

Å måle og studere matematikklæreres undervisningskunnskap

En studie av hvordan det er mulig å måle og studere
matematikklæreres undervisningskunnskap, og
mulige begrensninger og styrker ved måter en måler
og studerer kunnskap på

av

Janne Fauskanger

Avhandling for graden
Philosophiae Doctor
(PhD)



Universitetet
i Stavanger

Det Humanistiske Fakultet

2015

Universitetet i Stavanger
N-4036 Stavanger
Norge
www.uis.no

©2015 Janne Fauskanger

ISBN: 978-82-7644-597-8

ISSN: 1890-1387

Doktorgradsavhandling ved UiS, nr. 249

«Those who can, do. Those who understand, teach»

(Shulman, 1986, s. 14)

Til Hanna, Oskar og Lasse

Til minne om mamma (17.01.1942 – 17.08.2012)

Forord

Det er en god følelse å skrive forordet, og mange fortjener en takk. Takk Lasse, for din kjærighet, tålmodighet, trøst og evige optimisme. Du er fantastisk! Takk Hanna og Oskar som fyller hverdagen med annet innhold enn doktorgradsarbeid ♥♥♥



Det har jeg aldri prøvd før, så det klarer jeg helt sikkert :)
Pippi Langstrømpe

Takk til mine veiledere Raymond Bjuland og Reidar Mosvold, for forskningssamarbeid, konstruktive tilbakemeldinger og en optimisme som har vært uunnværlig for en som ikke alltid tenker som Pippi. Takk til Elaine Munthe for uvurderlig veiledningshjelp i siste halvdel av arbeidet, og til Kjersti Melhus og Arne Jakobsen for samarbeid i starten av prosjektet. Andre kollegaer takkes for samarbeid og gode samtaler.

Takk til Roger Säljö og Simon Goodchild for utfordrende og nyttige tilbakemeldinger, samt gode råd, tilknyttet 50 %- og 90 %-seminar. Mary Billington takkes for utallige gjennomlesninger av diverse skrivelser. Arne Jakobsen, Anita Hoemsnes og min kjære takkes for korrekturlesning og konstruktive tilbakemeldinger i innspurten.

Takk til Universitetet i Stavanger for stipendiatmidler og til Norsk Olje og Gass for prosjektstøtten de første årene. Sist, men ikke minst, en stor takk til alle lærerne som har delt sine tanker med meg. Uten dere hadde dette forskningsprosjektet vært umulig å gjennomføre.

Stavanger, 28.09.2014

Janne Fauskanger

Sammendrag

Lærerens undervisningskunnskap i matematikk (UKM) blir i forskningen fremhevet som en faktor med stor betydning for både undervisningskvalitet og elevers læring. Utgangspunktet for denne studien er spørsmålet om hvordan det er mulig å studere og måle læreres UKM. Avhandlingens 6 delstudier tar for seg ett spesifikt instrument, «UKM-instrumentet», med ett hovedmål: Å utvikle kunnskap om hva en kan lære om læreres UKM ved å ta instrumentet i bruk, samt å utvikle kunnskap om utfordringer og muligheter ved dette.

UKM-instrumentet er valgt på grunn av at rammeverket instrumentet bygger på fremheves som lovende, og UKM-instrumentet påstås å måle situert kunnskap. Videre sies instrumentet å være av høy kvalitet, og har mulighet til å bli brukt i storskalastudier, og det viser seg å være nyttig for å studere utvikling i matematikklæreres kunnskap. I tillegg har forskere funnet signifikante sammenhenger mellom lærernes UKM og kvaliteten på lærernes undervisning og elevers resultater. Forskning tilknyttet bruk av instrumentet både i og utenfor USA kan bygges på og videreutvikles i en norsk skolekontekst.

Kunnskap blir betraktet som individuelt konstruert, og studien tar utgangspunkt i at læreres UKM kan studeres slik den uttrykkes skriftlig og muntlig. Det lærerne skriver og sier analyseres i lys av hva de kan og vet, eller som et uttrykk for deres kunnskap. Studien har et flermetodisk design, og er basert på premisset om at en kombinasjon av ulike metodiske tilnærminger gir en bedre forståelse for studiens overordnede forskningsspørsmål. I alt har 177 lærere deltatt i studien.

Etttersom UKM-instrumentet er utviklet i et annet land (og dermed for en annen lærerkontekst), tar delstudie 1 og 2 for seg oversettelses- og tilpasningsarbeid, mens i delstudie 3 studeres UKM-oppgavens format. Et viktig bidrag fra delstudie 1 er videreutvikling av kategorier for dokumentasjon av oversettelse. Fra delstudie 2 er

hovedkonklusjonen at det er viktig å ikke begrense en tilpasningsprosess til oversettelse, tilpasning og kvalitetssjekk, for så å analysere resultater basert på læreres flervalgssvar. Det er i stedet relevant å studere hvordan de videre analysene kan informere tilbake mot en ny syklus i oversettelses- og tilpasningsprosessen. Utvidet forståelse for hvordan UKM-oppgavens flervalgsformat kan være en kompliserende faktor er et viktig bidrag fra delstudie 3.

Med utgangspunkt i de tre første studiene fokuserer delstudie 4, 5 og 6 mer direkte på hva en kan lære om læreres UKM gjennom bruk av UKM-instrumentet. Konklusjoner som trekkes er at lærerne synes å svare på UKM-oppgavene i flervalgsformat gjennom å benytte seg av ulike komponenter av UKM, og disse komponentene er ikke nødvendigvis de samme som oppgavene var utviklet for å måle. I tillegg ser det ut til at lærerne baserer sine flervalgssvar på ulike typer kunnskap, og at flervalgoppgaver som har svaralternativet «Jeg er ikke sikker» (delstudie 6) er spesielt utfordrende. Det er ikke noen klar sammenheng mellom type kunnskap målt gjennom flervalgsrespons og gjennom skriftlige refleksjoner. Resultatene tyder altså på at det er vanskelig å vite hvilken type kunnskap UKM-oppgavene måler.

Studien i sin helhet belyser flere utfordringer ved bruk av UKM-instrumentet i en norsk skolekontekst. Dette gjelder både språk og kontekster, format, samt hva og hvilken type kunnskap instrumentet faktisk måler. Alt dette er viktig for å forstå hvilken informasjon om læreres UKM instrumentet kan gi. Resultatene er derfor av betydning for de konklusjoner som trekkes i tilknytning til fremtidig bruk av instrumentet, kanskje spesielt om det brukes utenfor USA. Det er fra et nasjonal-kulturelt perspektiv mulighet for at den UKM lærere har behov for varierer i ulike skolekontekster. I forskningsbasert lærerutdanning er et viktig spørsmål hva lærere som har gode og mindre gode resultater blant sine elever kan, hva de har behov for å lære, og hvordan en kan få innblikk i denne kunnskapen som grunnlag for å utvikle fremtidig grunn-, etter- og videreutdanning.

Abstract

The notion of «Mathematical knowledge for teaching» (MKT) describes the special and particular knowledge required by teachers to do the work of teaching mathematics. This notion, developed by researchers in the USA, connects mathematical content knowledge with knowledge of teaching and learning. As such, teachers' MKT is widely acknowledged by researchers and educators as an important factor in determining the quality of teaching and of students' learning. Having accepted the notion of MKT, the issue under consideration in this work is how to access and assess teachers' personal mathematical knowledge for teaching.

The founding scholars in the USA developed a conceptual framework and based on this framework an instrument to access and assess teachers' MKT. A growing body of research from inside and outside of the USA supports the usefulness of both the framework and the instrument in measuring situated knowledge and in monitoring the development of MKT over time. The instrument is arguably of high quality and the multiple-choice format allows for large-scale use. More interestingly, studies have found significant correlations between MKT as measured by the instrument and both the quality of teaching and students' results.

This doctoral work is constituted of six studies involving in total 177 teachers from Norwegian schools. The main aim of the work is: to develop knowledge about the efficacy of the MKT instrument in accessing and assessing mathematical knowledge for teaching and in this process to identify associated challenges and potentials in the employment of the instrument. In line with the MKT notion, knowledge, in this work, is viewed as a personal construction and teachers' knowledge is studied through analyses of its expression in oral and written utterances.

A mixed methods design is used in the study. This choice is based on the premise that a combination of data creation methods would illuminate different aspects of the research question(s) and thus provide a better understanding and deeper insight into a complex research question.

The MKT instrument was developed in another country for another teaching context. Studies 1 and 2 focus on issues related to translating and adapting the instrument for the Norwegian context. Though mathematics is often described as a universal language it was found that the naming of mathematical concepts is not so easily translated. Study 3 focuses especially on the challenges and potential of the multiple-choice format of the MKT items. The contribution of the first study has been the elaboration of several categories in the documentation of translation work. Study 2 concluded that the adaptation process is a dynamic and ongoing process, not complete after one round of translation, revision and quality control. Study 3 provided a deeper understanding of the complexities related to the use of multiple-choice format in the MKT items – referring particularly to the suggested solutions in the MKT multiple-choice items.

Studies 4 and 5 considered more deeply and directly which information on teachers' MKT is accessed by the MKT instrument. By asking teachers to elaborate on their answers to the MKT multiple-choice items, and analyzing these responses the study indicated that teachers drew on aspects of MKT not intended by the items. These findings may suggest inconsistencies between the MKT framework and the MKT items. The multiple-choice response «I'm not sure» proved especially challenging to interpret. The study (number 6) did not find a clear correlation between the MKT as assessed by response to the multiple-choice and the MKT as assessed by the corresponding written reflection on the item.

The work in its entity illuminates several challenges in using the MKT instrument. In the Norwegian context the issues of language translation, cultural adaptation, differing situations, unfamiliar format and so on are all found complex and further complicated by the illusive nature of mathematical concepts. All these aspects influence the interpretation of the MKT measures. The results indicate that the MKT framework and instrument, in its present design, should be used with caution in the Norwegian context. More importantly, the study opens up, explores and challenges the concept of MKT providing useful knowledge for a research based teacher education in mathematics teaching.

Innhold

1	Innledning.....	1
1.1	Konteksten.....	1
1.2	Forskningsspørsmål.....	5
1.3	Noen begrepsavklaringer og presiseringer.....	6
1.4	Avhandlingens bidrag.....	8
1.5	Avhandlingens struktur.....	10
2	Læreres kunnskap: sentrale rammeverk og forskning.....	11
2.1	Hva er, og hvordan utvikles, kunnskap?.....	11
2.1.1	Konstruktivisme.....	12
2.1.2	Sosialkonstruktivisme.....	16
2.1.3	Sosiokulturelle teorier.....	17
2.1.4	Kunnskap i denne studien.....	18
2.2	Rammeverk for matematikklæreres kunnskap.....	18
2.2.1	Shulman og læreres fagkunnskap.....	19
2.2.2	Kunnskap eller oppfatning?.....	22
2.2.3	Rammeverk basert på Shulmans SMK.....	23
2.2.4	Rammeverk basert på Shulmans PCK og SMK.....	25
2.3	Lærerkunnskap målt og studert.....	31
2.3.1	Kunnskap som formell utdanning.....	31
2.3.2	Innholdet i læreres kunnskap.....	31
2.3.3	Direkte måleinstrumenter.....	32
2.4	Rammeverk og instrument i denne studien.....	33
3	Å måle og studere læreres UKM.....	40
3.1	Læreres UKM og elevresultater.....	40
3.2	UKM-instrumentet og reliabilitet.....	43

3.3	Validitetsstudier av UKM-instrumentet	46
3.4	Kritikk av UKM-instrumentet	49
3.5	UKM og kultur	51
3.6	Oversettelse og tilpasning av UKM-instrumentet	54
3.6.1	Tilpasning til den irske konteksten	55
3.6.2	Tilpasning utenfor Europa	56
3.6.3	Tilpasning i den norske konteksten – en gryende start.....	58
3.7	Oppsummering og drøfting	59
3.8	Forskningsspørsmål	62
4	Design og metoder	64
4.1	Seleksjon.....	64
4.2	En flermetodisk studie	68
4.2.1	«Hvert ord teller» - dokumentasjon av oversettelse	69
4.2.2	Respons på flervalgsoppgaver	70
4.2.3	Intervjuer.....	71
4.2.4	Skriftlige refleksjoner	74
4.3	Forskerrollen.....	76
4.4	Analyse	80
4.4.1	Analyser av dokumentert oversettelse	81
4.4.2	Analyser av flervalgsrespons	82
4.4.3	Innholdsanalyser av FGI.....	83
4.4.4	Innholdsanalyser av skriftlige refleksjoner.....	84
4.5	Etiske perspektiver og kvalitet	92
4.5.1	Etiske perspektiver.....	92
4.5.2	Studiens troverdighet og kvalitet	94
5	Resultater	98
5.1	Artikkel 1	98

5.2	Artikkel 2.....	99
5.3	Artikkel 3.....	101
5.4	Artikkel 4.....	102
5.5	Artikkel 5.....	103
5.6	Artikkel 6.....	104
6	Diskusjon.....	106
6.1	Hvilke utfordringer og muligheter møter en når UKM- instrumentet skal tilpasses og brukes?.....	106
6.2	Hva kan man lære om læreres UKM ved å ta UKM-instrumentet i bruk?.....	113
6.3	Konklusjoner	120
6.4	Implikasjoner for fremtidig forskning	123
7	Referanser.....	127

Oversikt over kappens tabeller

Tabell 1.1. Forskningsspørsmål i avhandlingens delstudier.	6
Tabell 2.1. Shulmans rammeverk for læreres kunnskap.	19
Tabell 2.2. Rammeverk med relaterte måleinstrumenter.	25
Tabell 4.1. Studiens deltakere.	65
Tabell 4.2. De 30 deltakernes arbeidserfaring og utdanning.	67
Tabell 4.3. Innholdsanalysen.	84
Tabell 4.4. Eksempel på konvensjonell analyse.	88
Tabell 4.5. Eksempler fra den summative innholdsanalysen.	89
Tabell 6.1. Nyanser i undervisningsarbeidets utfordringer – eksempel.	108

Oversikt over kappens figurer

Figur 1.1. Et eksempel på et UKM-testlet utviklet for å måle læreres «spesialiserte fagkunnskap».....	4
Figur 1.2. Avhandlingens bidrag.	9
Figur 2.1. Kilden til kunnskap (horisontal pil) og hvor kunnskap «finnes» (vertikal pil).	14
Figur 2.2. Regnefortelling for å representere $1\frac{1}{4} : \frac{1}{2}$	28
Figur 2.3. Undervisningsarbeidets utfordringer	29
Figur 3.1. UKM-oppgavenes reliabilitet og validitet.	44
Figur 4.1. Empirisk materiale analysert i ulike artikler.....	69
Figur 4.2. Studiens «kunnskapskonstruksjon».....	77
Figur 4.3. Eksempel på hvordan fargekoder ble brukt tidlig i analysen.	81
Figur 6.1. Hva måler en UKM-oppgave?.....	115

1 Innledning

Utgangspunktet for denne studien er et ønske om å lære mer om hvordan det er mulig å studere og måle matematikklæreres kunnskap, og å utforske mulige begrensninger og styrker ved måter en studerer og måler kunnskap på. Til grunn for studien ligger et kognitivt perspektiv på kunnskap. Ett spesifikt instrument utviklet av forskere ved University of Michigan (Ball, Thames & Phelps, 2008) studeres.

I dette kapitlet presenteres studiens kontekst, fokus og bidrag.

1.1 Konteksten

Læreren blir ofte trukket frem som faktoren med størst betydning for elevers læring (f.eks., Darling-Hammond, 2000; Hattie, 2009). Læreres kunnskap har lenge blitt fremhevet som spesielt viktig: «The single factor which seems to have the greatest power to carry forward our understanding of the teachers' role is the phenomenon of teachers' knowledge» (Elbaz, 1983, s. 45). Matematikklæreres kunnskap i og om matematikk understrekes som betydningsfull for undervisningskvaliteten i matematikk (Davis & Simmt, 2006; Hiebert & Grouws, 2007; Hill, Blunk et al., 2008). Flere studier konkluderer med at komponenter av matematikklærernes kunnskap kan ha en positiv innflytelse på elevenes læring (f.eks., Baumert & Kunter, 2013b; Hill, Rowan & Ball, 2005; Tchoshanov, 2011).

Tilknyttet etter- og videreutdanning av lærere understrekes behovet for forskning om hvordan lærere tilegner seg, og utvikler, profesjonskunnskap (f.eks., Darling-Hammond & Bransford, 2005), samt behovet for å identifisere og studere «[t]he 'what' of teacher learning» (Wilson & Berne, 1999, s. 202). Behovet for dokumentasjon og måling av matematikklæreres kunnskap fremheves (f.eks., Chapman, 2013; Hill, Sleep, Lewis & Ball, 2007). Å måle og studere matematikklæreres kunnskap er fokuset i denne avhandlingen.

Innledning

Norske elever har lenge prestert under det internasjonale gjennomsnittet i matematikk, men resultatene fra *Trends in International Mathematics and Science Study* (TIMSS) fra 2007 til 2011 indikerer en forbedring (Grønmo & Bergem, 2009; Grønmo et al., 2012). Også resultatene fra *Programme for International Student Assessment* (PISA) viser fremgang fra 2006 til 2009 (Olsen, 2010), men en tilbakegang i 2012 (Kjærnsli & Olsen, 2013). Da de norske PISA-forskerne (foreløpig) ikke har studert lærernes kunnskap (f.eks., Ødegaard, 2012), er det vanskelig å si om elevresultatene har sammenheng med læreres kunnskap. I Tyskland er prosjektet *Professional Competence of Teachers, Cognitively Activating Instruction, and the Development of Students' Mathematical Literacy* (COACTIV) gjennomført parallelt med PISA (fra 2003). Her konkluderes det med at matematikklæreres kunnskap både er av stor betydning for undervisningskvalitet og for elevers læring (Baumert & Kunter, 2013b). Slik forskning mangler i Norge, men vi vet at norske læreres formelle utdanning i matematikk/matematikkdidaktikk er styrket de siste årene. Likevel hadde (i 2005) kun 2 av 3 lærere som underviste i matematikk formell utdanning i faget og kun 14 % (4,5 % i Rogaland) hadde fordypning på 60 studiepoeng eller mer (Lagerstrøm, 2007). Man kan derfor anta at det fortsatt er lærere som underviser i matematikk uten formell utdanning, og mange lærere som har mindre enn 60 studiepoeng i matematikk/matematikkdidaktikk.

Den kunnskapen matematikklærere trenger for å undervise i matematikk diskuteres både i forskning og i media. Mens norske foreldre og elever ser ut til å være fornøyde med lærernes kunnskap (Opsal & Toppol, 2011), er ikke den politiske ledelsen enig. I 2007 skrev daværende statsminister Jens Stoltenberg i en kronikk at norske elever lærte for lite matematikk og at årsaken kunne ligge i lærernes kunnskap. Stoltenbergs argumentasjon var basert på resultater fra PISA og TIMSS. Nylig har forskere argumentert for at disse resultatene ikke nødvendigvis er egnet til å trekke konklusjoner i den retning

Innledning

Stoltenberg gjorde (f.eks., Sjøberg, 2014). Nåværende statsminister Erna Solberg er likevel enig med sin forgjenger. Basert på PISA-resultater, sa hun i et intervju at norske lærere ligger dårlig an. Hun konkluderte med å peke på betydningen av en kartlegging av læreres tilsynelatende manglende kunnskap (Ertesvåg, 2013). Som en oppfølging av dette har kunnskapsminister Torbjørn Røe Isaksen nylig uttalt at han, for å kvalitetssikre lærerutdanningene, vil prøve ut en form for nasjonale prøver for nyutdannede lærere (Svarstad, 2014).

Det har blitt utviklet mange rammeverk for å forstå matematikklæreres kunnskap (kap. 2.2), og instrumenter for å måle og studere delkomponenter av denne kunnskapen (kap. 3). COACTIV-studien er et eksempel. Studien inkluderte tester utviklet for å måle ulike komponenter av matematikklærernes kunnskap. Rammeverket *Mathematical knowledge for teaching* (Ball et al., 2008), oversatt til *Undervisningskunnskap i matematikk*, og forkortet UKM¹ (Fauskanger, Bjuland & Mosvold, 2010), er et annet eksempel. Rammeverket beskriver den kunnskapen lærere trenger for å bedrive undervisningsrelatert arbeid. Parallelt med dette rammeverket er det utviklet flervalgsoppgaver designet for å måle læreres UKM (fig. 1.1).

Det er lagt ned betydelig arbeid i å utvikle og kvalitetssikre UKM-instrumentet (kap. 3). UKM-oppgavene er utviklet basert på matematikkundervisning i USA, med tanke på bruk der. De ble utviklet for å måle og studere kunnskap knyttet til spesifikke utfordringer i matematikklærerens undervisningsarbeid. UKM-oppgavene er dermed knyttet til praksis. Det som vektlegges i lærerutdanning, læreplaner, læremidler og undervisning kan være av betydning for læreres UKM (kap. 3.5). Anderson-Levitt (2012) stiller spørsmål om undervisningsarbeidets utfordringer (fig. 2.3) er så like i USA og andre land at UKM-instrumentet kan gi nyttig informasjon for lærerutdannere og forskere i andre land. Hun understreker at instrumentet må studeres

¹ Se klargjøring av *UKM* i kap. 1.3.

Innledning

nøye i en ny kontekst. Andre understreker at lærerne i den nye konteksten må trekkes inn i denne prosessen (f.eks., Engelhard & Sullivan, 2007; Hambleton, 2012).

3. Imagine that you are working with your class on multiplying large numbers. Among your students' papers, you notice that some have displayed their work in the following ways:

Student A	Student B	Student C
$\begin{array}{r} 35 \\ \times 25 \\ \hline 175 \\ +75 \\ \hline 875 \end{array}$	$\begin{array}{r} 35 \\ \times 25 \\ \hline 175 \\ +700 \\ \hline 875 \end{array}$	$\begin{array}{r} 35 \\ \times 25 \\ \hline 150 \\ 100 \\ +600 \\ \hline 875 \end{array}$

Which of these students would you judge to be using a method that could be used to multiply any two whole numbers?

	Method would work for all whole numbers	Method would NOT work for all whole numbers	I'm not sure
a) Method A	1	2	3
b) Method B	1	2	3
c) Method C	1	2	3

Figur 1.1. Et eksempel på et UKM-testlet² utviklet for å måle læreres «spesialiserte fagkunnskap» (kap. 2.2.3).

Jeg³ har valgt å studere UKM-instrumentet, da UKM-oppgavene vurderes å være av høy kvalitet (Hill, Schilling & Ball, 2004) og er det mest brukte instrumentet i sitt slag (Copur-Gencturk & Lubienski, 2013). Forskere har også funnet signifikante sammenhenger mellom lærernes UKM og kvaliteten på deres undervisning (f.eks., Hill, Blunk et al., 2008; Hill, Umland, Litke & Kapitula, 2012) og elevens resultater (kap. 3.1). Det finnes også erfaringer å bygge på, da instrumentet er

² Fra samlingen av frigitte oppgaver (Ball & Hill, 2008). Noen av oppgavene har en felles innledning med flere relaterte flervalgsspørsmål (kalt «testlet» (Hill, 2010)), mens andre av UKM-oppgavene har kun ett flervalgsspørsmål. For flere eksempler, se kap. 2.2.3, vedlegg 5, art. 1, s. 111 og art. 3, s. 49–51.

³ Her brukes «jeg», «min» m.m., selv om deler av arbeidet er gjort i samarbeid med andre (se eksempelvis medforfattere på artikler, vedlegg 1). Denne «kappen» er imidlertid mitt verk.

Innledning

tilpasset og brukt i andre land (kap. 3.6). Likevel er det mye en ikke vet om instrumentets muligheter og begrensninger, og om hva en kan lære om læreres UKM når instrumentet tas i bruk. Dette studeres i denne avhandlingen.

1.2 Forskningsspørsmål

Studien søker å belyse følgende overordnede spørsmål:

Hva kan man lære om læreres undervisningskunnskap i matematikk (UKM) ved å ta i bruk et amerikansk instrument, utviklet for å måle og studere læreres UKM, i en norsk skolekontekst?

For å kunne svare på et slikt spørsmål er det viktig å undersøke hvilke muligheter og utfordringer som ligger i å tilpasse et måleinstrument, som er utviklet i USA, til en norsk kontekst. Følgende spørsmål må belyses:

Hvilke utfordringer og muligheter møter en når et instrument for å måle og studere læreres undervisningskunnskap i matematikk (UKM) skal tilpasses og brukes i en norsk skolekontekst?

Begge spørsmålene rommer mange delspørsmål. Kun noen få kan studeres innenfor rammen av en 3-årig forskerutdanning. Hver av avhandlingens seks artikler tar for seg ett slikt delspørsmål som presentert i tabell 1.1.

For å møte studiens forskningsspørsmål, har avhandlingsarbeidet et flermetodisk design (kap. 4.2), og jeg som forsker en fortolkende rolle (kap. 4.3). Denne forskerrollen fordrer at forskere (re)konstruerer en «virkelighet» (Postholm, 2004, 2010), i denne studien sammen med medforskere (fig. 4.2)⁴. Studien tar utgangspunkt i et nasjonal-kulturelt

⁴ Ifølge Postholm (2010) kan all kvalitativ forskning betraktes som konstruktivistisk, hvor en går ut fra en ontologi hvor ulike realiteter finnes og en epistemologi hvor studiens funn er subjektive (konstruert av forskeren), eller intersubjektive (et resultat av samhandling mellom individer) (kap. 2.1).

Innledning

Tabell 1.1. Forsknings spørsmål i avhandlingens delstudier.

Delstudie ⁵ / artikkel:	Forsknings spørsmål:
1	What problems occur in the process of translating and adapting the MKT measures from a U.S. context into a Norwegian context? (Mosvold, Fauskanger, Jakobsen & Melhus, 2009, s. 103).
2	How can analysis of item difficulty and point-biserial correlation be used in combination with qualitative approaches to ensure an iterative and high-quality process of adapting MKT items for use in other countries? (Fauskanger, Jakobsen, Mosvold & Bjuland, 2012, s. 388).
3	What indicators are identified from teachers' reflections on how the multiple-choice format might complicate the content (MKT) being measured? (Fauskanger, Mosvold, Bjuland & Jakobsen, 2011, s. 46).
4	What can be learned about teachers' knowledge of the equal sign by analyzing their responses and written reflections to MKT items? (Fauskanger & Mosvold, 2013b, s. 289).
5	Which types of knowledge are made visible in mathematics teachers' responses to MKT multiple-choice items and in their associated constructed-responses, and which (if any) relationship(s) can be identified between the two kinds of responses? (Fauskanger, i review, s. 2).
6	Which (if any) relationship(s) exist between teachers' content knowledge as expressed through teachers' responses to a selection of multiple-choice LMT items, including the suggested solution «I'm not sure», and their written responses to open-ended questions concerning the content of the same items? (Fauskanger & Mosvold, 2014b, s.42).

perspektiv (kap. 3.5), hvor det antas at nasjonale ulikheter i undervisningspraksis kan fordre ulik UKM av lærerne. Styrken med dette perspektivet er at det retter oppmerksomheten mot ulikheter mellom nasjonale kontekster⁶.

1.3 Noen begrepsavklaringer og presiseringer

«Kunnskap» er det mest sentrale begrepet i denne studien. UKM-instrumentet bygger på en oppfatning om at læreres UKM er en personlig konstruksjon som kan kategoriseres, og måles og studeres utenfor undervisningskonteksten. Kunnskap ses på som individuelt

⁵ For å unngå gjentakelse av forskningsspørsmålene, vises det i den videre teksten til delstudier. Hver artikkel diskuterer et forskningsspørsmål, og er en delstudie.

⁶ Bruken av «cultural contexts» og «Norwegian context» (se art. 1, 2, 3, 5 og 6) må leses i lys av dette perspektivet, og dermed som «en annen kultur og kontekst enn hvor instrumentet opprinnelig ble utviklet». Bruken av «norsk skolekontekst» i denne kappen har samme meningsinnhold.

Innledning

konstruert, noe læreren «har» (fig. 2.1). Dette perspektivet – som knyttes til en kognitiv tradisjon – er utgangspunktet for denne studien, og det diskuteres i kapittel 2.1.

«Undervisningskunnskap i matematikk» blir i litteraturen brukt både generelt, for å beskrive kunnskap matematikklærere trenger for å undervise i matematikk, og spesielt for å beskrive ett bestemt rammeverk for matematikklæreres kunnskap (kap. 2.2). I denne studien blir UKM brukt som forkortelse for dette bestemte rammeverket (Ball et al., 2008). Når «UKM-rammeverket»⁷ omtales er det altså dette spesifikke rammeverket det er snakk om. «UKM-instrumentet»⁸ viser til sett med «UKM-oppgaver» utviklet med utgangspunkt i dette rammeverket. UKM defineres som «the mathematical knowledge used to carry out the *work of teaching mathematics*» (Hill et al., 2005, s. 373, utheving i original) (kap. 2.2.4), hvor kunnskap må forstås «in broad terms, including skill, habits of mind, and insight» (Ball et al., 2008, s. 399) (kap. 2.2.2 og 3).

I studier av læreres kunnskap, hvor skriftlige oppgaver brukes som utgangspunkt, refereres det ofte til at kunnskap *testes* eller *måles*. I mer situerte studier refereres det til at kunnskapen *studeres*. UKM-instrumentet (kap. 3) er utviklet både for å måle (assess) og få tilgang til/få kjennskap til/studere (access) læreres situerte kunnskap. Begge deler vektlegges i denne studien. Begrepene brukes både om hverandre og sammen. Ordet «test» må leses på samme måte som ordet «måle». Å teste læreres UKM omfatter både «det å få innsikt i læreres kunnskap», og å sette et «mål» på denne kunnskapen.

⁷ UKM-rammeverket kalles også «content knowledge for teaching», og blir også oversatt til «matematikklærerkompetanse» (Enge & Valenta, 2010, s. 63). Rammeverket er utviklet i prosjektene *Mathematics Teaching and Learning to Teach Project* og *Learning Mathematics for Teaching Project* (forkortet LMT).

⁸ UKM-instrumentet brukes her i entall, selv om det er utviklet flere sett med UKM-oppgaver. I artiklene brukes både «MKT items» (art. 1 til og med 5) og «LMT items» (art. 6) som betegnelse på UKM-oppgaver.

Innledning

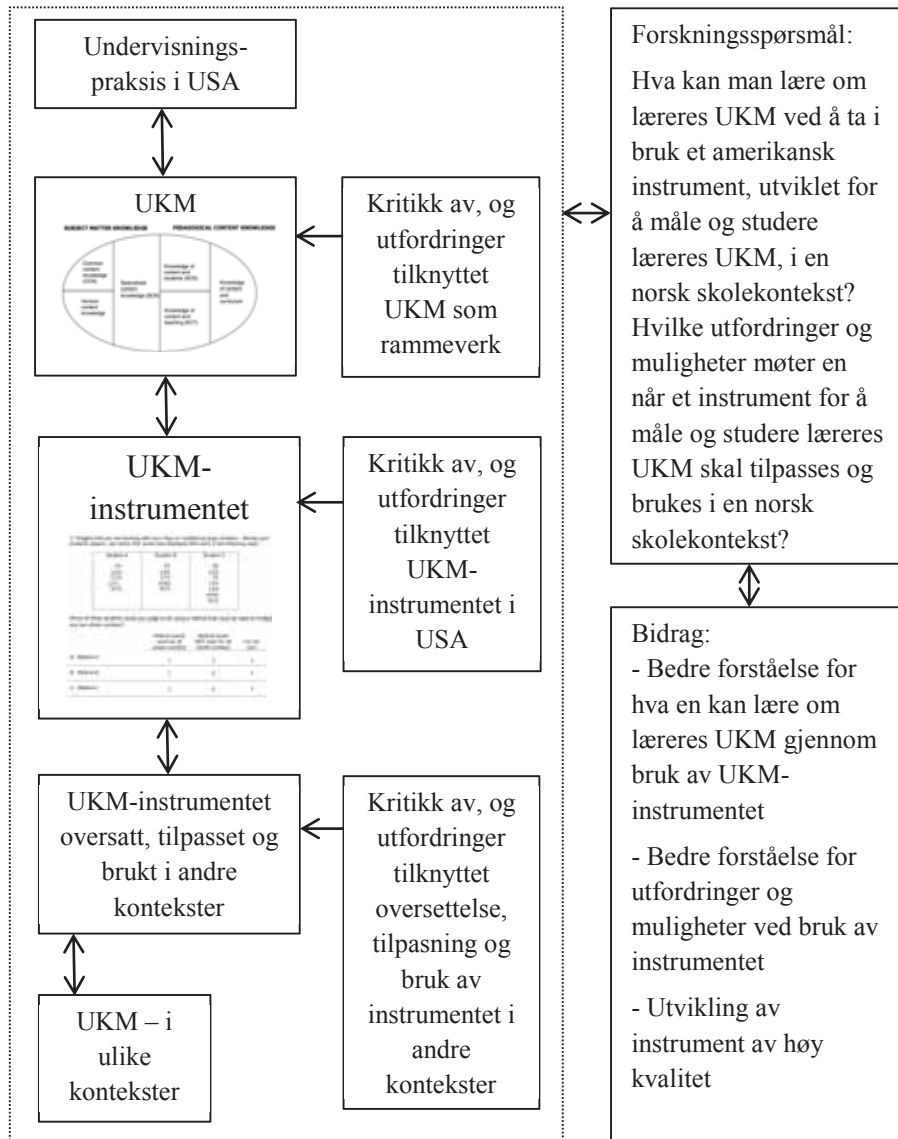
Samlebetegnelsen «skriftlige refleksjoner» brukes i denne kappen på alt skriftlig materiale skrevet av lærerne som ikke er flervalgssvar (kap. 4.2.4)⁹.

1.4 Avhandlingens bidrag

Avhandlingen bygger på en oppfatning om at elevers utvikling og læring er en suksessfaktor i skolesammenheng, og at kunnskapsrike matematikklærere er en forutsetning for å påvirke undervisning og elevers læring i positiv retning (kap. 1.1). Videre tar studien utgangspunkt i at behovet for instrumenter for å måle og studere læreres kunnskap er stort (f.eks., Chapman, 2013), også i en norsk skolekontekst (Mosvold & Fauskanger, i trykk). Boksen nederst til høyre i figur 1.2 illustrerer denne studiens bidrag. Arbeidet vil kunne bidra med økt forståelse for hva en kan lære om læreres UKM ved å ta UKM-instrumentet i bruk. Dette er viktig for fremtidig bruk av instrumentet og for tolkning av resultater fra bruk av instrumentet. Studien vil også kunne gi økt forståelse for noen utfordringer og muligheter en kan møte når UKM-instrumentet skal tilpasses for bruk i en ny kontekst, eksempelvis for hvordan oppgavens flervalgsformat kan oppfattes som en kompliserende faktor (delstudie 3). Studien er også viktig for fremtidig bruk av instrumentet både i Norge og andre land. Til sist vil studien kunne føre til utvikling av UKM-oppgaver av høy kvalitet og dermed til et bedre UKM-instrument. Avhandlingsarbeidet vil på sikt kunne gi økt forståelse for norske læreres kunnskap, kunne påvirke forskningsbasert grunn-, etter- og videreutdanning, og derigjennom læreres undervisningskvalitet og elevers læring. Arbeidet vil også kunne gi nyttig informasjon til politikere som vil kartlegge læreres kunnskap (kap. 1.1).

⁹ I artikkel 4 brukes «written reflections». Basert på fagfellers tilbakemeldinger om at dette kan gi assosiasjoner til hvordan problemløslitteraturen bruker «reflections» (f.eks., Bjuland, 2004), brukes «long responses» i artikkel 6. Tilknyttet artikkel 5 anbefalte fagfellene «constructed-responses». Anbefalingen ble fulgt.

Innledning



Figur 1.2. Avhandlingens bidrag.

Innledning

1.5 Avhandlingens struktur

Dette første kapitlet har presentert forskningens kontekst, fokus og bidrag. I det andre kapitlet vil en litteraturgjennomgang presenteres - den teoretiske innrammingen av artiklernes forskningsspørsmål, samt tidligere relevant forskning. Kapittel tre har et fokus på å måle og studere lærerkunnskap, spesielt ved bruk av UKM-instrumentet. Design og metoder presenteres i kapittel fire, sammen med en diskusjon om forskerrollen og spørsmål om validitet og forskningsetikk. Innenfor rammen av denne avhandlingen inngår seks artikler (vedlegg 1). Resultater som presenteres og diskuteres i artiklene, repeteres kort i kapittel fem. I kapittel seks diskuteres resultatene, konklusjoner trekkes og implikasjoner for fremtidig forskning presenteres.

2 Læreres kunnskap: sentrale rammeverk og forskning

En studie av hva man kan lære om læreres UKM gjennom å ta i bruk et instrument utviklet for å måle og studere matematikklæreres kunnskap, fordrer at en må plassere både denne studiens kunnskapsproduksjon og UKM-instrumentet i mylderet av syn på hva kunnskap er, hvordan kunnskap utvikles og på hvordan kunnskap kan måles og studeres. I dette kapitlet klargjøres kunnskapsbegrepet slik det forstås i dette avhandlingsarbeidet (kap. 2.1). Denne klargjøringen er viktig både som grunnlag for å velge, og forstå, rammeverk for læreres kunnskap (kap. 2.2 og 2.4), som grunnlag for å forstå hvordan kunnskap kan måles og studeres (kap. 2.3 og 3), og som grunnlag for hvordan kunnskap konstrueres i denne studien (kap. 4.3).

2.1 Hva er, og hvordan utvikles, kunnskap?

Begrepet «kunnskap» lar seg ikke enkelt definere. Selv Platon erkjente vansker med å definere begrepet:

And it is shameless when we do not know what knowledge is, to be explaining the verb to «know?» ... Thousands of times have we repeated the words «we know,» and «do not know,» and «we have or have not science or knowledge,» as if we could understand what we are saying to one another, even while we remain ignorant about knowledge. (Plato, Theaetetus, trans. 2006. Fra Murphy, Alexandre & Muis, 2012, s. 189)

I matematikdidaktisk forskning fremheves tre hovedteorier om kunnskap og kunnskapsutvikling: (sosial)konstruktivisme, sosial praksisteori og sosiokulturell teori (Jaworski, 2000). I de ulike teoriene forstås både kunnskapsbegrepet og kunnskapsutvikling ulikt. En klargjøring følger i kapitlene 2.1.1 – 2.1.3.

Kunnskap kan ses på som en objektiv størrelse, hvor absolutte sannheter eksisterer, og hvor matematikken er fast definert, absolutt og

Læreres kunnskap: sentrale rammeverk og forskning

sann, eksisterende i en ideell verden, uavhengig av tid og rom (f.eks., Ernest, 1991). Kunnskap utvikles gjennom at individet oppdager den objektive sannheten som allerede er der (Hersh, 1998). Måling av matematikklæreres kunnskap ved hjelp av tester, kan knyttes til at slik absolutt kunnskap finnes.

Kunnskap kan også betraktes som en personlig konstruksjon basert på den enkeltes unike erfaring. Konstruktivismen ligger til grunn for dette avhandlingsarbeidet, som følgelig knyttes til en kognitiv tradisjon (Cobb, 2007; Noddings, 1990). Her fornektes ikke eksistensen av en objektiv verden, men kunnskap reflekterer ikke en objektiv ontologisk realitet¹⁰ (von Glasersfeld, 1995).

2.1.1 Konstruktivisme

Konstruktivismens mange varianter (f.eks., Ernest, 2006; Jaworski, 1994; Phillips, 1995; Postholm, 2004) tar alle utgangspunkt i konstruksjonsmetaforen fra arkitekturen, hvor nye strukturer bygges med utgangspunkt i deler som allerede eksisterer (Ernest, 2006). Den moderne konstruktivismen har filosofiske røtter i arbeidene til Vico og Kant på 1700-tallet (f.eks., Jaworski, 1994; von Glasersfeld, 1995). Slik det har vært presentert i matematikdidaktisk forskning, kan konstruktivismens røtter knyttes til: 1) problemløsning, 2) barns misoppfatninger eller alternative oppfatninger og 3) teorier om kognitiv utvikling (Confrey & Kazak, 2006). Punkt 3 har hatt størst innvirkning. Konstruktivismen kan dermed, slik den forstås læringsteoretisk, knyttes til Piaget (f.eks., Piaget, 1970) sitt arbeid (f.eks., Jaworski, 1994; von

¹⁰ Jaworski (2000, s. 85) skriver at konstruktivismen «allows uncertainty and tentativeness of knowledge to be an acceptable position». Konstruktivismens ontologi diskuteres følgelig i litteraturen. Ifølge von Glasersfeld (1985) har ikke konstruktivismen noen ontologisk tilknytning, og er ment å være en modell av «the rational mind's organization of experience» (von Glasersfeld, 1985, s. 99). Jaworski (1994) understreker imidlertid at mange av påstandene konstruktivister legger frem er ontologiske.

Læreres kunnskap: sentrale rammeverk og forskning

Glaserfeld, 1995), senere videreutviklet og knyttet til matematikkfaglig kunnskapsutvikling.

Kunnskap ses på som et produkt av våre kognitive handlinger, som konstrueres gjennom våre erfaringer, og hvor disse erfaringene påvirkes av våre kognitive linser (Confrey, 1990). Kunnskap er et uttrykk for et individs egen oppfatning av verden (kap. 2.2.2), og knyttes til noe som først og fremst er *i* mennesket, noe man *har*.

I sin individualistiske form beskriver konstruksjonsmetaforen forståelse som bygging av mentale strukturer. Begrepet om- eller restrukturering blir ofte brukt som synonym for akkomodasjon, eller begrepsmessig endring (Ernest, 2006). Læring er en aktiv konstruksjonsprosess der individet tar imot informasjon, tolker den, knytter denne sammen med det de vet fra før, og reorganiserer de mentale strukturene (om det er nødvendig) for å passe inn ny forståelse (Noddings, 1990). Det er mulig for oss (i alle fall delvis) å bli bevisst på konstruksjonene og modifisere dem gjennom bevisst refleksjon omkring den konstruktive prosessen (Confrey, 1990).

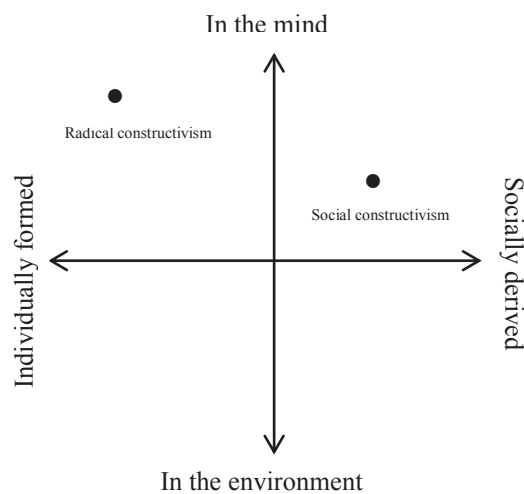
Radikal konstruktivisme (fig. 2.1, 2. kvadrant) tar utgangspunkt i Piagets kognitive adaptasjon (Jaworski, 1994) og er et ytterpunkt hvor:

1. Knowledge is not passively received either through the senses or by way of communication. Knowledge is actively built up by the cognizing subject¹¹.
- 2a. The function of cognition is adaptive, in the biological sense of the term, tending towards fit or viability.
- b. Cognition serves the subject's organization of the experiential world, not the discovery of an objective ontological reality. (von Glaserfeld, 1990, s. 22–23)

¹¹ Aksepteres kun dette første punktet, kalles det triviell (Jaworski, 1994) eller enkel (Ernest, 2006) konstruktivisme. Confrey og Kazak (2006) mener at polariseringen av konstruktivisme i triviell og radikal konstruktivisme bør unngås, så også her.

Læreres kunnskap: sentrale rammeverk og forskning

Radikal konstruktivisme er basert på en antakelse om at kunnskap er lagret i hodet, og at en ikke har andre alternativer enn å konstruere kunnskap basert på egne erfaringer (von Glasersfeld, 1995). Punkt nummer 2 understreker at det vi kan er akkumulasjonen av alle våre erfaringer så langt (Jaworski, 1994).



Figur 2.1. Kilden til kunnskap (horisontal pil) og hvor kunnskap «finnes» (vertikal pil)¹². (Forenklet modell etter Murphy et al., 2012, s. 211)¹³.

Kunnskap ses på som en handling eller prosess, eller «as ‘something that works’» (Bauersfeld, 1995, s. 143). von Glasersfeld (1995) bruker begrepet levedyktighet (viability) for å få frem at begreper, modeller og teorier, om de er adekvate og ikke imøtegås, «overlever» i kontekstene

¹² Jaworski (2000) understreker (med henvisning til sosial praksisteori, kap. 2.1.3) at «kunnskap i praksis» kan løsrives fra et fokus på lokalisering og handle om at kunnskap utvikles i en praksis hvor mennesker deltar. Kunnskap er da distribuert over, ikke delt mellom, deltakerne i den aktuelle praksisen. Figur 2.1 bygger imidlertid på at kunnskap er lokalisert et sted. Lokaliseringen er representert ved den vertikale akse, mens kilden til kunnskap er representert ved den horisontale akse.

¹³ Her er radikal og sosial konstruktivisme plassert i henholdsvis 2. og 1. kvadrant. Den eksakte plasseringen er basert på kompromisser (Murphy et al., 2012).

Læreres kunnskap: sentrale rammeverk og forskning

hvor de ble utviklet og dermed befester seg som kunnskap. Jaworski (1994, s. 18) fremhever at

the best we can do is to construct mathematical concepts in such a way that they fit with our real-world experiences. [...] In cognitive terms, ideas, theories, rules and laws are constantly exposed to the world from which they were derived, and either they hold up, or they do not. If they do not, then they have to be modified to take the constraints into account.

Konteksten er viktig, og det er kun mulig å forstå verden gjennom erfaringer (Jaworski, 1994). Erfaring kan knyttes til en sosial kontekst¹⁴ hvor vi interagerer med andre (Ernest, 2006). Selv om kunnskapen individer konstruerer måtte variere, er det måter vi kan komme nærmere hverandre på, gjennom kommunikasjon (Jaworski, 1994). Heller enn å fokusere på sannhet, fremheves da validitet. Når individuell kunnskap offentliggjøres, foregår en valideringsprosess, og slik skapes «sannhet». Interaksjon og forhandling er følgelig essensielt i en slik prosess (Jaworski, 2000). Dette utfordrer den radikale konstruktivismens rent individuelle fokus med et syn på kunnskapskonstruksjon som del av en sosial prosess hvor interaksjon spiller en rolle.

I dette avhandlingsarbeidet ses læreres kunnskap som individuelt konstruert. Kunnskapen representerer imidlertid ikke en objektiv ontologisk realitet, men «levedyktig» kunnskap, skapt gjennom erfaringer fra sosiale kontekster (fig. 4.2). Når individuell konstruksjon av kunnskap ses på som avhengig av en sosial prosess, relateres det til sosialkonstruktivismen.

¹⁴ Piaget kritiseres for ikke å betrakte individet som en kulturell deltaker (Jaworski, 1994), og dermed for å ignorere det sosiale og kontekstuelle, så også det andre prinsippet fra von Glasersfeld (1990) ovenfor. Flere (f.eks., Confrey, 2000) fremhever imidlertid sosiale interaksjoner som så sentrale i kunnskapskonstruksjon, at det «sosiale» er inkludert i alle former for konstruktivisme.

2.1.2 Sosialkonstruktivisme

Sosialkonstruktivismen som teori forekommer i ulike former (f.eks., Ernest, 2006), og har fått sitt navn blant annet for å understreke viktigheten av kommunikasjon og intersubjektivitet¹⁵ i individuell kognisjon. Både det kollektive og individuelle fremheves ved at et individ konstruerer sin kunnskap i vekselvirkning med andre individer gjennom bruk av språk og meningsutveksling (Jaworski, 1994). Kunnskap er også her sett på som en personlig konstruksjon, men det er en stadig vekselvirkning mellom kollektive og individuelle kunnskaper (f.eks., Ernest, 2006; Murphy et al., 2012). Kunnskapen konstrueres intersubjektivt. Læring blir følgelig både en interaktiv og en «konstruktiv» aktivitet.

Når en beveger seg fra radikal til sosial kunnskapskonstruksjon, ses det både på som en parallell til bevegelsen fra Piaget til Vygotskys syn på læring (Jaworski, 1994), og som et forsøk på å smelte sammen Vygotskys vektlegging av det sosiale med den radikale konstruktivismen (Confrey, 1995). Som Piaget, så Vygotsky på læring som resultat av aktiv organisering av erfaringer, men han vektla sosiale og kulturelle dimensjoner i denne utviklingen (Cobb, Wood & Yackel, 1990). Selv om den sosiale konteksten vektlegges i

¹⁵ Begrepet intersubjektivitet er utfordrende i et konstruktivistisk perspektiv. Siden et individs forestilling av verden er en individuell konstruksjon, er det ikke åpenbart hvordan en slik forestilling av verden er forenlig med at andre individer kan konstruere deres eget verdensbilde (von Glasersfeld, 1985). Dette understrekes av Jaworski (1994) som skriver at intersubjektivitet er problematisk og motsetningsfylt. Utfordringen imøtekommes da «the highest level of reality a subject's organization of the experiential world can achieve depends on hypothesizing the cognitive structures of Others», og «this level cannot be attained *without* conceptualizing Others» (von Glasersfeld, 1985, s. 99, utheving i original). Jaworski (1994) fremhever også at produksjon av kunnskap over millennium kan ses på som sosial konstruksjon av intersubjektiv kunnskap. Begrepet intersubjektivitet kan da hjelpe oss til å bygge en bro mellom individuell kunnskapskonstruksjon og en enighet i et samfunn (von Glasersfeld, 1995).

Læreres kunnskap: sentrale rammeverk og forskning

sosialkonstruktivismen, er kunnskap individuell (fig. 2.1, 1. kvadrant). Det gir følgelig mening å måle og studere læreres individuelle kunnskap.

All konstruksjon kan fremheves som kontekstbundet: «[J]ust as beliefs are contextual [...], so is knowledge from a constructivist perspective, since an individual's experiences are necessarily contextually bound» (Beswick, 2007, s. 97). Ut fra dette perspektivet gir det mening å studere et instrument utviklet i en amerikansk kontekst nøye når det skal tas i bruk i en norsk skolekontekst (kap. 3.5). Det kontekstbundne tolkes imidlertid ulikt i konstruktivismen og de to andre store teoriene – sosial praksisteori og sosiokulturell teori (Jaworski, 2000).

2.1.3 Sosiokulturelle teorier

Sosiokulturelle teorier har i stor grad røtter i Vygotskys arbeider (Daniels, 2001). Teoriene består av en rekke ulike perspektiver, men med felles grunnleggende antagelser om kunnskap og kunnskapsutvikling. Kunnskap ses på som et kulturelt produkt som alltid er foranderlig og som utvikles i en prosess fra sosial kunnskap til personlig kunnskap (Murphy et al., 2012). Sosiokulturelle teorier deler synet på at «Vygotsky provides a valuable tool with which to interrogate and attempt to understand the process of social formation of mind» (Daniels, 2001, s. 70). Kunnskapsutvikling er kontekstbundet, og individuell utvikling knyttes til å bli en fullverdig deltaker i en kulturell praksis (Cobb, 2007), fra en perifer deltaker til en fullverdig deltaker (sosial praksisteori, f.eks., Adler, 2000). Sosiokulturelle læringsteorier plasseres følgelig i fjerde kvadrant i figur 2.1. Kunnskap kan videre ses på som distribuert på tvers av individer og miljø (Murphy et al., 2012). I disse perspektivene blir studier av individuelle læreres kunnskap utenfor undervisningskonteksten av mindre verdi (Cobb, 2007), og er dermed ikke vektlagt her.

2.1.4 Kunnskap i denne studien

En definisjon av kunnskap, og forståelse for hvordan kunnskap utvikles, vil avhenge av synet på hvor kunnskap «finnes» (Murphy et al., 2012). Dette kan knyttes til ytterpunktene på vektorene i figur 2.1, hvor kognitive teorier finnes i første og andre kvadrant, mens situerte teorier finnes i fjerde kvadrant. Nødvendigheten av å studere både kognitive og situerte aspekter ved kunnskap fremheves (f.eks., Cobb, 2007). Det gir best mening å måle og studere kunnskap utenfor konteksten, om en baserer seg på et kognitivt syn på kunnskap.

En kan si at den ulike bruken av preposisjoner i «mathematical knowledge *for* teaching» og «mathematical knowledge *in* teaching» oppsummerer ulike syn på læreres kunnskap, samt på hvor og hvordan denne kunnskapen kommer til uttrykk og kan studeres. De to preposisjonene «*in*» og «*for*» henger sammen, da fokuset på lærerkunnskap slik den kommer til uttrykk *i* undervisningen har utviklet seg fra et fokus på kunnskap som lærere bringer med seg *inn i* undervisningen (Rowland & Ruthven, 2011). Rammeverkene som diskuteres i neste kapittel (2.2) er eksempler hvor læreres kunnskap ses på som kontekstavhengig, men hvor utgangspunktet likevel er at komponenter av denne kunnskapen kan kategoriseres, studeres og måles uavhengig av konteksten¹⁶. De rammeverkene som trekkes frem har alle et perspektiv på kunnskap som individuelt konstruert. De bygger på Shulmans (1986, 1987) kunnskapskategorier og har relaterte måleinstrumenter. Det er blant disse jeg har gjort mitt valg.

2.2 Rammeverk for matematikklæreres kunnskap

Shulmans (1986) artikkel «Those who understand: Knowledge growth in teaching» er sannsynligvis den mest siterte i forskningsfeltet relatert

¹⁶ Kunnskap målt og studert utenfor undervisningskonteksten er omdiskutert, da mye av (spesielt erfarne) læreres kunnskap ses på som taus (f.eks., Brown & McIntyre, 1993).

Læreres kunnskap: sentrale rammeverk og forskning

til læreres kunnskap. Rammeverk for matematikklæreres kunnskap, med relaterte instrumenter for å måle og studere denne kunnskapen, tar ofte utgangspunkt i Shulmans kunnskapskategorier.

2.2.1 Shulman og læreres fagkunnskap

Fagkunnskap representeres av Shulman (1986, s. 9) «in the mind», mot toppen av den vertikale pila i figur 2.1, og knyttes til en kognitiv tradisjon (Askew, 2008; Petrou & Goulding, 2011). Dette er synlig når det fremheves at lærerens kunnskap kommer til uttrykk i tre ulike former, presentert i første kolonne i tabell 2.1. De to første punktene representerer kunnskap «in the mind», mens det tredje punktet knyttes til at lærere med ekspertkunnskap omformer denne kunnskapen i undervisningsprosessen (Shulman, 1987).

Tabell 2.1. Shulmans rammeverk for læreres kunnskap.

Former for kunnskap	Kategorier relatert til fagkunnskap (Shulman, 1986, 1987)	Underkategorier av fagkunnskap
1) Teoretisk og praktisk kunnskap læreren har om undervisning «stored in the form of propositions» (Shulman, 1986, s. 10) 2) Kunnskap (representert i lærerens minne) om spesifikke, veldokumenterte undervisningsrelaterte case utviklet gjennom undervisningserfaring 3) Strategisk kunnskap (den praktiske anvendelsen av de to forrige formene for kunnskap i selve undervisningen)	Subject matter knowledge (SMK)	Viktige momenter ¹⁷ : Faktakunnskap, begrepskunnskap og kunnskap om fagets struktur
	Pedagogical content knowledge (PCK)	Viktige momenter: Å representere, forklare og undervise fagkunnskap
	Curriculum knowledge ¹⁸ (læreplankunnskap)	Vertikal læreplankunnskap Lateral læreplankunnskap

¹⁷ Etter idé fra Kaarstein (2014a, s. 33). Shulman brukte ikke underkategorier av SMK og PCK, men momentene satt opp her fremheves i hans tekster.

¹⁸ Oversettes ulikt i norske tekster. «Læreplankunnskap» (Fauskanger et al., 2010) og «Kunnskap om læreplan og pensum» (Opsvik & Skorpen, 2012) er to eksempler.

Læreres kunnskap: sentrale rammeverk og forskning

Shulman bruker Piagets studier av barns utvikling¹⁹ som modell i sine studier av læreres utvikling: «We are following this lead [Piaget] by studying those just learning to teach. Their development from students to teachers, [...] exposes and highlights the complex bodies of knowledge and skill needed to function effectively as a teacher» (Shulman, 1987, s. 4). Lærerenes kunnskapsproduksjon foregår ved å konstruere sammenhengende «bodies» av kunnskap (kap. 2.1).

Shulman (1987) identifiserer syv kategorier av lærerkunnskap. Tre er relatert til fagspesifikk kunnskap (2. kolonne i tab. 2.1). «Subject matter knowledge» (SMK)²⁰ er definert som «the amount and organization of knowledge per se in the mind of the teacher» (Shulman, 1986, s. 9). Shulman understreker at lærerenes fagkunnskap alene ikke automatisk gir bedre undervisning, og at læreren både må forstå *at*, og *hvorfor*, noe er som det er (Shulman, 1986). SMK går i så måte utover kunnskap om fakta og begreper innenfor et område.

«Læreplankunnskap» inkluderer både kunnskap om alt tilgjengelig materiale, som læreplan og lærebøker, men også kunnskap om hvordan fag undervises i tidligere og kommende år (vertikal læreplankunnskap) og om hvordan innholdet i en undervisningsøkt er relatert til andre emner (lateral læreplankunnskap) (tab. 2.1, kolonne 2 og 3).

Utover læreplankunnskap og SMK, mente Shulman (1986) at den viktigste delen av lærerenes kunnskapsbase er «pedagogical content knowledge» (PCK)²¹ som «goes beyond knowledge of subject matter

¹⁹ Piagets stadieteori er ikke vektlagt, men er verdifull, da overgangen fra et stadiet til et annet kan knyttes til læring (f.eks., Tall, 2002). Tall knytter denne overgangen til assimilasjon (hvor en person tar inn ny informasjon) og akkomodasjon (hvor en persons individuelle kognitive struktur modifiseres), og sier at (ifølge Piaget) fordrer en slik overgang akkomodasjon.

²⁰ Forkortelsen SMK brukes videre her i kappen. I engelskspråklig litteratur brukes også CK (content knowledge) parallelt med SMK.

²¹ Eksempler på norsk oversettelse av PCK er «fagrelatert didaktisk kunnskap» (Slåtten, 1998), «pedagogisk innholdskunnskap» (Hundeland, 2010) og «fagdidaktisk kunnskap» (Fauskanger et al., 2010). Her brukes forkortelsen PCK.

Læreres kunnskap: sentrale rammeverk og forskning

per se to the dimension of subject matter knowledge for teaching. I still speak of content knowledge here, but of the particular form of content knowledge that embodies the aspects of content most germane to its teachability» (Shulman, 1986, s. 9, utheving i original).

PCK innebærer at læreren må ha evnen til å forstå sentrale forhold rundt undervisning, og på den måten legge til rette for at elever lærer ut fra sine egne forutsetninger. PCK innbefatter kunnskap om de matematiske emnene det vanligvis undervises i, om de ulike emnenes representasjonsformer, analogier, illustrasjoner og eksempler, samt forklaringer og demonstrasjoner som gjør at de ulike emnene kan fremstilles helhetlig. PCK omfatter også kunnskap om hva som gjør de ulike matematiske emnene vanskelige, eller enkle, å lære for ulike grupper av elever, herunder vanlige feil og misoppfatninger elever kan ha, eller utvikle, innenfor emnene (Shulman, 1986). Nøkkelen til lærerens kunnskapsbase ligger i skjæringspunktet mellom fagkunnskapen og pedagogikken (Shulman, 1987).

Med utgangspunkt i Shulmans arbeider har mange forsøkt å identifisere, spesifisere og videreutvikle hva lærerkunnskap for matematikkundervisning innebærer. Mange ulike, og delvis overlappende, rammeverk for matematikklæreres kunnskap er utviklet (se f.eks., Askew, 2008; Ball, Lubienski & Mewborn, 2001; Blömeke & Delaney, 2012; Petrou & Goulding, 2011 for oversikt over ulike rammeverk). Noen rammeverk fokuserer på SMK, andre på PCK, noen på det individuelle, og andre på det mer sosiale og situerte (kap. 2.1). Noen har relaterte instrumenter for å måle og studere læreres kunnskap, andre har ikke. I denne sammenheng fremheves rammeverk som har relaterte instrumenter for å måle og studere kunnskap (oversikt i tab. 2.2). Denne begrensningen er knyttet til studiens forskningsspørsmål (kap. 1.2) og til syn på kunnskap som ligger til grunn for studien (kap. 2.1.4). Konsekvensene av dette valget er at rammeverk knyttet til

Læreres kunnskap: sentrale rammeverk og forskning

situerte perspektiv (kap. 2.1.3) ikke diskuteres²². Rammeverkene varierer i hvorvidt de skiller mellom kunnskap og oppfatninger (Petrou & Goulding, 2011). Før jeg går dypere inn i rammeverkene presentert i tabell 2.2, belyses derfor dette forholdet.

2.2.2 Kunnskap eller oppfatning?²³

Forholdet mellom oppfatninger og kunnskap har lenge vært gjenstand for diskusjon (Pehkonen, 2008). Det har vært vanskelig å skille oppfatninger og kunnskap (Thompson, 1992). I litteraturen beskrives forskjeller og likheter mellom både elevers og læreres kunnskaper og oppfatninger (f.eks., Forgasz & Leder, 2008; Op't Eynde, de Corte & Verschaffel, 2002). I et forsøk på å rydde opp i forholdet mellom læreres kunnskap og oppfatninger påpekte Thompson (1992) at vanskeligheter med å endre egen undervisning knyttes til både hva lærere kan, og til hvilke oppfatninger de har, eksempelvis om matematikk og matematikkundervisning. Lærere anvender sine oppfatninger som om de skulle være kunnskaper. Furinghetti og Pehkonen (2002) diskuterer to aspekter ved kunnskap: den objektive (offisielle) kunnskapen og den subjektive (personlige) kunnskapen. De bruker sannsynlighet til å skille mellom kunnskap og oppfatninger: «Knowledge is valid with a probability of 100 %, whereas the corresponding probability for belief is usually less than 100 %» (s. 43). Leatham anvender også sannsynlighet for å skille mellom begrepene: «Of all things we believe, there are some things that we 'just believe' and other things that we 'more than believe – we know'. Those things

²² Denne begrensningen gjør eksempelvis at rammeverket utviklet i prosjektet *Kompetencer og Matematikklæring* (f.eks., Niss, 2004), relevant for arbeidet med de siste læreplanene for grunnskolen i Norge, utelates.

²³ Eksplisitt fokus på læreres oppfatninger er et grunnlag for utviklingen av denne avhandlingens artikler (vedlegg 4). En studie av læreres oppfatninger om posisjonssystemet (Fauskanger & Mosvold, 2013a) var avgjørende for valg av case i artikkel 5. En studie av læreres oppfatninger om definisjoner (Mosvold & Fauskanger, 2013) var til hjelp i diskusjonsdelen i artikkel 3.

Læreres kunnskap: sentrale rammeverk og forskning

we ‘more than believe’ we refer to as *knowledge* and those things we ‘just believe’, we refer to as *beliefs*» (Leatham, 2006, s. 92, utheving i original). Det er utfordrende å sette opp skillelinjer mellom kunnskaper og oppfatninger (Philipp, 2007).

Mange skiller altså mellom begrepene, mens andre argumenterer for at kunnskap og oppfatninger er sterkt relatert til hverandre og mer eller mindre overlappende. Confrey (1990) argumenterer for at kunnskap uten oppfatninger er motsetningsfylt, og Beswick (2007, 2011, 2012; Beswick, Callingham & Watson, 2012) for at læreres oppfatninger bør ses på som en del av læreres kunnskap. Fra et konstruktivistisk perspektiv argumenteres det for at kunnskap er oppfatninger som kan rettferdiggjøres (Confrey, 2000), noe som også ligger til grunn for denne studien (kap. 2.1.4 og 4.4.4).

2.2.3 Rammeverk basert på Shulmans SMK

Med utgangspunkt i et behov for å spesifisere hva Shulmans (1986) SMK er (kap. 2.2.1), vektlegger flere rammeverk kun SMK (f.eks., Brekke, 1995; Tchoshanov, 2011). Forskere forsøker gjennom rammeverka å spesifisere hva det betyr at læreren må forstå «*that something is so*» og «*why it is so*» (Shulman, 1986, s. 9, utheving i original).

Tchoshanovs (2011) rammeverk (tab. 2.2, 1. rad) er et eksempel. Rammeverket bygger på forskning som indikerer at lærere med instrumentell forståelse har et dårligere utgangspunkt for god matematikkundervisning enn lærere med relasjonsforståelse (f.eks., Skemp, 1976; Stein, Smith, Henningsen & Silver, 2000 og art. 6, kap. 2). Med utgangspunkt i studier av «typer» SMK, konkluderer Tchoshanov (2011) med at «Type 2 kunnskap» (se definisjon i tab. 2.2, siste kolonne) synes å være av stor betydning, både med tanke på undervisningskvalitet og elevens resultater. Basert på disse resultatene bør instrumenter utviklet for å måle og studere lærerkunnskap fange

Læreres kunnskap: sentrale rammeverk og forskning

opp Type 2 kunnskap. Dette rammeverket er følgelig viktig om målet er å forstå hvilken type kunnskap ulike instrumenter gir innsikt i (se art. 5, kap. 2.1 og 2.2).

Tchoshanovs (2011) Type 1 og type 2 kunnskap er nært relatert til Skemps (1976)²⁴ «forståelsestyper». Han delte forståelse inn i ulike kategorier: 1) instrumentell forståelse, en mindre robust forståelse, som for eksempel å kunne bruke en (standard) algoritme for å finne produktet ved tosifret multiplikasjon (fig. 1.1), og 2) relasjonsforståelse, som er en dyp begrepsmessig forståelse²⁵. Skemp (1976) understreket at lærere som underviser fra et instrumentelt paradigme ikke kan hjelpe elever til å utvikle relasjonsforståelse. Skemps (1976) typer forståelse er, som Tchoshanovs (2011) kunnskapstyper, viktige når målet er å forstå dybden i læreres SMK, samt å forstå sammenhengen mellom læreres kunnskap uttrykt gjennom flervalgsrespons til UKM-oppgaver og skriftlige refleksjoner knyttet til de samme oppgavene (art. 6)²⁶.

²⁴ Skemps publikasjoner bygger ikke på Shulmans (1986) arbeid, og er følgelig ikke inkludert i tabell 2.2. I delstudie 6 danner likevel Skemps instrumentelle forståelse og relasjonsforståelse utgangspunkt for den teoridrevne innholdsanalysen. Av denne grunn, samt at Tchoshanovs (2011) Type 1 og Type 2 kunnskap er nært relatert til instrumentell forståelse og relasjonsforståelse, trekkes hans arbeid inn her.

²⁵ Skemp fremhever også en tredje type forståelse, «Logical understanding», definert som «the ability to connect mathematical symbolism and notation with relevant mathematical ideas and to combine these ideas into chains of logical reasoning» (Skemp, 1979a, s. 45). Denne type forståelse er ikke vektlagt her.

