjuene ble importert til programmet NVivo. Her skrev jeg ned alt som ble sagt i intervjuene. Deretter ble intervjuene kodet med de forhåndsdefinerte kodene definert i analyseinstrumentet.

I analysearbeidet av de kognitive intervjuene ble inni- og på-tvers-analyser av de kognitive intervjuene utført. Funn fra de kognitive intervjuene ble sammenlignet inni hvert intervju og på tvers av intervjuene (Willis, 2015). I inni-intervjuanalysen ble elevens svar på hvert spørsmål i oppgavene betraktet, isolert fra andre spørsmål i oppgavene i samme intervju. I tillegg ble funn av det som oppsto på tvers av spørsmålene i et intervju relatert i en såkalt mellom-intervjuanalyse. Denne typen analyse kan fastslå konsistens på tvers av individer, og det gir anledning til betraktninger omkring tilstrekkelighet av utvalgsstørrelsen for vurdering av reliabilitet, egenskaper ved utvalget og andre tema som vedrører sammenlign-og-kontrast analyse av individuelle intervjuer (Willis, 2015).

3.8 Validitet og reliabilitet

I en kvalitativ studie kan det stilles spørsmål til validitet og reliabilitet av innsamlet data i intervjuprosessen. Ifølge Thagaard (2018) handler reliabilitet om forskningens pålitelighet og validitet om gyldigheten av de resultatene man kommer frem til, og hvordan man tolker disse. I masteroppgaven har jeg derfor gjort rede for hvordan data ble utviklet. Da ble de anonymiserte intervjudeltakerne og forløpet av feltarbeidet beskrevet. Med hensyn til validitet ble grunnlaget for tolkningene vurdert kritisk. Det ble gjort som en del av utviklingsprosessen av masteroppgaven sammen med veilederne ved Universitet i Stavanger.

Å anvende mange koder er ansett som komplekst. I denne studien anvendes 10 koder, som er i størrelsesorden det (Willis, 2015) mener nybegynnere i koding kan klare i analysen. Det innebærer gode forutsetninger for god konsistens i kodebruken i analysen. Siden jeg ikke planla for andre fagfeller til å vurdere kodebruken i analysen, blir det ingen interkoder-reliabilitet. Det er selvsagt en svakhet med studien, men også et ressursspørsmål. Studien hadde dessverre ikke ressurser til det.

3.9 Etikk

Siden det var kun samtykkende parter (elev og forsker) som kunne inngå i film/lydopptak, foregikk opptaket i eget rom. Her var det kun elev og meg som forsker som var til stede og videoopptaker var rettet mot eleven. Dermed unngikk man at andre enn deltakerne i studien inngikk i opptakene. Foreldrene til elevene, som ble intervjuet, fikk anledning til å se intervjuguiden på forhånd ved å ta kontakt.

Det var frivillig å delta i prosjektet. Når en elev valgte å delta, kunne eleven når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle opplysninger om elevene ville da bli anonymisert. Det fikk ingen negative konsekvenser for eleven om eleven ikke ville delta eller senere valgte å trekke seg fra studien. Når en elev deltok i prosjektet, påvirket ikke det elevens forhold til skolen, lærerne og karakteren eleven kunne få i matematikk eller andre fag ved skolen. Opplysningene om elev ble kun brukt til formålene i studien. Vi behandlet opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket. Det var kun veilederne ved UIS og meg som student som hadde tilgang til video- og lydopptak og notater. Lagret video- og lydopptak lå innelåst når det ikke var i bruk. Navnet og kontaktopplysningene til eleven ble erstattet med et pseudonym som ble lagret på egen navneliste adskilt fra øvrige data. Deltakerne blir ikke gjenkjent i masteroppgaven fordi det brukes fiktive elevnavn i analysebeskrivelser.

Dato for prosjektets avslutning er satt til desember 2020. Video- og lydopptak oppbevares internt ved behandlingsansvarlig institusjon frem til juni 2021, dette for å sørge for at rådata i masterprosjektet er tilgjengelig inntil sensur er ferdig. Rådata som lyd- og videofiler blir slettet innen 6 måneder etter prosjektslutt. Øvrige data vil bli anonymisert.

NSD – Norsk senter for forskningsdata AS har vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket (se delkapittel 8.4). NSDs vurdering er at behandlingen av personopplysninger i prosjektet er i samsvar med personvernlovgivningen så lenge den blir gjennomført i tråd med det som er dokumentert i meldeskjemaet den 22.11.2019, samt i meldingsdialogen mellom innmelder og NSD.

4 Resultater og analyse

4.1 Kognitive koder på tvers av de kognitive intervjuene

Hensikten i dette kapittelet er å identifisere, beskrive og analysere de kognitive prosessene som utspilte seg i de kognitive intervjuene ved hjelp av de forhåndsdefinerte kodene. De presenteres i følgende rekkefølge Gjenkalling (G), Gjenkallingsstrategi (GS), Begrepsforståelse (BF), Forståelse av hensikt (FH), Formatering av oppgaveteksten (FO), Sensitivitetsbedømmelse (SB), Motivasjonsbedømmelse (MB), Skriftlig matematisk kommunikasjon (SK), Muntlig matematisk kommunikasjon (MK) og Ordvalg (OV).

Gjenkallingsstrategi, Begrepsforståelse og Forståelse av hensikt som en enhet, blir i den videre beskrivelsen kalt for triaden. I direkte sitat illustreres taushet (eleven sier ikke noe) med punktum. I dialogen mellom elev og forsker viser antall punktum antall sekunder med taushet. Det er typisk når eleven tenker.

4.1.1 Gjenkalling (G)

For å undersøke om elevene kunne gjenkalle noen kunnskaper om matematikk stilte jeg elevene spørsmål om mulige interesser, erfaringer eller noe som elevene jobbet med til daglig. Det dreide seg for eksempel om idrett og arbeid utenom skolen. Klara jobbet i et bakeri, og da var det nærliggende å spørre henne om hvilke oppskrifter som ble brukt og hvordan disse så ut. I forbindelse med baking ble det også spurt om oppdeling og fordeling, for eksempel hvordan åtte brød kunne deles på to elever eller ei kake ble delt i fem like store stykker. Dermed ble brødbaking og kakebaking brukt som gjenkalling.

Ella drev med drill, og da var det nærliggende å dele opp drillstaven i hensiktsmessige deler i forhold til oppgaven som skulle løses. Det var ikke direkte lett å dele opp drillstaven i like deler og telle opp delene for eleven. Derfor ba jeg Ella om å telle opp delene på nytt.

Donna spilte fotball, og da var det naturlig å spørre om lengder, hva 16 meteren betydde, straffefeltet og hvordan målet kunne beskrives.

Sina drev med dansen hip hop. Da ble det snakket om danserutiner, takter og steg. I en hip-hop- rutine var det 8 takter, og eleven ble spurt om å fortelle med egne ord hva hip hop dreide seg om. Sina fortalte om en strekmann som bevegde seg i forhold til om han hadde gått halvparten, en fjerdedel eller hele danserutinen.

For å gjenkalle hva et rutenett var repeterte jeg for elevene hva det var, og når elevene hadde problemer med å utføre divisjonsarbeidet spurte jeg elevene om det kunne være en annen måte å løse problemet på.

Ella, Klara og Line gjenkalte ved å lese oppgaven høyt for seg selv eller å skifte tema fra prosent til å tenke penger.

Når elevene svarte på oppgaven med å stille spørsmål tilbake, eller det var behov for å stille gjenkallende spørsmål, gjenkalte jeg med spørsmål som for eksempel:

> Kan du skrive her hva det skulle være?
>
> Hvis du skulle skrive det som en brøk for eksempel?
>
> Hva ville du da foreslå?
>
> Hvordan vil du skrive det da?
>
> Når du tenker på brøk, hvordan vil du fortelle til andre som du kjenner hva brøk er for noe. Hva betyr det for noe?
>
> Hvis du skulle beskrive 0,25 til noen du kjenner, hva ville du sagt da?
>
> Da har du 40 delt på 6. Men er 40 delt på 6 det samme som 6 delt på 40?
>
> Hvis du skal gjøre 40 om til hundre, hva må du gjøre da?
>
> Hvor mange deler besto 25% av?
>
> Men hvis du tenker på et desimaltall. Hva er det de ulike delene blir kalt for her? Husker du det?
>
> Hvis du begynner å tippe da? Hva må du gange 5 med for å få 100?
>
> Har du andre måter å løse oppgaven på?
>
> Er det mulig å tenke på en annen måte?
>
> Hvor mange kvadrater kan du plassere i et fire ganger ti rektangel?
>
> Ok. 40 kvadrater. ....Hva tenker du nå?
>
> Kan du bruke det til noe da?

Vil du gjøre 1 førtidel om til prosent?

Jeg stilte gjenkallingsspørsmålene for å undersøke om eleven kunne vise kunnskaper og ferdigheter om brøk, desimaltall og prosent. Spørsmålene var ment som en hjelp for elevene til kanskje å huske noe fra tidligere opplæring i matematikk. Med samme hensikt undersøkte jeg om elevene hadde strategier for gjenkalling, eller jeg forsøkte å gi eleven en strategi som kunne nyttes i oppgavene.

4.1.2 Gjenkallingsstrategi (GS)

Ved å snakke om et tema som elevene hadde egen erfaring fra, kunne jeg gjennom samtalen med elevene, lage en strategi for gjenkalling. Noen ganger var det slik at eleven hadde en strategi selv, uavhengig av meg. Da hadde ikke eleven behov for gjenkallingsspørsmål og klarte oppgaven selv.

Strategier som for eksempel visualisering, gjett og sjekk et svar, dele en pengesum, sammenligning av to brøker, løse en enklere oppgave, lage en regnehistorie og opptegning eller skissering ble benyttet. Det ble gjort for å få klarhet i hva oppdelingen av for eksempel ei kake betydde, gjette hensiktsmessig på lengden av en fotballbane eller en drillstav og dele den opp i like lengder, dele opp et 10x10 rutenett i 5 like store deler, konkretisere brød i form av åtte sirkler på arket eller å forsøke å løse et vanskelig problem via et mindre vanskelig problem. Det siste her kan man også beskrive som å gå fra et kjent svar på en regneoppgave for eksempel $\frac{4}{8} = 50\% = 0{,}5$ til å finne svaret på en ukjent oppgave om hvordan $\frac{3}{8}$ kan skrives i prosent og desimaltall.

Et eksempel på sammenligning var når jeg spurte Line om hva som var spesielt med desimaltallet, brøken og prosenttallet til en halv, bare ved å se på måten det ble skrevet på. 50 deler av 100 ble skrevet som 0,5. Eleven hadde kommet fram til at 15 hundredeler kunne skrives som 0,15. Spørsmålet var om hun ved hjelp av denne sammenligningen kunne skrive brøken for 15% eller 0,15?

I sammenligning av brøker sa Line at $\frac{4}{8}$ var en halv og $\frac{3}{8}$ måtte jo være mindre enn en halv, siden 3 var mindre enn 4. En annen sammenligning var når jeg sa til Line at 32 delt på 16 var 2. Hva ville da 50 delt på 4 bli, spurte jeg om? Jeg spurte henne hvordan hun skulle lage en slik oppdeling, om hun ville starte med 4 og fordele på 50, eller om hun ville gjort noe annet. Jeg forsøkte å gi eleven 50 kroner, og jeg ville at hun skulle dele pengene med fire elever. For å finne svaret på regnestykket $\frac{50}{4}$, ble Line oppmuntret til å tippe på et svar og sjekke om det var riktig. Først gjettet Line på 11 og 12 og innså at det ble for lite. Endelig kom hun fram til 12,5 fordi 12,5 ganger 4 ble 50. Line brukte gjentatt addisjon ved at hun adderte 12 fire ganger og manglet å fordele 2. Resten 2 fordelte hun med en halv på de fire elevene, som til sammen ble 2.

I oppgavene med rutenett foreslo jeg at Donna skulle assosiere rutenettet med et tema som var kjent for henne, straffefeltet eller målet på fotballbanen. Dersom hun lagde en regnefortelling i dette tilfellet, ville den kunne beskrive en løsningsstrategi. Donna assosierte rutenettet i oppgaven med målet på fotballbanen og utviklet historien med en back som forsvarte målet. 12 ruter var tatt av målvakten og forsvarsspilleren. Dermed var det 28 ruter i målet hvor en kunne skyte ballen slik at det ble mål. Til sammen utgjorde ledige- og tatt ruter 40. Jeg hjalp til med strategien; 20 deler av 40 var halvparten. Donna skulle svare på hva 6 deler av 40 kunne skrives som brøk, desimaltall og prosent. Da henviste jeg til elevens spisskompetanse. Dess bedre kompetanse dess mindre ble målet. Resultatet var følgelig at man måtte lære seg å sikte bedre og bedre, for å skyte mål. Nå skulle Donna sikte og skyte på ei rute, en av førti. Donna fant ut at dersom hun fant hva én rute utgjorde i %, kunne hun finne ut hva 6 ruter utgjorde i % ved å multiplisere med 6.

For Dina som drev med kickboksing var det mer naturlig å assosiere et rutenett på kroppen som skulle rammes av et slag eller spark. Når hun skulle ramme bare 6 av 40, ble hun spurt om hun rammet hele kroppen med disse 6, eller bare en del av kroppen. Hver og en brukte egne erfaringer og interesser for å vise kunnskaper og ferdigheter i matematikk. Andre strategier var å vurdere ulike løsninger og velge den man trodde mest på, eller å utvide brøken til hundre deler, fordi Dina visste at hundredeler var prosent. Når Dina lette etter en farbar vei og sto fast, ble det nødvendig å se i læreboka eller spørre andre om hjelp.

I hip-hop dansen assosierte Sina danseren med en strekmann. Eleven tegnet strekmannen og 8 steg den skulle gjøre langs ei rett linje. Jeg spurte om det var mulig å finne tre deler av åtte når hun kjente fire deler av åtte. Da undret Sina seg på om hun kunne dele 50 på 4 og gange det svaret hun fikk med 3. Jeg ba henne om å prøve for å se hva hun fikk til. Divisjonsarbeidet utførte hun som hoderegning; det gav 12,5; multiplikasjonsarbeidet gav 37,5. Derfor ble svaret 37,5 % og desimaltallet 0,375.

Å lage en skisse av problemet var gunstig for elevene. Tegningen bidrog til at det var lettere å løse oppgaven sammenlignet med kun å lese oppgaveteksten.

4.1.3 Begrepsforståelse (BF)

Elevenes utsagn om desimaltall, brøk og prosent gav meg en pekepinn på elevenes forståelse av disse begrepene.

<u>Om desimaltall sa elevene:</u>

> Del av en helhet. (Siv)
>
> Desimaltall var sånn null komma noe. (Line)
>
> Desimaltall var i stedet for et helt nummer på en måte under det. (Sina)
>
> Klara sa at et desimaltall var det etter komma.
>
> ....Em...Det vet jeg ikke helt. (Line)
>
> Det er et kommatall egentlig. (Ella)
>
> Tier plassen. Hundrer plassen. Tusener plassen og sånn. (Ella)
>
> Hva er 0,25?
>
> ......Det er liksom...hundre og så er det tjuefem av hundre. (Line)
>
> Hva er 0,5?
>
> ......At det er halvparten (Line)

> «**Ella:** Desimaltall? Jeg har egentlig aldri visst hva det er. Jeg vet hva det er, men jeg vet ikke hvorfor vi har det. Jeg tenker bare det er et kommatall egentlig.» (BF)
>
> «**Forsker:** Ja ok ok. Så hvis jeg har 2,5. Hva forteller det deg?» (G)
>
> «**Ella:** Du kan ha 2,5 cm liksom. Det kan være så mye forskjellig. Men et desimaltall tenker jeg hm...Jeg pleier egentlig å tenke at det er det som gjør at du har brøken din. Men det er jo ikke sant da. Men det er bare. Jeg vet ikke hvordan jeg skal forklare hva et desimaltall er.» (BF)

<u>Om brøk sa elevene:</u>

> Del av en helhet. (Siv)
>
> Del av noe. (Sina)
>
> Brøk var hvor mye du hadde av en hel liksom. (Klara)
>
> Det er... hvor mye av en del som er brukt, holdt jeg på å si. (Line)
>
> Det er ikke lov med et desimaltall i brøken. (Donna)

$\frac{75}{150} = \frac{200}{400}$. Donna visste ikke hvilken brøk som var skrevet på enkleste form.

> En brøk. Hadde liksom sagt at vi har telleren og nevneren. Og så hadde jeg forklart at tallet nede er som oftest den hundredelen da. Og så tallet oppe. Si for eksempel at noen spiser pizza og de spiser tre femtedeler så er det liksom tre deler som blir spist. Og så er det to deler igjen. (Ella)

<u>Om prosent sa elevene:</u>

> Del av en helhet. (Siv)
> Hundredeler. (Siv, Ella, Donna, Sina, Line)
> Avslag. (Ella, Sina)
> Og prosent var noe du hadde av det hele tallet. (Klara)
> 50% var en halv. 30% var tretti hundredeler. (Donna)
> Prosent var hundredeler. (Donna)
> Prosentvist avslag på en pris. (Ella, Sina)
> Prosent er alltid av 100. (Ella)
> Så for 37% sa eleven at om du hadde 37 hundredeler representerte det 37 ruter i et rutenett med 100 ruter. (Siv)

Utsagnene til elevene over viste at de stort sett hadde en god idé om hva begrepene kunne bety. Hvordan forståelsen kommer til uttrykk blir beskrevet ved hjelp av eksemplene under.

Volumet var 2,5 dl og dersom Klara subtraherte 2 dl fikk hun 0,5. Klara kunne skrive 0,5 som fem tiendedeler og en todel og visste at dette dreide seg om brøk. Når Klara skulle beskrive desimaltall, forvekslet hun 10'er plass med tidelsplass. Men hun viste i alle fall en grad av forståelse for desimaltall. Klara visste også hvordan hun skulle forkorte fem tideler til en halv.

Klara forklarte også en halv ved å gi et pizzaeksempel: «Ehh. Tenk at du har en hel pizza for eksempel og du spiser den halve.» Nå viste Klara god forståelse for begrepet en halv.

$\frac{4}{8} = \frac{1}{2} = 50\%$ var kjent for Line. $\frac{3}{8}$ måtte da være mindre enn 50%. Line tippet 15% fordi hun mente at $4: 50 = 15$, i alle fall mer enn 10 eller 12. Nå var forståelsen for divisjon utilstrekkelig. Line visste heller ikke 32 delt på 16, men hun visste bedre hvordan hun skulle multiplisere 16 for å få 32.

$4: 50$ var ikke mulig å utføre for Line, men det var lettere å regne ut $50: 4$, mente hun selv. Etter litt tipping på løsning, 11 og 12, kom Line fram til at svaret måtte bli 12,5 siden $12{,}5 \cdot 4 = 50$. Egentlig brukte Line gjentatt addisjon for å komme frem til svaret.

Line vurderte 4 delt på 50 og 50 delt på 4. Hun visste ikke hva det ene og det andre betydde i praksis, men at det var «mye lettere å ha et stort tall først og dele på et mindre.» Da mente Line at det ble lettere å tenke, fordi «skulle du tatt 4 delt på 50 så måtte du gjort det annerledes.» Line fortalte aldri hva hun mente med annerledes.

Når Ella skulle gjøre om $\frac{1}{4}$ til prosent og desimaltall, mente hun det var fire prosent siden en halv er femti prosent og $\frac{1}{4}$ var mindre. Ella tenkte seg om og sa at 100 prosent delt på 4 ble 25% og at en hundredel var 1%. «På en firedel tenker jeg at hvis du ganger 25 med 4 så får du jo 100. Jeg vet ikke om det gir så mye mening?», sa Ella.

Donna delte 400 meter på 8 og fikk 50. Jeg spurte hva som var det motsatte av å dele, og Donna svarte å gange. Dermed visste Donna at multiplikasjon og divisjon var to motsatte regneoperasjoner i matematikken.

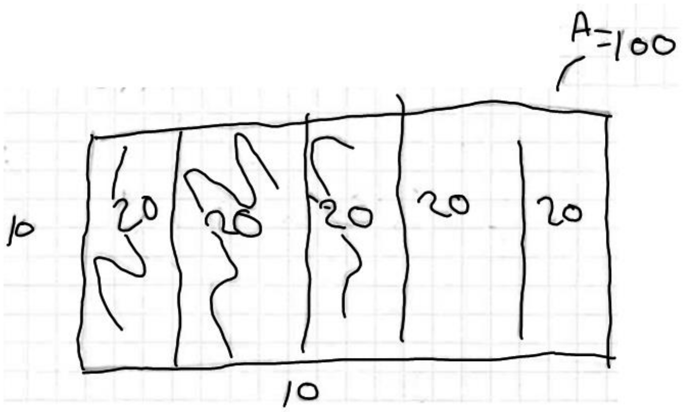
I oppdelingen var det hele 8, og det hele og utgjorde 100%. Men tre deler av åtte eller tre delt på åtte gikk ikke. Klara syntes det var vanskelig. Hun klarte ikke å dividere 3 på 8 eller 3 på 5. Hun hadde ikke forståelse for divisjonsalgoritmen, men multiplikasjonen gikk bedre ($5 \cdot 20 = 100$). Halvparten visste hun var 50%.

Strekmannen hadde gått fire steg og det var halvparten. Åtte steg var hele danserutinen. Da måtte $\frac{3}{8}$ være litt under halvparten siden fire steg var halvparten, mente Sina.

Uten kalkulator kom det frem at Ella manglet begrepsforståelsen for brøk og klarte ikke å gjøre noe med $\frac{3}{8}$. Hva tallene gikk opp i var styrende for hennes valg i divisjonsarbeidet. Ella forsøkte å gjøre bruk av multiplikasjon, men fikk det ikke til å gå opp. Jeg forsøkte nå å veilede eleven til å oppdage at hensikten med å dele drillstaven i 8, var å lage 8 like deler. Hun var enig i det. Hun var ikke enig i at 3 delt på 8 betydde 3 deler av 8. Ella lurte på om det heller betydde 8 deler av 3. Hun var usikker på hvordan divisjonsbegrepet i oppgaven skulle forstås. Ella klarte å dele 25 kroner på 2 venner, og hun visste da at hver og en skulle ha 12,5 kroner. Da innså Ella at de 25 kronene representerte 25% som ble delt på 2. Da fant hun hva en del utgjorde, og ut fra denne ene delen fant Ella tre deler.

Dina delte 100 på 8 og fikk 12,5. Deretter adderte hun 12,5 tre ganger og fikk 37,5% og desimaltallet ble 0,375.

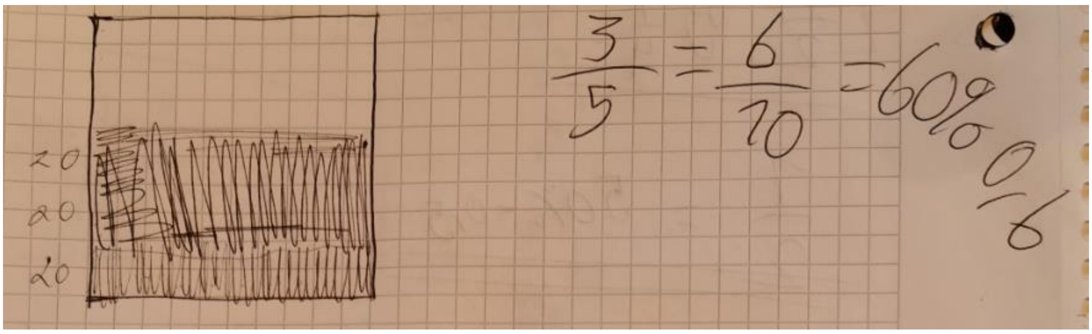
For å vise forståelse av begrepet rutenett var det forventet at elevene tegnet et rutenett og forklarte dette. Når tegningen ikke var nøyaktig, kunne det indikere manglende forståelse. Kanskje hadde større grad av nøyaktighet vært en indikator på bedre forståelse av begrepet rutenett. Like fullt delte Klara rutenettet i 5 like store deler og benevnte hver del med 20 ruter.