²⁶ Selv om Skemps arbeider knyttes til konstruktivismen, gjør han selv oppmerksom på at hans teori er ulik Piagets: «Piaget's concept of schema is [...] closely linked with action. In my own model, a schema is a conceptual structure existing in its own right, independently of action» (Skemp, 1979b, s. 219).

Læreres kunnskap: sentrale rammeverk og forskning

Tabell 2.2. Rammeverk med relaterte måleinstrumenter.

Rammeverk	Utviklet for bruk i	For hvem? (trinn) Type oppgaver?	Shulmans kategorier (kap. 2.2.1)	Videreutviklinger av Shulmans kategorier (kort oppsummert)
«Type kunnskap» (Tchoshanov, 2011) – (kap. 2.2.3)	USA	Lærere (mellomtrinn) Flervalgsoppgaver og åpne oppgaver	SMK	«Cognitive types of teacher content knowledge» (Tchoshanov, 2011, s. 146), definert som «the kind of teacher content knowledge and thinking processes required to accomplish a task successfully, in terms of knowledge of facts and procedures (Type 1), knowledge of concepts and connections (Type 2), and/or knowledge of models and generalizations (Type 3)» (Tchoshanov, 2011, s. 141).
TEDS-M (Tatto et al., 2008) – kap. 2.2.4)	17 land	Lærerstudenter (barne- og ungdomstrinn) Flervalgsoppgaver og åpne oppgaver	SMK	Tall og regneoperasjoner, geometri og målinger, algebra og funksjoner og statistikk og sannsynlighetsregning
			PCK	Læreplankunnskap, kunnskap om planlegging av undervisning og for læring, og kunnskap om å gjennomføre undervisning og tilrettelegge for læring
COACTIV (Kunter, Baumert et al., 2013) – (kap. 2.2.4)	Tyskland	Lærere (ungdomstrinn) Flervalgsoppgaver og åpne oppgaver	SMK	Aritmetikk, algebra, funksjoner, geometri og sannsynlighet
			PCK	Kunnskap om matematikkoppgaver som instrumenter i undervisning, om elevers tenkning og om vurdering av deres forståelse. Kunnskap om ulike representasjoner og forklaringer tilknyttet matematiske problemer
UKM (Ball et al., 2008) – (kap. 2.2.4)	USA	Lærere (barnetrinn) Flervalgsoppgaver	SMK	Allmenn og spesialisert fagkunnskap, samt matematisk horisontkunnskap
			PCK	Kunnskap om faglig innhold og læreplan, elever og undervisning

2.2.4 Rammeverk basert på Shulmans PCK og SMK

Mange rammeverk er utviklet med utgangspunkt i både SMK og PCK. De som trekkes frem her knyttes alle til et konstruktivistisk perspektiv, men påstås å måle situert kunnskap (tab. 2.2, tre siste rader).

Rammeverket i studien *Teacher Education and Development Study – Mathematics* (TEDS-M) har to hoveddeler, «matematikk» og «matematikkdidaktikk» (Onstad & Grønmo, 2012). «Matematikk» deles inn i faglige komponenter (tab. 2.2, siste kolonne). Disse blir

Læreres kunnskap: sentrale rammeverk og forskning

igjen inndelt i kognitive komponenter som tidligere brukt i TIMSS-studiene (Mullis, Martin & Foy, 2008): «kunne», «anvende» og «resonnere» (Grønmo & Onstad, 2012; Tatto et al., 2008), og er delvis overlappende med Tchoshanovs (2011) kunnskapstyper (kap. 2.2.3). Komponenten «å kunne», inkluderer blant annet å huske definisjoner og å utføre algoritmiske prosedyrer, og kan knyttes til Tchoshanovs (2011) Type 1 kunnskap. «Å anvende», betyr å kunne bruke kunnskapene og ferdighetene til å velge metoder og strategier, til å representere matematisk informasjon på ulike måter, til å modellere, til å kunne følge matematiske instruksjoner og til å løse rutineoppgaver. «Å resonnerer» inkluderer blant annet: «å tenke logisk, å analysere informasjon og trekke gyldige konklusjoner [og] å generalisere resultater» (Onstad & Grønmo, 2012, s. 211). Anvende og resonnerer er delvis overlappende med Type 2 og Type 3 kunnskap (Tchoshanov, 2011). «Matematikkdidaktikk» deles inn i delkomponenter som presentert i tabell 2.2 (siste kolonne). TEDS-M-forskerne har utviklet oppgaver for å måle ulike deler av lærerstudenters kunnskap, samt deres oppfatninger²⁷ (kap. 2.2.2).

Konklusjonen som trekkes i den norske TEDS-M-studien, er at lærerstudenter jevnt over presterer lavt, at deres matematiske kunnskaper (spesielt i aritmetikk og algebra) er så lave at de mangler grunnlag for å arbeide med fagdidaktikk, og at dette også kan være en realitet for praktiserende lærere (Grønmo & Onstad, 2012).

COACTIV-studien (kap. 1.1) bygger på at læreres profesjonelle kompetanse har kunnskap som kjerne, og at et samspill mellom kunnskap og ferdigheter, verdier, oppfatninger og mål, motivasjon og selvregulering er viktig (Baumert & Kunter, 2013a). COACTIV-rammeverket inneholder både kognitive og ikke-kognitive aspekter. Disse måles med ulike instrumenter. Tilknyttet kunnskap inkluderes

²⁷ Ved å studere både kunnskap og oppfatninger knyttes rammeverket til kompetansebegrepet, hvor kompetanse representerer latente karaktertrekk viktige for praksis. Disse ses på som situerte og anvendte (Blömeke & Delaney, 2012).

Læreres kunnskap: sentrale rammeverk og forskning

Shulmans (1986) SMK og PCK, samt en utvidet versjon av hans generelle komponent: «generell pedagogisk/psykologisk kunnskap» (Baumert & Kunter, 2013a). PCK beskrives som bestående av tre dimensjoner som presentert i tabell 2.2. SMK fremheves som et betydningsfullt grunnlag for å utvikle PCK (Baumert et al., 2010). I COACTIV kunne læreres PCK både empirisk og teoretisk skilles fra deres SMK: «PCK explained 39% of the between-class variance in achievement at the end of Grade 10. [...] PCK largely determines the cognitive structure of mathematical learning opportunities» (Baumert et al., 2010, s. 166). De fant videre at PCK hadde en positiv effekt på elevers læring, mens SMK alene ikke hadde den samme effekten. PCK fremheves spesielt.

TEDS-M er forankret i Shulmans kunnskapskategorier (kap. 2.2.1), samt COACTIV og UKM-arbeidet gjort i Michigan (kap. 1.1). Forskerne har også brukt UKM-oppgaver direkte (Tatto et al., 2012). COACTIV bygger også på UKM-arbeider. Som tabell 2.2 viser, er de tre rammeverkene forholdsvis like, i alle fall overflatisk sett. I det følgende presenteres UKM-rammeverket grundig – som et grunnlag for de to andre. Utgangspunktet for UKM-rammeverket (Ball et al., 2008) er at en vil identifisere matematisk kunnskap *for* undervisning gjennom studier av kunnskap *i* undervisning (kap. 2.1.4), inkludert elementer av matematikkfaglig innhold som potensielt kunne ha blitt brukt (Delaney, 2008). Parallelt med studier av undervisningsarbeidet, ble det utviklet oppgaver (fig. 1.1, 2.2 og vedlegg 5) for å identifisere og måle kunnskap og ferdigheter karakteristiske for matematikkundervisning og essensielle for å etablere matematikkundervisningens status som en profesjonell aktivitet (Ball et al., 2008). UKM-oppgavene «provided a way to investigate the nature, the role, and the importance of different types of mathematical knowledge for teaching» (Ball et al., 2008, s. 390)²⁸.

²⁸ Mer om utvikling av UKM-oppgaver i artikkel 2 (kap. 2.1).

Læreres kunnskap: sentrale rammeverk og forskning

UKM tar utgangspunkt i en tanke om at det finnes noen utfordringer i undervisningsarbeidet i matematikk som krever unik matematisk argumentasjon og forståelse (Ball et al., 2008). Dette kan illustreres gjennom utfordringen som ligger i å vurdere hvilke regnefortellinger som kan brukes til å representere $1\frac{1}{4} : \frac{1}{2}$ (fig. 2.2), en matematisk utfordring knyttet til undervisningsarbeidet, ikke til det å løse selve oppgaven $1\frac{1}{4} : \frac{1}{2}$ (Ball et al., 2008).

Which of the following story problems could be used to illustrate $1\frac{1}{4}$ divided by $\frac{1}{2}$? (Mark YES, NO, and I'M NOT SURE for each possibility.)			
	YES	NO	I'm not sure
a) You want to split $1\frac{1}{4}$ pies evenly between two families. How much should each family get?	1	2	3
b) You have \$1.25 and may soon double your money. How much money would you end up with?	1	2	3
c) You are making some homemade taffy and the recipe calls for $1\frac{1}{4}$ cups of butter. How many sticks of butter (each stick = $\frac{1}{2}$ cup) will you need?	1	2	3

Figur 2.2. Regnefortelling for å representere $1\frac{1}{4} : \frac{1}{2}$ (Testlet 7 fra Ball & Hill, 2008, s. 8)²⁹.

I UKM-rammeverket³⁰ deles Shulmans (1986) kunnskapskomponenter SMK og PCK inn i tre (tab. 2.2). «Allmenn fagkunnskap» (AFK) er matematisk kunnskap som ikke er unik for undervisningsarbeidet (Ball et al., 2008). Et eksempel er å finne svaret på $1\frac{1}{4} : \frac{1}{2}$ ³¹. «Spesialisert fagkunnskap» (SFK) er den matematiske kunnskapen en må ha for å møte undervisningens utfordringer. Tanken er at utfordringene (fig. 2.3) er av universell karakter, og unike for lærerarbeidet i matematikk. To eksempler er vurdering av regnefortellinger (fig. 2.2) og matematiske analyser av ulike metoder for å regne ut $35 \cdot 25$ (fig.

²⁹ Regnefortellingen i a) representerer divisjon med 2, mens i b) er det multiplikasjon med 2 som representeres. Alternativ c) har målingsdivisjon i fokus, og er en mulig representasjon av $1\frac{1}{4} : \frac{1}{2}$.

³⁰ Se figur 5.1, artikkel 1 (s. 104, og utdyping s. 103–105). Utdyping også i art. 2 (kap. 2.1, s. 388–389) og art. 3 (s. 47–48).

³¹ Se et annet AFK-eksempel i vedlegg 5.

Læreres kunnskap: sentrale rammeverk og forskning

1.1)³². Mens alle med AFK kan finne en løsning på $35 \cdot 25$, vil en med SFK i tillegg kunne bruke, og vurdere gyldigheten til, ulike løsningsmetoder.

Presenting mathematical ideas
Responding to students' «why» questions
Finding an example to make a specific mathematical point
Recognizing what is involved in using a particular representation
Linking representations to underlying ideas and to other representations
Connecting a topic being taught to topics from prior or future years
Explaining mathematical goals and purposes to parents
Appraising and adapting the mathematical content of textbooks
Modifying tasks to be either easier or harder
Evaluating the plausibility of students' claims (often quickly)
Giving or evaluating mathematical explanations
Choosing and developing useable definitions
Using mathematical notation and language and critiquing its use
Asking productive mathematical questions
Selecting representations for particular purposes
Inspecting equivalencies

Figur 2.3. Undervisningsarbeidets utfordringer (Ball et al., 2008, s. 400).

Sett i sammenheng med Tchoshanovs (2011) rammeverk (kap. 2.2.3) er instrumentelle aspekter av AFK relatert til Type 1 kunnskap, mens SFK er sterkt relatert til Type 2 kunnskap (se art. 5). På tilsvarende måte er AFK og SFK relatert til Skemps (1976) instrumentelle forståelse og relasjonsforståelse (se art. 6).

En tredje komponent av SMK er «matematisk horisontkunnskap». Ball, Thames, og Phelps (2008, s. 403) beskriver denne kunnskapen som «an awareness of how mathematical topics are related over the span of mathematics included in the curriculum», og er kunnskap som ikke brukes direkte i undervisningen (Ball & Bass, 2009). Denne kategorien er ikke utviklet i samme grad som AFK og SFK, og det er ikke utviklet

³² Eksemplet blir diskutert i avhandlingens artikkel 3 (s. 51), 5 (kap. 2.2) og 6 (kap. 2).

Læreres kunnskap: sentrale rammeverk og forskning

UKM-oppgaver for å måle kategorien (ennå) (f.eks., Foster, 2011; Jakobsen, Thames & Ribeiro, 2013; Zazkis & Mamolo, 2011).

Den første delkomponenten av PCK, «kunnskap om faglig innhold og elever», defineres som «content knowledge intertwined with knowledge of how students think about, know, or learn this particular content» (Hill, Ball & Schilling, 2008, s. 375). Litteratur om elevers tenkning, eksempelvis dokumentasjon av vanlige oppfatninger og misoppfatninger om likhetstegnet (eksempelvis at likhetstegnet kun ses på som en indikasjon på at «her kommer svaret», se art. 4), posisjonssystemet (eksempelvis at standard oppdeling er det eneste riktige, se art. 5) og regnearter (se art. 6) er viktig. Det viste seg vanskelig å utvikle UKM-oppgaver for å måle PCK. Oppgaver fra dette området er heller ikke inkludert i denne studien. I pilotfasen ble det brukt oppgaver som inkluderer identifikasjon av og forklaringer av vanlige elevfeil (vedlegg 5).

«Kunnskap om faglig innhold og undervisning» innbefatter den matematiske kunnskapen en lærer trenger i planlegging og gjennomføring av undervisning (Ball et al., 2008). I planleggingsarbeidet må læreren blant annet velge eksempler og rekkefølgen på dem. Lærere må også vurdere fordeler og ulemper med ulike representasjonsmåter og ulike undervisningsmetoder. Selv om det er utviklet noen UKM-oppgaver for å måle læreres kunnskap på dette området, er de så langt lite brukt i forskningen (Blömeke & Delaney, 2012).

«Læreplankunnskap», Shulmans (1986) tredje kunnskapskategori, er i UKM-rammeverket plassert under PCK. Det er ikke utviklet UKM-oppgaver for å måle læreplankunnskap (ennå).

Resultater fra bruk av UKM-instrumentet diskuteres i kapittel 3 og i avhandlingens artikler.

2.3 Lærerkunnskap målt og studert

Ulike rammeverk for å modellere lærerkunnskap (kap. 2.1 og 2.2) har ledet til utvikling av ulike tilnæringer til å måle og studere matematikklærerens kunnskap.

2.3.1 Kunnskap som formell utdanning

Tidlige studier av kunnskap viktig for lærerarbeidet fremhever faktorer som læreres formelle utdanning og erfaring (Ball et al., 2001; Hill, Sleep et al., 2007). Læreres kunnskap blir målt gjennom antall kurs og akademisk(e) grad(er). Studiene har gitt sprikende resultater (f.eks., Askew, Brown, Rhodes, Wiliam & Johnson, 1997; Begle, 1979; Hill, Sleep et al., 2007; Monk, 1994; Wayne & Youngs, 2003). Forholdet mellom disse faktorene og elevresultater er vanskelig å dokumentere. Erfaring synes å ha en viss positiv effekt (Nye, Konstantopoulos & Hedges, 2004) (kap. 3.1). Mulige årsaker til sprikende resultater, er at studiene i liten grad informerer om eksakt innhold og kvalitet på de kurs utdanningen har bestått av, og de tar ofte utgangspunkt i læreres selvrapportering. Spørsmålet om innholdet i lærernes kunnskap, forblir ubesvart (Ball et al., 2001). Dette gjelder også i den norske konteksten, selv om læreres formelle utdanning i matematikk/matematikkdidaktikk har økt de siste årene (kap. 1.1).

2.3.2 Innholdet i læreres kunnskap

En annen tilnærming er å studere læreres kunnskap innenfor spesifikke områder. Her ses Shulmans arbeid (kap. 2.2.1) som et viktig utgangspunkt (Petrou & Goulding, 2011; Sullivan & Wood, 2008), spesielt hans PCK (f.eks., Borko et al., 1992; Hill et al., 2005; Rowland, Huckstep & Thwaites, 2005). Studiene er ofte kvalitative, baserer seg på intervjuer av lærerstudenter (Ball et al., 2001) og har gitt innsikt i matematikklærerens kunnskap og denne kunnskapens natur. Studiene har dannet grunnlag for utvikling av lærerutdanning (f.eks.,

Læreres kunnskap: sentrale rammeverk og forskning

Koellner et al., 2007). Et annet sentralt resultat er bidraget til forståelse av læreres kunnskap om elevers vanlige oppfatninger og misoppfatninger. PCK utforskes gjennom å fremheve at undervisning krever integrering av sentrale sider ved fagstoffet og måter elever oppfatter fagstoffet på (f.eks., Carpenter, Franke & Levi, 2003; Fennema & Franke, 1992). Et tredje sentralt resultat fra studier av innholdet i læreres kunnskap, er at de avdekker svakheter i læreres SMK og PCK. Studiene har resultert i god dokumentasjon av svakheter på ulike områder (f.eks., Borko et al., 1992; Ma, 1999, 2010; Putnam, Heaton, Prawat & Remillard, 1992). Ifølge Ball og kollegaer (2001) besvarer studiene om PCK spørsmål som ble stående åpne etter studier av læreres formelle utdanning (kap. 2.3.1). PCK kan videre forklare hvorfor kurs i «metoder» hadde størst effekt på elevresultater (Begle, 1979; Monk, 1994). PCK øker vår forståelse for kunnskap nødvendig for å kunne undervise (Ball et al., 2001). De ulike studiene definerer imidlertid PCK på ulike måter (kap. 2.2.4), eller lar være å definere begrepet (Graeber & Tirosh, 2008). Dette er utfordrende, spesielt om læreres PCK skal studeres og måles med direkte måleinstrumenter (Kaarstein, 2014b).

2.3.3 Direkte måleinstrumenter

Både UKM, TEDS-M og COACTIV (kap. 2.2.4) har instrumenter hvor lærere utfordres til å gi skriftlig respons (tab. 2.2, 3. kolonne), og hvor responsen tolkes som uttrykk for deres situerte kunnskap. Shulman (1986, s. 13) tas i så måte på alvor, når han skrev: «We must develop professional examinations for teachers [...] Those tests [...] tap into the unique knowledge bases of teaching». Denne typen instrumenter kalles direkte måleinstrumenter (Blömeke & Delaney, 2012).

Det å måle og studere kunnskap har linjer tilbake til Darwins arbeid, og Galtons videreføring tilknyttet mennesker (Kaplan & Saccuzzo, 2010). Cattell videreutviklet Galtons arbeid og la grunnlaget for moderne test-instrumenter. Samtidig arbeidet Herbart med å forstå menneskets

Læreres kunnskap: sentrale rammeverk og forskning

bevissthet. Han utviklet matematiske modeller av «the mind». Disse ble videreutviklet av Wundt, som får æren for å ha lagt grunnlaget for psykologisk testing (Kaplan & Saccuzzo, 2010).

Et spørsmål å stille ved alle typer tester er om de virkelig måler noe, og hva de eventuelt måler (Borsboom, 2005). Dette er et spørsmål som også er av betydning når instrument skal oversettes og tilpasses en annen kontekst enn de originalt var tenkt brukt (Haladyna, 2004; Osterlind, 1997). Er instrumentet basert på flervalgsoppgaver, blir et sentralt spørsmål hvordan kunnskap er knyttet til de observerbare flervalgsreponser lærere gir. Konstruksjon, oversettelse og tilpasning, samt validering av instrumenter for å måle og studere kunnskap er dermed viktig (Blömeke & Delaney, 2012; Borsboom, 2005).

Å måle og studere uobserverbare fenomen er vanskelig. Det er utviklet mange ulike teorier om psykometrisk måling (Borsboom, 2005). Klassisk testteori, hvor observerte score kan deles inn i sann score og en feilkomponent: « $O_{\text{observed}} = T_{\text{true}} + E_{\text{error}}$ » (Borsboom, 2005, s. 11), og Item Response Theory (IRT) (Baker, 2001) er to eksempler. IRT-modeller fokuserer på å sammenligne oppgaver, heller enn individer, og ses på som robuste ved bekvemmelighetsutvalg. Kvantitative studier av UKM-instrumentet i nye kontekster trekker ofte veksler på både klassisk testteori og IRT (f.eks., Ng, 2012). Avhandlingens andre delstudie er knyttet til disse studiene (kap. 3.6) og fokuserer på IRT (se kap. 4.4.2 og art. 2, kap. 3.3, for utdyping). Klassisk testteori er brukt for å studere indre konsistens (kap. 3.2). Kvalitative studier av UKM-instrumentet vektlegger også ulike metoder, eksempelvis kognitive intervjuer (kap. 3.6).

2.4 Rammeverk og instrument i denne studien

Mens noen forsøker å lage synteser som inkluderer flere rammeverk (Petrou & Goulding, 2011), foreslår Ruthven (2011) at mangfoldet illustrerer at det er mange måter å beskrive lærerkunnskap på. Det blir

Læreres kunnskap: sentrale rammeverk og forskning

viktig å se etter generelle strukturer, basert på synet på hva kunnskap er og hvordan kunnskap utvikles (kap. 2.1). Ruthven (2011) identifiserer fire tenkemåter som ligger bak rammeverk for lærerkunnskap. Den første kalles «differensiert fagkunnskap» og knyttes til et kognitivt perspektiv (kap. 2.1) hvor læreres kunnskap ses på som en personlig konstruksjon som er mulig å kategorisere og måle utenfor undervisningskonteksten (f.eks., Barwell, 2013; Williams, 2011) (fig. 4.2). Målet er å identifisere ulike typer fagkunnskap som er karakteristiske for lærerarbeidet, eller karakteristiske for å møte undervisningsarbeidets utfordringer (fig. 2.3). Rammeverkene presentert her (kap. 2.2) bygger alle på en slik tenkning, men varierer i hvordan de beskriver kunnskapen matematikklærere trenger (tab. 2.2, siste kolonne). I UKM og Tchoshanovs (2011) kunnskapstyper beskrives kunnskap generelt, uavhengig av emner og oppgaver, mens TEDS-M og COACTIV knytter lærerens kunnskap til spesifikke matematiske emner og oppgaver. Rammeverkene varierer også i forhold til bredden i beskrivelsen av lærerkunnskap. UKM, TEDS-M og COACTIV inkluderer både SMK og PCK, mens Tchoshanov «zoomer inn» på SMK (tab. 2.2, 4. kolonne). I tillegg varierer rammeverkene i hvordan de definerer SMK og PCK, men totalt sett inkluderes de samme komponentene (Kaarstein, 2014a). Denne variasjonen er viktig når kategoriene operasjonaliseres i oppgaver for å måle og studere lærerkunnskap. I COACTIV defineres eksempelvis kunnskapen en trenger for å finne mange løsninger på en oppgave (f.eks., flersifret multiplikasjon som i fig. 1.1) som PCK. I UKM-rammeverket er dette SFK og dermed en underkategori av SMK (kap. 2.2.4).

Rammeverkene varierer i hvordan de ser på forholdet mellom kunnskap og oppfatninger (kap. 2.2.2). I både TEDS-M-studien og COACTIV-studien er det utviklet egne instrumenter for å måle oppfatninger. Kunnskap og oppfatninger ses dermed som adskilte (f.eks., Blömeke & Delaney, 2012). UKM-rammeverket er kritisert for ikke å inkludere

Læreres kunnskap: sentrale rammeverk og forskning

oppfatninger (Petrou & Goulding, 2011). UKM-forskerne sier imidlertid at de ser på oppfatninger som en del av læreres UKM, og av den grunn ikke diskuterer det eksplisitt³³.

Instrumenter utviklet med utgangspunkt i de ulike rammeverkene, har oppgaver som likner. UKM-instrumentet har kun flervalgsoppgaver, mens de andre også har åpne oppgaver (tab. 2.2, 3. kolonne).

Ruthvens (2011) andre tankemodell kalles «kontekstualisert fagkunnskap» og knyttes til en sosiokulturell tilnærming (kap. 2.1.3). Målet er å identifisere kontekstuell bruk, og utvikling, av kunnskap. De to første tankemodellene har det til felles at kunnskapen en trenger for å undervise i matematikk er unik, og at slik kunnskap må beskrives. Forskjellen er at den første tankemodellen beskriver kunnskapskomponenter, utviklet i, men likevel uavhengig av kontekst, mens den andre relaterer matematisk kunnskap til undervisningsarbeidet på en slik måte at det å studere kunnskap og kunnskapsutvikling isolert fra undervisningsarbeidet ikke gir mening. Alle rammeverkene diskutert i kapittel 2.2 har instrumenter som er utviklet for å måle og studere kunnskap utenfor konteksten. Selv om de altså ikke er knyttet til en sosiokulturell tilnærming, påstås instrumentene likevel å fange opp situert kunnskap (f.eks., Hill, Sleep et al., 2007). En sosiokulturell tilnærming har likevel vært av betydning i utvikling av rammeverk og instrumenter tilknyttet «differensiert fagkunnskap» (kap. 2.3.2).

Den tredje tankemodellen tar for seg læreres interaksjonskompetanse (Ruthven, 2011), og er dermed nært knyttet til det situerte og til læreres tause kunnskap (kap. 2.1.4). Den fjerde av Ruthvens tankemodeller knyttes til de matematiske prosesser som ligger til grunn for matematisk aktivitet, samt til hvordan lærere nyttiggjør seg egne erfaringer med slike prosesser i undervisning. Matematiske prosesser

³³ Personlig kommunikasjon med Mark Hoover (tidl. Thames). Dette er uklart i Ball et al. (2008).

Læreres kunnskap: sentrale rammeverk og forskning

er betydningsfulle, men har ikke eksplisitt fokus i kunnskap som vektlegges i diskusjoner av UKM, og følgelig heller ikke her.

Gjennomgangen ovenfor viser at rammeverk med tilhørende direkte instrumenter for å måle og studere lærerkunnskap er ulike, men tilhører Ruthvens (2011) første tankemodell. COACTIV-rammeverket som inkluderer lærere som underviser på ungdomstrinnet, er foreløpig ikke brukt utenfor Tyskland (Blömeke & Delaney, 2012), og det vil dermed ikke vektlegges i denne studien. I TEDS-M studeres lærerstudenters kunnskap (Döhrmann, Kaiser & Blömeke, 2012). Studien ble utviklet med et komparativt utgangspunkt (Blömeke & Delaney, 2012) og er her valgt bort til fordel for UKM-rammeverket. UKM-rammeverket beskriver generelle komponenter av matematikklærers kunnskap (tab. 2.2) og er et grunnlag for både COACTIV og TEDS-M. For å forstå dybden av hva en kan lære om læreres SMK ved bruk av UKM-instrumentet, vektlegges også Tchoshanovs (2011) rammeverk og Skemp's (1976) arbeider i siste del av studien (delstudie 5 og 6).

UKM-rammeverket er utviklet for å forstå matematikklærers kunnskap (Ball & Bass, 2003; Blömeke & Delaney, 2012). UKM fremheves som det mest lovende svaret på spørsmålet om hvilken fagkunnskap som er nødvendig for å undervise i matematikk på en god måte (Morris, Hiebert & Spitzer, 2009). I tillegg er UKM sentralt i Norge, da det i rammeplan for lærerutdanningen for 1.–7. trinn (og tilsvarende for 5.–10. trinn) står at studenter gjennom sin lærerutdanning skal:

[U]tvikle undervisningskunnskap i matematikk³⁴. Dette innebærer at de må ha en solid og reflektert forståelse for den matematikken elevene skal lære og hvordan denne utvikles videre på de neste trinnene i utdanningssystemet. Videre kreves matematikkfaglig kunnskap som er særegen for lærerprofesjonen. Slik kunnskap omfatter, i tillegg til selv å kunne gjennomføre og forstå

³⁴ Onstad og Grønmo (2012) setter likhetstegn mellom fagdidaktisk kunnskap og undervisningskunnskap. Sitatet viser imidlertid at også fagkunnskap fremheves. Det er UKM-rammeverket som ligger til grunn for planen.

Læreres kunnskap: sentrale rammeverk og forskning

matematiske prosesser og argumenter, også å kunne analysere slike som foreslås av andre med tanke på å vurdere deres holdbarhet og eventuelle potensial. Undervisningskunnskap innebærer også å ha didaktisk kompetanse som gjør at studentene kan sette seg inn i elevenes perspektiv og læringsprosesser, og gjennom variasjon og tilpasning kunne tilrettelegge matematikkundervisning for elever med ulike behov og med ulik kulturell og sosial bakgrunn på en slik måte at matematikk framstår som et meningsfullt fag for alle elever. (Kunnskapsdepartementet, 2010, s. 33)

Rammeverket og de relaterte oppgavene er spesielt interessante, da UKM-oppgavene kan brukes for å studere profesjonell situert kunnskap (Hill, Sleep et al., 2007)³⁵.

UKM-oppgavene sies å være av høy kvalitet. Store ressurser, målt i både penger og arbeidskraft, er satt inn i arbeidet med å utvikle oppgavene³⁶. Oppgavene ble utviklet og testet med store grupper av lærere (Hill & Ball, 2004) og har mulighet til å bli brukt i storskalastudier (Hill et al., 2004). Oppgavene viser seg å være nyttige for å studere utvikling i læreres kunnskap (Phelps & Schilling, 2004), og er det mest brukte direkte måleinstrumentet (Copur-Gencturk & Lubienski, 2013).

Det er liten enighet om hva og hvem som skal måles, hvordan en skal måle og med hvilken hensikt (Hill, Sleep et al., 2007). Studier av UKM-instrumentet ses dermed også som en del av et større arbeid mot bedre forståelse for hva som bør vektlegges når matematikklæreres kunnskap skal måles og studeres (Hoover, Mosvold & Fauskanger, 2014). Disse studiene har i tillegg potensiale til å bidra i utviklingen av holdbare utfordringer i undervisningsarbeidet (fig. 2.3). Slike

³⁵ En mer pragmatisk årsak til valg av UKM-rammeverket, er at det ikke er enkelt å få tilgang til oppgavesett fra verken TEDS-M, COACTIV eller UKM. Vår forskergruppe ble invitert til et samarbeid med University of Michigan, og i dette samarbeidet inngikk «brukerveiledning», og dermed tilgang til UKM-instrumentet.

³⁶ Se Manizade og Mason (2011) for eksempel på hvor krevende (og kostbart) det er å utvikle oppgaver for å måle læreres PCK. For UKM-oppgaver, se Hill (2007b). For oppgaveutvikling mer generelt, se Downing (2006), og for flervalgsoppgaver Haladyna (2004).

Læreres kunnskap: sentrale rammeverk og forskning

utfordringer er grunnlaget for å utvikle forståelse for matematikklæreres kunnskap og hvordan denne kan måles og studeres internasjonalt (Hoover et al., 2014).

Forskere mener å ha funnet signifikante sammenhenger mellom lærernes UKM (som beskrevet i dette rammeverket, og målt med UKM-instrumentet) og kvaliteten på lærernes undervisning (f.eks., Hill et al., 2012). De har også funnet sammenheng mellom læreres UKM og elevers resultater (kap. 3.1). Resultater fra bruk av UKM-instrumentet påstås å bidra med en oversikt over kunnskap nødvendig for effektiv undervisningspraksis, samt å være en mekanisme å få innsikt i denne kunnskapen som utgangspunkt for utvikling av grunn-, etter- og videreutdanning av lærere (Engelhard & Sullivan, 2007). Kersting og kollegaer (2010) har funnet at læreres UKM, målt med UKM-instrumentet, er relatert til læreres kunnskap målt på andre måter. Til sist er det gjort et stort valideringsarbeid i USA (kap. 3.3). Forskning på bruk av instrumentet i land utenfor USA er voksende (kap. 3.6). Det finnes følgelig erfaringer å bygge på og videreutvikle i en norsk skolekontekst.

UKM-instrumentet baserer seg på at læreres kunnskap er en personlig konstruksjon som kan kategoriseres og måles utenfor undervisningskonteksten (kap. 2.2.4). Kunnskap er individuelt konstruert, noe læreren «har» (kap. 2.1.4). Fra dette perspektivet blir det individuelle den primære analyseenheten i forskning (kap. 4.4). Dette ekskluderer ikke at læreres individuelle erfaringer henger sammen med, og skapes, i større sosiale sammenhenger (kap. 2.1.2). Perspektiver på kultur og kontekst har relevans for hvordan vi måler og studerer kunnskap (kap. 3.5). Vygotsky skrev: «Any action in the child's cultural development appears twice: first, on the social level, and later, on the individual level; first, *between* people (*interpsychological*), and then *inside* the child (*intrapsychological*)» (Vygotsky, 1978, s. 57, utheving i original). På samme måte som at det sosiale er betydningsfullt for barns individuelle utvikling, kan sider ved

Læreres kunnskap: sentrale rammeverk og forskning

læreres kunnskap ses på som først å synliggjøres i «det sosiale» – der hvor undervisningsarbeidet finner sted – og så som den individuelle lærerens personlige konstruksjon. Hos erfarne lærere er UKM et resultat av deres praksiserfaring, av deres sosiokulturelle deltakelse. Fokuset i denne studien er likevel på det individuelle, på oversiden av den horisontale akse i figur 2.1.

3 Å måle og studere læreres UKM

UKM-instrumentet er vektlagt i denne studien (kap. 2.4). I dette kapitlet diskuteres først det komplekse forholdet mellom læreres UKM og elevresultater (kap. 3.1), etterfulgt av en diskusjon av reliabilitets- og validitetsstudier av UKM-instrumentet (kap. 3.2 og 3.3), samt kritikk av instrumentet (kap. 3.4). Oversettelse og tilpasning av instrumentet utenfor USA knyttes til kulturelle perspektiver (kap. 3.5 og 3.6) og er av betydning for denne studiens fokus (kap. 3.7) og for forskningsspørsmål stilt (kap. 3.8).

3.1 Læreres UKM og elevresultater

Et positivt forhold mellom læreres UKM og kvaliteten på deres undervisning og elevers læring fremheves i UKM-litteraturen, det siste først og fremst med referanse til Hill, Rowan og Ball (2005) (se for eksempel art. 1, s. 102 og art. 2, s. 387). Forfatterne er imidlertid tydelige på at det er forbehold knyttet til resultatene. For det første, var kun 1. og 3. klassinger og deres lærere involvert i studien. Andre trinn kan gi andre resultater. For det andre var korrelasjonen mellom UKM (målt med instrumentet) og elevresultater lav³⁷ og forholdet mellom UKM og elevresultater var lite systematisk. utfordringer med å finne signifikante sammenhenger mellom komponenter av lærerkunnskap og elevresultater understrekes av flere (f.eks., Baumert et al., 2010; Rockoff, Jacob, Kane & Staiger, 2010; Shechtman, Roschelle, Haertel & Knudsen, 2010). Et tredje forbehold er at andre kunnskapsområder enn UKM kan spille inn, selv om forskerne sier at effekten lærernes kunnskap har på elevers resultater er knyttet til fag og reflekterer mer enn generell kunnskap om undervisning (Hill et al., 2005). Et fjerde forbehold er at lærere med lav UKM underviste elever som fikk lavest score, og det kan synes som om svake elever profitterte mer på læreres

³⁷ Et standardavvik økning i UKM var assosiert med 0,06 standardavvik økning i elevresultater (Kersting et al., 2010).

Å måle og studere læreres UKM

UKM enn de sterke. Dette understrekes også i andre studier (Shechtman et al., 2010). Konklusjonen blir dermed at en må være forsiktig med hvordan resultatene til Hill og kollegaer (2005) tolkes. Når det er sagt, understrekes sammenhengen mellom lærerkunnskap (målt med UKM-instrumentet) og elevresultater i senere studier (Hill et al., 2012), spesielt når det gjelder lærere med høy og lav UKM.

Kersting og kollegaer (2010) finner ikke at UKM predikerer elevresultater, når de bruker UKM-instrumentet. En senere studie bekrefter at læreres kunnskap, gjennom undervisningskvalitet, har påvirkning på elevers læring (Kersting, Givvin, Thompson, Santagata & Stigler, 2012). Som en kontrast til dette fant ikke Shechtman og kollegaer (2010) korrelasjoner mellom læreres kunnskap og undervisningskvalitet i to av sine tre studier. Disse forskerne undersøkte også andre faktorer (utdanning og erfaring, kap. 2.3.1), men konkluderte likevel med at læreren er faktoren med størst betydning. Hill, Kapitula og Umland (2011) fant at læreres score på UKM-oppgaver korrelerte med både undervisningskvalitet og elevers læring, og Tchoshanov (2011) (kap. 2.2.3) fant korrelasjoner mellom Type 2 kunnskap (se art. 5, kap. 2.1) og elevers læring.

Om en ser nærmere på effekten læreres kunnskap har på elevers læring, målt med andre instrumenter, er resultatene også sprikende. Den tyske COACTIV-studien (kap. 2.2.4) presenterer de mest signifikante resultatene. Kunter og kollegaer (2013) fant at PCK, sammen med blant annet læreres motivasjon, hadde betydning for undervisningskvalitet så vel som elevers læring, og at læreres kunnskap indirekte påvirket elevers læring gjennom undervisning.

Selv om det finnes studier som synes å påvise at det er en sammenheng mellom læreres kunnskap og elevers læring, er det positive forholdet mellom læreres kunnskap og undervisningskvalitet bedre dokumentert. Her refereres det i UKM-litteraturen ofte til Hill, Blunk og kollegaer (2008) og til artikler publisert i et spesialnummer av *International*

Å måle og studere læreres UKM

Journal of Curriculum Studies fra 2012, hvor forskerne konkluderer med at høy UKM (målt med UKM-instrumentet) gir høy undervisningskvalitet (f.eks., Charalambous & Hill, 2012; Hill & Charalambous, 2012). Denne sammenhengen støttes også av kvalitative studier som viser at lærere med mangelfull fagkunnskap eksempelvis oftere velger uegnede representasjoner, og oftere ikke får til å gi en meningsfull forklaring til et matematisk innhold (f.eks., Borko et al., 1992; Ma, 1999; Putnam et al., 1992). Andre har funnet at lærere med sterk matematisk kunnskap gjør færre feil, gir bedre og rikere eksempler og gir elevenes tenkning mer oppmerksomhet (f.eks., Fennema & Franke, 1992; Fennema, Franke, Carpenter & Carey, 1993). Disse studiene understreker også at matematisk kunnskap alene ikke er nok for effektiv undervisning (Rowland, Martyn, Barber & Heal, 2000; Thompson & Thompson, 1994). Men, det finnes casestudier som viser en negativ sammenheng mellom læreres kunnskap og undervisningskvalitet (Shechtman et al., 2010).

Selv om resultatene ikke samsvarer, og det er brukt ulike rammeverk og måleinstrumenter, er hovedtendensen at matematikklæreres kunnskap har en viss påvirkning på elevens læring (evt. indirekte gjennom undervisning av høy kvalitet). Noen argumenterer for at PCK påvirker mer enn SMK (f.eks., Baumert et al., 2010), mens andre fremhever begge påvirkningskraft (f.eks., Marshall et al., 2009). Her er imidlertid en utfordring at begrepene, eksempelvis PCK, defineres ulikt (Graeber & Tirosh, 2008; Kaarstein, 2014a). Studiene bruker ulike metodiske tilnærminger som kan gjøre dem vanskelige å sammenligne (Nye et al., 2004), og få studier inkluderer både UKM, undervisning og elevresultater (Shechtman et al., 2010). Alle studiene fremhever imidlertid at læreren er viktig og at det er av betydning å identifisere lærere med behov for etter- og videreutdanning, samt å måle effekten av slik utdanning. Derfor er denne avhandlingen betydningsfull. Det kan være muligheter og utfordringer ved instrumenter brukt i studiene

Å måle og studere læreres UKM

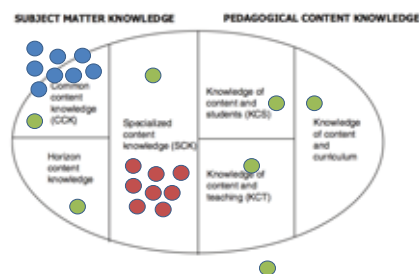
som må belyses for å utvikle bedre forståelse for studienes resultater (Nye et al., 2004).

3.2 UKM-instrumentet og reliabilitet³⁸

Reliabilitet knyttes til målesikkerhet, til spørsmålet om hvorvidt målinger er konsistente og gir pålitelig informasjon (Bryman, 2004). Om UKM-instrumentet skal tas i bruk i en norsk kontekst, og om det på et tidspunkt skal brukes i komparative studier, må bruken gi pålitelig informasjon. Tar vi konkrete UKM-oppgaver som eksempel, er oppgavene i figur 1.1 ment å måle læreres SFK. Illustrert med figur 3.1, vil de grønne punktene da være et resultat av målinger som ikke er konsistente, mens både de røde og blå viser målinger som er konsistente. Den blå klyngen av punkt illustrerer målinger som er konsistente, men som likevel ikke måler det oppgavene i figur 1.1 var utviklet for å måle (SFK). De er ikke valide (kap. 3.3). Den røde klyngen viser målinger som både er reliable og valide, og illustrerer at reliabilitet er en forutsetning for validitet, men ikke omvendt (Bryman, 2004).

³⁸ Reliabilitet og validitet i kvalitativ forskning møtes på ulikt vis. Noen anbefaler å bruke de samme begrepene som i kvantitativ forskning, andre anbefaler å ikke overføre kriterier for kvantitativ forskning direkte til kvalitativ forskning og en tredje gruppe noe midt i mellom (Bryman, 2004). Tilknyttet gruppe to, brukes i et fortolkende paradigme (kap. 1.2) ofte begrepet pålitelighet heller enn reliabilitet, og troverdighet heller enn validitet. Denne studiens flermetodiske design (kap. 4.2) gjør begrepsbruken utfordrende. Jeg har valgt å bruke begrepene reliabilitet og validitet, da måling av lærerkunnskap med f.eks. flervalgsoppgaver er knyttet til en positivistisk tradisjon hvor disse begrepene benyttes. I UKM-litteraturen brukes også disse begrepene. Når jeg i kapittel 4.5.1 ser studien i et metaperspektiv, brukes begrepene vanligst i et fortolkende paradigme.

Å måle og studere læreres UKM



Figur 3.1. UKM-oppgavenes reliabilitet og validitet.

Reliabilitet sies å ha tre betydninger: 1) stabilitet – hvorvidt et instrument måler stabilt over tid, 2) intern reliabilitet og 3) konsistens mellom ulike observatører (Bryman, 2004). Pallant (2013) fremhever at en må studere både hvor konsistent et instrument er i sin helhet, og konsistensen til instrumentets ulike deler (f.eks. AFK og SFK og de inkluderte fagområdene, se art. 2, kap. 4.1). Det fremheves også som viktig å studere den interne konsistensen om en oppgave tas ut av et instrument, så vel som korrelasjonen mellom hver oppgave og total score. I vårt oversatte sett med UKM-oppgaver, er konklusjonen at den interne reliabiliteten til UKM-instrumentet i sin helhet er tilfredsstillende. AFK har en Cronbach's alpha³⁹ på 0,853 og SFK en alpha på kun 0,634. SFK-oppgavene var også spesielt vanskelige å kode i retrospekt (vedlegg 5), selv om enigheten mellom tre kodere var stor (Mosvold, Jakobsen & Fauskanger, i trykk).

Selv med høy Cronbach's alpha må flere analyser til for å studere hvordan læreres UKM er organisert, og hvorvidt ulike sett av UKM-oppgaver reliabelt kan måle læreres UKM. Hill og kollegaer (2004) gjennomførte faktoranalyser. De fant at oppgaver utviklet for å måle

³⁹ Cronbach's alpha beregnes ut fra kvadratisk korrelasjon mellom observerte og sanne score. I en reliabel test bør denne korrelasjonen (testens korrelasjon med seg selv) være sterk (Ary, Jacobs & Razavieh, 1996). Cronbach's alpha uttrykkes som et tall mellom 0 (ingen indre konsistens) og 1 (perfekt indre konsistens). Generelt ses 0,80 eller over på som bra, mens noen aksepterer alt over 0,70 (Bryman, 2004). En høy alpha indikerer at en test konsistent måler det oppgavene var utviklet for å måle.

Å måle og studere læreres UKM

AFK og SFK kunne knyttes til en faktor, «kunnskap om faglig innhold og elever» til en annen faktor og algebra til en tredje. De konkluderte med at det er signifikante utfordringer knyttet til oppgavens multidimensjonalitet. Deres videre arbeid bekreftet at oppgaver utviklet for å måle henholdsvis AFK og SFK ikke oppfylte kriteriet for endimensjonalitet (Schilling, Blunk & Hill, 2007). Arbeidet konkluderer likevel med at fagkunnskap viktig for matematikkundervisning består av mer enn kunnskap som enhver velutdannet person har (Hill et al., 2004).

Delaney (2012) gjennomførte både undersøkende og bekreftende faktoranalyser for å studere hvorvidt UKM kan deles i ulike kunnskapskategorier (eksempelvis AFK og SCK). Konklusjonen er at den undersøkende faktoranalysen ga liten støtte til kategoriens eksistens. To tredjedeler av oppgavene studert i den irske konteksten kunne knyttes til en faktor, sannsynligvis generell matematisk kunnskap. Dette er ulikt funn i USA (Hill et al., 2004), selv om samme oppgavesett ble benyttet. Den bekreftende faktoranalysen ga indikasjoner på to faktorer: algebra og fagkunnskap. Delaney (2012) mener forskjellen i resultatene fra de to typene faktoranalyser kan knyttes til at de ulike faktorene korrelerer med hverandre, og at heller enn å finne ulike delkomponenter av UKM, er det en overordnet faktor (UKM) som forklarer det meste av variansen i responsen på oppgavene.

Med henholdsvis 142 og 30 deltakere i avhandlingens delstudier (kap. 4.1), er det ikke mulig å gjennomføre faktoranalyser. Den interne reliabiliteten er imidlertid tilfredsstillende for instrumentet i sin helhet, men reliabiliteten til de ulike delkomponentene av UKM gir resultater som må studeres nærmere. En for lav Cronbach's alpha (0,634 for SFK-oppgaver) kan indikere at ulike aspekter måles, at noen oppgaver ikke diskriminerer mellom lærerne (Hill, Ball et al., 2008), eller at oppgavene ikke er tilpasset kunnskapen til lærerne i den aktuelle populasjonen (Ng, 2012). Dette kan knyttes til at UKM-oppgavene ikke fanger kunnskapskomponenten de er utviklet til å måle, eksempelvis

Å måle og studere læreres UKM

SFK (fig. 1.1). UKM-oppgavene, og spesielt SFK-oppgavene, må følgelig studeres nærmere.

I fremtidig forskning hvor UKM-instrumentet brukes i nye kontekster, må eksistensen til delkomponentene av UKM (om de eksisterer, kap. 2.2.4) revurderes og videreutvikles (Hill et al., 2004; Schilling et al., 2007). Oppgavekvalitet påvirker reliabilitet. Et utgangspunkt er dermed å studere UKM-instrumentets indre konsistens og de inkluderte oppgavenes vanskegrad (se art. 2, kap. 3.3 og 4.1).

3.3 Validitetsstudier av UKM-instrumentet

Validitet knyttes til spørsmålet om hvorvidt et instrument måler det det er ment å måle. Om UKM-instrumentet skal brukes i en norsk skolekontekst må det gi innsikt i kunnskap relevant for matematikklærere. I utdanningsforskning er validitet et kontroversielt begrep (Lissitz & Samuelsen, 2007). Det finnes mange ulike beskrivelser og kategoriseringer av begrepet (Kane, 2006), som stadig diskuteres (Embretson, 2007), og som ikke alltid skilles fra reliabilitet (Bryman, 2004)⁴⁰. Tidligere ble validitet i hovedsak inndelt i kriterierelatert validitet (et testresultat vurderes opp mot et gitt kriterie), innholdsvaliditet (etableres gjennom at prestasjon på et utvalg oppgaver fra et område brukes som et estimat på den totale prestasjonen innen området) og begrepsvaliditet (utviklet for å studere hvorvidt en test er et godt mål på en gitt teori) (Kane, 2006). I arbeidet mot å utvikle et samlet validitetsbegrep, argumenterer Messick (1989) for at begrepsvaliditet kan ses på som overordnet de andre to. Validitet er «an evaluative summary of both the evidence for and the actual—as well as potential—consequences of score interpretation and use» (Messick,

⁴⁰ Som et bilde på dette, knytter Messick (1995) sin diskusjon av validitet til seks ulike aspekter. Et av disse, «Generalizability and the Boundaries of Score Meaning» (s. 746), inkluderer hvorvidt et instrument måler stabilt over tid, noe som ofte knyttes til reliabilitet (kap. 3.2).

Å måle og studere læreres UKM

1995, s. 742). Dette sitatet understreker nødvendigheten av å inkludere mulige konsekvenser av bruk av et instrument i valideringsarbeidet.

Kane (2006) mener også at effektiv validering er umulig uten at tolkning og bruk av resultater er klart uttalt. Han påstår at en «argumentbasert tilnærming» gir en metodologi for å evaluere validiteten. Å spesifisere mulige tolkninger (det fortolkende argumentet) er et nødvendig første steg, slik at troverdige alternative fortolkninger kan identifiseres og undersøkes. Det å utvikle et fortolkende argument involverer å eksplisitt oppgi de antakelser og konklusjoner/implikasjoner som er involvert i den foreslåtte tolkningen. Evaluering av det fortolkede argument krever flere empiriske studier og analyser. I Kanes termer må validering studeres i hvert av de følgende stegene:

1. Evaluation of observed performance, yielding an observed score.
2. Generalization of the observed score to the expected score over all test domain.
3. Extrapolation from the test domain to the KJS [knowledge, skills, and judgement] domain.
4. Extrapolation from the KJS domain to the practice domain.
5. Decision about readiness for practice. (Kane, 2004, s. 155)

Valideringsarbeidet av UKM-instrumentet i USA bygger på Kanes arbeider. Shilling og Hill (2007) foreslår tre typer antakelser og implikasjoner (de slår sammen Kanes punkt 2 og 3) – antakelser brukt av de som har validert MKT-instrumentet for bruk i andre land⁴¹:

[...] **elemental**, or assumptions and inferences concerning the performance of specific test items, including consistency of items with subjects' knowledge; **structural**, or assumptions and inferences concerning the internal structure of the test, including the consistency of the structure of the test with the structure of the test domain, and **ecological**, or assumptions and inferences concerning

⁴¹ I 2007 ble et spesialnummer av tidsskriftet «Measurement» (nr. 2-3) viet valideringsarbeid av UKM-instrumentet. I 2012 ble de første valideringsarbeidene av UKM-instrumentet i andre kontekster enn USA publisert. Cole (2012) har studert den elementære antakelsen og Delaney (2012) alle tre antakelsene (kap. 3.6).

Å måle og studere læreres UKM

the external structure of the test, including the relationship of the test scales with external variables. (Schilling & Hill, 2007, s. 71, min utheving)

Når UKM-instrumentet skal tas i bruk, er det av betydning at de svarene lærerne gir ikke knyttes til faktorer som generell kunnskap, generell intelligens, eller til det som i litteraturen kalles «test-taking-strategies». Den elementære antakelsen studeres gjennom bruk av intervjuer med lærere, profesjonelle matematikere og mennesker ansatt i andre profesjonsyrker. Konklusjonen er at SMK-oppgavene fanger opp noen deler av respondentenes matematiske tankeprosess (Hill, Dean & Goffney, 2007), men at det var vanskelig å finne tilsvarende argumenter for oppgaver utviklet for å måle PCK. Hill, Dean og Goffney (2007) fremhever at argumenter basert på regler og algoritmer ikke er uvanlig. Dette indikerer at UKM-oppgavenes nøkler kan identifiseres både med instrumentell forståelse og relasjonsforståelse (Skemp, 1976). Riktig flervalgsrespons reflekterer dermed ikke nødvendigvis type kunnskap (Tchoshanov, 2011) (kap. 2.2.3). Det er følgelig viktig å studere hva en kan lære om læreres UKM gjennom bruk av UKM-oppgaver.

Den strukturelle antakelsen⁴² var det vanskeligere å finne bevis for i intervjudataene, spesielt for oppgaver ment å måle «kunnskap om faglig innhold og elever» (Hill, Dean et al., 2007). Oppgavene utviklet for å måle AFK og SFK kunne ikke alltid knyttes til separate faktorer. Dette indikerer at teorien oppgavene ble utviklet for å teste, må videreutvikles (Schilling, 2007; Schilling et al., 2007), eller at oppgavene ikke er av god kvalitet (Talbot & Briggs, 2007).

Indikasjoner på sammenheng mellom læreres UKM (målt med UKM-instrumentet), kvaliteten på lærernes undervisning (målt med et instrument utviklet av Hill og kollegaer (2011)) og elevers læring

⁴² Knyttes også til reliabilitet (kap. 3.2).

Å måle og studere læreres UKM

(økologisk antakelse) er dokumentert (Hill, Ball, Blunk, Goffney & Rowan, 2007), og omdiskutert (kap. 3.1).

Når valideringsarbeidet i USA ses under ett, argumenteres det for å fokusere mer på at det er bruken av instrumentet som valideres (Lawrenz & Toal, 2007), samt å utforske hvordan lærere i ulike kontekster forholder seg til UKM-instrumentet (Engelhard & Sullivan, 2007). Schoenfeld (2007a) er kritisk til både UKM-rammeverk og UKM-instrument (kap. 3.4). Han oppsummerer valideringsarbeidet i USA med å si at mye arbeid gjenstår, både for å forstå hva som er relevant kunnskap å måle og for å forstå hvor godt UKM-oppgavene faktisk reflekterer relevant kunnskap. Dette avhandlingsarbeidets tre siste artikler (med de tre første som bakteppe) søker mot å utvikle økt forståelse for hva en kan lære om læreres UKM gjennom å se læreres flervalgssvar i sammenheng med deres skriftlige refleksjoner (tab. 1.1). Artiklene kan i så måte ses på som en oppfølging av Schoenfelds kritikk.

3.4 Kritikk av UKM-instrumentet

UKM-rammeverket er kritisert for ikke å være klart definert (Schoenfeld, 2007a) og for overlapp mellom de inkluderte kunnskapskategoriene (Petrou & Goulding, 2011). Ball og kollegaer (2008) hevder det ikke alltid er enkelt å skille kategoriene fra hverandre. Dette påvirker presisjonen, eller mangelen på presisjon, i deres definisjoner av komponentene av UKM. Skillet mellom SFK og «kunnskap om faglig innhold og elever» oppfattes som spesielt uklart (Petrou & Goulding, 2011). For å konkretisere forskjellen brukes flersifret regning som eksempel. Det å gjenkjenne et feilsvar (vedlegg 5) ses på som AFK, «whereas sizing up the nature of an error, [...], typically requires nimbleness in thinking about numbers, attention to patterns, and flexible thinking about meaning in ways that are distinctive of specialized content knowledge» (Ball et al., 2008, s. 401).

Å måle og studere læreres UKM

Kjennskap til typiske elevfeil ses imidlertid på som «kunnskap om faglig innhold og elever» og dermed PCK.

Synet på læreres kunnskap som flerdimensjonal og integrert (f.eks, Lee, Liu & Linn, 2011), kan ses som en motsats til kategorisering av UKM som i UKM-rammeverket. Om delkomponenter av UKM ikke er klart definert, blir det å utvikle og bruke oppgaver for å måle de ulike komponentene utfordrende (Alonzo, 2007) (fig. 3.1). Bildet kompliseres ytterligere om operasjonaliseringen tilknyttet ulike rammeverk er ulik (kap. 2.2.4). Oppgavene i figur 1.1 er utviklet for å måle læreres SFK, men ville i COACTIV-studien sannsynligvis blitt kategorisert som PCK (Kaarstein, 2014a). Å tolke resultater fra ulike publikasjoner, basert på ulike rammeverk med ulik operasjonalisering og ulike metodiske tilnærminger (Shechtman et al., 2010) fordrer dermed transparens (kap. 4.5.1). Dette er spesielt utfordrende når oppgaver ikke er frigitt for publisering.

UKM-oppgavens format kritiseres av noen forskere (f.eks., Schoenfeld, 2007a). Schoenfeld argumenterer for at åpne oppgaver ville vært enklere for lærerne. Flervalgsformatet påstås å kunne føre til at kompleks kunnskap trivialiseres (Beswick et al., 2012). Det påstås at formatet ikke måler viktig lærerkunnskap (Anderson-Levitt, 2012), eller står i fare for å kun måle instrumentell kunnskap (Boodoo, 1993; Haertel, 2004; Haladyna, 2004). Betraktninger fra denne kritikken undersøkes i avhandlingsarbeidets ulike artikler (art. 3, s. 49–51, samt art. 5 og 6).

UKM-oppgavene er på noen områder ulike standard flervalgsoppgaver (art. 6, kap. 2.1). Den utstrakte bruken av «Jeg er ikke sikker» er et eksempel (fig. 1.1). «Jeg er ikke sikker» ble først lagt til oppgaver som hadde ja og nei som svaralternativer, for å redusere sjansen for at lærere gjettet. Senere ble forskerne pålagt å inkludere svaralternativet i alle UKM-oppgavene innenfor tall og tallregning (Hill, 2007a). Alle svaralternativer i flervalgsoppgaver bør være plausible (Osterlind,

Å måle og studere læreres UKM

1997). Lærerne vil imidlertid vite at «Jeg er ikke sikker» ikke er riktig. Dette kan invitere noen lærere til å unngå svaralternativet. Andre velger kanskje alternativet for å unngå å svare feil. Den utstrakte bruken av «Jeg er ikke sikker» er følgelig et kritisk punkt, viktig å studere nærmere. Dette er fokus i min sjettede delstudie.

Til sist kritiseres UKM-instrumentet med utgangspunkt i andre syn på kunnskap (kap. 2.1). Andrews (2011) er eksempelvis kritisk til at kunnskap kan måles uavhengig av den konteksten hvor læreren utfører sitt undervisningsarbeid. Han fremhever kulturell lokalisering av læreres matematiske kunnskap som en glemt faktor i forskning på læreres kunnskap.

3.5 UKM og kultur⁴³

To dominerende perspektiver ligger til grunn for «kulturdiskusjoner» tilknyttet undervisning. Det som kalles nasjonal-kulturelt perspektiv og et globalt dynamisk perspektiv (Letendre, Baker, Akiba, Goesling & Wiseman, 2001). Arbeidet gjort tilknyttet UKM-instrumentet i land utenfor USA (kap. 3.6) fremsetter følgende argumentasjonsrekke: Undervisning er en kulturell aktivitet. Gitt at UKM og UKM-instrumentet er basert på studier i USA, kan instrumentet være relatert til, og til og med begrenset til, undervisningskulturen der⁴⁴. Spørsmålet om UKM (teori og instrument) er kulturelt spesifikk tvinger seg frem (f.eks., Blömeke & Delaney, 2012). Som et resultat kan bruk av UKM-instrumentet i andre land være problematisk (f.eks., Delaney, Ball, Hill, Schilling & Zopf, 2008). Denne argumentasjonsrekken bygger på Stigler og Hiebert (1999) som argumenterer for at undervisning har nasjonale ulikheter, og i så måte beskrives som en nasjonal-kulturell aktivitet. I dette perspektivet finnes et nasjonalt ideal som styrer undervisningsarbeidet.

⁴³ For en mer overordnet diskusjon, se Hoover og kollegaer (2014).

⁴⁴ Her vil jeg understreke at resultater fra USA som trekkes frem i dette avhandlingsarbeidet er fra noen få stater. Andre stater vil kanskje gi andre resultater.

Å måle og studere læreres UKM

I en studie fra 1992 fant Stevenson og Stigler (1992) ulikheter mellom skoler i Japan, Kina og USA, eksempelvis knyttet til læreres respons på elevfeil. Disse forskerne argumenterer for at selv om det er ulikheter i hvordan lærere møter undervisningens utfordringer (i et nasjonal-kulturelt perspektiv), er utfordringene de samme på kryss av landegrenser. I sluttrapporten fra videostudien fra TIMSS 1999, konkluderer Hiebert og kollegaer (2003) med at de finner ulikheter i undervisning innenfor, så vel som mellom, land. De stiller dermed spørsmål ved om nasjonale mønstre eksisterer. Hiebert og kollegaer (2002) foreslår en mer global teori om lærerkunnskap. Med utgangspunkt i disse studiene er hovedspørsmålet fra utviklerne av UKM hvorvidt den matematiske utfordringen representert i en UKM-oppgave er en legitim utfordring i undervisningsarbeidet på kryss av kulturer (Hoover et al., 2014). De understreker at undervisningsarbeidets utfordringer (fig. 2.3) kan ses på som et grunnlag for å undervise matematikk, uavhengig av kulturell kontekst, og at UKM-oppgaver må knyttes til slike «globale» utfordringer. Et spørsmål er da om utfordringene er globale på detaljnivå.

Det eksisterer altså ulike perspektiver, som fordrer ulik tilnærming til studier av UKM-instrumentet. Dette avhandlingsarbeidet bygger på tilsvarende studier i andre land (kap. 3.6). Studien tar utgangspunkt i et nasjonal-kulturelt perspektiv, hvor det fokuseres på at nasjonale ulikheter i undervisningspraksis kan fordre ulik UKM av deltakerne i aktiviteten, og hvor UKM som teori også kan være kulturspesifikk (Blömeke & Delaney, 2012). Styrken med det nasjonal-kulturelle perspektivet er at det retter oppmerksomheten mot ulikheter mellom nasjonale kontekster (Letendre et al., 2001), viktig når et instrument skal tilpasses bruk i en ny kontekst.

Oppgavene i figur 1.1 kan brukes som et illustrerende eksempel. For alle lærere som møter elever som arbeider med tosifret multiplikasjon er det, på kryss av nasjonale grenser, nødvendig å kunne forholde seg til de algoritmer elevene bringer inn i undervisningen. Et nasjonal-

Å måle og studere læreres UKM

kulturelt perspektiv kan i så måte vike for et mer overordnet perspektiv. Ser en nærmere på figur 1.1, er faktorene i alle tre algoritmene satt under hverandre. Dette er typisk for tosifret multiplikasjon i USA. I en norsk kontekst vil de fleste variasjoner av algoritmer ha faktorene ved siden av hverandre. UKM-oppgavene kan da være enklere for amerikanske lærere enn for de norske. Det kan argumenteres for at det viktigste er at instrumentet måler relevant lærerkunnskap (f.eks., kap. 3.3), og for at lik vanskegrad (kap. 4.4.2) kun er av betydning om instrumentet skal brukes i komparative studier. Ulikheter som dette er likevel grunnlaget for at et nasjonal-kulturelt perspektiv kan gi mening når UKM-oppgavene studeres i detalj en ny kontekst.

Et annet eksempel er læreplaner som internasjonalt viser seg å være forholdsvis like, i alle fall på et overordnet nivå (Meyer, Kamens & Benavot, 1992). På et mer detaljert nivå er læreplaner ulike på en måte som kan ha relevans for læreres UKM, og følgelig for hvordan UKM (kan) måles og studeres (Anderson-Levitt, 2012). Delaney (2012) fant at UKM-instrumentets fokus på de matematikkfaglige emnene måling og statistikk avviker fra irske læreplaner. Kwon og kollegaer (2012) peker på primtall som et emne som er inkludert i UKM-oppgaver, men ikke i sør-koreanske læreplaner. Ng (2012) peker på at selv om emnene er like på kryss av landegrenser, kan rekkefølgen emnene presenteres i variere. Dette er utfordrende i Indonesia hvor de fleste lærerne spesialiserer seg på bestemte trinn.

Et tredje eksempel er språk. Ordet for rektangel i Indonesia er «langt kvadrat», en språkbruk som kan styre indonesiske lærere bort fra å se på et kvadrat som et spesialtilfelle av rektangel. Ifølge Ng (2012) presenterer også indonesiske lærebøker polygoner som uavhengige figurer, mens lærebøkene i USA presenterer dem som hierarkier av figurer.

Et siste eksempel tilknyttet et nasjonalt-kulturelt perspektiv er selve undervisningen. Sett på avstand ser klasserom like ut, men Givvin og

Å måle og studere læreres UKM

kollegaer (2005) fant ulikheter som gjør at de konkluderer med at undervisningstimer innenfor et land var likere enn på kryss av landegrenser. Dette kan videre skape ulike utfordringer i undervisningsarbeidet.

Selv om undervisningsarbeidets utfordringer ses på som universelle (Ball et al., 2008), og arbeidet med å videreutvikle listen presentert i figur 2.3 pågår (Hoover et al., 2014), kan en operasjonalisering i UKM-oppgaver være utfordrende. Forskere anbefales derfor å evaluere hvor nyttige UKM-oppgavene er for å studere læreres UKM i land utenfor USA (Blömeke & Delaney, 2012). Skal UKM-instrumentet tas i bruk i en norsk skolekontekst, er det nødvendig å ha et kritisk nasjonal-kulturelt blick på instrumentet, samtidig som man høster erfaring fra studier av instrumentet tilpasset og brukt i andre land (Blömeke & Delaney, 2012). Det er også nødvendig å ta med i betraktningen at UKM ikke nødvendigvis er så lik i en ny kontekst at instrumenter utviklet i USA uproblematisk kan benyttes (Anderson-Levitt, 2012). Et nasjonalt-kulturelt perspektiv er utgangspunktet for denne avhandlingen.

3.6 Oversettelse og tilpasning av UKM-instrumentet

Studier av oversettelse og tilpasning av UKM-instrumentet er gjennomført (delvis parallelt med denne studien) i Irland (kap. 3.6.1), Indonesia, Ghana og Sør-Korea (kap. 3.6.2)⁴⁵. I tillegg var noe arbeid gjort i Norge da arbeidet med denne studien startet (kap. 3.6.3). Studier av oversettelse og tilpasning vektlegger to viktige faser: 1) studier av

⁴⁵ Søk er gjennomført i databasene *Eric*, *Academic Search Elite* og *Ebsco Discovery Service*, samt i *Google Scholar* og i de nordiske og internasjonale tidsskrift for matematikdidaktisk forskning som er satt opp som publiseringskanaler på nivå 2 og 1.

Å måle og studere læreres UKM

oppgavens kvalitet og 2) studier av respons på oppgavene (Haladyna, 2004; Osterlind, 1997)⁴⁶.

3.6.1 Tilpasning til den irske konteksten

I en irsk studie ble alle endringer gjort i hver av UKM-oppgavene dokumentert (Delaney et al., 2008). Analyser av dokumentasjonen ble oppsummert i fire kategorier, anbefalt brukt som utgangspunkt for kommende studier (Delaney et al., 2008; Hambleton, 2012): 1) endringer relatert til den generelle kulturelle konteksten, 2) endringer relatert til den skolekulturelle konteksten, 3) endringer relatert til det matematiske innholdet og 4) andre endringer. Delaney (2008) finner stor grad av ekvivalens (Singh, 1995) i den irske konteksten (se art. 1, s. 107–108), men fremhever likevel at de oppgavene som av ulike grunner skiller seg ut, gir viktige indikasjoner på at en oversettelses- og tilpasningsprosess av UKM-instrumentet ikke er triviell (Delaney et al., 2008). Basert på at lærerarbeidet ses på som en kulturell aktivitet (kap. 3.5), fremhever Delaney (2008) at det er nødvendig å gå grundig til verks. Han fremhever at undervisningsarbeidets utfordringer (fig. 2.3) likevel kan være universelle (se også Hoover et al., 2014), dog ikke om de studeres i detalj.

Delaneys (2012) validitetsstudie tar utgangspunkt i arbeidet gjort i den amerikanske konteksten (kap. 3.3). Han fant at lærerne brukte sin UKM (inkludert prosedyrekunnskap), heller enn gjetting, når de responderte på UKM-oppgavene, og konkluderer med at irske læreres respons på UKM-oppgavene er konsistent med deres UKM. En faktoranalyse av responsen til et tilfeldig utvalg lærere, viste at en må overveie eksistensen av delkomponentene ved UKM (Delaney, 2012), eller en må spesifisere disse nærmere om instrumentet skal brukes i Irland. Det

⁴⁶ Rammeverket (ikke instrumentet) har i tillegg vært brukt som basis for studier av læreres situerte kunnskap (f.eks., Adler & Davis, 2011; Burgess, 2009; Heiberg Solem & Hovik, 2012), og aspekter ved rammeverket er brukt for å analysere læreres faglige utvikling (Turner, 2012).

Å måle og studere læreres UKM

var ikke klar sammenheng mellom læreres UKM og kvaliteten på deres undervisning⁴⁷. Delaney konkluderer med at det kan være tre årsaker til dette: 1) lærerne i utvalget representerte ikke et vidt spekter av UKM, 2) ikke alle lærerne underviste i emner som var del av UKM-oppgavene de hadde respondert på og 3) lærerne underviste på ulike trinn, og kunnskapen UKM-instrumentet måler kan være mer relevant på noen trinn enn på andre. Konklusjonen er at valideringsarbeidet av UKM-instrumentet i en irsk kontekst er utfordrende. I tillegg bør en diskutere hvorvidt et instrument utviklet for å måle undervisningskvalitet i en kontekst må tilpasses for å kunne tas i bruk i en ny kontekst (Cole, 2012)⁴⁸. Et slikt arbeid er påbegynt i den norske konteksten (Opsvik & Skorpen, 2012, 2014).

3.6.2 Tilpasning utenfor Europa

I Ghana ble ikke oppgavene oversatt (Cole, 2011), men tilpasningen ble dokumentert og analysert (som hos Delaney et al., 2008). De tilpassede oppgavene ble så diskutert av en ekspertgruppe. Ingen oppgaver ble ekskludert. Cole (2011) finner at UKM-instrumentet er et mer validt mål for ghanesiske lærere med høy enn lav UKM. Studien tyder i tillegg på at flervalgsoppgaver er et ukjent oppgaveformat for ghanesiske lærere. Cole konkluderer med at flervalgsformatet bør studeres nærmere, noe som undersøkes i min tredje og sjette delstudie. Analyser av undervisning viser at lærere med høy UKM også har høy undervisningskvalitet, og at lærere med lav UKM har lavere kvalitet på sin undervisning (Cole, 2011). I videre validitetsstudier (Cole, 2012) finnes det bevis for kulturell inkongruens i noen av oppgavene

⁴⁷ Kvaliteten på undervisningen ble analysert ved hjelp av et instrument utviklet av forskerne i Michigan (Blunk & Hill, 2007), og ble tilpasset den irske konteksten (Delaney, 2012).

⁴⁸ Cole (2011) anbefaler omarbeiding av analyseverktøyet (Blunk & Hill, 2007), da det var aspekter ved undervisningen i Ghana som verktøyet ikke fanget opp.

Å måle og studere læreres UKM

kontekst: Fokus på at elever selv skal utvikle algoritmer er et ukjent fenomen for de deltagende lærerne.

I Indonesia gjennomførte Ng (2009, 2012) en studie av et sett med UKM-oppgaver i geometri. Ng (2012) møtte flere utfordringer i oversettelsesarbeidet, blant annet knyttet til matematisk språk og matematiske definisjoner. Eksempelvis blir ikke det formelle matematiske språket i UKM-oppgavene brukt av indonesiske lærere («flersidet todimensjonal form» blir brukt i stedet for «polygon», som i Norge hvor «mangekant» brukes (Fauskanger & Mosvold, 2010)). En del matematiske begreper finnes det ikke indonesiske oversettelser for. Det er videre eksempler på at det i det indonesiske språket blir brukt en og samme term på ulike geometriske begreper. Ordet «side» (sisi) blir brukt både for «kant» i et polygon og for «flate» i et polyeder. For hoveddelen av oppgavene, var de samme vanskelige/lette i USA og Indonesia. Et unntak var oppgaver med fokus på inklusive definisjoner av firkanter. Det oversatte instrumentet ser ut til å skille bedre mellom indonesiske lærere med høy UKM enn de med lav, som i Ghana (Cole, 2011). Ng (2012) fremhever at selv om indonesiske lærere scorer lavt på UKM-oppgaver, handler ikke det nødvendigvis om at de indonesiske lærerne har lavere UKM. Han konkluderer med at UKM-oppgavene er utviklet for å måle hva lærere *bør* kunne, noe som fra et nasjonal-kulturelt perspektiv (kap. 3.5) ikke nødvendigvis er det samme i ulike land. Et eksempel er at oppgavene, i stedet for å skille mellom lærere med høy/lav UKM, skiller mellom lærere som vektlegger inklusive definisjoner og de som vektlegger eksklusive definisjoner.

Kwon (2009) oversatte UKM-oppgaver, analyserte den dokumenterte oversettelsen (som hos Delaney et al., 2008) og flervalgsrespons. Hennes analyser av respons kan oppsummeres med at oppgavene faller lettere for de koreanske lærerne enn de amerikanske. Basert på resultater fra flervalgsrespons og kognitive intervjuer, ble oppgavene revidert og ny versjon studert. Resultater fra denne studien viser at små endringer av oppgavene ofte økte lærernes prestasjoner, og at det blir

Å måle og studere læreres UKM

viktig å vurdere hvorvidt oppgaver skal endres utover oversettelse og et minimum av tilpasning (Kwon et al., 2012).

I prosessen med å tilpasse UKM-instrumentet, har forskere konkludert med at instrumentet kan ha flere funksjoner enn å måle og studere læreres UKM. Ng (2012) sier at ulikheter mellom den amerikanske og indonesiske undervisningskonteksten, som ellers ville vært skjult, ble brakt til overflaten. Tilpasning av UKM-instrumentet kan dermed gi økt forståelse ikke bare for hva lærere kan, men hva de trenger å kunne for å undervise i matematikk i ulike kontekster (Anderson-Levitt, 2012; Blömeke & Delaney, 2012). Bruk av instrumentet kan i så måte både blottlegge og påvirke den nye konteksten. Eksempelvis kan en bli bevisst på detaljer i kulturelle ulikheter (kap. 3.5).

3.6.3 Tilpasning i den norske konteksten – en gryende start

Drageset (2009, 2010, 2012) har oversatt og brukt UKM-oppgaver i en norsk kontekst. Hans publikasjoner innbefatter ikke studier av oversettelses- og tilpasningsprosessen⁴⁹. Drageset (2009) finner, i motsetning til Delaney (2012), at AFK og SFK (kap. 2.2.4) eksisterer empirisk i den norske konteksten.

Før arbeidet med denne avhandlingen startet, var et oversettelsesarbeid påbegynt (Mosvold & Fauskanger, 2009). Selv om en på sikt kan bruke UKM-instrumentet i større skala, startet prosjektet med selve oppgavene (Haladyna, 2004; Osterlind, 1997). En studie av lærere i møte med instrumentet (Fauskanger & Mosvold, 2010) indikerer at de opplevde innholdet i en del av oppgavene som vanskelig og språkbruken var uvant (som i Indonesia (Ng, 2012)). I tillegg ble flere av kontekstene opplevd som lite relevante og mengden tekst for stor.

⁴⁹ På Island er også instrumentet tatt i bruk uten (publisert) fokus på oversettelse og tilpasning (Jóhannsdóttir & Gísladóttir, 2014).

Å måle og studere læreres UKM

En underliggende skepsis til å bli testet ble registrert, og UKM-oppgavenes format opplevdes uvant.

Etter å ha studert det som er publisert om UKM-instrumentet, er konklusjonen at mye arbeid ligger åpent for fremtidig forskning, også i en nordisk og norsk sammenheng. Dette er ingen overraskelse, da arbeidet med å utvikle UKM-instrumentet startet først i 2001 (se art. 2, kap. 2.1). Videre studier anbefales å bygge på arbeidet presentert her, publisere grundig og konkret dokumentasjon og gjennomføre empiriske studier av instrumentets kvalitet, alt i en prosess som involverer de som instrumentet er laget for (Hambleton, 2012).

3.7 Oppsummering og drøfting

Både i utdanningsforskning generelt, og i matematikdidaktisk forskning spesielt, er det enighet om at læreres kunnskap er av stor betydning for undervisningsarbeidet (kap. 1.1 og 2). Synet på denne kunnskapens eksakte innhold, varierer imidlertid (kap. 2.1). Selv innenfor rammen av et kognitivt perspektiv, varierer rammeverk for hvordan matematikklæreres undervisningskunnskap kan konkretiseres og beskrives (kap. 2.2). Eksempelvis settes det i noen rammeverk skille mellom oppfatninger og kunnskap, mens det i andre ikke settes opp et slikt skille (kap. 2.2.2). Synet på hvordan denne kunnskapen kan måles og studeres varierer (kap. 2.3), så også hvorvidt det finnes sammenheng mellom læreres kunnskap, undervisningskvalitet og elevers læring (kap. 3.1). At matematikklæreres kunnskap er et komplekst fenomen, og at det er utfordrende å utvikle metoder for å studere og måle denne kunnskapen, er det imidlertid enighet om. Studier av hva en kan lære om matematikklæreres kunnskap gjennom ulike tilnærminger til å måle og studere læreres kunnskap, samt utfordringer og muligheter i denne sammenheng, er dermed viktig.

Basert på at UKM-rammeverket fremheves som lovende (kap. 2.4), samt at UKM-oppgavene påstås å måle situert kunnskap, sies å være av

Å måle og studere læreres UKM

høy kvalitet og har mulighet til å bli brukt i storskalastudier, er det av betydning å studere UKM-instrumentet i nye kontekster. I tillegg viser oppgavene seg å være nyttige for å studere utvikling i læreres kunnskap og er de mest brukte i sitt slag. Til sist har en funnet (omdiskuterte) sammenhenger mellom lærernes UKM og kvaliteten på lærernes undervisning og elevers resultater. Forskning på bruk av instrumentet i og utenfor USA gjør at det også finnes erfaringer å bygge på, og videreutvikle, i en norsk skolekontekst.

UKM-rammeverket kritiseres imidlertid av noen forskere, og noe av kritikken rettes mot overlappingen mellom PCK og SFK (kap. 3.1–3.4). Delaney (2012) konkluderer med at en må overveie eksistensen av delkomponentene ved UKM, og dermed de komponenter de ulike UKM-oppgavene faktisk måler (kap. 3.6.1). UKM-instrumentet kritiseres også. Det settes blant annet spørsmålsteget ved om instrumentet (med UKM-oppgaver i flervalgsformat) kan måle noe så komplekst som læreres UKM (kap. 3.4). I validitetsstudier (kap. 3.3) brukes både prosedyrekunnskap og relasjonsforståelse som argument for læreres UKM. I rammeverk for læreres kunnskap deles ofte Shulmans (1986) SMK inn i flere deler nettopp for å skille mellom ulike typer faglig forståelse (tab. 2.2). I ett rammeverk er begrunnelsen for en slik oppdeling at instrumentell forståelse ikke synes å ha like positiv påvirkning på undervisningskvalitet og elevers læring som relasjonsforståelse (Tchoshanov, 2011). Med utgangspunkt i påstander om at flervalgsformatet ikke nødvendigvis måler relevant lærerkunnskap og står i fare for å kun måle instrumentell kunnskap, blir en studie av typer kunnskap viktig, spesielt om instrumentell kunnskap vektlegges av norske lærere (f.eks., Espeland, Goodchild & Grevholm, 2008; Hundeland, 2010)⁵⁰. Her blir det av betydning å utforske ulike former for skriftlig respons, og lære mer om hva en kan lære om læreres UKM, gjennom å studere og sammenlikne den type kunnskap

⁵⁰ Analyser gjort parallelt med avhandlingsarbeidet (Fauskanger, 2012a, 2012b, 2013) understreker et instrumentelt fokus blant de deltakende lærerne.

Å måle og studere læreres UKM

ulik respons kan gi innblikk i⁵¹. Dette understrekes av kritikere, som mener åpne format er bedre enn UKM-oppgavens flervalgsformat (kap. 3.4). Da det er viktig å studere hvilken type fagkunnskap UKM-oppgavene gir innsikt i, ses flervalgsrespons i sammenheng med annen skriftlig respons i avhandlingens siste delstudier.

Bruk av «Jeg er ikke sikker» som svaralternativ i flervalgsoppgaver er kritisert (kap. 3.4). Siden dette alternativet er inkludert i mange av UKM-oppgavene (f.eks., fig. 1.1), blir det av betydning å studere denne flervalgsresponsen spesielt, slik som i avhandlingens sjette delstudie.

Før en kan gå inn i spørsmålet om hva en kan lære om læreres UKM ved å ta UKM-instrumentet i bruk, må instrumentet oversettes og tilpasses den norske skolekonteksten. Studier av utfordringer tilknyttet tilpassing og bruk av UKM-instrumentet i andre kontekster enn den amerikanske (kap. 3.6), er småskalastudier gjennomført med et nasjonal-kulturelt perspektiv på UKM (kap. 3.5). Studiene har en felles anbefaling om å dokumentere oversettelsen og analysere dokumentasjonen i lys av den nye konteksten, som et grunnlag for senere analyse og tolkning av respons. Studiene både i Irland (kap. 3.6.1) og land utenfor Europa (kap. 3.6.2) konkluderer med at fremtidige studier av utfordringer som oppstår når UKM-oppgaver skal oversettes og tilpasses en ny kontekst er nødvendig. Dette avhandlingsarbeidets første delstudie møter en slik anbefaling.

Studiene gjennomført i andre kontekster (kap. 3.6) og reliabilitets- og validitetsstudier gjennomført i USA (kap. 3.2 og 3.3), fremhever kvalitetssikring av både individuelle UKM-oppgaver og av UKM-instrumentet som helhet når et sett UKM-oppgaver skal oversettes og tilpasses en ny kontekst. Dette understrekes også i generell litteratur om

⁵¹ Studiene som presenteres i artiklene 5 og 6 bygger på pilotstudier som indikerer at skriftlige refleksjoner (kap. 4.2.4) kan være en egnet tilnærming for å få innsikt i aspekter ved læreres kunnskap, samt at mangel på sammenheng mellom type kunnskap målt med flervalgsoppgaver og gjennom skriftlige refleksjoner forekommer (Fauskanger & Mosvold, 2012, 2014b) (se vedlegg 4, tab. 2).

Å måle og studere læreres UKM

flervalgsformatet (f.eks., Osterlind, 1997. Se art. 3, s. 49–51 og art. 6, kap. 2.1). Studier av vanskegrad og indre konsistens blir viktige. Forskningen anbefaler også at studier av oversettelse ses i sammenheng med studier av UKM-oppgavens vanskegrad, samt at lærere, som kjenner skolekonteksten, trekkes inn i oversettelses- og tilpassingsprosessen. Avhandlingens andre delstudie adresserer slik kvalitetssikring.

UKM-oppgavens format synes spesielt utfordrende. Studier i Ghana (kap. 3.6.2) og Norge (kap. 3.6.3) konkluderer med å anbefale videre studier av UKM-oppgavens format. Når læreres flervalgsrespons ses i sammenheng med annen skriftlig respons (art. 4–6), adresseres denne anbefalingen. Kritikere av UKM-instrumentet argumenterer for at flervalgsoppgaver kan gjøre den kunnskapen som skal måles vanskeligere for lærerne (kap. 3.4). Det blir følgelig nødvendig å undersøke hvordan formatet eventuelt kan komplisere kunnskapen (UKM) som skal måles og studeres. Dette er vektlagt i avhandlingens tredje delstudie.

3.8 Forskningsspørsmål

Basert på utfordringer og tidligere forskning som presentert ovenfor, vil UKM-instrumentet i dette avhandlingsarbeidet studeres med utgangspunktet i følgende overordnede spørsmål:

Hva kan man lære om læreres UKM ved å ta i bruk et amerikansk instrument, utviklet for å måle og studere læreres UKM, i en norsk skolekontekst?

For å kunne møte et slikt spørsmål, må en også undersøke:

Hvilke utfordringer og muligheter møter en når et instrument for å måle og studere læreres UKM skal tilpasses og brukes i en norsk skolekontekst?

Begge spørsmålene belyses gjennom seks delstudier med forskningsspørsmål som presentert i tabell 1.1. For å belyse disse forskningsspørsmålene, blir det nødvendig med et flermetodisk design

Å måle og studere læreres UKM

(kap. 4.2), basert på en premiss om at en kombinasjon av ulike metodiske tilnærminger gir en bedre forståelse for studiens overordnede forskningsspørsmål enn én tilnærming alene.

4 Design og metoder

Forskningsspørsmålenes natur gjør at avhandlingsarbeidet har et flermetodisk design (f.eks., Creswell, 2014; Tashakkori & Creswell, 2007). Studien kan ses på som en kollektiv casestudie, hvor representative case er valgt med omhu for å belyse forskningsspørsmål i fokus (Silverman, 2013). Delstudiene hver for seg er case (tab. 1.1). Ulik respons på ulike UKM-oppgaver (delstudie 4–6) kan også ses på som case. Case studeres i dybden og det trekkes linjer mellom case ved å studere likheter og mønstre (kap. 6).

Kapitlet starter med en presentasjon av seleksjon (kap. 4.1), etterfulgt av en diskusjon av studiens design og metoder for datainnsamling (kap. 4.2⁵²). Her kommer det klart frem hvorfor ulike metodiske tilnæringer er vektlagt, og hvilke delstudier som må belyses med ulike metoder. Forskerrollen diskuteres i kapittel 4.3, etterfulgt av analytisk tilnærming (kap. 4.4) og en diskusjon av studiens kvalitet og etiske perspektiver (kap. 4.5).

4.1 Seleksjon

Totalt 177 personer har deltatt i denne studien. Som det fremgår i tabell 4.1, utgjør deltakerne en sammensatt gruppe bestående av lærere på alle grunnskolens trinn.

⁵² Se vedlegg 3 for oversikt over empirisk materiale.

Design og metoder

Tabell 4.1. Studiens deltakere.

Delstudie/ Forsknings- spørsmål ⁵³	Antall deltakere totalt	Hva?	Hvem?
2	142	Flervalgsrespons på 30 UKM-oppgaver (61 spørsmål)	Lærere som underviser på ulike trinn på universitetets praksisskoler.
2 og 3	15 (10 er overlappende med de 142 ovenfor)	Fokusgruppeintervjuer (FGI)	De 5 som ikke er valgt ut fra de 142. 2 erfarne og 3 uerfarne lærere som underviser på ulike trinn. Alle 5 med spesiell interesse for matematikk/matematikkundervisning.
4 til 6	30	Flervalgsrespons på 10 UKM-oppgaver (28 spørsmål) og skriftlige refleksjoner tilknyttet de samme oppgavene. (FGI).	Lærere på ulike trinn, med ulik utdanning og erfaring. Deltakere på et videreutdanningskurs i matematikk/matematikkdidaktikk.

For å studere hvordan det oversatte instrumentet fungerer i en norsk skolekontekst (f.eks., oppgavenes vanskegrad, kap. 4.4.2), hvordan ulike typer analyser kan bidra til å belyse utfordringer og muligheter tilknyttet instrumentet, samt øke kvaliteten på instrumentets oppgaver (delstudie 2, tab. 1.1), var det av stor betydning å rekruttere lærere med kunnskap om norsk skolekontekst (eksempelvis læreplan og læremidler). Slik kunnskap er av betydning for å forholde seg kritisk til UKM-oppgavene. Informasjon om prosjektet og spørsmål om deltakelse ble sendt til alle praksisskoler som hadde avtale med universitetet (i 2009, se vedlegg 6). Utvalget kan beskrives som et bekvemmelighetsutvalg (Bryman, 2004), ettersom avtalene også omfatter ønske om samarbeid om forsknings- og utviklingsarbeider mellom praksisskoler og universitet. Det ble presisert at vi ønsket å komme i kontakt med lærere med interesse for matematikkundervisning, og som underviste, eller nylig hadde undervist i matematikk, samt at mange deltakere var viktig. 142 lærere fra 17 skoler sa ja til å delta. Alle underviste, eller hadde nylig undervist, i matematikk. Blant disse jobbet 41 på barnetrinnet, 96 på

⁵³ Se tabell 1.1.

Design og metoder

ungdomstrinnet. Fem av lærerne ga ikke informasjon om hvilket trinn de arbeidet på. Et noe større antall lærere og jevnere fordeling på trinn hadde vært ønskelig. Jevn fordeling på trinn ble derfor vektlagt i delstudiens kvalitative del. Her ble fokusgruppeintervjuer (FGI) med grupper på to og tre⁵⁴ lærere (fig. 4.1) gjennomført (kap. 4.2.3). Hensikten med FGI er å gå i dybden. Om en forventer at deltakerne har mye å si, er det gunstig med få deltakere (Morgan, 1998b; Wilkinson, 2004). Det var her forventet at de utvalgte lærerne hadde mye å si, og få deltakere var en forutsetning for at alle skulle få taletid.

FGI forutsetter at deltakerne har et felles grunnlag å diskutere ut fra (Thagaard, 2003), eksempelvis en spesiell kompetanse (Bryman, 2004; Morgan, 1998b). I denne studien har alle det til felles at de er lærere som nylig har undervist i matematikk og har en spesiell interesse for matematikkundervisning. De to første FGI inkluderer lærere som: 1) har lang erfaring med matematikkundervisning på barnetrinnet og spesiell kompetanse i faget (de er begge etterspurte foredragsholdere), og 2) har spesiell interesse for matematikkfaget uttrykt gjennom at de er studenter på «Master i grunnskolens matematikkundervisning». Alle fem ble håndplukket, kontaktet direkte, informert om studien, og sa ja til deltakelse. De fem neste FGI inkluderer par av lærere fra fem av de 17 praksisskolene. Disse 10 lærerne ble valgt ut i samarbeid med skolens rektorer med bakgrunn i interesse for matematikkfaget, at de representerer ulike trinn, og at de nylig har undervist i faget. Alle ble informert om studien, spurt om å delta og sa aktivt ja⁵⁵. I ettertid ser jeg at flere FGI ville vært en styrke for de konklusjoner som trekkes i den tredje delstudien (kap. 6.1).

⁵⁴ En fokusgruppe har mer enn en deltaker. Noen mener minst fire (Bryman, 2004), andre anbefaler syv til ti deltakere (Gall, Gall & Borg, 2007), og noen to deltakere (Wilkinson, 2004). Her ligger Wilkinsons argumentasjon til grunn: at to til tre deltakere kan utgjøre en fokusgruppe om deltakerne har mye å si.

⁵⁵ I utgangspunktet var det tenkt seks FGI, men en av lærerne valgte å trekke seg. (Se art. 2 (s. 390) og art. 3 (s. 53)).

Design og metoder

For å studere hva en kan lære om læreres UKM ved å ta i bruk UKM-instrumentet i en norsk skolekontekst (delstudie 4 til 6, tab. 1.1), var det nødvendig med en gruppe lærere som var spredt på trinn og hadde ulik erfaring og utdanning. Det var også en forutsetning at deltakerne hadde tid og lyst til å gå i dybden på oppgavene. Deltakere på et videreutdanningskurs (30 studiepoeng over tre semester) ble invitert til å delta. Deltakelse var frivillig (vedlegg 9–11). Lærerne underviste på ulike trinn og hadde ulik erfaring og utdanning (tab. 4.2). 15 arbeidet på småskoletrinnet, 10 på mellomtrinnet og 5 på ungdomstrinnet. Av de 30 lærerne var 8 menn og 22 kvinner.

Tabell 4.2. De 30 deltakernes arbeidserfaring og utdanning.

Undervisningserfaring	2–5 år	6–10 år	11–20 år	Mer enn 21 år
Antall lærere	5	3	16	6

Antall studiepoeng	0	1–15	16–30	31–60
Antall lærere	10	18	0	2

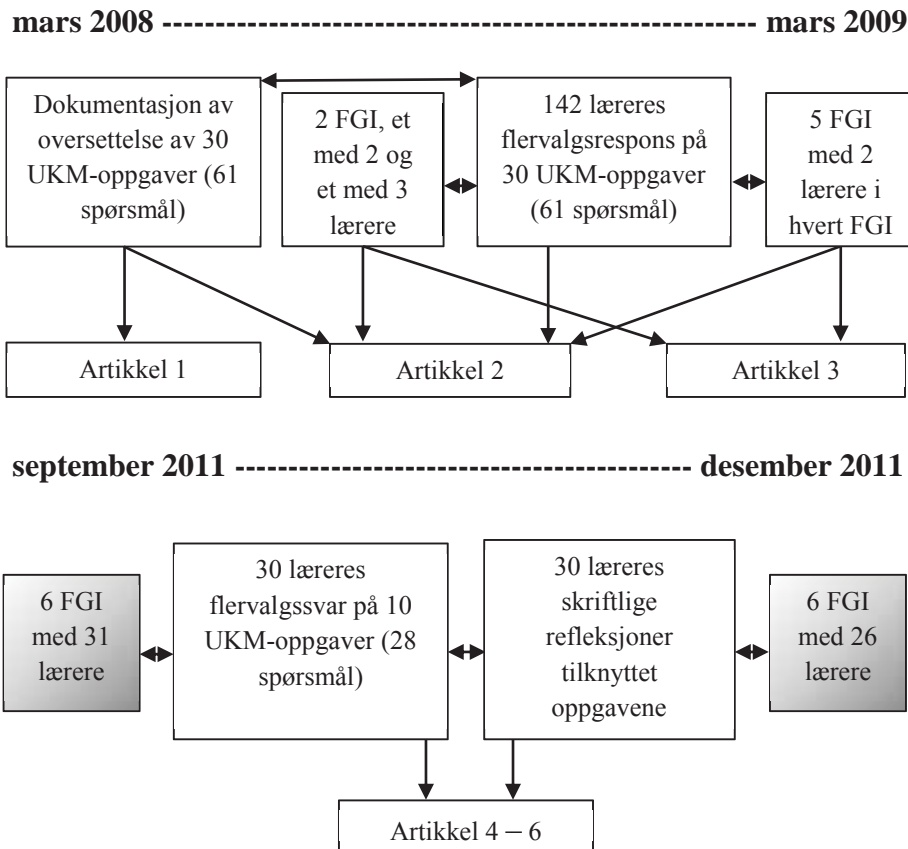
I delstudie 2 og 3 er det lærere med spesiell interesse og erfaring med matematikkundervisning som danner utvalget. Dette var nødvendig for å undersøke hvilke muligheter og utfordringer som ligger i det å tilpasse UKM-instrumentet. Utvalget kan imidlertid medføre en skjevhet i de kvantitative analysene. I de tre siste delstudiene var utvalget et antall lærere med spredning på trinn, erfaring og utdanning som er representativt for en videreutdanning. Deltakerne kan i så måte sies å være representative for en videreutdanning utviklet i forhold til allmennlærerutdanning.

4.2 En flermetodisk studie

Studien kan karakteriseres som flermetodisk, definert som «research in which the investigator collects and analyses data, integrates the findings and draws inferences using both qualitative and quantitative approaches» (Tashakkori & Creswell, 2007, s. 4). Hovedvekten er på kvalitative analyser. Analyse av kvantitative data inngår kun i delstudie 2 (kap. 4.2.2 og 4.4.2), og er nødvendig for å identifisere UKM-oppgaver som, basert på flervalgsrespons, bør studeres nærmere (Haladyna, 2004; Osterlind, 1997). Flermetodiske studier fremheves i arbeidet med å utvikle bedre måleinstrumenter, og for å forstå for hvilken informasjon instrumenter gir (Creswell, 2014).

Figur 4.1 viser en oversikt over tidsperiode og empirisk materiale i avhandlingens delstudier. Hver del blir utdypet i den enkelte artikkel og beskrevet i kapitlene 4.2.1 til 4.2.4.

Design og metoder



Figur 4.1. Empirisk materiale analysert i ulike artikler.

4.2.1 «Hvert ord teller» - dokumentasjon av oversettelse

For å forstå hva en kan lære om læreres UKM ved å ta i bruk UKM-instrumentet i en norsk skolekontekst, har jeg valgt å starte med å undersøke muligheter og utfordringer tilknyttet tilpasning av instrumentet. Delstudien med fokus på oversettelse fokuserer på et sett (LMT2004)⁵⁶ med UKM-oppgaver fra prosjektet *Learning Mathematics for Teaching* (LMT-prosjektet). Studien tar utgangspunkt

⁵⁶ Ikke frigitt for publisering, og av den grunn ikke vedlagt.

Design og metoder

i en irsk studie hvor det understrekes at om en skal sikre at UKM-instrumentet er ekvivalent i en ny kontekst, må en studere hvordan oppgavene tolkes i konteksten. Et viktig utgangspunkt er analyse av selve oversettelsen (kap. 3.7 og art. 1, s. 105–109).

Dobbel oversettelse ble vektlagt (Adams, 2005) og oversettelsesprosessen bestod i at par fra en gruppe sammensatt av matematikere, matematikdidaktikere og forskere, oversatte uavhengig av hverandre, for så å sammenlikne og diskutere de to oversettelsene. Deltakerne ble invitert inn i studien basert på variasjon i faglig bakgrunn, forskningserfaring og kunnskap om norsk skolekontekst, og ses på som eksperter på ulike sider av matematikkundervisning (kap. 4.1). Alle endringer foretatt i de ulike oppgavene ble nøye dokumentert med utgangspunkt i kategorier anbefalt for å oppsummere endringer (kap. 3.6.1 og art. 1, s. 110). Gjennom å bruke kategoriene fra starten av, er dokumentasjon og analyser delvis overlappende (kap. 4.4.1).

Fem lærere ble involvert tidlig i prosessen gjennom to FGI, hvor de oversatte oppgavene ble diskutert (tab. 1.1). Intervjuene (kap. 4.2.3, vedlegg 7) ble gjennomført etter at artikkel 1 ble skrevet (fig. 4.1 og kap. 3.6.3). Da studie av flervalgsrespons sett i sammenheng med oversettelser fremheves som viktig før større endringer blir foretatt (f.eks., Haladyna, 2004), ble kun små endringer i det oversatte oppgavesettet ble foretatt.

4.2.2 Respons på flervalgsoppgaver⁵⁷

Analyser av flervalgsrespons er avgjørende for å studere hvordan det oversatte instrumentets oppgaver fungerer. For å få en god gjennomføringsprosess, ble lærere invitert til deltakelse (vedlegg 9), før to forskere dro ut til hver av skolene for å informere om, og legge til

⁵⁷ Forskningsspørsmål som diskuteres i delstudie 4, 5 og 6 tar utgangspunkt i læreres respons på 10 UKM-oppgaver (28 spørsmål) (fig. 4.1). Her analyseres imidlertid ikke responsen kvantitativt (kap. 4.2.4 og 4.4.4).

Design og metoder

rette for at de 142 lærerne som hadde sagt ja til å være med, kunne respondere på vårt oversatte oppgavesett (se tab. 4.1).

Hvis studier av respons ses i sammenheng med studier av oppgavenes kvalitet, kan det bidra til at kvaliteten på oppgavene økes (f.eks., Haladyna, 2004). Høy kvalitet er en forutsetning for at instrumenter skal kunne gi reliabel og valid informasjon. I avhandlingens andre delstudie (tab. 1.1) ble derfor både flervalgsrespons, dokumentert oversettelse (kap. 4.2.1) og intervjuer viktig empirisk materiale.

4.2.3 Intervjuer⁵⁸

For å forstå om, og eventuelt hvordan og hvorfor, flervalgsformatet kan komplisere den UKM som studeres og måles, og hvorvidt UKM-oppgavenes kontekster og språkbruk virker familiære for lærerne (delstudie 3 og 2, se tab. 1.1 og vedlegg 7), er læreres stemme en viktig kilde. Kvalitative intervju er vektlagt, med begrunnelse i at slike intervju anbefales for forskere som har som målsetning å forstå respondentens syn på «verden» (Kvale & Brinkmann, 2009b). Kvalitative intervjuer gjør det mulig å:

- access a person's definitions and understandings of concepts and processes [...]
- tap into beliefs, values, worldviews and the like on the part of the interviewee [...]
- collect personal oral narratives about teaching (and learning). (Lankshear & Knobel, 2004, s. 198)

Et FGI inviterer deltakerne til diskusjon, er en måte å lytte til mennesker og lære av dem (Morgan, 1998a), og gjør det mulig for forskere å innta en mindre ledende og dominerende rolle enn individuelle intervjuer (Kreuger & Casey, 2000). Her er målet å lytte og lære, og få en god forståelse for lærernes perspektiver på UKM-

⁵⁸ De første syv FGI (fig. 4.1) er analysert med utgangspunkt i andre problemstillinger (vedlegg 4, tab. 1).

Design og metoder

oppgavenes format, språk og kontekst, samt om, og eventuelt hvordan, informasjon fra FGI kan forklare flervalgsrespons (tab. 1.1).

FGI er gunstige, da de gir deltakerne mulighet til å diskutere videre ut fra hverandres innspill (Thagaard, 2003). Argumenter for og imot gir forskeren mulighet til å ende opp med et mer realistisk innblikk i hva deltakerne mener, da de tvinges til å tenke og muligens revidere sine synspunkt (Bryman, 2004). For å få intervjuet mer fokusert fremhever Colussi (2007) at deltakere kan utfordres til å gjøre noe før et intervju. De 15 lærerne (tab. 4.1) hadde i denne studien, før intervjuet, arbeidet med det samme settet av UKM-oppgaver. De ble bedt om å skrive ned eventuelle kommentarer til de ulike oppgavene etter hvert som de arbeidet med dem, og om å rette oppmerksomheten mot oppgavenes kontekster og format. Etter en kort pause ble de intervjuet. Det innledende intervju spørsmålet var knyttet til lærernes umiddelbare tanker etter å ha gått gjennom hele settet med UKM-oppgaver (vedlegg 7). Lærernes diskusjoner i intervjusituasjonen var dermed fokusert på UKM-oppgavene. Oppgavene skapte konsentrerte samtaler som kanskje aldri vil opptre i virkeligheten (Morgan, 1998a).

Semistrukturerte intervjuer (Bryman, 2004) ble vektlagt. Intervjueren har da en liste av spørsmål, men de som intervjues gis rom til å utdype sine svar i ønsket retning. Jeg hadde flere spørsmål jeg ville ha svar på. Graden av struktur var likevel sterk, da styrken med en mer strukturert tilnærming er: «its ability to deliver a maximum amount of well-targeted information» (Morgan, 1998a, s. 46) (vedlegg 7. Se art. 2, kap. 3.2 og art. 3, s. 53). Intervjuguiden innbefattet følgelig både spørsmål for å få frem læreres umiddelbare tanker etter å ha gjennomført undersøkelsen, spesifiserte spørsmål om format, samt en diskusjon av hver av oppgavene med fokus på kontekst og faglig innhold. Avslutningsvis ble lærerne invitert til å diskutere, med utgangspunkt i egen undervisning, om det var noe de savnet i oppgavesettet.

Design og metoder

Ulikt antall FGI anbefales i en studie. Både ni til fjorten (Bryman, 2004) og tre til syv (Morgan, 1998b). En mulighet er å begynne med noen grupper og fylle på med flere til en som forsker synes at de nye gruppene ikke tilfører nye perspektiver. Slik «teoretisk metning» oppnås ifølge Kreuger (1998a) etter mellom tre og tolv FGI, andre mener seks til tolv (Guest, Bunce & Johnson, 2006). I delstudie 2, ga syv FGI teoretisk metning. For forskningsspørsmålet i fokus i delstudie 3 kan et kritisk punkt være antall FGI (se kap. 5, vedlegg 2 og kap. 6.1). Det å ha nok FGI-grupper til å svare på forskningsspørsmålet fremheves som en viktigere form for metning (O'Reilly & Parker, 2012). Jeg har nok FGI til å svare på forskningsspørsmålet, og til å legge et grunnlag for fremtidig forskning på flervalgsformatet.

Alle intervjuer ble kort oppsummert, og etter oppsummeringen fikk informantene mulighet til å komme med sine kommentarer, rettelser eller korreksjoner, noe som blir fremhevet som en god start på analysearbeidet (Kreuger, 1998b).

De to første intervjuene ble av praktiske årsaker gjennomført på universitetet og tatt opp på lyd og film. I de fem siste, gjennomført på lærernes respektive skoler, ble det kun tatt lydopptak, da lydopptakene var av svært god kvalitet i de to første. Lydopptakene ble transkribert ord for ord (vedlegg 8). Analysene av disse transkripsjonene er viktige for å belyse avhandlingens andre og tredje delspørsmål (tab. 1.1 og kap. 4.4.3. Se art. 2 og 3, samt kap. 4.4.4).

Mulige fordeler med intervjuene i denne studien kan oppsummeres i tre punkt: 1) FGI med felles aktiviteter (UKM-oppgaver) som utgangspunkt, viser seg å være en god tilnærming for å få kjennskap til deltakernes oppfatninger (Colucci, 2007), 2) inkludering av UKM-oppgaver gjør diskusjonen fokusert og 3) mens andre har ordet, får lærerne tid til å tenke gjennom hva de mener og hva de vil si. Dette kan gi bedre data. Gruppeeffekten har også en bakside. Lærerne i de ulike intervjuene kjente hverandre. Dette kan ha påvirket det lærerne sier.

Design og metoder

Redsel for avsløring av manglende kunnskap kan gjøre at de eksempelvis ikke kommenterer de UKM-oppgavene de føler seg usikre på. På den andre siden kan dette ha ført til at lærerne har tenkt ekstra godt gjennom det de sier, og dermed gitt data av bedre kvalitet. Det er likevel viktig i analysearbeidet å ta hensyn til at en kun får frem det lærerne faktisk *sier* (kap. 4.4.3 og vedlegg 2). Flere involverte forskere har derfor vært nødvendige for å kvalitetssikre analysene.

4.2.4 Skriftlige refleksjoner

For å studere hva en kan lære om læreres UKM gjennom bruk av UKM-instrumentet (delstudie 4 til 6, tab. 1.1), har lærerne gitt både flervalgssvar og andre skriftlige arbeider tilknyttet ti UKM-oppgaver⁵⁹ (totalt 28 flervalgsspørsmål)⁶⁰. Lærernes skriftlige arbeider inkluderer både svar på konkrete spørsmål (vedlegg 12) og mer åpne refleksjoner. Her brukes samlebetegnelsen skriftlige refleksjoner⁶¹. Arbeidene tok for seg tall- og tallregning. Dette ble valgt av to årsaker: 1) det er det mest omfattende området i gjeldende læreplaner i grunnskolen og 2)

⁵⁹ For å øke gjennomslagskraften (kap. 4.5.1) ble et frigitt testlet (fig. 1.1) inkludert i denne runden. 2 andre inkluderte testlets skulle frigis, men frigivelsen er dessverre utsatt.

⁶⁰ 26 av lærerne har deltatt i seks FGI basert på de samme UKM-oppgavene, og seks FGI med lærerne (n=31) ble gjennomført før de møtte UKM-oppgavene (fig. 4.1). De seks første FGI er analysert med fokus på hvordan manglende kunnskap om matematikk/matematikkundervisning blir oppfattet som hindringer for læreres undervisning (Tyskerud, 2012). Tyskeruds konklusjoner, samt upubliserte analyser av disse intervjuene, dannet utgangspunkt for utviklingen av spørsmål stilt som utgangspunkt for skriftlige refleksjoner. De siste seks FGI er analysert med fokus på hvilke oppfatninger lærerne synes å ha om UKM knyttet til definisjoner (Boge, 2013), den UKM de har behov for ved ulike representasjoner av brøk (Refvik, 2013) og deres oppfatninger om posisjonssystemet (Fauskanger & Mosvold, 2013a). Disse arbeidene har vært av betydning for avhandlingens tre siste delstudier.

⁶¹ «Refleksjon» blir definert på mange måter innenfor ulike forskningstradisjoner (Klemp, 2013). I problemløsningslitteraturen blir begrepet ofte brukt i forbindelse med å se seg tilbake og betrakte en matematisk løsningsprosess (Bjuland, 2004). Refleksjon har også blitt definert som en persons bevisste betraktninger over egne erfaringer og handlinger (Hiebert, 1992). Schön (1983) omtaler refleksjon som en bevisst tenkning om en handling i selve situasjonen og over en handling som har vært.

Design og metoder

det var vektlagt faglig innhold på videreutdanningsmodulen det aktuelle semesteret (høsten 2011, se fig. 4.1). 30 deltakende lærere er såpass få at det gir mulighet til å studere deres skriftlige arbeider i dybden. Samtidig er antallet såpass stort at det kan gi indikasjoner som så kan være verdt å undersøke nærmere.

De skriftlige refleksjonene ble gitt som arbeidskrav i lærernes videreutdanning, og lærerne sa ja til at deres skriftlige arbeider kunne brukes i forskning (vedlegg 10). De første skriftlige refleksjonene var tilknyttet 28 UKM-spørsmål. Lærerne fikk konkrete spørsmål til hver oppgave (se vedlegg 12, art. 4, s. 291 og art. 5 og 6, kap. 3). Å stille spørsmål til flervalgsoppgavene gir mulighet til å studere sammenhengen mellom læreres kunnskap slik den kommer til uttrykk i ulike typer skriftlig respons (Fauskanger & Mosvold, 2012). Lærerne ble i tillegg invitert til å reflektere skriftlig omkring mer åpne spørsmål, som: «Hvilken lærerkunnskap mener du er viktig for å drive god matematikkundervisning?». Dette er et spørsmål inspirert av litteraturen om læreres oppfatninger om kunnskapens betydning for lærerarbeidet (f.eks., Buehl & Fives, 2009; Fives & Buehl, 2008) og av forskning som fremhever at læreres oppfatninger er en del av deres UKM (kap. 2.2.2). I tillegg inkluderte denne delen av de skriftlige refleksjonene utdypende spørsmål tilknyttet de 28 flervalgsoppgavene: «Velg den oppgaven [...] du mener representerer kunnskap som er viktigst for deg som lærer og begrunn ditt valg».

Mulige fordeler med skriftlige refleksjoner kan oppsummeres i tre punkt: 1) alle får nøyaktig samme spørsmål, stilt på samme måte og i samme kontekst, 2) en får bedre mulighet til å sammenligne når spørsmålene er standardisert og 3) lærerne får bedre tid til å tenke før de kommer med et svar, og kan derfor arbeide med sine formuleringer for å få frem det de vil ha frem.

Refleksjonene var deler av arbeidskrav på et videreutdanningskurs. Dette kan ha påvirket lærerne til å svare slik de tror de må eller bør.

Design og metoder

Redsel for avsløring av manglende kunnskap kan være en fare. På den andre siden kan dette ha ført til at lærerne har tenkt ekstra godt gjennom det de har skrevet, og dermed gitt data av god kvalitet. Det er likevel viktig i analysearbeidet å ta hensyn til at slike refleksjoner kun får frem det lærerne faktisk *skriver* og det har derfor vært nødvendig å være flere involverte forskere (kap. 4.4.4).

4.3 Forskerrollen

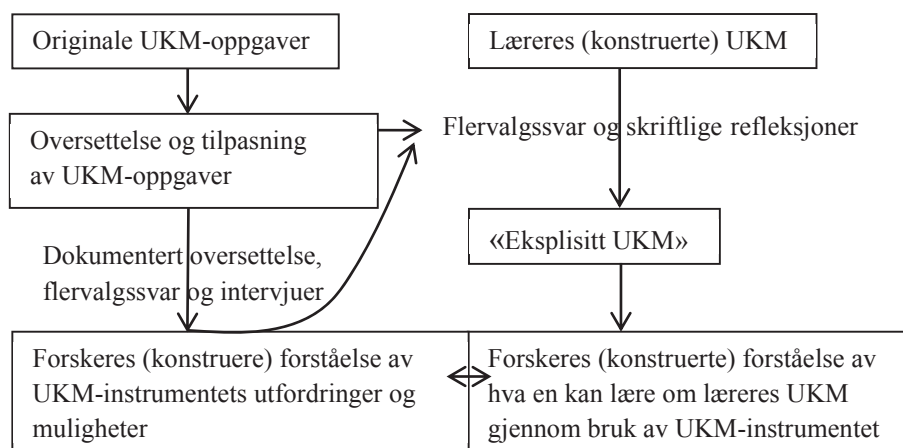
I en kvalitativ studie er forskeren selv det viktigste instrumentet. Det er da nødvendig å være tolerant for ambivalens og flertydighet, være sensitiv i forhold til innsamlet materiale og til hvordan ens egen forforståelse påvirker hele forskningsprosessen, samt ha gode kommunikasjonsferdigheter (Nilssen, 2012).

Et design som involverer flere metodiske tilnærminger gjør at forskerrollen har variert gjennom denne studiens ulike deler. Hele prosessen, fra utvikling av design, til endt analyse, er imidlertid påvirket av min forforståelse. Basert på kunnskap om UKM-instrumentets utvikling og studier av instrumentet i bruk i både USA og andre land (kap. 3), tar denne studien utgangspunkt i en oppfatning om at en som forsker/lærerutdanner kan lære noe om viktige sider ved læreres UKM gjennom bruk av instrumentet, men at det er nødvendig å studere hvilke komponenter en får innsikt i. Sett i lys av kritikk av UKM-instrumentet (kap. 3.4), og utfordringer med å bruke instrumentet både i USA (kap. 3.2 og 3.3) og i andre land (kap. 3.6), samt kjennskap til den norske skolekonteksten, inkluderer min forforståelse at instrumentet også har begrensninger. Denne forforståelsen har påvirket både design og funn. Eksempelvis vil en forståelse av at UKM-oppgavenes format har begrensninger påvirke analysen av intervjuer (art. 3). Rammeverket er linsen en ser verden gjennom. Det påvirker studien fra start til slutt: «Det er det teoretiske rammeverket som gjør at du ser det du ser [...]. Det bestemmer også hva vi ikke ser, ikke spør om eller ikke bryr oss om» (Nilssen, 2012, s. 63). I denne sammenheng

Design og metoder

må en være eksplisitt og klar på teoretisk rammeverk, på at kunnskap i studien knyttes til en kognitiv tradisjon, hvor kunnskap kan ses på som individuell (se kap. 2 og artiklenes teorideler), og hvor kunnskapskomponenter kan måles og studeres gjennom flervalgssvar, skriftlige refleksjoner og diskusjoner.

Med et tilbakeblikk på kapittel 2.1, vil jeg gjenta at et konstruktivistisk syn på kunnskap ikke sier noe om sannhet (Ernest, 2006; Noddings, 1990), og at jeg som forsker aldri kan vite med sikkerhet «what another person's constructs are» (Confrey, 1990, s. 110). Denne studien søker dermed ikke mot å finne sannheten, men å øke forståelsen for avhandlingens forskningsspørsmål (kap. 1.2). I en fortolkende tradisjon er metoder avhengige av «negotiated perceptions», hvor en forskers betraktninger av et fenomen er individuelle konstruksjoner. Når flere er involvert, og de diskuterer, er det mulig å nå en viss grad av felles tolkning, og følgelig «some apparently common construction [of] results, which might be regarded as being intersubjective» (Jaworski, 1994, s. 25). En kan oppsummert si at resultatene fra dette avhandlingsarbeidet er forskeres konstruerte forståelse av instrumentets utfordringer og muligheter, samt det en kan lære om lærers UKM gjennom å ta instrumentet i bruk. Dette er illustrert i figur 4.2.



Figur 4.2. Studiens «kunnskapskonstruksjon».

Design og metoder

Siden avhandlingens datamateriale er læreres skriftlige arbeider og deres individuelle stemmer i diskusjoner (kap. 4.2), vil det være UKM som eksplisitt uttrykkes som vektlegges. Lærernes tause kunnskap (Brown & McIntyre, 1993), eller den kunnskapen de eksempelvis kan vise i sitt undervisningsarbeid, men likevel ikke uttrykke skriftlig eller muntlig (Murphy et al., 2012), diskuteres ikke. Det individuelle er den primære analyseenheten (kap. 4.4), men ekskluderer ikke at læreres individuelle erfaringer henger sammen med, og skapes, i større sosiale sammenhenger (kap. 2.1.2).

En forsker påvirkes også av forhold ved datainnsamling og av selve dataene (Nilssen, 2012). Begge datainnsamlingsperiodene (fig. 4.1) involverte lærere (ved praksisskoler/deltakere på videreutdanning) som har et forhold til universitetets lærerutdanning. Flere av lærerne har også et forhold til meg og kollegaer som var involverte i forskningen, gjennom tidligere studier, eller samarbeid mellom praksisskole(r) og universitet. Det kunne da tenkes at lærerne har oppfatninger av hva de kan og bør si og skrive med oss som mottakere. Dette kan påvirke det lærerne uttrykker i intervjuer og i skriftlige refleksjoner. De data som produseres kan påvirkes, og resultatet kan være data med mindre verdi. Jeg har imidlertid ikke indikasjoner på at dette er et problem i mitt datamateriale, noe som kan knyttes til at lærerne fikk god informasjon om at alle data ville bli anonymisert (vedlegg 9–11).

Sett fra mitt ståsted som forsker, kan forholdet til de involverte lærerne ha tilsvarende påvirkning. Alle flervalgssvar og skriftlige refleksjoner ble derfor anonymisert før analyser startet. Alle intervjuer ble også anonymisert før analyser startet, men her var lærernes stemmer tydelige i transkripsjonsprosessen – en viktig start på analysen (Kvale & Brinkmann, 2009a). I tillegg til anonymisering har jeg, for å unngå at mitt forhold til lærerne skulle kunne påvirke, samarbeidet med andre forskere i alle delstudiene. Både teoretisk(e) innramming(er), metodologisk(e) tilnærming(er) og foreløpige analyser har også vært diskutert med erfarne forskere på feltet gjennom presentasjoner på

Design og metoder

forskerkonferanser og runder med fagfelleevaluering av både de inkluderte delstudiene og andre relaterte publikasjoner (se oversikt i vedlegg 4). Tidligere utkast av denne kappen, samt de inkluderte artiklene, har i tillegg vært diskutert med ekstern opponent ved både 50 %- og 90 %-seminar.

I begge datainnsamlingsperiodene (fig. 4.1) har sett med UKM-oppgaver dannet utgangspunkt for dataproduksjonen. Selv om lærere var informert om at studiens fokus er hva en kan lære om læreres UKM gjennom bruk av UKM-instrumentet, inkludert instrumentets begrensninger og muligheter, er oppgavene utviklet for å måle og studere læreres UKM. Følelsen av å bli «målt» kan ha påvirket det som senere blir uttrykt i intervjuer, eller i skriftlige refleksjoner. Når det er sagt, virket det som om lærerne likte å diskutere UKM-oppgavene. Her uttrykt med et utsagn fra en av de 15 lærerne som deltok i de første intervjuene: «Altså, [...] veldig gode oppgaver med (.) som, som utgangspunkt for diskusjoner, altså» (FGI, Skole 12, 10. mars 2009, linje 430, se Mosvold og Fauskanger (2012)). Tilsvarende kan også møte med UKM-oppgaver ha påvirket det som skrives i etterkant. For å unngå at en testsituasjon skulle påvirke lærernes skriftlige arbeider, jobbet de 30 lærerne i de tre siste delstudiene med både UKM-oppgaver og skriftlige refleksjoner hjemme. Når UKM-instrumentet brukes i USA, jobber også lærerne med oppgavene hjemme (f.eks., Hill, 2010).

Analyser av skriftlig materiale (transkripsjoner fra intervjuer/skriftlige refleksjoner) filtreres gjennom forskers forståelse og oppfatninger (Postholm, 2010). «Forskeren påvirker – og blir påvirket» (Nilssen, 2012, s. 31). Forskerens erfaringer og kunnskaper gir tilgang til noen former for innsikt og skygger for andre. De resultater som trekkes frem i denne studiens artikler, er i så måte filtrert gjennom min (og mine kollegaers) forståelse. Når jeg refererer til læreres kunnskap slik den eksempelvis uttrykkes i skriftlige refleksjoner (delstudie 4–6), er det min konstruerte forståelse (fig. 4.2) av skriftlig materiale som kommer til uttrykk. Det er ikke mulig å referere til læreres reelle oppfatninger av

Design og metoder

flervalgsformatet slik de kommer til uttrykk i FGI (delstudie 3), eller deres reelle forståelse for likhetstegnet eller posisjonssystemet uttrykt gjennom flervalgssvar og skriftlige refleksjoner (delstudie 4–6). Det som refereres til er forskerens konstruerte forståelse av datamaterialet. Jeg har forsøkt å være tolerant for ambivalens og flertydighet og være sensitiv i forhold til innsamlet materiale (Nilssen, 2012), blant annet ved å bruke ulike tilnærminger til innholdsanalyse (kap. 4.4.4) og gjennom å vektlegge at minst to forskere har vært involvert, i både design av delstudiene (eksempelvis utvikling av intervjuguide(r)), i valg av teoretisk innramming og analytisk tilnærming, samt i selve analysearbeidet.

4.4 Analyse

Analytisk tilnærming påvirker den retningen analysen tar, og de resultater en får. Kunnskap blir i studien betraktet som individuelt konstruert, inspirert av konstruktivismen (kap. 2.1.1–2.1.2 og fig 4.2). Studien baseres på et premiss om at delkomponenter av læreres kunnskap kan studeres slik de uttrykkes skriftlig og muntlig. Når lærerne eksempelvis skriver «jeg tror»⁶², «jeg synes»⁶³ og «jeg føler»⁶⁴, kan det tolkes som en indikasjon på at lærerne bevisst vil at dette skal betraktes som personlige oppfatninger. Når de skriver «elevene må»⁶⁵ og «definisjoner er viktige»⁶⁶, kan det tolkes som noe lærerne oppfatter som viktige kunnskaper i skolehverdagen. Ifølge Thompson (1992) vil diskusjonen om hvorvidt noe betraktes som kunnskap avhenge av en

⁶² Et eksempel: «Som lærer tror jeg det er viktig i denne oppgaven å huske på at [...]» (Frida, skriftlige refleksjoner 1, oppgave 2).

⁶³ Et eksempel: «Jeg synes det er viktig at [...]» (Ada, skriftlige refleksjoner 1, oppgave 6).

⁶⁴ Et eksempel: «Jeg jobber på ungdomsskolen, og jeg føler [...]» (Rita, skriftlige refleksjoner 1, oppgave 1).

⁶⁵ Et eksempel: «De [elevene] må få forståelse for at = betyr at [...]» (Dina, skriftlige refleksjoner 1, oppgave 2).

⁶⁶ Et eksempel: «Definisjoner er viktige fordi [...]» (Dina, skriftlige refleksjoner 1, oppgave 5).

Design og metoder

studies teoretiske tilnærming. I denne studien settes det ikke opp et skille mellom kunnskaper og oppfatninger (kap. 2.2.2). Det lærerne skriver og sier, analyseres i lys av deres kunnskap. Læreres konstruerte kunnskap vil imidlertid aldri kunne studeres i sin helhet av utenforstående forskere, da en ikke uten videre kan anta at læreres kunnskap kan uttrykkes skriftlig eller muntlig (f.eks., Eraut, 2000). Analysene gir følgelig ikke svaret, men ett mulig svar (Nilssen, 2012).

4.4.1 Analyser av dokumentert oversettelse

Analyseenheten i den første delstudien (tab. 1.1) er syv eksperter dokumentasjon av oversettelsen, kodet i forhold til den anbefalingen Delaney og hans kollegaer (2008) gir (art. 1, s. 110 og art. 2, kap. 3.1). Fire av de syv som deltok i selve oversettelsesprosessen arbeidet videre med analyser av det dokumenterte materialet. I artikkel 1 (s. 111–112) brukes et friggitt oppgaveeksempel for å konkretisere dokumentasjonen av endringene og analysen. I analyseprosessen ble alle endringene løftet frem ved bruk av fargekoder som indikerte hvilken kategori endringene tilhørte (fig. 4.3).

11. Elevene til Hans har arbeidet med å sortere desimaltall i stigende rekkefølge. Tre av elevene, Anders, Klara og Kristin, sorterte desimaltall slik:
1,1 12 48 102 31,3 0,676.
Hvilken feil er det disse elevene gjør? (Marker ETT svar.)
a) De ignorerer plassverdi/posisjonsverdi.
b) De ignorerer desimalkomma.
c) De gjetter.
d) De har glemt at det fins tall mellom 0 og 1.
e) De gjør alle feilene ovenfor.

Figur 4.3. Eksempel på hvordan fargekoder ble brukt tidlig i analysen.

Tidlig i prosessen ble det behov for å fremheve det rent norskspråklige i en kategori: «Changes related to the translation from American English to Norwegian in this particular context» (art. 1, s. 110). Gjennom analysearbeidet oppstod også behovet for kategorien:

Design og metoder

«Changes related to political directives» (art. 1, s. 110). Oversettelsene ble dermed gjennomgått på nytt, og kodet i forhold til seks kategorier. De to «nye» kategoriene er følgelig både et resultat av studien presentert i artikkel 1 (kap. 5.1), samtidig som resultatet blir brukt i analysen som presenteres.

4.4.2 Analyser av flervalgsrespons⁶⁷

Analyser av flervalgsrespons er nødvendige for å studere oversatte oppgavers kvalitet og dermed redusere fremtidige feiltolkninger av resultater (Haladyna, 2004; Osterlind, 1997). IRT-modeller er vektlagt her. Slike modeller fokuserer på å sammenligne oppgaver, heller enn individer, og de ses på som robuste om utvalget ikke er tilfeldig (Hill, 2007b).

Tre forutsetninger er fremhevet når oppgaver skal inkluderes i måleinstrumenter: «unidimensionality^[68], local independence^[69] and item characteristic curves^[70]» (Osterlind, 1997, s. 44). Består det oversatte UKM-instrument av oppgaver som er mye enklere for lærerne i den nye konteksten, vil instrumentet ha mindre verdi. Undersøkelse av hvorvidt oppgavens vanskegrad opprettholdes etter en tilpasningsprosess fremheves derfor i denne sammenheng. Analyser av

⁶⁷ Art. 2, kap. 3.3 og 4.1.

⁶⁸ At oppgaver er endimensjonale handler om at en respons på en oppgave faktisk måler kun ett karaktertrekk, eller en ferdighet (Osterlind, 1997). Dette forekommer sjelden i praksis (Edwards, 2009).

⁶⁹ Lokal uavhengighet betyr at den som tar testen vil møte hver oppgave på samme måte, uavhengig av de oppgaver vedkommende allerede må ha arbeidet med (Osterlind, 1997). Dette er en forutsetning vi ikke har tatt hensyn til i våre analyser (art. 2, kap. 3.3), og som kan være problematisk når testlets er inkludert, og når tester er lange.

⁷⁰ Utdypes i artikkel 2, hvor sammenhengen for 3 oppgaver er presentert i figur 2 (s. 391). På grunn av lavt deltakertall, er ikke helningen på ICC diskutert (se art. 2, kap. 3.3 og Jakobsen og kollegaer (2011)), kun vanskegrad.

Design og metoder

rankingen av relativ vanskegrad⁷¹ er vektlagt, da slike analyser kan være «revealing in spotting items that are showing shifts in their rankings [...] items worthy of additional investigation. They could be items showing flaws in their adaptation, or they could be items of considerable interest in looking for substantive explanations» (Hambleton, 2012, s. 451–452).

Når oppgaver er dikotome og den totale scoren i seg selv er kontinuerlig (fra høy til lav), fremheves pb-korrelasjoner⁷² som et godt mål på hvorvidt læreres prestasjon på en gitt UKM-oppgave korrelerer med deres prestasjon på alle de andre oppgavene (Blömeke & Delaney, 2012; Osterlind, 1997). Oppgaver med negativ pb-korrelasjon må identifiseres, da de bør forkastes (Delaney et al., 2008), eller omskrives (Osterlind, 1997).

4.4.3 Innholdsalyser av FGI⁷³

Innholdsanalyse har som mål å fremskaffe deskriptiv informasjon om et emne (Fraenkel & Wallen, 2006). I delstudie 2 (tab. 1.1) er målet å identifisere aspekter ved de enkelte UKM-oppgavene som er viktige ved oversettelse og tilpasning – for på sikt å heve oppgavenes kvalitet. Målet er å studere hvorvidt, og eventuelt hvordan, analyse av respons kan henge sammen med kvalitet. Lærernes diskusjoner ble følgelig analysert ut fra hvordan de diskuterte hver enkelt UKM-oppgave (art. 2, kap. 3.2 og 4.2), spesielt oppgaver med negative pb-korrelasjoner, eller endring i relativ vanskegrad (kap. 4.4.2).

For å utvikle forståelse for eventuelle kompliserende faktorer ved UKM-oppgavenes flervalgsformat (delstudie 3 og tab. 1.1), tok

⁷¹ For å studere om oppgaver endret ranking beregnet vi først vanskegrad, før oppgavene ble ordnet etter relativ vanskegrad, fra enkel til vanskelig (art. 2, s. 392–393).

⁷² «Point-biserial correlations» har ingen god oversettelse på norsk, og blir ofte kalt pb-korrelasjoner som her.

⁷³ Diskuteres i artikkel 2 (kap. 3.2 og 4.2) og artikkel 3 (s. 53–54).

Design og metoder

analysen av FGI utgangspunkt i to kategorier fra Schoenfelds (2007a) argumenter om at formatet har mange kompliserende faktorer (både generelle faktorer og faktorer som gjør at formatet kompliserer den UKM som skal måles)⁷⁴. Analyseenheter for innholdsanalysen er individuelle læreres utsagn i gruppediskusjoner (kap. 4.2.3), hvor læreres utsagn tolkes som uttrykk for deres oppfatninger. Konvensjonell tilnærming til innholdsanalyse (kap. 4.4.4) ble benyttet for å avdekke underkategorier (se art. 3, s. 53). To forskere⁷⁵ kodet dataene, og reliabiliteten mellom kodingene var høy.

4.4.4 Innholdsanalyser av skriftlige refleksjoner

For å studere sammenhenger mellom lærernes flervalgssvar og deres skriftlige refleksjoner (delstudie 4 til 6, tab. 1.1), kan en få et bedre innblikk i hva en kan lære om læreres UKM gjennom bruk av UKM-oppgavene, samt i type kunnskap og fordeler og ulemper med ulike oppgaveformat. Refleksjonene ble analysert som presentert i tabell 4.3, med individuelle læreres skriftlige tekst som analyseenhet.

Tabell 4.3. Innholdsanalysen. (Basert på Berg & Lune, 2012; Hsieh & Shannon, 2005).

Type kvalitativ innholdsanalyse ⁷⁶	
A) Konvensjonell innholdsanalyse	Kategorier for koding utledet induktivt fra dataene
B) Summativ innholdsanalyse	Fokus på ord brukt og ordenes latente mening slik de synliggjøres i dataene
C) Teoridrevet innholdsanalyse	Analytiske kategorier for koding utledet fra eksisterende teori

⁷⁴ Artikkel 3 (s. 53–54). Begge aspekter ble diskutert tidlig i prosessen. Etter en runde med fagfellevurdering ble anbefalingen å vektlegge faktorer som, slik lærerne ser det, kan gjøre at formatet kompliserer den UKM som skal måles og studeres.

⁷⁵ Artikkelen 1. og 2. forfatter.

⁷⁶ Tilnærmingene er ulike, men likevel overlappende (Berg & Lune, 2012).

Design og metoder

Innholdsanalyse ble utviklet i en kvantitativ tradisjon (Neuendorf, 2002), men er nå en anerkjent kvalitativ tilnærming (Berg & Lune, 2012; Neuendorf, 2002). Tilnærmingen er lite brukt i utdanningsforskning i Norge (Fauskanger & Mosvold, 2014a). Kvalitativ innholdsanalyse defineres som «a careful, detailed, systematic examination and interpretation of a particular body of material in an effort to identify patterns, themes, biases, and meanings» (Berg & Lune, 2012, s. 349).

Kvalitativ innholdsanalyse ses både på som fleksibel ved analyse av tekstdata (Cavanagh, 1997), og som en systematisk tilnærming for å klassifisere og identifisere temaer og mønstre i tekstdataene (Hsieh & Shannon, 2005). For testlet 1 (case brukt som illustrasjon for å belyse forskningsspørsmålet i delstudie 5, art. 5, kap. 4.2), for UKM-oppgavene med fokus på likhetstegnet (art. 4, s. 291) og for UKM-oppgavene med «Jeg er ikke sikker» som svaralternativ (art. 6, kap. 3.1) var vi to forskere som, uavhengig av hverandre, kodet lærernes skriftlige refleksjoner i en teoridrevet tilnærming. Kodingene samsvarte i stor grad. I de få tilfellene hvor det var uenighet, diskuterte vi oss frem til enighet. En koder fikk også samme resultater når vedkommende kodet dataene tre ganger i løpet av et år. Men, veien frem til den teoridrevne tilnærmingen var ikke «rett frem».

Som presentert i tabell 4.3, ble dataene først analysert konvensjonelt. Denne formen for analyse kjennetegnes ved at forskere «immerse themselves into the data to allow new insights to emerge» (Hsieh & Shannon, 2005, s. 1279), gjennom å lese dataene ord for ord. Gjennom flere sykluser med gjennomlesning av dataene ble kategorier for lærernes refleksjoner utviklet. For å etablere konsistens ble kategoriene revidert i flere runder. Den konvensjonelle tilnærmingen er ikke fremhevet i avhandlingens artikler, men er en bakgrunnsfaktor for

Design og metoder

analysene presentert⁷⁷. Et eksempel, med utgangspunkt i skriftlige refleksjoner tilknyttet flersifret multiplikasjon, vil illustrere prosessen. Her skrev Tor blant annet:

Multiplikasjon med store tall kan være en utfordring for mange, og ut fra oppgave 6 [samme som fig. 1.1] ser vi at den kan løses på flere måter, det fins også flere. Jeg ser at jeg som lærer kan lære elevene ulike strategier for å løse multiplikasjonsoppgaver med store tall. [...] I matematikkfaget er det en fordel å få en forståelse av det man gjør, det er viktig når man multipliserer store tall. [...]. Etter at elevene har regnet seg gjennom oppgavene, kan jeg som lærer være med dem og se hvordan de har tenkt i utregningene og på den måten bekrefte rett fremgangsmåte, eventuelt finne ut hvor de har tenkt feil.