Figur 3 10x10 rutenett tegnet av Klara.

I oppgaven om $\frac{3}{5}$ uttrykte Klara forståelse for begrepet prosent når hun sa at fem deler var 100%. Hun klarte også å vise at $\frac{3}{5} = 60\% = 0{,}6$ når hver del av de fem utgjorde 20. Klara tenkte 20 ganger 3 som ble 60%.

Dina tegnet et 10x10 rutenett på ruteark.

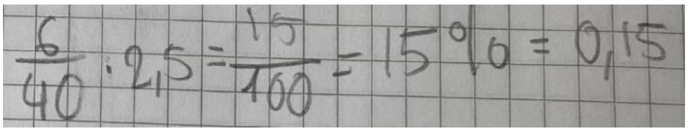


Figur 4 10x10 rutenett tegnet av Dina.

Hun identifiserte brøken $\frac{3}{5}$ ved å gjøre om brøken til $\frac{6}{10}$ som hun sa var 60% og 0,6. Måten Dina gjorde det på var at hun så automatisk at 5 var halvparten av 10. Hun syntes det var lettere å regne med 10 fordi det var jo bare å sette på en ekstra 0 så hadde man prosenten, sa hun. Prosenten fant hun etter at telleren og nevneren i $\frac{3}{5}$ var multiplisert med to. Dina utvidet brøken med å multiplisere med 2 i både teller og nevner. Dersom Dina brukte rutenettet, så hun at en femtedel var 20 ruter og gikk ut fra det. Dermed var det 20 ruter i hver rad. Det var $\frac{1}{5}$. Deretter skraverte hun 3 rader til slik at hele det skraverte området utgjorde 60%. Nå hadde hun fargelagt 6 av 10 som var 60%.

For 4x10 rutenettet/rektangelet hvor det skulle fargelegges 6 små kvadrater, mente Klara at utregningen ble førti delt på seks. Hun visste ikke hvorfor, men forklaringen var nok at hun ville gjerne dividere et stort tall på et mindre tall. Klara skjønte ikke at det også var mulig å dividere et mindre tall på et større tall. 6 deler av 40 ble 40 deler av 6 som ble tilnærmet lik 7. Klara forsto ikke at en brøk kunne bestå av et mindre tall i teller enn i nevner. Hun måtte få tallet i nevneren til å bli størst. Da gav divisjonsarbeidet mer mening, kunne det høres ut som. Hun visste at et kvadrat var likesida firkanter eller en firkant med like lange sider.

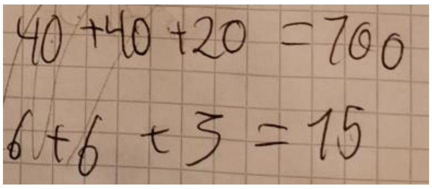
Når Donna skulle finne en av førti, valgte eleven et heller upresist utsagn om at en av førti var 1% av 40. Hun kjente ikke begrepet prosent godt nok til å gjøre om $\frac{1}{40}$ til prosent.
«Men hvis jeg tar 6 førtideler og ganger både oppe og nede med 2,5 blir det 15%», sa Donna.



Figur 5 Brøkregning laget av Donna.

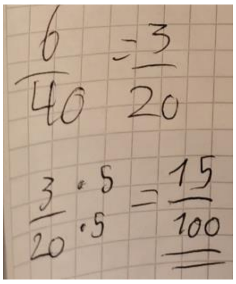
Grunnen til at Donna valgte å multiplisere med 2,5 var at hun så at 40 multiplisert med 2,5 ble 100. Da fikk Donna deler av hundre som var prosent og multipliserte videre 2,5 med 6 i telleren og fikk 15. Selv om Donna var usikker, gjorde hun riktig.

En annen måte å forstå 6 deler av 40 var å gjøre som Dina. Dina betraktet 40 og 6. Hun summerte 40 med 40 og fikk 80. Da manglet hun 20 på å få 100. Så la hun til at 20 er halvparten av 40. Dette forholdt seg til 6+6+3 som da ble 15. Derfor konkluderte Dina med at 15% var fargelagt.



Figur 6 Forholdsregning - summer til 100 laget av Dina.

En annen tilnærming Dina hadde var å forkorte brøken $\frac{6}{40}$ til $\frac{3}{20}$ og utvide den til $\frac{15}{100}$.



Figur 7 Utvidelse av brøk laget av Dina.

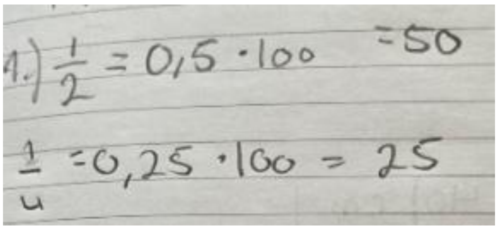
Forståelsen av begrepene prosent, brøk og desimaltall varierte blant elevene og denne kognitive prosessen sammen med gjenkalling, gjenkallingsstrategi og forståelse av hensikten var sentral i oppgaveløsingen.

4.1.4 Forståelse av hensikt (FH)

Forståelse av hensikten med oppgaven dreide seg om eleven hadde skjønt hva oppgaven egentlig spurte etter. I alle oppgavene dreide det seg om å skrive en brøk om til prosent og desimaltall.

$\frac{1}{2}$ var 50% og 0,5, og $\frac{1}{4}$ var 25% og 0,25. Dette kom umiddelbart fra Siv, og det var uten tvil en elev som hadde skjønt hensikten med oppgaven.

> «**Siv:** Ok. Så en todel er det samme som en halv, som vil si 50% og null komma fem som desimaltall. Og en firedel er det samme som…, eller hvis du deler 100 på 4 så får du 25 så blir det 25% og 0,25.»



Figur 8 Bruk av likhetstegnet laget av Ella.

Selv om Ella i figuren over ikke brukte likhetstegnet korrekt, (SK) hadde hun forståelse for hensikten med oppgaven. Det samme gjorde hun for $\frac{3}{8}$. Da visste hun at desimaltallet var

0,375 og prosenten 37,5. Ella hadde nok prosedyrekunnskap i å bruke kalkulatoren til å komme frem til riktig resultat.

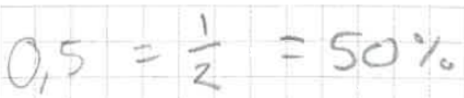
Uten kalkulator viste det seg at Ella «mistet» forståelsen for hensikten med oppgaven om å skrive brøken $\frac{3}{8}$ som prosent og desimaltall. Ella tok nå 80 delt på 30 for hun ville finne ut om det det gikk opp i 3. Ella tenkte 30, 60 og mente at det gikk opp i 20, men mente at det måtte gå opp i mer enn det. Da kom denne utledningen fra Ella:

> «**Ella:** ..60......Går vel opp i ....Det går vel opp i 78. Nei det blir ikke 78 i 3 gangen. Det er vel 77, nei hva snakker jeg om nå?... 30 da har jeg gjort 10 gangen 3 ganger. Jeg tenker 20 ganger så har du kommet opp i 60..og så blir det 90 hvis du bruker 30 ganger. Men det blir for mye for vi skal bare ha 80. ....Jeg fikk at det går opp i 78 og da blir det..tjue...syv, nei tjueseks ganger det går opp. Men det blir jo feil svar.»

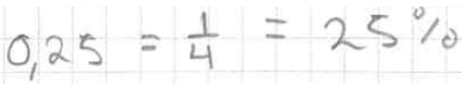
Etter flere gjenkallingsspørsmål fra meg gikk det et lys opp for eleven; to deler av drillstaven tilsvarte 25%.

> «**Ella:** ...Ja. Jeg føler i hvert fall. Det jeg tror. Det jeg hadde tenkt nå var å ta 12,5 ganger 3.»
>
> «**Forsker:** Ja. Hva får du da?»
>
> «**Ella:** Det blir....Jeg må tenke. Jeg må gange det. ....Æææm. Det blir 37,5.»

«En halv er jo femti prosent og en fjerdedel var tjuefem prosent», men å si de tilsvarende desimaltallene kom ikke like automatisk. Ella hadde skjønt hensikten, men var usikker på desimaltall. Etter gjenkalling fra meg kom svarene:



Figur 9 En halv laget av Ella.



Figur 10 En kvart laget av Ella.

For å finne løsningen forsto Ella at hun måtte dele, og hun visste at 25 fire ganger ble 100 slik en kunne resonnere for å finne $\frac{1}{4}$. For å finne $\frac{3}{8}$ hadde hun skjønt at denne oppgaven også dreide seg om divisjon. Men hun visste ikke hvordan hun skulle gjøre det. Ella skjønte med andre ord hensikten med oppgaven, men hadde ikke nok kunnskaper og ferdigheter eller begrepsforståelse til å gjennomføre divisjonen. Dersom Ella hadde 50 kroner og skulle dele dem med fire andre elever, visste hun at hun måtte dele 50 på 4. Hensikten her var greit forstått.

Når Klara svarte at $\frac{1}{2} = 50\%$, men ikke visste desimaltallet, hadde eleven forstått hensikten med oppgaven, selv om hun ikke klarte å finne riktig svar. Klara skjønte også hensikten med desiliter og milliliter. Det var volum og mengden som bestemte hvor mye eleven kom til å lage i bakeriet. Dersom hun lagde pizza, delte hun gjerne den i fire. Da visste Klara at $\frac{1}{4}$ utgjorde 25%. Som desimaltall foreslo hun at 25% ble 2,5 og etter en kort tenkepause sa hun 0,25. Klara hadde en god forståelse av oppgavens formål.

Donna hadde ikke peiling på hensikten med å gjøre om $\frac{3}{8}$ til prosent og desimaltall. Da var det en utfordring med å starte så å si helt forfra. Derimot forsto Donna hensikten med å dele en fotballbanelengde på 400 meter på 8 og fikk 50 meter. Da ble det klart for eleven at 3 deler utgjorde 150 meter. Donna hadde forstått hensikten med tre deler av åtte i det praktiske tilfellet, oppdelingen av en banelengde på 400 meter, og kommuniserte dette muntlig. Imidlertid visste hun ikke hvordan hun kunne skrive 150 meter av 400 meter matematisk.

Line kunne ikke dividere 3 på 8 uten kalkulator fordi hun hadde ikke kontroll på divisjonsalgoritmen, men hun visste at den eksisterte.

For brøken $\frac{3}{8}$ var det tydelig at Klara visste at det dreide seg om divisjon, og for å finne prosenten måtte hun gjøre divisjonsarbeidet. Men hvilket divisjonsarbeid var mest hensiktsmessig å utføre, $\frac{3}{8}$ eller $\frac{4}{8}$ eller $\frac{1}{8}$? Klara visste at $\frac{4}{8} = 50\% = 0,5$, men var usikker. «Jeg må kanskje dele fire på..., nei en på fire.., eller at du....Hvordan er det da? Femti delt på fire kanskje? Eller 25 delt på 2?», sa hun. Etter prøving og feiling kom Klara fram til at svaret på dette regnestykket ble 12,5. Hun gjettet og multipliserte for å sjekke om svaret hun gjettet på var riktig eller ei. Klara hadde forstått hensikten med oppgaven.

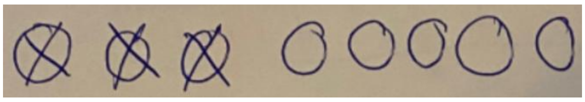
Når strekmannen hadde gått halvveis forklarte Sina at den hadde tatt 4 steg. Jeg ba eleven om å se på oppgaven, som var $\frac{3}{8}$, og lurte på om dette hun gjorde nå, hadde noe med selve matematikkoppgaven (G). Sina tenkte seg om i fem sekunder og sa at du tar tre steg liksom.

Ja, da hadde strekmannen tatt tre av åtte steg. Via det praktiske forsto Sina hensikten med oppgaven.

Straks Siv hadde lest oppgaven høyt for seg selv, formulerte hun hensikten på denne måten:

> «**Siv:** Hvis du har 8 brikker og du skal ha 3 av dem.»

Deretter tegnet hun (SK) alle delene som sirkler og krysset ut de hun skulle ha tak i.

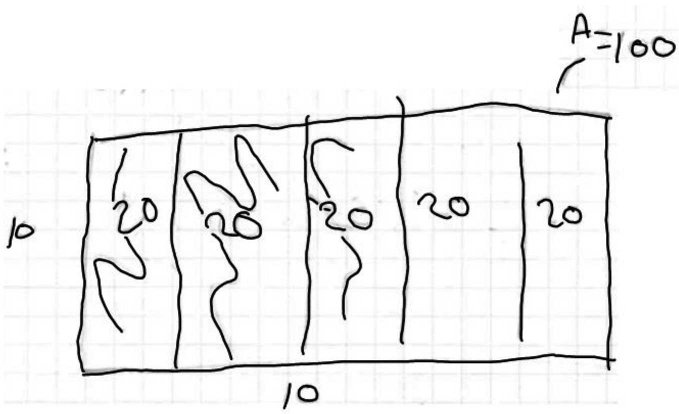


Figur 11 Brikker – strategi tegnet av Siv.

Så betraktet Siv halvparten av dem og fant ut hva en av dem utgjorde i prosent for så å multiplisere dette opp med de tre hun skulle ha tak i.

> «**Siv:** Hvis fire av de er 50%, og jeg deler 50 på 4 så får jeg em 12,5 tror jeg og så ganger du 12,5 med så mange som du skal ha. Og i dette tilfellet var det 3, så 12,5 ganger 3 er 37,5.»

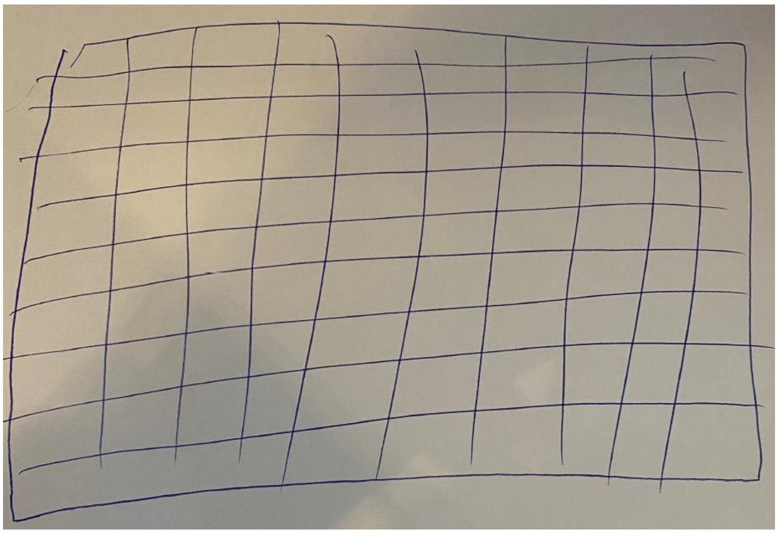
Klara tegnet et 10x10 rutenett på ruteark.



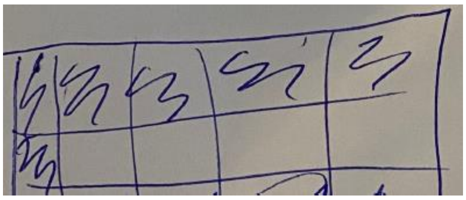
Figur 12 10x10 rutenett tegnet av Klara.

Hun identifiserte brøken $\frac{3}{5}$ ved å gjøre om brøken til $\frac{6}{10}$ som hun sa var 60% og 0,6. **«**Ti ganger ti er hundre. Så det er jo et, altså det er jo et hundre ganger rutenett, altså til sammen så blir jo det arealet av rutenettet», sa hun. Klara delte rutenettet i 5 like store deler og skulle finne ut hva 3 deler var som desimaltall og prosent. Hun hadde forstått hensikten med rutenettet og oppgaven.

Siv tegnet et 10x10 rutenett og et 2x5 rutenett. Hun ville forenkle oppgaven siden hun mente det var litt enklere å regne med 10 ruter istedenfor 100 ruter. Nå viste Siv forståelse for hensikten med oppgaven.

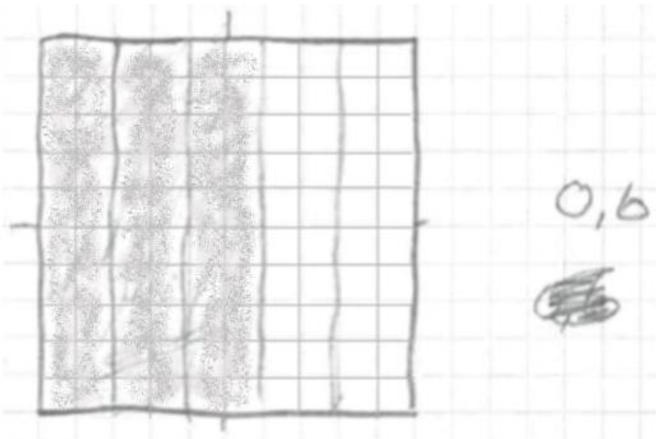


Figur 13 10x10 rutenett tegnet av Siv.



Figur 14 2x5 rutenett tegnet av Siv.

Line ville skissere 10x10 rutenettet, men hun visste ikke hvordan hun skulle tegne strekene i rutenettverket. Jeg veiledet og sa at hun skulle lage 10 streker. Line ville lage 5 ruter og fargelegge 3. Etter veiledning forsto hun hensikten, men kommuniserte 3 ruter og fargela 3 kolonner. I dette tilfellet ble hensikten forstått i den muntlige diskursen.



Figur 15 10x10 rutenett laget av Line.

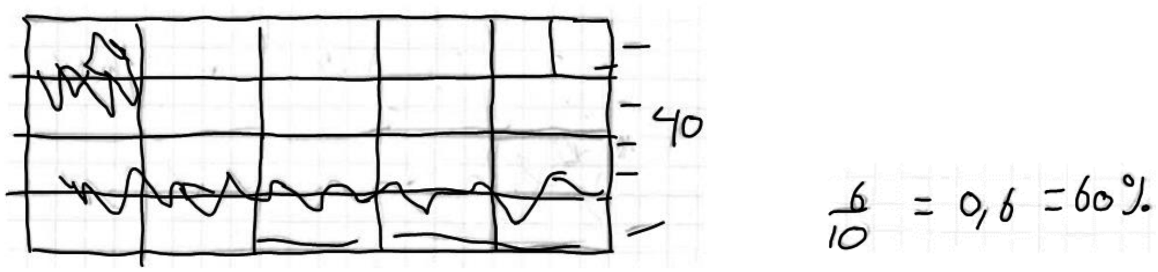
Ella så på brøken $\frac{3}{5}$ og gjorde om til hundredeler. Hun tenkte at femmeren var hundre, at den skulle bli til hundre. Her forsto eleven hensikten med oppgaven. I et 4x10 rutenett/rektangel regnet Ella ut 4 ganger 10 for å finne ut størrelsen på rektangelet som ble 40. Hun lurte på om seks små kvadrater var små ruter i 4x10 rektangelet. Nå tok Ella tak i $\frac{6}{40}$, og hun sa umiddelbart at den hadde hun aldri klart i hodet. Ella ville likevel prøve. Hun tok fram drillstaven, og først beholdt hun lengden på 80 cm og delte den opp.

> «**Ella:** Ok, men da må jeg tenke. Jeg tenker den der streken i midten er 40 cm. Jeg tenker bare det er 40 egentlig. Så tar jeg 50% som blir 20. Så finner jeg jo 25% ...skal vi se. Og så må jeg finne hm 25% ...eller halvparten av det som er 10. .....Så tenker jeg at jeg egentlig må finne halvparten av 10 igjen. Men det blir 5. ...Og det er ikke rett.»

Svaret bar preg av tanker som viste at Ella ikke hadde forstått hensikten med oppgaven, og Ella sa det selv også at hun ikke visste hvorfor hun gjorde det hun gjorde.

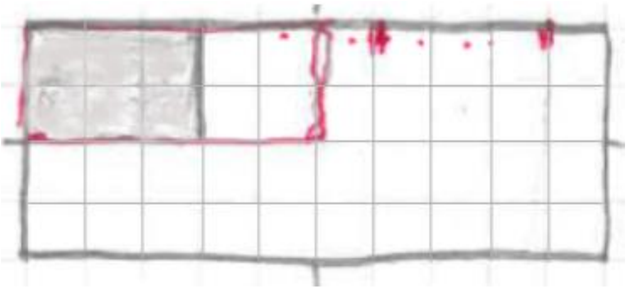
Klara leste teksten i oppgaven om at hun skulle fargelegge seks små kvadrater i et 4x10 rektangel. Når jeg spurte om hun hadde laget disse kvadratene, sa hun nei for hun visste ikke hvor mange kvadrater det skulle være. Hun var usikker på hvor mange kvadrater hun skulle fargelegge inne i 4x10 rektangelet. Nå var utfordringen at hun sa seks små kvadrater innledningsvis når hun leste oppgaven, men klarte ikke å tegne dem opp. Klara skjønte egentlig ikke enda hensikten med oppgaven.

Klara skjønte ikke hvordan hun skulle plassere 6 små kvadrater i et 4x10 rektangel. Hun lagde heller en egen oppgave, hvor hun riktig nok lagde kvadrater, men ikke i tråd med hva oppgaven hadde bedt henne om å gjøre.



Figur 16 4x10 rektangel laget av Klara.

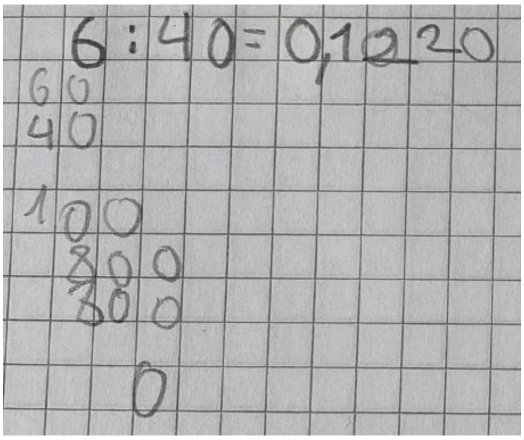
Når Line skulle tegne opp 4x10 rektangelet så det slik ut:



Figur 17 4x10 rektangel laget av Line.

Tegningen viste at Line hadde forstått hensikten med rutenettet og klarte å fargelegge 6 små kvadrater av 40. Jeg spurte henne hvor mange ruter 25% utgjorde. Det visste hun var 10 ruter, men hun klarte ikke å bruke denne informasjonen. Det er derfor usikkert om Line hadde forstått hensikten her. Det kom til uttrykk når Line spurte: «Skal jeg ta 25 delt på 10?». Hun visste at dersom hun gjorde det hun spurte om, ville hun finne ut hva 1 rute representerte i prosent. Samtidig gikk ikke divisjonen opp i et heltall, og da fikk eleven det ikke til. Jeg stilte henne gjenkallingsspørsmål. Etter hvert satt Line opp 2,5 seks ganger fordi hun hadde fargelagt 6 ruter. Nå ble formålet med oppgaven klarere for henne, og hun fant til slutt svaret 15% og desimaltallet 0,15.

Her lagde Donna en egen divisjonsalgoritme.

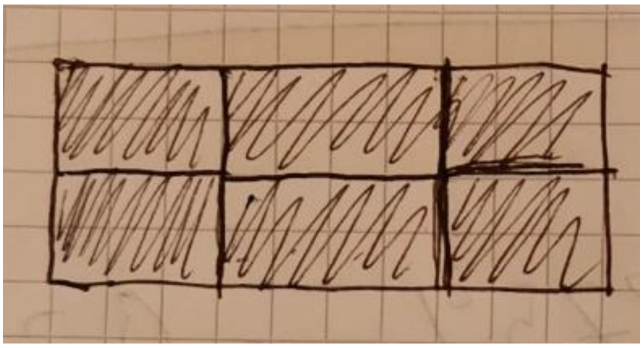


Figur 18 Divisjonsalgoritme utført av Donna.