Tors refleksjoner er et eksempel på utsagn som ble tolket som at han ser «uvanlige» algoritmer, eller ikke-standard algoritmer som betydningsfulle for: 1) å forstå elevers tenkning og om elevens tenkning avslører misoppfatninger («kunnskap om faglig innhold og elever», kap. 2.2.4), 2) å bestemme om elevers algoritmer er korrekte eller effektive (SFK) og 3) å veilede og undervise elevene («kunnskap om faglig innhold og undervisning»). Tors skriftlige refleksjoner ble også tolket til å indikere at han ser på ikke-standard algoritmer som viktige, da han skriver at mer enn en algoritme kan hjelpe elevene til å bedre forstå hva de gjør. En annen lærers refleksjoner (Gro) ble tolket dithen at hun understreket nødvendigheten av at hun som lærer har kunnskap om både standard og ikke-standard algoritmer, for å kunne identifisere elevers tenkning og veilede dem videre. Når Tor og Gro svarte på konkrete spørsmål stilt til UKM-oppgaven (kap. 4.2.4), hadde Tor noen reservasjoner, mens Gro skrev at hun ikke ville vektlegge ikke-standard algoritmer i egen undervisning. Tidlig i den konvensjonelle analyseprosessen ble det klart at «standard» og «ikke-standard» var viktige kategorier, men analysen viste også at bildet var noe mer komplisert. Ulike komponenter av UKM (kap. 2.2.3) ble

⁷⁷ De skriftlige refleksjonene (i alle fall deler av dem) er analysert konvensjonelt med utgangspunkt i både kunnskap og oppfatninger (kap. 2.2.2). Ulike analyser er presentert på konferanser og diskutert med fagfeller, så også eksemplet som trekkes frem her (se vedlegg 4, tab. 2).

Design og metoder

underveis trukket inn som underkategorier (se punkt 1–3 ovenfor). I denne tidlige fasen ble lærernes skriftlige refleksjoner om oppgaven med fokus på flersifret multiplikasjon kodet i forhold til fire kategorier som presentert i tabell 4.4, første kolonne. Tor og Gro ble, basert på sine refleksjoner, i denne tidlige fasen plassert i henholdsvis gruppe 2 og 3 (Fauskanger, 2013).

Den midterste kolonnen i tabell 4.4 viser hvordan jeg tidlig i analyseprosessen også forsøkte å finne ut om det var noen mønstre i dataene i forhold til lærernes kjønn, formelle utdanning og erfaring (inkludert trinn). Med kun 30 deltakende lærere fant jeg imidlertid ikke noe mønster. Kjønn, utdanning og erfaring diskuteres følgelig ikke i avhandlingens artikler.

Den konvensjonelle tilnærmingen ga i tillegg innblikk i at lærernes flervalgsrespons ikke alltid korresponderte med deres UKM slik den kom til uttrykk i deres skriftlige refleksjoner (Fauskanger & Mosvold, 2012). Et eksempel er to lærere som på oppgaven presentert i figur 1.1 avga feil flervalgssvar, men som i sine skriftlige refleksjoner viste relasjonsforståelse for tosifret multiplikasjon (diskuteres i Fauskanger & Mosvold, 2014b).

Design og metoder

Tabell 4.4. Eksempel på konvensjonell analyse (fra Fauskanger, 2013, s. 278)⁷⁸.

Description group	Number of teachers, which grades they teach, years of experience as teachers and their formal education. [Those who have given at least one incorrect answer]	One example from the teachers' reflections
1 - Emphasize novel strategies without reservations	5 - Ada, Sara and Laura (1 st to 4 th grade and 15 ECTS). Inge and Are (5 th to 7 th grade and no formal education). Ada, Sara and Inge have 11-20 years of experience, Laura 6-10 and Are 2-5 years.	Ada: "I think it is important for students to develop and use an algorithm that suits them."
2 - Emphasize novel strategies with certain reservations	4 [3] - Klara, Mia, and Tor (1 st to 4 th grade) and Harald (5 th to 7 th grade). The men have no formal education. Klara has 15 ECTS and Mia more than 30. Klara has been teaching for more than 21 years, Mia and Tor 11-20 years and Harald 2-5 years. [Oda (1 st to 4 th grade), Jan (5 th to 7 th grade) and Lars (8 th to 10 th grade). Oda and Lars have no formal education while Lars has 15 ECTS. All three have 10-20 years of experience as teachers].	Klara: "Yes, I would have recommended method C since it is comprehensible and is close to a common algorithm. The subdivision into ones and tens is clear and [the student seems to have] a deep understanding of the numbers values."
3 - Do not emphasize novel strategies	5 [3] - Inga, Eli and Gerd (1 st to 4 th grade) and Frøya and Gro (5 th to 7 th grade). Gerd, Gro and Frøya have no formal education. Inga and Eli have 15 ECTS. Eli has 6-10 years of experience as a teacher, Gerd more than 21 years and the other three have been teachers for 11-20 years. [Kjell, Mons and Ola (8 th to 10 th grade). Kjell and Mons have 15 ECTS and Kjell more than 30. Kjell has more than 21 years of experience as a teacher, Mons, 2-5 years and Ola 6-10 years].	Frøya: "I would rather present the method I recognize and feel comfortable with, or the method I think is the simplest which in this case is method A. The reason why I would choose this method is the wish to present for the students a method I feel safe about."
4 - Prefer not to emphasize novel strategies, except under certain circumstances	2 [4] - Pia (1 st to 4 th grade) and Brit (5 th to 7 th grade). Both have 15 ECTS. Pia's experience as a teacher is 11-20 years and Brit has been a teacher for more than 21 years. [Jane, and Ragna (1 st to 4 th grade), Doris (5 th to 7 th grade) and Nina (8 th to 10 th grade). Nina has no formal education. The other three 15 ECTS. Jane and Doris have more than 21 years of experience, while Ragna and Nina have been teaching 11-20 years].	Pia: "I would rather not recommend these [methods]. But, if students struggle to understand the common algorithm I would have shown them the method used by student C."

Den konvensjonelle innholdsanalysen viste at det var nødvendig å forstå dybden i lærernes skriftlige refleksjoner. En innledende summativ innholdsanalyse ble derfor gjennomført parallelt med den konvensjonelle (B i tab. 4.3). Denne analysen startet med en ordtelling

⁷⁸ Her er kun skriftlige refleksjoner fra 26 av de 30 lærerne inkludert, de 26 som var med i videre FGI (se fig. 4.1).

Design og metoder

for å identifisere ord som var ofte brukt av lærerne. Ordteilingen ga eksempelvis informasjon om at ord som «korrekt» og «rett/riktig» var ofte brukt. For å forstå ordenes latente mening ble ordene studert i den konteksten de ble brukt. Eksempler på ordet riktig/rett/korrekt brukt i lærernes skriftlige refleksjoner finnes i tabell 4.5.

Tabell 4.5. Eksempler fra den summative innholdsanalysen. (Fra lærers skriftlige refleksjoner, ikke originalt kursivert).

Lærer	Utdrag fra lærernes skriftlige refleksjoner
Erna	«Elev b) har feil, men likevel <i>rett</i> . Feil oppdeling, men <i>riktig</i> total. Eleven har forstått hvordan [en kan] dele opp tallet slik at det ikke øker eller minsker i verdi, men har likevel ikke plassert helt <i>korrekt</i> i posisjonssystemet»
Jane	«Elevene må arbeide mer med posisjonssystemet. Få bedre forståelse for hvilken verdi sifferet har når det står på ulik plass i et tall. Selv om noen av elevene har delt tallet nesten <i>rett</i> opp, er det ingen som har klart å dele tallet helt <i>rett</i> »
Inga	«Elevene kan litt om siffer og sifferverdi, plassering i posisjonssystemet. I svar b) og c) ville svaret ha vist <i>rett</i> verdi, tallet [456] er ikke delt inn i hundrere, tiere, enere og tideler slik oppgaven sier»
Mia	«Eleven her har gjort om eneren i tallet til tideler. Svaret er jo <i>rett</i> , men i tallet [456] har vi ingen tideler og derfor bør en skrive 1 isteden»

Utdraget fra Ernas skriftlige refleksjoner ble tolket som et eksempel på en lærer som synes å se på elevenes oppdeling av et tresifret tall uten å følge posisjonene (ikke-standard oppdeling, eksempelvis $456 = 3$ hundrere + 15 tiere + 6 enere) som både «feil» og «rett», «[f]eil oppdeling, men riktig total [sum]». I Ernas tekst kan det tyde på at «helt korrekt» refererer til standard oppdeling ($456 = 4$ hundrere + 5 tiere + 6 enere), men andre oppdelinger kan være riktige om «totalen» er i fokus. Janes refleksjoner ble tolket dithen at hun ser på elevenes oppdelinger av det tresifrede tallet som både «rett» og «nesten rett» på samme tid. Ifølge Jane har elevene «delt tallet nesten rett opp» om deres oppdeling leder til riktig sum (456), men ingen har «klart å dele tallet helt rett», siden de ikke har delt opp det tresifrede tallet ved å følge posisjonene. Ingas refleksjoner ble tolket dithen at ordet «rett» refererer til både rett

Design og metoder

sum (matematisk), men også til tolkningen av den gitte oppgaven. Inga ser ut til å tolke UKM-oppgavene i dette testleket slik at 456 skal deles opp ved å følge posisjonene. Ikke-standard oppdeling ses på som uriktig tolkning av oppgaven. I Mias tekst refererer «rett» til sum, og følgelig kan ulike ikke-standard oppdelinger som $456 = 4 \text{ hundre} + 5 \text{ tiere} + 60 \text{ tideler}$ være riktig. Mias skriftlige refleksjoner kan likevel tyde på at hun mener tallene skal *skrives* på en bestemt måte: «[I] tallet [456] har vi ingen tideler og derfor bør en skrive 6 isteden».

Et annet eksempel fra den latente innholdsanalysen er ordene «forstå/forståelse» som lærerne synes å bruke både i betydningen instrumentell forståelse og relasjonsforståelse (kap. 2.2.3). Mons skriver eksempelvis at (fig. 1.1) «[e]levne må lære og forstå den norske regnetradisjon [...] rett oppsett av multiplikasjonsoppgaver». Dette tolkes, i lys av hele Mons sin tekst, som en indikasjon på at «forstå» brukes i betydningen instrumentell forståelse for en bestemt algoritme. Klaras skriftlige refleksjoner indikerer vektlegging av relasjonsforståelse. Hun skriver: «Elevene trenger en god forståelse for multiplikasjon [...]. Mekanisk arbeid [...] uten at tallforståelsen ligger til grunn, er ganske meningsløst». Nina skriver at der er «viktig å forstå at det finnes flere metoder som kan brukes». Hun synes her å bruke «forstå» i en tredje betydning: «å vite om» at ulike metoder finnes.

Den latente innholdsanalysen ga et innblikk i nyanser i ordenes meninger, og er et grunnlag for analysene som danner utgangspunkt for avhandlingens tre siste delstudier (4–6). Den summative tilnærmingen var et første steg på veien mot å oppdage om, og hvordan, innholdet i lærernes skriftlige refleksjoner var knyttet til deres flervalgsrespons. Tilnærmingen ledet til å inkludere instrumentell forståelse og relasjonsforståelse (Skemp, 1976), begrepene prosedyre- og begrepsmessige kunnskap og kognitive typer lærerkunnskap (Tchoshanov, 2011) som analytisk rammeverk i den teoridrevne innholdsanalysen i avhandlingens tre siste delstudier. Summative analyser er imidlertid begrenset ved at tilnærmingen ikke retter

Design og metoder

oppmerksomheten mot å få fullstendig forståelse for dataenes betydning (Hsieh & Shannon, 2005). De blir fulgt av en tredje tilnærming til innholdsanalyse.

Denne tredje fasen (C i tab. 4.3) relateres til det Hsieh og Shannon (2005, s. 1281) kaller «directed content analysis» oversatt til «teoridrevet innholdsanalyse» (Fauskanger & Mosvold, 2014a, s. 135–137). I denne tilnærmingen anvendes kategorier basert på teori eller tidligere forskning deduktivt (Mayring, 2000). Basert på en hypotese om at lærernes refleksjoner er konsistente med et avgitt flervalgssvar, og at en lærers valg av riktig flervalgssvar er en indikator på at læreren har den UKM oppgaven er ment å måle, kan sammenhengen mellom flervalgssvar og skriftlige refleksjoner studeres i forhold til konsistens. For å analysere de skriftlige refleksjonene fra lærere med fokus på konsistens (Hill, Dean et al., 2007), er kodene basert på etablerte forskningsresultater funnet viktige i de to første fasene (A og B i tab. 4.3). Kategoriene tilknyttet de tre siste delstudiene er basert på typer kunnskap betydningsfulle for en lærer (f.eks., Tchoshanov, 2011), spesielt omkring posisjonssystemet (se art. 5, kap. 2.1) og typer forståelse (Skemp, 1976) (se art. 6, kap. 3.2). I delstudie 4 er kategoriene basert på forskning om læreres kunnskap om likhetstegnet (se art. 4, s. 291). Ikke alle aspekter i de inkluderte UKM-oppgavene diskuteres. I en kollektiv casestudie trekkes noen frem for å illustrere studiens funn (Silverman, 2013).

Når en analyserer intervjudata, må en først gjennom en transkripsjonsprosess, et slags tolkningsledd (Kvale & Brinkmann, 2009a). Lærernes skriftlige refleksjoner analyseres akkurat slik lærerne skrev dem og ønsket at de skulle se ut. Flere av spørsmålene som ble stilt var åpne, og når flere lærere løfter frem enkelte momenter, uten at de ble spurt om det direkte, kan det tolkes som et tegn på at det faktisk «er noe der». Jeg vil likevel påpeke at analysene av lærernes skriftlige refleksjoner ikke alltid var enkle. I delstudie 5 (art. 5, kap. 4.2.1) var det eksempelvis noen læreres skriftlige refleksjoner som gjorde det

Design og metoder

vanskelig å vurdere om de støttet opp under valgt flervalgssvar eller ikke. I sine refleksjoner omkring oppgave 1b (følgende oppdeling av 456: $456=3\cdot 100+15\cdot 10+6$) skrev Gerd:

Elev b har kunnskap om å skriva tal i utvida form. Dette er skrive på ein meir avansert måte, bevisst eller ubevisst. Kan vera han vil visa at han har full kontroll på dette, eller kanskje det er tilfeldig.

Dette utsnittet fra Gerds skriftlige refleksjoner kan indikere at hun mener at elever som bruker ikke-standard oppdelinger av et tresifret tall har «full kontroll», eller god forståelse, men hun er usikker på om dette er bevisst fra elevens side, eller om det er «tilfeldig». Senere i de skriftlige refleksjonene skriver hun: «Nokre av svara syner eit anna svar enn ein gjerne ville hatt som fasit, men dei er akseptable svar. [...] Ingen av svara er heilt optimale etter posisjonssystemet». Disse påstandene er ikke utdypet, og er dermed eksempler på refleksjoner som var vanskelige å kode med sikkerhet. Bruken av ord som «akseptable» og «optimale» kan indikere at den eneste «optimale» måten å dele opp tresifrede tall på (selv om andre kan være «akseptable») er standard oppdeling.

4.5 Ethiske perspektiver og kvalitet

4.5.1 Ethiske perspektiver

Ethiske betraktninger er av betydning i enhver studie (Silverman, 2006), og i alle studiens faser (NESH, 2006). All forskning i Norge skal foregå i henhold til anerkjente etiske normer og er underlagt et felles regelverk utarbeidet av Norsk Samfunnsvitenskapelig Datatjeneste (NSD) og Forskningsetikkloven (Kunnskapsdepartementet, 2006). En forutsetning er at det må søkes om tillatelse for å innhente informasjon. Slik tillatelse fra NSD er gitt i denne studien.

Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora (NESH) har utarbeidet forskningsetiske retningslinjer, hvor krav om respekt for menneskeverdet og respekt for integritet, frihet og

Design og metoder

medbestemmelse er fremhevet (NESH, 2006). Informert samtykke skal sikre at deltakelse i et forskningsprosjekt er frivillig og at deltakerne er godt informert om forskningens hensikt. Informasjonen skal omfatte aktiviteter deltakerne blir involvert i, inkludert mulige belastninger som merarbeid. Deltakerne i dette avhandlingsarbeidet (tab. 4.1) ble informert (kap. 4.1) og samtykke innhentet (vedlegg 6 og 9–11). Deltakerne må også ha mulighet til å si nei, og til å trekke seg underveis (vedlegg 11).

Et annet etisk perspektiv er betydningen av å unngå skade og merbelastning for deltakerne (Bryman, 2004; NESH, 2006). Dette kan være vanskelig, da det ikke alltid er like åpenbart hvilke konsekvenser forskningens ulike faser kan ha (Thagaard, 2003). Et eksempel fra denne studiens dataproduksjon er at både intervjuene og arbeidet med selve instrumentet, på enkelte av skolene tok langt mer tid enn både jeg og deltakerne hadde tenkt. For å unngå merbelastning ble lærere på videreutdanningskurs invitert til å delta i studiens siste deler. Som studenter på videreutdanning var lærerne forberedt på å gjennomføre arbeidskravene, og det er disse arbeidskravene samt refleksjoner omkring disse som inngår i forskningen.

Merbelastning knyttes også til forskningens resultat. Her er konfidensialitet, anonymitet og beskyttelse betydningsfulle etiske prinsipper (NESH, 2006). Lyddopptak fra FGI er i studien forsvarlig lagret, med tilgang kun for forskergruppen og dato for destruksjon av opptak er satt. FGI ble anonymisert før de ble transkribert og alt skriftlig materiale er lagret forsvarlig og anonymisert før analyser startet. Anonymisering minsker sjansen for påvirkning av deltakernes privatliv. Alle gruppene av lærerne som deltok i intervjuene hadde kjennskap til hverandre fra før, noen overflatsk, og andre nære kollegaforhold. Alt som blir sagt i et intervju hvor deltakerne kjenner hverandre, kan ha langvarig betydning (Morgan, 1998a), noe som igjen kan påvirke hva som blir sagt og hva deltakerne lar ligge. Det kan føre til at intervjuet kan oppleves som stressende for deltakerne, da de hele

Design og metoder

tiden må tenke nøye gjennom hva de sier. Det er derfor viktig at deltakerne i denne studien visste at de hadde mulighet til å trekke seg, både under og etter intervjuet, og at alle data er behandlet konfidensielt (Bryman, 2004; NESH, 2006).

Lærere liker generelt ikke å bli «målt». Det er godt dokumentert at motivasjon og angst påvirker resultatets validitet (f.eks., Wolf & Smith, 1995). Bruk av UKM-instrumentet kan derfor være etisk problematisk. Kun en lærer (av 143) valgte å trekke seg fra studiene som danner utgangspunkt for denne avhandlingens artikkel 2 og 3. 30 av 38 inviterte lærere sa aktivt ja til å delta i studien som danner grunnlag for artikkel 4 til 6, og ingen trakk seg underveis. Dette kan skyldes at lærerne ble informert om at dette var en studie av å tilpasse UKM-instrumentet til en norsk skolekontekst, og ikke av deres UKM. At antallet kun ble henholdsvis 143 og 30 i utgangspunktet, kan på den andre siden være at de så på dette som en test av egen UKM. Min erfaring er likevel at lærerne likte å reflektere rundt UKM-oppgavene, både skriftlig og muntlig (Mosvold & Fauskanger, 2012), og at det stort sett var uproblematisk for dem å først avgi flervalgssvar.

Etikk omhandler også redelighet. Etske refleksjoner må gjennomsyre hele forskningsprosessen (Thagaard, 2003). Redelighet er nært knyttet til transparens og følgelig til troverdighet.

4.5.2 Studiens troverdighet og kvalitet

En studies kvalitet knyttes til validitet og reliabilitet. Reliabilitet (kap. 3.2) handler i kvantitative studier om et måleinstruments grad av stabilitet og konsistens i målingene. Fokuset er om en får samme resultat hver gang man bruker instrumentet, eller om målingene er pålitelige (Bryman, 2004). Analyser tyder på at det oversatte UKM-instrumentet som studeres her (delstudie 2) har god reliabilitet (se Jakobsen et al., 2011; Mosvold et al., i trykk, og art. 2, s. 392), men Cronbach's alpha er lav for SFK-oppgaver (kap. 3.2). Reliabilitet er

Design og metoder

ingen garanti for at instrumentet måler den egenskap det er ment å skulle måle (dvs. validitet, kap. 3.3) (Kane, 2006).

Diskusjoner om validitet og reliabilitet i kvalitative studier knyttes ofte til begrepene troverdighet og pålitelighet (Bryman, 2004), som igjen knyttes til et gjennomgående grundig håndverk. Studiens konklusjoner må være begrunnet, argumentert for på en god måte og kunne rettfærdiggjøres. Et viktig utgangspunkt er da å redegjøre for sitt ståsted i det feltet som studeres (Thagaard, 2003) (kap. 2). Beskrivelser og drøftinger av metodebruk må også være grundige slik at andre forskere kan vurdere hva studiens tolkninger og påstander er basert på. Transparente forskningsprosedyrer fremheves, men er en utfordring i deler av denne studien, da UKM-oppgavene som inngår ikke er frigitt for publisering (kap. 4.2.2). Åpenhet omkring egen rolle som forsker er også viktig (kap. 4.3).

I en studie med omfattende empirisk materiale, og hvor case brukes for å illustrere funn (Silverman, 2013), vil en leser likevel kun få innsikt i det forskeren har valgt å trekke frem. Utdrag som trekkes frem i denne studiens artikler er basert på nitidige analyser, og kan ses på som representative. Dybdestudier av case, for å belyse hva en kan lære om læreres UKM gjennom å bruke UKM-instrumentet (art. 4 og 5, likhetstegnet og posisjonssystemet), gir leseren innsyn i dybden av analysene av skriftlige refleksjoner. En slik dybdebeskrivelse øker studiens transparens, i forhold til analyser og tolkningsprosesser. Dybdebeskrivelsen gir også mulighet til å synliggjøre vansker i analyseprosessen og sikre at ikke bare «gylne øyeblikk» presenteres. Eksempel på utfordringer i analysen er også presentert i kapittel 4.4.4.

Involvering av andre i forskningsprosessen styrker troverdigheten (Thagaard, 2003). Gjennom hele løpet har jeg samarbeidet med mine veiledere og andre forskere med utvikling av informasjon til involverte lærere, utvikling av instrumenter (f. eks. intervjuguide(r) og spørsmål til skriftlige refleksjoner), innsamling av data (f.eks. to forskere på

Design og metoder

hvert FGI) og i analysearbeid (minst to «kodere» i alt som er publisert). Dette kommer til uttrykk gjennom at fem av artiklene (vedlegg 1) har flere forfattere. I den femte delstudien har flere vært involvert i utvikling av instrumenter og to har gjennomført parallelle analyser, først og fremst for å sikre konsistens i analysene, men det har også gitt muligheter for etiske diskusjoner i prosessen med alle artiklene. Deltakelse på konferanser og drøfting av publikasjoner underveis (tab. 1 og 2, vedlegg 4) har gitt mulighet til diskusjon. Alle artikler har også blitt lest av en av de deltakende lærerne før de har blitt sendt til tidsskrifter, ikke for å validere analyser, men som en del av forsikringen om at det som står skrevet ikke setter de deltakende lærerne i dårlig lys. Til sist er det et godt tegn at ingen fagfeller i publiseringsprosessen har stilt spørsmål ved troverdighet, pålitelighet eller andre etiske perspektiver.

Generaliserbarhet knyttes til kvalitet, og til spørsmål om resultater kan generaliseres utover grensene til den konteksten der forskningen ble gjennomført (Bryman, 2004). Schoenfeld (2007b) fremhever fire former for generalitet: påstått, indirekte, potensiell og garantert. I kvalitative studier er ikke generalisering et mål i seg selv, og måleprosedyrer er kontekstualiserte (Thagaard, 2003). Gruppediskusjoner og skriftlige refleksjoner kan eksempelvis ikke repeteres eksakt, da de vil preges av ulike personers egenskaper, omgivelser og samspill mellom disse. I denne studien er imidlertid deltakerne bevisst valgt (kap. 4.1). I delstudiene 4 til 6 er utvalget «typiske» for en videreutdanning for allmennlærere på ulike trinn. I delstudie 2 (den kvalitative delen) og 3 er lærerne bevisst valgt for å ha kompetanse nødvendig for å forholde seg kritisk til UKM-oppgavens kontekst og innhold. Det var større spredning blant de 142 som ga flervalgssvar i delstudie 2. Seleksjonen antyder indirekte generalitet. Hvorvidt utvalg fra det empiriske materialet er representativt, presentert og diskutert på en forskningsmessig god måte, er også nært knyttet til generaliserbarhet. Som diskutert ovenfor, er det arbeidet mot at

Design og metoder

empirisk materiale som trekkes frem i delstudiene skal være representativt. Studien kan dermed sies å ha påstått generaliserbarhet. Funn og konklusjoner har ingen garanti for å være generelle, men kan sies å ha «existence proof» og dermed ha generaliserbarhet av en mer potensiell natur: «[M]any studies in mathematics education [...] may demonstrate the existence of a phenomenon worthy of investigation [...]. The findings of studies with existence proofs are not yet general – but there may be the potential for them to be» (Schoenfeld, 2007b, s. 88). Studiens funn og konklusjoner har dermed ingen garantert generaliserbarhet.

5 Resultater

Avhandlingens delstudier vil i dette kapitlet presenteres relatert til hver av de inkluderte artiklenes forskningsspørsmål (5.1–5.6)⁷⁹.

5.1 Artikkel 1

Mosvold, R., Fauskanger, J., Jakobsen, A., & Melhus, K. (2009). Translating test items into Norwegian – without getting lost in translation? *Nordic Studies in Mathematics Education*, 14(4), 101–123.

Delstudien presentert i artikkel 1 bygger på en studie av oversettelse av UKM-oppgaver gjennomført i Irland (kap. 3.6.1). Studien belyser følgende forskningsspørsmål: «What problems occur in the process of translating and adapting the MKT measures from a U.S. context into a Norwegian context?» (s. 103). Instrumentekvivalens (Delaney, 2008; Singh, 1995) diskuteres. Dokumentasjon av alle endringer foretatt i et sett med 30 UKM-oppgaver (61 flervalgsspørsmål) er studert for å sikre oversatte oppgaver av god kvalitet.

Gjennom denne delstudien ble en «ny» kategori identifisert: «Endringer relatert til politiske direktiver». Da dette oversettelsesarbeidet ble gjennomført, fremhevet Kunnskapsdepartementet (2008) at «gruppe» skulle brukes heller enn «klasse». To valg var da mulige: å oversette «class» til «klasse» eller til «gruppe». Valg av «klasse» kunne medføre at oversettelsen opplevdes som lite oppdatert. Et valg av «gruppe» kunne være både forvirrende og misvisende, da gruppe i skolesammenheng blant annet refererer til gruppearbeid. Resultatet ble en omskriving, hvor for eksempel «Mr Hays class» ble oversatt til «Elevene til Hans» (se art. 1, s. 111). Analysen resulterte også i opprettelsen av en kategori som fremhevet oversettelse fra engelsk til

⁷⁹ En kritisk refleksjon av artiklene (inkludert trykkfeil) presenteres i vedlegg 2. Kritiske aspekter trekkes også frem i diskusjonen (kap. 6) og tilknyttet design og metoder i kapittel 4.

Resultater

norsk. Det ble i prosessen viktig å fokusere på det spesifikke i oversettelse til norsk. Et bidrag fra artikkel 1 er derfor videreutviklingen av kategoriene utviklet i Irland (Delaney et al., 2008).

Oversettelse av UKM-oppgaver er en kompleks prosess som handler om mye mer enn direkte oversettelse. Denne delstudien viser at selv trivielle endringer potensielt kan medføre at oppgavene blir enklere eller mer kompliserte. Det er, av minst fire årsaker, viktig både å dokumentere oversettelsesprosessen, samt å publisere analyser av dokumentasjonen: 1) Det kan bli vanskelig å tolke studiers resultater om en ikke vet hvilke utfordringer oversettelsesprosessen har medført. 2) Slik dokumentasjon kan føre til en kategoriutvikling som andre forskere kan bygge på. 3) Dokumentasjon er nødvendig for forskerne selv, for å kunne gå tilbake til dokumentasjon av oversettelsesprosessen og studere om årsaken til at UKM-oppgaver ikke fungerer i en ny kontekst ligger i oversettelsen (som delstudie 2). 4) Dokumentasjonen er betydningsfull som grunnlag for å utvikle nødvendige retningslinjer for tilpasning av UKM-oppgaver i nye kontekster (Delaney et al., 2008).

5.2 Artikkel 2

Fauskanger, J., Jakobsen, A., Mosvold, R., & Bjuland, R. (2012). Analysis of psychometric properties as part of an iterative adaptation process of MKT items for use in other countries. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 44(2), 387–399.

Forskningsspørsmålet er: «How can analysis of item difficulty and point-biserial correlation be used in combination with qualitative approaches to ensure an iterative and high-quality process of adapting MKT items for use in other countries?» (s. 388). Dette belyses gjennom at analyser av 142 læreres flervalgsrespons (kap. 4.4.1–4.4.3) ses i sammenheng med analyser av oversettelse (delstudie 1) og intervjuer

Resultater

med 15 lærere, alt med ett mål for øyet: Å høyne kvaliteten på oversatte UKM-oppgaver, spesielt i pilotfasen.

Basert på analyser av flervalgsrespons, kunne de 61 inkluderte UKM-oppgavene grupperes i tre (art. 2, s. 393). Gruppe 1: Oppgaver som ikke så ut til å fungere grunnet negativ pb-korrelasjon (n=1). Gruppe 2: Oppgaver som så ut til å fungere bra, men som hadde en relativt stor forskjell i vanskegrad sammenlignet med i USA (n=9). Gruppe 3: Oppgaver som så ut til å fungere bra, og som samtidig hadde vanskegrad tilnærmet den rapportert i USA (n=51). Instrumentet som helhet fungerer følgelig bra.

Den eneste oppgaven med negativ pb-korrelasjon (gruppe 1) var oppgave 17c. Alle lærerne kommenterte testlet 17 i intervjuene. Analyser av disse diskusjonene tyder på at de finner matematiske definisjoner generelt, og inklusive definisjoner av mangekanter spesielt, vanskelig.

En analyse av oppgavene i gruppe 2, viser at data tilknyttet oppgave 6 og 14a gir et godt bilde på utfordringene i alle gruppens 9 oppgaver. Oppgave 6 var forholdsvis enkel i USA, men relativt vanskeligere for lærerne i mitt utvalg. Oppgaven hadde fokus på multiplikasjon av brøk representert ved en frosks bevegelse på en tallinje. Lærerne sa i FGI at de ikke er vant med denne formen for representasjon, og dokumentasjonen av oversettelsen viste at måten lærerne oppfattet oppgaven på kan relateres til oversettelsen (art. 2, kap. 5.2).

Oppgave 14c hadde størst endring i vanskegrad. Studier av oversettelsene kan tyde på at årsaken kan ligge der. «Valid» ble i denne oppgaven oversatt til «holdbar». Holdbar er et svakere begrep enn valid. En elevløsning som er på riktig vei, men likevel ikke helt korrekt, kan identifiseres som holdbar. Analyser resulterte i en ny oversettelse av denne oppgaven hvor «valid» er oversatt til «riktig». Testlet 14

Resultater

omhandler ulike elevløsninger tilknyttet hvorvidt $8 : \frac{2}{5}$ er større enn 25.

Lærerne uttrykte at de ikke var vant til å evaluere elevløsninger, uten å ha muligheten til å spørre elevene om hvordan de hadde tenkt. Dette kan ha komplisert oppgaven for lærerne.

Et resultat fra denne delstudien, er en understreking av at prosessen med å få oversatte UKM-oppgaver av høy kvalitet må inkludere både kvalitative og kvantitative analyser, samt være iterativ. Analyser av lærernes respons er nødvendig for å identifisere «problematiske» oppgaver. En godt dokumentert oversettelsesprosess, samt intervjuer med fokus på hver enkelt UKM-oppgave, gjør det mulig å forbedre kvaliteten på oppgavene.

5.3 Artikkel 3

Fauskanger, J., Mosvold, R., Bjuland, R., & Jakobsen, A. (2011). Does the format matter? How the multiple-choice format might complicate the MKT items. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 16(4), 45–67.

Forskningsspørsmålet: «What indicators are identified from teachers' reflections on how the multiple-choice format might complicate the content (MKT) being measured?» (s. 46), belyses i delstudie 3 gjennom innholdsanalyse av læreres utsagn i 7 gruppeintervjuer, gjennomført for å sikre kvaliteten på de oversatte UKM-oppgavene. Studien tar for seg hva lærere vektlegger når de diskuterer UKM-oppgavenes format, og bygger på kritikk av flervalgsformatet slik den er framsatt av Schoenfeld (2007a). Han påstår at formatet gjør UKM-oppgavene kompliserte, og at dette gjør den UKM som skal måles vanskeligere for lærerne.

Ut fra innholdsanalyser av lærernes diskusjoner, hvor lærernes individuelle stemmer er analytisk enhet, er det ifølge lærerne tre aspekter ved flervalgsformatet som kompliserer. 1) Svaralternativene en må vurdere for å identifisere nøkkelen er både en kompliserende og

Resultater

tidkrevende faktor. Lærerne vil heller ha åpne oppgaver hvor de selv kan finne et svar, uten å vurdere svaralternativer produsert av andre. I tillegg indikerer lærerne at svaralternativene ofte er svært like og vanskelige å velge mellom, og at formatet dermed kan gjøre selv enkel kunnskap vanskeligere. 2) Lærerne finner det vanskelig å bli påtvunget tenkningen til de som har produsert svaralternativene og indikerer at «andres tenkning» kan være et hinder for selvstendig tenkning. 3) I flere av UKM-oppgavene mangler det ifølge lærerne riktige svaralternativer. Noen mener at det «helt riktige» svaralternativet i enkelte tilfeller mangler helt, mens andre mener at det finnes flere riktige, og at alternativet de selv ville valgt mangler.

5.4 Artikkel 4

Fauskanger, J. & Mosvold, R. (2013). Teachers' mathematical knowledge for teaching equality. I A. M. Lindmeier & A. Heinze (red.), *Proceedings of the 37th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (vol. 2, s. 289–296). Kiel: PME.

I artikkel 4 analyseres 30 læreres flervalgssvar på 5 UKM-spørsmål (et testlet med fokus på relasjonell og operasjonell forståelse for likhetstegnet), samt deres skriftlige refleksjoner (kap. 4.2.4) tilknyttet de samme oppgavene. Følgende forskningsspørsmål diskuteres: «What can be learned about teachers' knowledge of the equal sign by analyzing their responses and written reflections to MKT items?» (s. 289). Artikkelen tar, som artikkel 3, utgangspunkt i kritikk av flervalgsformatet (Schoenfeld, 2007a), i antydninger om at komponenter av UKM er vanskelig å identifisere gjennom bruk av UKM-oppgaver (kap. 3.4), samt at våre pre-analyser av deler av dataene tyder på et misforhold mellom læreres flervalgssvar og deres skriftlige refleksjoner (Fauskanger & Mosvold, 2012). Delstudien fokuserer på hva en, gjennom å analysere både flervalgssvar og skriftlige refleksjoner, kan lære om læreres UKM. Analyseenheter er individuelle læreres flervalgssvar og skriftlige refleksjoner. Analytisk

Resultater

tilnærming er teoridrevet innholdsanalyse, med undervisningskunnskap om likhetstegnet som analytiske kategorier (kap. 4.4.4).

Analyser av lærernes flervalgssvar alene kan tyde på at de fleste lærerne (i alle fall de som kun har riktig flervalgsrespons) har både operasjonell og relasjonell forståelse for likhetstegnet. Studien konkluderer med at en gjennom å kombinere åpne spørsmål med flervalgsspørsmål, får et rikere bilde av læreres UKM om likhetstegnet enn gjennom bruk av flervalgsoppgaver alene. Dette er kanskje en selvfølgelighet. Et like viktig resultat er derfor relatert til hva en faktisk kan lære om læreres UKM: Lærerne synes å svare på UKM-oppgavene i flervalgsformat gjennom å benytte seg av ulike komponenter av UKM, og disse komponentene er ikke nødvendigvis de samme som oppgavene var utviklet for å måle. Et eksempel er lærere, som når de gis mulighet til å gi skriftlige refleksjoner, argumenterer gjennom å bruke egen erfaring fra klasserommet («kunnskap om faglig innhold og elever» eller «kunnskap om faglig innhold og undervisning», kap. 2.2.3), selv om UKM-oppgavene i fokus var ment å måle kun SMK (kap. 4.2.2).

5.5 Artikkel 5⁸⁰

Fauskanger, J. (i review). Challenges in measuring teachers' knowledge.

I artikkel 5 belyses følgende forskningsspørsmål: «Which types of knowledge are made visible in mathematics teachers' responses to MKT multiple-choice items and in their associated constructed-responses, and which (if any) relationship(s) can be identified between the two kinds of responses?» (s. 2). 30 læreres flervalgssvar på 28 UKM-spørsmål, samt deres individuelle skriftlige refleksjoner tilknyttet de samme UKM-oppgavene analyseres.

⁸⁰ Artikkelen er i skrivende stund i andre runde med fagfelleevaluering.

Resultater

Basert på forskning som tyder på at ulike (kognitive) typer lærerkunnskap gir ulik undervisningskvalitet (Tchoshanov, 2011) (kap. 2.3.3), blir det nødvendig å studere kognitive typer lærerkunnskap UKM-oppgaver (og andre oppgaver ment å måle lærerkunnskap) gir innsikt i. Datamaterialet analyseres gjennom bruk av ulike former for innholdsanalyse (kap. 4.4.4). Teoridrevet innholdsanalyse med utgangspunkt i kategorier for typer kunnskap (Tchoshanov, 2011) er fremhevet i artikkelen. Kunnskap om fakta og prosedyrer (Type 1 kunnskap) har mindre effekt på undervisningskvalitet og elevers resultater sett i forhold til kunnskap om begreper og sammenhenger (Type 2 kunnskap). UKM-oppgaver, som representerer sentralt fagstoff for lærere, bør i så måte måle Type 2 kunnskap, om de skal gi informasjon som er nyttig for forskere og lærerutdannere.

Resultatene fra denne delstudien tyder på at lærerne kan basere sine flervalgsvar på ulike typer kunnskap⁸¹. Det er dermed ikke noen klar sammenheng mellom type kunnskap målt gjennom flervalgsrespons og gjennom skriftlige refleksjoner (se vedlegg 1, art. 5, tab. 3 og tab. 4). Resultatene indikerer at det er vanskelig å vite hvorvidt UKM-oppgavene måler Type 1 kunnskap, Type 2 kunnskap, eller begge deler.

5.6 Artikkel 6

Fauskanger, J., & Mosvold, R. (2014). Studying teachers' knowledge by the use of multiple-choice items. The case of «I'm not sure». *Nordic Studies in Mathematics Education*, 19(3-4), 41–55.

I den sjette delstudien belyses følgende forskningsspørsmål: «Which (if any) relationship(s) exist between teachers' content knowledge as expressed through teachers' responses to a selection of multiple-choice LMT items, including the suggested solution «I'm not sure», and their written responses to open-ended questions concerning the content of

⁸¹ Se også Fauskanger og Mosvold (2012), Fauskanger og Mosvold (i trykk), samt Mosvold og Fauskanger (i review).

Resultater

the same items?» (s. 3). Fokuset i denne artikkelen er et resultat av analysearbeidet i delstudie 5. Som i delstudie 5 analyseres læreres flervalgssvar på UKM-oppgaver, samt deres skriftlige refleksjoner tilknyttet de samme UKM-oppgavene, gjennom teoridrevet innholdsanalyse (kap. 4.4.4). Skemps (1976) inndeling av forståelse i instrumentell forståelse og relasjonsforståelse brukes som utgangspunkt (kap. 2.2.3). Analysene er kun gjennomført på det skriftlige materialet knyttet til de 18 UKM-oppgavene som inneholder svaralternativet «Jeg er ikke sikker», fra de 15 lærerne som valgte dette alternativet på en eller flere oppgaver.

Resultatene fra denne delstudien tyder på at lærerne kan basere sitt flervalgssvar «Jeg er ikke sikker» på manglende forståelse (som er intensjonen, da dette svaralternativet blir kodet som feil), på instrumentell forståelse, så vel som på relasjonsforståelse (art. 6, tab. 2, s. 12). I valideringsarbeidet av UKM-oppgaver (f.eks., Delaney, 2012) ble tegn på instrumentell forståelse kodet som UKM. Studier tyder imidlertid på at denne type kunnskap ikke gir undervisning av høy kvalitet og gode elevresultater (Tchoshanov, 2011). Hvordan svaralternativet «Jeg er ikke sikker» fra denne gruppen av lærere skal kodes bør følgelig diskuteres. Det samme gjelder gruppen av lærere hvis skriftlige refleksjoner tyder på at de har den UKM oppgavene er ment å gi innblikk i, men som synes å svare «Jeg er ikke sikker» basert på andre aspekter enn deres UKM. Antakelsen om at flervalgsresponsen «Jeg er ikke sikker» bør kodes som feil, må granskes nærmere. Dette understrekes også i mer generell litteratur om flervalgsformatet (Haladyna, 2004; Osterlind, 1997).

6 Diskusjon

Med utgangspunkt i avhandlingens overordnede problemstillinger (kap. 1.2 og 3.8) diskuteres i dette kapitlet resultatene fra delstudiene (tab. 1.1) samlet – i relasjon til tidligere forskning og teori (kap. 2 og 3). Et hovedmål er å kritisk drøfte studiens bidrag til forskningsfeltet.

For å komme nærmere et svar på hva man kan lære om læreres UKM ved å ta i bruk UKM-instrumentet i en norsk skolekontekst, kan en i en fortolkende tradisjon si at resultatene er forsker(e)s konstruerte forståelse (fig. 2.1 og 4.2). I et konstruktivistisk perspektiv må denne diskusjonen ses i lys av økt forståelse, heller enn sannhet (kap. 2.1.1 og 2.1.2). Avhandlingsarbeidet må ses i et nasjonal-kulturelt perspektiv (kap. 3.5), hvor målet er å få frem utfordringer og muligheter ved bruk av UKM-instrumentet i den norske skolekonteksten.

6.1 Hvilke utfordringer og muligheter møter en når UKM-instrumentet skal tilpasses og brukes?

Da arbeidet med denne avhandlingen startet, var det få publikasjoner om bruk av UKM-instrumentet utenfor USA (kap. 3.6). Avhandlingens første delstudie, «Translating test items into Norwegian – without getting lost in translation?», bygger på arbeidet gjort i den irske konteksten (kap. 3.6.1). Oversettelse til norsk var mer komplisert enn fra amerikansk-engelsk til irsk-engelsk. Mens Delaney og kollegaer (2008) skilte mellom kulturelle og skolekulturelle forskjeller, viser delstudie 1 at forskjeller relatert til politiske direktiver⁸² kan spille inn i oversettelsesprosessen på en annen måte enn både generelle og skolekulturelle forskjeller (art. 1, s. 111 og 117). En kategoriutvikling fremhever dette. Delstudien bidrar både med bedre forståelse for oversettelse av UKM-instrumentet til andre språk enn engelsk, og med

⁸² «Politikk» rommer mange perspektiver (f.eks., Mellin-Olsen, 1987). Her knyttes begrepet til politiske direktiver slik de fremkommer i offentlige dokumenter.

Diskusjon

økt forståelse for nødvendigheten av å dokumentere og publisere studier av oversettelse. Det siste er et viktig grunnlag for å forklare ulikheter i læreres flervalgsrespons, som ikke nødvendigvis knyttes til ulikheter i UKM (delstudie 2), samt som grunnlag for å utvikle en guide for å oversette og tilpasse slike instrumenter.

Undervisningsarbeidets utfordringer (fig. 2.3) danner grunnlaget for UKM, og er en basis for UKM-oppgavene (Ball et al., 2008). Analysen av oversettelsen tyder på at nyanser i utfordringene varierer på kryss av kulturer. En grundig studie av oversettelsen synliggjør slike variasjoner. Selv om matematikken kan ses på som universell, kan eksempelvis språket en bruker for å snakke om matematikk variere på en måte som kan påvirke hvordan lærere oppfatter UKM-oppgaver (Anderson-Levitt, 2012). Undervisningsarbeidets utfordringer tilknyttet språk brukt for å «presentere matematiske ideer» (fig. 2.3) kan variere, eksempelvis bruk av formelle matematiske begreper (se art. 1, s. 116–117). Begrepene heksagon og polygon brukes på både engelsk og norsk. En sammenligning av den norske og engelske versjonen av Kunnskapsløftets fag og læreplaner, tyder på at språket forventet brukt i skolen er ulikt. I kompetansemålene etter 4. klasse står det følgende i den engelske versjonen: «describe characteristics of circles, polygons, spheres, cylinders and simple polyhedrons» (Utdanningsdirektoratet, 2008). I den norske versjonen er «polygon» byttet ut med «mangekant»⁸³. Om læreplanens språk skal gjenspeiles i UKM-oppgavene, må en norsk oversettelse bruke færre formelle matematiske begreper enn den amerikanske. Selv trivielle endringer (som endringen fra polygon til mangekant) kan imidlertid gjøre oppgavene enklere eller mer kompliserte for lærerne, og gi et UKM-instrument som fungerer annerledes (jf. delstudie 2, se kap. 5.1). Clements og Sarama (2014) skriver at det engelske språket byr på flere utfordringer enn for

⁸³ Fra 01.08. 2013 gjelder læreplanen med reviderte endringer (<http://www.udir.no/kl06/MAT1-04/>). «Mangekant» brukes også i denne versjonen. Den er ikke tilgjengelig på engelsk (ennå).

Diskusjon

eksempel de fleste asiatiske språk (og norsk), siden disse språkene for eksempel kaller «quadrilateral» for «four-sided-shape» – eller på norsk: «firkant». Ordene i språket kan også gjøre det enklere. Det handler ikke kun om bruk av mer formelle matematiske begreper, men at begrepene i språket har en mer eller mindre klar betydning. Synliggjøring av nyanser i undervisningsarbeidets utfordringer blir uansett av betydning (tab. 6.1).

Et annet eksempel er knyttet til ulikheter i representasjon, eksempelvis hvordan desimaltall skrives (art. 1, s. 116). 1,1 oversettes enkelt til 1,1 og .676 til 0,676. Et svaralternativ i en UKM-oppgave inkluderer det å overse desimaltegnet. Den siste oversettelsen kan dermed gjøre utfordringen gitt i UKM-oppgaven enklere. 0,676 blir da til 0676 og .676 til 676. Som diskutert i artikkel 1 (s. 112–113), er ikke 0676 troverdig. Et viktig utgangspunkt for videre forskning om UKM-instrumentet, er følgelig å publisere detaljer omkring endringer gjort i oversettelsesprosessen (f.eks., Hambleton, 2012).

Tabell 6.1. Nyanser i undervisningsarbeidets utfordringer – eksempel.

Undervisningsarbeidets utfordringer (se fig. 2.3)	Eksempel på «kulturelle nyanser» av betydning for UKM-oppgaver
Presentere matematiske ideer	- nyanser i språk brukt for å presentere ideene (f.eks., bruk av formelle matematiske begreper)
Gi, eller evaluere, matematiske forklaringer Forklare om elevenes påstander er rimelige (ofte raskt)	- ulikheter hvorvidt dette gjøres skriftlig og/eller muntlig
Velge, og utvikle gode definisjoner	- variasjon i definisjoner vektlagt (f.eks., vektlegging av inklusive definisjoner av mangekanter)
Bruke matematisk notasjon og språk (...)	- nyanser i notasjon (f.eks., tilknyttet desimaltall) - nyanser i begrepsbruk
Velge ut hensiktsmessige representasjoner	- ulikheter i hvordan eksempelvis multiplikasjon av brøk representeres

Selv om språket er likt, kan kontekstene som rammer inn de ulike komponentene av UKM i UKM-oppgavene være en årsak til at noen

Diskusjon

oppgaver fungerer annerledes (Delaney et al., 2008; Ng, 2012). Et eksempel er en oppgave med stor endring i relativ vanskegrad (art. 2, kap. 5.2). I oppgaven er multiplikasjon av brøk representert ved en frosks bevegelse på en tallinje. Årsaken til endringen i vanskegrad kan knyttes til ulikheter i hvordan multiplikasjon av brøk representeres i lærebøker og i undervisning, eller til kvaliteten på den oversatte oppgaven. Det kan følgelig også være nasjonale nyanser i undervisningsarbeidets utfordringer når representasjon er involvert (tab. 6.1).

I årene etter at delstudie 1 ble gjennomført, har flere publikasjoner tatt for seg utfordringene ved å tilpasse UKM-instrumentet (kap. 3.6) og tilsvarende instrumenter, eksempelvis TEDS-M (f.eks., Blömeke, Hsieh, Kaiser & Schmidt, 2014, Part V). Disse studiene bekrefter betydningen av dette avhandlingsarbeidet. Når det gjelder UKM, er delstudie 1 i en særstilling. En studie som sammenligner utfordringer tilknyttet oversettelse av UKM-instrumentet i Norge og Indonesia (Ng, Mosvold & Fauskanger, 2012) understreker dette. Denne siste studien kan tyde på at utfordringer relatert til oversettelse er globale (fig. 2.3 og tab. 6.1, venstre kolonne), men med nasjonale variasjoner (tab. 6.1, høyre kolonne) som det er nødvendig å utvikle forståelse for.

Grundig oversettelse er en forutsetning for oppgaver av høy kvalitet, som igjen er en forutsetning for at bruk av et instrument skal kunne gi reliable og valide resultater (kap. 3.2 og 3.3). For å sikre oversatte oppgaver av høy kvalitet, anbefales analyse av flervalgsrespons⁸⁴ (kap. 4.4.2), samt at testtakerne trekkes inn i prosessen (kap. 4.4.3) (f.eks., Haladyna, 2004; Ng, 2012; Osterlind, 1997). I denne sammenheng fremheves også analyser av vanskegrad. I delstudien: «Analysis of

⁸⁴ En IRT-modell ble vektlagt for å analysere flervalgsrespons. Selv om antallet deltakere er akseptabelt (Reeve & Fayers, 2005), hadde vært ønskelig med et høyere antall deltakende lærere. Antall, og valgt modell, kan ha påvirket resultatene. Analysene resulterte likevel i at oppgaver som trengte videre tilpasning ble identifisert, noe som er viktig i seg selv.

Diskusjon

psychometric properties as part of an iterative adaptation process of MKT items for use in other countries», ble lærere invitert til å diskutere UKM-oppgaver. Analyser av lærernes utsagn, sett i sammenheng med analyser av flervalgsrespons og oversettelse, tyder på at undervisningsarbeidet tilknyttet å «velge og utvikle gode definisjoner» (fig. 2.3 og tab. 6.1) har nasjonale variasjoner (se art. 2, kap. 5.1 og Ng, 2012). Matematiske definisjoner generelt, og definisjoner av polygoner spesielt, er utfordrende for lærerne i mitt utvalg. Årsaken til at en oppgave, hvor et parallellogram definert basert på diagonalenes lengde, har negative pb-korrelasjoner (art. 2, s. 395), kan knyttes til at denne definisjonen ikke er utbredt blant de deltagende lærerne. Selv om definisjoner er viktige i matematikkundervisning på kryss av landegrenser, kan definisjoner som vektlegges i ulike kontekster variere. Slike nasjonale variasjoner er relatert til ulikheter i læreplaner og læremidler, til læreres oppfatninger om delkomponenter av UKM (Mosvold & Fauskanger, 2013), og fordrer at undervisningsarbeidets utfordringer må videreutvikles og nasjonale nyanser fremheves (tab. 6.1). LeTendre og kollegaer (2001) skriver at «[t]he concept of a national script for teaching is an amalgam of cultural ideals about what *should* happen in an ideal lesson in [a] nation, not what actually occurs» (s. 12, utheving i original). UKM-rammeverket er basert på studier av matematikkundervisning i USA (kap. 2.2.3), og UKM kan i lys av dette sitatet ses på som et rammeverk for hva lærere *bør* kunne for å utføre undervisningsarbeidets utfordringer (fig. 2.3). UKM-instrumentet ses i så måte på som et instrument for å måle hva lærere *bør* kunne. Et sentralt spørsmål er da hva lærere må kunne om eksempelvis inklusive definisjoner om det ikke vektlegges i læreplan og læremidler (Ng, 2012; Ng et al., 2012).

Når Hoover og kollegaer (2014), gjennom arbeid med UKM-instrumentet, ser muligheter for å utvikle kunnskap om undervisningsarbeidets utfordringer, viser delstudie 1 og 2 at en dybdestudie av oversettelse og oppgavenes kvalitet kan utvikle

Diskusjon

forståelsen for nyanser i hver av disse utfordringene (tab. 6.1). Delstudie 2 viser at vårt oversatte sett med UKM-oppgaver fungerer bra (psykometrisk sett). Studien viser også hvordan det gir mening å gå et skritt videre etter at et oppgavesett er oversatt og tilpasset. Dette betyr at det er nødvendig å gå i dybden for å forstå tilpasningens utfordringer, som bakgrunn for å forstå den lærerkunnskap UKM-oppgavene gir informasjon om (Delaney et al., 2008). Studien viser at det er nødvendig å ikke begrense en tilpasningsprosess til oversettelse, tilpasning og kvalitetssjekk, for så å analysere resultater basert på læreres flervalgssvar, men å studere hvordan de videre analysene kan informere tilbake mot en ny syklus i oversettelses- og tilpasningsprosessen (se art. 2, fig. 4, s. 397). Når jeg «tok et skritt tilbake», så jeg at lærere i mitt utvalg ville spørre elever om hvordan de har tenkt, heller enn å evaluere elevens skriftlige arbeider, som noen UKM-oppgaver legger opp til (art. 2, s. 396 og art. 3, s. 59–60). Da en viktig del av lærerarbeidet UKM-oppgavene er basert på er å vurdere elevsvar (skriftlig eller muntlig, se fig. 2.3), kan dette tyde på at det er ulikheter i utfordringen «å gi, eller evaluere, matematiske forklaringer» (tab. 6.1). Det er av stor betydning å diskutere dette med lærere som deltar i en etter- eller videreutdanning. Det ble også tydelig at lærerne synes å forstå enkelte UKM-oppgaver ulikt lærere beskrevet i amerikanske studier. Å studere lærernes forståelse mer i dybden, som jeg gjør i de tre siste delstudiene, er derfor en forutsetning for å forstå hva en kan lære om læreres UKM ved å ta UKM-instrumentet i bruk i en norsk skolekontekst. En godt dokumentert oversettelsesprosess (delstudie 1), samt intervjuer med fokus på hver enkelt UKM-oppgave (delstudie 2), gjør det mulig for forskeren å utvikle forståelse (fig. 4.2) for sammenhenger mellom oversettelse og flervalgssvar, og forbedre kvaliteten på oppgavene, eller bytte dem ut med andre oppgaver.

Fra flere hold (f.eks., Haladyna, 2004) påpekes det at ulike erfaringer med oppgavers format kan påvirke testresultaters reliabilitet og validitet (kap. 3.2 og 3.3), og at flervalgsformatet ikke er egnet til å

Diskusjon

måle og studere læreres UKM (f.eks., Anderson-Levitt, 2012) (kap. 3.4). Selv om bruk av flervalgsformatet er økende i Norge (Sirnes, 2005), er det ikke mye brukt i lærerutdanning (Tonheim & Torkildsen, 2010). Læreres erfaringer med formatet kan derfor være begrensede, selv om formatet er brukt i kartleggingsverktøy for elever (eksempelvis i nasjonale prøver). Sett i lys av at UKM-instrumentet øker i popularitet internasjonalt, og at flervalgsformatet er omdiskutert i målingslitteraturen generelt, har UKM-oppgavens format i liten grad vært diskutert i litteraturen (kap. 3.6). Det som er publisert, knyttes til kritikk av UKM-oppgavene i USA (Schoenfeld, 2007a, se kap. 3.4), samt indikasjoner på at formatet kan være problematisk, når instrumentet skal tilpasses andre kontekster (kap. 3.6.2 og 3.6.3). Den tredje delstudien, «Does the format matter? How the multiple-choice format might complicate the MKT items», bygger på denne kritikken. Med utgangspunkt i påstander om at formatet kompliserer (Schoenfeld, 2007a), er målet å utvikle forståelse for hvordan formatet kan komplisere – slik lærerne ser det. Siden UKM-instrumentet er spesielt, blir det av betydning å studere hvordan flervalgsformatet kan spille inn, helt konkret, når en gruppe norske lærere møter et sett med UKM-oppgaver. Ut fra innholdsanalyser av lærernes stemmer i diskusjoner (kap. 4.4.3), ble det identifisert tre utfordringer ved flervalgsformatet, som synes å komplisere oppgavene for dem. Alle utfordringene relateres til svaralternativene lærerne må vurdere for å identifisere nøkkelen: 1) svaralternativene fremheves som for like, og dermed vanskelige å vurdere opp mot hverandre, 2) alternativene medfører at lærerne blir påtvunget andres tenkning og 3) andre (riktige) svaralternativer enn de som inngår savnes.

Det kan være flere årsaker til at lærerne opplever flervalgsformatet som en kompliserende faktor. En årsak kan være lærernes (manglende) erfaring med formatet, en annen kulturelle ulikheter knyttet til komponenter av UKM (se art. 3, s. 61–62). Intervjuene denne delstudien baserer seg på, ble gjennomført etter at lærerne hadde avgitt

Diskusjon

svar på 61 UKM-spørsmål. Hvorvidt lærerne fant spørsmålene enkle eller vanskelige, kan ha påvirket det som ble trukket frem i diskusjonene. Det lærerne trekker frem i intervjuene kan i så måte reflektere både deres (manglende) UKM og de følelser de sitter igjen med etter å ha gjennomført en UKM-test (kap. 4.2.3). Nyere forskning tyder også på at lærere forventer at flervalgsformatet måler SMK, heller enn PCK (Kaarstein, 2014b). Dette kan ha påvirket resultatene også her.

Bruk av UKM-instrumentet har utfordringer, og de tre første delstudiene har potensiale til å legge et bedre grunnlag for fremtidige studier hvor UKM-instrumentet tas i bruk. Delstudie 1 gir eksempelvis forskere mulighet til å tolke studiens resultater i lys av de utfordringer oversettelsesprosessen har medført. Delstudiene understreker også at bruk av UKM-instrumentet i andre kontekster potensielt kan gi økt forståelse for likheter og ulikheter i detaljer ved undervisningsarbeidets utfordringer (fig. 2.3) i ulike skolekontekster (Letendre et al., 2001). Selv om utfordringene er de samme på kryss av kontekster – i all matematikkundervisning presenteres eksempelvis matematiske ideer (Hoover et al., 2014) – kan nyanser i utfordringene fordre at UKM-oppgaver må formuleres på ulikt vis (tab. 6.1). Dette kan knyttes til at selv om offisielle læreplaner internasjonalt synes å være like (Meyer et al., 1992), er det ulikheter i hvordan disse blir forstått og operasjonalisert. Det er ofte ulikheter på detaljnivå (kap. 3.5), eksempelvis i emner som inngår på ulike trinn (Delaney, 2012; Kwon et al., 2012; Ng, 2012).

6.2 *Hva kan man lære om læreres UKM ved å ta UKM-instrumentet i bruk?*

Med bakgrunn i de tre første delstudiene, går de tre siste mer direkte inn i spørsmålet: «Hva kan man lære om læreres UKM ved å ta i bruk et amerikansk instrument, utviklet for å måle og studere læreres UKM, i en norsk skolekontekst?». Disse delstudiene har fokus på hva vi kan

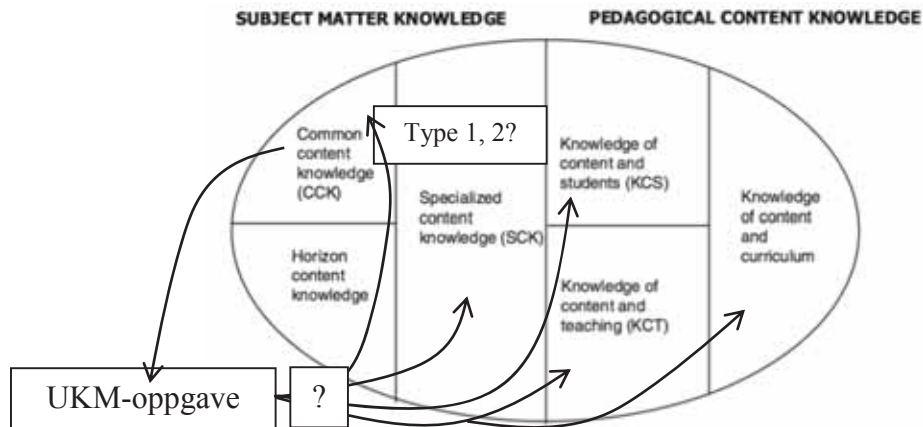
Diskusjon

lære – og ikke lære – om læreres UKM, når flervalgsrespons sammenlignes med annen skriftlig respons⁸⁵.

Shulmans arbeider (kap. 2.2.1) har blitt brukt som utgangspunkt for å dele læreres kunnskap inn i (adskilte) kategorier, som igjen kan måles og studeres separat, så også i grunnlagsarbeidet for UKM-instrumentet til Ball og hennes kollegaer (kap. 2.2.3). Funn i den fjerde delstudien, «Teachers' mathematical knowledge for teaching equality», tyder på at det, i mitt datamateriale, er vanskelig å finne empirisk støtte for at de ulike UKM-oppgavene fanger delkomponentene av UKM de er utviklet for å måle (kap. 2.2.3). Resultatene viser, som figur 6.1 illustrerer, at det ikke nødvendigvis er en enkel sammenheng mellom den kunnskapen UKM-oppgavene ble utviklet for å måle (delene av ovalen), og den kunnskapen en gruppe lærere viser gjennom skriftlige refleksjoner. En kategorisering av UKM, og måling av kunnskapskategoriene, er utfordrende (kap. 3.2–3.4).

⁸⁵ Når Schoenfeld (2007a) argumenterte for å «åpne opp» UKM-oppgavene var det mer i retning av åpne matematikkoppgaver (kap. 3.4). Når denne studien har vektlagt skriftlige refleksjoner, kan spørsmålene stilt legge premisser for svar som gis. Åpne skriftlige refleksjoner kan imidlertid møte denne kritikken. Jeg vil gjenta at dette ses i lys av at oppfatninger inkluderes i UKM (kap. 2.2.2), og at det lærere skriver dermed tolkes som uttrykk for det de kan og vet (kap. 2.2.4 og 4.4.4). Da studien ble designet, var det også tenkt at intervjuer skulle trekkes inn (vedlegg 3). Det var det ikke rom for (kap. 4.2.4). Påbegynte analyser av intervjudataene tyder imidlertid på at disse støtter opp under den UKM som kommer til uttrykk i lærernes skriftlige refleksjoner (Fauskanger & Mosvold, i review).

Diskusjon



Figur 6.1. Hva måler en UKM-oppagave? (Omarbeidet figur fra Ball og kollegaer (2008, s. 403)).

Selv om analyse av flervalgsrespons var til hjelp for å identifisere oppgaver som viste seg å være verdt å diskutere (delstudie 2), forutsetter modeller jeg har brukt endimensjonalitet (kap. 4.4.2). Med utgangspunkt i delstudie 4 kan det diskuteres hvorvidt læreres UKM kan tenkes å være noe annet enn flerdimensjonal og integrert (kap. 3.4). Dette understrekes også av Beswick og kollegaer (2012). De skriver at UKM-oppgaver målte ett begrep. Tilsvarende argumenter brukes også av Delaney (2012) (kap. 3.2). Når utviklerne av UKM (rammeverk og oppgaver) sier at de «recognize that in actual teaching such boundaries can seem artificial» (Ball et al., 2008, s. 396), tyder funn fra delstudie 4 på at slike grenselinjer også kan være kunstige når lærere responderer på de ulike flervalgsoppgavene.

Funn fra den fjerde delstudien er av betydning for hvilke konklusjoner vi kan trekke når UKM-oppgaver brukes for å studere læreres UKM. Om UKM-instrumentet skal tas i bruk i en norsk skolekontekst, underbygger disse resultatene at kategorier av UKM må spesifiseres og definisjoner publiseres, slik at operasjonaliseringen i oppgaver synliggjøres (Kaarstein, 2014a; Schilling et al., 2007). Selv om delområder av UKM kan identifiseres, er grensene mellom dem uklare

Diskusjon

og vanskelige å definere (kap. 3.2–3.6). Basert på resultatene fra denne delstudien kan UKM-oppgavene videreutvikles mot oppgaver som måler mer integrert kunnskap (f.eks., Shechtman et al., 2010).

I en kognitiv tradisjon kan personlig kunnskap beskrives som grad av dybdeforståelse. Et tidlig eksempel er Skemps (1976, 1987) inndeling av matematisk forståelse i instrumentell forståelse, og en dypere begrepsmessig forståelse (relasjonsforståelse, kap. 2.2.3). Også Shulman fokuserte på at læreren «needs not only to understand *that* something is so; the teacher must further understand *why* it is so» (Shulman, 1986, s. 9, utheving i original). Læreren må ha kunnskap utover det instrumentelle (kap. 2.2.1). Senere studier fremhever relasjonsforståelse som en premiss for å legge til rette for undervisning hvor elever utvikler slik forståelse. Tchoshanov (2011) konkluderer med at læreres Type 2 kunnskap – «knowledge of concepts and connections» (s. 141) – potensielt kan predikere undervisning som påvirker elevers læring i positiv retning (kap. 2.2.3). Denne konklusjonen fremhever nødvendigheten av å studere hvilken type kunnskap et instrument utviklet for å måle og studere lærerkunnskap, faktisk gir innsikt i. Dette analyseres i den femte delstudien, «The challenges in measuring teachers' knowledge», som viser hvordan UKM-instrumentet brukt sammen med skriftlige refleksjoner kan gi interessante bidrag til den samlede diskusjonen på flere områder. Delstudie 5 bygger på en pilotstudie som indikerte at det kan være et misforhold mellom læreres flervalgsrespons og deres skriftlige refleksjoner (Fauskanger & Mosvold, 2012). Studien søker å gå i dybden på lærernes skriftlige refleksjoner tilknyttet UKM-oppgaver for å belyse hvilke typer kunnskap (Tchoshanov, 2011) som synliggjøres, og hvorvidt det er sammenheng mellom deres flervalgsrespons og de typer lærerkunnskap som kommer til uttrykk i skriftlige refleksjoner. Konklusjonen som trekkes, er at det ikke alltid synes å være noen klar sammenheng, og lærernes kunnskap synes å være mer prosedyremessig

Diskusjon

enn forventet⁸⁶. Dette gjelder også oppgavene utviklet for å måle SFK (fig. 1.1), som blant annet inkluderer forståelse for om, og eventuelt hvorfor, en ikke-standard algoritme vil fungere generelt (Ball et al., 2008). Resultatene fra denne delstudien viser behovet for å videreutvikle UKM-rammeverket gjennom å trekke inn typer kognitiv kunnskap (Tchoshanov, 2011) som en ytterligere spesifisering av SMK (fig. 6.1), og for å videreutvikle UKM-oppgavene mot å måle relasjonsforståelse (kap. 2.2.3). Det er også viktig at fremtidig valideringsarbeid (kap. 3.3), i større grad enn studiene i eksempelvis Irland (Delaney, 2012), fokuserer på typer kunnskap (Tchoshanov, 2011).