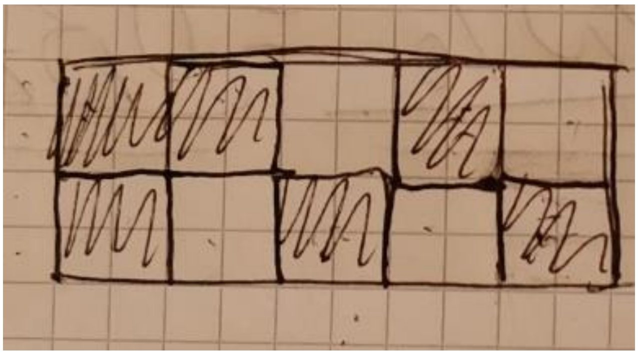
Når 40 gikk én gang i 60 og hun fikk 10 igjen og la på en ekstra 0 til 10 tallet og fikk 100, gikk det galt. Så fant hun ut at 40 kunne ganges med 2 for å nærme seg 100. Da ble svaret 80, og på 80 satte hun også en 0 til og fikk 800. Så kunne hun $40 \cdot 20 = 800$, og derfor mente hun det skulle en 20 til i svaret. Dermed ble svaret $0{,}1220$. Her viste eleven liten forståelse for hensikten med divisjonsalgoritmen.

«**Dina:** Ja. Nå har jeg fargelagt 6 av 40 ruter istedenfor å ha laget mine egne kvadrater.»

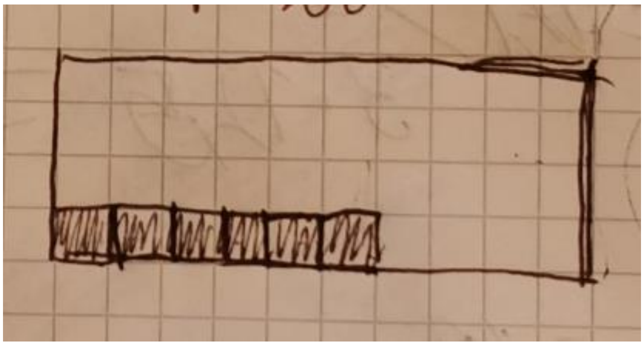
I det tredje forsøket skjønte Dina hensikten med oppgaven.



Figur 19 1. forsøk 4x10 rektangel laget av Dina.



Figur 20 2. forsøk 4x10 rektangel laget av Dina.



Figur 21 3. forsøk 4x10 rektangel laget av Dina.

4.1.5 Formatering av oppgaveteksten (FO)

Andre faktorer som viste seg å påvirke triaden (gjenkallingsstrategi, begrepsforståelse og forståelse av hensikt) var for eksempel formatering av oppgaveteksten (FO). Dette ble testet ut i pilotintervjuene.

I løpet av intervjuet av Klara skiftet jeg fra oppgavesett A1 til A2 (FO). Formateringen av oppgave 4 var annerledes. Klara ble spurt om oppgaven fikk en annen betydning eller en annen mening når hun leste oppgaven på måten den var skrevet på i A2.

«**Klara:** Ja.»

«**Forsker:** Hva er det som er forskjellen?»

«**Klara:** Den er mer forenklet enn den. Det er mye lettere.»

«**Forsker:** Ok. Hva er det som er forenklet, sa du?»

«**Klara:** Måten den er bygd opp på er at det er masse forskjellig rett etter hverandre.»

«**Forsker:** Ok.»

«**Klara:** Men der står det liksom mye enklere forklart på en måte for meg.»

Line leste oppgave 4 og etter 30 sekunder sa hun at hun ikke skjønte oppgaven. Jeg spurte henne om hun ville ha oppgave 4 i oppgavesett A1 opplest, og det ville hun. Etter opplesingen var Line fortsatt usikker på hvor de 6 små kvadratene skulle plasseres. Da gav jeg henne Sett A2, og jeg spurte henne om hun kunne lese oppgaven slik den var skrevet her (FO).

«**Line:** ....Ja, det var litt lettere.»

«**Forsker:** Hvorfor?»

«**Line:** Fordi ...den andre var skrevet helt inn til hverandre men her var det sånn mellomrom.»

«**Forsker:** Ok. Så hva var det som ble tydeligere i oppgaven nå, som du er blitt bedt om å gjøre?»

«**Line:** ....Em. De spørsmålene.»

Klara og Line oppfattet budskapet lettere i oppgave 4 i Sett A2, og derfor forsto de også hensikten med oppgaven bedre. Dermed ble Sett A2 valgt for resten av intervjuobjektene.

4.1.6 Sensitivitetsbedømmelse (SB)

Elevene meddelte ulike følelsesmessige erfaringer som for eksempel irritert og sur, glad, lettet, forvirra, dum, usikker, lav selvtillit, sliten og stressa (SB) fra matematikkundervisningen. Siv kunne bli irritert om hun ikke fikk til oppgaver i matematikk, og når hun ble irritert gav hun fort opp, sa hun. Ella følte at oppgave 1 var ganske grei, ikke så veldig utfordrende. Men hun sa den hadde vært mye vanskeligere uten kalkulator. I så tilfelle måtte hun ha tenkt mer, sa hun. Da kunne hun fort bli forvirra (SB) og tenkt feil og gjort en liten slurvefeil, mente hun. Hun hadde opplevd forvirring i forbindelse med matematikkoppgaver tidligere og at denne forvirringen hadde ført til slurvefeil. Spørsmålet som kan stilles er om det faktisk var slurvefeil eller mangel på begrepsforståelse eller forståelsen av hensikten med oppgaven. I arbeidet med oppgave 2 ble Ella først ganske irritert (SB) fordi hun følte det var ganske enkelt og at hun burde klare den. Hun følte hun satt ganske fast og ikke kom noen vei med oppgaven. Da hun fikk oppgaven til, ble hun ganske glad. Ella følte (SB) jeg viste en god måte (GS), som hun kunne tenke på, selv om det tok litt tid. Det hjalp, mente hun.

Ella fortalte hvordan hun gjorde $\frac{1}{2}$ og $\frac{1}{4}$ uten kalkulator:

> «**Ella:** Hadde tenkt at det er en halv liksom. Det er femti av hundre på en måte. Jeg vet ikke hvorfor jeg tenker akkurat det, men jeg tenker at den toen er på en måte hundre. Jeg vet ikke om det gir så mye mening, men det er slik jeg tenker egentlig. På en firedel tenker jeg at hvis du ganger 25 med 4 så får du jo 100. Jeg vet ikke om det gir så mye mening?» (BF)

Her viste hun forståelse av brøkbegrepet og mulig utvidelse av brøken til hundredeler og omgjøring til desimaltall (BF). Samtidig var hun usikker på om det hun hadde sagt gav mening. Hun var nok usikker på seg selv (SB).

Line var veldig ettertenksom og ventet en stund før hun svarte på spørsmålene fra meg i oppgave 1. Jeg lurte derfor på hvordan hun reagerte på slike spørsmål, eller om det oppsto noen følelser i henne når hun arbeidet med oppgaven. Line ble veldig glad (SB) om hun klarte oppgavene, men hun kunne også blir ganske sur (SB) hvis hun ikke skjønte eller ikke fikk til oppgaven. Dersom hun ble sur, ble hun også irritert (SB). Det kunne ødelegge litt av dagen hennes, fortalte hun.

Donna ble glad når hun fikk det til, og spesielt i matematikk som hun selv mente hun ikke var så flink i (SB). Og når hun ble glad, fikk hun lyst til å smile.

> «**Donna:** Så i oppgave 1. Hvis jeg skal skrive brøken en halv og en firedel som prosent og desimaltall, så tar jeg først en halv og gjør det om til prosent som da er femti prosent og desimaltall som er null komma fem fordi jeg vet at en er en hel (FH+BF). Så er det en firedel som jeg gjør om til prosent, som da er tjuefem prosent fordi jeg vet at tjuefem ganger fire er hundre som da er en hel (FH+BF). Og i desimaltall som er null ...komma... to fem. Jeg er usikker.» (SB)

Her viste Donna god forståelse for hensikten med oppgaven og noe begrepsforståelse med hensyn til prosent, men ikke desimaltall. Jeg spurte hva hun ble motivert av og om hun fikk noen følelser knyttet til arbeidet med matematikkoppgavene.

> «**Donna:** Altså. Først når jeg ser oppgaven synes jeg det virker veldig lett. Når jeg begynner å tenke meg om, blir det liksom vanskeligere nesten. Når jeg begynner å tenke. For jeg blir usikker på meg selv. Jeg blir usikker på om det er riktig det jeg sier, selv om jeg kanskje vet at det er riktig det jeg sier og selv om jeg har gjort det mange ganger. Men når jeg skriver det ned og tenker litt og føler jeg har fått det til får jeg en sånn bra følelse inni meg. Selv om det kanskje er feil, så liksom føler jeg har gjort mitt beste egentlig.»

Donna var i grunnen usikker på seg selv i matematikk. Hun var uviss på om det hun tenkte var riktig eller ikke, som nok kom fra en følelse av at hun i tidligere skolegang ikke hadde fått til matematikk. Selv sa hun at hun ikke var så god i faget. Til tross for denne uvissheten var hun ofte veldig sikker på at hun hadde gjort det bra på prøver, og så hadde det endt dårlig. Da var hun blitt usikker. (SB)

Line følte at dette var litt stressende når hun ikke fant ut av oppgave 2, og hun følte seg ganske lettet når hun fikk det til. Hun fortalte også at hun ble litt irritert i starten fordi hun ikke fant ut av det med en gang (SB). Det første Line spurte om i oppgave 3 var om hun skulle tegne opp 10x10 rutenettet, ikke bare en gang, men to ganger. Det hørtes ut som om hun var usikker og ville være helt sikker for ikke å gjøre feil. Hun sa også at hun ikke visste helt hvordan hun skulle tegne strekene i rutenettverket (FH). Jeg veiledet og sa at hun skulle lage 10 streker. Line ville lage 5 ruter og fargelegge 3 (FH). Hun uttrykte igjen at hun var usikker på hvordan hun skulle lage 10x10 rutenettet. Dette kan tolkes som om hun enda ikke hadde grepet hensikten med 100 rutenettet. Hun var taus i 15 sekunder og sa at hun hadde farget 3 ruter siden det var tre femdeler. Line var usikker (SB), og hun trengte en bekreftelse for å jobbe videre.

Klara jobbet med oppgave 4.

> «**Klara:** Men da har du i alle fall en. Så har du to og så har du ja. En, to, tre fire. Hver av de er jo ti......Og så må du dele hver og enkelt opp i fire. Æææ. Om jeg er dum eller hva er det som feiler meg i dag?»

Nå fikk Klara en følelse av at hun var dum (SB) for hun mente selv at hun ikke var god i matematikk. Klara fortalte at det var ingen som hadde sagt noe til henne, som eventuelt kunne gitt henne denne følelsen. Hun mente selv at hun generelt ikke var god i matematikk. Det var hun selv som sa det til seg selv. Hun opplevde at hun gjorde feil igjen. Til tross for det fortsatte hun med arbeidet. Hun hadde sannsynligvis en sterk vilje siden hun ikke gav opp når hun ikke opplevde mestring.

> «**Klara:** Da vet jeg liksom ok det skal jeg gjøre, det skal jeg gjøre. Men hvis det er noe jeg synes er vanskelig så er det liksom, blir jeg skikkelig usikker på hva som er hva, om det er rett eller feil.»

Klara var generelt ikke motivert for arbeidet med matematikk. Hun hadde alltid strevd med faget og ikke forstått det skikkelig, mente hun selv. Når oppgavene ble vanskelige, og hun ikke forsto, tenkte hun at hun ikke kom til å forstå. Da tenkte hun også at det ikke var verdt å prøve å få det til (MB). Når hun tenkte slik, ble hun sliten på en måte og kunne få vondt i hodet (SB). Når Klara jobbet med disse oppgavene, følte hun seg forvirret. Samtidig opplevde hun at hun måtte tenke skikkelig for å få de til. Bare at det var brøk gjorde henne generelt forvirret. Hva denne forvirringen besto i uttrykte Klara slik: «Det er liksom sånn tre åttende deler, så tenker jeg først på hva blir tre delt på åtte, eller hvordan skal jeg gjøre det, om jeg skal gange eller om jeg skal dele eller hvordan jeg skal finne ut svaret liksom.» Når hun opplevde denne forvirringen, hoppet hun som regel over oppgaven. Etterpå gikk hun tilbake til oppgaven for å prøve å finne ut hva svaret skulle bli. Det var vanskelig, for hun ble veldig stresset. Når hun ble stressa, gikk alt i surr. Da visste hun ikke hva svaret skulle bli, eller hva hun skulle gjøre (SB).

Når Sina jobbet med oppgave 1, fikk hun spørsmål om hun følte eller kjente på noe spesielt. Det gjorde hun ikke, men hadde oppgaven bestått av vanskeligere tall, og hun ikke hadde klart å tenke seg til svaret, ville hun blitt litt stressa (SB), og ikke visst hvordan å tenke seg fram til svaret (BF), sa hun. Hun mente selv hun ikke var så flink til å gjøre om brøk.

I oppgave 3 trodde Sina at prosenten var 60% og desimaltallet 0,6. Selv om forslagene hun kom med, og svarene hun gav var gode, var hun stadig usikker. Hun ville ha bekreftelse om at hun var på rett vei. Da stilte Sina spørsmål til meg om hennes tenkning var riktig eller ei. Jeg ba henne om å prøve ut det hun tenkte.

Sina sa hun bare var usikker på seg selv, og at det var årsaken til hennes søken om bekreftelse. Muligens kan usikkerheten Sina uttrykte her være påvirket av hennes manglende strategier for gjenkalling og forståelse av hensikt og begrep (FH), (BF), (GS). Det er også tenkelig at følelsene hennes influerte triaden.

Når Klara for eksempel sa: «Å. Jeg sliter med desimaltall», så det ut som om hun var lei seg for det. Dermed var det også mulig å skille mellom motivasjon og sensitivitet i bedømmelsen av Klara ut fra en opplevelse av kroppsspråket til eleven. Typisk virket det som Klara var usikker, ble stressa og forvirra. Det påvirket triaden negativt.

4.1.7 Motivasjonsbedømmelse (MB)

Vanskelige oppgaver som ikke ble forstått, bidrog til tanken om at det ikke var mulig å forstå, og at det ikke var verdt å prøve. I motsatt fall om oppgaven opplevdes som enkel og mulig å løse, ble Line motivert. Tanken på gode karakterer for videre kvalifisering til videre skolegang og framtidsmuligheter motiverte. Om hun gjorde feil fortsatte hun likevel med arbeidet. Det viste motivasjonen til Line, som resulterte i ekstra innsats i faget.

Starthjelp og tett oppfølging i matematikkoppgaveløsingen i liten gruppe av en ungdomsskolelærer da Dina var ungdomsskoleelev, motiverte og bidrog til at hun følte seg sett av lærer. Mye tid og oppmerksomhet fra lærer var avgjørende for hennes matematikkfaglige utvikling, mente hun selv. Dersom Dina ikke fikk til matematikkoppgavene eller det ble feil, ble hun irritert på seg selv (SB). Det hjalp henne ofte med å finne en løsning også (MB). Jeg spurte henne på hvilken måte det hjalp henne når hun ble irritert på seg selv. Dina fikk et *«jammen jeg skal jo få dette til»*, og da så hun det på en ny måte. Da kunne det være at hun klarte å løse oppgaven. Irritasjon (SB) kan derfor bli et stimuli til å jobbe videre med å finne en løsning på oppgaver og følgelig også virke motiverende (MB).

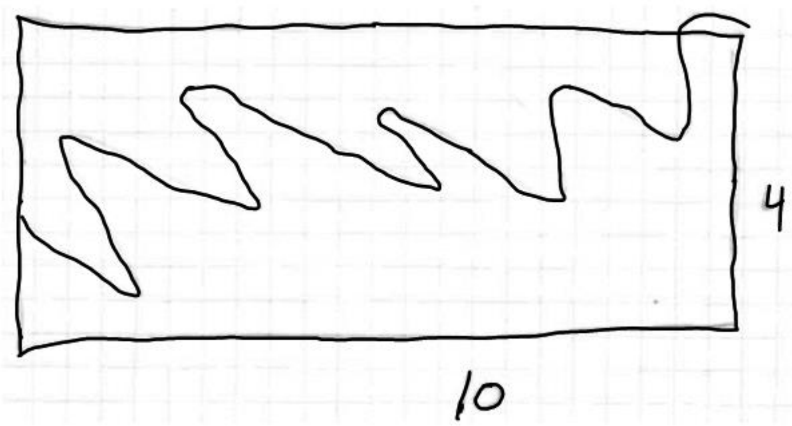
Å jobbe med matematikkoppgaver på en foretrukket egen måte, for eksempel alene, med andre eller kun medelever, kunne virke motiverende. Dina prøvde seg fram mellom ulike løsninger og brukte forskjellige strategier som for eksempel å lete i læreboka eller forhøre seg med andre elever eller voksne. Dette indikerte en indre motivasjon, og hun brukte gjenkalling og utviklet strategier for å finne en løsning på matematikkoppgaven. Å bli sett og lagt merke til ved at læreren for eksempel kommenterte at Dina jobbet, og sa hei når en treftes, og at en ble hjulpet på en tilpasset måte av lærer, motiverte henne. Dina måtte også være mottakelig for dette, skulle det være gavn i hjelpearbeidet.

Å finne ut av ting og tenke logisk rundt en problemstilling var motiverende, mente Siv. Sina derimot syntes en kjedelig lærer var demotiverende. Da kunne hun bli likegyldig til matematikk, tok ikke faget seriøst og ville ikke jobbe med oppgaver. På den annen side når hun klarte en oppgave, fikk hun lyst til å få til mer. Da ble det også kjekkere, mente hun.

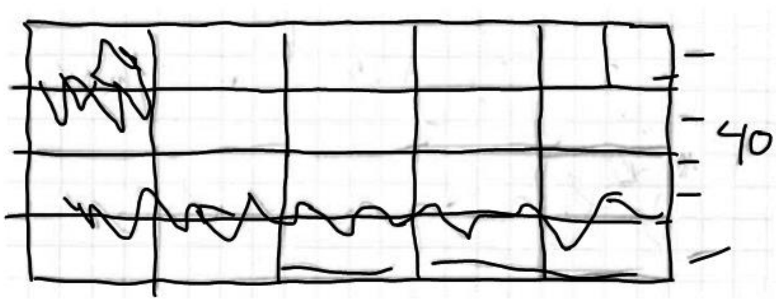
Når faget ikke opplevdes som kjekt, kunne grunnen være mye jobb, slit og strev og manglende mestring i matematikkfaget. Ella kunne bli motivert av å prøve å mestre for å få bedre karakter i faget.

4.1.8 Skriftlig matematisk kommunikasjon (SK)

Den skriftlige kommunikasjonen (SK) var sparsommelig, og skissene av Klaras 4x10 rutenett var unøyaktig.



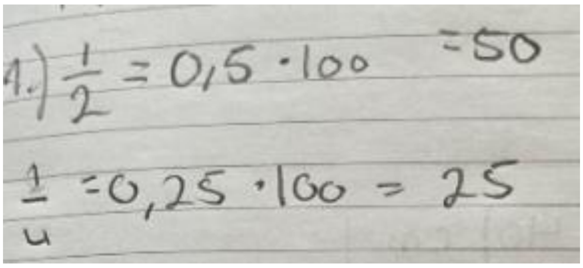
Figur 22 4x10 rektangel/rutenett laget av Klara.



Figur 23 4x10 rektangel/rutenett laget av Klara.

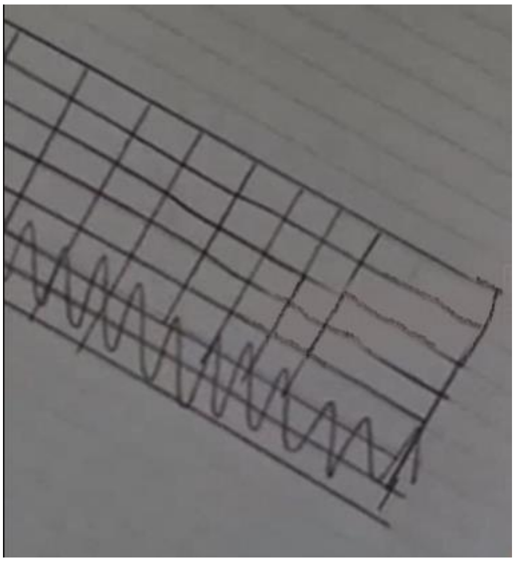
Det kan være en fordel med større grad av nøyaktighet for å vise bedre forståelse av begrepet rutenett.

Det hendte at Ella ikke brukte likhetstegnet riktig.



Figur 24 Bruk av likhetstegnet laget av Ella.

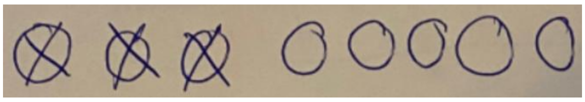
Det kan tyde på manglende forståelse av begrepene brøk, prosent og desimaltall. Både hennes muntlige - og skriftlige kommunikasjon (MK) og (SK) bar preg av manglende sammenheng. Det var veldig utfordrende å følge tanken og logikken hennes. Hun var forvirret. Da gikk jeg tilbake til rutenettet på 4x10 (G), og hun lurte på om hun skulle tegne inn 20 ruter. Når jeg gjorde henne oppmerksom på at 4 ganger 10 var 40, og det hadde hun sagt tidligere, innså hun at det måtte bli 40 ruter inne i rektangelet. Hun lagde et rutenett, men hun var litt rask, visste ikke helt hva hun gjorde, bare skriblet over noe (SK).



Figur 25 4x10 rektangel laget av Ella.

Siv kommuniserte muntlig godt matematiske idéer i oppgave 1 (MK) idet hun viste god begrepsforståelse (BF) omkring brøk, prosent og desimaltall. Hun hadde dermed kanskje ikke bruk for å lage noe skriftlig (SK), som kunne være en hjelp i oppgaveløsingen. Hun kunne svarene på oppgaven. Det viste seg at bakenfor lå en god forståelse av begrepene brøk, prosent og desimaltall, og hun fant lett hensikten med spørsmålet i oppgaven. Siv viste også en mulig gjenkallingsstrategi når hun representerte 37% som 37 ruter i et 100-rutenett. Hadde hun ikke hatt så god begrepsforståelse, var det usikkert om hun hadde kommet på denne gjenkallingsstrategien. I de andre intervjuene viste elever, som ikke kom på strategiene selv, at de kunne gjenkalle en strategi ved hjelp av mine spørsmål om gjenkalling. Andre ganger kunne jeg også «servere» strategien til eleven. For de som kunne ta imot denne, bidrog det også til gjenkalling av begrepene brøk, prosent og desimaltall hos elevene og bedre forståelse av hensikten med oppgaven.

Siv tegnet (SK) alle delene som sirkler og krysset ut de hun skulle ha tak i. Hun lagde regnestykket $3:8$. Utfordringen var å bruke divisjonsalgoritmen og regne ut.



Figur 26 Brikker – strategi laget av Siv.

Sina kommuniserte muntlig svarene riktig (MK) i oppgave 2, men den skriftlige kommunikasjonen (SK) var ikke helt grei. Hun skrev for eksempel $12{,}5 = 37{,}5\%$. Her utgjorde 1 del $12{,}5\%$, og 3 deler utgjorde $37{,}5\%$. Hun forsto, men klarte ikke å skrive svarene riktig.

4.1.9 Muntlig matematisk kommunikasjon (MK)

Flere av elevene klarte ikke å kommunisere matematikk på egen hånd. De var avhengige av en som kunne hjelpe dem med gjenkalling og samtale om tema de hadde erfaring fra og som interesserte dem. Etter hvert i samtalen, som kunne vare i 20 til 30 minutter, viste eleven noe matematisk kompetanse. Hele intervjuet varte i omkring 60 minutter. Den muntlige kommunikasjonen viste at eleven var avhengig av en diskusjonspartner for å klare å gjenkalle temaet i matematikken.

I og med at elevene deltok i et kognitivt intervju kommuniserte de hovedsakelig tankene muntlig, for eksempel hvordan tre deler av åtte kunne relatere til en løpebane på 400 meter. De fant da ut hva en del utgjorde for så å finne tre deler, som oppgaven spurte etter. Donna omtalte seks deler av førti ved å si at om jeg bare finner 1% av 40 så kunne en bare gange det med 6 for å finne ut hvor mange prosent det var. Rent matematisk hadde Donna misforstått noe her, men eleven kommuniserte i alle fall og var på vei mot en annen forståelse. Den matematiske diskursen mellom eleven og meg var et uttrykk for de kognitive prosessene eleven erfarte akkurat når samtalen fant sted.

Ella prøvde 3 delt på 8. Hun tok først 3 og kom fram til at det måtte bli 6 komma noe, men visste at det var helt feil. Hun ganget 3 med 2 for å finne et tall som gikk opp i 8. Hele tiden sa hun etter en tankerekke at det ble helt feil. Jeg lurte på hvordan hun satte opp regnestykket. Hun sa da hun hadde gjort helt feil, for hun mente selv hun hadde delt på to, men sa nå at hun skulle dele med åtte. Nå delte hun åtte på tre og uttalte at det ikke var mulig, for det gikk ikke opp. Det var kun mulig å dele tre på åtte. Nå ville hun låne en 0, men spurte om det var mulig. Ella fortsatte, men mente selv at hun fortsatt gjorde feil, men visste ikke selv hva hun gjorde galt. Den matematiske diskursen (MK) bar preg av at hun var forvirret, og hun hadde ikke nok klare tanker om hvordan hun kunne gå fram for å løse oppgaven (BF). Her hadde Ella en matematisk samtale med seg selv. Det kunne mange ganger føre fram, men i dette tilfellet viste monologen at hun ble bare mer og mer forvirret. Både hennes muntlige - og skriftlige kommunikasjon, (MK) og (SK), bar preg av manglende sammenheng. Det var veldig utfordrende å følge tankegangen og logikken hennes.

> «**Ella:** Ja. Og så egentlig pleier jeg å tenke at den 3 der, at den tar jeg vekk og tenker den er 1. Så tenker jeg det må være 20 og så 40 og så 60. Så da vet jeg jo at det blir 60 prosent. Og da blir det null komma seks i desimaltall.» (FH), (BF), (GS), (MK)

Ella hadde behov for bekreftelse fra meg. Det kan tyde på at hun var usikker på egen tenkemåte. Men hun kommuniserte logisk her (MK), og hun hadde en grei konklusjon om å fargelegge litt over halvparten lik 60%. Hun forsto hensikten med oppgaven. Her kom triaden til uttrykk ved de sentrale kognitive kodene som (FH), (BF) og (GS). (FH) var at eleven skulle skrive $\frac{3}{5}$ som prosent. (BF) var at hun kunne skrive om prosenten til desimaltall og omvendt. Ella kjente sammenhengen mellom prosent og desimaltall. (GS) var tanken om å skifte ut 3 i telleren med 1 og telle opp fra 20 til 40 og ende på 60 til slutt. Dette evnet eleven å kommunisere godt muntlig.

Sina kommuniserte muntlig svarene riktig (MK), men den skriftlige kommunikasjonen (SK) var ikke helt grei. Hun skrev for eksempel $12{,}5 = 37{,}5\%$. Her utgjorde 1 del $12{,}5\%$, og 3 deler utgjorde $37{,}5\%$. Hun forsto det, men klarte ikke å kommunisere det riktig. Hva som var årsaken til at eleven sa noe og skrev noe annet skal være usagt.

4.1.10 Ordvalg (OV)

Når temaene om desimaltall, prosent og brøk opplevdes vanskelig for elevene, og de selv ikke hadde en løsningsstrategi, forsøkte jeg å gjenkalle noe av deres mulige kunnskap ved å dreie samtalen over på et annet tema. Jeg ville vite hvilke erfaringer eleven hadde med desimaltall og stilte spørsmål om elevens erfaringer. Dette spørsmålet forsto ikke Klara (OV). Kanskje forsto hun ikke ordet erfaringer? Jeg ble da mer konkret og spurte om hun hadde jobbet hjemme på kjøkkenet eller om hun hadde sett noen desimaltall slått opp i butikken. Jeg spurte også om hennes interesser og om hun drev med idrett (G). Tanken var nå å undersøke om det var mulig å gjenkalle noen kunnskaper, som hun kunne bruke i det videre arbeidet. Klara fortalte hun hadde drevet med idrett, men nå jobbet hun i et bakeri. Her bakte hun mest boller, og jeg spurte etter hvilken oppskrift hun brukte og hvordan disse så ut (G). Klara fortalte at oppskriftene var ulike alt etter hvilke boller som skulle lages og la til: «Men det er mest slik sånn ja desiliter og milliliter og ja sånn.» (FH). Klara skjønte hensikten med det hun gjorde. Hun visste at hun ofte brukte 5 dl, og at volumet var avhengig av hvor mye hun skulle lage. Da hun fikk spørsmålet om hva som var halvparten av 5 dl, visste hun at det var 2,5 dl og at det var et desimaltall. Ved å snakke om et tema som Klara hadde egen erfaring fra, kunne jeg gjennom samtalen med henne, lage en strategi for gjenkalling (GS). I 4x10 rektangelet brukte Klara ordet klosser, (OV) som skulle symbolisere kvadrater (GS). Hun manglet en rad og la til en (FH) for å få 40 klosser.

Line satt opp 2,5 seks ganger fordi hun hadde fargelagt 6 ruter (FH), og hun ville gange 6 med 2,5 fordi en rute representerte 2,5% (BF). Hun visste at multiplikasjon var gjentatt addisjon, og det kunne hun utføre (BF). Svaret ble 15%. Ordet desimaldel skjønte hun ikke (OV), men når hun fikk spørsmål om hva desimaltallet til 15% var, visste hun at det var 0,15.

Line hadde ikke forståelse for begrepet brøk.

> «**Forsker:** Ok. Hvis du skulle delt opp eller knust opp denne figuren. Kall det for en steinblokk for eksempel. Klarer du å se det for deg? En steinblokk?» (G)
>
> «**Line:** Ja.»
>
> «**Forsker:** Og du skulle knust den opp i like store deler i forhold til det du har fargelagt. Hva ville da de delene du knuste den opp i bli?» (OV)
>
> «**Line:** ....Det går jo ikke opp med ...Der er det 6, der er det 6 og der er det 6 men så er den igjen.»

Ved å endre valg av ord fra brøkdel til å snakke om å knuse opp steinblokker, virket det som at det gav mer mening for Line. Men siden «knusingen» ikke gikk opp i like store deler av seks steinblokker, siden det var 4 steiner til overs i 4x10 rutenettet/rektangelet, ble dette problematisk for henne.

4.2 Analyse på tvers av intervjuene – et mønster i de kognitive kodene

De kognitive kodene eller de kognitive prosessene i tenkningen til elevene sto ikke for seg selv. Resultatet fra de kognitive intervjuene talte for at det måtte være en sammenheng mellom kodene og at de også var avhengige av hverandre. Derfor ble det riktig og viktig å vise mulige sammenhenger mellom de kognitive prosessene, som ble observert hos elevene, gjengitt som kognitive koder fra de kognitive intervjuene av elever på vg1-yrkesfag. Sammenhengene ble illustrert som et mønster, og jeg gav eksempler fra de kognitive intervjuene for å belyse dette.

Elevene fikk fire oppgaver om brøk, prosent og desimaltall. Det så ut som om at brøkene $\frac{1}{2}$ og $\frac{1}{4}$ var rimelig godt kjent, som henholdsvis en halv eller null komma fem og en firedel eller null komma tjuefem. Men å forklare hvorfor en halv var 50% var noe mer utfordrende for mange av elevene.

Det viste seg også at når teller var et oddetall og nevner var et partall sto de aller fleste elevene ganske fast. De manglet en strategi som eventuelt kunne ført fram. Mantraet var at divisjonen ikke gikk opp, og dermed var det ikke mulig å regne det ut. Etter flere gjenkallinger fra min side, kom eleven på noe mer og klarte kanskje å komme fram til løsningen. Uten denne støtten hadde nok ikke eleven klart noe som helst av oppgaven.

I de kognitive intervjuene utkrystalliserte det seg to ulike tilfeller:

1. Eleven manglet en gjenkallingsstrategi, hadde en uklar forståelse av hensikten med oppgaven og en svak forståelse for begrepene brøk, prosent og desimaltall. Gjenkallingsprosessen skjedde ikke automatisk hos eleven og fordret mine gjenkallingsspørsmål.
2. Eleven hadde en klar forståelse for hensikten med oppgaven, en tydelig gjenkallingsstrategi og god forståelse for begrepene brøk, prosent og desimaltall. Gjenkallingsprosessen skjedde automatisk hos eleven uten mine gjenkallingsspørsmål.

I tilfelle2 klarte eleven seg meget godt og løste oppgavene uavhengig av meg. Derimot i tilfelle1 hadde eleven et meget stort behov for en diskusjonspartner for å komme videre i oppgaveløsingen. Jeg som forsker fungerte da som en samtalepartner som var på jakt etter hvordan eleven tenkte i de ulike oppgavene. Det typiske var at jeg stilte spørsmål til elevene som mulig kunne bidra til gjenkalling hos dem og dermed en gjenkallingsstrategi. I flere situasjoner viste det seg at om en bare brukte nok tid og holdt samtalen i gang, kom faktisk elevene på mer og mer. Elevene viste derfor mer og mer kunnskap. Dette tok som regel 20 til 30 minutter. Det viste uttrykkelig deres behov og hvilke lærerressurser disse elevene trengte. I en vanlig skolehverdag er det ytterst få elever som har tilgang til så mange lærerressurser. Hvordan dette eventuelt kan bli løst i skolen i dag er høyst usikkert og ikke et tema for denne masteroppgaven. Derfor vil jeg ikke gå mer inn på det, men bare si det er et viktig tema å adressere for alle deltakere i skolen i dag.

Basert på intervjuene oppsto det et mønster i de kognitive kodene som funksjon av elevenes tenkning og den matematiske diskursen i de kognitive intervjuene. Sentralt var elevenes evne til gjenkalling. Uten gjenkalling av strategier, begreper og hensikt klarte ikke elevene å komme videre i oppgaveløsingen. De ulike kognitive prosessene representert med kognitive koder i denne oppgaven så ut til å påvirke hverandre gjensidig. Elevene kunne ha en tilsynelatende forståelse for oppgavens hensikt, men en manglende gjenkallingsstrategi påvirket elevenes mulighet til å uttrykke deres begrepsforståelse og deres forståelse av hensikten med oppgaven eller motsatt. Når gjenkallingsstrategien var mangelfull hos eleven, viste eleven lav forståelse for hensikten med oppgaven og mangelfull begrepsforståelse. I motsatt fall når gjenkallingsstrategien var god, viste eleven forståelse for hensikten med oppgaven og begrepsforståelse.

Triaden (forståelse av hensikt, begrepsforståelse og gjenkallingsstrategi) hos eleven ble påvirket av mine forsøk på gjenkalling av elevens kunnskaper. Typisk når dette var vellykket ble triaden påvirket positivt slik at eleven fikk vist mer kompetanse i matematikk. Klarte jeg ikke gjenkalling hos eleven, kom man ikke videre i løsningsprosessen.

4.2.1 Tilfelle1 – «Slitereleven»

Rollen min som forsker var å undersøke de ulike kognitive prosessene hos hver elev ved å stille dem spørsmål, som de forhåpentligvis kunne svare på. Slik kunne det muligens oppstå en matematisk samtale mellom dem og meg, slik at kunnskaper og ferdigheter om matematikk, som var lagret i deres hukommelse, kunne komme til syne. Dersom jeg i flere tilfeller ikke hadde stilt gjenkallingsspørsmål, var det sannsynlig at den kognitive prosessen hos elevene stoppet mer eller mindre opp. I alle fall var dette en antakelse som ble gjort fra min side. Derfor, når det ble langvarig taushet, eller at eleven sa tydelig fra om at dette fikk hun ikke til, var det nødvendig med emosjonell støtte, oppmuntring og gode spørsmål som både opplevdes positive, lystbetonte og gjenkallende for eleven. Nå var jo dette en spesiell situasjon for eleven med en til én intervju og matematikkoppgaver som opplevdes som ganske utfordrende. Samtidig var det frivillig, og jeg opplevde eleven som positiv og motivert for oppdraget. Det var en god forutsetning for å få gode og ærlige svar i det kognitive intervjuet.

Når temaene om desimaltall, prosent og brøk opplevdes vanskelig for Klara, og hun selv ikke hadde en løsningsstrategi, forsøkte jeg å gjenkalle noe av hennes mulige kunnskaper ved å dreie samtalen over på et annet tema. Jeg ville vite hvilke erfaringer hun hadde med desimaltall, og jeg spurte henne om dette. Hun forsto ikke spørsmålet (OV). Kanskje skjønte hun ikke ordet erfaringer? Jeg ble da mer konkret og spurte om hun hadde jobbet hjemme på kjøkkenet eller om hun hadde sett noen desimaltall slått opp i butikken. Jeg spurte også om hennes interesser og om hun drev med idrett (G). Tanken min var nå å undersøke om det var mulig å gjenkalle noen kunnskaper som eleven kunne bruke i det videre arbeidet. Klara fortalte hun hadde drevet med idrett, men nå jobbet hun i et bakeri. Her bakte hun mest boller, og jeg spurte etter hvilke oppskrifter hun brukte og hvordan disse så ut (G). Klara fortalte at oppskriftene var ulike alt etter hvilke boller som skulle lages og la til: «Men det er mest slik sånn ja desiliter og milliliter og ja sånn.» (FH). Klara svarte villig og skjønte hensikten med det hun gjorde. Hun visste at hun ofte brukte 5 dl, og at volumet var avhengig av hvor mye hun skulle lage. Da hun fikk spørsmålet om hva som var halvparten av 5 dl, visste hun at det var 2,5 dl og at det var et desimaltall. Så ved å snakke om et tema som eleven hadde egen erfaring fra, kunne jeg gjennom samtalen med eleven lage en strategi for gjenkalling (GS).

Klara forklarte også en halv ved å gi et pizzaeksempel: «Ehh. Tenk at du har en hel pizza for eksempel og du spiser den halve.» Nå viste hun god forståelse for begrepet en halv (BF). Jeg hadde gjenkalt (G) denne kunnskapen ved å stille flere spørsmål som fikk henne til å fortelle om egne erfaringer. Historien om baking fungerte sannsynligvis nå for henne som en gjenkallingsstrategi, en måte å bringe fram egen kunnskap om en halv som brøk, prosent og desimaltall.

Jeg ville at Klara skulle bruke sammenligning og ledet henne til å sammenligne en hundredel med en firedel (G). Responsen fra eleven var da: **«**At 100 prosent er liksom en hel. Derfor blir det jo ikke mer enn hundre. 4-en er liksom...Si at du har et pizzastykke og så er det kun 4 stykker, og det du spiser er den ene og til sammen så blir det liksom hundre prosent. Og hundre prosent delt på fire er jo 25. Ja.» Klara visste at en firedel var 25 prosent.

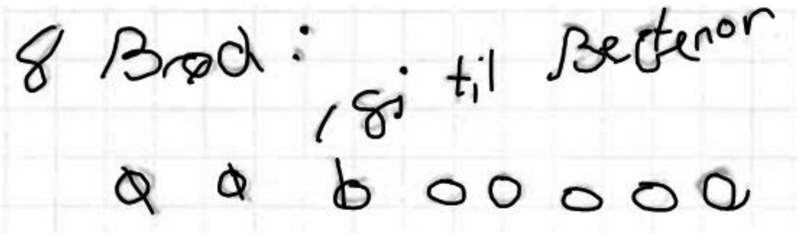
Etter at jeg stilte spørsmål om sammenligning, som i seg selv er en strategi (GS), klarte Klara å gjenkalle kunnskaper om prosent og brøk. Nå viste hun forståelse av hensikten med oppgaven og forståelse for begrepene brøk og prosent (FH), (BF). Her kom mønsteret om gjenkalling frem som et sentralt kognitivt element som influerte triaden.

Når Klara skulle gjøre om $\frac{3}{8}$ til desimaltall og prosent, gjenkalte (G) hun umiddelbart pizza og delte den i åtte deler.

Figur 27 Pizzaoppdeling laget av Klara.

Klara mente også det var smart å tegne den opp (G) for å få klarhet i hva oppdelingen betydde. Hun sa: «Ja. Da har vi åtte deler. Da har du tre av de delene så har du fem igjen.......Men tre åtte deler.....Å ja. Nei....Det blir jo ikke det.» Gjenkallingen hadde enda ikke forløst triaden eller deler av den som for eksempel forståelsen av hensikten, begrepsforståelse og gjenkallingsstrategi. Klara var litt usikker på hva oppdelingen skulle bety og fortsatte tenkingen rundt denne tematikken.

Klara jobbet med å få grep om begrepet brøk og spesielt $\frac{3}{8}$ (BF). Hun var enda ikke på sporet av en strategi som kunne hjelpe henne til å finne en løsning på oppgaven. Jeg ville da tilbake til baking som hun fortalte om i oppgave 1. Atter en gang forsøkte jeg med en gjenkalling (G). Sjefen hennes ønsket at hun skulle bake åtte brød. Det gav ikke umiddelbart gjenklang hos Klara, og jeg utdypet med et forslag om å skissere de åtte brødene (GS). Eleven tegnet etter eget påfunn åtte sirkler og utdypet strategien; tre av disse åtte skulle bestemora få. Nå skjønte Klara i alle fall mer av hensikten med oppgaven, nemlig overført til et praktisk eksempel at tre av de åtte brødene var til bestemora. Bestemora var litt kravstor og ville også ha desimaltallet av disse tre av åtte. Klara fikk et tips om at alle åtte brødene utgjorde alt. Alle åtte utgjorde den hele, var lik 1. Da visste bestemora at desimaltallet Klara var på jakt etter måtte være mindre enn 1 (GS).



Figur 28 Brød til bestemor laget av Klara.

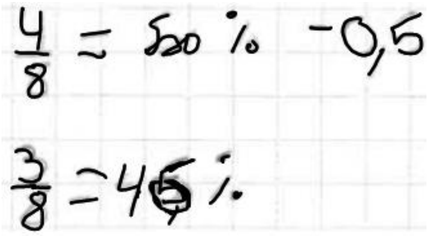
Samarbeidet vårt dreide seg nå om å legge til rette for en mulig gjenkalling av kunnskaper om prosent, desimaltall og brøk og en strategi for å løse oppgaven. Ville denne diskursen kunne påvirke muligheten for Klara til å vise mer forståelse for begrepene prosent, desimaltall og brøk og i tillegg komme opp med en strategi som kunne lede henne til en løsning av oppgaven? Jeg lurte nå på om Klara hadde noen tanker for hvordan hun kunne finne dette tallet som var mindre enn 1 og det samme som $\frac{3}{8}$.

Klara var fortsatt usikker, og hun kunne ikke svare på oppgaven. Jeg ba henne om å begynne med å finne hva et brød utgjorde (GS) og la opp strategien for henne. Klara spurte om det var det samme som en åttendedel, og det bekreftet jeg at det var. Jeg gjenkalte med å spørre om det var en måte å starte på. Klara var enig i det, og hun visste at åtte deler utgjorde hundre prosent (BF). Hun skjønte også at hun måtte dividere tre på åtte for å finne prosenten (FH). Men Klara mente at det var umulig å gjøre den regneoperasjonen (BF). Hun klarte ikke å dividere 3 på 8. Hun hadde ikke forståelse for divisjonsalgoritmen (BF). Siden dette regnestykket ikke gikk, spurte jeg om hun kunne finne et regnestykke som lå i nærheten av tre delt på åtte, som hun kunne fikse (GS).

«**Klara:** Mmm... Det er bare fire delt på åtte.» (FH)

«**Klara:** .....Da er jo det halvparten. Så da blir det femti prosent.» (BF)

Jeg spurte Klara om hun syntes fire åttendedeler og tre åttendedeler var nokså likt. Det var hun enig i. Hun visste at $\frac{4}{8}$ var det samme som 50% eller 0,5. Jeg ba henne om å tippe hva tre åttendeler eller en åttendel var. Hun tippet at $\frac{3}{8}$ var 45%.



Figur 29 4/8 til 3/8? Laget av Klara.

Svaret var jo ikke riktig, så jeg måtte jobbe videre med gjenkallingsstrategien (GS) til Klara. Hun hadde ikke en egen strategi, og jeg spurte henne om det kunne være en måte å jobbe på for å finne det ut. Jeg ba henne om å tenke på at $\frac{4}{8} = 50\% = 0{,}5$. Eleven gjettet 45%, men hva ville hun gjøre for å bli mer sikker på svaret? Var det mulig for eleven å gå fra $\frac{4}{8}$ til $\frac{1}{8}$? Klara var fortsatt veldig usikker, og jeg spurte henne hvordan hun tenkte nå.

> «**Klara:** Jeg må kanskje dele fire på..., nei en på fire.., eller at du....Hvordan er det da? Femti delt på fire kanskje?» (FH)
>
> «**Forsker:** Femti delt på fire? Ok. Hvorfor vil du gjøre femti delt på fire?»
>
> «**Klara:** Fordi det er jo fire deler og du skal finne ut av de femti.» (BF)

Etter flere tankeutvekslinger mellom oss, begynte Klara å nærme seg en dugende strategi (GS). Hun sa at 50% tilsvarte 4 brød og 25% tilsvarte 2 brød. Hun kom ikke på av seg selv å dele 50 på 4. Når jeg spurte henne om hvordan hun skulle finne ut hva et brød tilsvarte i prosent, ved å gå fra to til en med 25%, svarte hun at du måtte dele tjuefem på to. Klara hadde vanskeligheter med å gjøre det.

> «**Klara:** Det blir jo, eh.....he..Blir ikke det bare fem, nei......»

Jeg spurte henne om hun hadde en annen måte å gjøre det på når hun ikke klarte å dele 25 på 2. «Hva må du gange 2 med for å få 25», spurte jeg henne. (GS)

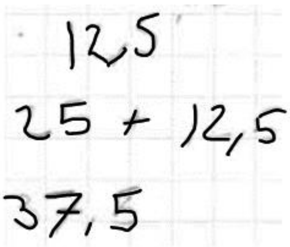
> «**Klara** ....Jeg teller alltid på fingrene. Ææ.
>
> 2,4,6,8,10,12,14,16,18,20. Men det går jo ikke.»

Siden det ikke gikk opp, spurte jeg hva hun måtte gange 2 med for å få 24. (GS)

> «**Klara:** Det er jo.. elleve, eller vent. Nei. Det er tolv.»

Da var Klara ganske nær det riktige svaret, men hun skulle prøve og feile flere ganger. Hun prøvde med 2 ganger 11,5 og fikk 23, 2 ganger 12 og fikk 24, 2 ganger 13 og fikk 26, og hun følte at det måtte være noe med 11,5. Hun visste ikke. Så prøvde hun på 2 ganger 12,5 og fikk 25.

Klara forsøkte å finne ut hvordan hun skulle dividere 25 med 2. Ut fra samtalen vår var det tydelig at hun ikke visste hvordan hun kunne utføre divisjonsarbeidet. Det ble en del prøving og feiling. Hun gjettet og multipliserte for å sjekke om svaret hun gjettet på var riktig eller ei. Hun hadde forstått hensikten (FH), men manglet forståelse for divisjon (BF). Hun hadde heller ikke en egen strategi (GS). Når hun hadde strategien på plass, utarbeidet sammen med meg i løpet av intervjuet, adderte eleven 12,5 to ganger og fikk 25. Til 25 adderte hun 12,5 og fikk 37,5. Da kunne Klara svare etter mangt et strev at $\frac{3}{8}$ tilsvarte 37,5% og 0,375.



Figur 30 Multiplikasjon som gjentatt addisjon utført av Klara.

I oppgave 3 skulle Klara identifisere brøken $\frac{3}{5}$ som desimaltall og prosent i et 10x10 rutenett.