Innholdsanalyse krever dybdeanalyser av faglig innhold (kap. 4.4.4). Et UKM-testlet utviklet for å måle AFK om posisjonssystemet blir følgelig brukt som case i artikkel 5 for å illustrere funn representative for de inkluderte UKM-oppgavene (art. 5, kap. 4.2). UKM-oppgavene presentert i figur 1.1 er et annet case⁸⁷. En av lærerne, Oda, svarte at elevene A og B benytter algoritmer som ikke kan brukes til å multiplisere to vilkårlige hele tall. Odas skriftlige refleksjoner tyder imidlertid på at hun har Type 2 kunnskap (Tchoshanov, 2011) tilknyttet flersifret multiplikasjon, selv om hun har uriktig flervalgsrespons. Hun skriver detaljerte, steg for steg beskrivelser av hva elevene A, B og C har gjort. Oppgavene inviterer læreren til å finne ut hvilke av metodene A, B og C som «vil fungere», og Oda relaterer det å «ikke fungere» til at metodene er tungvinte for elevene om tallene har flere sifre enn to. Oda skriver at hun vil veilede elevene mot en metode som er mer effektiv, men fremhever samtidig viktigheten av at elevenes regning ikke er instrumentell. Hun skriver at en algoritme for tosifret

⁸⁶ Tilsvarende resultater er nylig funnet når UKM-instrumentet er brukt i den islandske konteksten (Jóhannsdóttir & Gísladóttir, 2014).

⁸⁷ Dybdeanalyser av skriftlige refleksjoner om flersifret multiplikasjon er publisert andre steder (Fauskanger, 2013; Fauskanger & Mosvold, i trykk). Disse studiene underbygger resultater fra artikkel 5: Basert på flervalgsrespons alene, kan en ikke trekke klare konklusjoner om type kunnskap (Tchoshanov, 2011).

Diskusjon

multiplikasjon må baseres på en forståelse av distributive, assosiative og kommutative egenskaper ved multiplikasjon. Årsaken til at Oda ga uriktig flervalgsrespons kan synes å være hennes tolkning av hva som menes med «vil fungere» (vår oversettelse av «would work»). Dette illustrerer at studier av oversettelse og tilpasning er av betydning, også for fremtidig forskning (kap 6.1).

Generelt anbefales det at en unngår flervalgssvar av typen «alle ovenfor» og «ingen av de ovenfor», samt at negative ord som «ikke» unngås både i flervalgsoppgavens stamme og i svaralternativene (Haladyna, 2004; Osterlind, 1997 og art. 6, kap. 2.1). Mens valideringsarbeidet i USA (kap. 3.3) resulterte i omformuleringer av oppgaver som involverte flervalgssvar, som eksempelvis «velg den minst sannsynlige», tyder mine analyser på at oppgaver som inkluderer svaralternativet «Jeg er ikke sikker» er utfordrende. Som resultat av avhandlingens femte delstudie, er følgelig en analyse av sammenhengen mellom lærernes skriftlige refleksjoner (kap. 4.2.4) og svaralternativet «Jeg er ikke sikker» gjennomført – i delstudie 6: «Studying teachers' knowledge by the use of multiple-choice items. The case of 'I'm not sure'». Dette svaralternativet ble først lagt til for å unngå gjetting i alle flervalgsoppgaver hvor en kunne svare enten ja eller nei. Senere ble svaralternativet pålagt forskerne i alle flervalgsoppgavene tilknyttet tall og tallregning (Hill, 2007a). 18 av de 28 inkluderte UKM-spørsmålene i min studie hadde «Jeg er ikke sikker»⁸⁸ som svaralternativ. Denne studien konkluderer med at svaralternativet ikke nødvendigvis speiler den UKM lærerne har. Lærere som hadde valgt svaralternativet viste både instrumentell

⁸⁸ UKM-instrumentets flervalgsoppgaver er på flere områder ulike standard flervalgsoppgaver. I tillegg til «Jeg er ikke sikker» fremheves andre aspekter i artikkel 3 (s. 49–51). Basert på Haladynas (2004) argument om at alle alternativer bør være plausible, kunne «Jeg er ikke sikker» også vært diskutert i den tredje delstudien, spesielt siden hele 56 (!) av de 61 inkluderte spørsmålene hadde svaralternativet. Jeg har gått gjennom transkripsjonene fra intervjuer, og funnet at det ikke diskuteres eksplisitt. Lærerne blir heller ikke invitert til en slik diskusjon.

Diskusjon

forståelse, relasjonsforståelse (Skemp, 1976) og mangel på forståelse i sine skriftlige refleksjoner (se art. 6, tab. 2). For lærerne som svarer «Jeg er ikke sikker», og samtidig viser relasjonsforståelse, indikerer de skriftlige refleksjonene at årsaken til at de responderte «Jeg er ikke sikker» relateres til formuleringer brukt i UKM-oppgavene og oppgavens kontekst, heller enn deres UKM. Dette kan da knyttes til utfordringer ved oversettelse og tilpasning av instrumentet til en norsk skolekontekst (kap. 6.1). En annen forklaring er at lærere som synes å ha forståelse for innholdet, men fremdeles svarer «Jeg er ikke sikker», ikke er kjent med flervalgsformatet. Til sist kan dette handle om at flervalgsformatet og spørsmål som åpner for skriftlige refleksjoner faktisk måler ulike komponenter av læreres UKM (f.eks., Hollingworth et al., 2007), eller at læreres UKM er for kompleks til å bli målt med flervalgsoppgaver (f.eks., Anderson-Levitt, 2012; Beswick et al., 2012; Haertel, 2004) (kap. 3.4). «Jeg er ikke sikker» som svaralternativ bør følgelig studeres nærmere. Eksempelvis bør en studere hvordan instrumentet fungerer uten dette svaralternativet.

Læreres kunnskap, slik den uttrykkes gjennom skriftlige refleksjoner, kan, basert på analyser gjort i de to siste delstudiene, plasseres i ulike grupper. Eksemplifisert gjennom respons gitt til oppgaven presentert i figur 1.1, har vi først de lærerne som eksplisitt skriver at de ikke forstår uvanlige algoritmer for tosifret multiplikasjon. Så har vi de lærerne som synes å ha forståelse for ulike algoritmer, men som likevel mener at en bestemt standard algoritme alltid er best. Til sist er det lærerne som har relasjonsforståelse for, og verdsetter, uvanlige strategier. Viktigst, i denne sammenheng, er det likevel at de flervalgssvar lærerne gir ikke nødvendigvis gjenspeiler den forståelsen som kommer til uttrykk i deres skriftlige refleksjoner. Det er følgelig nødvendig å se resultater fra flervalgsrespons i sammenheng med annen type respons. Dette understrekes både av UKM-forskerne selv (Hill, Dean et al., 2007), av kritikere (Schoenfeld, 2007a) og av lærerne i mitt utvalg (se art. 3, s. 60–61).

Diskusjon

Fra et nasjonal-kulturelt perspektiv (kap. 3.5) kan det være kulturelle ulikheter som påvirker hvordan lærere tolker, responderer på og reflekterer omkring oppgaver ment å måle læreres UKM. Slike ulikheter kan være en mulig forklaring på ulikhetene mellom læreres flervalgsrespons og skriftlige refleksjoner. En annen mulig forklaring for ulikhetene er at det er, som Schoenfeld (2007a) argumenterer, begrensninger i selve flervalgsformatet (delstudie 3 og 6). Svaralternativene i flervalgsoppgavene kan ha vært en kompliserende faktor for lærerne (delstudie 3). Det er følgelig både begrensninger og muligheter tilknyttet bruk av UKM-instrumentet i en norsk skolekontekst. På samme måte vil det en kan lære om læreres UKM ved å ta UKM-instrumentet i bruk variere, og avhenge av om en ser flervalgsrespons sammen med annen form for respons.

6.3 Konklusjoner

UKM-instrumentet er det mest brukte direkte måleinstrumentet av matematikklæreres kunnskap (kap. 2.4), oversatt og tilpasset flere kontekster (kap. 3.6). Denne studien belyser utfordringer og muligheter ved bruk av instrumentet i en norsk skolekontekst, både tilknyttet språk og kontekster, format, samt hva og hvilken type kunnskap instrumentet måler – alle aspekter viktige for å forstå hva en kan lære om læreres UKM gjennom å bruke instrumentet. Dokumentert oversettelse, flervalgsrespons, samt individuelle læreres skriftlige og muntlige refleksjoner tilknyttet oppgaver og svarkategorier utviklet for å måle og studere læreres UKM (kap. 4.2 og 4.4), studeres med sikte på å utvikle bedre forståelse for hva en kan lære gjennom å ta instrumentet i bruk.

De tre første delstudiene viser at selv om oppgavene fungerer bra (psykometrisk), er det utfordrende å tilpasse og bruke UKM-instrumentet i en norsk skolekontekst. Dokumentasjon og studier av disse utfordringene kan potensielt gi et instrument av god kvalitet, samt bringe kulturelle ulikheter tilknyttet undervisningsarbeidets utfordringer til overflaten (tab. 6.1). Dette er interessant i seg selv, og

Diskusjon

av stor betydning for å få oversatte UKM-oppgaver av høy kvalitet. For å utvikle oppgaver i en norsk kontekst, samt som grunnlag for å møte kravet om å utvikle retningslinjer for oversettelse og tilpasning av UKM-oppgavene (Delaney et al., 2008).

De tre siste delstudiene viser at det er vanskelig å vite hvilken type kunnskap UKM-oppgavene faktisk måler (delstudie 5 og 6). Lærere synes også å bruke andre kunnskapskomponenter enn komponentene oppgavene er utviklet for å måle (delstudie 4). Dette kan indikere at UKM-oppgavene er egnet til å måle og studere mer helhetlig lærerkunnskap enn den komponenten de ble utviklet for å måle.

Delstudiene bidrar hver for seg, og sammen, til bedre forståelse for kompleksiteten i oversettelse, tilpasning og bruk av UKM-instrumentet. Kort oppsummert bidrar delstudie 1 til bedre forståelse for oversettelsens kompleksitet og nødvendigheten for å publisere slik forskning som utgangspunkt for å forstå videre tilpasning (delstudie 2), samt for å gjøre det mulig for fremtidig forskning å bygge på resultatene – eksempelvis nye kategorier for dokumentasjon av oversettelse. Delstudie 2 understreker nødvendigheten av å se kvantitative analyser av flervalgsrespons i sammenheng med kvalitative analyser for å forstå respons og som grunnlag for å forbedre oppgavens kvalitet. Disse to delstudiene viser også at ikke bare listen av utfordringer tilknyttet undervisningsarbeidet i matematikk må videreutvikles (Hoover et al., 2014), men også presiseringen av hva som ligger «i dybden» av hver utfordring (fig. 2.3 og tab. 6.1). En slik presisering er nødvendig om undervisningsarbeidets utfordringer skal operasjonaliseres i oppgaver som er ment brukt til å måle og studere UKM nødvendig for å møte disse utfordringene (se også Kaarstein, 2014b).

UKM-oppgavens format er kritisert (kap. 3.4), blant annet for å fungere som en kompliserende faktor (Schoenfeld, 2007a). Delstudie 3 bidrar til en bedre forståelse for konkrete faktorer som kan komplisere.

Diskusjon

Faktorene er alle relatert til svaralternativene lærerne må vurdere for å identifisere nøkkelen.

De tre siste delstudiene bidrar til bedre forståelse for hva vi kan lære om læreres UKM ved å sammenligne ulike typer skriftlige respons. Delstudie 4 tyder på at lærere bruker andre komponenter av sin UKM enn den UKM-oppgaver med fokus på likhetstegnet er utviklet for å måle (fig. 6.1). De to siste delstudiene tyder på at flervalgsrespons alene ikke nødvendigvis gir innsikt i type kunnskap eller forståelse (Skemp, 1976; Tchoshanov, 2011) som forventet. Delkomponenter av SMK må ytterligere spesifiseres, spesielt SFK (se også Morris et al., 2009). Her kan Tchoshanovs (2011) typer kunnskap være til hjelp (fig. 6.1).

Det er muligheter for at den UKM lærere har behov for varierer på kryss av landegrenser (kap. 3.5), eksempelvis på grunn av at ulike ressurser settes inn i undervisningsrelatert arbeid, læreplaner er ulike (på detaljnivå), tilgjengelige læremidler er ulike (Anderson-Levitt, 2012) og ikke minst, som denne studien viser, undervisningsarbeidets utfordringer (fig. 2.3) synes å være ulike – i alle fall om de studeres i dybden. Dette kan til en viss grad imøtekommes gjennom et grundig oversettelses- og tilpasningsarbeid (delstudie 1 og 2), bedre forståelse av oppgaveformat (delstudie 3) og dybdestudier av hvilken informasjon om læreres UKM instrumentet gir (delstudie 4 til 6).

Med bakgrunn i at læreren fremheves som faktoren med størst betydning for elevs læring (f.eks., Darling-Hammond, 2000; Hattie, 2009) (kap. 1.1), og læreres kunnskap som viktig for både undervisningskvalitet (Hill, Blunk et al., 2008) og elevs læringsutbytte (Hill et al., 2005; Tchoshanov, 2011) (kap. 3.1), bidrar denne studien til at vi forstår kompleksiteten ved å måle og studere denne kunnskapen utenfor undervisningskonteksten. Resultatene er i så måte av betydning for de konklusjoner som trekkes basert på fremtidig bruk av UKM-instrumentet – spesielt om instrumentet brukes utenfor

Diskusjon

USA. Om UKM-instrumentet skal brukes i større skala enn i dette avhandlingsarbeidet, bør det utvikles retningslinjer (Delaney et al., 2008) på lik linje med de som er utviklet for studier som TIMSS (Mullis, Martin, Ruddock, O'Sullivan & Preuschoff, 2009). Bidraget fra denne studien er av betydning i en slik sammenheng.

Politikere som vil kartlegge læreres kunnskap (kap. 1.1) har en utfordrende oppgave, både i forhold til å finne ut hvilke instrumenter de vil ta i bruk, hvordan de skal analysere resultater, og ikke minst hvordan de vil tolke og bruke resultatene tilknyttet etter- og videreutdanning av lærere. Erna Solberg skriver på sin blogg 13.10.13:

Noe av det første vi skal gjøre når vi nå kommer i regjering er å satse skikkelig på etter- og videreutdanning. Realfag er spesielt viktig for landet vårt med den næringsstrukturen vi har. Derfor skal vi ta et krafttak i matematikk, og i løpet av de neste fem årene skal 10.000 matematikklærere i grunnskolen få etter- og videreutdanning.

Hvis denne etter- og videreutdanningen skal baseres på kartlegging av disse lærernes kunnskap, slik kunnskapsminister Røe Isaksen foreslår tilknyttet nyutdannede lærere (Svarstad, 2014), har politikerne et arbeid å gjøre i forhold til dette kartleggingsarbeidet. Dette avhandlingsarbeidet understreker at de bør ha utdanningsforskere med seg på veien.

Mange spørsmål kan fortsatt stilles tilknyttet oversettelse, tilpasning og bruk av UKM-instrumentet (inkludert hvorvidt instrumentet gir reliable og valide resultater, kap. 3.2 og 3.3). Denne studiens forskningsspørsmål er noen av de aktuelle. Studien har lagt et grunnlag for videre forskning og for at nye spørsmål kan stilles og besvares. Studien gir dermed implikasjoner for fremtidig forskning.

6.4 Implikasjoner for fremtidig forskning

Studier av dokumentert oversettelse legger grunnlag for å øke kvaliteten på oversatte oppgaver, og for å utvikle kunnskap om

Diskusjon

oversettelsesrelaterte utfordringer på dette området, eksempelvis fremtidig kategoriutvikling. For å bedre forstå hvorvidt oversettelses- og tilpasningsproblematikk er global, eller nasjonalt betinget (Hoover et al., 2014; Letendre et al., 2001), legger avhandlingens første delstudie grunnlag for flere studier hvor oversettelsesproblematikk studeres på kryss av land (Ng et al., 2012). Viktige spørsmål for fremtidig forskning er hvorvidt undervisningsarbeidets utfordringer er globale, samt om det er mulig å utvikle internasjonale retningslinjer for oversettelse og tilpasning av UKM-instrumentet (Delaney et al., 2008).

Studier av flervalgsrespons, sett i sammenheng med kvalitative data, gir grunnlag for å se på prosessen med å tilpasse et instrument for å få oppgaver av best mulig kvalitet som iterativ. Figur 4 (art. 2, s. 397) kan brukes som modell. For å studere om et større antall lærere og andre (IRT)modeller gir andre resultater, vil et neste steg bli å prøve ut UKM-instrumentet med et større antall lærere – nasjonalt i samarbeid med våre politikere(?) (kap 1.1) – og andre typer kvantitative analyser. Å inkludere kognitive intervjuer vil gi grunnlag for en full validitetsstudie (kap. 3.3) – som fortsatt mangler i en norsk skolekontekst. Slike validitetsstudier bør i stor grad fokusere på de typer kunnskap UKM-oppgavene gir innsikt i. Flere respondenter vil gi mulighet til å gjennomføre faktoranalyser slik at instrumentets reliabilitet kan studeres utover indre konsistens (kap. 3.2).

Et fokus på kunnskap målt og studert utenfor undervisningskonteksten er en svakhet med denne studien, da eksempelvis deler av læreres kunnskap ses på som taus (f.eks., Brown & McIntyre, 1993) (kap. 2.1.4). I tillegg finnes det studier hvis resultater tyder på at matematikklæreres kunnskap i undervisningskonteksten er bedre enn kunnskapen de viser utenfor konteksten, eksempelvis i intervjuer (f.eks., Hodgen, 2011). Studier av læreres undervisningsarbeid er følgelig av betydning for i fremtiden å utvikle oppgaver med utgangspunkt i en norsk skolekontekst og for å studere om det er sammenheng mellom læreres UKM målt med UKM-instrumentet og undervisningskvalitet

Diskusjon

(kap. 3.1 og 3.3). Her kan en starte med hva norske lærere vet og gjør, identifisere utfordringer i deres undervisningsarbeid (fig. 2.3) for å forstå nyansene i utfordringer (tab. 6.1), og utvikle instrumenter basert på dette. Om resultatene ses i sammenheng med studier av norsk læreplan, læremidler og matematikkundervisning, kan en finne om årsaker til at oppgaver eksempelvis endrer vanskegrad (art. 2) kan ligge der (Ng et al., 2012). Fremtidige studier av læreplan og læremidler vil også gi bedre forståelse for nyanser i undervisningsarbeidets utfordringer (tab. 6.1).

Lærerne som deltok i delstudie 3, mener flervalgsformatet kompliserer. I fremtidig forskning blir det nødvendig å diskutere med et større antall lærere og gå mer i dybden for å finne ut om, og eventuelt hvorfor, formatet kompliserer. Det blir også av betydning å revurdere den utstrakte bruken av svaralternativet «Jeg er ikke sikker» i UKM-oppgavene (delstudie 6) for å finne svar på om utfordringene ligger andre steder enn i formatet. Lav UKM? Oversettelse og oppgavenes kvalitet?

I fremtidige studier blir det viktig å sammenligne skriftlige refleksjoner med kognitive intervjuer og andre typer respons (f.eks., åpne matematikkoppgaver). Det blir også av betydning å studere UKM-rammeverkets kunnskapskomponenter (kap. 2.2.3), de utfordringer rammeverket bygger på (fig. 2.3), og operasjonaliseringen i UKM-oppgaver. Om det ikke er klare skillelinjer mellom komponentene (Kaarstein, 2014a), må fremtidige instrumenter utvikles for å måle og studere kunnskap som er mer integrert (Beswick et al., 2012). Mer forskning må til for å spesifisere «boundaries of the construct domain to be assessed» (Messick, 1995, s. 745).

På tross av deltakelse av et relativt lavt antall lærere (n=30) i delstudiene 4, 5 og 6, gir det skriftlige materialet et godt grunnlag for å utforske lærernes skriftlige refleksjoner i dybden (kap. 4.1). Resultatene er verdt å følge opp i videre studier. Resultatene indikerer at bruk av

Diskusjon

flervalgsoppgavene sammen med skriftlige refleksjoner gjør at vi får et mer helhetlig bilde av læreres UKM. Baksiden av medaljen er at datamaterialet blir vanskeligere å analysere, og spørsmålet om hvorvidt ulike typer spørsmål måler det samme, må tas med i betraktningen. Jeg argumenterer imidlertid for at det er relevant å legge til skriftlige refleksjoner slik som i denne studien, ikke minst hvis ulike typer kunnskap (Tchoshanov, 2011) er avgjørende for undervisningskvalitet. Dette blir spesielt viktig som del av et arbeid med å øke kvaliteten på UKM-oppgavene mot oppgaver hvor instrumentell forståelse/Type 1 kunnskap blir underordnet relasjonsforståelse/Type 2 kunnskap (art. 5 og 6). Videre forskning er nødvendig for å finne ut om de samme tendensene finnes i større populasjoner av lærere, og i flere sett av UKM-oppgaver.

Denne studien belyser, med bakgrunn i studier av hvilke utfordringer og muligheter en møter når UKM-instrumentet skal tilpasses og brukes i en norsk skolekontekst, hva en kan lære om læreres UKM ved å ta i bruk UKM-instrumentet. Studien legger i så måte et grunnlag for fremtidige studier i andre kontekster. Jeg vil imidlertid påpeke at andre forskningsspørsmål stilt, andre teoretiske ståsted, eller andre analytiske tilnærminger kunne, med det samme empiriske materialet, fortelle andre historier (kap. 4.5). Slike tilnærminger kan også være utgangspunkt for videre studier.

7 Referanser

- Adams, R. (2005). PISA 2003 technical report. Organization for economic co-operation and development Lastet ned fra <http://www.oecd.org/dataoecd/49/60/35188570.pdf>.
- Adler, J. (2000). Social practice theory and mathematics teacher education: A conversation between theory and practice. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 8(3), 31–53.
- Adler, J. & Davis, Z. (2011). Modelling teaching in mathematics teacher education and the constitution of mathematics for teaching. I T. Rowland & K. Ruthven (red.), *Mathematical knowledge in teaching* (s. 139–160). London: Springer.
- Alonzo, A. C. (2007). Challenges of simultaneously defining and measuring knowledge for teaching. *Measurement: Interdisciplinary Research and Perspectives*, 5(2-3), 131–208.
- Anderson-Levitt, K. (2012). Translating as nudging teachers toward «best practice». *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 44(3), 445–448.
- Andrews, P. (2011). The cultural location of teachers' mathematical knowledge: Another hidden variable in mathematics education research? I T. Rowland & K. Ruthven (red.), *Mathematical knowledge in teaching* (s. 99–118). London: Springer.
- Ary, D., Jacobs, L. C. & Razavieh, A. (1996). *Introduction to research in education* (5. utg.). Orlando: Holt, Rinehart and Winston, Inc.
- Askew, M. (2008). Mathematical discipline knowledge requirements for prospective primary teachers, and the structure and teaching approaches of programs designed to develop that knowledge. I P. Sullivan & T. Wood (red.), *Knowledge and beliefs in mathematics teaching and teaching development* (vol. 1, s. 13–35). Rotterdam: Sense Publishers.
- Askew, M., Brown, M., Rhodes, V., Wiliam, D. & Johnson, D. (1997). *Effective teachers of numeracy: Report of a study carried out for the Teacher Training Agency*. London: King's College, University of London.
- Baker, F. B. (2001). *The basics of item response theory*. USA: ERIC Clearinghouse on Assessment and Evaluation.

Referanser

- Ball, D. L. & Bass, H. (2003). Toward a practice-based theory of mathematical knowledge for teaching. I B. Davis & E. Simmt (red.), *Proceedings of the 2002 Annual meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group* (s. 3–14). Edmonton, AB: CMESG/GCEDM.
- Ball, D. L. & Bass, H. (2009). *With an eye on the mathematical horizon: Knowing mathematics for teaching to learners' mathematical futures*. Paper presentert på The 2009 Curtis Center Mathematics and Teaching Conference, University of California at Los Angeles, Department of Mathematics.
- Ball, D. L. & Hill, H. C. (2008). Mathematical knowledge for teaching (MKT) measures. Mathematics released items 2008. Lastet ned fra http://sitemaker.umich.edu/lmt/files/LMT_sample_items.pdf.
- Ball, D. L., Lubienski, S. T. & Mewborn, D. S. (2001). Research on teaching mathematics: The unsolved problem of teachers' mathematical knowledge. I V. Richardson (red.), *Handbook of research on teaching* (4. utg., s. 433–456). New York, NY: Macmillan.
- Ball, D. L., Thames, M. H. & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389–407.
- Barwell, R. (2013). Discursive psychology as an alternative perspective on mathematics teacher knowledge. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 45(4), 595–606.
- Bauersfeld, H. (1995). The structuring of the structures: Development and function of mathematizing as a social practice. I L. P. Steffe & J. Gale (red.), *Constructivism in education* (s. 137–158). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Baumert, J. & Kunter, M. (2013a). The COACTIV model of teachers' professional competence. I M. Kunter, J. Baumert, W. Blum, U. Klausman, S. Krauss & M. Neubrand (red.), *Cognitive activation in the mathematics classroom and professional competence of teachers* (s. 25–48). Dordrecht: Springer.
- Baumert, J. & Kunter, M. (2013b). The effect of content knowledge and pedagogical content knowledge on instructional quality and student achievement. I M. Kunter, J. Baumert, W. Blum, U. Klausman, S. Krauss & M. Neubrand (red.), *Cognitive*

Referanser

- activation in the mathematics classroom and professional competence of teachers* (s. 175–205). Dordrecht: Springer.
- Baumert, J., Kunter, M., Blum, W., Brunner, M., Voss, T., Jordan, A., . . . Tsai, Y.-M. (2010). Teachers' mathematical knowledge, cognitive activation in the classroom and student progress. *American Educational Research Journal*, 47(1), 133–180.
- Begle, E. G. (1979). *Critical variables in mathematics education: Findings from a survey of the empirical literature*. Washington DC: National Council of Teachers of Mathematics and Mathematical Association of America.
- Berg, B. L. & Lune, H. (2012). *Qualitative research methods for the social sciences* (8. utg.). Essex: Pearson Education Inc.
- Beswick, K. (2007). Teachers' beliefs that matter in secondary mathematics classrooms. *Educational Studies in Mathematics*, 65(1), 95–120.
- Beswick, K. (2011). Knowledge/beliefs and their relationship to emotion. I K. Kislenko (red.), *Current state of research on mathematical beliefs XVI: Proceedings of the MAVI-16 conference June 26-29, 2010* (s. 43–59). Tallinn: Institute of Mathematics and Natural Sciences, Tallinn University.
- Beswick, K. (2012). Teachers' beliefs about school mathematics and mathematicians' mathematics and their relationship to practice. *Educational Studies in Mathematics*, 79(1), 127–147.
- Beswick, K., Callingham, R. & Watson, J. (2012). The nature and development of middle school mathematics teachers' knowledge. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 15(2), 131–157.
- Bjuland, R. (2004). Student teachers' reflections on their learning process through collaborative problem solving in geometry. *Educational Studies in Mathematics*, 1-3(55), 199–225.
- Blunk, M. & Hill, H. C. (2007). *The mathematical quality of instruction (MQI) video coding tool: Results from validation and scale building*. Paper presentert på American Educational Association Annual Conference, Chicago, IL.
- Blömeke, S. & Delaney, S. (2012). Assessment of teacher knowledge across countries: A review of the state of research. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 44(3), 223–247.

Referanser

- Blömeke, S., Hsieh, F. J., Kaiser, G. & Schmidt, W. H. (red.). (2014). *International perspectives on teacher knowledge, beliefs and opportunities to learn. TEDS-M results*. Dordrecht: Springer.
- Boge, M. E. (2013). *Læreres oppfatninger om undervisningskunnskap i matematikk knyttet til definisjoner*. Upublisert masteroppgave, Universitetet i Stavanger, Stavanger.
- Boodoo, G. M. (1993). Performance assessments or multiple choice? *Educational Horizons*, 72(1), 55–56.
- Borko, H., Eisenhart, M. A., Brown, C. A., Underhill, R. G., Jones, C. D. & Agard, P. (1992). Learning to teach hard mathematics: Do novice teachers and their instructors give up too easily? *Journal for Research in Mathematics Education*, 23(3), 194–222.
- Borsboom, D. (2005). *Measuring the mind: Conceptual issues in contemporary psychometrics*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Brekke, G. (1995). *Introduksjon til diagnostisk undervisning i matematikk*. Oslo: Læringscenteret.
- Brown, S. A. & McIntyre, D. (1993). *Making sense of teaching*. Buckingham: Open University Press.
- Bryman, A. (2004). *Social research methods* (2. utg.). New York, NY: Oxford University Press Inc.
- Buehl, M. M. & Fives, H. (2009). Exploring teachers' beliefs about teaching knowledge: Where does it come from? Does it change? *The Journal of Experimental Education*, 77(4), 367–408.
- Burgess, T. (2009). Statistical knowledge for teaching: Exploring it in the classroom. *For the Learning of Mathematics*, 29(3), 18–21.
- Carpenter, T. P., Franke, M. L. & Levi, L. (2003). *Thinking mathematically: Integrating arithmetic and algebra in elementary school*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Cavanagh, S. (1997). Content analysis: Concepts, methods and applications. *Nurse Researcher*, 4(3), 5–16.
- Chapman, O. (2013). Investigating teachers' knowledge for teaching mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 16(4), 237–243.
- Charalambous, C. Y. & Hill, H. C. (2012). Teacher knowledge, curriculum materials, and quality of instruction: Unpacking a complex relationship. *Journal of Curriculum Studies*, 44(4), 443–466.

Referanser

- Clements, D. H. & Sarama, J. (2014). *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach* (2. utg.). New York, NY: Routledge.
- Cobb, P. (2007). Putting philosophy to work. I F. K. Lester (red.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (vol. 1, s. 3–38). Charlotte, NC: Information Age Publishing Inc.
- Cobb, P., Wood, T. & Yackel, E. (1990). Classrooms as learning environments for teachers and researchers. I R. Davis, B., C. A. Maher & N. Noddings (red.), *Constructivist views on the teaching and learning of mathematics. Journal for Research in Mathematics Education. Monograph Number 4* (s. 125–146). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Cole, Y. (2011). *Mathematical knowledge for teaching: Exploring its transferability and measurement in Ghana*. Upublisert doktorgradsavhandling, University of Michigan, Ann Arbor.
- Cole, Y. (2012). Assessing elemental validity: The transfer and use of mathematical knowledge for teaching measures in Ghana. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 44(3), 415–426.
- Colucci, E. (2007). «Focus groups can be fun»: The use of activity-oriented questions in focus group discussions. *Qualitative Health Research*, 17(10), 1422–1433.
- Confrey, J. (1990). What constructivism implies for teaching. I R. B. Davis, C. A. Maher & N. Noddings (red.), *Journal for Research in Mathematics Education. Monograph Number 4* (s. 107–102). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Confrey, J. (1995). How compatible are radical constructivism, sociocultural approaches, and social constructivism? I L. P. Steffe & J. Gale (red.), *Constructivism in education* (s. 185–225). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Confrey, J. (2000). Leveraging constructivism to apply to systematic reform. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 8(3), 7–30.
- Confrey, J. & Kazak, S. (2006). A thirty-year reflection on constructivism in mathematics education in PME. I A. Gutierrez & P. Boero (red.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future*. Rotterdam: Sense Publishers (s. 305–345).

Referanser

- Copur-Gencturk, Y. & Lubienski, S. (2013). Measuring mathematical knowledge for teaching: A longitudinal study using two measures. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 16(3), 211–236.
- Creswell, J. W. (2014). *Research design. Qualitative, quantitative, & mixed methods approaches* (4. utg.). Los Angeles, CA: Sage Publishers Ltd.
- Daniels, H. (2001). *Vygotsky and pedagogy*. London: Routledge Falmer.
- Darling-Hammond, L. (2000). Teacher quality and student achievement. *Education Policy Analysis Archives*, 8(1). Lastet ned fra <http://epaa.asu.edu/ojs/article/view/392/515>.
- Darling-Hammond, L. & Bransford, J. (red.). (2005). *Preparing teachers for a changing world. What teachers should learn and be able to do*. San Francisco, CA: Jossey-Bass.
- Davis, B. & Simmt, E. (2006). Mathematics-for-teaching: An ongoing investigation of the mathematics that teachers (need to) know. *Educational Studies in Mathematics*, 61(3), 293–319.
- Delaney, S. (2008). *Adapting and using U.S. measures to study Irish teachers' mathematical knowledge for teaching*. Upublisert doktorgradsavhandling, University of Michigan, Ann Arbor.
- Delaney, S. (2012). A validation study of the use of mathematical knowledge for teaching measures in Ireland. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 44(3), 427–441.
- Delaney, S., Ball, D. L., Hill, H. C., Schilling, S. G. & Zopf, D. (2008). «Mathematical knowledge for teaching»: Adapting U.S. measures for use in Ireland. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11(3), 171–197.
- Downing, S. M. (2006). Twelve steps for effective test development. I S. M. Downing & T. M. Haladyna (red.), *Handbook of test development* (s. 3–25). London: Lawrence Erlbaum.
- Drageset, O. G. (2009). Exploring mathematical knowledge for teaching. I M. Tzekaki, M. Kaldrimidou & C. Sakonidis (red.), *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (vol. 1, s. 473–480). Thessaloniki: PME.

Referanser

- Drageset, O. G. (2010). The interplay between the beliefs and the knowledge of mathematics teachers. *Mathematics Teacher Education and Development*, 12(1), 30–49.
- Drageset, O. G. (2012). *Mathematics teachers' knowledge, beliefs and communication*. Doktorgradsavhandling, Universitetet i Oslo, Oslo.
- Döhrmann, M., Kaiser, G. & Blömeke, S. (2012). The conceptualisation of mathematics competencies in the international teacher education study TEDS-M. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 44(3), 325–340.
- Edwards, M. C. (2009). An introduction to Item Response Theory using the need for cognition scale. *Social and Personality Psychology Compass*, 3(4), 507–529.
- Elbaz, F. (1983). *Teacher thinking. A study of practical knowledge*. New York, NY: Nichols Publishing Company.
- Embretson, S. E. (2007). Construct validity: A universal validity system or just another test evaluation procedure? *Educational Researcher*, 36(8), 449–455.
- Enge, O. & Valenta, A. (2010). Utvikling av matematikklærerkompetansen hos studenter i allmennlærerutdanningen. *Tidsskriftet FoU i Praksis*, 4(3), 61–77.
- Engelhard, G. & Sullivan, R. K. (2007). Re-conceptualizing validity within the context of a new measure of mathematical knowledge for teaching. *Measurement*, 5(2-3), 142–156.
- Eraut, M. (2000). Non-formal learning and tacit knowledge in professional work. *British Journal of Educational Psychology*, 70(1), 113–136.
- Ernest, P. (1991). *The philosophy of mathematics education*. London: The Falmer Press.
- Ernest, P. (2006). Reflections on theories of learning. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 38(1), 3–8.
- Ertesvåg, F. (2013, 5. desember). Norske lærere på bunnen i mattepåfyll. Nå vil Erna Solberg kartlegge lærernes matematikk-nivå, *VG Nett*.
- Espeland, H., Goodchild, S. & Grevholm, B. (2008). Challenges faced by those working towards co-learning agreement. I C. Winsløw

Referanser

- (red.), *Proceedings from NORMA08: Nordic Research in Mathematics Education* (s. 81–88). Rotterdam: Sense Publishers.
- Fauskanger, J. (2012a). «For norske lærere har stort sett en algoritme» - om undervisningskunnskap i matematikk. I F. Rønning, R. Diesen, H. Hoveid & I. Pareliussen (red.), *FoU i Praksis 2011. Rapport fra konferanse om praksisrettet FoU i lærerutdanning* (s. 129–141). Trondheim: Tapir Akademisk Forlag.
- Fauskanger, J. (2012b). *Teachers' epistemic beliefs about HCK*. Paper presentert på The 12th International Congress on Mathematics Education (ICME 12), COEX Seoul, Korea.
- Fauskanger, J. (2013). Teachers' epistemic beliefs about mathematical knowledge for teaching two-digit multiplication. I M. S. Hannula, P. Portaankorva-Koivisto, A. Laine & L. Näveri (red.), *Current state of research on mathematical beliefs XVIII: Proceedings of the MAVI-18 conference, September 12-15, 2012* (s. 271–284). Helsinki: University of Helsinki.
- Fauskanger, J. (i review). Challenges in measuring teachers' knowledge.
- Fauskanger, J., Bjuland, R. & Mosvold, R. (2010). «Eg kan jo multiplikasjon, men ka ska eg gjørr?» - det utfordrende undervisningsarbeidet i matematikk. I T. Løkensgard Hoel, G. Engvik & B. Hanssen (red.), *Ny som lærer – sjansespill og samspill* (s. 99–114). Trondheim: Tapir Akademisk Forlag.
- Fauskanger, J., Jakobsen, A., Mosvold, R. & Bjuland, R. (2012). Analysis of psychometric properties as part of an iterative adaptation process of MKT items for use in other countries. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 44(2), 387–399.
- Fauskanger, J. & Mosvold, R. (2010). Undervisningskunnskap i matematikk: Tilpasning av en amerikansk undersøkelse til norsk, og læreres opplevelse av undersøkelsen. *Norsk Pedagogisk Tidsskrift*, 94(2), 112–123.
- Fauskanger, J. & Mosvold, R. (2012). «Wrong, but still right». Teachers reflecting on MKT items. I L. R. Van Zoest, J.-J. Lo & J. L. Kratky (red.), *Proceedings of the 34th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the*

Referanser

- Psychology of Mathematics Education* (s. 423–429). Kalamazoo, MI: Western Michigan University.
- Fauskanger, J. & Mosvold, R. (2013a). «Det ligger jo i bunn for alt» – om læreres oppfatning av undervisningskunnskap knyttet til posisjonssystemet. I I. Pareliussen, B. B. Moen, R. A. Beate & T. Solhaug (red.), *FoU i praksis 2012 conference proceedings* (s. 86–93). Trondheim: Akademika Forlag.
- Fauskanger, J. & Mosvold, R. (2013b). Teachers' mathematical knowledge for teaching equality. I A. M. Lindmeier & A. Heinze (red.), *Proceedings of the 37th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (vol. 2, s. 289–296). Kiel: PME.
- Fauskanger, J. & Mosvold, R. (2014a). Innholdsanalysens muligheter i utdanningsforskning. *Norsk Pedagogisk Tidsskrift*, 98(2), 127–139.
- Fauskanger, J. & Mosvold, R. (2014b). Studying teachers' knowledge by the use of multiple-choice items. The case of «I'm not sure». *Nordic Studies in Mathematics Education*, 19(3-4), 41–55.
- Fauskanger, J. & Mosvold, R. (i trykk). The difficulty of measuring types of mathematics teachers' knowledge. Kommer i *Proceedings of NORMA 14, The seventh Nordic Conference on Mathematics Education*. Turku: NORMA.
- Fauskanger, J. & Mosvold, R. (i review). Why are Laura and Jane «not sure»?
- Fauskanger, J., Mosvold, R., Bjuland, R. & Jakobsen, A. (2011). Does the format matter? How the multiple-choice format might complicate the MKT items. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 16(4), 45–67.
- Fennema, E. & Franke, M. L. (1992). Teachers' knowledge and its impact. I D. A. Grouws (red.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (s. 147–164). New York, NY: MacMillan.
- Fennema, E., Franke, M. L., Carpenter, T. P. & Carey, D. A. (1993). Using children's mathematical knowledge in instruction. *American Educational Research Journal*, 30(3), 403–434.
- Fives, H. & Buehl, M. M. (2008). What do teachers believe? Developing a framework for examining beliefs about teachers'

Referanser

- knowledge and ability. *Contemporary Educational Psychology*, 33(2), 134–176.
- Forgasz, H. J. & Leder, G. C. (2008). Beliefs about mathematics and mathematics teaching. I P. Sullivan & T. Wood (red.), *The international handbook of mathematics teacher education* (vol. 1, s. 173–192). Rotterdam: Sense Publishers.
- Foster, C. (2011). Peripheral mathematical knowledge. *For the Learning of Mathematics*, 31(3), 24–26.
- Fraenkel, J. R. & Wallen, N. E. (2006). *How to design and evaluate research in education* (6. utg.). New York, NY: McGraw-Hill.
- Furinghetti, F. & Pehkonen, E. (2002). Rethinking characterizations of beliefs. I G. C. Leder, E. Pehkonen & G. Törner (red.), *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?* (s. 39–57). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Gall, M. G., Gall, J. P. & Borg, W. R. (2007). *Educational research. An introduction* (8. utg.). New York, NY: Pearson Education, Inc.
- Givvin, K. B., Hiebert, J., Jacobs, J. K., Hollingsworth, H. & Gallimore, R. (2005). Are there national patterns of teaching? Evidence from the TIMSS 1999 Video Study. *Comparative Education Review*, 49(3), 311–343.
- Graeber, A. & Tirosh, D. (2008). Pedagogical content knowledge. Useful concept or elusive notion. I P. Sullivan & T. Wood (red.), *Knowledge and beliefs in mathematics teaching and teaching development* (s. 117–132). Rotterdam: Sense Publishers.
- Grønmo, L. S. & Bergem, O. K. (2009). Prestasjoner i matematikk. I L. S. Grønmo & T. Onstad (red.), *Tegn til bedring. Norske elevers prestasjoner i matematikk og naturfag i TIMSS 2007* (s. 49–111). Oslo: Unipub.
- Grønmo, L. S. & Onstad, T. (red.). (2012). *Mange og store utfordringer. Et nasjonalt og internasjonalt perspektiv på utdanning av lærere i matematikk basert på data fra TEDS-M 2008*. Oslo: Unipub.
- Grønmo, L. S., Onstad, T., Nilsen, T., Hole, A., Aslaksen, H. & Borge, I. C. (2012). *Framgang, men langt fram. Norske elevers prestasjoner i matematikk og naturfag i TIMSS 2011*. Oslo: Akademika Forlag.

Referanser

- Guest, G., Bunce, A. & Johnson, L. (2006). How many interviews are enough?: An experiment with data saturation and variability. *Field Methods*, 18(1), 59–82.
- Haertel, E. (2004). Interpretive argument and validity argument for certification testing: Can we escape the need for psychological theory? *Measurement: Interdisciplinary Research and Perspectives*, 2(3), 175–178.
- Haladyna, T. M. (2004). *Developing and validating multiple-choice test items* (3. utg.). New York, NY: Lawrence Earlbaum Associates Inc.
- Hambleton, R. K. (2012). Commentary on papers to investigate the international assessment of mathematical knowledge for teaching. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 44(3), 449–452.
- Hattie, J. (2009). *Visible learning: A synthesis of over 800 meta-analyses relating to achievement*. New York, NY: Routledge.
- Heiberg Solem, I. & Hovik, E. K. (2012). «36 er et oddetall» – Aspekter ved undervisningskunnskap i matematikk på barnetrinnet. *Tidsskriftet FoU i praksis*, 6(1), 47–60.
- Hersh, R. (1998). *What is mathematics, really?* London: Vintage.
- Hiebert, J. (1992). Reflection and communication: Cognitive considerations in school mathematics reform. *International Journal of Educational Research*, 17(5), 439–456.
- Hiebert, J., Gallimore, R., Garnier, H., Givvinkaren, B., Hollingsworth, H., Jacobs, J., . . . Stigler, J. (2003). *Teaching mathematics in seven countries – results from the TIMSS 1999 video study*. Washington, DC: National Center for Education Statistics (NCES), US Department of Education.
- Hiebert, J., Gallimore, R. & Stigler, J. W. (2002). A knowledge base for the teaching profession: What would it look like and how can we get one? *Educational Researcher*, 31(5), 3–15.
- Hiebert, J. & Grouws, D. (2007). The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. I F. Lester (red.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (s. 371–404). Greenwich, CT: Information Age Publishing.
- Hill, H. C. (2007a). Introduction to MKT scales. Mathematical Knowledge for Teaching (MKT) measures. University of Michigan.

Referanser

- Hill, H. C. (2007b). Technical report on number and operations content knowledge items – 2001-2006. Ann Arbor: University of Michigan, Learning Mathematics for Teaching project.
- Hill, H. C. (2010). The nature and predictors of elementary teachers' mathematical knowledge for teaching. *Journal for Research in Mathematics Education*, 41(5), 513–545.
- Hill, H. C. & Ball, D. L. (2004). Learning mathematics for teaching: Results from California's Mathematics Professional Development Institutes. *Journal for Research in Mathematics Education*, 35(5), 330–351.
- Hill, H. C., Ball, D. L., Bass, H., Blunk, M., Brach, K., Charalambous, C. Y., . . . Zopf, D. (2011). Measuring the mathematical quality of instruction. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 14(1), 25–47.
- Hill, H. C., Ball, D. L., Blunk, M., Goffney, I. M. & Rowan, B. (2007). Validating the ecological assumption: The relationship of measure scores to classroom teaching and student learning. *Measurement: Interdisciplinary Research and Perspectives*, 5(2-3), 107–118
- Hill, H. C., Ball, D. L. & Schilling, S. G. (2008). Unpacking «pedagogical content knowledge»: Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39(4), 372–400.
- Hill, H. C., Blunk, M., Charalambous, C. Y., Lewis, J. M., Phelps, G., Sleep, L. & Al., E. (2008). Mathematical knowledge for teaching and the mathematical quality of instruction: An exploratory study. *Cognition and Instruction*, 26(4), 430–511.
- Hill, H. C. & Charalambous, C. Y. (2012). Teacher knowledge, curriculum materials, and quality of instruction: Lessons learned and open issues. *Journal of Curriculum Studies*, 44(4), 559–576.
- Hill, H. C., Dean, C. & Goffney, I. M. (2007). Assessing elemental and structural validity: Data from teachers, non-teachers, and mathematicians. *Measurement: Interdisciplinary Research and Perspectives*, 5(2-3), 81–92.

Referanser

- Hill, H. C., Kapitula, L. & Umland, K. (2011). A validity argument approach to evaluating teacher value-added scores. *American Educational Research Journal*, 48(3), 794–831.
- Hill, H. C., Rowan, B. & Ball, D. L. (2005). Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement. *American Educational Research Journal*, 42(2), 371–406.
- Hill, H. C., Schilling, S. G. & Ball, D. L. (2004). Developing measures of teachers' mathematical knowledge for teaching. *The Elementary School Journal*, 105(1), 11–30.
- Hill, H. C., Sleep, L., Lewis, J. M. & Ball, D. L. (2007). Assessing teachers' mathematical knowledge. What knowledge matters and what evidence counts? I F. Lester (red.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (s. 111–156). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Hill, H. C., Umland, K., Litke, E. & Kapitula, L. R. (2012). Teacher quality and quality teaching: Examining the relationship of a teacher assessment practice. *American Journal of Education*, 118(4), 489–519.
- Hodgen, J. (2011). Knowing and identity: A situated theory of mathematics knowledge in teaching. I T. Rowland & K. Ruthven (red.), *Mathematical knowledge in teaching* (s. 27–42). London: Springer.
- Hoover, M., Mosvold, R. & Fauskanger, J. (2014). Common tasks of teaching as a resource for measuring professional content knowledge internationally. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 19(3-4), 7–20.
- Hsieh, H.-F. & Shannon, S. E. (2005). Three approaches to qualitative content analysis. *Qualitative Health Research*, 15(9), 1277–1288.
- Hundeland, P. S. (2010). *Matematikklærerens kompetanse: En studie av hva lærerne på videregående trinn vektlegger i sin matematikkundervisning*. Doktorgradsavhandling, Universitetet i Agder: Kristiansand.
- Jakobsen, A., Fauskanger, J., Mosvold, R. & Bjuland, R. (2011). Comparison of item performance in a Norwegian study using US developed mathematical knowledge for teaching measures. I M. Pytlak, T. Rowland & E. Swoboda (red.), *Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in*

Referanser

- Mathematics Education* (s. 1802–1811). Rzeszów: European Society for Research in Mathematics.
- Jakobsen, A., Thames, M. H. & Ribeiro, C. M. (2013). Delineating issues related to horizon content knowledge for mathematics teaching. I B. Ubuz, Z. Hazer & M. A. Mariotti (red.), *Proceedings of the Eight Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (s. 3125–3134). Antalya: European Society for Research in Mathematics.
- Jaworski, B. (1994). *Investigating mathematics teaching. A constructivist enquiry*. London: The Falmer Press.
- Jaworski, B. (2000). Social constructivism, social practice theory and sociocultural theory: Relevance and rationalisations in mathematics education. Detail, reflection and synthesis. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 8(3), 73–110.
- Jóhannsdóttir, B. & Gísladóttir, B. (2014). Exploring the mathematical knowledge of prospective elementary teachers in Iceland using the MKT measures. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 19(3-4), 21–40.
- Kaarstein, H. (2014a). A comparison of three frameworks for measuring knowledge for teaching mathematics. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 19(1), 23–52.
- Kaarstein, H. (2014b). Norwegian mathematics teachers' and educational researchers' perception of MPCK items used in the TEDS-M study. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 19(3-4), 57–82.
- Kane, M. T. (2004). Certification testing as an illustration of argument-based validation. *Measurement: Interdisciplinary Research and Perspectives*, 2(3), 135–170.
- Kane, M. T. (2006). Validation. I R. L. Brennan (red.), *Educational Measurement* (4. utg., s. 17–64). Santa Barbara: Greenwood Publishing Group.
- Kaplan, R. M. & Saccuzzo, D. P. (2010). *Psychological testing: Principles, applications, and issues* (8. utg.). Belmont, CA: Wadsworth, Cengage Learning.
- Kersting, N. B., Givvin, K. B., Sotelo, F. L. & Stigler, J. W. (2010). Teachers' analyses of classroom video predict student learning of mathematics: Further explorations of a novel measure of

Referanser

- teacher knowledge. *Journal of Teacher Education*, 61(1-2), 172–181.
- Kersting, N. B., Givvin, K. B., Thompson, B. J., Santagata, R. & Stigler, J. W. (2012). Measuring usable knowledge: Teachers' analyses of mathematics classroom videos predict teaching quality and student learning. *American Educational Research Journal*, 49(3), 568–589.
- Kjærnsli, M. & Olsen, R. V. (red.). (2013). *Fortsatt en vei å gå. Norske elevers kompetanse i matematikk, naturfag og lesing i PISA 2012*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Klemp, T. (2013). Refleksjon – hva er det, og hvilken betydning har den i utdanning til profesjonell lærerpraksis? *Uniped*, 36(1), 42–58.
- Koellner, K., Jacobs, J., Borko, H., Schneider, C., Pittman, M. E., Eiteljorg, E., . . . Frykholm, J. (2007). The problem-solving cycle: A model to support the development of teachers' professional knowledge. *Mathematical Thinking and Learning*, 9(3), 273–303.
- Kreuger, R. A. (1998a). *Developing questions for focus groups. Focus group kit 3*. Thousand Oaks, CA: Sage Publishers Ltd.
- Kreuger, R. A. (1998b). *Moderating focus groups. Focus group kit 4*. Thousand Oaks, CA: Sage Publishers Ltd.
- Kunnskapsdepartementet. (2006). Forskningsetikkloven. Lov om behandling av etikk og redelighet i forskning. Lastet ned fra <http://www.lovdatab.no/all/hl-20060630-056.html>.
- Kunnskapsdepartementet. (2008). *St.meld. nr 31 (2007-2008). Kvalitet i skolen*. Oslo: Kunnskapdepartementet.
- Kunnskapsdepartementet. (2010). Nasjonale retningslinjer for grunnskolelærerutdanningen 1. - 7. trinn. Oslo: Kunnskapsdepartementet.
- Kunter, M., Baumert, J., Blum, W., Klausman, U., Krauss, S. & Neubrand, M. (red.). (2013). *Cognitive activation in the mathematics classroom and professional competence of teachers*. Dordrecht: Springer.
- Kunter, M., Klusmann, U., Baumert, J., Richter, D., Voss, T. & Hachfeld, A. (2013). Professional competence of teachers: Effects on instructional quality and student development. *Journal of Educational Psychology*, 105(3), 805–820.

Referanser

- Kvale, S. & Brinkmann, S. (2009a). *Det kvalitative forskningsintervju* (2. utg.). Oslo: Gyldendal Akademisk.
- Kvale, S. & Brinkmann, S. (2009b). *InterViews. Learning the craft of qualitative research interviewing* (2. utg.). London: Sage Publishers Ltd.
- Kwon, M. (2009). *Validating the adapted MKT measures in Korea*. Paper presentert på Annual Meeting of the American Educational Research Association, San Diego, California.
- Kwon, M., Thames, M. H. & Pang, J. (2012). To change or not to change: Adapting mathematical knowledge for teaching (MKT) measures for use in Korea. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 44(3), 371–385.
- Lagerstrøm, B. O. (2007). *Kompetanse i grunnskolen. Hovedresultater 2005/2006*. Oslo-Kongsvinger: Statistisk sentralbyrå.
- Lankshear, C. & Knobel, M. (2004). *A handbook for teacher research: From design to implementation*. Berkshire: Open University Press.
- Lawrenz, F. & Toal, S. (2007). Commentary: A few tweaks to the toolkit. *Measurement: Interdisciplinary Research and Perspectives*, 5(2-3), 205–208.
- Leatham, K. R. (2006). Viewing mathematics teachers' beliefs as sensible systems. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9(1), 91–102.
- Lee, H.-S., Liu, O. L. & Linn, M. C. (2011). Validating measurement of knowledge integration in science using multiple-choice and explanation items. *Applied Measurement in Education*, 24(2), 115–136.
- Letendre, G. K., Baker, D. P., Akiba, M., Goesling, B. & Wiseman, A. (2001). Teachers' work: Institutional isomorphism and cultural variation in the U.S., Germany, and Japan. *Educational Researcher*, 30(6), 3–15.
- Lissitz, R. W. & Samuelsen, K. (2007). A suggested change in terminology and emphasis regarding validity and education. *Educational Researcher*, 36(8), 437–448.
- Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Referanser

- Ma, L. (2010). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States. Anniversary edition*. New York, NY: Routledge.
- Manizade, A. G. & Mason, M. M. (2011). Using Delphi methodology to design assessments of teachers' pedagogical content knowledge. *Educational Studies in Mathematics*, 76(2), 183–207.
- Marshall, J., Chinna, U., Nessay, P., Hok, U., Savoeyun, V., Tinon, S. & Veasna, M. (2009). Student achievement and education policy in a period of rapid expansion: Assessment data evidence from Cambodia. *International Review of Education*, 55(4), 393–413.
- Mayring, P. (2000). Qualitative content analysis. *Forum Qualitative Social Research*, 1(2). Lastet ned fra <http://www.utsoc.utoronto.ca/~kmacd/IDSC10/Readings/text%20analysis/CA.pdf>.
- Mellin-Olsen, S. (1987). *The politics of mathematics education*. Dordrecht: Reidel.
- Messick, S. (1989). Validity. I L. Linn (red.), *Educational measurement* (3. utg., s. 13–103). New York, NY: American Council on Education and Macmillan.
- Messick, S. (1995). Validity of psychological assessment: Validation of inferences from persons' responses and performances as scientific inquiry into score meaning. *American Psychologist*, 50(9), 741–749.
- Meyer, J. W., Kamens, D. H. & Benavot, A. (1992). *School knowledge for the masses: World models and national primary curricular categories in the twentieth century*. Washington, DC: Falmer.
- Monk, D. H. (1994). Subject area preparation of secondary mathematics and science teachers and student achievement. *Economics of Education Review*, 13(2), 125–145.
- Morgan, D. L. (1998a). *The focus group guidebook. Focus group kit 1*. Thousand Oaks, CA: Sage Publishers Ltd.
- Morgan, D. L. (1998b). *Planning focus groups. Focus group kit 2*. Thousand Oaks, CA: Sage Publishers Ltd.
- Morris, A. K., Hiebert, J. & Spitzer, S. M. (2009). Mathematical knowledge for teaching in planning and evaluating instruction:

Referanser

- What can preservice teachers learn? *Journal for Research in Mathematics Education*, 40(5), 491–529.
- Mosvold, R. & Fauskanger, J. (2009). *Challenges of Translating and Adapting the MKT Measures for Norway*. Paper presentert på Annual Meeting of the American Educational Research Association, San Diego, California.
- Mosvold, R. & Fauskanger, J. (2012). Testing av matematikklærere. Nei takk, men ja til faglige diskusjoner. *Bedre skole*, (2), 52–55.
- Mosvold, R. & Fauskanger, J. (2013). Teachers' beliefs about mathematical knowledge for teaching definitions. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 8(2-3), 43–61.
- Mosvold, R. & Fauskanger, J. (i review). Kartlegging av læreres kunnskap er ikke enkelt.
- Mosvold, R., Fauskanger, J., Jakobsen, A. & Melhus, K. (2009). Translating test items into Norwegian - without getting lost in translation? *Nordic Studies in Mathematics Education*, 14(4), 101–123.
- Mosvold, R., Jakobsen, A. & Fauskanger, J. (i trykk). Adapted mathematical knowledge for teaching measures: Reliable, but still challenging! *Proceedings from Southern African Association for Research in Mathematics, Science and Technology Education*.
- Mullis, I. V. S., Martin, M. O. & Foy, P. (2008). TIMSS 2007 international mathematics report: Findings from IEA's Trends in International Mathematics and Science Study at the fourth and eighth grades. Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center, Lynch School of Education, Boston College.
- Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Ruddock, G. J., O'Sullivan, C. Y. & Preuschoff, C. (2009). *TIMSS 2011 assessment frameworks*. Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center, Lynch School of Education, Boston College.
- Murphy, K. P., Alexandre, P. A. & Muis, K. R. (2012). Knowledge and knowing: The journey from philosophy and psychology to human learning. I K. R. Harris, S. Graham, T. Urdan, C. B. McCormick, G. M. Sinatra & J. Sweller (red.), *APA educational psychology handbook* (vol. 1, s. 189–226). Washington, DC: American Psychological Association.

Referanser

- NESH. (2006). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi*. Oslo: De nasjonale forskningsetiske komiteer.
- Neuendorf, K. A. (2002). *The content analysis guidebook*. Thousand Oaks, CA: Sage Publishers Ltd.
- Ng, D. (2009). *Translating and adapting the mathematical knowledge for teaching (MKT) geometry measures for Indonesia*. Paper presentert på Annual Meeting of the American Educational Research Association, San Diego, California.
- Ng, D. (2012). Using the MKT measures to reveal Indonesian teachers' mathematical knowledge: Challenges and potentials. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 44(3), 401–413.
- Ng, D., Mosvold, R. & Fauskanger, J. (2012). Translating and adapting the mathematical knowledge for teaching (MKT) measures: The cases of Indonesia and Norway. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 9(1-2), 149–178.
- Nilssen, V. (2012). *Analyse i kvalitative studier. Den skrivende forskeren*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Niss, M. (2004). The danish «KOM» project and possible consequences for teacher education. I R. Strässer, G. Brandell, B. Grevholm & O. Helenius (red.), *Educating for the future. Proceedings of an international symposium on mathematics teacher education* (s. 79–190). Stockholm: The Royal Swedish Academy of Science.
- Noddings, N. (1990). Constructivism in mathematics education. I N. Noddings, R. B. Davis & C. A. Maher (red.), *Constructivist views on the teaching and learning of mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Nye, B., Konstantopoulos, S. & Hedges, L. V. (2004). How large are teacher effects? *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 26(3), 237–257.
- O'Reilly, M. & Parker, N. (2012). 'Unsatisfactory Saturation': A critical exploration of the notion of saturated sample sizes in qualitative research. *Qualitative Research*. doi: 10.1177/1468794112446106.

Referanser

- Olsen, R. V. (2010). Matematikk i PISA. I M. Kjærnsli & A. Roe (red.), *På rett spor. Norske elevers kompetanse i lesing, matematikk og naturfag i PISA 2009* (s. 138–158). Oslo: Universitetsforlaget.
- Onstad, T. & Grønmo, L. S. (2012). Rammeverk og metoder. I L. S. Grønmo & T. Onstad (red.), *Mange og store utfordringer. Et nasjonalt og internasjonalt perspektiv på utdanning av lærere i matematikk basert på data fra TEDS-M 2008* (s. 197–225). Oslo: UNIPUB.
- Op't Eynde, O., de Corte, E. & Verschaffel, L. (2002). Framing students' mathematics-related beliefs. I G. C. Leder, E. Pehkonen & G. Törner (red.), *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?* (s. 13–37). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Opsal, H. & Toppfol, A. K. (2011). Kven er det som skal vurdere om matematikklæraren har matematikklærarkompetanse? - Elevar og foreldre sitt syn på matematikk-lærarane. *Norsk pedagogisk tidsskrift*, 95(3), 185–196.
- Opsvik, F. & Skorpen, L. B. (2012). Om kvalitetar ved matematikkundervisning. I P. Haug (red.), *Kvalitet i opplæringa. Arbeid i grunnskulen observert og vurdert*. (s. 144–170). Oslo: Det Norske Samlaget.
- Opsvik, F. & Skorpen, L. B. (2014). Matematisk kvalitet i undervisning. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 19(3-4), 101–117.
- Osterlind, S. J. (1997). *Constructing test items: Multiple-choice, constructed-response, performance and other formats* (2. utg.). Hingham, MA: Kluwer Academic Publishers.
- Pallant, J. (2013). *SPSS Survival Manual* (5. utg.). London: Open University Press.
- Pehkonen, E. (2008). State-of-the-art in mathematical beliefs research. I M. Niss (red.), *ICME-10 Proceedings and Regular Lectures* (s. 1–14). Copenhagen: ICME-10.
- Petrou, M. & Goulding, M. (2011). Conceptualizing teachers' mathematical knowledge in teaching. I T. Rowland & K. Ruthven (red.), *Mathematical knowledge in teaching* (s. 9–25). London: Springer.

Referanser

- Phelps, G. & Schilling, S. G. (2004). Developing measures of content knowledge for teaching reading. *The Elementary School Journal*, 1(105), 31–48.
- Philipp, R. A. (2007). Mathematics teachers' beliefs and affect. I F. K. Lester (red.), *Second handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (s. 257–315). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Phillips, D. C. (1995). The good, the bad, and the ugly: The many faces of constructivism. *Educational Researcher*, 24(7), 5–12.
- Piaget, J. (1970). Piaget's theory. I P. H. Mussen (red.), *Carmichael's manual of child psychology* (3. utg., s. 703–733). New York, NY: Wiley.
- Postholm, M. B. (2004). Kvalitativ forskning på praksis. Fra opprinnelse til forskerfokus. *Norsk Pedagogisk Tidsskrift*, 88(1), 3–18.
- Postholm, M. B. (2010). *Kvalitativ metode. En innføring med fokus på fenomenologi, etnografi og kasusstudier*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Putnam, R. T., Heaton, R., Prawat, R. S. & Remillard, J. (1992). Teaching mathematics for understanding: Discussing case studies of four fifth-grade teachers. *Elementary School Journal*, 93(2), 213–228.
- Reeve, B. B. & Fayers, P. (2005). Applying item response theory modeling for evaluating questionnaire item and scale properties. I P. Fayers & R. Hays (red.), *Assessing quality of life in clinical trials: Methods of practice* (2. utg., s. 55–73). London: Oxford University Press.
- Refvik, E. (2013). *Lærarar si oppfatning om deira undervisningskunnskap knyta til ulike representasjonar av brøk*. Upublisert masteroppgave, University of Stavanger, Stavanger.
- Rockoff, J. E., Jacob, B. A., Kane, T. J. & Staiger, D. O. (2010). Can you recognize an effective teacher when you recruit one? *Education Finance and Policy*, 6(1), 43–74.
- Rowland, T., Huckstep, P. & Thwaites, A. (2005). Elementary teachers' mathematics subject knowledge: The knowledge quartet and the case of Naomi. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 8(3), 255–281.

Referanser

- Rowland, T., Martyn, S., Barber, P. & Heal, C. (2000). Primary teacher trainees' mathematics subject knowledge and classroom performance. *Research in Mathematics Education*, 2(1), 3–18.
- Rowland, T. & Ruthven, K. (red.). (2011). *Mathematical knowledge in teaching*. London: Springer.
- Ruthven, K. (2011). Conceptualizing mathematical knowledge in teaching. I T. Rowland & K. Ruthven (red.), *Mathematical knowledge in teaching* (s. 83–96). London: Springer.
- Schilling, S. G. (2007). The role of psychometric modeling in test validation: An application of multidimensional item response theory. *Measurement: Interdisciplinary Research and Perspectives*, 5(2-3), 93–106.
- Schilling, S. G., Blunk, M. & Hill, H. C. (2007). Test validation and the MKT measures: Generalizations and conclusions. *Measurement: Interdisciplinary Research and Perspectives*, 5(2-3), 118–128.
- Schilling, S. G. & Hill, H. C. (2007). Assessing measures of mathematical knowledge for teaching: A validity argument approach. *Measurement: Interdisciplinary Research and Perspectives*, 5(2-3), 70–80.
- Schoenfeld, A. H. (2007a). Commentary: The complexities of assessing teacher knowledge. *Measurement: Interdisciplinary Research and Perspectives*, 5(2-3), 198–204.
- Schoenfeld, A. H. (2007b). Method. I F. K. Lester (red.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (s. 69–107). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Schön, D. A. (1983). *The reflective practitioner: How professionals think in action*. New York, NY: Basic Books.
- Shechtman, N., Roschelle, J., Haertel, G. & Knudsen, J. (2010). Investigating links from teacher knowledge, to classroom practice, to student learning in the instructional system of the middle-school mathematics classroom. *Cognition and Instruction*, 28(3), 317–359.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4–14.
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1–22.

Referanser

- Silverman, D. (2006). *Interpreting qualitative data: Methods for analysing talk, text and interaction* (3. utg.). Thousand Oaks, CA: Sage Publishers Ltd.
- Silverman, D. (2013). *Doing qualitative research: A practical handbook* (4. utg.). London: Sage Publishers Ltd.
- Singh, J. (1995). Measurement issues in cross-national research. *Journal of international business studies*, 26(3), 597–619.
- Sirnes, S. M. (2005). *Flervalgsoppgaver – konstruksjon og analyse*. Bergen: Fagbokforlaget.
- Sjøberg, S. (2014). PISA-syndromet – Hvordan norsk skolepolitikk blir styrt av OECD. *Nytt Norsk Tidsskrift*, 31(1), 30–43.
- Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching*, 77, 20–26.
- Skemp, R. R. (1979a). Goals of learning and qualities of understanding. *Mathematics Teaching*(88), 281–288.
- Skemp, R. R. (1979b). *Intelligence, learning, and action: A foundation for theory and practice in education*. Chichester: John Wiley.
- Skemp, R. R. (1987). *The psychology of learning mathematics. Expanded American edition*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Slåtten, K. (1998). Fagrelatert didaktisk kunnskap. Perspektiver på begrepet «pedagogical content knowledge». *Nordisk Pedagogik*, 18(3), 163–173.
- Stein, M. K., Smith, M. S., Henningsen, M. A. & Silver, E. A. (2000). *Implementing standards-based mathematics instruction: A casebook for professional development. Foreword by Deborah Ball*. New York, NY: Teachers College Press.
- Stevenson, H. & Stigler, J. W. (1992). *The learning gap – why our schools are failing and what we can learn from Japanese and Chinese education*. New York, NY: Touchstone.
- Stigler, J. W. & Hiebert, J. (1999). *The teaching gap. Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom*. New York, NY: The Free Press.
- Sullivan, P. & Wood, T. (red.). (2008). *Knowledge and beliefs in mathematics teaching and teaching development* (vol. 1). Rotterdam: Sense Publishers.
- Svarstad, J. (2014, 8. september). Røe Isaksen skal gi studentene nasjonale prøver, *Aftenposten Nett*.