> «**Klara:** Da tar du jo bare fem delt på en...Nei...Jo...Nei Fem delt på hundre mener jeg..........Men det går jo heller ikke. Eller det. Nei.......»

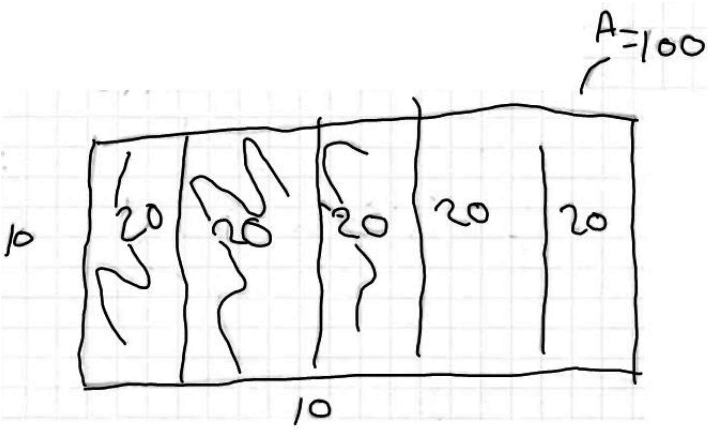
Klara hadde skjønt at på en eller annen måte måtte hun finne hva én del av de fem utgjorde i prosent. Hun visste ikke helt veien om én, altså hvordan hun skulle gå den (GS). Jeg forsøkte en ny gjenkalling (G) ved hjelp av brødbakingen. Nå skulle hun bake 100 brød istedenfor 8 som tidligere. Tankegangen var at ett brød representerte en rute i 10x10 rutenettet. De hundre brødene skulle hun dele på fem elever. Da sa Klara: «Hundre delt på fem. Det er jo femti. Nei hva er...Hundre delt på fem. Det er noe jeg burde kunne. Men nei, jeg kommer ikke på sånn raskt i hodet.» Klara klarte ikke denne divisjonen. Jeg forsøkte med åtte brød delt på to elever (G) for å gjenkalle noe som kanskje var lettere, for så å gå til noe som var vanskeligere. Jeg repeterte rutenettet (G), som skulle deles i fem like store deler, og spurte henne hvor stor hver del måtte bli (FH).

> «**Klara:** ....Ææ. Hundre delt på fem blir det jo da.» (FH)
>
> «**Klara:** ....Uæ......Hm.. Hundre delt på fem.......Blir ikke det....Jo det blir jo tjue.»

I gjenkallingen gikk jeg veien om kjent brødbaking tilbake til rutenettet. Da klarte Klara divisjonen 100 delt på 5. Det gikk opp.

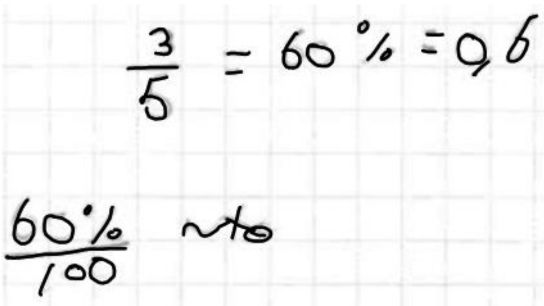
Spørsmålet var om hun kunne bruke det til å løse oppgaven (FH). Jeg brukte nå penger som et eksempel og sa at dersom hun delte 100 kroner på fem elever, fikk hver elev 20 kroner (GS). Det var Klara helt enig i. Likevel klarte hun ikke å overføre dette til oppgaven hun skulle løse. Da forsøkte jeg med å dele opp ei kake (G) i fem like store deler og til sammen var det hundre like kakestykker (GS).

> «**Klara:** Ja. Men det blir jo tjue og så blir jo det seksti... Altså tre femdeler blir seksti prosent.»



Figur 31 10x10 rutenett laget av Klara.

> «**Forsker:** Hvorfor det?»
>
> «**Klara:** Fordi hver slik del er tjue. Tjue ganger fem er hundre. Så hver deres del blir seksti.»



Figur 32 Tre femdeler av Klara.

Etter bruk av flere strategier kom gjennombruddet. Klara skrev 0,6 og forklarte grunnen til det slik:

> «**Klara:** Fordi at det er jo ti. Du må jo gange. Ok. Det som er greiå er at du har først prosenten, deler du det på hundre og ganger med ti.»
>
> «**Forsker:** Ok.»
>
> «**Klara:** ...Da har du jo.....Nei det blir jo ikke desimaltall ut av prosenten.»
>
> «**Forsker:** Du deler på hundre i alle fall.»

«**Klara:** Ja.»

«**Forsker:** Så hva skjer hvis du deler seksti på det hundre tallet da?»

«**Klara:** Ææ. Da har du jo null komma seks.»

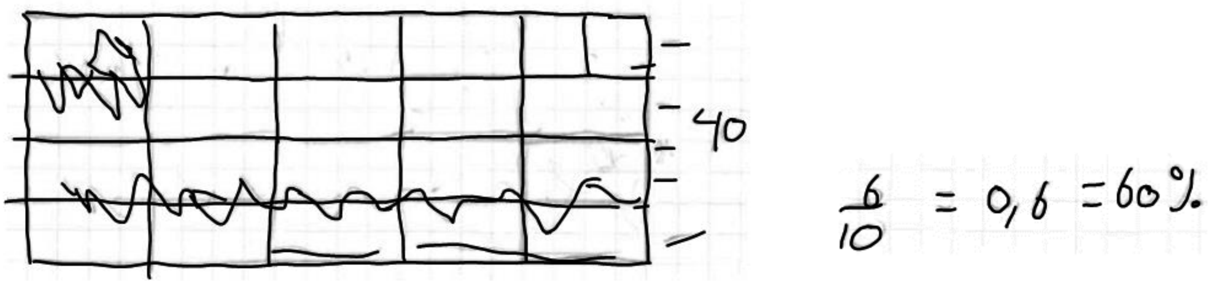
Klara viste forståelse for multiplikasjon og deler av en helhet som hun summerte opp til en prosentdel. I starten ville Klara dele 5 på 100 for hun mente at alle fem delene var til sammen 100% (BF). Jeg spurte henne om hva hun ville ha tippet at 5 delt på 100 ble.

«**Klara:** .....null komma tjue.... Nei. Jo.»

«**Forsker** Hvorfor får du null komma tjue?»

«**Klara:** Fordi fem ganger tjue er hundre.»

Klara hadde utfordringer med divisjonsarbeidet (BF), men klarte multiplikasjonen greit.
I oppgave 4 spurte jeg Klara om det var en annen strategi hun kunne bruke (G), istedenfor å utføre divisjonsarbeidet. Hva var det egentlig hun ble bedt om å gjøre? Klara sa hun skulle fargelegge seks små kvadrater i et 4x10 rektangel (FH). Når jeg spurte om hun hadde laget disse kvadratene, sa hun nei for hun visste ikke hvor mange kvadrater det skulle være. Hun var usikker på hvor mange kvadrater hun skulle fargelegge inne i 4x10 rektangelet. Nå var utfordringen at hun sa seks små kvadrater innledningsvis, når hun leste oppgaven, men klarte ikke å tegne dem opp (FH). Klara skjønte egentlig ikke enda hensikten med oppgaven. Jeg spurte etter ei kake fra bakeriet som hadde lengde ti og bredde fire (G). Så snakket jeg og Klara om hvordan hun ville delt opp ei slik kake i bakeriet. I bakeriet brukte de ikke en linjal, men la kaka på ei plate. Nå forsøkte jeg å visualisere (GS) for henne ved å be henne om å forestille seg at hun la kaka på plata. Kaken hadde en bestemt lengde på ti og bredde på fire. Klara responderte med et ja, men hun hadde ikke peiling på hvordan hun skulle dele kaken opp i førti like store kakestykker. Jeg gav ikke opp og sa at jeg trodde hun skulle klare det og tok fram linjalen og ba henne bruke den. Klara visste at linjalen viste cm, og hun kunne måle opp 10 cm. Jeg ba henne om å lage en ny figur som var 10 cm. (GS)



Figur 33 4x10 rektangel laget av Klara.

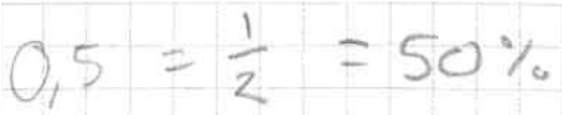
Når Klara hadde laget rutenettet som vist i figur 33, sa hun: «Ehh....Jeg føler du må ta førti delt på seks, men jeg vet ikke hvorfor?» Når Klara skulle dividere, ville hun gjerne ta et større tall og dele med et mindre tall (BF). Hun skjønte ikke at det også var mulig å dele et mindre tall på et større tall. Jeg spurte henne om hva et kvadrat var. Hun sa at det var slike små firkanter, som figuren over viste, og at de var likesida. (BF)

Den matematiske diskursen over viser en sammenheng mellom de kognitive kodene gjenkalling (G), forståelse av hensikten (FH), begrepsforståelse (BF) og gjenkallingsstrategi (GS). Jeg forsøkte først og fremst gjentatte ganger med gjenkalling (G). Når gjenkallingen ikke førte fram, forsøkte jeg med gjenkallingsstrategier (GS) i tillegg, for om mulig få eleven til å vise matematisk kompetanse (BF), (FH). Derfor kan sammenhengen mellom de kognitive kodene illustreres som mønsteret vist i figurene i neste kapittel. Dersom det ikke skjedde noen gjenkalling hos eleven, var det ikke mulig å komme på noen strategier, ei heller vise forståelse for begreper eller hensikten med oppgaven. Da kom eleven ingen vei i arbeidet med oppgaven.

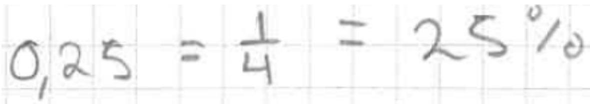
Line svarte på oppgave 1 ved å si at en halv er femti prosent og en fjerdedel var tjuefem prosent (FH). Hun var litt usikker på hvordan hun skulle skrive en halv som desimaltall, så jeg spurte henne hva som mentes med et desimaltall.

> «**Line:** Sånn null komma noe.» (BF)
>
> «**Forsker:** Null komma noe? Kan du skrive her hva det skulle være?» (G)
>
> «**Line:** ...Hva jeg tror det er?»
>
> «**Forsker:** Ja takk.»
>
> «**Line:** Ææ...0,5.»
>
> «**Forsker:** Ja. Og det er det samme som... Hvis du skulle skrive det som en brøk for eksempel?» (G)
>
> «**Line:** ...En halv 1/2»
>
> «**Forsker:** Mm. Og hvis du skulle skrive det som prosent. Hva ville du da foreslå?» (G)
>
> «**Line:** Ææ 50%.»
>
> «**Forsker:** Mm. Men hvis du ser på den andre oppgaven en fjerdedel. Hvordan vil du skrive det da?» (G)
>
> «**Line:** ....Ææ null komma tjuefem.»
>
> «**Forsker:** Ok. Kan du skrive det på arket? Tusen takk.»

«**Line:** ....(Hun skriver på arket.)»



Figur 34 En halv laget av Line.



Figur 35 En kvart laget av Line.

> «**Forsker:** Mm. .... (Eleven skriver på arket). Ja. så bra så bra. Når du tenker på brøk, hvordan vil du fortelle til andre som du kjenner hva brøk er for noe. Hva betyr det for noe?» (G)
>
> «**Line:** ...Det er... hvor mye av en del som er brukt, holdt jeg på å si.» (BF)
>
> «**Forsker:** Ja. Så flott. Hvis du skulle si det samme om for eksempel prosent. Hvis du skulle forklare hva prosent er, hva ville du da si?» (G)
>
> «**Line:** Hvor mange prosent av hundre som det utgjør.» (BF)
>
> «**Forsker:** Hm. Supert. Også hvis du skulle forklart desimaltall, hva ville du da ha sagt?» (G)
>
> «**Line:** ....Em...Det vet jeg ikke helt.» (BF)
>
> «**Forsker:** Nei. ok. ok. Hvis du ser på det tallet 0,25. Hvis du skulle beskrive 0,25 til noen du kjenner, hva ville du sagt da?» (G)
>
> «**Line:** ......Det er liksom...hundre og så er det tjuefem av hundre.» (BF)
>
> «**Forsker:** Ok. ok. Så bra. Hvis du ser på 0,5 da. Hvordan ville du ha forklart det?» (G)
>
> «**Line:** ......At det er halvparten.» (BF)
>
> «**Forsker:** Mm. Hva er det som er veldig spesielt med akkurat desimaltall i forhold til en brøk i forhold til femti prosent hvis du ser bare på måten du skriver det på?» (GS)
>
> «**Line:** ..Den har komma.»

Det var ikke lett for Line å svare. I utgangspunktet var hun i tvil om hva $\frac{1}{2}$ og $\frac{1}{4}$ kunne skrives som i prosent og desimaltall. Den matematiske diskursen ovenfor viser at det oppsto en gjenkalling (G) av kunnskapen til Line som en respons på gjenkallingsspørsmålet hvorpå hun uttrykte en forståelse (BF) for begrepene brøk, prosent og desimaltall. Her ser man også hvor sentralt gjenkallingen står i forhold til det å komme videre i oppgaveløsingen. Line hadde forståelse av hensikten med oppgaven i starten, men hun trengte hjelp med gjenkalling og gjenkallingsstrategi for å vise begrepsforståelse omkring brøk, prosent og desimaltall.

Jeg tok typisk utgangspunkt i elevens interesser og erfaringer når jeg formulerte spørsmålene i det kognitive intervjuet. Tanken bak var muligheten for eleven til lettere å kunne vise matematisk kompetanse, i motsetning til om jeg hadde brukt helt uinteressante tema for eleven.

Flere av de andre elevene som ble intervjuet, viste tilsvarende mønster hvor jeg forsøkte med gjenkalling av kunnskaper/strategier hos elevene, slik at de eventuelt kom på hva begrepene betydde, hvilke strategier de kunne bruke, og hva som var hensikten med oppgaven de skulle løse om prosent, brøk og desimaltall. Imidlertid var det en elev som skilte seg ut fra de andre, «Kontrasteleven» – tilfelle2.

4.2.2 Tilfelle2 – «Kontrasteleven»

En elev viste det motsatte, nemlig at hun gjenkalte selv både kunnskaper og strategier. Da ble det ikke nødvendig for meg å stille henne gjenkallingsspørsmål. Selve gjenkallingsspørsmålet ble ikke uttrykt direkte av Siv. Det var sannsynligvis unødvendig for henne. Dermed uttrykte hun uten «hjelp» fra meg forståelse for hensikten av oppgaven og begrepene prosent, desimaltall og brøk. Det viste seg at Siv hadde den matematiske kompetansen om brøk, desimaltall og prosent, som var nødvendig for å løse oppgavene. Det kognitive mønsteret var det samme som for de andre elevene, bare at nå styrte eleven selv egne kognitive prosesser uavhengig av meg. Jeg trengte ikke å stille henne spørsmål for gjenkalling.

> «**Siv:** Ok. Så En todel er det samme som en halv som vil si 50% og null komma fem som desimaltall. Og en firedel er det samme som eller hvis du deler 100 på 4 så får du 25 så blir det 25% og 0,25.»

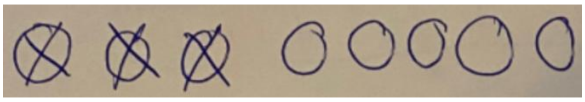
Hva brøkene, prosentene og desimaltallene egentlig betydde svarte hun at de forteller oss en del av en helhet (BF). Hun sa også en del av det hele tallet om desimaltallet 0,5 (BF). Om prosent sa hun at det betydde på en måte det samme, en del av det hele (BF). Så for 37% meddelte hun at det var 37 hundredeler (BF), og hun gav et konkret eksempel; det representerte 37 ruter i et rutenett med 100 ruter. Å nevne rutenett her viste at hun kunne bruke dette som en strategi for å finne ut hvordan å løse oppgaven (GS). Det viste seg at bakenfor lå en god forståelse av begrepene brøk, prosent og desimaltall, og hun fant lett hensikten med spørsmålet i oppgaven. Hun hadde nok ikke kommet på denne gjenkallingsstrategien om hun ikke hadde hatt så god begrepsforståelse. I de andre intervjuene viste elever som ikke kom på strategiene selv, at de kunne gjenkalle en strategi ved hjelp av mine spørsmål om gjenkalling. Andre ganger kunne jeg også «servere» strategien til eleven. For de som kunne ta imot denne, bidrog det også til gjenkalling av begrepene brøk, prosent og desimaltall hos elevene og bedre forståelse av hensikten med oppgaven.

Siv kommuniserte muntlig godt matematiske idéer i oppgave 1 (MK) ettersom hun viste god begrepsforståelse (BF) omkring brøk, prosent og desimaltall. Hun hadde dermed kanskje ikke bruk for å lage noe skriftlig (SK) som kunne være en hjelp i oppgaveløsingen. Hun kunne svarene på oppgaven.

Når Siv skulle gjøre om $\frac{3}{8}$ til desimaltall og prosent, brukte heller ikke hun divisjonsalgoritmen for hun ble motivert av å tenke logisk rundt en problemstilling (MB). Eleven var meget selvstendig og selvregulert. Hun var egentlig uavhengig av mine gjenkallingsspørsmål.

> «**Siv:** Em..Altså det som motiverer meg er på en måte at jeg liker på en måte å finne ut av ting, eller liksom... jeg liker å forstå ting logisk og sånt.»

Straks hun hadde lest oppgave 2 høyt for seg selv, formulerte Siv hensikten (FH) på denne måten: «Hvis du har 8 brikker og du skal ha 3 av dem.»
Deretter tegnet hun (SK) alle delene som sirkler og krysset ut de hun skulle ha tak i.



Figur 36 Brikker – strategi laget av Siv.

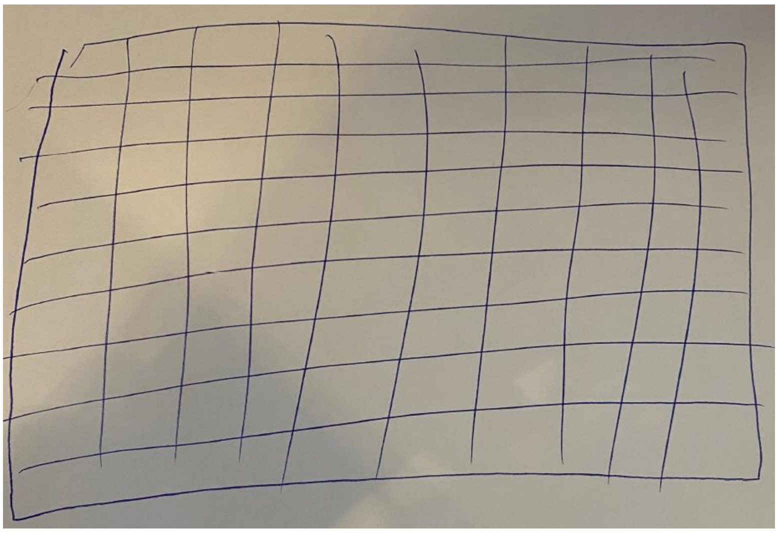
Så betraktet hun halvparten av dem og fant ut hva en av dem utgjorde i prosent for så å multiplisere dette opp med de tre hun skulle ha tak i. Det kommuniserte hun slik:

> «**Siv:** Hvis fire av de er 50%, og jeg deler 50 på 4 så får jeg em 12,5 tror jeg og så ganger du 12,5 med så mange som du skal ha. Og i dette tilfellet var det 3, så 12,5 ganger 3 er 37,5.»

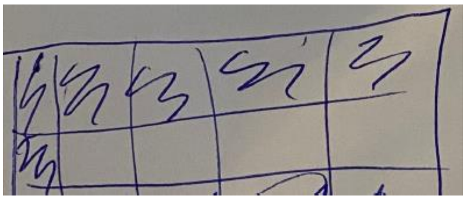
Her uttalte (MK) Siv en strategi (GS) som førte fram. Og forståelsen av begrepet (BF) brøken $\frac{3}{8}$ er 3 deler av 8, og derfor multipliserte hun 12,5%, som utgjorde en av sirklene, med 3 og regnet ut 37,5%.

Da jeg spurte om hun kunne løse oppgave 2 på en annen måte kunne hun delt 3 på 8, men at det hadde blitt vanskelig å gjøre som hoderegning. Her viste hun forståelse for oppgavens hensikt, og hun hadde også en annen strategi for å løse oppgaven.

Siv tegnet et 10x10 rutenett og et 2x5 rutenett. Hun ville forenkle oppgaven siden hun mente det var litt enklere å regne med 10 ruter istedenfor 100 ruter. Nå viste hun forståelse for hensikten med oppgavene (FH), forståelse av begrepet rutenett (BF) og gjenkalte en strategi ved å foreslå en annen dimensjon av rutenettet (GS). Dette kommuniserte hun muntlig (MK) og tegnet rutenettene opp (SK).



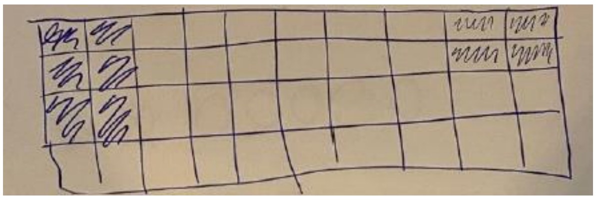
Figur 37 10x10 rutenett laget av Siv.



Figur 38 2x5 rutenett laget av Siv.

> "**Siv** Ja. Og jeg ganger 5 med 2 for å få 10 og hvis du ganger 3 med 2 så får du seks. Da fargelegger jeg seks ruter og da har du et svar som er seks prosent, nei jeg mener, jo, nei. Det blir jo ikke det. Vent litt. ....Jo hvis det er 10 ruter. Jo det blir jo seks prosent da. ...Seks prosent og null komma seks.»

En annen strategi Siv valgte var å utvide brøken $\frac{3}{5}$ ved å multiplisere med 2 i både teller og nevner, og hun konkluderte med at det utgjorde 6%. Hun visste at prosent betydde en del av det hele (BF). Her gjorde hun en liten feil fordi hun tenkte på 6 deler av 100 istedenfor 6 deler av 10 og fikk 6% istedenfor 60%. Hun rettet det opp senere i intervjuet da hun også innså at 6% ble altfor lite. Hun ville ha fargelagt 60 ruter i et 100 ruters nett for å representere brøken $\frac{3}{5}$ (BF), sa hun.



Figur 39 4x10 rutenett laget av Siv.

Siv tegnet et 4x10 rutenett og fargela først 6 ruter helt til venstre i figuren over.

> «**Siv:**......Jo hvis jeg ganger, jeg har 40 ruter, men hvis jeg ganger det med 2 og en halv vil jeg få 100 og hvis jeg ganger 6 med to en halv så vil jeg få 15. Så jeg har fargelagt 15% av rutenettet.»

Her demonstrerte Siv strategien (GS) om å multiplisere med teller og nevner for å utvide brøken. Hun utvidet nevneren til hundre-deler for å finne prosenten (BF), (FH).

Dersom Siv hadde fargelagt kun 4 ruter, mente hun at hun hadde fargelagt 12%. Nå ble svaret litt feil, og det var naturlig å spørre om hun fikk noen følelser når hun ikke fikk til matematikkoppgavene.

> «**Siv:** ..Jeg kan bli litt irritert hvis jeg ikke får det til, og når jeg blir irritert gir jeg fort opp.»