Referanser

- Talbot, R. M. & Briggs, D. C. (2007). Does theory drive the items or do items drive the theory? *Measurement: Interdisciplinary Research and Perspectives*, 5(2-3), 205–208.
- Tall, D. (2002). The psychology of advanced mathematical thinking. I D. Tall (red.), *Advanced mathematical thinking* (s. 3–24). New York, NY: Kluwer Academic Publishers.
- Tashakkori, A. & Creswell, J. W. (2007). Editorial: The new era of mixed methods. *Journal of Mixed Methods Research*, 1(1), 3–7.
- Tatto, M. T., Schwille, J., Senk, S. L., Ingvarson, L., Peck, R. & Rowley, G. (2008). *Teacher education and development study in Mathematics (TEDS-M): Policy, practice and readiness to teach primary and secondary mathematics. Conceptual framework*. East Lansing, Michigan: Teacher education and development international study center, College of Education, Michigan State University.
- Tatto, M. T., Schwille, J., Senk, S. L., Ingvarson, L., Rowley, G., Peck, R., . . . Reckase, M. (2012). *Policy, practice, and readiness to teach primary and secondary mathematics in 17 countries. Findings from the IEA Teacher Education and Development Study in Mathematics (TEDS-M)*. Amsterdam: International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA).
- Tchoshanov, M. A. (2011). Relationship between teacher knowledge of concepts and connections, teaching practice, and student achievement in middle grades mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 76(2), 141–164.
- Thagaard, T. (2003). *Systematikk og innlevelse – en innføring i kvalitativ metode*. Bergen: Fagbokforlaget.
- Thompson, A. G. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of the research. I D. A. Grouws (red.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (s. 127–146). New York, NY: MacMillan.
- Thompson, P. W. & Thompson, A. G. (1994). Talking about rates conceptually, part I: A teacher's struggle. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(3), 279–303.

Referanser

- Tonheim, O. H. M. & Torkildsen, O. E. (2010). Matematikk 1 i lærerutdanninga - kvalifiserande? I P. Haug (red.), *Kvalifisering til læreryrket* (s. 209–226). Oslo: Abstrakt forlag.
- Turner, F. (2012). Using the Knowledge Quartet to develop mathematics content knowledge: The role of reflection on professional development. *Research in Mathematics Education*, 14(3), 253–271.
- Tyskerud, A. (2012). *Hvordan manglende kunnskap om matematikk og matematikkundervisning blir oppfattet blant lærere som hindringer for undervisning*. Upublisert masteroppgave, Universitetet i Stavanger, Stavanger.
- Utdanningsdirektoratet. (2008). *Mathematics subject curriculum*. Lastet ned fra http://www.utdanningsdirektoratet.no/upload/larerplaner/Fastsatte_lareplaner_for_Kunnskapsloftet/english/Mathematics_subject_curriculum.rtf.
- von Glasersfeld, E. (1985). Reconstructing the concept of knowledge. *Archives de Psychologie*, 53(204), 91–101.
- von Glasersfeld, E. (1990). An exposition of constructivism: Why some like it radical. *Journal for Research in Mathematics Education*, 4, 19–29+195–210.
- von Glasersfeld, E. (1995). *Radical constructivism: A way of knowing and learning*. London: Falmer Press.
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Wayne, A. J. & Youngs, P. (2003). Teacher characteristics and student achievement gains: A review. *Review of Educational Research*, 73(1), 89–122.
- Wilkinson, S. (2004). Focus group research. I D. Silverman (red.), *Qualitative research: Theory, method and practice* (2. utg., s. 177–199). London: Sage Publishers Ltd.
- Williams, J. (2011). Audit and evaluation of pedagogy: Towards a cultural-historical perspective. I T. Rowland & K. Ruthven (red.), *Mathematical knowledge in teaching* (s. 161–178). London: Springer.
- Wilson, S. M. & Berne, J. (1999). Teacher learning and the acquisition of professional knowledge: An examination of research on

Referanser

- contemporary professional development. *Review of Research in Education*, 24(173–209).
- Wolf, L. F. & Smith, J. K. (1995). The consequence of consequence: Motivation, anxiety, and test performance. *Applied Measurement in Education*, 8(3), 227–242.
- Zazkis, R. & Mamolo, A. (2011). Reconceptualizing knowledge at the mathematical horizon. *For the Learning of Mathematics*, 21(2), 8–13.
- Ødegaard, M. (2012). Lærerengasjement: Plikt og kjærlighet i naturfagundervisningen – en videostudie fra klasserommet. I M. Kjærnsli & R. V. Olsen (red.), *Kvalitet i norsk skole. Internasjonale og nasjonale undersøkelser av læringsutbytte og undervisning* (s. 240–254). Oslo: Aschehoug Forlag.

Vedleggsoversikt

1. Avhandlingens 6 artikler
2. Svakheter og faktiske feil i artiklene
3. Oversikt over empirisk materiale
4. Oversikt over publikasjoner og presentasjoner underveis
5. Eksempel på UKM-oppgaver og kategorisering av oppgavene

Vedlegg tilknyttet artiklene 1, 2 og 3

6. Brev til skolene
7. Intervjuguide
8. Transkripsjonsnøkkel

Vedlegg tilknyttet artikkel 4, 5 og 6

9. Brev til deltakerne
10. Obligatorisk erklæring
11. Samtykkeskriv
12. Eksempel på UKM-oppgave med spørsmål

Avhandlingens artikler

1. Mosvold, R., Fauskanger, J., Jakobsen, A., & Melhus, K. (2009). Translating test items into Norwegian – without getting lost in translation? *Nordic Studies in Mathematics Education*, 14(4), 101–123¹.
2. Fauskanger, J., Jakobsen, A., Mosvold, R., & Bjuland, R. (2012). Analysis of psychometric properties as part of an iterative adaptation process of MKT items for use in other countries. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 44(2), 387–399.
3. Fauskanger, J., Mosvold, R., Bjuland, R., & Jakobsen, A. (2011). Does the format matter? How the multiple-choice format might complicate the MKT items. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 16(4), 45–67.
4. Fauskanger, J. & Mosvold, R. (2013). Teachers' mathematical knowledge for teaching equality. I A. M. Lindmeier & A. Heinze (red.), *Proceedings of the 37th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (vol. 2, s. 289–296). Kiel: PME.
5. Fauskanger, J. (i review). Challenges in measuring teachers' knowledge.
6. Fauskanger, J. & Mosvold, R. (2014). Studying teachers' knowledge by the use of multiple-choice items: the case of "I'm not sure". *Nordic Studies in Mathematics Education*, 19(3-4), 41–55.

¹ En versjon av denne artikkelen ble brukt som grunnlag for min søknad om vurdering for førstelektorkompetanse.

VEDLEGG 1

Artikkel 1

Mosvold, R., Fauskanger, J., Jakobsen, A., & Melhus, K. (2009). Translating test items into Norwegian – without getting lost in translation? *Nordic Studies in Mathematics Education*, 14(4), 101–123.

Translating test items into Norwegian – without getting lost in translation?

REIDAR MOSVOLD, JANNE FAUSKANGER,
ARNE JAKOBSEN AND KJERSTI MELHUS

In relation to the Learning Mathematics for Teaching (LMT) project, sets of measures were created in order to analyse teachers' Mathematical Knowledge for Teaching (MKT). This article presents some of the challenges and complexities involved in an attempt to translate and adapt these measures for use with Norwegian teachers. The measures were originally created for use in a U.S. context only, and a number of differences between the two countries contribute to increase the difficulty of doing this. Our study builds upon a similar Irish study, and this article points to some similar and several additional issues that arise when attempting to translate and adapt the measures for use in Norway.

In mathematics education, there is a growing interest concerning the kinds of knowledge that teachers need in order to teach mathematics or to become effective mathematics teachers (Kotsopoulos & Lavigne, 2008; Davis & Simmt, 2006). For in-service education, the question: "What knowledge do teachers need to become effective teachers?" is important in the process of developing future in-service training.

The *Norwegian ministry of education and research* (KD, 2008a) underlines that teachers' knowledge is important. Still, Norwegian mathematics teachers have less study points (ECTS) than the international average, and they participate in relevant in-service education to a strikingly small extent (UFD, 2005; Grønmo et al., 2004). Research from the last 15 years shows that (U.S.) teachers do not know enough mathematics (Ma, 1999), and as a consequence the students do not learn enough (Ball, Hill &

Reidar Mosvold, *University of Stavanger*

Janne Fauskanger, *University of Stavanger*

Arne Jakobsen, *University of Stavanger*

Kjersti Melhus, *University of Stavanger*

Bass, 2005). When analysing 700 teachers in 1st and 3rd grade, researchers found that teachers' knowledge have an effect on the knowledge of their students (Hill, Rowan & Ball, 2005). Falch and Naper (2008) present similar results from Norwegian teachers and their students in lower secondary school. Although research indicates that teachers' knowledge has a positive influence on students' learning, and the slogan: "teachers matter" (UFD, 2002; OECD 2005) is widely used, it is far from obvious what the content of this knowledge is. There are also no clear guidelines regarding the intended focus for in-service education, at least in Norway (KD, 2008b).

The importance of future research focusing on teachers' knowledge and implications for in-service education is underlined in a report from the U.S. National Mathematics Advisory Panel (Faulkner et al., 2008). Over the years there have been several attempts of investigating the content of teachers' knowledge, and researchers have approached this in different ways (Hill, Sleep, Lewis & Ball, 2007). In the Learning mathematics for teaching (LMT) project, researchers at the University of Michigan developed measures in order to investigate the kind of mathematical knowledge that is needed for teaching (referred to as MKT). They describe this as the kind of mathematical knowledge that is used by teachers. This knowledge is used in the classroom setting, and it is normally related to an overall aim of increasing student's performance in mathematics (Hill, Ball & Shilling, 2008) or as the kind of mathematical knowledge that teachers need to carry out the work of teaching mathematics (Ball, Thames & Phelps, 2008). These measures were developed for use in the U.S., and unlike international student assessments like TIMSS (e.g. Mullis, Martin, Gonzales & Chrostowski, 2004) and PISA (e.g. OECD, 2004), these measures were never intended to be used outside of the U.S. As a result of this, many of the items contain contexts that might be specific to the U.S., and the mathematical content was not made to fit with curricula in other countries. A process of translating and adapting these measures for use in another country therefore involves several problematic issues. Still, a large amount of money have been used to develop the items in the U.S., and we found it interesting to investigate whether a translation and adaptation of the items into Norwegian would be fruitful or even possible. Another reason for going into such a project is that MKT items have been used in studies like TEDS-M, but little or no efforts appear to have been made in order to discuss or analyse possible issues related to a translation and adaptation of such items. Questions regarding translation are often answered with reference to the fact that professional translators have been used. We believe that it is important for us as researchers within the field of mathematics education to analyse

and discuss problematic issues related to translation when using items and tests like these, and we therefore decided that it was vital for us to go into the translation ourselves rather than leave this to professional translators. Besides, a translation of the MKT items is not (only) about making a good translation of the text itself, but it is very much a matter of representing the mathematical and pedagogical contents of the items in a correct and meaningful way. By leaving professional translators with the full responsibility for this process, we open up to possible problems that might become serious threats to the validity of the study.

This article represents an attempt to identify and discuss issues that arise when translating MKT measures. Our research question is:

What problems occur in the process of translating and adapting the MKT measures from a U.S. context into a Norwegian context?

In answering this question, we are building upon a similar study that was carried out in Ireland (cf. Delaney et al., 2008). The Irish study provides a set of steps that are recommended for researchers who attempt to adapt the measures from one country to another.

Theoretical foundations

This study follows the tradition that has evolved as an expansion of Shulman's (1986) concept of pedagogical content knowledge to the more specialised knowledge that is required for teachers of mathematics. In addition to describe the theoretical background of this tradition, we have to pay attention to the theoretical assumptions and issues that are involved in the process of translating and adapting the measures.

Mathematical knowledge for teaching

Some years ago there was a widespread opinion that if teachers knew enough mathematics, their teaching would be good and their students would learn mathematics. The content of in-service education then became purely mathematical (Cooney, 1999). On the other extreme, there appeared to be a consensus in some Norwegian teacher colleges that it was possible to become an effective mathematics teacher without knowing much mathematics (Haaland & Reikerås, 2005). Begle (1968) and Eisenberg (1977) argued that effective teaching is about more than the teachers' mathematical competence. Shulman (1986) addressed four questions, one of which is "what are the sources of the knowledge base for teaching?" He tried to put teacher knowledge into certain categories: subject matter knowledge or content knowledge, pedagogical content

knowledge, and knowledge of curriculum. These headings pointed to the fact that mathematical knowledge alone does not automatically transfer into more effective teaching.

Researchers in the LMT project based their work on Shulman's, and they tried to identify and specify the mathematical knowledge that teachers need. This knowledge not only includes aspects of pedagogical content knowledge, but also incorporates subject matter knowledge, both common and specialised to the work of teaching. The researchers seek to understand and measure MKT. A proposed model of the construct of MKT can be seen in figure 1.

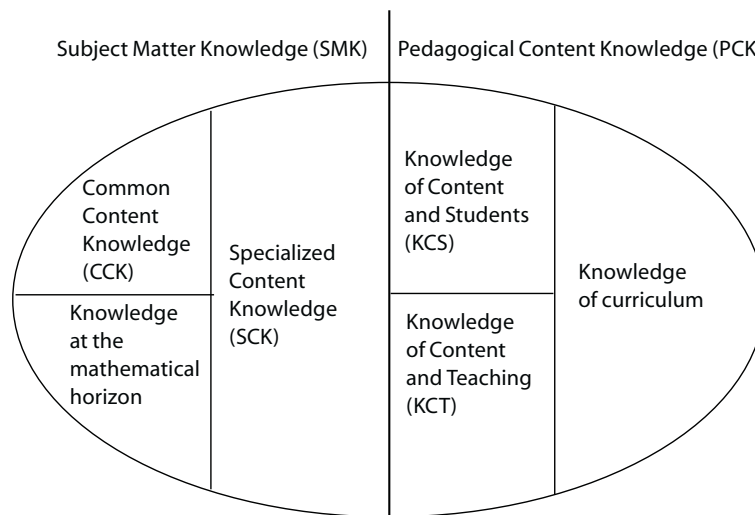


Figure 1. *Mathematical knowledge for teaching (based on Hill, Ball & Schilling, 2008, p. 377).*

The figure shows the correspondence between the researchers' current map of the domain MKT and Shulman's (1986) current categories: subject matter knowledge and pedagogical content knowledge. Shulman's third category, knowledge of curriculum, is placed within pedagogical content knowledge.

The left side of the oval contains two strands that lie outside Shulman's pedagogical content knowledge: common content knowledge and specialised content knowledge. Common content knowledge is knowledge that is used in the work of teaching, in ways that correspond with how it is used in other professions or occupations that also makes use of mathematics. Specialised content knowledge is the mathematical knowledge "that allows teachers to engage in particular teaching tasks, including

how to accurately represent mathematical ideas, provide mathematical explanations for common rules and procedures, and examine and understand unusual methods to problems” (Hill, Ball & Shilling, 2008, p. 378). Common content knowledge is similar to Shulman’s subject matter knowledge, whereas specialised content knowledge is a more recent conceptualisation. Both are mathematical knowledge. The right side of the oval contains knowledge of content and students, knowledge of content and teaching and knowledge of curriculum. All three were included in what Shulman referred to as pedagogical content knowledge, and this again is a subset of the larger construct: MKT. Horizon knowledge is “an awareness of how mathematical topics are related over the span of mathematics included in the curriculum” (Ball, Thames & Phelps, 2008, p. 42).

In a recent article, Hill, Ball and Schilling (2008) describe an effort to conceptualise and develop measures of teachers’ combined knowledge of content and students. The authors point to a widespread agreement that effective teachers have a unique knowledge of students’ mathematical ideas and thinking, but too few studies have focused on conceptualising this domain and on measuring this knowledge. Although the domains presented in figure 1 have been identified in the U.S., the domains of knowledge may differ in other settings, such as Norwegian settings. Measuring teachers’ MKT is not straightforward. Since the researchers have put a lot of time, money and effort into the development of the MKT measures, it would be interesting to translate, adapt and use them in other countries. However, such a translation of measures might bring a lot of aspects into question. One example relates to the meaning of mathematical practice. Terms can be misunderstood within the same language and cultural context, and when we translate the term into a different language there might be even more room for misunderstanding (Delaney et al., 2008).

Even if we are building our research on the theoretical framework of MKT, it is important to note that other researchers’ perspective entails different and complementary foci (e.g. Schoenfeld, 2007; Silverman & Thompson, 2008; Thompson, Carlson & Silverman, 2007). These critics will not be further discussed in this article.

Lost in translation

According to the PISA 2003 Technical Report (Adams, 2005), translation errors are known to be a major reason why some items function poorly in international tests. Regarding MKT, studies provide little information as to how measurement instruments are adapted for use outside the U.S., and in the different publications little information is given about translation issues arising in the research (Delaney et al., 2008). Ma (1999) has

for example compared U.S. and Chinese teachers' knowledge of mathematics, but she provide little information as to how the measurement instruments were adapted, and little information is given about translation issues that arose in the research. This is critical "because misunderstandings of terms can alter whether and how instruments discern teacher knowledge" (Delaney et al., 2008, p.5). Even before translating the MKT measures we have to be aware of the fact that multiple-choice measures are not widely used in Norway. This may cause validity problems. It is conceivable that in a culture where multiple-choice formats are unfamiliar, one may have to change the format. But changing the format may be problematic, because it could influence the item's level of difficulty (ibid.). It could also make the item more or less discriminating or change how effectively the item measures the underlying construct. We have decided to keep the multiple choice format for now and evaluate the matter after the pilot study.

Translating the MKT measures into Norwegian is not only a matter of translation from one language to another. It is also a matter of translating and adapting a set of measures that was originally developed for use in one cultural context into a different context. According to Peña (2007), methodological norms cannot easily be translated. If these norms were developed for use in a particular country, they should not only be translated but also adapted to the country or population in target. MKT is a practice-based construct, as it is grounded in the practice of teaching. The basis of the U.S. construct of MKT is the knowledge that is demanded in a U.S. teaching practice. The construct has been developed by systematically studying records of mathematics teaching (e.g. videotapes of lessons, copies of student work, teacher's plans and reflections) to identify the mathematical demands of teaching (Ball & Bass, 2003). Adapting measures developed in the U.S. for use in Norway is not a trivial matter. According to Delaney and colleagues (2008), the MKT items are different from other kinds of item translation. One difference is that the items were not initially designed to be used in other settings. Stiegler and Hiebert (1999) suggest that the work of teaching is different in different countries, and if the work of teaching in the U.S. is different from that in Norway, an instrument to measure knowledge for teaching needs to be sensitive to such differences. A second reason is that the MKT items are not grounded in the discipline of mathematics, but in the practice of teaching mathematics. This points out a need to recruit experts in the practice of teaching in Norway in the process of adapting the items. The third point is the actual and potential areas of difference in MKT across countries related to teachers, students, mathematics and teaching materials (Delaney et al., 2008).

Geisinger (1994) suggests that tests should continue to measure the same characteristics as was intended. The content of the test should also remain the same. An important methodological goal for translating the MKT measures into Norwegian therefore is to ensure equivalence at the level of context and opportunity. An attempt to adapt the U.S. measures to an Irish context (cf. Delaney, 2008) emphasised the need to establish whether the MKT construct is equivalent in different settings. Construct equivalence is thus an important aspect of the validation process.

Various terms are used in cross-cultural research to describe different aspects of equivalence. According to Johnson (1998), the terms are not always well-defined. There might also be serious overlap between these terms. The threats against validity are serious, and Peña (2007) claims that it is not sufficient to use certain translation techniques in order to establish linguistic equivalence. Attaining a high quality in the translation of the MKT measures is therefore not enough, and it does not ensure equal opportunities for Norwegian teachers to demonstrate their MKT. The type of equivalence identified as necessary depends on the goals of the study. If issues related to measurement are overlooked, inferential errors might occur, and Singh (1995) underlines that few empirical studies take this seriously. The effects are not only complex and unpredictable, but they might have an influence on everything. Following the steps described by Singh, Delaney (2008) studied three aspects of construct equivalence: functional equivalence, conceptual equivalence and instrument equivalence, before using the MKT measures to collect data to learn more about the Irish teachers MKT. We build our research on his work, but Delaney only focused on the translation from American English into British English, so when we have to make a translation into a completely different language, we also have to focus on what Peña (2007) calls linguistic equivalence (see figure 2).

Functional equivalence relates to whether or not the MKT construct serves the same function in all countries. In order for students to acquire knowledge, the teacher must have some kind of knowledge related to teaching (in this case, MKT). This construct – MKT – has a universal function, and thus satisfies the requirements of having functional equivalence (cf. Delaney, 2008).

Two important questions related to conceptual equivalence are:

- Does the construct of MKT mean the same in Norway as in the U.S.?
- Are the demands for primary school mathematics teaching in Norway similar to the knowledge conceptualised in the U.S. construct of MKT?

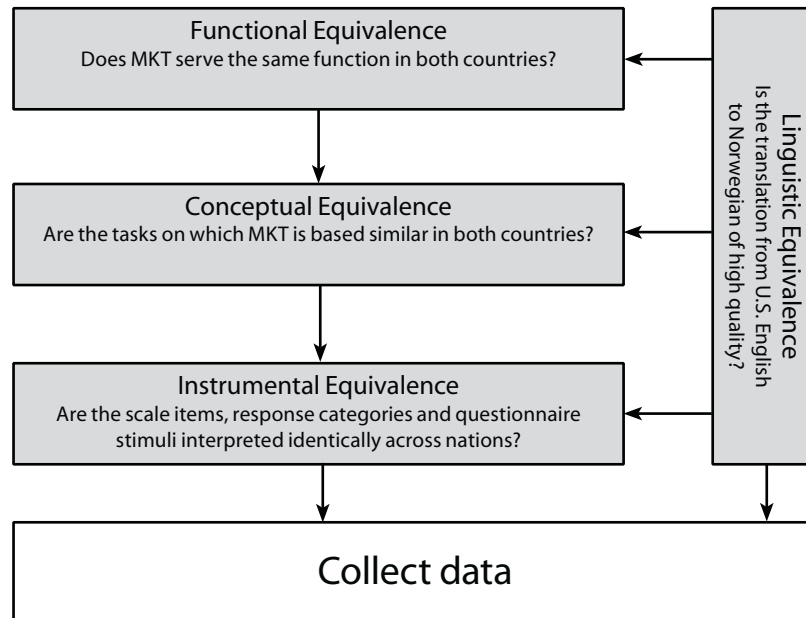


Figure 2. Steps in establishing construct equivalence. (Further development of a figure from Singh (1995))

To answer similar questions in an Irish context, Delaney (2008) examined the construct more closely by studying the work of teaching in Ireland. He compared that work to conceptions of the work of teaching that informed the development of MKT. Delaney also studied literature about the construct, and he analysed items based on the construct. He found relatively minor differences in this analysis. One possible explanation might be that these two countries share a common language. This could make it easier for ideas and conceptions about teaching to travel back and forth between Ireland and the U.S.

Norway and the U.S. do not share a common language, so it is possible that more differences may emerge if the tasks that informed the MKT were compared to tasks of teaching in Norway. Since we have to take into account the added complexity of a different language, attempts to ensure conceptual equivalence will be important in our work. If we cannot assure that concepts are understood in the same way in Norway as in the U.S., the results from our study would be difficult or even impossible to interpret.

Instrument equivalence is related to both the format and the contents of the items. If the multiple-choice items are equally interpreted in

Norway and the U.S., we have instrument equivalence (cf. Delaney, 2008, referring to Singh, 1995). In an early phase of our attempt to adapt the items for use in a Norwegian study, we used a more qualitative approach to describe and document the changes that were made. Some Norwegian teachers agreed to complete the survey under our supervision, and this session was followed up with focus group interviews. One of the challenges that has been given to the teachers in these focus group interviews was to propose changes where necessary, in order to make the items sound realistic to Norwegian teachers. Through this process we hope to find out if construct equivalence exists in how the items are interpreted by Norwegian and U.S. teachers. In the following, however, we focus mainly on the aspect of instrument equivalence related to the translation from American English into Norwegian.

Documenting changes – results

The MKT measures consist of several multiple-choice items, and each complete survey consists of items that cover different areas of school mathematics. We decided to start with a focus on the items that were created for use with teachers in elementary school, and we chose the surveys from 2004, which were the most recent in that category. In 2004, two complete surveys were developed. Each survey consisted of one set of items related to numbers and operations, geometry, and algebra and patterns. We wanted to see how the entire tests worked out in a Norwegian setting, and we therefore decided to translate, adapt and try out a complete test instead of making a selection of items, like they did in Ireland (cf. Delaney et al., 2008).

When translating test items, it is important to ensure linguistic equivalence. Since single translation of test items has proved to be the least trustworthy method, we have used the recommended double translation procedure (Adams, 2005). Double translation means two independent translations from the source language, with reconciliation by a third person. The PISA items go through a process of double translation from two source languages (English and French). According to the PISA 2003 Technical Report (ibid), double translation from the English source only appeared to be effective when accompanied by extensive cross-examination against the French source. In our double translation of MKT items, two pairs translated each item independently, and then compared and discussed the two translations. We had only an English source available, and are aware that double translation from only one source language may be less effective.

In translating the PISA items the main criteria used to recruit leading translators were: Native command of the target language; Professional experience as translators; Sufficient command of the second source language; Familiarity with mathematics; Experience as teachers and/or higher education degrees (Adams, 2005). Our research group satisfy most of these criteria, except professional experience as translators.

Throughout the translation process, we carefully documented all changes that were made to the items (other than direct translation from U.S. English into Norwegian). This was done because we suspect that these changes might influence the teachers' responses to the items. Delaney and colleagues (2008) summarised their changes in the following categories:

1. Changes related to the general cultural context.
2. Changes related to the school cultural context.
3. Changes related to mathematical substance.
4. Other changes.

We decided to use these categories in our own translation process. This was partly because Delaney and colleagues recommended their own results as working guidelines for others who attempt to adapt the items. They included altering spellings to reflect differences between American and British English in category 1 above (changes related to the general cultural context), but we decided to have the translation from U.S. English into Norwegian as a separate category.

The translation from American English into Norwegian was far more complex than the process of translating the items into British English. We therefore had to develop the list of categories further, and we ended up with two new, in addition to the original four categories above:

1. Changes related to the translation from American English into Norwegian in this particular context.
2. Changes related to political directives.

The first of these additional categories have replaced the original sub-category of changes related to spelling in Delaney's first category. The second additional category has been added as a new main category, because we believe this represents some important types of changes that are different from the original categories. The first of these two additional categories were rather obvious, whereas the second emerged somewhat later in the translation process. The category is related to some directives from

the *Norwegian ministry of education and research*, where they have decided to replace certain common terms with new ones. One term, which is frequently used in the original set of items, is *class*. When talking about schools, it is hard to avoid the term *class*. The problem is that the *Norwegian ministry of education and research* has decided that we should no longer refer to *class* in Norway, but rather *group of pupils*. This is related to a wish to change the way teachers organise their pupils in relation to learning activities. Now, the problematic issue here is that the word *group* is also used in relation to *group-work* as a method, and there is a potential danger of mixing the two and thereby making some items more complicated to grasp.

This decision to use the word *group* instead of *class* in Norwegian schools might appear trivial, but there is more to it than what we have described above. It appears that a large number of teachers continue to use the word *class*, although the Ministry has decided to avoid it, and for these teachers the word *group* as a replacement to *class* could be both confusing and misleading. If we decided to go for the traditional term *class*, which is no longer the officially correct term, we would probably be faced with a large number of teachers who would argue that our measures were not up to date, and not in line with the official guidelines.

Taking some examples from the items (and we have to use examples from the released items rather than the actual items!), we are going to illustrate some of the types of changes that were made and our concerns and discussions in relation to them.

Below is an example¹ of one of the items that involved several types of changes:

10. Students in Mr. Hayes' class have been working on putting decimals in order. Three students – Andy, Clara, and Keisha – presented 1.1, 12, 48, 102, 31.3, .676 as decimals ordered from least to greatest. What error are these students making? (Mark ONE answer.)

- a) They are ignoring place value.
- b) They are ignoring the decimal point.
- c) They are guessing.
- d) They have forgotten their numbers between 0 and 1.
- e) They are making all of the above errors.

This is the same item in our translation:

10. Elevenene til Hans har arbeidet med å sortere desimaltall i stigende rekkefølge. Tre av elevene, Anders, Klara og Kristin, sorterte desimaltall slik:
1,1 12 48 102 31,3 0,676

Hvilken feil er det disse elevene gjør? (Marker ETT svar.)

- a) De ignorerer plassverdi/posisjonsverdi.
- b) De ignorerer desimalkomma.
- c) De gjetter.
- d) De har glemt at det fins tall mellom 0 og 1.
- e) De gjør alle feilene ovenfor.

As we worked on the translation of the items, colour codes were used to identify which words or phrases were changed according to the different categories. These codes are difficult to show in black and white, so they are omitted here.

We discussed several issues in relation to the translation of this item. First, Norwegian students are referred to as *pupils* (or *elever* in Norwegian) as long as they are in compulsory school, and *students* when they enter university. A second issue is that the original sentence referred to the students in Mr. Hayes' *class*, and as described above, you are not supposed to refer to a class of students in Norway. We also changed the name from Mr. Hayes to Hans, which is a common Norwegian first name (further discussions regarding change of names are made in relation to the discussion of general contextual changes below). The passage about putting decimals in order was also discussed. It is more common to sort (*sortere* in Norwegian) numbers than to put them in order, and we talk about decimal numbers (*desimaltall*) rather than decimals. To make this passage sound better in Norwegian, we moved some of the information from the second sentence to the first. As a result, it seems as if Mr. Hayes' students only worked with ordering decimals from least to greatest, whereas the original idea might have been that they worked with ordering decimals in different ways. The first sentences in the stem of this item were difficult to translate directly into Norwegian, and we decided to rewrite them somewhat. When doing this, there is always a possibility of interpreting the sentences in a way that has removed or added information to the item.

In Norway, we use a decimal comma rather than a decimal point, and since comma was used to separate the different numbers that were presented, we had to change this to avoid confusion. One possibility could be to represent the numbers like this: 1,1 – 12 – 48 – 102 – 31,3 – 0,676. From a linguistic point of view, this might be a proper solution, but in a mathematical setting there might be a danger of confusing the – with a subtraction sign. We also discussed the possibility of using semi-colon instead of comma to distinguish the numbers, but we decided that this would result in too much clutter. We therefore ended up presenting the numbers on a separate line with extra space between them. In addition,

we changed .676 into 0,676 because decimal numbers lower than one are never written without the zero in Norwegian. In retrospect we acknowledge that this may not have been the best of choices. By ignoring the comma you get 0676 in the Norwegian version and not 676 as in the US version, making it more unlikely to reach the correct answer b).

In the alternative solutions, we spent some time discussing alternatives a) and d). In a), there is a reference to place value, and we might use the similar word *plassverdi* in Norwegian. Several teachers would rather prefer to use *posisjonsverdi* instead, and we decided to include both alternatives to avoid confusion. Alternative d) was even more problematic to translate. When Americans talk about forgetting your (or their) numbers, this is hard to translate directly into Norwegian. Our translation therefore had to be an interpretation rather than a direct translation. After some discussion, we agreed that the meaning of this sentence must be that the pupils have forgotten that there are numbers between 0 and 1. Another interpretation might be that they did not know this, and a translation into Norwegian might then be: *De kan ikke tallene mellom 0 og 1* (They don't know the numbers between 0 and 1). Such a translation might, however, indicate that the pupils have never been taught this, and we believe that this is not the correct understanding of this alternative solution.

In the following, we use Delaney's categories. The first category concerns changes related to the general cultural context. Examples are given in table 1. In the Irish translation this included changing people's names, making changes related to non-mathematical language and to activities. Delaney and colleagues (2008) included a type of change concerned spelling in this category, because there are some differences of spelling that are specific to American English compared with British English. When making a translation to a different language, like Norwegian, this sub-category is not relevant. As mentioned above, we have added another category related to changes regarding the translation from English into Norwegian in this particular context, which is more relevant here. This category has been placed as a sub-category in their fourth category concerning other changes that were made.

When adapting the MKT measures to an Irish context, changes were made to make the names sound more familiar to Irish teachers. Mr. Ives could therefore be changed into Mr. Fennely, which is a more common Irish name. In Norway, it is common to address teachers with their first name only. This might vary somewhat according to the teachers' age and the level in which they teach, but in primary and lower secondary school the pupils would normally address their teacher as John rather than Mr. (John) Wilson. Mr. Stone would therefore not be addressed by his pupils

Table 1. *Examples of general contextual changes made to items*

Type of change	Example from original U. S. form	Example from our translation
People's names	Mr. Stone	Steinar
	Ms. Wilson	Marianne
Non-mathematical language	batch	porsjon
	cookie	kjeks
	fund-raiser	Redd Barna
	school candy sale	butikken
	M&Ms	seigmenn
Activities	bake cookies	bake sjokoladekjeks
From English into Norwegian in this particular connection	four weeks long	varer i fire uker
	accept as correct	akseptere som riktig svar
	greater	størst
	unit on geometry	geometriøkt
	"mystery shape"	"den hemmelige figuren"

as Mr. Stone, but rather as Steinar, which could be a Norwegian version of this teacher's first name. If we decide to keep the more formal American setting, most Norwegian teachers would find this different from what they are used to, and they might therefore not experience this as a familiar setting. When making changes from the American names like Mr. Stone and Ms. Wilson to more common Norwegian first names like Steinar and Marianne, we are also adding a potential complexity to the item in that it becomes more difficult to distinguish between the teacher and the pupils in the problem context, since both are referred to by their first names. We therefore had to change some of the items and sometimes include some extra information in order to clearly distinguish between the pupils and the teacher. When making these changes in names, we were conscious about preserving the teacher's gender. When changing into names that are more common in Norway, we tried to find names that were somewhat similar (for example Mr Stone was translated into Steinar because *Stein* means stone in Norwegian) but this was not always done.

Other changes were made in relation to what can be referred to as non-mathematical language. This includes reference to words or contexts that are typical to the American context, but not so familiar in the Norwegian context. In the U.S., for instance, children might be involved in fund-raising. In Norway, children might rather be involved in activities where they collect money and give it to *Redd Barna* – the Norwegian equivalent to *Save the children*. We also do not have school candy

sales in Norwegian schools, so when problems referred to this, we had to change it to the grocery shop. This would be the place where Norwegian children buy candy.

Baking cookies represents a context that is familiar in an American setting, whereas this was not viewed as a familiar activity in an Irish context. In their article, Delaney and colleagues (2008) changed this activity into one of baking scones. Neither of these are familiar activities in a Norwegian setting, so we had to change it into something different. We chose to use the activity of baking chocolate cookies/biscuits, although this is an activity that few Norwegians find familiar. The challenge is to find a good alternative for the translation, and at the same time avoid changing the problem in a way that influences the mathematical challenges that are involved.

The second category of changes relates to the cultural context of the school or the educational system in general. Language used in schools and structural features of the wider educational system are included here. Examples are given in table 2. Since we know the Norwegian school system very well, it was easy to figure out which changes that were necessary. Changes made to the language used in schools are unlikely to compromise the items' ability to measure MKT since these changes do not affect the mathematical substance of the items. But the changes in this category are important to make the item familiar to Norwegian teachers.

The third category relates to the mathematical substance of the items. Examples are given in table 3. We changed units of measurement. In some cases, these translations were straightforward. For example 12 inches might become 12 cm. In these cases the adaptations are similar to context changes such as changes of names and activities (table 1). But not all changes of measurement units were straightforward. In Norway

Table 2. *Examples of school contextual changes made to items*

Type of change	Example from original U. S. form	Example from our translation
School language	practice state mathematics exam	nasjonal prøve
	students' paper	elevarbeidene
	class discussion	fellesdiskusjon
	asks students	ber elever
Structure of education system	write problems	lage oppgaver
	professional development program	etterutdanningskurs for lærere

sweets are not sold in pound, but sometimes in grams. A one-pound bag is for example translated into a 450 gram bag, which is a common size for a bag of chocolate in Norway. This type of change could be more problematic because it risks making the mathematics more difficult for the Norwegian teachers. In this particular item, however, the weight of the bag wasn't used in any calculations.

The category *School mathematical language* refers to changes related to the mathematical language used in schools. The mathematical language used in Norwegian schools of course differs from the language used in schools in the U.S. In most cases precise translations of the terms were possible. But, in Norwegian schools the mathematical language is often translated into a more everyday language. For example, hexagon does have the Norwegian translation *heksagon*, *polygon* could be written the same way in Norwegian as in English and congruent might be translated into the Norwegian word *kongruent*. Our impression is that these more precise mathematical terms are rarely used in Norwegian schools. These terms (more examples are given in table 3) were translated the following way: hexagon – *sekskant*, polygon – *mangekant* and congruent – *helt lik* (English: exactly the same). This could be problematic, because these changes risk making the items easier for the Norwegian teachers.

Representations of mathematical ideas vary from the U.S. to Norway. In Norway for example, comma is used instead of the decimal point, so 1.1 is translated into 1,1. x as multiplication sign is also translated into the sign that is most common to use in Norway: \cdot .

Table 3. *Examples of mathematical changes made to items*

Type of change	Example from original U. S. form	Example from our translation
Units	12 inches one-pound (bag)	12 cm 450 grams (pose)
School Mathematical Language	decompose divide numerators and denominators crossing out polygon congruent	dele opp deler teller med teller og nevner med nevner satte strek over mangekant helt like
Representation	1.1 .676 x (multiplication sign)	1,1 0,676 \cdot (multiplication sign)

In their presentation of *Other changes*, Delaney and colleagues (2008) mention changes related to alterations of visual appearance, alternative solutions that were deleted, etc. An example closely connected to representation is presented above. Changing the decimal point to a decimal comma forced us to use space instead of comma to distinguish the decimal numbers.

The use of multiple-choice format for the items is also an aspect worth discussing. This is important because multiple-choice formats has not been widely used in the Norwegian school context and might be unfamiliar to the Norwegian teachers. We have seen indications that this might be changing in Norway, and this appears to be related to the increased use of digital tools in particular. We will discuss this further after the pilot study where one aspect is having teachers comment on the format in a focus group interview. We are prepared to change the format if necessary.

As described above, we have added a category about political correctness. In our process of double translation we had a lot of discussions about the necessity of using a language that was politically correct. In recent curriculum documents and other documents from the Norwegian department, some words have been used in order to describe certain phenomena, and other words have been avoided. One example is the use of the word class, as described above. In order to be politically correct, we have chosen to rewrite the sentences that originally referred to class and use pupils (elever) instead. We could have used group instead, but that could lead to confusion in some instances, because the same word is also used when we refer to group work. For example: "Ms. Wilson's class" is translated into "*Annes elever*" (English: Anne's pupils).

Another example we have chosen to put in this category is use of the verb to learn. In a Norwegian context, we normally refer to learning as the outcome rather than the process. As a result, we find it inappropriate to say that "Mr. Alder's students are learning about ...", since we cannot know if they have actually learned it. In items that refer to the learning process, like in the example just mentioned, we therefore decided to rewrite it somewhat. A Norwegian translation would be: "*Elevene til Anders arbeider med ...*" (in English: "Andy's students are working with ...").

Table 4. *Examples of changes made to items due to political correctness or not*

Type of change	Example from original U. S. form	Example from our translation
Politically correct or not	class are learning about	elever arbeider med

Conclusions

In this article, we have pointed at some issues which indicate that the process of translating and adapting the measures is a highly complex and difficult one. It is not simply a matter of making a literal translation, and several important aspects can be lost in translation. Even changes that appear to be trivial have the potential of making the items more complicated, easier to misunderstand, etc.

We have recently carried out a pre-pilot with five teachers. These teachers have answered the questions in the survey, and participated in a focus group interview directly afterwards. The results from this pre-pilot will be analysed and reported in a forthcoming article, and the aim was mainly to have a quality check of our translation and adaption before the actual pilot study. Although it is somewhat beyond the scope of this article, it might be interesting to point at two preliminary findings from these interviews:

1. The items are perceived as very difficult, even by the experienced teachers.
2. The multiple-choice format is unfamiliar.

If these preliminary findings appear to be relevant for the teachers in the pilot study as well, they might indicate that we are faced with some severe difficulties when we try to use the American MKT measures with Norwegian teachers.

In our pilot study, we are going to evaluate the success of our translations and adaptations by using interviews in addition to analysing the results from the survey. We plan on asking a selection of the teachers whether the items appear authentic to them or not, and whether the mathematical content of the items is of a kind that Norwegian teachers encounter in their regular teaching practice. Data from these interviews might help explaining errors or responses that we would not expect based on previous analysis of the results from the American teachers. These data might also help formulating alternative questions or response options in a future adaption of the items, if necessary. In the Irish study, an analysis of the interview data was fruitful in order to identify which items may cause difficulty for the teachers, and whether the situations and characters described appeared authentic to teachers.

If, when we have carried out and analysed the results from the pilot study, we find that the two issues that have been pointed out above are actual problems, then we might be faced with a situation where we have to acknowledge that using the MKT measures with Norwegian teachers is a dead end. Although this risk of failure is actual and present, we

believe that it is important to try. By going into such a study with a critical view, we might learn something important about the constraints and possibilities that are entangled in the process of translating, adapting and using measures and assessments across language and cultural barriers. The potential rewards from such an endeavour appear to outweigh the risks that are involved, and we find it important for us as researchers to shed light on these issues in order to prevent uncritical use (and abuse) of such measures.

Although our discussion is related to the translation and adaptation of the MKT measures in particular, the main issues we point at should be of significance for researchers involved in translation and adaptation of other kinds of measures and assessments as well. As long as we do not know precisely what has happened in the translation process, and the effects that this has on the results, we should be very cautious when interpreting results from comparative studies like PISA, TIMSS and TEDS-M². We also recommend that researchers to a larger extent discuss issues related to translations in their publications.

References

- Adams, R. (2005). *PISA 2003 technical report*. Paris: Organization for Economic Co-operation and Development. Retrieved May 20, 2008 from <http://www.oecd.org/dataoecd/49/60/35188570.pdf>
- Ball, D.L. & Bass, H. (2003). Toward a practice-based theory of mathematical knowledge for teaching. In B. Davis & E. Simmt (Eds.), *Proceedings of the 2002 Annual meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group* (pp. 3–14). Edmonton, AB: CMESG/GCEDM.
- Ball, D. L., Hill, H. C. & Bass, H. (2005). Knowing mathematics for teaching. Who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide? *American Educator*, 29 (3), 14–17, 20–22, 43–46.
- Ball, D.L., Thames, M. H. & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59 (5), 389–407.
- Begle, E. (1968). Curriculum research in mathematics. In H. Klausmeier & G. O'Hern (Eds.), *Research and development toward the improvement of education* (pp. 44–48). Madison, WI: Dembar Educational Research Services.
- Cooney, T. J. (1999). Conceptualizing teachers' ways of knowing. *Educational Studies in Mathematics*, 38(1–3), 163–187.
- Davis, B. & Simmt, E. (2006). Mathematics-for-teaching: an ongoing investigation of the mathematics that teachers (need to) know. *Educational Studies in Mathematics*, 61 (3), 293–319.

- Delaney, S. (2008). *Adapting and using U.S. measures to study Irish teachers' mathematical knowledge for teaching*. Unpublished PhD-Thesis, University of Michigan.
- Delaney, S., Ball, D., Hill, H., Schilling, S. & Zopf, D. (2008). "Mathematical knowledge for teaching": adapting U.S. measures for use in Ireland. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11(3), 171–197.
- Eisenberg, T. (1977). Begle revisited: Teacher knowledge and student achievement in algebra. *Journal for Research in Mathematics Education*, 8(3), 216–222.
- Falch, T. & Naper, L. R. (2008). *Lærerkompetanse og elevresultater i ungdomsskolen* [SØF-rapport nr. 01/08]. Trondheim: Senter for økonomisk forskning AS. Retrieved December 19, 2008 from http://www.udir.no/upload/Forskning/larerkompetanse_og_elevresultater_i_ungdomsskolen.pdf.
- Faulkner, L. R., Benbow, C. P., Ball, D. L., Boykin, A. W., Clements, D. H., et al. (2008). *The final report of the National Mathematics Advisory Panel: U.S. Department of Education*. Retrieved March 26, 2008 from <http://www.ed.gov/about/bdscomm/list/mathpanel/report/final-report.pdf>
- Geisinger, K. F. (1994). Cross-cultural normative assessment: translation and adaptation issues influencing the normative interpretation of assessment instruments. *Psychological Assessment*, 6, 304–304.
- Grønmo, L. S., Bergem, O. K., Kjærnsli, M., Lie, S. & Turmo, A. (2004). *Hva i all verden har skjedd i realfagene: norske elevers prestasjoner i matematikk og naturfag i TIMSS 2003*. Department of Teacher Education and School Development, University of Oslo.
- Haaland, I. & Reikerås, E. (2005). Matematikkfaget ved lærerutdanningen i Stavanger. In M. Lea (Ed.), *Vekst og utvikling. Lærerutdanninga i Stavanger 50 år* (pp. 55–65). University of Stavanger.
- Hill, H., Ball, D. L. & Schilling, S. (2008). Unpacking "pedagogical content knowledge": conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39(4), 372–400.
- Hill, H. C., Rowan, B. & Ball, D. L. (2005). Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement. *American Educational Research Journal*, 42(2), 371–406.
- Hill, H.C., Sleep, L., Lewis, J.M. & Ball, D.L. (2007). Assessing teachers' mathematical knowledge: What knowledge matters and what evidence counts? In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 111–155). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Johnson, T. P. (1998). Approaches to equivalence in cross-cultural and cross-national survey research. In J.A. Harkness (Ed.), *Cross cultural survey equivalence* (pp. 1–40). Mannheim, Germany: Zentrum für Umfragen, Methoden und Analysen (ZUMA).

- Kotsopoulos, D. & Lavigne, S. (2008). Examining "mathematics for teaching" through an analysis of teachers' perceptions of student "learning paths". *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 3 (1), 1–23.
- KD (2008a). *Kvalitet i skolen. Stortingsmelding nr 31 (2007–2008)*. Oslo: Ministry of Education and Research.
- KD (2008b). *Kompetanse for kvalitet. Strategi for videreutdanning av lærere. Midlertidig versjon*. Oslo: Ministry of Education and Research. Retrieved December 19, 2008 from <http://www.regjeringen.no/upload/KD/Vedlegg/Grunnskole/Kompetanse%20for%20kvalitet.pdf>
- Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates.
- Mullis, I.V.S, Martin, M.O., Gonzales, E.J. & Chrostowski, S.J. (2004). *TIMSS 2003 international mathematics report*. Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center.
- OECD (2004). *Learning for tomorrow's world: first results from PISA 2003*. Paris: Organisation for Economic Co-operation and Development. Retrieved May 3, 2007 from <http://www.oecd.org/dataoecd/1/60/34002216.pdf>
- Peña, E. D. (2007). Lost in translation: methodological considerations in cross-cultural research. *Child Development*, 78(4), 1255–1264.
- Schoenfeld, A.H. (2007). The complexities of assessing teacher knowledge. *Measurement: Interdisciplinary Research & Perspective*, 5(2), 198–204.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4–14.
- Silverman, J. & Thompson, P. (2008). Toward a framework for the development of mathematical knowledge for teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11(6), 499–511.
- Singh, J. (1995). Measurement issues in cross-national research. *Journal of international business studies*, 26(3), 597–619.
- Stiegler, J. W. & Hiebert, J. (1999). *The teaching gap. Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom*. New York: The Free Press.
- Thompson, P. W., Carlson, M. & Silverman, J. (2007). The design of tasks in support of teachers' development of coherent mathematical meanings. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 10(4–6), 415–432.
- UFD (2002). *Kvalitetsreformen. Om ny lærerutdanning. Mangfoldig – krevende – relevant. Stortingsmelding nr 16 (2001–2002)*. Oslo: Utdannings- og forskningsdepartementet.
- UFD (2005). *Kunnskapsløftet*. Oslo: Utdannings- og forskningsdepartementet.

Notes

- 1 The items in the actual measures have not been released, and we have therefore used one of the released items as an example here. The Released items can be accessed from http://sitemaker.umich.edu/lmt/files/LMT_Sample_items.pdf
- 2 TEDS-M includes some MKT items, and the results from this study will be interesting to learn more about. Unfortunately, no results from the Norwegian part of TEDS-M have been published at the time of writing this article.

Reidar Mosvold

Reidar Mosvold is Associate Professor in mathematics education at the University of Stavanger, Norway. His main interest is related to teachers' beliefs and knowledge of mathematics, and their influence on practice.

reidar.mosvold@uis.no

Janne Fauskanger

Janne Fauskanger is Assistant Professor in mathematics education at the University of Stavanger, Norway. Her main interest is related to pre-school teachers' mathematical knowledge for teaching and their practice.

janne.fauskanger@uis.no

Arne Jakobsen

Arne Jakobsen is Associate Professor in mathematics at the University of Stavanger, Norway. His interests are mathematics, mathematical knowledge for teaching, and quantitative studies in mathematics education.

arne.jakobsen@uis.no

Kjersti Melhus

Kjersti Melhus is Assistant Professor in mathematics education at the University of Stavanger, Norway. She is especially interested in how to teach mathematics for understanding.

kjersti.melhus@uis.no

Sammendrag

I forbindelse med prosjektet: Learning Mathematics for Teaching (LMT) ble det utviklet måleinstrumenter for å analysere læreres matematiske undervisningskunnskap (MKT). Denne artikkelen presenterer noen av utfordringene som var involvert i et forsøk på å oversette og tilpasse disse målingene for bruk blant norske lærere. Instrumentet ble opprinnelig laget kun med tanke på å bli brukt i en amerikansk kontekst, og en rekke forskjeller mellom de to landene er med på å gjøre dette vanskelig. Vår studie bygger på en tilsvarende irsk studie. I vår studie støtte vi på flere problemstillinger som var tilsvarende de som ble funnet i Irland, men der var også flere nye utfordringer som oppsto når vi forsøkte å oversette og tilpasse måleinstrumentet for bruk i Norge.

VEDLEGG 1

Artikkel 2

Fauskanger, J., Jakobsen, A., Mosvold, R., & Bjuland, R. (2012). Analysis of psychometric properties as part of an iterative adaptation process of MKT items for use in other countries. *ZDM - The International Journal on Mathematics Education*, 44(2), 387–399.

Not available in UiS Brage due to copyright

VEDLEGG 1

Artikkel 3

Fauskanger, J., Mosvold, R., Bjuland, R., & Jakobsen, A. (2011). Does the format matter? How the multiple-choice format might complicate the MKT items. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 16(4), 45–67.

Does the format matter? How the multiple-choice format might complicate the MKT items

JANNE FAUSKANGER, REIDAR MOSVOLD,
RAYMOND BJULAND AND ARNE JAKOBSEN

In order to design appropriate professional development programs for teachers, an instrument has been developed in the U.S. to measure teachers' mathematical knowledge for teaching. The process of translating and adapting these measures for use in other countries involves several challenges. This article focuses on issues related to the multiple-choice format of the items. Analyses of focus-group interviews reveal that the multiple-choice format may complicate the items. The teachers' reflections about the format in this Norwegian case contribute to the understanding of this important challenge.

Substantial progress has been made over the last two decades in understanding the knowledge that teachers need in their mathematics teaching (e.g. Sullivan & Wood, 2008). Researchers at the University of Michigan in the U.S. have contributed to this understanding with a concept they refer to as teachers' *mathematical knowledge for teaching* (MKT. Ball, Thames & Phelps, 2008). They claim that MKT, as assessed by their measures, made a difference to the mathematical quality of instruction (Hill, Blunk et al., 2008) and to students' achievement in mathematics (Hill, Rowan & Ball, 2005). The results from these researchers' efforts seem promising. Morris and colleagues (2009) even describe MKT as "the most promising current answer to the longstanding question of what kind of content knowledge is needed to teach mathematics well" (p. 492). Knowledge about the topics and tasks that teachers struggle with is useful when preparing professional development (PD) programs (Hill, 2010).

Janne Fauskanger, *University of Stavanger*

Reidar Mosvold, *University of Stavanger*

Raymond Bjuland, *University of Stavanger*

Arne Jakobsen, *University of Stavanger*

Fauskanger, J., Mosvold, R., Bjuland, R. & Jakobsen, A. (2011). Does the format matter? How the multiple-choice format might complicate the MKT items. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 16(4), 45–67.

Despite the promising results, these research efforts have also met criticism. Schoenfeld (2007) is one prominent critic. He has criticized the lack of a clear underlying framework and the use of multiple-choice (MC) format in the items. Schoenfeld argued that open-ended items would have been easier for teachers than MC items, and he claimed that the MC format might potentially complicate the items and thus make the MKT more difficult for the test-takers.

Care should always be taken when attempting to adapt measures for use in a new cultural context, and this is particularly important when it comes to the MKT measures (Fauskanger, Jakobsen, Mosvold & Bjuland, in press). The items in these measures relate to the practices of teaching mathematics in the U.S., and several researchers argue that teaching is a cultural activity (e.g. Stigler & Hiebert, 1999). An early work on translation (Mosvold, Fauskanger, Jakobsen & Melhus, 2009) pointed to a preliminary finding concerning teachers' perceived unfamiliarity with the MC format. This coincides with Tonheim and Torkildsen's (2010) findings that Norwegian students are seldom assessed with MC items in their mathematics teacher education. Different levels of experience with the item format might lead to differences in test-taking skills, and the item format is another important aspect of a discussion of the validity of an assessment instrument (see e.g. Haladyna, 2004).

Hambleton and Patsula (1998) argue that the choice of item format should be discussed when adapting measures for use in a country other than that for which the measures were originally intended. Based on previous experience, Schoenfeld (2007) argued that the format could complicate the items, and as a result of this the format might actually complicate the MKT being measured for the teachers. In this article, we present a further investigation of possible difficulties regarding the MC format of the MKT items. We address the following research question:

What indicators are identified from teachers' reflections on how the multiple-choice format might complicate the content (MKT) being measured?

As an initial analysis of this question, we have decided to invite the test-takers (teachers) to reflect on the format. Through analyses of dialogues from focus-group interviews, we identify and discuss indicators of how the MC format can make the MKT being measured more complicated, as perceived by the teachers.

The MKT framework

The study of mathematics teachers' knowledge has been an active field of research for several decades (e.g. Sullivan & Wood, 2008) and various

methods have been used to assess different aspects of teachers' knowledge (e.g. Hill, Sleep, Lewis & Ball, 2007). Shulman's (1986) paper, focusing on knowledge unique to teaching, is frequently referred to (e.g. Graeber & Tirosch, 2008). His notions of subject matter knowledge (SMK) and pedagogical content knowledge (PCK) have subsequently been modified, criticized and expanded. One expansion is the empirically supported work carried out by Ball and colleagues in relation to MKT, which has been defined as "the mathematical knowledge used to carry out the work of teaching mathematics" (Hill et al., 2005, p.373). The MKT construct was developed by studying several aspects of teaching (e.g. Hill, 2010).

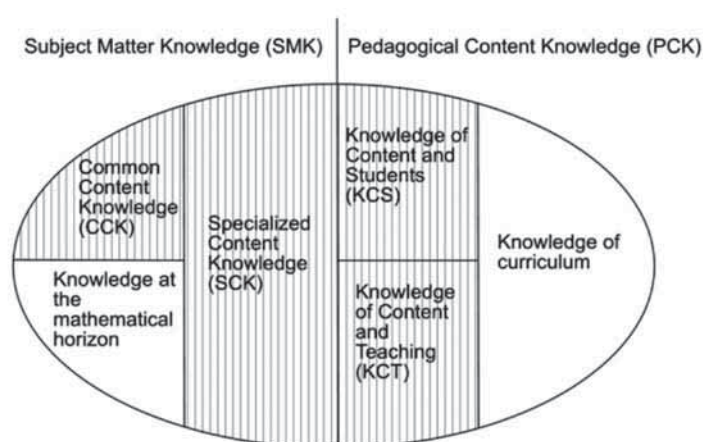


Figure 1. *Mathematical knowledge for teaching* (Hill, Ball & Schilling, 2008, p.377).

Figure 1 shows the correspondence between Shulman's (1986) categories and the current map of MKT. At present, items have been developed to measure teachers' knowledge in four of the MKT domains (striped in figure 1, Hill, 2010). The left side of the oval is related to Shulman's SMK. Common content knowledge is knowledge that is used in the work of teaching, in ways that correspond with how it is used in settings other than teaching. Specialized content knowledge is the mathematical knowledge "that allows teachers to engage in particular teaching tasks, including how to accurately represent mathematical ideas, provide mathematical explanations for common rules and procedures, and examine and understand unusual methods to problems" (Hill, Ball & Schilling, 2008, p.378). Both are forms of mathematical knowledge. The right side of the oval contains knowledge related to Shulman's PCK. The researchers have to a lesser extent succeeded in developing items to measure the PCK domains so far (Hill, 2010). Hill, Ball and Schilling

(2008) describe an effort to conceptualize and develop measures of teachers' knowledge of content and students. This work suggests that a possible direction for future item development in this domain is to invest in open-ended items. We focus on the left side of the oval in this context. Figures 2 and 4 are examples of items developed to measure teachers' specialized content knowledge, while in figure 3 teachers' common content knowledge is in focus.

Hill, Sleep and colleagues (2007) claim that different assessments constitute different theories about teachers' knowledge. The differences between e.g. constructivism and socio-cultural theories are evident in the attribution of individual knowledge structures on the one hand and knowledge being the internalization or appropriation of social practices on the other (Goodchild, 2001). Situated perspectives turn attention away from individual knowledge (Boaler, 2000), and it is considered inadequate to focus on knowledge alone, outside of the practices of its production and use. The MKT measures are not grounded in these overarching and more generic theories (Hill, Ball & Schilling, 2008) and are criticized on the basis of the claim that MKT is a personal construct (e.g. Stylianides & Delaney, 2011). Measuring teachers' MKT is related to a more positivistic perspective in which teachers are seen as having inert or "in the head" knowledge (e.g. Williams, 2011) that it is possible to measure. This does not however exclude the fact that teachers' situated or enacted knowledge is equally important.

While the measurement of student teachers' knowledge is a widely accepted practice, that of practicing teachers' knowledge is not (e.g. Hill, Sleep et al., 2007), at least not in Norway (Lysne, 2006). In order to consider how teachers' knowledge might be responsibly assessed, the goal of Hill, Sleep and their colleagues (2007) is to move the debate concerning assessment of teachers "from one of argument and opinion to one of professional responsibility and evidence" (*ibid.*, p. 112). To make advances in developing tools to study teachers' knowledge, as well as to understand the MKT, a set of agreed-upon, reliable and valid methods for assessing teachers' MKT is required (Hill, Sleep et al., 2007). These authors argue that assessing teachers' knowledge:

[. . .] can be done in ways that honor and define the work of teaching, ratify teachers' expertise, and help to ensure that every child has a qualified teacher. Doing so requires carefully constructed instruments that take seriously the work of teaching and that can be used at scale. (*ibid.*, p. 150)

Hill and colleagues see further development of the MKT measures as one attempt to attain this goal. A close consideration of the format will be an important contribution to this.

The format of the MKT items

An advantage of using the MC format in the MKT items is that they can be used at scale and are less time consuming to analyze than open-ended items would be (Hill, Sleep et al., 2007). According to Burton and his colleagues (1991), a standard MC item consists of two parts: a problem (also called stem), and a list of suggested solutions. This list normally contains one correct alternative, which is referred to as the key, and a number of incorrect alternatives, termed distractors.

In some of the MKT items the key is the "incorrect" answer to the mathematical problem presented. An example is given in figure 2. In this particular item, alternative C) is the key, although that alternative in itself is mathematically incorrect, whereas the other alternatives are distractors that can all be used to represent this particular multiplication of fractions.

6. At a professional development workshop, teachers were learning about different ways to represent multiplication of fractions problems. The leader also helped them to become aware of examples that do not represent multiplication of fractions appropriately. Which model below cannot be used to show that $1\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = 1$? (Mark ONE answer.)

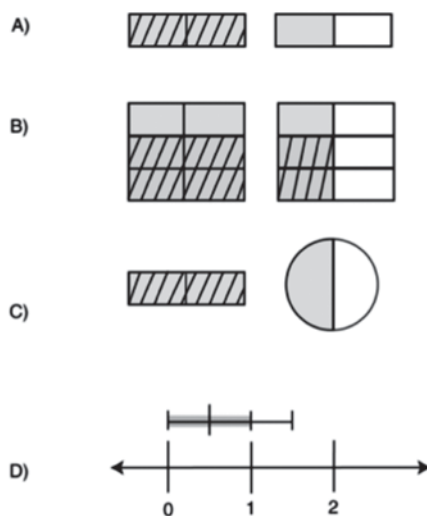


Figure 2. Item developed to measure teachers' specialized content knowledge. Item number 6 from the set of released items (Ball & Hill, 2008, p.7). (Items used in our adapted measures are not released for publication).

In addition to such standard MC items, there are MKT items that differ in at least two ways. First, some items may not include any incorrect alternatives. The key is then a suggested solution such as "they are making all

11. Students in Mr. Hayes' class have been working on putting decimals in order. Three students — Andy, Clara, and Keisha — presented 1.1, 12, 48, 102, 31.3, .676 as decimals ordered from least to greatest. What error are these students making? (Mark ONE answer.)
- a) They are ignoring place value.
 - b) They are ignoring the decimal point.
 - c) They are guessing.
 - d) They have forgotten their numbers between 0 and 1.
 - e) They are making all of the above errors.

Figure 3. *Item developed to measure teachers' common content knowledge. Item number 11 from the set of released items (Ball & Hill, 2008, p.10).*

of the above errors". The set of released items does not contain any items with this alternative as a key (figure 3), but several of the non-released items are of this kind.

In this item b) is the key since the students' ordering of the decimals would have been correct if the decimal point had been removed. Alternatives a), c), d) and e) are distractors. As an example it can be observed that alternative a) is incorrect because the students do not ignore place value, as is c) since the ordering of the numbers seems to follow some kind of pattern.

A second difference is that some of the MKT items have one stem and multiple MC questions related to this stem (figure 4). These items are called testlets (Hill, 2010). Alternative 1 is the key for all the MC questions in this particular testlet, because the three methods presented could all be used to multiply any two whole numbers.

The use of MC items is not unproblematic, and every format has advantages as well as disadvantages. Several studies have compared the use of open-ended vs. MC items (e.g. Hollingworth, Beard & Proctor, 2007), and there are indications that these different formats might actually measure different types of knowledge. Others, however, suggest that there are no evident differences between the use of open-ended items and MC items (van den Bergh, 1990). When investigating the hypothesis that open-ended items measure something other than MC items, Hollingworth and colleagues (2007) conclude that both open-ended and MC items are related to a common factor. They also argue the two formats are equally effective.

The use of MC items to assess teachers' knowledge has been subject to criticism. Schoenfeld (2007) acknowledges that measures based on MC

3. Imagine that you are working with your class on multiplying large numbers. Among your students' papers, you notice that some have displayed their work in the following ways:

Student A	Student B	Student C
$\begin{array}{r} 35 \\ \times 25 \\ \hline 175 \\ +75 \\ \hline 875 \end{array}$	$\begin{array}{r} 35 \\ \times 25 \\ \hline 175 \\ +700 \\ \hline 875 \end{array}$	$\begin{array}{r} 35 \\ \times 25 \\ \hline 25 \\ 150 \\ 100 \\ +600 \\ \hline 875 \end{array}$

Which of these students would you judge to be using a method that could be used to multiply any two whole numbers?

	Method would work for all whole numbers	Method would NOT work for all whole numbers	I'm not sure
a) Method A	1	2	3
b) Method B	1	2	3
c) Method C	1	2	3

Figure 4. Testlet developed to measure teachers' specialized content knowledge. Testlet number 3 from the set of released items (Ball & Hill, 2008, p.5).

items can serve certain functions, but he argues that they test something other than what they are intended to. He recommends open-ended questions to reflect the teachers' "desired competencies" (ibid., p. 204). Others claim that validity might be threatened because the use of MC items can lead to trivialization of the complexities of teaching (Haertel, 2004). MC items may also be limited in their cognitive range (Boodoo, 1993) and the interpretation of scores could measure test-taking strategies rather than MKT (Martinez, 1999). The format may also unwittingly involve "greater implications than intended by the developers" (Hill, Sleep et al., 2007, p. 150). The MC format may solidify the misconception that mathematical competence is demonstrated by quick solutions (Schoenfeld, 1992) among some teachers, and teachers who do not think of mathematics as quick solutions to routine problems may feel marginalized by the format. Even if Hill, Dean and Goffney (2007) conclude that their work on validation corrects for common problems of MC items, the aspects mentioned above should be taken into consideration when translating and adapting measures. Challenges related to MC format are important to investigate further when the MKT items are used in different cultural settings.

Cultural aspects of MKT

The use of MC format in the MKT items has provided some promising research results so far (Hill et al., 2005; Hill, Blunk et al., 2008). However, the development as well as the validation of the measures was originally done in a U.S. context only (e.g. Hill, Dean & Goffney, 2007) and more recently in Ireland (Delaney, 2008), Ghana (Cole, 2011) and Indonesia (Ng, 2012). Since the knowledge required for teaching may be more culturally-based than pertaining simply to mathematical knowledge (Stylianides & Delaney, 2011), a new debate concerning the cultural aspects of MKT has emerged (see e.g. Ng, Mosvold & Fauskanger, 2012).

Attempts to adapt and use the MKT measures in a different cultural context should include careful analyses of the challenges involved on different levels. As an example, prior research on U.S. teachers' subject-matter knowledge found that many teachers hold procedural understandings of algorithms, which stands in contrast to that of teachers in China (Ma, 2010). When adapting an item focusing on algorithms (see figure 4), this is an important issue to take into consideration. In his efforts to adapt MKT items into an Irish context, Delaney (2008) discussed aspects related to cultural differences extensively. He referred to this as a challenge of establishing equivalence, and he particularly used Singh's (1995) model for establishing construct equivalence. Building on the attempts and experiences of Delaney and colleagues (2008) in translating and adapting MKT items for use in Ireland, several researchers have followed up with similar attempts. Mosvold and his colleagues (2009) used a similar framework in their attempt to translate and adapt MKT items for use in a Norwegian context, and they had a particular focus on the challenges of translation. Other researchers have used MKT items in countries like Indonesia (Ng, 2012), South-Korea (Kwon, 2009) and Ghana (Cole, 2011). Most of these studies build on the experiences of Delaney, but only Cole (2011) discusses the format of the items, and the discussions about the test-takers' reflections are provided only to a limited extent. There have been some efforts to study the challenges of adapting the items into a different cultural context (Fauskanger et al., in press), comparing the challenges of translation and adaptation in two different cultures (Ng et al., 2012) and the performance of the items in the Norwegian context (Jakobsen, Fauskanger, Mosvold & Bjuland, 2011). In spite of such attempts, however, much work is still needed in order to learn more about the cultural issues related to the translation, adaptation and use of MKT items in different cultural contexts. Such studies are also needed to investigate the possible cultural aspects of the MKT framework itself. The present article is an attempt to approach one of these cultural issues by examining the complexities of using the MC format of the MKT items in a different cultural context.

Methods

In this study, we decided to solicit the opinions of the test-takers (the teachers) in order to learn more about the challenges raised by the MC format in the MKT measures. Seven semi-structured focus-group interviews (FGIs) were organized, and a total of fifteen teachers participated. Teachers from different schools, grade levels and with different levels of experience were selected for participation. The first group consisted of two experienced teachers, whereas the second group consisted of three inexperienced teachers. The participants in these two groups were selected on the basis of their level of experience and special interest in mathematics education, and were all from different schools. The other five groups were randomly selected from schools that were connected to our university as practice schools, and they consisted of teachers from different schools and different levels. All the participants had a special interest in mathematics and mathematics teacher education. For these five FGIs, pairs of teachers were selected in association with their respective headmasters. The first two interviews were held at the university, whereas the other five were held at the teachers' respective schools.

The participants worked individually with a set of MKT items before the interviews. The FGIs were designed with the following structure, eliciting questions with a focus on: a) background information of the teachers, b) general considerations of the MKT measures, c) particular considerations in relation to the MC format (e.g. "Do you have any comments in connection with the multiple-choice format of the measures' items?"), d) comments on the mathematical topic, structure and difficulty item by item, and finally e) comments and reflections that supplement the other issues discussed in the interviews. We focus on the teachers' reflections expressed in the dialogues, trying to capture the main challenges associated with the MC format, if such exist.

The FGIs were recorded and transcribed, and these transcriptions were analyzed through content analysis (e.g. Törner, Rolka, Rösken & Sriraman, 2010), which aims "to obtain descriptive information about a topic" (Fraenkel & Wallen, 2006, p.485). One approach to content analysis is to start with previously determined categories (Fraenkel & Wallen, 2006); we began by using the two categories that appeared from Schoenfeld's (2007) criticism as an analytical framework. He argued that there were 1) more general challenges related to the MC format, and 2) that the MC format might complicate the content being measured and thus make the MKT items more difficult than if they were open-ended. After having organized the data material in these two categories through content analysis, we used a more grounded approach (Bryman, 2004) to uncover subcategories of the two main categories. For a subcategory to be established, the aspect in focus had to be discussed by the teachers

in at least two FGIs. In this article, we have focused on the second main category. Some of the transcripts have been slightly adapted to avoid too many gap fillers and repetitions.¹

Results and discussion

In order to approach the question of what indicators the teachers introduce as to how the MC format might complicate the MKT items, we present and discuss results from a study of teachers' reflections concerning the MC format of the MKT items in FGIs. In his criticism of the MC format of these items, Schoenfeld (2007) distinguished between two main issues. First, he claimed that more general problems with MC were involved, and, second, he argued that the MC format could complicate the items and make the MKT being measured more difficult for the teachers than if it was measured by open-ended items. Our main focus here is on how the item format could make the MKT being measured more difficult for the participating teachers, but we start by providing a brief report on more general issues that were indicated by the teachers in our FGIs.

Indicators of general challenges with the MC format

In addition to these more MKT-specific challenges with the MC format, the teachers' reflections also indicated several issues concerning the item format that are not specific to the MKT items. Some of the more experienced teachers' reflections on the format indicate an anticipation that mathematical competence is demonstrated by quick solutions, as reported by Schoenfeld (1992). The teachers also raised some issues related to more general test-taking strategies in their reflections. On the one hand, they expected that they should be able to find the correct answer (the key) by eliminating the implausible answers (the distractors). Such a response elimination strategy is a common test-taking strategy when MC format is used (Martinez, 1999).

Another issue related to test-taking strategies is that of guessing, and teachers in our interviews suggested that this might be another issue to consider (see also Martinez, 1999 for a discussion on such issues). One teacher argued that the format has a weakness since it does not provide any information about students' mistakes and their thinking and could measure test-taking strategies rather than MKT (see also Hill, Dean & Goffney, 2007 for a similar discussion). This suggests that the teacher was not aware that distractors are often chosen to reflect incorrect strategies.

In their work on validity, Hill, Dean and Goffney (2007) conclude that their work rules out common problems and critiques of MC items.

As an example they claim that test-taking strategies are not widely used. The teachers in our interviews offered some reflections concerning more general problems related to MC format, and these issues are important to investigate further in different cultural settings. In this connection, however, we focus more on the teachers' reflections on how the format could make the MKT being measured more difficult for them.

Indicators of the MC format complicating the MKT being measured

In five of the seven FGIs, teachers indicated that it was challenging to be assessed by MC items. In the FGIs, the teachers discussed three different but closely related indicators regarding how the MC format could complicate the MKT being measured. First, they argued that the suggested solutions (the distractors and the key) made the items more complicated than open-ended items would have been. Second, the set of suggested solutions that were given in the items were experienced by the teachers as something that forced them into a particular way of thinking. Third, the teachers argued that some items lacked important and correct solutions, and this made it all the more difficult for them. These reflections by the teachers form the categories in which we present the results below.

The suggested solutions complicate the MKT items

The first transcript example, taken from the interview with three inexperienced teachers (TU1A, 1B and 1C), indicates that the suggested solutions may complicate the items, meaning that an item without suggested solutions would be easier. This aspect was brought up in four of the FGIs, three with inexperienced teachers and one with one experienced and one inexperienced teacher. When asked about what it was like to work on a measure made up of MC items, one of the teachers said¹:

5. TU1A: I have never done this before, so I thought it was (...). Well, I did it [a MC test] when I took my [theoretical] driver's license test (laughter). But I think it's a difficult way to be assessed.
6. [...]
7. TU1A: Because it [the suggested solutions] makes you doubt, because everything is in a way similar, to some degree correct. And then you have to select an alternative, then I think it's easier when you get to come up with your own answer. Instead of being forced to select among alternatives that someone else has produced. It takes time because there are many similar suggested solutions. (. . .) I wanted to calculate myself in a way.

[UiS FGI1, October 7, 2008]

Later in the interview, when asked to comment on the first items of the MKT measures, TU1A and TU1B indicated that the suggested solutions related to whether or not 1 is a prime number confused them.

66. TU1A: And there you have that multiple-choice makes me think, yes everything is right.

67. TU1B: Yes, that's what you immediately think.

In this item one of the four proposed definitions (including and excluding 1) is correct. We observe that TU1A thinks that a measure built from MC items is more challenging than one made from open-ended items would be (7), as Schoenfeld (2007) claims. One of the reasons given by these inexperienced teachers is that all the suggested solutions are perceived to be similar and thus seem correct (7, 66 and 67). This aspect may be illustrated by the released item in figure 3, where the suggested solutions are quite similar and several might seem correct. The MKT items in which all the suggested solutions are correct and the key is "all of the above" (figure 3) may thus complicate these items even more (Burton et al., 1991). The teachers' confusion may also be due to an expectation that basic skills are in focus in MC items and that MC items cannot be written to elicit complex cognition (Boodoo, 1993), such as the MKT measures (Hill, Sleep et al., 2007). The item presented in figure 2 illustrates this, and the teacher has to figure out what use other teachers might make of the representations presented in relation to each of the four models. Issues related to translation may also have complicated the items (e.g. Mosvold, et al., 2009). Not being able to choose the correct definition of a prime number among four suggested definitions may also be due to the teachers' level of MKT in general or, in particular, to what Ball and colleagues (2008) call "common content knowledge". It could also be due to cultural issues related to which definitions are used and how they are used in different countries (Ng, 2012).

The next transcript example selected from an interview with two inexperienced teachers at a junior high school (grades 8-10) indicates that the format's suggested solutions makes even basic knowledge appear more complicated:

17. Int.: Yes, when you worked on these measures, did you react to the way the questions were posed? (. . .)

18. T6A: No, in my case I thought this was a fairly standard multiple-choice test. You have basic knowledge presented in a bit complicated way, (. . .) and we are given alternatives that are fairly similar so that you, (. . .) the things that once were basic [knowledge] suddenly become more complicated.

[FGI, School 6, March 5, 2009]

T6A's response might be taken to indicate that the similarity of suggested solutions complicates what would otherwise be relatively straightforward (18). According to this teacher, results from teachers' responses to the MKT measures may show that teachers hold less MKT than they really do. This is in line with what Schoenfeld (2007) points out, but contradicts Haertel's (2004) position, suggesting that MC items can trivialize the complexities of teaching. Nevertheless, the MKT items are constructed to differentiate between teachers (e.g. Hill, 2010). T6A may expect the knowledge measured by the MKT items to be basic content (Boodoo, 1993). Another interpretation of this statement might be that the teachers do not have any problem with the format, but rather that the presentation of the alternatives in the item actually makes the teacher aware of the deep knowledge that is required to deal with the problem presented.

The issue of suggested solutions complicating the items, and therefore the MKT being measured, was brought up mostly by inexperienced teachers. This may indicate that the experienced teachers hold more MKT and therefore find the items easier, or that they are more experienced when it comes to the MC format. However, in the interview at School 2, the teachers indicate the opposite. This is in line with Sirne's (2005) assertion that MC makes items easier than an open-ended format would do.

The MC format forces one way of thinking on the teachers

The next transcript example illustrates issues raised in two FGIs with inexperienced teachers. In both FGIs this aspect was brought up in relation to discussion of the MKT measures as a whole. The example indicates that these inexperienced teachers do not like the fact that the MC format and the suggested solutions lead them into one way of thinking. They do not like being forced to choose among alternatives already produced but would rather do their own calculations to find the correct answer.

9. TUIB: I don't have anything against multiple-choice, not when it comes to these kind of items or measures [given in order to learn more about teachers' MKT to be able to build professional development on what teachers already know], but if I were supposed to have produced something on an exam I'm not very enthusiastic about this. I feel I filter the alternatives I can give an answer to, but I would have thought differently, or done things in a different way (. . .).

(. . .)

12. TUIA: You're in a way forced into another person's way of thinking. You're not able to use your own [thinking] in the same way.

[UiS FGI1, October 7, 2008]

TU1A finds the MC format challenging because the suggested solutions make it difficult to think independently (12). The inexperienced teachers prefer to think independently and TU1B argues that she thinks differently from the alternatives given (9). The teachers' arguments are in line with Schoenfeld's (2007) claim that there is a danger that teachers' answers may reveal neither anything about the process used to find the answers nor whether the teachers are actually answering the questions posed. Using figure 2 as an example, the teachers may be able to use area models or other representations to illustrate multiplication of fractions appropriately, but the suggested solutions may still appear to disturb their independent thinking. Schoenfeld's statement is strong, but corresponds rather closely to statements made by some of the teachers in our study. Since this was only brought up by the inexperienced teachers, it may indicate a lack of experience with the MC format in pre-service teacher education (Tonheim & Torkildsen, 2010).

The suggested solutions lack important alternatives

The two last transcript examples in this section aim to illustrate the discussion in three of the FGIs involving experienced and inexperienced teachers in both primary and junior high school. The first example is taken from an interview with two experienced teachers (TU2A, TU2B) and the second from an interview with two inexperienced teachers (T6A, T6B). The examples suggest that MC-based measures could lack other correct alternatives than the key presented. According to the teachers in our study, this complicates the items (81).

81. TU2A: At first I became a bit confused. Because you go into the role of a student, in a way. And then you first search for what's correct [the key]. And then you don't find the one you expected to find (. . .) But, none [of the suggested solutions] were exactly correct.

[UiS FGI2, October 28, 2008]

TU2A is commenting on an item focusing on place value. The item deals with students working to decompose a three-digit number into hundreds, tens, ones and tenths. The students have arrived at different answers and the teachers are asked in the item to evaluate which of four different ways to represent the three digit number they will accept as correct. TU2A did not find the solution she expected to be the correct one (e.g. 456 divided into 4 hundreds, 5 tens and 6 ones) and thus found none of the suggested solutions to be the key (81). This could illustrate that MC items do not always measure what they are supposed to measure (Schoenfeld, 2007), because this teacher would have been able to give at least one correct answer (e.g. 456 equals 4 hundreds, 5 tens and 6 ones) if

this item was not given in MC format. On the other hand, the items are made to differentiate among teachers' knowledge (Hill, 2010) and when TU2A does not find the expected key (81), it may be due to the teacher's level of MKT or lack of what Ball and colleagues (2008) call specialized content knowledge. Not being able to evaluate students' different ways to decompose a three-digit number when three out of four suggested solutions are mathematically correct (e.g. 456 divided into 3 hundreds, 15 tens and 6 ones), as is the case in this particular item, leads us to discuss the level of MKT.

According to the teachers in our data, this could also be a cultural issue. The experienced teachers in this particular interview argue that it is unusual in a Norwegian school context to divide the three digit number into hundreds, tens and ones, rather than following the positions. TU2A says that she was unable to see "the most usual (...) that people will look for (...) the correct one" (line 71). This issue is commented on by teachers in four of the other interviews as well. In this item it appears evident that the cultural issues are related to the format of the item, since an open-ended item would have prompted the teachers to provide a solution (and possibly a supporting argumentation), and the cultural issues that became evident through the suggested solutions in the MC item would not have appeared in an open-ended version.

A second example illustrates the issue of missing but correct alternatives. T6B in the transcript example below is commenting on an item in which the teachers are invited to figure out what students performing calculations in a specific way (written two-digit subtraction) were probably doing (see testlet in figure 4). Four solutions are suggested, and only one of them is correct and matches the algorithm presented.

91. T6B: There you have a wonderful example of [an item] where I would have asked [the students]: What have you done, could you show me what you have done?
92. Int.: Yes.
93. T6B: Instead of me using 20 minutes to try and figure out what on earth they have done (. . .)
94. Int.: You would have asked? (. . .)
95. T6B: Yes, I missed that solution.
96. Int.: Yes.
97. T6B: But I have to reach an answer by guess work.

[FGI, School 6, March 5, 2009]

T6B says that she had to guess (97) because she was unable to see the solution by focusing on what she as a teacher would have been doing if she

had seen this specific way of calculating in her classroom (95). This can be seen as relating to a disadvantage to the MC format emphasized by Clauser and Margolis (2006): The MC items assess what e.g. the teacher knows, not what the teacher can do. This could also be seen in relation to Schoenfeld's (2007) critique and may indicate that this item does not measure what it is supposed to measure and that the results would not tell anything about teachers' MKT. T6B would have asked the student about what she was doing and about the thinking behind this specific way of calculating two-digit subtraction (91 and 93). When this alternative was not present, the teacher guessed the way to the key (97). Guessing in this situation may, on the other hand, be due to not being able to analyze and understand different students' written algorithms related to two-digit subtraction, and thus lack of what Ball and colleagues (2008) call specialized content knowledge. Prior research has found that many teachers (in the U.S.) hold narrow, procedural understandings of algorithms (e.g. Ma, 2010) and the discussions related to algorithms in the seven FGIs indicate that this might be an issue among several of the fifteen Norwegian teachers as well. The MKT items are made to measure teachers' MKT, and the suggested solution of "ask the student" would not be related to mathematics at all, even if it is a good idea to let students explain their thinking.

The algorithm presented in this item is not one that the teachers in our study consider standard in the Norwegian school context. The unfamiliarity with this particular algorithm was discussed in several FGIs. T6B not being able to find the key may therefore be related to cultural issues because it is easier to identify what is done in relation to well-known algorithms. T6B's wishing to ask the student about her thinking rather than analyzing her written work may also be a cultural issue: it might be more common in Norwegian classrooms to ask students to explain what they are doing, and it might also be due to the cultural issue of not being used to reflecting on "unusual" algorithms (Ma, 2010).

Hill and her colleagues (Hill, Ball, Blunk, Goffney & Rowan, 2007) claim that MC assessments validly represent the knowledge involved in an actual teaching practice in the U.S. The fifteen teachers' reflections on the MKT measures suggest that the MC format of the MKT items can be a critical issue when measuring teachers' MKT. Schilling, Blunk and Hill (2007) seek to improve the items and say that, in order to be better able to measure teachers' knowledge of content and students (figure 1), they may reorient their measurement strategy away from the MC format. At school 13, the teachers underlined the importance of developing the MKT items' MC format further by adding commentary-boxes to the items.

510. Int.: Finally, what do you think about this way of finding out more about teachers' knowledge before planning professional development for teachers?
511. T13A: I think (. . .) if one manages to find out more about the competence that is needed [among teachers] by carrying out such a measure, then I think this is really smart, so one can hit [what the teachers' need] in a proper way, that's my thoughts.
512. T13B: Yes, (...) If I'm to observe students who solve tasks in this way, it could be wise to insert a commentary box [beside the item] where they are allowed to do calculations, because you can then identify what they don't understand, where do they miss? What is the difficulty?
513. Int.: What you say is that we get more information if we let the teacher [have the possibility] to write something more than a circle or a cross?
514. T13B: Yes

[FGI, School 13, March 13, 2009]

This idea might be worth following up in future research, as the researchers in Michigan do (e.g. Hill, Dean et al., 2007).

Conclusion

In our analyses of seven FGIs, we have identified three indicators given by the teachers as to how the format may complicate the items and MKT being measured. First, some teachers expressed the view that the MC items were more complicated than comparable open-ended items, and this corresponds with what Schoenfeld (2007) argues. For example, the teachers find it hard to identify the key from the distractors because all the suggested solutions were perceived to be similar (and correct) for some items. The teachers perceive an open-ended item to be easier. The measures are developed to differentiate among teachers (Hill, 2010). Teachers being unable to identify the key in all the items can be taken as an indication that the items function as intended. Second, some teachers argued that the MC format forced them into a particular way of thinking. These teachers do not like being forced to choose among pre-made alternatives, and they would rather calculate and reflect on the items in order to find the correct answer. A third indicator is that the teachers experience that important and correct alternatives are not included among the suggested solutions.

In this article, we have let the test-takers themselves reflect on the challenges they perceive in relation to the format of the MKT items. Through their reflections, we have suggested some extensions of Schoenfeld's (2007) criticism in relation to how the MC format might actually make the MKT being measured more difficult for the teachers. It

is important to stress, however, that there are several possible explanations for these indicators. The teachers' conception of the MC format as a difficult way to be assessed may be related to their level of MKT. It may also be related to cultural differences, both when it comes to MKT and to test-taking strategies (in relation to the MKT measures). These perceived difficulties may also be due to a lack of experience with this kind of measure and format. Further studies are needed in order to learn more about these difficulties and their possible impact in different cultural settings. If such difficulties seem to have an impact on the results, the problematic item(s) might have to go through a new round of adaptation (Fauskanger et al., in press). One option would be to investigate different ways of making the items more open. This could be done by rewriting the items and making them open-ended, by keeping the MC format and adding commentary boxes, or by designing new items to fit the particular cultural context in focus.

Most of the research concerning the use of MC format is related to students, whereas little has been done in relation to teachers and none in relation to Norwegian teachers. In this respect, our article makes a significant contribution to the field. First and foremost, however, the article is a contribution when it comes to making other researchers more aware of possible difficulties related to the item format that are specific to the adaptation of MKT measures for use in other countries.

Acknowledgements

Our research project is supported by The Norwegian Oil Industry Association, and would not have been possible without the participating teachers and our colleagues' help with the collection of data. We would also like to thank the three reviewers and the editor for their recommendations, which helped us improve this article.

References

- Ball, D. L. & Hill, H. C. (2008). *Mathematical knowledge for teaching (MKT) measures*. Mathematics released items 2008. Retrieved September 3, 2011, from http://sitemaker.umich.edu/lmt/files/LMT_sample_items.pdf
- Ball, D. L., Thames, M. H. & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389–407.
- Bergh, H. van den (1990). On the construct validity of multiple-choice items for reading comprehension. *Applied Psychological Measurement*, 14(1), 1–12.

- Boaler, J. (2000). Introduction: intricacies of knowledge, practice, and theory. In J. Boaler (Ed.), *Multiple perspectives on mathematics teaching & learning* (pp.1–17). Westport: Greenwood Publishing Group.
- Boodoo, G. M. (1993). Performance assessments or multiple choice? *Educational Horizons*, 72 (1), 55–56.
- Bryman, A. (2004). *Social research methods* (2nd ed.). New York: Oxford University Press Inc.
- Burton, S. J., Sudweeks, R. R., Merrill, P.F. & Wood, B. (1991). *How to prepare better multiple-choice test items: guidelines for university faculty*. Brigham Young University Testing Services & The Department of Instructional Science. Retrieved February 13, 2012, from <https://www2.kumc.edu/comptraining/documents/WritingbetterMCtestitems1991BrighamYoung.pdf>
- Clauser, B. E. & Margolis, M. J. (2006). Testing for licensure and certification in the professions. In R. L. Brennan (Ed.), *Educational measurement* (4th ed., pp. 701–731). Santa Barbara: Greenwood Publishing Group.
- Cole, Y. A. (2011). *Mathematical knowledge for teaching: exploring its transferability and measurement in Ghana* (Unpublished doctoral dissertation). Ann Arbor: University of Michigan.
- Delaney, S. F. (2008). *Adapting and using U.S. measures to study Irish teachers' mathematical knowledge for teaching* (Unpublished doctoral dissertation). Ann Arbor: University of Michigan.
- Delaney, S., Ball, D., Hill, H., Schilling, S. & Zopf, D. (2008). "Mathematical knowledge for teaching": adapting U.S. measures for use in Ireland. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11 (3), 171–197.
- Fauskanger, J. & Mosvold, R. (2010). Undervisningskunnskap i matematikk: Tilpasning av en amerikansk undersøkelse til norsk, og læreres opplevelse av undersøkelsen. *Norsk Pedagogisk Tidsskrift*, 94 (2), 112–123.
- Fauskanger, J., Jakobsen, A., Mosvold, R. & Bjuland, R. (in press). Analysis of psychometric properties as part of an ongoing adaptation process of MKT items for use in other countries. *ZDM The International Journal on Mathematics Education*, 44 (2).
- Fraenkel, J. R. & Wallen, N. E. (2006). *How to design and evaluate research in education* (6th ed.). New York: McGraw-Hill.
- Goodchild, S. (2001). *Students' goals: a case study of activity in a mathematics classroom*. Bergen: Caspar Forlag.
- Graeber, A. & Tirosh, D. (2008). Pedagogical content knowledge. Useful concept or elusive notion. In P. Sullivan & T. Wood (Eds.), *The international handbook of mathematics teacher education* (Vol. 1., pp.117–132). Rotterdam/ Taipei: Sense Publishers.
- Haertel, E. (2004). Interpretive argument and validity argument for certification testing: Can we escape the need for psychological theory? *Measurement: Interdisciplinary Research and Perspectives*, 2 (3), 175–178.

- Haladyna, T. M. (2004). *Developing and validating multiple-choice test items* (3rd ed.). New Jersey: Lawrence Earlbaum Associates.
- Hambleton, R. K. & Patsula, L. (1998). Adapting tests for use in multiple languages and cultures. *Social Indicators Research*, 45(1–3), 153–171.
- Hill, H. C. (2010). The nature and predictors of elementary teachers' mathematical knowledge for teaching. *Journal for Research in Mathematics Education*, 41(5), 513–545.
- Hill, H. C., Ball, D. L., Blunk, M., Goffney, I. M. & Rowan, B. (2007). Validating the ecological assumption: the relationship of measure scores to classroom teaching and student learning. *Measurement: Interdisciplinary Research and Perspectives*, 5(2&3), 107–118.
- Hill, H. C., Ball, D. L. & Schilling, S. (2008). Unpacking "pedagogical content knowledge": conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39(4), 372–400.
- Hill, H. C., Blunk, M. L., Charalambous, C. Y., Lewis, J. M., Phelps, G. C., Sleep, L. et al. (2008). Mathematical knowledge for teaching and the mathematical quality of instruction: an exploratory study. *Cognition and Instruction*, 26(4), 430–511.
- Hill, H. C., Dean, C. & Goffney, I. M. (2007). Assessing elemental and structural validity: data from teachers, non-teachers, and mathematicians. *Measurement: Interdisciplinary Research and Perspectives*, 5(2), 81–92.
- Hill, H. C., Rowan, B. & Ball, D. L. (2005). Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement. *American Educational Research Journal*, 42(2), 371–406.
- Hill, H. C., Sleep, L., Lewis, J. M. & Ball, D. L. (2007). Assessing teachers' mathematical knowledge. What knowledge matters and what evidence counts? In F. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 111–156). Charlotte: Information Age Publishing.
- Hollingworth, L., Beard, J. J. & Proctor, T. P. (2007). An investigation of item type in a standards-based assessment. *Practical Assessment Research & Evaluation*, 12(18). Retrieved April 3, 2011, from <http://pareonline.net/pdf/v12n18.pdf>
- Jakobsen, A., Fauskanger, J., Mosvold, R. & Bjuland, R. (2011). Comparison of item performance in a Norwegian study using US developed mathematical knowledge for teaching measures. In M. Pytlak, T. Rowland & E. Swoboda (Eds.), *Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 1802–1811). University of Rzeszów, Poland.
- Kwon, M. (2009). *Validating the adapted mathematical knowledge for teaching (MKT) measures in Korea*. Paper presented at the AERA 2009 Annual Meeting.
- Lysne, A. (2006). Assessment theory and practice of students' outcomes in Nordic countries. *Scandinavian Journal of Educational Research*, 50(3), 327–359.

- Ma, L. (2010). *Knowing and teaching elementary mathematics: teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Anniversary edition. New York: Routledge.
- Martinez, M. E. (1999). Cognition and the question of test item format. *Educational Psychologist*, 34(4), 207–218.
- Morris, A. K., Hiebert, J. & Spitzer, S. M. (2009). Mathematical knowledge for teaching in planning and evaluating instruction: What can preservice teachers learn? *Journal for Research in Mathematics Education*, 40(5), 491–529.
- Mosvold, R., Fauskanger, J., Jakobsen, A. & Melhus, K. (2009). Translating test items into Norwegian – without getting lost in translation? *Nordic Studies in Mathematics Education*, 14(4), 9–31.
- Ng, D. (2012). Using the MKT measures to reveal Indonesian teachers' mathematical knowledge: challenges and potentials. *ZDM The International Journal on Mathematics Education*, 44(2). (doi: 10.1007/s11858-011-0375-9)
- Ng, D., Mosvold, R. & Fauskanger, J. (2012). Translating and adapting the mathematical knowledge for teaching (MKT) measures: the cases of Indonesia and Norway. *The Mathematics Enthusiast*, 9(1&2), 149–178.
- Schilling, S., Blunk, M. & Hill, H., C. (2007). Test validation and the MKT measures: generalizations and conclusions. *Measurement: Interdisciplinary Research and Perspectives*, 5(2–3), 118–128.
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp.334–370). New York: Macmillan.
- Schoenfeld, A. H. (2007). Commentary: the complexities of assessing teacher knowledge. *Measurement: Interdisciplinary research and perspectives*, 5(2), 198–204.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4–14.
- Singh, J. (1995). Measurement issues in cross-national research. *Journal of International Business Studies*, 26(3), 597–619.
- Sirnes, S. M. (2005). *Flervalgsoppgaver – konstruksjon og analyse*. Bergen: Fagbokforlaget.
- Stigler, J. W. & Hiebert, J. (1999). *The teaching gap: best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom*. New York: The Free Press.
- Stylianides, A. J. & Delaney, S. (2011). The cultural dimension of teachers' mathematical knowledge. In T. Rowland & K. Ruthven (Eds.), *Mathematical knowledge in teaching* (pp. 179–191). London: Springer.
- Sullivan, P. & Wood, B. (Eds.). (2008). *Knowledge and beliefs in mathematics teaching and teaching development* (Vol. 1). Rotterdam: Sense Publishers.
- Tonheim, O. H. M. & Torkildsen, O. E. (2010). Matematikk 1 i lærerutdanninga – kvalifiserande? In P. Haug (Ed.), *Kvalifisering til læreryrket* (pp.209–226). Oslo: Abstrakt forlag.

- Törner, G., Rolka, K., Rösken, B. & Sriraman, B. (2010). Understanding a teacher's actions in the classroom by applying Schoenfeld's theory Teaching-In-Context: reflecting on goals and beliefs. In B. Sriraman & L. English (Eds.), *Theories of mathematics education. Seeking new frontiers* (pp. 401–420). Heidelberg: Springer.
- Williams, J. (2011). Audit and evaluation of pedagogy: towards a cultural-historical perspective. In T. Rowland & K. Ruthven (Eds.), *Mathematical knowledge in teaching* (pp. 161–178). London: Springer.

Notes

1. Conventions used in the transcriptions:

[...] indicates a short comment from the interviewer or the interviewee(s) difficult to hear.

(...) indicates a short break.

(. .) indicates that a part of the interviewers or the interviewee's statement is left out.

(. . .) indicates that a part of the focus-group interview is left out.

Janne Fauskanger

Janne Fauskanger is Assistant Professor in mathematics education at the University of Stavanger, Norway. Her main interest is related to primary school teachers' mathematical knowledge for teaching and their practice.

janne.fauskanger@uis.no

Reidar Mosvold

Reidar Mosvold is Associate Professor in mathematics education at the University of Stavanger, Norway. His interests are related to teachers' beliefs and knowledge of mathematics, and their influence on practice.

reidar.mosvold@uis.no

Raymond Bjuland

Raymond Bjuland is Associate Professor in mathematics education at the University of Stavanger, Norway. His interests are related to students' collaborative problem solving in small groups, the use of gestures in teacher-student dialogues, and mathematical knowledge for teaching.

raymond.bjuland@uis.no

Arne Jakobsen

Arne Jakobsen is Associate Professor in mathematics at the University of Stavanger, Norway. His interests are mathematics, mathematical knowledge for teaching, and quantitative studies in mathematics education.

arne.jakobsen@uis.no

VEDLEGG 1

Artikkel 4

Fauskanger, J. & Mosvold, R. (2013). Teachers' mathematical knowledge for teaching equality. I A. M. Lindmeier & A. Heinze (red.), *Proceedings of the 37th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (vol. 2, s. 289–296). Kiel: PME.

Not available in UiS Brage due to copyright

VEDLEGG 1

Artikkel 5

Fauskanger, J. (i review). Challenges in measuring teachers' knowledge.

Not available in UiS Brage due to copyright

VEDLEGG 1

Artikkel 6

Fauskanger, J. & Mosvold, R. (2014). Studying teachers' knowledge by the use of multiple-choice items: the case of "I'm not sure". *Nordic Studies in Mathematics Education*, 19(3-4), 41–55¹.

¹ Publisert etter at avhandlingen var innlevert. Den vedlagte artikkelversjonen er likevel den som originalt var lagt ved avhandlingsarbeidet.

Studying teachers' knowledge by the use of multiple-choice items: the case of "I'm not sure"

The mathematical knowledge for teaching (MKT) measures have been widely adopted by researchers in several countries. This article reports on a study on the connection between teachers' responses to multiple-choice MKT items, and in particular where they select the suggested solution "I'm not sure", and their written responses to corresponding open-ended questions (long responses). The findings from our analysis of 15 teachers' responses indicate that their long responses and their multiple-choice responses do not always correspond. Some teachers who selected "I'm not sure" showed uncertainty also in their long responses, whereas other teachers revealed instrumental and even relational understanding of the content.

Keywords: measuring mathematical knowledge for teaching, multiple-choice assessment items, teacher education

1 Introduction

High-quality teaching has several characteristics, and various components of teacher knowledge are included among them (e.g., Davis & Simmt, 2006; Tchoshanov, 2011). Over the years, a number of theories about teacher knowledge have emerged, and researchers have developed and used measures to learn more about the different components of teacher knowledge (e.g., Hill, Sleep, Lewis, & Ball, 2007). We focus on one particular theory of mathematics teachers' knowledge, which is often referred to as Mathematical Knowledge for Teaching (MKT) (Ball, Thames, & Phelps, 2008), and an instrument that was developed to measure teachers' MKT in the Learning

VEDLEGG 1

Mathematics for Teaching (LMT) project at the University of Michigan (e.g., Hill et al., 2007). All the items in this instrument are situated in a classroom context. Based on their studies, Hill and colleagues (2004) claim that the LMT measures can be used to measure growth in teachers' knowledge, and they argue that teachers' scores on the measures can predict mathematical features of their instruction (Hill, Blunk, et al., 2008). The suggestion that teachers' knowledge relates to mathematical quality of instruction (e.g., Hill, Blunk, et al., 2008) and to student outcomes (Hill et al., 2005) has led to the adaptation of the measures by numerous researchers both in the United States and elsewhere (e.g., Blömeke & Delaney, 2012; Delaney, 2012).

In previous studies, the translation (Mosvold, Fauskanger, Jakobsen, & Melhus, 2009), adaptation and use (Drageset, 2009; Fauskanger, Jakobsen, Mosvold, & Bjuland, 2012) of LMT items have been studied in a Norwegian context. One issue that has been investigated in these previous studies relates to the use of multiple-choice format in the LMT measures. Fauskanger and colleagues (2011) argued that the multiple-choice format might complicate the items for Norwegian teachers, and they suggested that attempts should be made to investigate ways of "opening up" the LMT items (cf. Schoenfeld, 2007). Following up on these results, a study was conducted in which open-ended questions were added to a selection of multiple-choice items from the LMT project. Fauskanger and Mosvold (2012) reported on a potential mismatch between the 30 participating teachers' responses to a randomly chosen multiple-choice item and their written responses to the associated open-ended questions (hereafter referred to as "long responses"). Their results also indicated that it might be interesting to look closer into the teachers' reasoning when they selected the solution "I'm not sure" to multiple-choice items. In this article, we build on these previous results when we focus our attention on the connection between teachers' responses to a selection of 28 LMT multiple-choice

VEDLEGG 1

items and the associated long responses. The items were selected because they represent important themes in the Norwegian curriculum as well as in the in-service education the teachers participated in. In particular, we focus on the multiple-choice items where teachers selected the suggested solution “I’m not sure”, and we investigate the connection between these responses and the corresponding long responses. We address the following research question:

Which (if any) relationship(s) exist between teachers’ content knowledge as expressed through teachers’ responses to a selection of multiple-choice LMT items, including the suggested solution “I’m not sure”, and their written responses to open-ended questions concerning the content of the same items?

We investigate the relationships between teachers’ multiple-choice responses to LMT items and their corresponding long responses from a cognitive perspective, and we use qualitative content analysis (Hsieh & Shannon, 2005) as an analytical approach. Skemp’s (1976) distinction between instrumental and relational understanding serves as a starting point.

2 Theoretical background

Shulman’s (1986, 1987) work on teacher knowledge has been decisive for the development of quite a few successive frameworks (e.g., Graeber & Tirosh, 2008), and his categorization of teacher knowledge has engendered subsequent categorizations. Shulman suggested the following domains of teachers’ content knowledge: *subject matter knowledge*, *pedagogical content knowledge*, and *curricular knowledge*. Subject matter knowledge involves “the amount and organization of knowledge per se in the mind of the teachers” (Shulman, 1986, p. 9); this is content knowledge generally shared by all well-educated people in some domain (e.g., mathematics). Pedagogical content knowledge

VEDLEGG 1

refers to instruction and consolidation of teachers' knowledge of content with their pedagogical knowledge, and—according to Shulman—this is the only special content knowledge teachers needs to possess.

In their efforts to develop a practice-based theory of mathematical content knowledge for teaching, Ball and colleagues (2008) focused on the “work of teaching”; according to them, the work of teaching entails everything a teacher does that is related to teaching (mathematics). This work led to identification of specific mathematical tasks of teaching. Based on analyses of these tasks, the theory of MKT was developed to consist of Shulman's (1986, 1987) two broad categories: subject matter knowledge and pedagogical content knowledge. Each of these broad categories has been further subdivided into three domains. Pedagogical content knowledge has been divided into (1) *knowledge of content and students*, (2) *knowledge of content and teaching* and (3) *knowledge of content and curriculum*. Subject matter knowledge, on the other hand, has been divided into (1) *common content knowledge*, (2) *specialized content knowledge* and (3) *horizon content knowledge*. In the MKT framework, pedagogical content knowledge is not the only knowledge domain that is special to teachers; aspects of mathematics content knowledge—like specialized content knowledge—are also particular to the profession. The development of measures has played an important part in the process of developing the practice-based theory of MKT (Ball et al., 2008). An example from one of the released testlets (composed by more than one multiple-choice question) is given in Figure 1.

VEDLEGG 1

3. Imagine that you are working with your class on multiplying large numbers. Among your students' papers, you notice that some have displayed their work in the following ways:

Student A	Student B	Student C
$\begin{array}{r} 35 \\ \times 25 \\ \hline 125 \\ +75 \\ \hline 875 \end{array}$	$\begin{array}{r} 35 \\ \times 25 \\ \hline 175 \\ +700 \\ \hline 875 \end{array}$	$\begin{array}{r} 35 \\ \times 25 \\ \hline 25 \\ 150 \\ 100 \\ +800 \\ \hline 875 \end{array}$

Which of these students would you judge to be using a method that could be used to multiply any two whole numbers?

	Method would work for all whole numbers	Method would NOT work for all whole numbers	I'm not sure
a) Method A	1	2	3
b) Method B	1	2	3
c) Method C	1	2	3

Figure 1. LMT testlet developed to measure teachers' subject matter knowledge (Ball & Hill, 2008, p. 5).

Being able to multiply 35 and 25 relates to common content knowledge which is the mathematical knowledge that any educated person would know (Ball et al., 2008). Common content knowledge thus includes—but is not limited to—knowledge of number facts and algorithms; it could also include knowledge of concepts and connections. Within the frame of common content knowledge, a person could solve $35 \cdot 25$ instrumentally (Skemp, 1976) and get the correct answer—without knowing why the algorithm works. Strong specialized content knowledge does, however, require understanding a variety of algorithms for two-digit multiplication; it also indicates ability to assess whether or not the algorithms could be used to multiply any two whole numbers (as in Fig. 1). Specialized content knowledge “allows teachers

VEDLEGG 1

to engage in particular teaching tasks, including how to accurately represent mathematical ideas, provide mathematical explanations for common rules and procedures, and examine and understand unusual methods to problems” (Hill, Ball, & Schilling, 2008, p. 378). Specialized content knowledge is thus closely related to Skemp’s (1976) relational understanding, but there is more to MKT than relational understanding.

Skemp (1976) divided teachers’ mathematical understanding into two divergent categories. (1) *Instrumental understanding*—a less robust version of understanding—for example rote memorization of algorithms for two-digit multiplication and (2) *Relational understanding*, which encompasses a deep, conceptual understanding. When relating his framework to teaching, Skemp (1976) suggested that a teacher who teaches from an instrumental paradigm cannot produce students who learn mathematics relationally. Recent studies confirm that conceptual and connected mathematical knowledge is a premise for conceptual teaching (e.g., Tchoshanov, 2011). This confirmation highlights the importance of studying possible relationship(s) between teachers’ content knowledge as expressed through teachers’ responses to multiple-choice LMT items and their long responses.

2.1 Multiple-choice items

An advantage of multiple-choice items is that they can be used at scale, and responses are quickly analyzed. However, multiple-choice items are challenging to develop (e.g., Haladyna, 2004; Osterlind, 1997), in particular if the items should not measure skills such as recall and procedures in mathematics (Haertel, 2004; Haladyna, 2004). Several studies have compared the use of multiple-choice and open-ended items (e.g., Hollingworth, Beard, & Proctor, 2007), and there are indications that these different formats actually measure different types of knowledge. Hollingworth and colleagues (2007) argued that the two

VEDLEGG 1

formats are equally effective and conclude that both open-ended and multiple-choice items are related to a common factor. Concerning the LMT measures in particular, Schoenfeld (2007) argued that these measures might test something else than they are supposed to. Others claim that validity might be threatened because the use of multiple-choice items can lead to trivialization of the complexities of teaching (Haertel, 2004) because “various facets of teacher knowledge develop together” (Beswick, Callingham, & Watson, 2012, p. 131) and cannot be measured separately by the use of multiple-choice items. The format of the LMT items might also complicate the content for the test takers (Fauskanger et al., 2011; Schoenfeld, 2007). There are, then, challenges regarding the use of multiple-choice items to investigate something as complex as teacher knowledge, and it is relevant to carefully investigate these challenges.

A standard multiple-choice item consists of two parts: a problem (also called a stem), and a list of suggested solutions. This list normally contains one correct alternative (referred to as the key) and one or more incorrect alternatives (distractors). Some LMT items differ from more standard multiple-choice items. As an example, some items do not include any incorrect alternatives; the correct solution is the alternative “all of the above”. Osterlind (1997) recommends that such items should be used with caution, whereas others suggest that they should be avoided altogether (Haladyna, 2004). If a test taker knows that two of the three alternative solutions are correct, he or she can use this information to correctly choose “all of the above”. Another difference in the LMT items is the widespread use of the suggested solution “I’m not sure” (see Fig. 1)—which is always coded as incorrect. Teachers therefore immediately know that one of the suggested solutions will be a distractor in these items. This might invite teachers to avoid this suggested solution; other teachers might choose this solution to avoid giving a wrong answer. Haladyna (2004) recommends that all

distractors should be plausible. It is thus interesting to study the plausibility of “I’m not sure”.

3 Methodology

3.1 Participants and instrument

The participants in this study, 30 in-service teachers, were participants in a professional development course. They taught different grade levels: 17 in grades 1–4, 8 in grades 5–7 and 5 in grades 8–10. Their formal education in mathematics/mathematics education also varied, and their teaching experience varied from less than 5 years to more than 20 years. Our focus in the analysis is on relationship(s) between teachers’ content knowledge as expressed through multiple-choice questions and long responses—not on differences between gender, grade level, formal education or experience. To inform the reader, however, we have presented these data—as background information—in table 2

The teachers agreed to submit multiple-choice responses to 28 LMT items, which had been translated into Norwegian (Fauskanger et al., 2012; Mosvold et al., 2009), as well as long responses related to each item. All of these items had a focus on number concepts and operations. The teachers worked on the LMT items and long responses at home. Although this has also been done in other studies—both inside and outside the U.S.—it can be seen as a limitation. For this study, however, our focus was to investigate the connection between teachers’ different kinds of responses rather than providing a measure of their MKT as such, and we therefore found the approach acceptable. The questions prompting long responses were developed to tap into teachers’ instrumental and relational understanding (Skemp, 1976) and varied across the 28 items. We analyzed long responses in the cases

VEDLEGG 1

where teachers selected the suggested solution “I’m not sure”; 18 out of the 28 items included this suggested solution.

3.2 Analysis

The unit of analysis is individual teachers’ multiple-choice responses to LMT items and their long responses. We used qualitative content analysis to investigate the relationships between these two kinds of responses. This approach is regarded as a flexible way of analyzing textual data, and a systematic approach to classify and identify themes or patterns (Hsieh & Shannon, 2005).

We used Skemp’s (1976) categories as a starting point for our coding in order to learn more about what types of understanding could be found in teachers’ long responses when they select the answer “I’m not sure” on a multiple-choice item. Excerpts from teachers’ long responses reflecting memorization of facts or rules, procedural computations or other aspects related to instrumental understanding were coded as *instrumental*, whereas excerpts reflecting understanding of concepts and connection between them multiple solutions to non-routine problems or other aspects related to relational understanding—like in the excerpt presented in the results section—were coded as *relational*. A third code was *low/no MKT* used to code excerpts where teachers’ explicitly wrote that they did not know the content of the item(s) or excerpts revealing low level of MKT.

According to the official coding manuals from the LMT project, the suggested solution “I’m not sure” should be coded as incorrect. An underlying hypothesis would then be that teachers who select this response do not have the proper level of MKT to identify the key.

In order to increase the reliability of the coding, the two authors coded the data independently and reconciled. In the few instances where there

VEDLEGG 1

was a mismatch between our initial coding, we discussed and reached agreement.

4 Results – the case of “I’m not sure”

Out of the 28 multiple-choice items, 18 items included the suggested solution “I’m not sure” (see e.g., Fig. 1). Fifteen teachers selected this alternative solution in one, two or three items each (see table 1).

Table 1. Teachers responding “I’m not sure”. (Names are fictitious).

Item number	1b	1c	1d	5	6a	6b	6c	7d	9d
Number of teachers	2 Are and Laura	2 Are and Laura	3 Are, Laura and Mons	1 Harald	2 Jane and Ragna	1 Jane	5 Jane, Ragna, Nina, Ola and Jan	1 Frøya	5 Ada, Sara, Pia, Erna and Inge

When analyzed through the lens of Skemp’s (1976) categories, we would expect that most teachers in their long responses might indicate instrumental understanding of the content. In our analysis of these 15 teachers’ long responses, however, the teachers were spread across all three categories. As can be seen in table 2, four of the teachers even showed relational understanding in their long responses—although they had selected the distractor “I’m not sure”.

VEDLEGG 1

Table 2. Nature of teachers' corresponding long responses.

	Name of teacher	Grade level taught	ECTS in mathematics (education)	Years of teaching experience
Group 1: not sure	Erna	5–7	1–15	2–5
	Frøya	5–7	No	11–20
	Jane	1–4	1–15	21+
	Jan	5–7	1–15	11–20
Group 2: instrumental understanding	Ada	1–4	1–15	11–20
	Nina	8–10	No	11–20
	Pia	1–4	1–15	11–20
	Mons	8–10	1–15	2–5
	Harald	5–7	No	2–5
Group 3: relational understanding	Ola	8–10	31–60	6–10
	Are	5–7	No	2–5
	Sara	1–4	1–15	11–20
	Inge	5–7	No	11–20
Group 3: relational understanding	Ragna	1–4	1–15	11–20
	Laura	1–4	1–15	6–10

Six teachers indicated uncertainty in their long responses. This group of teachers could be split into two sub-groups. The first four teachers in group 1—Erna, Frøya, Jane and Jan—explicitly wrote in their long responses that they did not understand the content of the item(s). In relation to a testlet focusing on rules of thumb (testlet 7 in our form, see table 1), one of these four teachers, Frøya, wrote: “I would not have used [the rule of thumb presented in] d [in my class] because I did not understand it [the rule] myself.” A second example is Jane who responded “I’m not sure” to all three items in the testlet in Figure 1 (6a, 6b and 6c in our form, see table 1). When asked how she would approach students who used methods like A, B and C, Jane wrote: “It is

VEDLEGG 1

difficult to know when you do not understand the methods [the students have] used.”

The remaining two teachers in group 1—Ada and Nina—selected “I’m not sure”, but they did not provide any additional reflections regarding this choice in their long responses. These two teachers were therefore placed in group 1, although their answers to other items might indicate a higher level of MKT. When analyzing Nina’s long responses to item c in the testlet presented in Figure 1 (item 6c in our form)—where she had responded “I’m not sure”—it seems like she gave this multiple-choice response based on uncertainty related to whether or not to use this method in her teaching. Although she did not provide any explicit explanation for why she selected “I’m not sure”, she did not seem to be uncertain about whether or not method c could be used to multiply any two whole numbers; her long response was incomplete. The long responses of Erna, Frøya, Jane and Jan thus seemed to support the hypothesis that the selection of “I’m not sure” implies lack of knowledge, but the long responses of Ada and Nina did not include so much supporting information.

The teachers who were placed in group 2 in our analysis indicated an instrumental understanding of the content in their long responses. Typically, a teacher’s response would be placed in this category if (s)he referred to a standard algorithm or textbook definition when trying to elaborate on why (s)he chose this particular alternative solution in the multiple-choice item. An example of this is Ola’s long response to the item in Figure 1. He wrote that the students need to learn more about “the standard algorithm for multiplication. [It] is faster for them to work with.” Harald’s long response related to an item focusing on possible definitions of a prime number is another example: “I have to admit that I find it difficult to give an answer to the question if it is important to know the definition of a prime number and definitions in general.” Harald continued to write that definitions are easy to look up

VEDLEGG 1

in books or on the Internet and that this item number 5 in our form (see table 1) had invited him to think that if definitions are used in tasks and on exams in higher grades he might focus more on definitions in his future teaching. Harald's long responses indicate that he might have given his multiple-choice response based on uncertainty related to the importance of knowing definitions, rather than uncertainty related to the particular definition of a prime number given in this item.

As we have seen already, there are indications that the connection between teachers' responses to the multiple-choice questions and their long responses is not necessarily straightforward. The long responses of the teachers in group 3 are perhaps the most interesting. These four teachers—Sara, Inge, Ragna and Laura—also responded “I'm not sure” to some of the multiple-choice items. When analyzing the additional long responses given by these four teachers, however, we concluded that they seem to have a relational understanding of the content. The long responses from this group of teachers indicate that their reasons for responding “I'm not sure” relate to aspects such as the wording or context of the items and thus to interpretation of the items rather than to their level of MKT. When analyzing the teachers' long responses, it is evident that the wording is an issue for three out of the teachers responding “I'm not sure” related to item 9d—an item part of a testlet focusing on whether or not word problems correctly represent $3 \div \frac{1}{2}$. Sara indicated a relational understanding in her long response, and she seemed to have responded “I'm not sure” due to the wording of item 9d. This brings forth issues related to item development and translation (cf. Fauskanger et al., 2012; Mosvold et al., 2009).

Laura is another example of a teacher who displayed deep conceptual knowledge (Skemp, 1976) related to place value (items 1a-d in our form) even though her multiple-choice responses were “I'm not sure”. In this particular testlet, the stem presents a context dealing with groups of students who have decomposed a three-digit number (e.g., 456) into

VEDLEGG 1

hundreds, tens, ones and tenths in different ways. In the first item (1a), the students have decomposed the three-digit number incorrectly (e.g., 456 decomposed into 4 hundreds, 50 tens and 6 ones). The remaining three items all represent correct decompositions including hundreds, tens and ones (1b), hundreds, tens and tenths (1c) and tens and ones (1d). Laura argued in her long response that the stem could be interpreted in different ways and that the choice of key for each item would depend on this. The following is an excerpt from Laura's long response: "Item a) is wrong by all means. Items b), c) and d) are wrong if it [the problem presented in the stem] is a closed problem, but they are correct if it is an open problem." By "closed problem" Laura seemed to have in mind the standard decomposition, and by "open problem" she meant "open" to non-standard ways of decomposing three-digit numbers. When highlighting testlet 1 as mirroring knowledge important for her as a teacher Laura wrote:

To be able to do arithmetic one has to think flexibly when it comes to decomposing a number. 574 is not only $500+70+4$. It could also be $400+170+4$. 500 is 5 hundreds, 50 tens or 500 ones, etc. The students need to be familiar with this [non-standard ways of decomposing numbers] in order to be able to understand the four arithmetical operations [addition, subtraction, multiplication and division] and in order to develop flexible strategies for multi-digit arithmetic.

Laura is one of the teachers whose long response—by relating the decomposition of numbers to understanding of "the four arithmetical operations" and "the development of flexible strategies"—indicates relational understanding (Skemp, 1976) of the content. In her long response, Laura related multiple decompositions to arithmetic, and multiple decompositions seem to be just as important for her as standard decompositions (c.f., Jones et al., 1996). Her incorrect multiple-choice responses are thus inconsistent with her long response,

and the reason why she responds “I’m not sure” relates to her high level of MKT.

5 Conclusion

From studying the long responses related to 15 teachers’ multiple-choice response(s) “I’m not sure”, our findings indicate that this multiple-choice response seems to be given by teachers with relational understanding (as the teachers in group 3, table 2) as well as by teachers who explicitly indicated that they could not identify the key due to their low level of *local* MKT (as the teachers in group 1, table 2). The long responses from the 15 teachers can be grouped into three—as presented in table 2. Included in group 1 are the teachers who wrote that they responded “I’m not sure” because they did not know the content the item was developed to measure. The long responses from the teachers in group 2 indicated an instrumental understanding. In the validation studies of the LMT measures (e.g., Delaney, 2012), instrumental understanding was coded as MKT. Instrumental understanding does not, however, relate to teaching that promotes conceptual understanding (Tchoshanov, 2011), and the coding of “I’m not sure” for this group of teachers should be discussed. The third group includes the teachers who responded “I’m not sure” but whose long responses indicated a high level of MKT.

Our results indicate that the knowledge teachers utilize does not necessarily mirror the multiple-choice response given. Teachers might draw on deep conceptual or relational knowledge, procedural or instrumental knowledge (Skemp, 1976), or their lacking knowledge when responding “I’m not sure”. The assumption that the multiple-choice response “I’m not sure” is correctly coded as *incorrect* should thus be subject to further scrutiny.

VEDLEGG 1

Research related to multiple-choice item development (Haladyna, 2004; Osterlind, 1997) recommends test developers to avoid suggested solutions including such as “all of the above” and to avoid negative words such as *not* in the item stem as well as in the suggested solutions. One way of explaining the results in this study might then be that some of the multiple-choice items were ambiguous and in need of revision; some items could even have been replaced by better items in the first place. Another possible explanation is that the teachers who seemed to understand the content but still answered “I’m not sure” had poor test-taking strategies—and this might be culturally related. Norwegian teachers are not so familiar with multiple-choice measures, and the format itself could have made it more complicated for the teachers to pick the correct alternative solution from the multiple-choice item (cf. Fauskanger et al., 2011). Finally, the apparent mismatch between several teachers’ responses to the multiple-choice items and their responses to the open-ended questions might indicate that these two formats measure different aspects of teacher knowledge (e.g., Hollingworth et al., 2007) or that teachers’ MKT is too complex to be measured by multiple-choice items (e.g., Haertel, 2004; Beswick et al., 2012).

Our results can be criticized regarding the size of the sample, and we cannot argue that our results can be generalized to a larger population. The relatively small sample size did, however, provide us with the opportunity to make more in-depth qualitative analyses of the data material, and the results from this study would be relevant to follow up in future studies. More research is necessary in order to investigate whether or not the same tendencies can be found in a larger population of teachers and whether the same pattern can be found for all sets of LMT items. The results from our study indicate that the “opening up” of the multiple-choice items might provide us with more information about teachers’ knowledge, and we argue that this might enable

VEDLEGG 1

researchers to get a more complete view of teachers' MKT. The downside, however, is that the increased amount of information makes the data material much more difficult to analyze, and the question of whether or not questions of different format actually measure the same thing should be taken into consideration. We do, however, argue that it is still relevant to open up the items like this, and we believe this can be done both as part of the process of ensuring the quality of the measures as well as in order to learn more about teachers' MKT. The results from our study also indicate that the use of "I'm not sure" as a suggested solution in MKT items can be problematic, and future research is called for in order to investigate whether or not the tendencies observed in our data material can also be found in a larger sample of teachers. It would also be relevant to investigate whether or not this suggested solution is particularly problematic in a context where teachers are not so familiar with the multiple-choice format.

References

- Ball, D.L., & Hill, H.C. (2008). Mathematical knowledge for teaching (MKT) measures. Mathematics released items 2008. Retrieved from http://sitemaker.umich.edu/lmt/files/LMT_sample_items.pdf
- Ball, D.L., Thames, M.H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389–407.
- Beswick, K., Callingham, R., & Watson, J. (2012). The nature and development of middle school mathematics teachers' knowledge. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 15(2), 131–157.
- Blömeke, S., & Delaney, S. (2012). Assessment of teacher knowledge across countries: A review of the state of research. *ZDM - The International Journal on Mathematics Education*, 44(3), 223–247.
- Davis, B., & Simmt, E. (2006). Mathematics-for-teaching: An ongoing investigation of the mathematics that teachers (need to) know. *Educational Studies in Mathematics*, 61(3), 293–319.
- Delaney, S. (2012). A validation study of the use of mathematical knowledge for teaching measures in Ireland. *ZDM - The International Journal on Mathematics Education*, 44(3), 427–441.
- Drageset, O.G. (2009). Exploring mathematical knowledge for teaching. In M. Tzekaki, M. Kaldrimidou, & C. Sakonidis (Eds.), *Proceedings of the 33rd*

VEDLEGG 1

- Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 1.* (pp. 487–480). Thessaloniki: PME.
- Fauskanger, J., Jakobsen, A., Mosvold, R., & Bjuland, R. (2012). Analysis of psychometric properties as part of an iterative adaptation process of MKT items for use in other countries. *ZDM - The International Journal on Mathematics Education*, *44*(2), 387–399.
- Fauskanger, J., & Mosvold, R. (2012). “Wrong, but still right”. Teachers reflecting on MKT items. In Van Zoest L.R., Lo J.-J. & Kratky J.L. (Eds.), *Proceedings of the 34th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 423–429). Kalamazoo, MI: Western Michigan University.
- Fauskanger, J., Mosvold, R., Bjuland, R., & Jakobsen, A. (2011). Does the format matter? How the multiple-choice format might complicate the MKT items. *Nordic Studies in Mathematics Education*, *16*(4), 45–67.
- Graeber, A., & Tirosh, D. (2008). Pedagogical content knowledge. Useful concept or elusive notion. In Sullivan P. & Wood T. (Eds.), *Knowledge and beliefs in mathematics teaching and teaching development* (pp. 117–132). Rotterdam: Sense Publishers.
- Haertel, E. (2004). Interpretive argument and validity argument for certification testing: Can we escape the need for psychological theory? *Measurement: Interdisciplinary Research and Perspectives*, *2*(3), 175–178.
- Haladyna, T.M. (2004). *Developing and validating multiple-choice test items* (3 ed.). New Jersey, NJ: Lawrence Earlbaum Associates Inc.
- Hill, H.C., Ball, D.L., & Schilling, S.G. (2008). Unpacking “pedagogical content knowledge”: Conceptualizing and measuring teachers’ topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, *39*(4), 372–400.
- Hill, H.C., Blunk, M., Charalambous, C.Y., Lewis, J.M., Phelps, G., Sleep, L., et al. (2008). Mathematical knowledge for teaching and the mathematical quality of instruction: An exploratory study. *Cognition and Instruction*, *26*(4), 430–511.
- Hill, H.C., Rowan, B., & Ball, D.L. (2005). Effects of teachers’ mathematical knowledge for teaching on student achievement. *American Educational Research Journal*, *42*(2), 371–406.
- Hill, H.C., Schilling, S.G., & Ball, D.L. (2004). Developing measures of teachers’ mathematical knowledge for teaching. *The Elementary School Journal*, *105*(1), 11–30.
- Hill, H.C., Sleep, L., Lewis, J.M., & Ball, D.L. (2007). Assessing teachers’ mathematical knowledge. What knowledge matters and what evidence counts? In Lester F. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 111–156). Charlotte, NC: Information Age Publishing.

VEDLEGG 1

- Hollingworth, L., Beard, J.J., & Proctor, T.P. (2007). An investigation of item type in a standards-based assessment. *Practical Assessment Research & Evaluation*, 12(18), 1–13.
- Hsieh, H.-F., & Shannon, S.E. (2005). Three approaches to qualitative content analysis. *Qualitative Health Research*, 15(9), 1277–1288.
- Jones, G.A., Thornton, C.A., Putt, I.J., Hill, K.M., Mogill, T.A., Rich, B.S., & Van Zoest, L.R. (1996). Multidigit number sense: A framework for instruction and assessment. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(3), 310–336.
- Mosvold, R., Fauskanger, J., Jakobsen, A., & Melhus, K. (2009). Translating test items into Norwegian – without getting lost in translation? *Nordic Studies in Mathematics Education*, 14(4), 101–123.
- Osterlind, S.J. (1997). *Constructing test items: Multiple-choice, constructed-response, performance and other formats* (2 ed.). Hingham, MA: Kluwer Academic Publishers.
- Schoenfeld, A.H. (2007). Commentary: The complexities of assessing teacher knowledge. *Measurement: Interdisciplinary Research and Perspectives*, 5(2), 198–204.
- Shulman, L.S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4–14.
- Shulman, L.S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the New Reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1–22.
- Skemp, R.R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching*, 77, 20–26.
- Tchoshanov, M.A. (2011). Relationship between teacher knowledge of concepts and connections, teaching practice, and student achievement in middle grades mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 76(2), 141–164.

Artiklene. Mulige svakheter og faktiske feil

Å skrive en avhandling basert på artikler har sine fordeler, men også ulemper. Et av de kritiske punktene er at det er lite en kan gjøre med selve innholdet når artiklene er publisert. Et annet kritisk punkt er at artiklene, gjennom runder med fagfelleevaluering, kan endre både forskningsspørsmål og fokus. Dette kan føre til «forkludring» av den tenkte sammenhengen mellom artiklene. Et tredje punkt er at tiden går, og ny forskning publiseres. Artikkel 1 ble påbegynt i 2008 og publisert i 2009. Artikkel 2 og 3 ble publisert tidlig i 2012¹, men skrevet i 2011 og tidlig 2012 basert på arbeid påbegynt i 2009/2010. Artikkel 4 ble skrevet i 2012 og publisert i 2013, mens artikkel 5 ble skrevet i 2012 og 2013. Etter over 7 måneder i fagfelleevaluering, ble artikkelen så revidert i 2014, og den er fortsatt i prosess. Analysene av de skriftlige refleksjonene artikkel 4 til 6 baseres på, begynte i 2011. Artikkel 6 ble skrevet i 2013 og 2014, med utgangspunkt i førsteutkastet av artikkel 5.

Artiklene har fått ligge en stund for så å bli tatt frem igjen og lest med et kritisk blikk. En kort oppsummering av artiklenes svakheter, inkludert faktiske feil og mangler, følger. Først presenteres aspekter som kan knyttes til alle artiklene, så diskuteres artiklene hver for seg.

Artiklene 1–6

Artikler som publiseres må passe inn i publiseringskanalenes format. Denne avhandlingens publiseringskanaler har ikke gitt rom for å gå i dybden. Alle artiklene kan i så måte sies å være «overflatiske» på enkelte områder. Dette møtes med at kappen gir mulighet til en viss dybde (selv om det også her er begrensninger på antall sider).

¹ Artikkel 3 har publikasjonsårstall 2011, men tidsskriftet var forsinket, så artikkelen ble publisert i 2012 i et 2011-nummer. Arbeidet med artikkelen ble derfor ikke avsluttet før i 2012.

VEDLEGG 2

Et eksempel er artiklens teoretiske fundament, hvor en mangel på dybde møtes med en mer omfattende presentasjon av teoretisk rammeverk og tidligere forskning i kappens kapittel 2 og 3. Ifølge Jaworski (2000) er det tilknyttet kunnskap og kunnskapsutvikling tre store teorier (kapittel 2.1). UKM-rammeverket er omdiskutert (kapittel 3.4), og beskrives ikke som en «stor» teori. At dette rammeverket danner det teoretiske grunnlaget i flere av artiklene, kan dermed kritiseres. I kappen settes derfor UKM inn i en større sammenheng.

Et annet eksempel er «kultur» som nevnes i artiklene². I artikkel 1 (s. 106) skriver vi eksempelvis, med referanse til Stigler og Hiebert (1999), at «the work of teaching is different in different countries, and if the work of teaching in the U.S. is different from that in Norway, an instrument to measure knowledge for teaching needs to be sensitive to such differences». Her er det imidlertid viktig å påpeke at Stigler og Hiebert ikke skriver at det bør være slik. De gjør oss oppmerksomme på nasjonale ulikheter og nasjonale mønstre i undervisningen. Men, de retter også oppmerksomheten mot ulikheter innenfor landegrensene. En kan da stille spørsmål om hvor vidt lærerne må «tilpasses» UKM-instrumentet, heller enn at instrumentet må tilpasses lærerne. «Kultur» brukes i avhandlingen i et nasjonal-kulturelt perspektiv (Letendre, Baker, Akiba, Goesling & Wiseman, 2001), noe som utdypes i kappens kapittel 3.5.

I artiklene vises det til Hill og kollegaer (2005) for å understreke forholdet mellom læreres UKM og elevresultater i matematikk. Kritiske refleksjoner omkring forholdet mellom læreres UKM og elevresultater er omdiskutert. Denne diskusjonen er inkludert i kappen (kapittel 3.1)².

Fokusgruppeintervjuer (FGI) slik det er brukt i denne avhandlingen (artikkel 2 og 3) kan diskuteres. Intervjuene gjennomført tilknyttet

² Takk til Simon Goodchild for kritiske refleksjoner både omkring kulturell tilpasning av UKM-instrumentet og referansen til Hill og kollegaer (2005).

VEDLEGG 2

delstudie 2 og 3 har kun to til tre deltakere, noe som kan kritiseres. En fokusgruppe har mer enn en deltaker. Noen mener minst fire (Bryman, 2004), andre anbefaler syv til ti deltakere (Gall, Gall & Borg, 2007), og noen to deltakere (Wilkinson, 2004). I delstudie 2 og 3 ligger Wilkinsons argumentasjon til grunn: At to til tre deltakere kan utgjøre en fokusgruppe om deltakerne har mye å si.

I FGI er det av vesentlig betydning at forskeren får i stand og bidrar til å holde ved like en god dialog/interaksjon mellom deltakerne, og at vedkommende inntar en mer tilbaketrukket posisjon. En dynamisk interaksjon er selve kjernen i et vellykket FGI, og FGI vektlegges ofte om forskningens fokus er analyse av denne dynamiske interaksjonen (f.eks., Morgan, 1998). Jeg studerer imidlertid lærernes individuelle stemmer slik de kommer til uttrykk i intervjuet (kapittel 4.4.3). Basert på dette, ser jeg i etterkant at betegnelsen gruppeintervju kunne vært brukt heller enn FGI. Når det er sagt, er FGI definert på ulikt vis, og basert på referansene som vektlegges i kapittel 4.2.3, er FGI en term som kan benyttes. I tillegg var det tenkt at flere intervjuer skulle inngå (se vedlegg 2). Her var det flere deltakere og de var tenkt analysert mer i tråd med litteraturens anbefalinger (f.eks., Bryman, 2004; Gall, et al., 2007). Nå ble imidlertid mengden data for stor, slik at analyser av disse FGI ikke inngår i dette avhandlingsarbeidet.

I artiklene brukes både forkortelsen MKT (artikkel 1–5) og LMT (artikkel 6) på UKM-oppgaver. Dette kan forstyrre helheten, men er et pragmatisk valg basert på tilbakemeldinger fra fagfeller.

Artikkel 1

I 2008 var det ikke publisert andre studier av oversettelse og tilpasning av UKM-oppgaver enn studiene gjort i Irland (Delaney, 2008a, 2008b; Delaney, Ball, Hill, Schilling & Zopf, 2008). Artikkel 1 er derfor tett knyttet opp mot dette arbeidet, og innrammet i ekvivalensbegrepet

VEDLEGG 2

basert på Singh (1995). I utgangspunktet var det tenkt at alle arbeider i avhandlingen skulle knyttes opp mot ekvivalensbegrepet (se artikkel 1 s. 107–109). I arbeidet med artikkel 2 anbefalte imidlertid fagfeller å skrive ut begrepet, da det er uklart definert (Johnson, 1998). Dette rådet ble fulgt, noe som resulterer i at de andre artiklene har andre innramminger enn ekvivalens. Når det er sagt, handler artikkel 2 og 3 direkte om aspekter som kan knyttes til ekvivalens. I den irske konteksten (kap, 3.6.1) konkluderes det med at funksjonell ekvivalens eksisterer fordi lærere i Irland trenger en eller annen form for UKM. Avhandlingen som helhet er basert på forutsetningen om at lærere trenger UKM. Dette kalles funksjonell ekvivalens. Instrumentekvivalens handler om hvor vidt UKM-oppgavene tolkes likt av lærere utenfor og innenfor USA. De tre første delstudiene kan dermed relateres til instrumentekvivalens.