Etter litt snakk om håndball som var hennes fritidsinteresse, returnerte vi til hva som kunne være svaret når 4 ruter var fargelagt. Så forklarte hun:

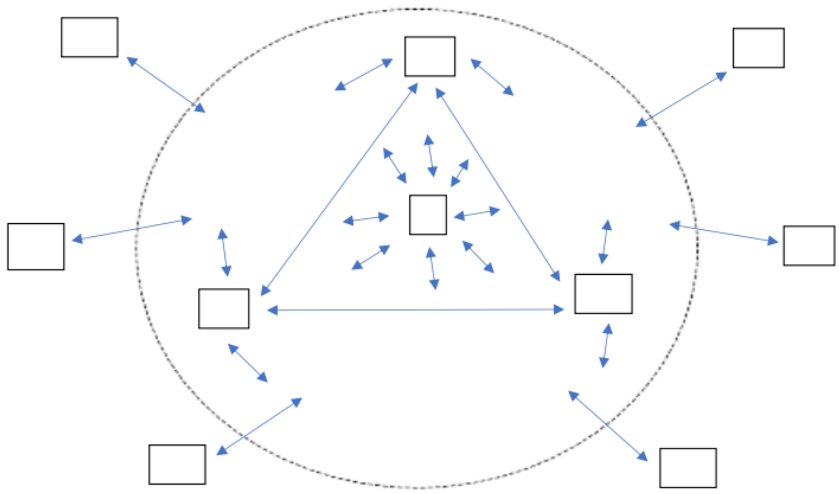
> «**Siv:** Fordi at 40 ganger 2,5 er hundre. Det er litt lettere å regne med. Em og hvis du ganger 4 med, nei hvis du ganger 4 med 2,5 så får du jo 10.»
>
> «**Siv:** Ja, jeg regnet feil, eller. Så det blir jo 10 da. Derfor kan du også gjøre det på den andre måten og. At du finner ut at 2 ruter er 5% og så ganger du med 2 så får du 10% der og.»

Først konkluderte Siv med at hun hadde regnet feil, og i neste omgang viste hun en ny strategi (GS) for å komme frem til 10% via 2 ruter som representerte 5% siden 6 ruter representerte 15%.

Siv hadde nødvendige matematiske kunnskaper og ferdigheter innenfor brøk, desimaltall og prosent til å løse oppgavene. Sammenlignet med tilfelle1 var det tydelig at de kognitive prosessene som strategi, forståelse av begrep og hensikt var fremragende, og jeg antar at denne eleven gjenkalte kunnskapene og ferdighetene selv og automatisk siden det ikke var behov for gjenkallingsspørsmål fra min side. Elevenes tankeprosesser representert ved de kognitive kodene dannet et mønster, og det blir illustrert i neste delkapittel.

4.2.3 Mønsteret i de kognitive kodene

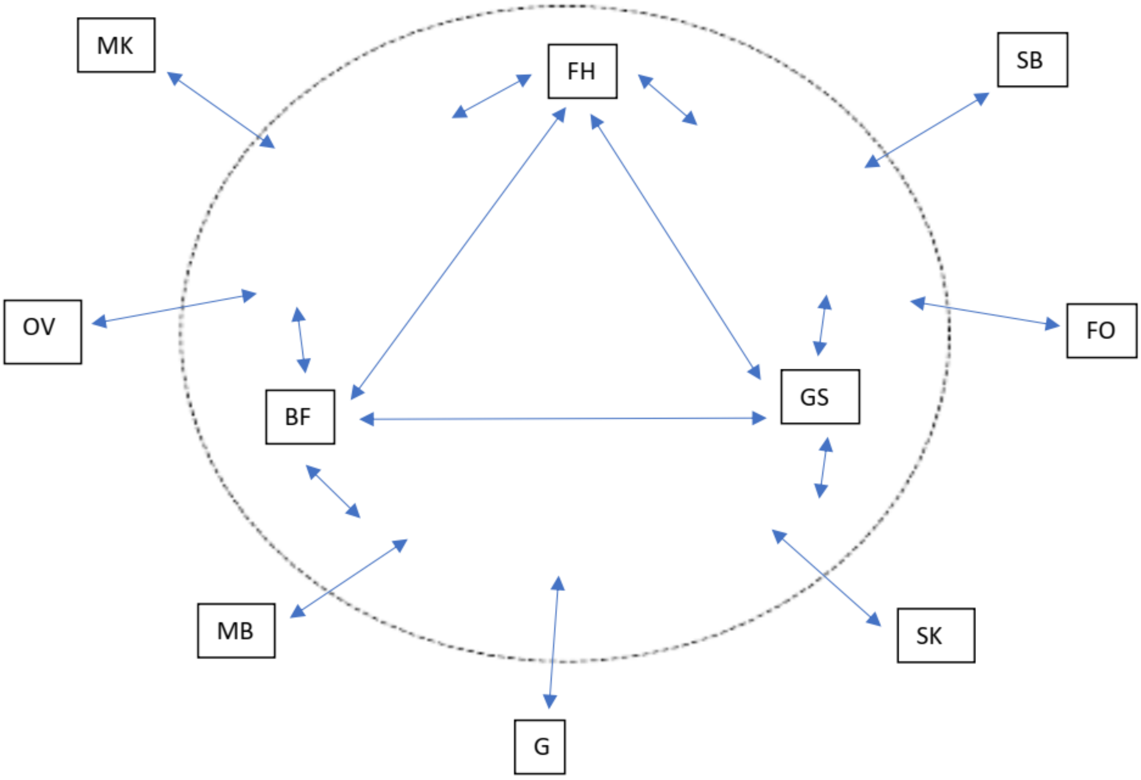
Her vil jeg kort forklare hvordan jeg tenkte om å lese og forstå mønsterfiguren under. Skissen besto av bokser som inneholdt de kognitive kodene. Mellom disse kodene trakk jeg venstre-høyre piler ↔ for å illustrere at det var en sammenheng mellom dem. Det fantes en sammenheng mellom de ulike kodene, representert ved elevenes tenkning, og pilene illustrerte denne. I figuren fantes det også koder som ble oppfattet som mer sentrale for muligheten til elevene å kunne løse matematikkoppgavene. Derfor benyttet jeg sirkel for å illustrere det mest sentrale i senter av sirkelen og det mindre sentrale, men fortsatt viktig, for elevenes tenkning i sirkelens periferi. Sentralt i sirkelen tegnet jeg en trekant av piler, kalt for triaden.



Figur 40 Prinsipp for mønsterfigur.

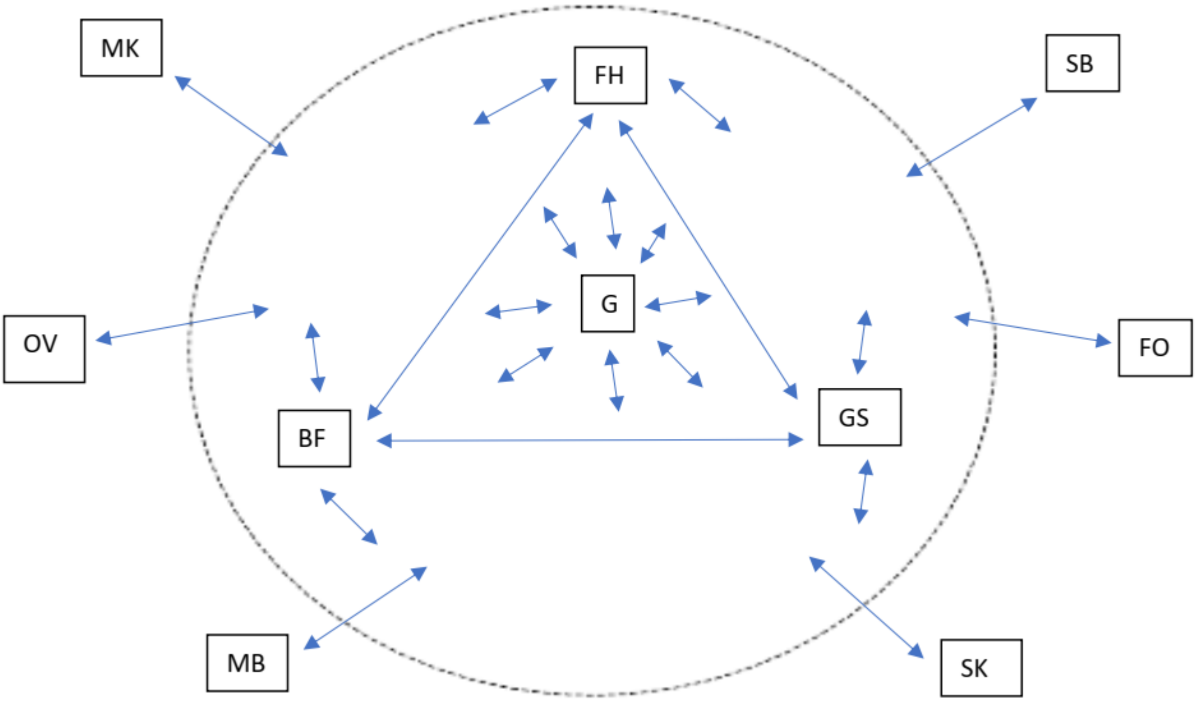
På tvers-analysene tok for seg hele datamaterialet fra syv kognitive intervjuer. Ut fra disse beskrivelsene og intervjuene av Klara, Line og Siv ble det identifisert og begrunnet et mønster i de kognitive kodene. Grunnen til valget av akkurat disse elevene var at de tydeligst viste mønsteret, men det var til stede hos de andre elevene også. Mønsteret av de kognitive kodene representerte i praksis egentlig sammenhengen mellom de kognitive tankeprosessene til elevene mens de arbeidet med matematikkoppgavene. I arbeidet med å finne en typisk sammenheng kom jeg opp med et forslag i første omgang. Etter en ekstra gjennomgang av datamaterialet ble mønsteret noe modifisert.

De kognitive kodenes mønster etter første gjennomgang av datamaterialet så slik ut:



Figur 41 Foreløpig kodemønster.

Etter andre og siste gjennomgang av datamaterialet endret mønsteret seg noe ved at den kognitive koden *Gjenkalling* (G) – spesielt fra min side eller fra elevens side – måtte få en sentral posisjon. Ut fra datamaterialet ble det vanskelig å tenke seg en utvikling av elevens oppgaveløsing uten gode gjenkallingsprosesser. Gjenkallingsprosesser i denne sammenhengen må forstås som elevenes muligheter til å erindre kunnskaper og ferdigheter i matematikk. De kognitive kodenes mønster etter andre og siste gjennomgang av datamaterialet ble da slik:



Figur 42 Endelig kodemønster.

Med mønsteret av kognitive koder i figuren over som henspiller på elevers tankeprosesser, når de løser matematikkoppgaver, kan man gjenkjenne viktige kognitive prosesser og muligens hvordan disse forholder seg til hverandre, hos elever som jobber med oppgaver som omhandler brøk, prosent og desimaltall. Kodemønsteret er et viktig resultat i masteroppgaven, og det vil derfor være utgangspunktet for diskusjonen i neste kapittel.

5 Diskusjon

Analysene av elevenes kognitive prosesser i arbeidet med matematikkoppgaver om brøk, desimaltall og prosent viste at *gjenkalling* (G), *gjenkallingsstrategier* (GS), *begrepsforståelse* (BF) og *forståelse av hensikten* (FH) med oppgaven var avgjørende for elevenes mulighet til å løse oppgaven eller ikke. Elevenes manglende evne til å huske og kalle på kunnskap om brøk, desimaltall og prosent medførte flere ulike gjenkallingsspørsmål fra meg. Det tok opp til 30 minutter av intervjuet som varte i 60 minutter, før eleven nærmet seg et svar på oppgaven.

I dette kapittelet er intensjonen å drøfte elevenes kognitive prosesser i oppgaveløsingen representert med kodemønsteret, i lys av teorien om det kognitive læringsperspektivet og affektive sider ved elevenes læring. Tidligere forskning pekte på at det var et skarpt avgrenset skille mellom det kognitive- og det affektive området (Bloom, 1956). Siden Schoenfeld (1992) hevder at grensene mellom disse to områdene er uklare, ble det valgt å behandle kodene fra det kognitive- og det affektive området som en helhet sammen med kodene som også angår tekstuelle utfordringer som ordvalg og formatering av oppgaveteksten. De tekstuelle utfordringene i oppgave 4 ble vurdert i piloten. I og med at formateringen i oppgavesett A2 var fordelaktig for eleven, ble dette videreført i hovedintervjuene. I tillegg drøftes resultatene fra analysene på tvers av de kognitive intervjuene i lyset av teoretisk forståelsesramme for matematisk tenkning etter Schoenfeld (1992).

5.1 Kodemønsteret – det kognitive læringsperspektivet

Gjenkalling (G) står sentralt når elevene skal løse matematikkoppgavene. For å komme i gang med oppgaveløsingen kaller en elev på tidligere kunnskaper og ferdigheter om prosent, desimaltall og brøk. Resultatet av denne prosessen påvirker elevens bruk av mulige strategier (GS) og forståelse av hensikten (FH) med oppgaven og de aktuelle begrepene (BF). Hvor motivert (MB) eleven er og har det følelsesmessig (SB) kan påvirke alle de andre faktorene. Dette kan også gi seg utslag i ulik matematisk kommunikasjon (SK), (MK). Ordvalg (OV) og formatering av oppgaveteksten (FO) spiller også inn på hvor godt eleven klarer for eksempel å gjenkalle (G) egne kunnskaper om brøk, prosent og desimaltall.

I gjenkalling av kunnskaper, ferdigheter og strategier skjer det sannsynligvis både en assimilasjons- og akkomodasjonsprosess i hjernen til eleven. Mennesker ses på som en slags informasjonsprosessor innenfor denne tenkningen (Schoenfeld, 1992). Noen av elevene, som ble intervjuet, hadde ikke tilstrekkelige skjema til å løse oppgavene på egenhånd. De var altså avhengige av mine gjenkallingsspørsmål som bidrog til å stimulere eleven til å lete etter lærdom i langtidshukommelsen fra tidligere opplæring. Gjenkallingsspørsmålene fungerte da som stimuli til å flytte kunnskapen fra langtidshukommelsen til arbeidsminnet, og dermed kunne kompetansen kanskje bli uttrykt.

Det var ikke gitt at elevene klarte å uttrykke det de ønsket. Mye kunnskap kunne bli glemt, for eksempel i løpet av sommerferien. Elever opplevde at eget tankesett var mangelfullt, og det oppsto kognitive konflikter. Da hadde man behov for å hente opp andre skjema (G), for eksempel om brøk, og jeg bidrog med emosjonell støtte (SB) slik at eleven ble satt i posisjon til å lete etter egen kompetanse og bli motivert (MB) til å lære noe nytt. Det er et eksempel på hvordan de kognitive kodene/prosessene kan spille sammen og korrespondere med det kognitive læringsperspektivet hvor man ønsker at eleven leter etter strukturer og mønstre og at kunnskapen blir preget av elevens bearbeiding. I henhold til Piaget er læring avhengig av denne prosessen (Carpenter, Franke & Levi, 2003; Imsen, 2010; Slavin, 2012).

Når Ella forsøkte å forklare hva desimaltall var, ble det observert i den matematiske samtalen mellom meg og Ella skjema og konsept om desimaltall, slik Tourmen (2017) hevder i hypotesen det kan observeres av mennesker i virkelige situasjoner. Jeg støttet her dannelsen av begreps- og konseptsammenhenger i gjenkalling (G) av kunnskaper og ferdigheter. Dersom det var behov for mer støtte til eleven, kunne også jeg bidra til gjenkalling av strategier (GS). Slik kunne muligheten øke for at eleven kom til å forstå hensikten med oppgaven og vise noe mer forståelse av begrepene brøk, desimaltall og prosent. Dersom jeg ikke hadde handlet slik, i motsatt fall ble taus, og ventet på at eleven skulle svare, kunne svaret fra eleven drøye i opptil 30 sekunder. Når svaret drøyde så lenge, opplevde jeg «stillheten» som en pinlig taushet (SB). Jeg antar at eleven hadde det på lignende vis, og at det kan ha påvirket elevens motivasjon (MB) for videre arbeid med oppgavene og læring. Det er nødvendig å være tålmodig som forsker og vente på svar fra intervjuobjektet, men i dette tilfellet var nok 30 sekunder for lenge. Kanskje hadde det vært mer formålstjenlig å stille et gjenkallingsspørsmål etter 10 sekunder. Da hadde nok eleven fått tilstrekkelig tid til å tenke seg om, uten at situasjonen hadde blitt litt pinlig.

I slike opplevde pinlige situasjoner er det risiko for at ulike følelser (SB) kan oppstå hos intervjuobjektet. Kanskje blir eleven trist og lei fordi hun ikke får til oppgaven, eller hun blir glad siden hun har fått så god tid til å tenke seg om. Mennesker tenker ulikt om lignende situasjoner, så det finnes ikke et fasitsvar på hvordan elevene kommer til å reagere. Det viktigste er kanskje likevel at man er åpne for at vidt forskjellige følelsesreaksjoner kan skje, og at man er klar over at motivasjon, følelser og hvordan eleven oppfatter seg selv, også kan kobles til teorier om selvet i læring (Malmivouri, 2001).

Hvordan eleven oppfatter seg selv med hensyn på for eksempel selvrespekt, selvtillit og mestringstro er ikke behandlet i denne masteroppgaven. Siden flere elever på vg1 som starter med matematikk 1T, får dårligere karakter i dette kurset sammenlignet med karakteren de fikk i 10. klasse på ungdomsskolen (Bratlie, 2016), kan det være interessant i framtidig forskning å undersøke om tidlig mestring i 1T medfører motivasjon for faget og dermed mulig bedre prestasjon i 1T. Det kan også være interessant å undersøke sammenheng eller ikke mellom mestring og motivasjon hos elever i matematikk.

Heldigvis kom det ikke til intense følelser i løpet av selve intervjuet, men elevene kunne fortelle om motsetninger i følelsesregisteret som for eksempel sur og glad (SB). Ellers fortalte de om følelsesmessige erfaringer hvor de kunne bli irritert når de ikke fikk til oppgaven og letta når de fikk «hull på byllen». Opplevelser av forvirring, usikkerhet, lav selvtillit og at eleven følte seg sliten, stressa og dum var også vanlig. Dermed har følelsene ulik intensitet, retning og mål (Anderson & Bourke, 2000). Intensiteten representerer graden eller styrken av følelsen. Retningen er relatert til om følelsen er positiv, negativ eller nøytral, og målet refererer til følelsens hensikt. Derfor kunne følelsene til elevene påvirke deres kognitive prosesser i oppgaveløsingen, og dermed hjelpe eller hindre dem i å løse oppgavene.

Samtidig som elevene har følelser som nok er direkte knyttet til det å løse matematikkoppgaver, kan elevene bli påvirket av egne og andres holdninger til matematikk. I tilfeller hvor elevene har ulike forestillinger om matematikk, om seg selv, om matematikkundervisningen og om den sosiale konteksten de befinner seg i (Grouws, 1992; McLeod, 1988), kan det påvirke de kognitive prosessene.

Dina som hadde mye støtte hjemmefra og tok imot denne støtten (MB) profiterte på det i oppgaveløsingen. Det var tydelig at hun hadde et godt grep om begrepene (BF) og hensikten med oppgaven (FH) og hadde strategier (GS) for å løse oppgavene. I motsatt fall hvor eleven tilsynelatende hadde lite støtte og heller ikke ville ha hjelp, gikk det ganske trått. Sina hadde da et stort behov for gjenkallingsspørsmål (G) fra meg. Intervjusituasjonen eleven var i nå tilsa at nå tok hun imot «hjelpen», gjenkallingsspørsmålene (G), fra meg. Men i elev-lærer-relasjonen ville ikke eleven ta imot hjelpen læreren kunne tilby, på grunn av motvilje hos eleven, slik eleven fortalte om. Dermed kunne holdninger eleven hadde med tanke på å ta imot hjelp i matematikk, påvirke de kognitive prosessene til eleven i oppgaveløsingen negativt.

5.2 Kodemønsteret – matematisk tenkning etter Alan H. Schoenfeld

5.2.1 Kunnskapsbasen

I det forrige kapittelet henviste jeg til Schoenfeld (1992) om at mennesker er informasjonsprosessorer. Han skriver at forskning på menneskelige kognitive prosesser har som hovedtilnærming satt søkelys på organisering og tilgang til informasjon fra hukommelsen, men at det ikke finnes en klar enighet om denne tilnærmingen blant andre forskere på feltet. Like fullt ser man at i denne studiens midte står gjenkalling (G) av kunnskaper og ferdigheter samt strategier sentralt. Dersom kunnskapsbasen til eleven er intakt og velfungerende, er spørsmålet hvordan eleven skal få uttrykt kunnskapen basen inneholder.

For noen elever fungerte den skriftlige kommunikasjonen (SK), for eksempel strekmannen, brød, kake eller rutenett som en hjelp til å forstå hensikten med oppgaven (FH). Da ble det også lettere å kommunisere forståelsen av begrepene (BF). Det virket som om at når noe kunnskap falt på plass og ble uttrykt, kom noe mer kunnskap til uttrykk, nesten som en kjedereaksjon å forestille seg.

I studien forsøkte jeg med ulike gjenkallingsspørsmål. De var ment å stimulere eleven til å prosessere og formidle tillærte kunnskaper om brøk, desimaltall og prosent enten muntlig eller skriftlig (MK, SK). Det fungerte, men det tok ofte lang tid, gjerne opp til 30 minutter av intervjuet som varte i omtrent 60 minutter, før eleven nærmet seg et svar på oppgaven. I en ordinær undervisningssituasjon kan man stille spørsmål ved om det er tid læreren kan bruke per elev i en undervisningsøkt.

En lærer har ofte flere elever i en klasse og kan av praktiske årsaker ikke bruke så lang tid per elev. Studien avdekker her et ressursbehov som praksisfeltet bør ta en nærmere titt på for å løse. Dette er følgelig ikke kun en oppgave for klasseleder, men i høyeste grad en utfordring for skoleledelsen å finne en løsning på, tenker jeg. Det dreier seg om å allokere ressurser til elever som har behov for oppfølging (Solem, 2020) i mindre grupper på eget nivå, for eleven har bedre av å være i en gruppe med få elever, slik Dina i studien også uttrykte det.

Ifølge Bratlie (2016) mangler elever i matematikkovergangen fra ungdomsskolen til videregående skole, særlig 1T matematikk, en dypere forståelse for faget og at disse elevene har mye å gå på når det gjelder bruk av ulike læringsstrategier i matematikk, bruk av tillært kunnskap i nye sammenhenger og evne til metakognisjon. Derfor tenker jeg det er viktig i denne sammenhengen at elevene velger riktig kurs i matematikk (1P-Y, 1P, 1T) på vg1 som passer til deres nivå, interesser og arbeidskapasitet. Slik kan man kanskje øke sannsynligheten for at elevene får oppleve mestring, og dermed muligens bli mer motivert for arbeidet med faget. Akkurat det siste poenget her kan også foreslås som et forskningstema for fremtiden.

5.2.2 Oppfatninger og følelser

Her ble det adressert et spørsmål om hvordan organiseringen og tilgangen til informasjon fra hukommelsen kan bli for en elev med redusert mestringstro og vansker med reguleringen av selvet. Dina uttrykte at hun hadde fått økt mestringstro ved at hun opplevde å bli sett av læreren. Hun mente hun ble motivert (MB) på ungdomsskolen fordi hun fikk ganske mye hjelp i matematikk. Da hadde hun en lærer som hjalp henne med å komme i gang og forstå. Eleven opplevde å bli sett; læreren så hva hun slet med i matematikk. Da mente eleven det var svært nyttig å delta i en til en undervisning, sammenlignet med å delta i en helklasseundervisning. Å bli sett i denne sammenhengen dreide seg også om at elever og lærere var oppmerksomme på hverandre. Eleven beskrev det; når man gikk i gangene på skolen, hilste man med å smile og si hei. Helt vanlige samtaler med en opplevelse av åpenhet, omsorg og deltakelse bidrog også til følelsen av å bli sett.

I en helklasseundervisning opplevde Dina ikke å bli sett, fordi læreren bare sa hva som skulle gjøres og lot de som ikke forsto bare dette av på en måte, som eleven selv uttrykte det. I følge Gage (2009) kan denne læringssituasjonen ligne mer på instruksjon enn undervisning. Det må sies at det kognitive intervjuet og elevens utsagn er formidlet i en helt annen kontekst enn den aktuelle klasseromsundervisningen eleven refererte til. Derfor er det viktig å ta høyde for at denne opplevelsen sannsynligvis vil være ulik hos de ulike elevene og læreren selv, men det gjør likevel ikke hennes opplevelse mindre viktig av den grunn. Som

Gage (2009) skriver finnes det et forhold mellom forklaring og forståelse i undervisning og hva som bør gjøres for å bli forstått. Når elever ikke forstår, kan læreren tenke over sammen med eleven hvordan undervisningen foregår, hvordan læreren forklarer, og hva eleven kan gjøre for å lære bedre. Poenget er hvilke tiltak man gjennomfører, og her fungerte tiltakene siden opplevelsen til eleven i forhold til matematikk ble positivt endret.

Om matematikkoppfatninger er det eleven tenker sentralt i studien. Schoenfeld (1992) tolker oppfatninger som individets forståelse og følelser som kan forme måter individet skaffer seg et overblikk over og engasjerer seg i matematisk oppførsel. Hvilke oppfatninger lærere og samfunnet kan ha om matematikk blir ikke behandlet i studien. Det betyr ikke at deres oppfatninger er uviktige, men heller en avgrensing i masteroppgaven.

Donna fortalte at matematikk var vanskelig, og derfor gav hun opp. I motsatt fall ble Dina irritert på seg selv når hun ikke fikk til oppgavene, og da ønsket hun enda mer å få det til. Begge elevene hadde en oppfatning om at matematikk i utgangspunktet var vanskelig, men reaksjonene deres var vidt forskjellige og antakelig resultatet.

Ella fortalte at når hun ikke fikk til oppgaven ble hun ofte så sint at hun kastet lærebøkene i veggen, mens Dina fortalte hun søkte i læreboka for å finne hjelp til oppgaven. Kontrastene var store. Når en elev syntes matematikkoppgaven var vanskelig gav hun opp, mens den andre lette etter en løsning. Dette viste at oppfatningene disse elevene hadde til matematikk gav seg utslag i ulik matematisk oppførsel. Hvilke konsekvenser ulik matematisk oppførsel kan få, kan også være et tema for videre forskning.

5.2.3 Undervisningspraksiser

Det finnes flere måter å undervise på (Gage, 2009), men her ønsker jeg å drøfte to praksiser mot hverandre og betrakte dem i lys av de kognitive kodene/prosessene. Gage (2009) beskriver to modellkategorier for undervisning i barne-, ungdoms- og videregående skole, nemlig Conventional-Direct-Recitation (CDR) og Progressive–Discovery–Constructivist teaching (PDC), hvor CDR og PDC i denne studien refererer til henholdsvis «tavleundervisning» og «oppdagelsesundervisning». Schoenfeld (1992) viser også til undervisningspraksiser hvor elever samhandler med hverandre og matematikken på måter som fremmer matematisk tenkning og stimulerer dem til å reflektere over egne tankeprosesser.

«Tavleundervisning» er karakterisert ved at læreren presenterer matematiske tema til elevene, som sitter og hører på, i porsjonsvis håndterbare bolker for elevene. Storparten av undervisningsøkten går med til denne aktiviteten. Det blir liten tid til overs til egen oppgaveløsing, diskusjon og refleksjon. Elevene er her mest opptatt av at oppgavene har et riktig svar. Matematikk må pugges.

I «oppdagelsesundervisning» kan man for eksempel ha en kort lærerintroduksjon om helheten for det matematiske tema, og læreren fungerer som en veileder for elevene i den matematiske samtalen som oppstår i kjølvannet av introduksjonen. Da bruker elevene mesteparten av tiden til problemløsing for seg selv eller sammen med andre. Faglig fokus er å forstå særlig tenkningen som bidrar til et endelig svar.

Disse to vidt forskjellige undervisningspraksisene kan medføre ulike holdninger til matematikk hos elevene (se delkapittel 2.3.2). Det kan også tenkes at holdninger elever har til matematikk faktisk dikterer, med støtte fra skoleledelsen, den undervisningspraksisen som kommer til å skje i klasserommet. Om det er slik, kan man anta at skoleledelsen ser på elevene som kunder hvor utdanning omtales som en vare man kan skaffe seg på et marked, og hvor skoler konkurrerer om elevene (Møller, 2016). Kunden ber om undervisningspraksis «tavleundervisning» og får det. Det er usikkert da hvilke holdninger skoleledelsen har til undervisningspraksiser, om det temaet ikke er beskrevet på skolens hjemmeside. Om det ikke finnes en slik beskrivelse, at skolen ikke tydelig har valgt en pedagogisk-didaktisk retning, kan man som utenforstående oppfatte det slik at ledelsen på skolen vil følge elevenes ønske om undervisningspraksis.

At elevene får «tavleundervisning» kan muligens ha noen konsekvenser. Når elevene får det som de vil, kan de oppleve seg verdsatt og at læringsmiljøet blir harmonisk, trygt og godt. De opplever en praksis som de er kjent med fra før og slipper å gjennomgå en endringsprosess på dette planet, samtidig som de skal lære seg nytt fagstoff. Det kan gjøre situasjonen for elevene mindre konfliktfylt. Spørsmålet er om det gagner eleven på lengre sikt, nettopp fordi holdningene som kommuniseres om faget ikke støtter deres faglige utvikling.

Den kognitive intervjusituasjonen lignet litt på «oppdagelsesundervising» på den måten at elevene ble opptatt med å tenke selv, forklare egen tenkning, og dermed argumentere for hvordan de kom fram til svaret i matematikkoppgavene. Jeg opptrådde ikke her som en allvitende autoritet, men heller en som kunne stille poengterte spørsmål (G) for å hjelpe elevene til å huske matematikk (Schoenfeld, 1992). Elevene ble stimulert til å reflektere over egne tankeprosesser (Alibert, 1988).

Som Imsen (2010) skriver er det ingen teori som alene kan hjelpe læreren til en fullstendig forståelse for elevenes læringsprosess. Kanskje er det slik også for undervisningspraksiser, at ulike elever fordrer ulike praksiser. For å nå flest mulig elever over en tidsperiode vil jeg derfor argumentere for en variert undervisningspraksis for bedre læring (Repstad & Tallaksen, 2019). Hensikten er å sørge for at eleven tar del i egen faglige- og personlige utvikling. Om læreren konsekvent velger en undervisningspraksis som ikke passer elevens behov, kan det medføre motstand mot læring, mistrivsel og i verste fall en opplevelse av et negativt læringsmiljø for eleven. Selv om intensjonene med valgt undervisningspraksis, for eksempel «oppdagelsesundervising» er gode og forskning støtter dette valget, kan det slå helt feil ut om eleven ikke klarer å tilpasse seg og arbeide etter de didaktiske metodene som følger undervisningspraksisen. Dersom eleven klarer det, blir det selvfølgelig ikke problemer.

5.2.4 Problemløsningsstrategier

Det som har vært omtalt som problemløsningsstrategier er synonymt med gjenkallingsstrategier i denne studien. Elevene brukte strategier som for eksempel visualisering, gjett og sjekk et svar, dele en pengesum, sammenligning av to brøker, løse en enklere oppgave, lage en regnefortelling og opptegning eller skissering.

Det å komme på og bruke ulike strategier i ukjente sammenhenger var krevende for de aller fleste elevene. Strategiene var viktige for å løse oppgavene og når elevene ikke kom på noe selv, forsøkte jeg å gjenkalle dem hos elevene, eller la strategiene så å si i fanget deres. Håpet var da at de plukket strategien opp og brukte den. Det skjedde, men det tok ofte relativt lang tid, gjerne opptil 30 minutter.

Det virket som om elevene ikke var trent i å tenke strategisk, å stille spørsmål om det fantes en måte å tenke på i de ulike oppgavene, som var til hjelp i oppgaveløsingen. Aller helst ønsket elevene å tenke på svaret først og fremst uten å tenke prosess. Eksempel på spørsmål som elevene typisk ikke spurte seg selv om var: Hvordan må jeg tenke for å løse denne oppgaven? Hvilket tema i matematikken må jeg kunne diskutere? Hvilke begrep er viktig å kunne si noe om?

Schoenfeld (1992) mener problemløsningsstrategier er både problem- og elevspesifikke og at det derfor blir altfor enkelt å foreslå én strategi som bør bli undervist til alle elevene. Derfor ble det i denne studien foreslått ulike strategier (visualisering, gjett og sjekk et svar, dele en pengesum, sammenligning av to brøker, løse en enklere oppgave, lage en regnefortelling og opptegning eller skissering). Da kunne elevene plukke opp den eller de strategiene som passet dem best.

Når eleven var i tvil, kunne jeg ikke observere at eleven så å si tok et skritt tilbake og stilte seg selv noen viktige spørsmål. Grunnen til det kan være at de ikke hadde trening i det. For elevene i denne studien har muligens tidligere opplæring vært i sjangeren «tavleundervisning». Det er selvfølgelig en antakelse og kan være et annet utgangspunkt for videre forskning. Mulig forskningsspørsmål kan da være: Hvilken undervisningspraksis har dominert elevenes opplæring og hvordan har denne praksisen påvirket elevenes læring?

I motsetning til elev som sleit med oppgavene virket det så enkelt for elev som fikset dem. Eleven gjenkalte selv både kunnskaper og strategier, og ingenting var et problem. Ingen følelser var involvert, ikke motivasjonsutfordringer og ikke vansker med å kommunisere. Alle de kognitive prosessene forløp knirkefritt. Dette kan oppfattes som prosessen som skjer, når eleven har forståelse for begrepene, hensikten med oppgavene og gjenkaller kunnskaper, ferdigheter og strategier som er nødvendige for å løse oppgavene.

5.2.5 Selvregulering eller monitorering og kontroll

Selvregulering er en del av tre tema innenfor metakognisjon. Schoenfeld (1992) deler metakognisjon i metakognitiv kunnskap, selvregulering og oppfatningssystemer. Studien tok ikke for seg elevens mentale kapasiteter og oppførsel (metakognitiv kunnskap) eller forståelser av selvet som for eksempel selvtillit, selvrespekt og mestringstro (oppfatningssystemer). Studien var opptatt av temaet selvregulering eller monitorering og kontroll. Typisk beskriver masteroppgaven elevers tilgang eller redusert tilgang eller kontroll over egne tanker i forbindelse med oppgaveløsingen i det kognitive intervjuet.

Man kan hevde at når eleven ikke klarer å gjenkalle (G) egne kunnskaper og ferdigheter i matematikk, ei strategier (GS) som er nødvendige for å løse matematikkoppgavene, regulerer eleven seg selv mindre godt. Spørsmålet er om eleven har nødvendige forutsetninger for slik regulering, eller om tidligere opplæring har trent eleven i denne spesifikke reguleringen. Jeg har tidligere argumentert for at det er høyst usikkert, og det er kanskje en god grunn for det. Muligens er det fordi profesjonsfellesskapet i matematikk ikke anser denne kompetansen som en viktig kompetanse i matematikk, eller at utviklingen av hva som er nødvendig profesjonskompetanse i matematikk enda ikke er godt nok beskrevet og operasjonalisert. Å virke som profesjonell faglærer i matematikk dreier seg ikke bare om å ha fagkunnskap (allmenn fagkunnskap, matematisk horisontkunnskap og spesialisert fagkunnskap). I tillegg kommer den fagdidaktiske kunnskapen (kunnskap om faglig innhold og elever, kunnskap om faglig innhold og undervisning, kunnskap om læreplan og kompetansemål) (jfr. Ball et al., 2008; Rowland et al., 2005).

Elevenes kunnskaper i matematikk og hvordan deres regulering best kan foregå er en utfordring. Det er svært krevende med hensyn på hva slik regulering krever av tid og ressurser, om elevene ikke klarer å regulere egne tanker selv. Som forsker ser jeg også at manglende lærerkompetanse på dette område kan være en utfordring. Derfor kan det anbefales for profesjonsfellesskapet at det arbeides kollektivt med temaet om elevers selvregulering (Malmivuori, 2001). Det ville også vært hensiktsmessig for eksempel å velge «egget» til Ball et al. (2008) for å utvikle matematikkprofesjonsfellesskapet over tid. På denne måten kan kollegiet bidra med å utvikle en profesjonell skolekultur hvor det er tydelig beskrevet hva som er viktig for utøvelsen av profesjonell undervisning i matematikk.

6 Konklusjon

Som forsker i denne studien undersøkte jeg skriftlige- og muntlige redegjørelser fra kognitive intervjuer av ti kognitive prosesser til syv elever på vg1-yrkesfag, mens de jobbet for seg selv med matematikkoppgaver som omhandlet desimaltall, brøk og prosent. Da forsøkte jeg etter beste evne å svare på følgende forskningsspørsmål:

> Hvilke kognitive prosesser kan identifiseres hos yrkesfagelever på første videregående trinn i arbeidet med matematikkoppgaver?

Etter Willis (2015) anbefalinger utvidet jeg den kognitive modellen til Tourangeau (1984) og inkluderte *ordvalg* (O) og *formatering av oppgaveteksten* (FO) som kognitive koder. Følgende koder var definert på forhånd: *forståelse av hensikt* (FH), *begrepsforståelse* (BF), *gjenkalling* (G), *gjenkallingsstrategi* (GS), *motivasjonsbedømmelse* (MB), *sensitivitetsbedømmelse* (SB), *muntlig matematisk kommunikasjon* (MK), *skriftlig matematisk kommunikasjon* (SK), *ordvalg* (O) og *formatering av oppgaveteksten* (FO). I forbindelse med disse kognitive kodene kom teori om kognitive krav til matematikkoppgaver (Smith & Stein, 1998; Stein & Smith, 1998; Valenta, 2016) og den kognitive- og konstruktivistiske læringsteorien etter Dewey, Piaget og Vygotskij (jf. Agarkar, 2019; Carpenter et al., 2003; Imsen, 2010; Jordet, 2012; Schoenfeld, 1992; Slavin, 2012; Tourmen et al., 2017) til anvendelse i masteroppgaven.

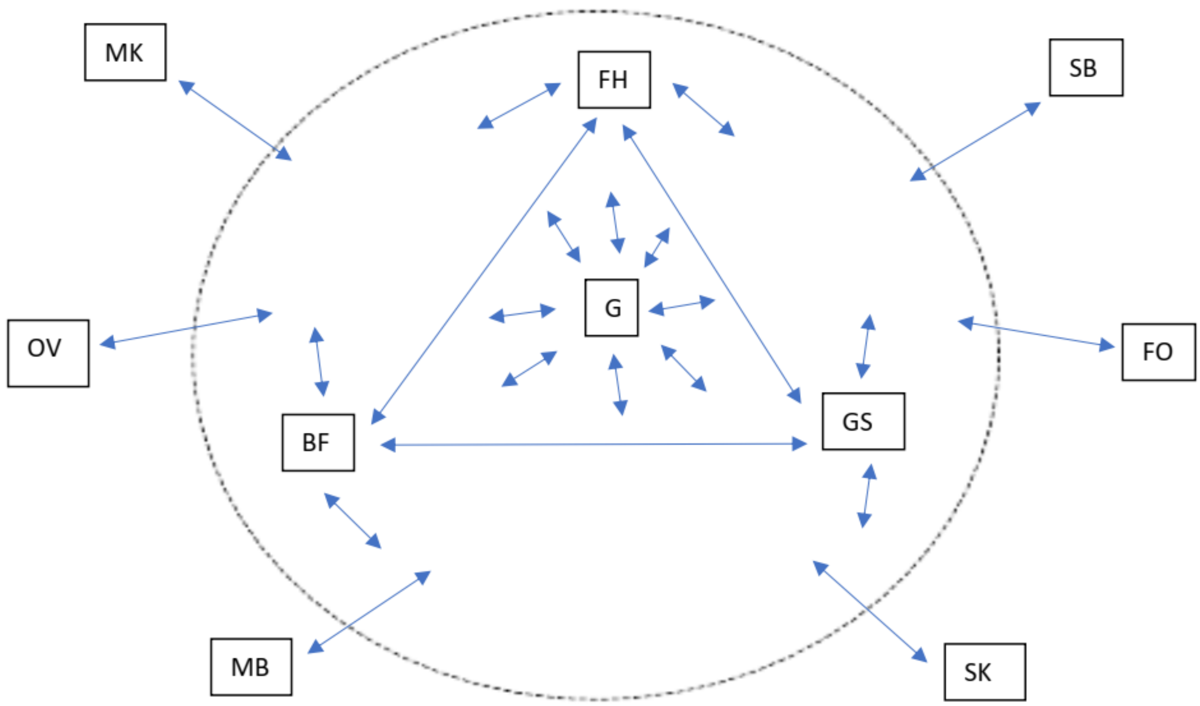
De kognitive prosessene studerte jeg gjennom inni- og på-tvers-analyser av hva elevene sa og skrev i de kognitive intervjuene. Kognitivt intervju ble valgt som analyseinstrument fordi det var tenkningen til elevene som var sentralt i denne studien, og det gav mer informasjon enn for eksempel konversasjonsintervju (Fisher et al., 1989; Given, 2008).

Ut fra analysen av det kognitive læringsperspektivet i de kognitive intervjuene ble det identifisert to typiske elevtilfeller: Tilfelle1 – «Slitereleven» og Tilfelle2 – «Kontrasteleven».

1. «Slitereleven» manglet en gjenkallingsstrategi, hadde en uklar forståelse av hensikten med oppgaven og en svak forståelse for begrepene brøk, prosent og desimaltall. Gjenkallingsprosessen skjedde ikke automatisk hos eleven og fordret mine gjenkallingsspørsmål.
2. «Kontrasteleven» hadde en klar forståelse for hensikten med oppgaven, en tydelig gjenkallingsstrategi og god forståelse for begrepene brøk, prosent og desimaltall.

Gjenkallingsprosessen skjedde automatisk hos eleven uten mine gjenkallingsspørsmål.

For «Slitereleven» fremkom det en sammenheng mellom de kognitive prosessene illustrert som et mønster av de kognitive kodene, se figuren under. *Gjenkalling* (G) sammen med *forståelse av hensikt* (FH), *begrepsforståelse* (BF) og *gjenkallingsstrategi* (GS) var sentrale kognitive prosesser hos elevene i arbeidet med matematikkoppgavene om prosent, desimaltall og brøk. Det ble vanskelig å tenke seg en utvikling av elevens oppgaveløsing uten gode gjenkallingsprosesser eller forståelse av hensikten med oppgaven og begrepene, som var nødvendige i dette arbeidet. Det kognitive mønsteret var det samme for «Kontrasteleven», bare at hun gjenkalte selv både kunnskaper og strategier.



Figur 43 Endelig kodemønster.

Elevers utfordringer med kognitive prosesser i arbeidet med matematikkoppgaver kunne også få noen følger for praksisfeltet. Elev som sleit med matematikkoppgavene brukte relativt lang tid på gjenkalling, gjerne opp til 30 minutter av intervjuet som varte i omtrent 60 minutter. I en ordinær undervisningssituasjon kan man stille spørsmål om det er tid læreren kan bruke per elev i en undervisningsøkt og hvilke konsekvenser dette kan få for lærerressursallokeringen på skolen.

Imsen (2010) hevder det ikke finnes én teori som alene kan hjelpe læreren til en fullstendig forståelse for elevenes læringsprosess. Ifølge Bratlie (2016) har elevene mye å gå på når det gjelder bruk av ulike læringsstrategier i matematikk, forståelse av matematikken, bruk av tillært kunnskap i nye sammenhenger og evne til metakognisjon. Elever i denne studien manglet en dypere forståelse for temaene brøk, prosent og desimaltall. På generelt grunnlag ble det da viktig å peke på muligheten for elever å velge et kurs i matematikk som passet til elevens nivå, interesser og arbeidskapasitet. Slik kunne man muligens øke sannsynligheten for at eleven opplevde mestring og kanskje ble mer motivert for videre arbeid med matematikkfaget.

Den kognitive intervjusituasjonen lignet litt på «oppdagelsesundervising» på den måten at elevene ble opptatt med å tenke selv, forklare egen tenkning og argumentere for hvordan de kom fram til svaret i matematikkoppgavene. Elevene ble stimulert til å reflektere over egne tankeprosesser (Alibert, 1988).

Elevenes kunnskaper i matematikk og hvordan deres regulering best kan foregå er en utfordring. Det er svært krevende med hensyn på hva slik regulering krever av tid og ressurser, om elevene ikke klarer å regulere egne tanker selv. Som forsker ser jeg også at manglende lærerkompetanse på dette område kan være et dilemma. Derfor kan det anbefales for profesjonsfellesskapet at det arbeides kollektivt med temaet om elevers selvregulering (Malmivuori, 2001). Det kan også være hensiktsmessig for eksempel å velge «egget» til Ball et al. (2008) for å utvikle matematikkprofesjonsfellesskapet over tid. På denne måten kan kollegiet bidra med å utvikle en profesjonell skolekultur hvor det er tydelig beskrevet hva som er viktig for utøvelsen av profesjonell undervisning i matematikk.

7 Litteraturliste

Alibert, D. (1988). Towards new customs in the classroom. *For the learning of mathematics, 8*(2), 31–43. Hentet 30. januar, 2020, fra www.jstor.org/stable/40247922

Anderson, L.W. & Bourke, S.F (2000). *Assessing affective characteristics in the schools.* Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates, Inc., Publishers.

Agarkar, S.C. (2019). Influence of learning theories on science education. *Resonance, 24*(8), 847 – 859. https://doi.org/10.1007/s12045-019-0848-7

Ball, D.L., Thames, M.H. & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education,* 59, 389–407. http://jte.sagepub.com/cgi/content/abstract/59/5/389

Bloom, B.S. (1956). *Taxonomy of educational objectives. Handbook 1: Cognitive domain. Handbook 2: Affective domain.* New York: David McKay.

Bratlie, A.W. (2016). *"Jeg har aldri jobbet så mye som nå, og så får jeg en treer, liksom?": En studie av elevers læringsstrategier og overgangsvansker i møte med matematikk 1T* (Masteroppgave). Matematisk institutt Universitetet i Bergen, Bergen.

Brophy, J. (1986). Teaching and learning mathematics: Where research should be going. *Journal for Research in Mathematics Education,* 17(5), 323–346.

Brown, A.L. (1987). Metacognition, executive control, self-regulation and other more Mysterious mechanisms. I F.E. Weinert & R.H. Kluwe (Red.), *Metacognition, motivation and understanding* (s. 65–116). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Carpenter, T.P., Franke, M.L., & Levi, L. (2003). *Thinking mathematically. Integrating arithmetic & algebra in elementary school*. Portsmouth: Heinemann.

Emmel, N. (2013). *Sampling and choosing cases in qualitative research: A realist approach.* London: Sage Publications Ltd.

Fisher, R.P., Geiselman, R. E. & Amador, M. (1989). Field test of the cognitive interview:

Enhancing the recollection of actual victims and witnesses of crime. *Journal of Applied Psychology,* 74(5), 722–727. https://pdfs.semanticscholar.org/3a09/16793572f78cb373ae537e848fecd50c6679.pdf

Fontana, D. (1990). Personality and cognitive style. I N. Entwistle (Red.), *Handbook of educational ideas and practices* (s. 981–991). New York: Routledge.

Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi. (2016). Oslo.

Gage, N.L. (2009). *A conception of teaching.* Stanford, CA: Springer.

Gerald, A.G., Hannula, M.S., Heyd-Metzuyanim, E., Jansen, A., Kaasila, R., Lutovac, S., …, Zhang, Q., (Red.). (2016). Attitudes, beliefs, motivation and identity in mathematics education. *ICME-13 Tropical Surveys,* 13, 1–35.

Given, L.M. (2008). *The Sage encyclopedia of qualitative research methods.* Los Angeles, CA: SAGE.

Grouws, D.A. (Red.). (1992). *Handbook of research on mathematics teaching and learning. A project of the national council of teachers of mathematics*. New York: Macmillan Publishing Company.

Haller, E.P., Child, D.A. & Walberg, H.J. (1988). Can comprehension be taught? A quantitative synthesis of metacognitive skills. *Educational Researcher,* 17, 5–8. https://journals-sagepub-com.ezproxy.uis.no/doi/pdf/10.3102/0013189X017009005

Hannula, M.S., Leder, G.C., Morselli, F., Vollstedt, M. & Zhang, Q. (Red.). (2019). *Affect and mathematics education. Fresh perspectives on motivation, engagement, and identity.* Switzerland: SpringerOpen.

Illeris, K. (2012). *Læring*. Oslo: Gyldendal Norsk Forlag AS.

Imsen, G. (2010). *Elevenes verden. Innføring i pedagogisk psykologi* (4. utg.). Oslo: Universitetsforlaget.

Jordet, A.N. (2012). *Klasserommet utenfor. Tilpasset opplæring i et utvidet læringsrom*. Oslo: Cappelen Damm AS.

Kvale, S. (2015). *Det kvalitative forskningsintervju* (3. utg.). Oslo: Gyldendal akademisk.

Leder, C.G., Pehkonen, E. & Törner, G. (Red.). (2002). *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Malmivuori, M.L. (2001). *The dynamics of affect, cognition, and social environment in the regulation of personal learning processes: The case of mathematics.* (Doktoravhandling). Universitetet i Helsinki, Helsinki.

Martin, B.L. & Briggs, L.J. (1986). The affective and cognitive domains: Integration for instruction and research. Englewood Cliffs, NJ: Educational Technology Publications.

McLeod, D.B. (1988). Affective issues in mathematical problem solving: Some theoretical considerations. *Journal for Research in Mathematics Education,* 19(2), 134–141. http://www.jstor.org/stable/749407

McLeod, D.B. (1989). The role of affect in mathematical problem solving. I D.B. McLeod & V.M. Adams (Red.), *Affect and mathematical problem solving: A new perspective* (s. 220-234). New York: Springer-Verlag.

McLeod, D.B. (1994). Research on affect and mathematics learning in the JRME: 1970 to the present. *Journal for Research in Mathematics Education,* 25(6), 637–647. http://www.jstor.org/stable/749576

Møller, J. (2016). Kvalifisering som skoleleder i en norsk kontekst: Et historisk tilbakeblikk og perspektiver på utdanning av skoleledere. *Acta Didactica,* 4. Hentet fra https://utdanningsforskning.no/artikler/kvalifisering-som-skoleleder-i-en-norsk-kontekst-et-historisk-tilbakeblikk-og-perspektiver-pa-utdanning-av-skoleledere

Polya, G. (2004). *How to solve it. A new aspect of mathematical method* (2. utg.). Princeton, NJ: Princeton University Press.

Raaheim, K. & Teigen, K. H. (2018, 19. juni). Jean Piaget. Hentet fra https://snl.no/Jean_Piaget

Repstad, K. &Tallaksen, I.M. (2019). *Variert undervisning – mer læring* (3. utg). Bergen: Fagbokforlaget.

Ringness, T.A. (1975). The affective domain in education. Boston, MA: Little, Brown and Company.

Rowland, T., Huckstep, P. & Thwaites, Anne. (2005). Elementary teachers´ mathematics subject knowledge: The knowledge quartet and the case og Naomi. *Journal of Mathematics Teacher Education,* 8, 255–281 https://DOI 10.1007/s10857-005-0853-5

Schoenfeld, A.H. (1989). Teaching mathematical thinking and problem solving. I L. B. Resnick, og L. E. Klopfer (Red.), *Toward the thinking curriculum: Current cognitive research* (s. 83–103). *1989 Yearbook of the association for supervision and curriculum development.* Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development.

Schoenfeld, A.H. (1991). Metacognition and mathematics learning. I A. Lewy (Red.), *The international encyclopedia of curriculum* (s. 888–894). Exeter: Pergamon Press.

Schoenfeld, A.H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. I D. Grouws (Red.), *Handbook for research on mathematics teaching and learning* (s. 334–370). New York: MacMillan.

Silver, E.A. (1985). Research on teaching mathematical problem solving: Some underrepresented themes and needed directions. I E. A. Silver (Red.), *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives* (s. 247–266). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Slavin, R.E. (2012). *Educational psychology theory and practice* (10. utg.) New Jersey: Pearson Education.

Smith, M.S., & Stein, M. K. (1998). Selecting and creating mathematical tasks: From research to practice. *Mathematics teaching in the middle school, 3*(5), 344–350.

Solem, C. (Red.). (2020). *Faglige retningslinjer for kartlegging, utredning og oppgølging av elever med med spesifikke matematikkvansker.* Oslo: Dysleksi Norge.

Stein, M.K., & Smith, M.S. (1998). Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice. *Mathematics teaching in the middle school, 3*(4), 268–275.

Sudman, S. (1976). *Applied sampling*. New York: Academic Press.

Thagaard, T. (2018). *Systematikk og innlevelse: en innføring i kvalitative metoder* (5. utg.). Bergen: Fagbokforlaget.

Thompson, A. (1985). Teachers' conceptions of mathematics and the teaching of problem solving. I E.A. Silver, *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives.* (s. 281–294). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Tourangeau, R. (1984). Cognitive sciences and survey methods: A cognitive perspective. I T. Jabine, M. Straf, J. Tanur & R. Tourangeau (Red.), *Cognitive aspects og survey design: Building a bridge between disciplines (s. 73–100).* Washington, DC: National Academic Press.

Tourmen, C., Holgado, O., Mayen, P., Mètral, J.F & Olry, P. (2017). The piagetian *schemè*: A framework to study professional learning through conceptualization. *Vocations and Learning*, 10(3), 343–364.

Tulving, E. & Thomson, D. M. (1973). Encoding specificity and retrieval processes in episodic memory. *Psychological Review,* 80(5), 352–373. https://alicekim.ca/9.ESP73.pdf

Valenta, A. (2016). Kognitive krav i matematikkoppgaver. Hentet fra https://www.matematikksenteret.no/sites/default/files/media/filer/MAM/Valenta%20Kognitive%20krav%20i%20matematikkoppgaver_0.pdf

Willis, G.B. (2015). *Analysis of the cognitive interview in questionnaire design. Understanding qualitative research*. Oxford: Oxford University Press.

8 Vedlegg

8.1 Intervjuguide - Mulige oppfølgingsspørsmål til elever i det kognitive intervjuet

Intervjuer (den som leder samtalen med elevene): Gunnar Johan Helliesen

Innledning til elevene før oppstart av det kognitive intervjuet:
Mitt navn er Gunnar Johan Helliesen, og jeg er student ved Universitetet i Stavanger. Jeg takker deg for at du har lyst og anledning til å stille opp i dette intervjuet. Det er verdsatt. Målet er først og fremst å finne ut hva elever tenker når de jobber med oppgaver i matematikk. Derfor har jeg med meg noen oppgaver som handler om brøk, prosent og desimaltall, og jeg håper du kan svare på dem så godt du kan.

Det er fire oppgaver, og du får delt ut alle fire oppgavene. Du begynner meg oppgave 1. Deretter løser du oppgave 2, så oppgave 3 og til slutt oppgave 4.

Du må veldig gjerne tenke høyt og fortelle meg hva du tenker. Dersom du står fast i arbeidet med matematikkoppgavene, stiller jeg deg oppfølgingsspørsmål. Intervjuet kommer til å vare omtrent 60 minutter. Dette skal gå greit.

Er du klar? Når du er klar, er det bare å sette i gang. Jeg hører på deg.

Tabell 4 Kognitivt intervju Oppgave 1 mulige oppfølgingsspørsmål.

Oppgave	Oppgavetekst	Kode	Mulige oppfølgingsspørsmål
1	Skriv brøkene $\frac{1}{2}$ og $\frac{1}{4}$ som prosent og desimaltall?	*FH*	Hva mener du spørsmålet spør etter?
		BF	Hva menes med desimaltall og prosent? Hva menes med brøk?
		G	Hva tenker du om disse begrepene?
		GS	Kanskje vil eleven stille spørsmål til lærer om samtaletemaet? Eleven kan spør: «Kan du forklare utfordringen på en annen måte, bruke noen andre ord?» (Ordene kan ha betydning. Kanskje med riktig bruk av ord for eleven vekker det interesse og progresjon i løsningen av utfordringen. Kanskje bytte ut brøk med fraksjon eller knuse opp i deler) Eksempler som eleven kjenner seg igjen i kan prøves. Let etter dem ved å spørre om arbeid, interesser og daglige gjøremål til eleven.
		MB	Hva motiverer deg i arbeidet med matematikk?
		SB	Blir du følelsesmessig berørt i arbeidet med å løse utfordringen, evt. på hvilken måte? (Sint, trist, glad, kommer det opp noen følelser/tanker?)
		MK/SK	Kartlegge den muntlige og skriftlige matematiske responsen.
		OV	Still spørsmålet ved bruk av brøk istedenfor fraksjon. Bytt ut ordene desimalekvivalent og prosentekvivalent.
		FO	Omskrive spørsmålet: - Skriv brøkene $\frac{1}{2}$ og $\frac{1}{4}$ som desimaltall og prosent? - Gjør om brøkene $\frac{1}{2}$ og $\frac{1}{4}$ til desimaltall og prosent? - Konverter fraksjonene $\frac{1}{2}$ og $\frac{1}{4}$ til desimaltall og prosent? -

Tabell 5 Kognitivt intervju Oppgave 2 mulige oppfølgingsspørsmål.

Oppgave	Oppgavetekst	Kode	Mulige oppfølgingsspørsmål
2	Gjør om brøken $\frac{3}{8}$ til desimaltall og prosent.	*FH*	Hva mener du spørsmålet spør etter?
		BF	Hva menes med desimaltall og prosent? Hva menes med brøk?
		G	Hva tenker du om disse begrepene?
		GS	Kanskje vil eleven stille spørsmål til lærer om samtaletemaet? Eleven kan spør: «Kan du forklare utfordringen på en annen måte, bruke noen andre ord?» (Ordene kan ha betydning. Kanskje med riktig bruk av ord for eleven vekker det interesse og progresjon i løsningen av utfordringen. Muligens bytte ut brøk med fraksjon, del av)
		MB	Hva motiverer deg i arbeidet med matematikk?
		SB	Blir du følelsesmessig berørt i arbeidet med å løse utfordringen, evt. på hvilken måte? (Sint, trist, glad, kommer det opp noen følelser/tanker?)
		MK/SK	Kartlegge den muntlige og skriftlige matematiske responsen.
		OV *FO*	Still spørsmålet ved bruk av brøk istedenfor fraksjon Omskrive spørsmålet: - Skriv brøken $\frac{3}{8}$ som et desimaltall og prosent? - Gjør om brøken $\frac{3}{8}$ til et desimaltall og prosent?

Tabell 6 Kognitivt intervju Oppgave 3 mulige oppfølgingsspørsmål.

Oppgave	Oppgavetekst	Kode	Mulige oppfølgingsspørsmål
3	Bruk et 10x10 rutenett. Identifiser brøken $\frac{3}{5}$ som desimaltall og prosent i dette rutenettet.	*FH*	Hva mener du spørsmålet spør etter?
		BF	Hva menes med desimaltall og prosent? Hva menes med brøk? Hva menes med rutenett?
		G	Hva tenker du om disse begrepene?
		GS	Kanskje vil eleven stille spørsmål til lærer om samtaletemaet? Eleven kan spør: «Kan du forklare utfordringen på en annen måte, bruke noen andre ord?» (Ordene kan ha betydning. Kanskje med riktig bruk av ord for eleven vekker det interesse og progresjon i løsningen av utfordringen. Muligens bytte ut brøk med fraksjon, del av, eller sløyfe ordet.)
		MB	Hva motiverer deg i arbeidet med matematikk?
		SB	Blir du følelsesmessig berørt i arbeidet med å løse utfordringen, evt. på hvilken måte? (Sint, trist, glad, kommer det opp noen følelser/tanker?)
		MK/SK	Kartlegge den muntlige og skriftlige matematiske responsen.
		OV	Still spørsmålet ved bruk av fraksjon istedenfor brøk. Bytt ut ordene desimaltall, prosent og rutenett.
		FO	Omskrive spørsmålet: - Finn desimaltallet og prosenten til brøken $\frac{3}{5}$ ved hjelp av et $10 \cdot 10$ grid.

Tabell 7 Kognitivt intervju Oppgave 4 mulige oppfølgingsspørsmål.

Oppgave	Oppgavetekst	Kode	Mulige oppfølgingsspørsmål
4	Fargelegg 6 små kvadrater i et 4x10 rektangel/rutenett. Bruk rektangelet/rutenettet og forklar med ord hvordan du bestemmer følgende: a) Hvor mange prosent av arealet er fargelagt? b) Hvor stor desimaldel av arealet er fargelagt? c) Hvor stor brøkdel av arealet er fargelagt?	*FH* *BF* *G* *GS* *MB* *SB* *MK/SK* *OV* *FO*	Hva mener du spørsmålet spør etter? Hva menes med kvadrater? Hva menes med et rektangel, prosent, desimaldel og brøkdel? Hva tenker du om disse begrepene? Kanskje vil eleven stille spørsmål til lærer om samtaletemaet? Eleven kan spør: «Kan du forklare utfordringen på en annen måte, bruke noen andre ord?» (Ordene kan ha betydning. Kanskje med riktig bruk av ord for eleven vekker det interesse og progresjon i løsningen av utfordringen. Muligens bytte ut brøk med del av.) Hva motiverer deg i arbeidet med matematikk? Blir du følelsesmessig berørt i arbeidet med å løse utfordringen, evt. på hvilken måte? (Sint, trist, glad, kommer det opp noen følelser/tanker?) Kartlegge den muntlige og skriftlige matematiske responsen. Still spørsmålet ved bruk av del av istedenfor brøk. Omskrive spørsmålet: Fargelegg 6 små kvadrater i et $4 \cdot 10$ rektangel. Bruk rektangelet og forklar med ord hvordan du bestemmer følgende: a) Hvor mange prosent av arealet er fargelagt? b) Hvor stor desimaldel av arealet er fargelagt? c) Hvor stor brøkdel av arealet er fargelagt?

8.2 Transkripsjonsnøkkel

Tabell 8 Transkripsjonsnøkkel.

Funksjon	**Tegn**	**Beskrivelse**
Vanlig prat	**Elev**	Eleven snakker
Vanlig prat	**Forsker**	Forsker snakker
Taushet	.	I dialogen mellom elev og forsker viser antall punktum antall sekunder med taushet (eleven sier ikke noe). Det er typisk når eleven tenker.

8.3 Informasjonsskriv til elever, foresatte, skole og rektor og samtykkeerklæring

Vil du delta i forskningsprosjektet

″Kognitive prosesser og tekstuelle utfordringer til elever på vg1 i arbeidet med matematikkoppgaver″?

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å identifisere kognitive prosesser og tekstuelle utfordringer hos elever på vg1 i arbeidet med matematikkoppgaver. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

Formål

Prosjektet, som er en masteroppgave i matematikkdidaktikk, har som formål å identifisere kognitive prosesser og tekstuelle utfordringer hos elever på vg1 i arbeidet med matematikkoppgaver. Utvalgte elever får utdelt 4 matematikkoppgaver hver. De omhandler desimaltall, brøk og prosent. I løpet av oppgaveløsingen utføres et kognitivt intervju.

Forskningsspørsmålet i masteroppgaven er: Hvilke kognitive prosesser og tekstuelle utfordringer kan identifiseres hos elever på vg1 i arbeidet med matematikkoppgaver?

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

Universitetet i Stavanger er ansvarlig for prosjektet.

Veiledere tilknyttet masteroppgaven er:

Professor Raymond Bjuland og professor Reidar Mosvold, begge tilknyttet fakultetet for utdanningsvitenskap og humaniora, institutt for grunnskolelærerutdanning, idrett og spesialpedagogikk.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?

Du er rekruttert til å delta i undersøkelsen fordi du opplever at matematikk kan være utfordrende og vanskelig til tider. Du er også god på å kommunisere både skriftlig og muntlig.

Du er rekruttert blant vg1 elever på skolen. Det er 6 elever som får tilbudet, 2 pilot elever og 4 ordinære elever. Alle inngår i undersøkelsen. Dersom behovet skulle tilsi det, kan prosjektet utvide antallet deltakere.

Jeg har etterspurt skoleledelsen om deltakerkandidater, som har tatt kontakt med deg på mine vegne.

Hva innebærer det for deg å delta?

Dersom du velger å delta i prosjektet, innebærer det at du blir bedt om å løse fire matematikkoppgaver som omhandler desimaltall, brøk og prosent. Mens du arbeider med oppgavene, gjennomfører vi et kognitivt intervju. I det kognitive intervjuet kommer jeg til å be deg om å tenke høyt, snakke med meg om forslag til løsninger til matematikkoppgavene. Jeg kan også stille deg ulike oppfølgingsspørsmål til arbeidet ditt. Hensikten med oppfølgingsspørsmålene er blant annet å undersøke om du har forstått hensikten med spørsmålet og begrepene i matematikkoppgavene.

Siden det er et kognitivt intervju kan jeg også stille spørsmål som for eksempel: Hva tenker du om disse begrepene? Og det kan også hende at du stiller meg spørsmål om å forklare utfordringen i oppgaven på en annen måte. Da kan jeg for eksempel spørre om dine interesser og daglige gjøremål for å kunne stille spørsmål som er mer relevante for deg.

Motivasjon er også en faktor i det kognitive intervjuet. Spørsmålet blir da: Hva motiverer deg i arbeidet med matematikk? I arbeidet med matematikkoppgaver kan man også bli følelsesmessig berørt. Da kan jeg stille spørsmål som for eksempel; Blir du følelsesmessig berørt i arbeidet med å løse matematikkoppgaven, eventuelt på hvilken måte? Blir du for eksempel sint, trist eller glad? Hvilke følelser eller tanker får du? Jeg vil derfor stille deg spørsmål om følelser i det kognitive intervjuet.

I det kognitive intervjuet vil observasjoner av den muntlige- og skriftlige kommunikasjonen også bli registrert. I den matematiske kommunikasjonen kan du:

- vise regneferdigheter og matematisk forståelse
- gjennomføre logiske resonnement
- forklare framgangsmåter og grunngi svar
- skrive oversiktlig og være nøyaktig med utregninger, benevnelser, tabeller og grafiske framstillinger
- og vurdere om svarene er rimelige

Valg av ord i og formattering av matematikkoppgavene kan ha betydning for hvordan du husker, motiveres og reagerer følelsesmessig på matematikkoppgavene. Derfor vil jeg bruke ulike ord om nødvendig, for de matematiske begrepene i spørsmålene i det kognitive intervjuet, og sjekke ut to ulike formatteringer av teksten i en av matematikkoppgavene.

Informasjonen registreres ved hjelp av lyd- og videoopptaker og notater. Selve intervjuet kommer til å skje på skolen din, i et grupperom, hvor du og jeg deltar. Jeg antar varigheten av det kognitive intervjuet vil være ca. 60 minutter.

Siden det kun er samtykkende parter som kan inngå i film/lydopptak, vil opptak foregå i eget rom. Her er det kun intervjuobjekt og intervjuer som er til stede og videoopptaker er rettet mot intervjuobjektet. Dermed unngås at andre enn deltakerne inngår i film/lydopptak.

Dine foreldre kan få se intervjuguiden på forhånd ved å ta kontakt.

Det er frivillig å delta
Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle opplysninger om deg vil da bli anonymisert. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.

Dersom du deltar i prosjektet, vil ikke det påvirke ditt forhold til skolen, lærerne og karakterer du kan få i matematikk eller andre fag ved skolen.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger

Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.

Det er kun veilederne ved UIS og meg som student som vil ha tilgang til video- og lydopptak og notater. Lagret data video- og lydopptak kommer til å ligge innelåst når det ikke er i bruk. Navnet og kontaktopplysningene dine vil jeg erstatte med et pseudonym som lagres på egen navneliste adskilt fra øvrige data.

Deltakerne vil ikke kunne gjenkjennes i masteroppgaven siden det brukes fiktive navn i analysebeskrivelser. Opplysninger om kjønn, alder og identifiserte kognitive prosesser og tekstuelle utfordringer i arbeidet med matematikkoppgaver vil bli publisert.

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?

Prosjektet skal etter planen avsluttes desember 2020*.* Video- og lydopptak vil bli oppbevart internt ved behandlingsansvarlig institusjon frem til juni 2021, dette for å sørge for at rådata i master-prosjektet er tilgjengelig inntil sensur er ferdig. Rådata som lyd- og videofiler slettes innen 6 måneder etter prosjektslutt. Øvrige data anonymiseres.

Dine rettigheter

Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om deg,
- å få rettet personopplysninger om deg,
- få slettet personopplysninger om deg,
- få utlevert en kopi av dine personopplysninger (dataportabilitet), og
- å sende klage til personvernombudet eller Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?

Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra Universitetet i Stavanger har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvor kan jeg finne ut mer?

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- Universitetet i Stavanger ved Raymond Bjuland (51833494 , raymond.bjuland@uis.no) eller Reidar Mosvold (51832342, reidar.mosvold@uis.no, http://rmosvold.com).
- Vårt personvernombud: NSD – Norsk senter for forskningsdata AS, på epost (personverntjenester@nsd.no) eller telefon: 55 58 21 17.

Med vennlig hilsen

Prosjektansvarlig *Eventuelt student*

(Forsker/veileder)

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet «Kognitive prosesser og tekstuelle utfordringer til elever på vg1 i arbeidet med matematikkoppgaver», og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

- ☐ å delta i kognitivt intervju med video- og lydopptak

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet, desember 2020. Rådata fra lyd- og videofiler slettes 6 måneder etter prosjektslutt. Øvrige data anonymiseres.

(Signert av prosjektdeltaker, dato)

8.4 NSD personvern

NSD Personvern

22.11.2019 12:16

Det innsendte meldeskjemaet med referansekode 646649 er nå vurdert av NSD.

Følgende vurdering er gitt:

Det er vår vurdering at behandlingen av personopplysninger i prosjektet vil være i samsvar med personvernlovgivningen så fremt den gjennomføres i tråd med det som er dokumentert i meldeskjemaet den 22.11.2019 med vedlegg, samt i meldingsdialogen mellom innmelder og NSD. Behandlingen kan starte.

MELD VESENTLIGE ENDRINGER
Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til NSD ved å oppdatere meldeskjemaet. Før du melder inn en endring, oppfordrer vi deg til å lese om hvilke type endringer det er nødvendig å melde:
nsd.no/personvernombud/meld_prosjekt/meld_endringer.html
Du må vente på svar fra NSD før endringen gjennomføres.

TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET
Prosjektet vil behandle særlige kategorier av personopplysninger om helseopplysninger og alminnelige kategorier av personopplysninger frem til 31.12.2020. Data med personopplysninger oppbevares deretter internt ved behandlingsansvarlig institusjon frem til sensur av masteroppgave foreligger (seinest 30.06.2021).

LOVLIG GRUNNLAG
Prosjektet vil innhente samtykke fra de registrerte til behandlingen av personopplysninger. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 nr. 11 og art. 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse, som kan dokumenteres, og som den registrerte kan trekke tilbake.

Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være den registrertes uttrykkelige samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a, jf. art. 9 nr. 2 bokstav a, jf. personopplysningsloven § 10, jf. § 9 (2).

PERSONVERNPRINSIPPER
NSD vurderer at den planlagte behandlingen av personopplysninger vil følge prinsippene i personvernforordningen om:

- lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at de registrerte får tilfredsstillende informasjon om og samtykker til behandlingen
- formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger samles inn for spesifikke, uttrykkelig angitte og berettigede formål, og ikke viderebehandles til nye uforenlige formål
- dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante og nødvendige for formålet med prosjektet
- lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for å oppfylle formålet

DE REGISTRERTES RETTIGHETER
Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: åpenhet (art. 12), informasjon (art. 13), innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18), underretning (art. 19), dataportabilitet (art. 20).

NSD vurderer at informasjonen som de registrerte vil motta oppfyller lovens krav til form og innhold, jf. art. 12.1 og art. 13.

Vi minner om at hvis en registrert tar kontakt om sine rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER
NSD legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32).

For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må dere følge interne retningslinjer og eventuelt rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

OPPFØLGING AV PROSJEKTET
NSD vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Lykke til med prosjektet!

Kontaktperson hos NSD: Mathilde Hansen
Tlf. Personverntjenester: 55 58 21 17 (tast 1)