I artikkelen beskrives oversettelsesarbeidet som en pilotstudie (s. 106 og s. 117), og våre første intervjuer som pre-pilot. Vi konkluderer med å skrive at «[i]n our pilot study, we are going to evaluate the success of our translations and adaptations by using interviews in addition to analysing the results from the survey» (s. 118). Bruken av «pilot» og «pre-pilot» kan være forvirrende i forhold til avhandlingens helhet, men «pilot» brukt i artikkel 1 knyttes til alt det arbeid som må gjøres før et sett UKM-oppgaver kan brukes i en ny kontekst. I så måte kan alle avhandlingens artikler ses på som del av en pilotstudie. Alle artiklene kan knyttes til reliabilitet (kappens kapittel 3.2) og validitet (kapittel 3.3) og er dermed viktige som grunnlag for å ta UKM-instrumentet i bruk i større skala og i nye kontekster.

Kategorien «Changes related to political directives» (artikkel 1, s. 110) burde vært utdypet, da «politikk» i matematikdidaktisk forskning ikke er entydig (f.eks, Mellin-Olsen, 1987). Her burde det vært presisert at politikk i denne sammenheng knyttes til politiske direktiver presentert i offentlige (politiske) dokumenter relevante for skolen.

VEDLEGG 2

På side 102 har vi skrevet: «MKT items have been used in studies like TEDS-M, but little or no efforts appear to have been made in order to discuss or analyse possible issues related to a translation or adaptation of such items». Det er her viktig å fremheve at publiseringsaktiviteten tilknyttet TEDS-M i årene etter at artikkel 1 ble publisert har vært omfattende (f.eks., Blömeke, Hsieh, Kaiser & Schmidt, 2014), også tilknyttet oversettelse og tilpasning (f.eks., Onstad & Grønmo, 2012). Lite var publisert tilknyttet TEDS-M og oversettelsesproblematikk på det tidspunktet artikkel 1 ble skrevet. Det betyr imidlertid ikke at lite arbeid var gjort på dette området. Onstad og Grønmo (2012) skriver om en omfattende oversettelsesprosess også i en norsk kontekst, prosessen er imidlertid kun beskrevet, og ikke konkretisert, når de norske TEDS-M resultatene presenteres (Grønmo & Onstad, 2012). Vi skriver videre at «[q]uestions regarding translation are often answered with reference to the fact that professional translators have been used» (s. 102), og bruker dette som argument for at fagpersoner bør delta i oversettelsesprosessen. I TEDS-M i Norge har prosjektgruppen bestående av fagpersoner hatt hovedansvaret for oversettelsene (Onstad & Grønmo, 2012). Uansett er det mange studier som ikke konkretiserer oversettelses- og tilpasningsprosessen (f.eks., Ma, 1999), noe som understreker at konkretiseringen som synliggjøres i avhandlingens artikkel 1 er viktig.

På side 105 skriver vi at «knowledge of curriculum» var inkludert i Shulmans (1986) «pedagogical content knowledge». Det stemmer ikke (jf. side 104). På den samme siden (s. 105) står det, med referanse til figur 1 (s. 104), at «the domains presented in figure 1 have been identified in the U.S.». Dette stemmer kun delvis. Aspektene er identifiserte, og Hill og hennes kollegaer (2004) finner delvis empirisk hold for tre faktorer (CCK, SCK og KCS), men resultatene er ikke tydelige. I senere validitetsstudier (f.eks., Schilling, Blunk & Hill, 2007) har forskerne ikke klart å skille så klart mellom aspektene ved UKM empirisk (se kapittel 3.2–3.4). I en norsk kontekst konkluderer

VEDLEGG 2

Drageset (2009) med at hans forskning reetablerer AFK og SFK som empirisk akseptable begreper. I Irland konkluderer Delaney (2012) med at heller enn å finne ulike delkomponenter av UKM, er det en overordnet faktor (UKM) som forklarer det meste av variansen i responsen på oppgavene. Se utdyping av dette i kapittel 3.2, hvor også indre konsistens i denne studiens instrument beskrives.

Flere steder i artikkelen (eksempelvis på s. 109) viser vi til FGI som er gjennomført, men ikke ferdig analysert. Disse intervjuene og flere intervjuer diskuteres i avhandlingens artikkel 2 og 3, men der diskuteres ikke konsekvenser for oversettelsen eksplisitt. Jeg vil derfor påpeke at noen få endringer ble foretatt etter intervjuene. I artikkel 1 (s. 115) skriver vi tilknyttet kategorien «activities» (tabell 1, s. 114) at vi valgte å oversette «baking cookies» med «å bake sjokoladekjeks». Etter å ha diskutert oversettelsen i FGI med lærere (Fauskanger & Mosvold, 2010), ble dette endret til «å bake rosinboller». Lærerne mente at vi sjelden baker sjokoladekjeks i Norge.

Til sist er det en skrivefeil i figur 2, på side 108. I stedet for «instrument equivalence» står det «instrumental equivalence».

Artikkel 2

I kapittel 3.3 beskrives analysene av lærernes flervalgsrespons. Her nevnes også noen kritiske perspektiver, blant annet at 142 deltakere er i minste laget, da pb-korrelasjoner eksempelvis ikke er stabile i små utvalg (Hambleton, 2012). I ettertid ser jeg også at det å velge en «two-parameter logistic model (2PLM)» (s. 391), basert på at det var en modell brukt i LMT-prosjektet (Hill, 2007), burde vært diskutert basert på nærmere studier av dataene, slik at en var sikker på at den valgte modellen var best for dataene (Hambleton, 2012). I denne sammenheng er det viktig å innse at et større antall lærere, og annen modell, kan gi andre resultater enn de presenterte.

VEDLEGG 2

«Reliability estimates» presenteres kort i tabell 1 (s. 392), og vi skriver på samme side at «reliability estimates were good for all three scales». Her er det relabilitet tilknyttet de tre inkluderte fagområdene som er i fokus. Dette er av mindre verdi i forhold til studiens fokus, enn å se på indre konsistens tilknyttet ulike aspekter av UKM. Dette er gjennomført i en egen studie (Mosvold, Jakobsen & Fauskanger, i trykk) og inkludert i diskusjonen i kappens kapittel 3.2.

I artikkelens kapittel 4.2, hvor «problematisk oppgaver» diskuteres i lys av hva lærere sier i FGI, har det sneket seg inn en omrokking av noen setninger (s. 394). Dette gjør argumentasjonen forvirrende. «Item 6» og «testlet 14» diskuteres litt om hverandre, så det er ikke lett å se hvilket som diskuteres når. Avsnittet er også skrevet på en måte som gjør det vanskelig å se at det er oppgave 6 som faktisk diskuteres i utdraget fra FGI presentert på side 393. Tabellen øverst på neste side viser avsnittet slik som det nå står i artikkelen (venstre kolonne), samt en opprettet versjon hvor setningene kommer i riktig rekkefølge (høyre kolonne med endringer i kursiv).

VEDLEGG 2

Avsnittet i original	Opprettet versjon av avsnittet
With respect to the content of testlet 14, the teachers agreed that it was an interesting problem. In the FGIs, the teachers also said that they were not used to evaluating students' written answers in this way and found the items in this testlet difficult (132). The discussion from the interview shows that these teachers found it both difficult and confusing (132, 134), and they were confused by the context where the frog was jumping along the number line (134). The Norwegian teachers would have asked the students about their thinking in order to understand and assess their answers rather than figuring out what the students were thinking from their written work. In each of the items in testlet 14, the teachers have to evaluate students' suggested solutions, and being unfamiliar with this kind of evaluation may complicate the item.	The discussion from the interview shows that these teachers found <i>item 6</i> both difficult and confusing (132, 134), and they were confused by the context where the frog was jumping along the number line (134). <i>With respect to the content of testlet 14, the teachers agreed that it was an interesting problem. In the FGIs, the teachers also said that they were not used to evaluating students' written answers in this way and found the items in this testlet difficult.</i> The Norwegian teachers would have asked the students about their thinking in order to understand and assess their answers rather than figuring out what the students were thinking from their written work. In each of the items in testlet 14, the teachers have to evaluate students' suggested solutions, and being unfamiliar with this kind of evaluation may complicate the item.

Begrepene «testlet» og «item» brukes et par steder feil i artikkelen. Oppgaver som er bygd opp av en stamme, eller innledende tekst, etterfulgt av et spørsmål hvor en skal velge et riktig svar (nøkkelen) ut av flere løsningsforslag kalles «item». «Testlet» er ifølge Hill (2010) oppgaver som er oppbygd med flere flervalgsspørsmål tilknyttet en innledende «stamme» og kalles også «testlet item». (Se utdyping i artikkel 3, s. 50).

Artikkel 3

Flervalgsformatet, slik lærerne ser det, er fokus i artikkel 3. At flervalgsformatet ikke er ofte brukt i den norske undervisningskonteksten ligger som grunnlag for artikkelen. Dette står også i artikkel 1 (s. 106 og s. 117), og det kan diskuteres. Nasjonale

VEDLEGG 2

prøver (Utdanningsdirektoratet, 2013b) og kartleggingsprøver av tallforståelse og regneferdighet (f.eks., Utdanningsdirektoratet, 2013a) har flervalgsoppgaver, så elever får erfaring med flervalgsformatet og derigjennom deres lærere. Når det er sagt, så er ikke flervalgsformatet utbredt i lærerutdanningen (Tonheim & Torkildsen, 2010), og det kan synes som om lærere mener flervalgsformatet er uegnet til å måle PCK (Kaarstein, 2014).

Begrepene «testlet» og «item» brukes noen steder om hverandre i deler av artikkelen. Se kommentar tilknyttet artikkel 2 ovenfor.

For å illustrere hvordan UKM-oppgaver er bygd opp, vektlegges det i denne artikkelen å eksemplifisere med oppgaver ment å måle læreres faglige kunnskap (øverst s. 48). I fagfellevurderingsprosessen ble vi anbefalt å trekke inn flere eksempler på UKM-oppgaver enn de vi hadde i det første utkastet. Oppgave 11 (Ball & Hill, 2008, s. 10) som brukes som eksempel i figur 3 (s. 50) har fokus på posisjonssystemet. Denne oppgaven er utviklet for å måle læreres «kunnskap om faglig innhold og elever» (Ball & Hill, 2008, s. 10), og ikke faglig kunnskap alene som oppgaveteksten kan gi inntrykk av. I oppgavene lærerne har arbeidet med, var et testlet med fokus på posisjonssystemet inkludert. Dette var utviklet for å måle læreres faglige kunnskap, men er imidlertid ikke frigitt for publisering. Siden diskusjonen omkring testletet er trukket frem i artikkelen (s. 59), ville vi vise en frigitt oppgave med posisjonssystemet som faglig innhold. Det er her vi ikke har vært fokuserte nok i valg av oppgave.

I diskusjonen av ulike typer UKM-oppgaver, diskuteres (s. 49/50) den typen av oppgaver som har flere svaralternativer, men hvor det riktige alternativet inkluderer alle de andre, som for eksempel «They are making all of the above errors» (Figure 3, s. 50). Gjennom det som skrives, kan det synes som om dette er nøkkelen, hvilket det ikke er. I det neste avsnittet står det imidlertid hvilket som er riktig.

VEDLEGG 2

Deler av artikkelens innramming knyttes til kulturelle aspekter ved UKM og måling av UKM (eksempelvis s. 52). Her kan det synes som om denne studien av 15 norske læreres synspunkter ses som å være representativ for den norske konteksten. Slik er det naturligvis ikke. I andre avsnitt (s. 52) kan det som står skrevet tilknyttet amerikanske læreres «procedural understanding of algorithms» tolkes som om en kulturell praksis er god praksis. Slik er det selvfølgelig ikke.

I beskrivelsen av den analytiske tilnærmingen til FGI (s. 53) skriver vi at vi begynte med å bruke to kategorier fra Schoenfelds (2007) kritikk som analytisk rammeverk. Dette kunne i større grad vært knyttet opp mot innholdsanalyse (Berg & Lune, 2012; Hsieh & Shannon, 2005) slik det gjøres i avhandlingens fjerde, femte og sjette artikkel (se kappens kapittel 4.4). Mer kritisk er likevel bruk av «grounded approach» for å utvikle underkategorier (nederst s. 53). Som det står i det samme avsnittet, var innholdsanalyse vår analytiske tilnærming. «Grounded» tilnærming burde følgelig ikke vært trukket inn her, men heller den innholdsanalytiske termen for en mer åpen tilnærming, nemlig konvensjonell tilnærming (Hsieh & Shannon, 2005) (se kapittel 4.4.3). I konvensjonell innholdsanalyse «researchers immerse themselves into the data to allow new insights to emerge» (Hsieh & Shannon, 2005, p. 1279) gjennom å lese dataene ord for ord. Med artikkel 3 er målet å forstå utfordringer med flervalgsformatet, slik lærere ser det, og i konvensjonell innholdsanalyse er målet nettopp å beskrive et fenomen for å forstå det bedre. En utfordring tilknyttet konvensjonelle innholdsanalyser er at de kan blandes med «grounded theory» (Hsieh & Shannon, 2005), noe inkludering av «grounded approach» kan gi inntrykk av. Men, en viktig forskjell er at innholdsanalyse er begrenset både i forhold til teoriutvikling og beskrivelse av «the lived experience, because both sampling and analysis procedures make the theoretical relationship between concepts difficult to infer from findings» (Hsieh & Shannon, 2005, s. 1281). Grounded theory går videre enn innholdsanalyse når det gjelder å utvikle teori og en mer nyansert

VEDLEGG 2

beskrivelse av menneskers livserfaring (Hsieh & Shannon, 2005). I artikkel 3 er ikke dette steget videre tatt. Konvensjonelle innholdsanalyser er ikke egnet til teoriutvikling, noe studien presentert i artikkel 3 heller ikke tar mål av seg å gjøre.

I artikkelens resultatdel diskuteres indikatorer som kan tyde på at flervalgsformatet kompliserer den UKM som måles (s. 55–62). Den første indikatoren, «The suggested solutions complicate the MKT items», kunne i større grad vært diskutert opp mot det faktum at elever i undervisningen også kommer opp med «suggested solutions». Det elevene bringer inn i undervisningen kan, på samme måte som svaralternativene i UKM-oppgavene, tvinge lærerne inn i en spesiell tenkemåte, og da er det viktig at lærerne kan forholde seg til det elevene bringer inn. Når vi skriver at «the suggested solutions may complicate the items, meaning that an item without suggested solutions would be easier» (s. 55), kunne det vært diskutert opp mot eksempelvis ulike algoritmer som elevene bringer med seg inn i skolen³. Selv om lærerne mener at flervalgsformatet kompliserer grunnet de foreslåtte løsningene, vil det ikke si at UKM-oppgavenes faglige innhold ikke er viktig for lærerne. Oppgaven presentert i figur 1.1 (kappens kapittel 1.1) er et eksempel på et faglig innhold mange lærere syns var komplisert, nemlig ulike algoritmer for flersifret regning. Men, det er viktig at lærere kan forholde seg til ulike algoritmer elever bringer inn i undervisningen. Når det er sagt, kan det være at denne UKM-oppgaven er mer komplisert for norske lærere siden en i våre multiplikasjonsalgoritmer vanligvis setter faktorene ved siden av hverandre. Vi skriver også at «[t]he algorithm presented in this item is not one that the teachers in our study consider standard in the Norwegian school context» (s. 60), men det kan jo være at dette kan gjøre oppgaven bedre.

³ Dette diskuteres, om enn ikke i dybden, i Fauskanger (2012, 2013).

Artikkel 4

Inkludert i forskningsspørsmålet (s. 289) er det egentlig to spørsmål som burde vært redegjort for: Det første omhandler hva analysene faktisk gir innsikt i når det gjelder lærernes forståelse for likhetstegnet. Det andre er kvaliteten på de data vi får gjennom ulike metoder for måling av UKM.

Når resultatene presenteres og diskuteres, kunne vi gått inn på at det i lærernes skriftlige refleksjoner var eksempler på uttalelser som ikke sier mye om med matematisk substans. Et eksempel som trekkes frem i artikkelen er Frøya som skriver om «teacher listening» (som er en god ting), men hun unngår å fokusere på utfordringer tilknyttet likhetstegnet som er fokuset i artikkelen.

Vi er også vage i denne delen, noe bruken av «might» viser. Her kunne vi i større grad variert språket.

Vi konkluderer (s. 294) med at «[b]y opening up the items and letting teachers add their written reflections, we can learn even more about the teachers' knowledge than through analyses of their responses to the multiple-choice items only». At en som forsker kan få et bedre innblikk gjennom mengder av tekst enn gjennom et flervalgssvar er ingen overraskelse. Det viktige her er hva vi får innblikk i, noe som også fremkommer videre i konklusjonen. Konklusjonen kunne følgelig i større grad vært knyttet opp mot typer kunnskap (kapittel 2.2.3) og hvor vidt aspektene av UKM er gjensidig ekskluderende (Kaarstein, 2014), da mangel på slik gjensidig eksklusjon kan være årsaken til resultatene som tyder på at lærere bruker ulike aspekter ved sin UKM når de svarer på oppgavene. Dette er også en relevant kritikk til de to siste delstudiene.

I den trykte versjonen har det sneket seg inn en trykkfeil: Nederst på side 290 (med referanse til Prediger, 2010) har eksponenten (uthevet)

VEDLEGG 2

forsvunnet i de følgende eksemplene: « $x^2 + x - 6 = (x - 2)(x + 3)$ », 3)», «Solve $x^2 = -x + 6$ » og « $V = 1/3\pi \cdot r^2 \cdot h$). Dette var ikke i den innsendte versjonen, så her har det skjedd en feil i redaktørens prosess med å omformatere artikkelen.

Til sist bærer nok artikkelen preg av at den ble godkjent for publisering i konferanserapporten uten runder med revisjon, men slik er nå reglene tilknyttet forskerkonferansen *Psychology of Mathematics Education* (PME).

Artikkel 5

Denne artikkelen er fortsatt i prosess, en prosess som er tidkrevende. I første runde med fagfelleevaluering var de tre fagfellene uenige om artikkelens kvalitet. En mente artikkelen kunne publiseres med få endringer, en med moderate endringer og en med omskriving. Den vedlagte versjonen er en omskriving av den først innsendte. Når jeg nå etter innsending leser artikkelen, ser jeg at argumentasjonen hadde kommet enda klarere frem om jeg hadde brukt en UKM-oppgave utviklet for å måle SFK i stedet for den jeg har brukt (som var utviklet for å måle AFK). Valget var basert på pre-studier av datamaterialet som viser at lærerne mener at posisjonssystemet er viktig i deres læring (Fauskanger & Mosvold, 2013). I analysen foretatt parallelt med analysene tilknyttet artikkel 5, brukes imidlertid en SFK-oppgave som case (Fauskanger & Mosvold, 2014). Siden jeg har valgt å skrive og inkludere artikkel 6, kunne også artikkel 5 vært kortere på de områder hvor den er overlappende med artikkel 6. Artikkel 5 er i prosess, så det er mulig å gjøre endringer i neste runde.

Artikkel 6⁴

Tilknyttet denne artikkelen var tilbakemeldingene fra de to fagfellene positive⁵. Det er følgelig vanskelig å være kritisk så kort tid etter at artikkelen ble sendt inn i endelig versjon. Noen småting er det likevel å påpeke. Noen av disse får jeg kanskje mulighet til å gjøre noe med i korrekturrunden som gjenstår.

Øverst på side 4 står det at Skemps (1976) skille mellom instrumentell forståelse og relasjonsforståelse «serves as a starting point» for den teoridrevne innholdsanalysen. Dette kan være misvisende, da Skemps forståelser er grunnlaget for innholdsanalysen. I utdypingen av Skremps arbeider (s. 6) kunne vi gått noe mer grundig til verks.

I kapittel 3.1, hvor instrumentet diskuteres, kunne vi gått mer i dybden på de spørsmål stilt som utgangspunkt for «long responses». Dette ville gitt leserne større mulighet til i større grad å forholde seg kritisk til resultatene.

I tabell 2 (s. 12) presenteres informasjon om lærerne (trinn de underviser på, antall studiepoeng i matematikk/matematikkdidaktikk og

⁴ Avgjørelsen om å arbeide med denne delstudien har både en faglig og en pragmatisk side. Etter at delstudie 5 hadde vært i review i over fem måneder, ble jeg redd for at jeg aldri ville høre noe. Gjennom analysearbeidet tilknyttet delstudiene 4 og 5 fattet jeg interesse for de som svarte «Jeg er ikke sikker», og hadde i mine notater konkludert med at «det er mange måter å være usikker på». Jeg inviterte derfor en medforfatter inn i delstudie 6, da den i utgangspunktet ikke var tenkt som en del av avhandlingsarbeidet. Analysen viste seg imidlertid å være så interessant at jeg inkluderer studien her.

⁵ Den ene skriver: «It was a pleasure to review this manuscript. It addresses a significant problem and it is nicely structured and well-written. In one sense, then, there is little more to say than *go ahead and publish*, or at least publish with minor modifications». Den andre skriver: «The manuscript is well written and organized, and clearly articulates the research undertaken to investigate the ambiguity of such responses “I’m not sure” on teacher knowledge measures. I think this is an important article, and not just for the Norwegian/Nordic context, but for anyone interested in attempts to measure teachers’ MKT».

VEDLEGG 2

undervisningserfaring). Det kan virke rart å ha denne informasjonen med, når det ikke trekkes inn i diskusjonen. Men, som vi skriver på side 9, er fokuset «relationship(s) between teachers' content knowledge as expressed through multiple-choice questions and long responses» og ikke eventuelle ulikheter tilknyttet trinn, utdanning og erfaring. Årsaken til at denne informasjonen er inkludert i tabell 2 er rett og slett at en av fagfellene ville at det skulle inkluderes.

I artikkelens resultatdel (kapittel 4) for øvrig, er det noen aspekter jeg ville endret om jeg fikk muligheten:

- Ada og Ninas skriftlige refleksjoner trekkes inn (s. 13) som eksempler på skriftlige refleksjoner som ikke gikk i dybden og følgelig var vanskelige å kode. For å få klarere frem usikre momenter i analysen, kunne vi gått noe mer i dybden her.
- I diskusjonen av Haralds skriftlige refleksjoner (s. 13/14) ser jeg at det vi skriver kan tyde på at vi spekulerer heller enn analyserer. Eksempelvis skriver vi «Harald's long responses indicate that he might have given his multiple-choice response based on uncertainty related to the importance of knowing definitions, ...». Dette imøtekommes delvis i konklusjonen.
- Diskusjonen av Lauras respons er overlappende med eksempel som brukes som case i artikkel 5. Dette er uheldig for avhandlingen som helhet. Et annet eksempel burde vært trukket inn i stedet.

I konklusjonsdelen (s. 17) skriver vi, med referanse til Tchoshanov (2011), at «[i]nstrumental understanding does not, however, relate to teaching that promotes conceptual understanding». Dette er nok å dra Tchoshanovs konklusjoner vel langt. Tchoshanovs (2011) studie konkluderer med at Type 2 kunnskap synes å være spesielt viktig tilknyttet både undervisningskvalitet og elevers resultater.

Referanser (vedlegg 2)

- Ball, D. L. & Hill, H. C. (2008). Mathematical knowledge for teaching (MKT) measures. Mathematics released items 2008. Lastet ned fra http://sitemaker.umich.edu/lmt/files/LMT_sample_items.pdf
- Berg, B. L. & Lune, H. (2012). *Qualitative research methods for the social sciences* (8. utg.). Essex: Pearson Education Inc.
- Blömeke, S., Hsieh, F. J., Kaiser, G. & Schmidt, W. H. (red.). (2014). *International perspectives on teacher knowledge, beliefs and opportunities to learn. TEDS-M results*. Dordrecht: Springer.
- Bryman, A. (2004). *Social research methods* (2. utg.). New York: Oxford University Press Inc.
- Delaney, S. (2008a). *Adapting and using U.S. measures to study Irish teachers' mathematical knowledge for teaching*. Upublisert doktorgradsavhandling, University of Michigan, Ann Arbor.
- Delaney, S. (2008b). Unacknowledged expertise. Irish teachers' mathematical knowledge for teaching. *InTouch*(97), 41–45.
- Delaney, S. (2012). A validation study of the use of mathematical knowledge for teaching measures in Ireland. *ZDM - The International Journal on Mathematics Education*, 44(3), 427–441.
- Delaney, S., Ball, D. L., Hill, H. C., Schilling, S. G. & Zopf, D. (2008). “Mathematical knowledge for teaching”: Adapting U.S. measures for use in Ireland. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11(3), 171–197.
- Drageset, O. G. (2009). Exploring mathematical knowledge for teaching. I M. Tzekaki, M. Kaldrimidou & C. Sakonidis (red.), *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (vol. 1, s. 473–480). Thessaloniki: PME.
- Fauskanger, J. (2012). “For norske lærere har stort sett en algoritme” – om undervisningskunnskap i matematikk. I F. Rønning, R. Diesen, H. Hoveid & I. Pareliussen (red.), *FoU i Praksis 2011. Rapport fra konferanse om praksisrettet FoU i lærerutdanning* (s. 129–141). Trondheim: Tapir Akademisk Forlag.
- Fauskanger, J. (2013). Teachers' epistemic beliefs about mathematical knowledge for teaching two-digit multiplication. I M. S. Hannula, P. Portaankorva-Koivisto, A. Laine & L. Näveri (red.), *Current state of research on mathematical beliefs XVIII: Proceedings of the MAVI-18 conference, September 12-15, 2012* (s. 271–284). Helsinki: University of Helsinki.
- Fauskanger, J. & Mosvold, R. (2010). “Undervisningskunnskap i matematikk”: Tilpasning av en amerikansk undersøkelse til norsk, og læreres opplevelse av undersøkelsen. *Norsk Pedagogisk Tidsskrift*, 94(2), 112–123.
- Fauskanger, J. & Mosvold, R. (2013). “Det ligger jo i bunn for alt” – om læreres oppfatning av undervisningskunnskap knyttet til posisjonssystemet. I Pareliussen, B. B. Moen, R. A. Beate & T. Solhaug (red.), *FoU i praksis 2012 conference proceedings* (s. 86–93). Trondheim: Akademika Forlag.
- Fauskanger, J. & Mosvold, R. (i trykk). The difficulty of measuring types of mathematics teachers' knowledge. Kommer i *Proceedings of NORMA 14, The seventh Nordic Conference on Mathematics Education*. Turku, Finland.
- Gall, M. G., Gall, J. P. & Borg, W. R. (2007). *Educational research. An introduction* (8. utg.). New York: Pearson Education, Inc.

VEDLEGG 2

- Grønmo, L. S. & Onstad, T. (red.). (2012). *Mange og store utfordringer. Et nasjonalt og internasjonalt perspektiv på utdanning av lærere i matematikk basert på data fra TEDS-M 2008*. Oslo: UNIPUB.
- Hambleton, R. K. (2012). Commentary on papers to investigate the international assessment of mathematical knowledge for teaching. *ZDM - The International Journal on Mathematics Education*, 44(3), 449–452.
- Hill, H. C. (2007). Technical report on number and operations content knowledge items – 2001-2006. Ann Arbor: University of Michigan, Learning Mathematics for Teaching project.
- Hill, H. C. (2010). The nature and predictors of elementary teachers' mathematical knowledge for teaching. *Journal for Research in Mathematics Education*, 41(5), 513–545.
- Hill, H. C., Rowan, B. & Ball, D. L. (2005). Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement. *American Educational Research Journal*, 42(2), 371–406.
- Hill, H. C., Schilling, S. G. & Ball, D. L. (2004). Developing measures of teachers' mathematical knowledge for teaching. *The Elementary School Journal*, 105(1), 11–30.
- Hsieh, H.-F. & Shannon, S. E. (2005). Three approaches to qualitative content analysis. *Qualitative Health Research*, 15(9), 1277–1288.
- Jaworski, B. (2000). Social constructivism, social practice theory and sociocultural theory: Relevance and rationalisations in mathematics education. Detail, reflection and synthesis. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 8(3), 73–110.
- Johnson, T. P. (1998). Approaches to equivalence in cross-cultural and cross-national survey research. I J. A. Harkness (red.), *Cross cultural survey equivalence* (s. 1–40). Mannheim: Zentrum für Umfragen, Methoden und Analysen (ZUMA).
- Kaarstein, H. (2014). A comparison of three frameworks for measuring knowledge for teaching mathematics. *Nordic Studies in Education*, 19(1), 23–52.
- Kaarstein, H. (2014). Norwegian mathematics teachers' and educational researchers' perception of MPCK items used in the TEDS-M study. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 19(3-4), 57–82.
- Letendre, G. K., Baker, D. P., Akiba, M., Goesling, B. & Wiseman, A. (2001). Teachers' work: Institutional isomorphism and cultural variation in the U.S., Germany, and Japan. *Educational Researcher*, 30(6), 3–15.
- Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Mellin-Olsen, S. (1987). *The politics of mathematics education*. Dordrecht: Reidel.
- Morgan, D. L. (1998). *The focus group guidebook. Focus group kit 1*. Thousand Oaks, CA: SAGE.
- Mosvold, R., Jakobsen, A. & Fauskanger, J. (i trykk). Adapted mathematical knowledge for teaching measures: Reliable, but still challenging! *Proceedings from Southern African Association for Research in Mathematics, Science and Technology Education*.
- Onstad, T. & Grønmo, L. S. (2012). Rammeverk og metoder. I L. S. Grønmo & T. Onstad (red.), *Mange og store utfordringer. Et nasjonalt og internasjonalt perspektiv på utdanning av lærere i matematikk basert på data fra TEDS-M 2008* (s. 197–225). Oslo: UNIPUB.
- Prediger, S. (2010). How to develop mathematics-for-teaching and for understanding: the case of meanings of the equal sign. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 13(1), 73–93.

VEDLEGG 2

- Schilling, S. G., Blunk, M. & Hill, H. C. (2007). Test validation and the MKT measures: Generalizations and conclusions. *Measurement: Interdisciplinary Research and Perspectives*, 5(2-3), 118–128.
- Schoenfeld, A. H. (2007). Commentary: The complexities of assessing teacher knowledge. *Measurement: Interdisciplinary Research and Perspectives*, 5(2), 198–204.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4–14.
- Singh, J. (1995). Measurement issues in cross-national research. *Journal of international business studies*, 26(3), 597–619.
- Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching*, 77, 20–26.
- Stigler, J. W. & Hiebert, J. (1999). *The teaching gap. Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom*. New York, NY: The Free Press.
- Tchoshanov, M. A. (2011). Relationship between teacher knowledge of concepts and connections, teaching practice, and student achievement in middle grades mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 76(2), 141–164.
- Tonheim, O. H. M. & Torkildsen, O. E. (2010). Matematikk 1 i lærerutdanninga – kvalifiserande? I P. Haug (red.), *Kvalifisering til læreryrket* (s. 209–226). Oslo: Abstrakt Forlag.
- Utdanningsdirektoratet. (2013a). *Kartleggingsprøve 3. årstrinn. Kartlegging av tallforståelse og regneferdighet*. Oslo: Utdanningsdirektoratet.
- Utdanningsdirektoratet. (2013b). *Nasjonale prøver. Matematikk 7. klasse*. Oslo: Utdanningsdirektoratet.
- Wilkinson, S. (2004). Focus group research. I D. Silverman (red.), *Qualitative research: Theory, method and practice* (2. utg., s. 177–199). London: SAGE Publications.

Oversikt over empiriske data

I dette vedlegget vises en oversikt over de ulike empiriske dataene avhandlingen bygger på, samt når de ble samlet inn. (Diverse informasjonsmøter, og mer uformelle samtaler hvor data ikke ble samlet inn, er ikke presentert i denne oversikten). Da flere av dataene viste seg å være langt rikere enn tenkt, ble ikke alle analysert og brukt innen for rammen av denne avhandlingen. Disse dataene presenteres likevel her, og i tabellene 1 og 2 i vedlegg 4 vises andre publikasjoner basert på dataene i denne oversikten.

Empirisk materiale tilknyttet artikkel 1

Dokumentasjon av oversettelsen analyseres og diskuteres i artikkel 1.

Periode	Aktivitet
Vår og tidlig høst 2008	Oversettelse og dokumentasjon av oversettelsen.

Empirisk materiale tilknyttet artiklene 2 og 3

Gruppeintervjuer

Intervjuene analyseres og diskuteres i artikkel 2 og 3.

Dag	Aktivitet
07.10.2008	FGI med 3 uerfarne lærere fra ungdomstrinnet (kvinner). Alle tre masterstudenter (master i grunnskolens matematikkundervisning) og dermed spesielt interesserte i matematikkundervisning. Intervjuet ble gjennomført på UiS. 2 forskere hadde ansvaret for intervjuet.
21.10.2008	FGI med 2 erfarne lærere (en kvinne og en mann) fra barnetrinnet. Begge med spesiell interesse for matematikkundervisning (holder kurs

VEDLEGG 3

	<p>for lærere, er aktive i LAMIS, m.m.). Intervjuet ble gjennomført på UiS. 2 forskere hadde ansvaret for intervjuet.</p>
02.03.2009	<p>FGI på skole 2 (barneskole) med 2 lærere (en kvinne og en mann). Mannen var nylig blitt inspektør og underviste ikke i matematikk. Kvinnen underviste i 6. klasse. Begge var matematikkansvarlige på skolen. 2 forskere hadde ansvaret for intervjuet. Intervjuet varte fra 14.26 til 15.15.</p>
05.03.2009	<p>FGI på skole 6 (ungdomsskole). To relativt ferske lærere, begge menn, med litt ulik bakgrunn. En var allmennlærere fra UiS, og en hadde en mer sammensatt fagutdanning bl.a. fra utlandet. 2 forskere hadde ansvaret for intervjuet. Intervjuet varte fra 14.45 til 15.45.</p>
09.03.2009	<p>FGI på skole 10 (barneskole). En mann med lang lærererfaring og en kvinne med kort erfaring. Begge underviste på småskoletrinnet. 2 forskere hadde ansvaret for intervjuet. Intervjuet varte fra 15.15 til 15.55.</p>
10.03.2009	<p>FGI på skole 12 (5.–10. skole). To lærere, en mann og en kvinne, deltok på intervjuet. Den mannlige læreren hadde lang fartstid, men var nå undervisningsinspektør og hadde lite undervisning inneværende år. Den kvinnelige læreren var relativt nyutdannet med fordypning i matematikk. 2 forskere hadde ansvaret for intervjuet. Intervjuet varte fra i ca halvannen time.</p>
13.03.2009	<p>FGI på skole 13 (ungdomsskole). En mann og en kvinne. Bbegge lærere med lang erfaring, først barnetrinn, nå ungdomstrinn. 2 forskere hadde ansvaret for intervjuet. Intervjuet varte fra 12.45 til 13.45.</p>

VEDLEGG 3

Læreres flervalgsrespons

Disse kvantitative dataene analyseres og diskuteres i avhandlingens artikkel 2. På skolene skravert i tabellen under ble to lærere av rektor valgt ut til FGI (se tabell over).

Dag	Aktivitet
16.01.2009	Skole 1: Gjennomføring av UKM-test (9 lærere).
02.03.2009	Skole 2: Gjennomføring av UKM-test (8 lærere).
02.03.2009	Skole 3: Gjennomføring av UKM-test (3 lærere).
02.03.2009	Skole 4: Gjennomføring av UKM-test (30 lærere).
03.03.2009	Skole 5: Gjennomføring av UKM-test (7 lærere).
05.03.2009	Skole 6: Gjennomføring av UKM-test (4 lærere).
05.03.2009	Skole 7: Gjennomføring av UKM-test (5 lærere).
09.03.2009	Skole 8: Gjennomføring av UKM-test (4 lærere).
09.03.2009	Skole 9: Gjennomføring av UKM-test (6 lærere).
09.03.2009	Skole 10: Gjennomføring av UKM-test (9 lærere).
10.03.2009	Skole 11: Gjennomføring av UKM-test (3 lærere).
10.03.2009	Skole 12: Gjennomføring av UKM-test (13 lærere).
13.03.2009	Skole 13: Gjennomføring av UKM-test (5 lærere).
14.03.2009	Skole 14: Gjennomføring av UKM-test (3 lærere).
15.03.2009	Skole 15: Gjennomføring av UKM-test (6 lærere).
16.03.2009	Skole 16: Gjennomføring av UKM-test (11 lærere).
17.03.2009	Skole 17: Gjennomføring av UKM-test (16 lærere).

VEDLEGG 3

Empirisk materiale tilknyttet artikkel 4, 5 og 6

Innledende gruppeintervjuer

Disse dataene ble samlet inn og transkribert, men likevel ikke brukt innenfor rammen av denne avhandlingen. De danner viktig bakgrunnsmateriale for utvikling av spørsmål til de skriftlige arbeidene.

Dag	Tidspunkt	Aktivitet
25.05.2011	15.00 – 17.45	FGI med to erfarne lærere (en fra småskole- og en fra mellomtrinnet). Gjennomført for å pilotere intervjuguiden. To forskere hadde ansvaret for intervjuet.
16.09.2011	09.00 – 12.30 (intervjuene varte fra en time til en time og 20 minutt)	6 FGI med til sammen 31 lærere ble gjennomført på stedet hvor lærerne skal ha sin videreutdanning. I alle intervjuene var det en forsker til stede. Gruppe 1: 6 lærere (kun kvinner) som underviser på 1.–4. trinn på 6 ulike skoler. Gruppe 2: 5 lærere (kun kvinner) som underviser på 1.–4. trinn på 5 ulike skoler. Gruppe 3: 5 lærere (kun kvinner) som underviser på 1.–4. trinn på 5 ulike skoler. Gruppe 4: 4 lærere (kun kvinner) som underviser på 5.–7. trinn på 4 ulike skoler. Gruppe 5: 6 lærere (kun menn) som underviser på 5.–7. trinn (4 lærere fra 4 ulike skoler) og på 8.–10. trinn (2 lærere fra samme skole). Gruppe 6: 5 lærere (2 menn og 3 kvinner) som underviser på 8.–10. trinn på 3 ulike skoler.

VEDLEGG 3

Skriftlig arbeid fra 30 lærere - 1

Periode	Aktivitet
01.10 til 15.10.2011	30 lærere (16 fra 1.–4. trinn, 9 fra 5.–7. trinn og 5 fra 8.–10. trinn) leverte skriftlig refleksjoner tilknyttet 10 UKM-oppgaver (28 spørsmål). Åpne spørsmål til alle UKM-oppgavene. 9 spørsmål relatert til bakgrunn og matematikkundervisning ble også besvart.

Disse skriftlige arbeidene blir analysert og diskutert i artikkel 4, 5 og 6.

Skriftlig arbeid fra 30 lærere - 2

Periode	Aktivitet
01.11 til 15.11.2011	30 lærere (16 fra 1.–4. trinn, 9 fra 5.–7. trinn og 5 fra 8.–10. trinn) leverte skriftlige refleksjoner tilknyttet kunnskap de ser på som viktig for dem som lærere. Åpne refleksjoner tilknyttet UKM-oppgavene fra tabellen over.

Disse skriftlige arbeidene blir analysert og diskutert i artikkel 4, 5 og 6. Arbeidet ble også brukt til å utvikle spørsmål tilknyttet videre FGI med lærerne.

Skriftlig arbeid fra 30 lærere - 3

Periode	Aktivitet
01.12 til 10.12.2011	30 lærere (16 fra 1.–4. trinn, 9 fra 5.–7. trinn og 5 fra 8.–10. trinn) leverte skriftlige refleksjoner tilknyttet kunnskap de ser på som viktig for dem som lærere.

Arbeidet med denne avhandlingen ga ikke rom for å analysere disse skriftlige dataene.

VEDLEGG 3

FGI med 26 lærere som alle leverte skriftlig arbeid

Dag	Tidspunkt	Aktivitet
17.11.11	15.00 – 17.00	FGI med to erfarne lærere (en fra småskole- og en fra mellomtrinnet). Gjennomført for å pilotere intervjuguiden. To forskere hadde ansvaret for intervjuet.
23.11.11	14.00 – 15.10	FGI med 4 lærere, alle kvinner. To arbeider på småskoletrinnet og to på mellomtrinnet.
24.11.11	15.30 – 17.10	FGI med 4 lærere, to menn og to kvinner. To arbeider på småskoletrinnet og en på mellomtrinnet. Den siste arbeider i en barnehage, men skal tilbake til skolen igjen (småskoletrinnet) etter en pause.
28.11.11	13.00 – 14.40	FGI med 4 lærere, en mann og tre kvinner. To arbeider på småskoletrinnet og to på mellomtrinnet.
01.12.11	14.30 – 15.45	FGI med 5 lærere, alle kvinner og alle arbeider på småskoletrinnet. To forskere hadde ansvar for intervjuet, for å kvalitetssikre.
05.12.12	15.00 – 16.20	FGI med 5 lærere, fire menn og en kvinne. Alle arbeider på ungdomstrinnet.
07.12.12	15.00 – 16.00	FGI med 5 lærere, to menn og tre kvinner. To arbeider på småskoletrinnet og tre på mellomtrinnet.

Disse intervjuene inngår kun indirekte i avhandlingens artikler.

Oversikt over publikasjoner tilknyttet PhD-arbeidet

Tabell 1. Publiserte presentasjoner, og andre publikasjoner, som grunnlag for avhandlingens tre første artikler. (Mange er skrevet basert på de samme dataene som artikkel 1, 2 og 3).

Tittel (referanse)	Forskningsspørsmål
Kunnskaper og oppfatninger – implikasjoner for etterutdanning (Fauskanger & Mosvold, 2008).	Hvilken kunnskap skal lærere få og hvorfor akkurat denne kunnskapen? Hvilken kunnskap har de som deltar på etterutdanning fra før? Vil økt kunnskap føre til endret praksis, og hva ved den eksisterende praksis vil en endre?
Etter- og videreutdanning av matematikklærere: Et spørsmål om antall studiepoeng, eller om INNHOLD? (Fauskanger & Mosvold, 2009).	Som tittel.
Challenges of translating and adapting the MKT measures for Norway (Mosvold & Fauskanger, 2009).	What challenges were encountered in the process of translating the MKT measures into Norwegian and adapting them for use in Norway? Which of these challenges are of a general nature, and which appear to be specific to the Norwegian culture?
«Eg kan jo multiplikasjon, men ka ska eg gjørr?» – det utfordrende undervisningsarbeidet i matematikk (Fauskanger, Bjuland, & Mosvold, 2010a).	Hva kan sentrale aspekter ved <i>undervisningskunnskap i matematikk</i> tilknyttet de fire regneartene være?
Undervisningskunnskap i matematikk: Tilpasning av en amerikansk undersøkelse til norsk, og lærernes opplevelse av undersøkelsen (Fauskanger & Mosvold, 2010).	Hvordan opplever norske lærere en undersøkelse som er utviklet for å måle amerikanske matematikklæreres undervisningskunnskap i matematikk?
Hva må læreren kunne? (Fauskanger, Bjuland, & Mosvold, 2010b).	Hva slags kunnskap trenger lærere som underviser i matematikk i begynneropplæringen?
Some results found using U.S. developed measures for teachers' mathematical knowledge for	Could the U.S. developed construct be used in Norway in relation to professional development of teachers?

VEDLEGG 4

teaching in Norway (Jakobsen, Mosvold, Bjuland, & Fauskanger, 2011).	
What can be learned from comparing performance of mathematical knowledge for teaching items found in Norway and in the U.S.? (Jakobsen, Fauskanger, Mosvold, & Bjuland, 2011b).	What is the connection between teachers' MKT, their experience and professional development?
Comparison of item performance in a Norwegian study using US developed mathematical knowledge for teaching measures (Jakobsen, Fauskanger, Mosvold, & Bjuland, 2011a).	Does the U.S. developed mathematical knowledge for teaching items perform in the same manner in Norway?
Similar but different – Investigating the use of MKT in a Norwegian kindergarten setting (Mosvold, Bjuland, Fauskanger, & Jakobsen, 2011).	What are the similarities and differences between the «tasks of teaching» of mathematics teachers in school and those of kindergarten teachers?
Translating and adapting the mathematical knowledge for teaching (MKT) measures: The cases of Indonesia and Norway (Ng, Mosvold, & Fauskanger, 2012).	What challenges were encountered in the process of translating and adapting the MKT measures for use in Indonesia and Norway?
Correlations between teachers' MKT in different content areas (Jakobsen, Fauskanger, Mosvold, & Bjuland, 2012).	What are the correlations between teachers' MKT scores in the three content areas: number concepts and operations; geometry; and patterns, functions and algebra?
«For norske lærere har stort sett en algoritme» – om undervisningskunnskap i matematikk (Fauskanger, 2012a).	Hvilken kunnskap ser lærerne på som relevant (og irrelevant) for dem og hvilke begrunnelser gir de for dette?
Teachers' knowledge of mathematical definitions: What they need to know and what they think they need to know (Mosvold & Fauskanger, 2012a).	What do teachers' reflections on MKT items reveal about their epistemic beliefs concerning mathematical knowledge for teaching definitions?
Teachers' beliefs about mathematical knowledge for teaching definitions (Mosvold & Fauskanger, 2013).	What do teachers' reflections on MKT items reveal about their beliefs concerning mathematical knowledge for teaching definitions?

VEDLEGG 4

Teachers' epistemic beliefs about HCK (Fauskanger, 2012b).	How do practicing teachers articulate personal epistemic beliefs about the horizon content knowledge needed to teach mathematics?
Teachers' beliefs about mathematical horizon content knowledge (Mosvold & Fauskanger, 2014).	How do practicing teachers articulate personal epistemic beliefs about the horizon content knowledge needed to teach mathematics?
Mathematical knowledge for teaching in relation to history in mathematics education (Jankvist, Mosvold, Fauskanger, & Jakobsen, 2012).	How may MKT and its separate components contribute to research in the field of HPM (History and Pedagogy of Mathematics Education)?
Discussing history of mathematics through MKT (Jankvist, Mosvold, Fauskanger, & Jakobsen, 2015).	How may MKT and its separate components contribute to research in the field of history in mathematics education?
Analyzing focused discussions based on MKT items to learn about teachers' beliefs (Fauskanger & Mosvold, 2013a).	In which ways can focused discussions based on MKT items be used to tap into teachers' epistemic beliefs?
Undervisningskunnskap i matematikk for lærere på 5.–10. trinn (Jakobsen, Fauskanger, Mosvold, & Bjuland, 2014b).	Populærvitenskapelig diskusjon av hvilken undervisningskunnskap lærere på 5. – 10. trinn trenger for å møte ulike episoder i klasserommet.
Undervisningskunnskap i matematikk for lærere på 1.–7. trinn (Jakobsen, Fauskanger, Mosvold, & Bjuland, 2014a).	Populærvitenskapelig diskusjon av hvilken undervisningskunnskap lærere på 1. – 7. trinn trenger for å møte ulike episoder i matematikkundervisningen.
Adapted mathematical knowledge for teaching measures: reliable, but still challenging! (Mosvold, Jakobsen, & Fauskanger, i trykk).	What are the inter-coder reliability and internal consistency of mathematical knowledge for teaching (LMT) measures that were translated and adapted for use in Norway? (What are possible explanations for the results?)

VEDLEGG 4

Tabell 2. Publikasjoner som grunnlag for avhandlingens artikler nummer 4, 5 og 6. (Mange er skrevet basert på de samme dataene som i disse artiklene. De markert med * er skrevet tilknyttet et annet forskningsprosjekt, men er tatt med her da disse skriveriene bruker overlappende metodiske tilnærminger med avhandlingsarbeidet. De er dermed viktige som grunnlag for metodologien relevant for denne avhandlingens tre siste artikler).

Tittel (referanse)	Forskningsspørsmål
«Wrong, but still right». Teachers reflecting on MKT items (Fauskanger & Mosvold, 2012).	What is the connection between teachers' responses to MKT items and their written reflections concerning the content of the items?
Testing av matematikklærere – Nei takk, men ja til faglige diskusjoner (Mosvold & Fauskanger, 2012b).	Populærvitenskapelig diskusjon av utvidet bruk av UKM-instrumentet i en norsk kontekst.
Teachers' epistemic beliefs about MKT two-digit multiplication (Fauskanger, 2013).	What do practicing teachers' written reflections reveal about their epistemic beliefs concerning MKT two-digit multiplication?
«Det ligger jo i bunn for alt» – om læreres oppfatning av undervisningskunnskap knyttet til posisjonssystemet (Fauskanger & Mosvold, 2013b).	Hvilke oppfatninger har lærere om den UKM de behøver i sitt undervisningsarbeid tilknyttet posisjonssystemet?
The difficulties of investigating types of mathematics teachers' knowledge by multiple-choice items (Fauskanger & Mosvold, i trykk).	How well do multiple-choice MKT items measure teachers' conceptual (Type 2) knowledge?
Kartlegging av læreres kunnskap er ikke enkelt (Mosvold & Fauskanger, i review).	Hvilket samsvar det er mellom læreres undervisningskunnskap i matematikk når denne kunnskapen måles ved hjelp av ulike oppgaveformat?
Common tasks of teaching as a resource for measuring professional content knowledge internationally (Hoover, Mosvold, & Fauskanger, 2014).	Would a focus on building a shared understanding of tasks of teaching contribute to building a professional knowledge base by combining judgment and ongoing collection of empirical evidence?
The difficulties of measuring types of mathematics teachers' knowledge (Fauskanger &	How well do multiple-choice MKT items measure teachers' conceptual (Type 2) knowledge?

VEDLEGG 4

Mosvold, i trykk).	
Why are Laura and Jane «not sure»? (Fauskanger & Mosvold, i review).	What differences can be found between teachers' arguments for choosing the suggested solution «I'm not sure» in multiple-choice items?
* Using content analysis to investigate student teachers' beliefs about pupils (Mosvold, Fauskanger, Bjuland, & Jakobsen, 2013).	What can be learned about student teachers' beliefs about pupils from content analysis of their focused discussions prior to field practice?
* Fra «de» til «vi» – fokus i lærerstudenters refleksjoner før og etter en praksisperiode i matematikk (Mosvold, Fauskanger, & Bjuland, 2014).	Hvilke endringer av fokus finner vi i lærerstudenters refleksjoner før og etter en praksisperiode i matematikk?
* Innholdsanalysens muligheter i utdanningsforskning (Fauskanger & Mosvold, 2014).	Hvilke muligheter gir bruk av tre ulike tilnærminger til kvalitativ innholdsanalyse når en skal analysere transkripsjonsdata i utdanningsforskning?

Referanser til publikasjonene i tabellene

- Fauskanger, J. (2012a). "For norske lærere har stort sett en algoritme" – om undervisningskunnskap i matematikk. I F. Rønning, R. Diesen, H. Hoveid & I. Pareliusson (red.), *FoU i Praksis 2011. Rapport fra konferanse om praksisrettet FoU i lærerutdanning* (s. 129–141). Trondheim: Tapir Akademisk Forlag.
- Fauskanger, J. (2012b). *Teachers' epistemic beliefs about HCK*. Paper presentert på The 12th International Congress on Mathematics Education (ICME 12), COEX Seoul, Korea.
- Fauskanger, J. (2013). Teachers' epistemic beliefs about mathematical knowledge for teaching two-digit multiplication. I M. S. Hannula, P. Portaankorva-Koivisto, A. Laine & L. Näveri (red.), *Current state of research on mathematical beliefs XVIII: Proceedings of the MAVI-18 conference, September 12–15, 2012* (s. 271–284). Helsinki: University of Helsinki.
- Fauskanger, J., Bjuland, R., & Mosvold, R. (2010a). "Eg kan jo multiplikasjon, men ka ska eg gjørr?" - det utfordrende undervisningsarbeidet i matematikk. I T. Løkensgard Hoel, G. Engvik & B. Hanssen (red.), *Ny som lærer – sjansespill og samspill* (s. 99–114). Trondheim: Tapir akademisk forlag.
- Fauskanger, J., Bjuland, R., & Mosvold, R. (2010b). Hva må læreren kunne? *Tangenten*, 21(4), 35–38.
- Fauskanger, J., & Mosvold, R. (2008). Kunnskaper og oppfatninger – implikasjoner for etterutdanning. *Norsk Pedagogisk Tidsskrift*, 92(3), 187–197.
- Fauskanger, J., & Mosvold, R. (2009). Etter- og videreutdanning av matematikklærere: Et spørsmål om antall studiepoeng, eller om INNHold? *UTDANNING*(6), 48–51.
- Fauskanger, J., & Mosvold, R. (2010). Undervisningskunnskap i matematikk: Tilpasning av en amerikansk undersøkelse til norsk, og læreres opplevelse av undersøkelsen. *Norsk Pedagogisk Tidsskrift*, 94(2), 112–123.

VEDLEGG 4

- Fauskanger, J., & Mosvold, R. (2012). "Wrong, but still right". Teachers reflecting on MKT items. I L. R. Van Zoest, J.-J. Lo & J. L. Kratky (red.), *Proceedings of the 34th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (s. 423–429). Kalamazoo, MI: Western Michigan University.
- Fauskanger, J., & Mosvold, R. (2013a). Analyzing focused discussions based on MKT items to learn about teachers' beliefs. I B. Ubuz, Z. Hazer & M. A. Mariotti (red.), *Proceedings of the Eight Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (s. 1339–1348). Ankara: European Society for Research in Mathematics Education.
- Fauskanger, J., & Mosvold, R. (2013b). "Det ligger jo i bunn for alt" – om læreres oppfatning av undervisningskunnskap knyttet til posisjonssystemet. I I. Pareliussen, B. B. Moen, R. A. Beate & T. Solhaug (red.), *FoU i praksis 2012 conference proceedings* (s. 86–93). Trondheim: Akademika Forlag.
- Fauskanger, J., & Mosvold, R. (2014). Innholdsanalysens muligheter i utdanningsforskning. *Norsk Pedagogisk Tidsskrift*, 98(2), 127–139.
- Fauskanger, J., & Mosvold, R. (i trykk). The difficulty of measuring types of mathematics teachers' knowledge. *Proceedings of NORMA 14, The seventh Nordic Conference on Mathematics Education*. Turku, Finland.
- Fauskanger, J., & Mosvold, R. (i review). Why are Laura and Jane "not sure"?
- Hoover, M., Mosvold, R., & Fauskanger, J. (2014). Common tasks of teaching as a resource for measuring professional content knowledge internationally. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 19(3-4), 7–20.
- Jakobsen, A., Fauskanger, J., Mosvold, R., & Bjuland, R. (2011a). Comparison of item performance in a Norwegian study using US developed mathematical knowledge for teaching measures. I M. Pytlak, T. Rowland & E. Swoboda (red.), *Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (s. 1802–1811). Rzeszów: European Society for Research in Mathematics Education.
- Jakobsen, A., Fauskanger, J., Mosvold, R., & Bjuland, R. (2011b). *What can be learned from comparing performance of mathematical knowledge for teaching items found in Norway and in the U.S.?* Paper presentert på The 11th International Conference of the Mathematics Education into the 21st Century Project, Grahamstown, Sør-Afrika.
- Jakobsen, A., Fauskanger, J., Mosvold, R., & Bjuland, R. (2012). Correlations between teachers' MKT in different content areas. I G. H. Gunnarsdóttir, F. Hreinsdóttir, G. Pálsdóttir, M. Hannula, M. Hannula-Sormunen, E. Jablonka, U. T. Jankvist, A. Ryve, P. Valero & K. Wæge (red.), *Proceedings of NORMA 11, The sixth Nordic Conference on Mathematics Education* (s. 359–368). Reykjavik: University of Iceland Press.
- Jakobsen, A., Fauskanger, J., Mosvold, R., & Bjuland, R. (2014a). Undervisningskunnskap i matematikk for lærere på 1.–7. trinn. I T. Gustavsen, K. R. C. Hinna, I. C. Borge & P. S. Andersen (red.), *QED 1-7. Matematikk for grunnskolelærerutdanningen. Bind 2* (s. 633–658). Kristiansand: Høyskoleforlaget.
- Jakobsen, A., Fauskanger, J., Mosvold, R., & Bjuland, R. (2014b). Undervisningskunnskap i matematikk for lærere på 5.–10. trinn. I T. Gustavsen, K. R. C. Hinna, I. C. Borge & P. S. Andersen (red.), *QED 5-10. Matematikk for grunnskolelærerutdanningen. Bind 2* (s. 567–588). Kristiansand: Høyskoleforlaget.
- Jakobsen, A., Mosvold, R., Bjuland, R., & Fauskanger, J. (2011). Some results found using U.S. developed measures for teachers' mathematical knowledge for teaching in Norway. I G. T. Papanikos (red.), *Abstract Book for the 5th Annual International*

VEDLEGG 4

- Conference on Mathematics, Statistics & Mathematical Education, 13-16 June 2011* (s. 78). Athen: The Athens Institute for Education and Research.
- Jankvist, U. T., Mosvold, R., Fauskanger, J., & Jakobsen, A. (2012). *Mathematical knowledge for teaching in relation to history in mathematics education*. Paper presentert på The 12th International Congress on Mathematics Education (ICME 12), COEX, Seoul, Korea.
- Jankvist, U. T., Mosvold, R., Fauskanger, J., & Jakobsen, A. (2015). Analyzing the use of history of mathematics through MKT. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. 1–13. doi: 10.1080/0020739X.2014.990528.
- Mosvold, R., Bjuland, R., Fauskanger, J., & Jakobsen, A. (2011). Similar but different – Investigating the use of MKT in a Norwegian kindergarten setting. I M. Pytlak, T. Rowland & E. Swoboda (red.), *Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (s. 1802–1811). Rzeszów: European Society for Research in Mathematics.
- Mosvold, R., & Fauskanger, J. (2009). *Challenges of Translating and Adapting the MKT Measures for Norway*. Paper presentert på The Annual Meeting of the American Educational Research Association, San Diego, California.
- Mosvold, R., & Fauskanger, J. (2012a). *Teachers' knowledge of mathematical definitions: What they need to know and what they think they need to know*. Paper presentert på The Annual Meeting of the American Educational Research Association, Vancouver, Canada.
- Mosvold, R., & Fauskanger, J. (2012b). Testing av matematikklærere. Nei takk, men ja til faglige diskusjoner. *Bedre skole* (2), 52–55.
- Mosvold, R., & Fauskanger, J. (2013). Teachers' beliefs about mathematical knowledge for teaching definitions. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 8(2-3), 43–61.
- Mosvold, R., & Fauskanger, J. (i review). Kartlegging av læreres kunnskap er ikke enkelt.
- Mosvold, R., & Fauskanger, J. (2014). Teachers' beliefs about mathematical horizon content knowledge. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*. Lastet ned fra <http://www.cimt.plymouth.ac.uk/journal/mosvold2.pdf>.
- Mosvold, R., Fauskanger, J., & Bjuland, R. (2014). Fra “de” til “vi”? – fokus i lærerstudenters refleksjoner før og etter en praksisperiode i matematikk. I A. B. Reinertsen, B. Groven, A. Knutas & A. Holm (red.), *FoU i praksis 2013. Artikkelsamling fra konferanse om praksisrettet FoU i lærerutdanning* (s. 192–200). Trondheim: Akademika forlag.
- Mosvold, R., Fauskanger, J., Bjuland, R., & Jakobsen, A. (2013). Using content analysis to investigate student teachers' beliefs about pupils. I B. Ubuz, Z. Hazer & M. A. Mariotti (red.), *Proceedings of the Eight Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (s. 1389–1398). Ankara: European Society for Research in Mathematics Education.
- Mosvold, R., Jakobsen, A., & Fauskanger, J. (i trykk). Adapted mathematical knowledge for teaching measures: Reliable, but still challenging! *Proceedings from Sothern African Association for Research in Mathematics, Science and Technology Education*.
- Ng, D., Mosvold, R., & Fauskanger, J. (2012). Translating and adapting the mathematical knowledge for teaching (MKT) measures: The cases of Indonesia and Norway. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 9(1-2), 149–178.

UKM – noen oppgaveeksempler

Allmenn fagkunnskap

Denne første UKM-oppgaven (oppgave 2 fra Ball & Hill, 2008, s. 4) er utviklet med fokus på læreres «allmenne fagkunnskap». Oppgaven utfordrer lærere til å vurdere ulike strategier for å finne ut hvorvidt et gitt tall er et primtall. Selv om læreren bruker denne kunnskapen i sin undervisning, er den ikke spesifikk for undervisningsarbeidet og krever ingen kunnskap om elever eller om undervisning.

Ms. Chambreaux's students are working on the following problem:

Is 371 a prime number?

As she walks around the room looking at their papers, she sees many different ways to solve this problem. Which solution method is correct) (Mark ONE answer.)

- a) Check to see whether 371 is divisible by 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, or 9
- b) Break 371 into 3 and 71; they are both prime, so 371 must also be prime.
- c) Check to see whether 371 is divisible by any prime number less than 20.
- d) Break 371 into 37 and 1; they are both prime, so 371 must also be prime.

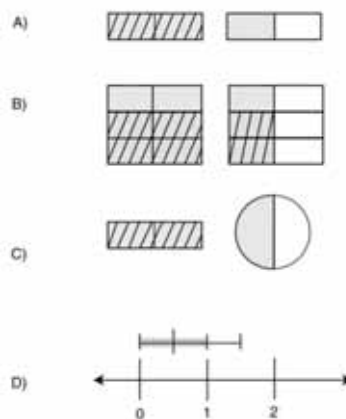
I denne oppgaven er a) uriktig. Det finnes en mulighet for at 371 kan ha faktorer høyere enn 9. I akkurat dette tilfellet er imidlertid 7 en faktor. b) er uriktig da det ikke er mulig å avgjøre om et flersifret tall er primtall ved å dele opp tallet i hundre, tiere og enere. I akkurat dette tilfellet representerer 3-tallet (som er et primtall) 300. 300 er ikke et primtall. d) er uriktig basert på tilsvarende resonnement som tilknyttet b). c) representerer her det riktige svaralternativet, eller nøkkelen. $\sqrt{371}$ er noe over 19. 20 er større enn $\sqrt{371}$, og hvis 371 har en primfaktor som er større enn 20, må tallet også ha en som er mindre enn 20.

Spesialisert fagkunnskap

En UKM-oppgave utviklet med fokus på læreres «spesialiserte fagkunnskap» (Ball & Hill, 2008, s. 7)¹.

At a professional development workshop, teachers were learning about different ways to represent multiplication of fractions problems. The leader also helped them to become aware of examples that do not represent multiplication of fractions appropriately.

Which model below cannot be used to show that $1\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = 1$? (Mark ONE answer)



Her utfordres lærere til å analysere fire potensielle, men ulike, representasjoner for multiplikasjon av brøk. I a), b) og c) brukes arealmodeller for å representere $1\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = 1$, mens i d) brukes en tallinje som modell. I a) vises to enheter med samme areal. $1\frac{1}{2}$ av disse er farget grått og $\frac{2}{3}$ av den $1\frac{1}{2}$ er markert med skråstilte linjer. I b) er samme modell brukt, men arealenhetene er delt opp i seksdeler og ikke halvdeler. Begge disse modellene kan brukes til å representere $1\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = 1$. I c) brukes to figurer med ulikt areal, noe som ses på som uegnet i

¹ Oppgaven er brukt som illustrasjon på variasjon av oppgavetyper i UKM-instrumentet i avhandlingens 3. artikkel (s. 49).

VEDLEGG 5

denne sammenheng (Blömeke & Delaney, 2012). Tallinjen brukt i d) viser en linje som måler $1\frac{1}{2}$ enhet, delt inn i tre deler som hver måler $\frac{1}{2}$ enhet. To av disse delene, eller $\frac{2}{3}$ av linjen som måler $1\frac{1}{2}$ enhet, er gråfarget og viser produktet av $1\frac{1}{2}$ og $\frac{2}{3}$.

Kunnskap om faglig innhold og elever

Et eksempel på UKM-oppgave (oppgave 13 fra Ball & Hill, 2008, s. 11)² utviklet for å måle «kunnskap om faglig innhold og elever»:

Mrs. Jackson is getting ready for the state assessment, and is planning mini-lessons for students focused on particular difficulties that they are having with adding columns of numbers. To target her instruction more effectively, she wants to work with groups of students who are making the same kind of error, so she looks at a recent quiz to see what they tend to do. She sees the following student mistakes:

I)	$\begin{array}{r} 38 \\ 49 \\ + 65 \\ \hline 142 \end{array}$	II)	$\begin{array}{r} 45 \\ 37 \\ + 29 \\ \hline 101 \end{array}$	III)	$\begin{array}{r} 32 \\ 14 \\ + 19 \\ \hline 64 \end{array}$
----	---	-----	---	------	--

Which have the same kind of error? (Mark ONE answer.)

- a) I and II
- b) I and III
- c) II and III

Tilknyttet UKM-oppgavene på dette området antar en at lærerne må bruke både sin faglige kunnskap, men også sin kunnskap om elever (Hill, Ball, et al., 2008). Et annet eksempel (Ball & Hill, 2008, s. 13):

² Oppgaven er frigitt, da analyser viste at svar gitt på oppgaven ikke var relatert til kunnskapskomponenten oppgaven var ment å måle (Hill, Ball & Schilling, 2008, s. 380). Oppgaven gir likevel et bilde på hvordan oppgaver innenfor dette området kan se ut.

VEDLEGG 5

Mrs. Jackson is planning mini-lessons for students around particular difficulties that they are having with subtracting from large whole numbers. To target her instruction more effectively, she wants to work with groups of students who are making the same kind of error, so she looks at a recent quiz to see what they tend to do. She sees the following three student mistakes:

I	II	III
$\begin{array}{r} 4\ 12 \\ 502 \\ - 6 \\ \hline 406 \end{array}$	$\begin{array}{r} 4\ 15 \\ 38008 \\ - 6 \\ \hline 34009 \end{array}$	$\begin{array}{r} 6\ 9\ 8\ 15 \\ 7008 \\ - 7 \\ \hline 6988 \end{array}$

Which have the same kind of error? (Mark ONE answer.)

- a) I and II
- b) I and III
- c) II and III
- d) I, II and III

I denne oppgaven er det riktige svaret a). I eksempel I veksler eleven en hundrer til ti enere. I eksempel II veksler eleven tusen om til ti enere. Slike feil kan indikere en manglende forståelse for posisjonssystemet, og en lærer som har både matematisk kunnskap og kunnskap om elever vil gjenkjenne slike feil og hva de baseres på. I eksempel III veksles tusen om til ni hundre, åtte tiere og ti enere, dette er en annen type feil enn den elevene i eksempel I og II gjør.

Referanser (vedlegg 5)

- Ball, D. L. & Hill, H. C. (2008). Mathematical knowledge for teaching (MKT) measures. Mathematics released items 2008. Lastet ned fra http://sitemaker.umich.edu/lmt/files/LMT_sample_items.pdf
- Blömeke, S. & Delaney, S. (2012). Assessment of teacher knowledge across countries: A review of the state of research. *ZDM - The International Journal on Mathematics Education*, 44(3), 223–247.
- Hill, H. C., Ball, D. L. & Schilling, S. G. (2008). Unpacking “pedagogical content knowledge”: Conceptualizing and measuring teachers’ topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39(4), 372–400.

Kategorisering av UKM-oppgaver

UKM-oppgavene brukt i dette avhandlingsarbeidet var alle innenfor området fagkunnskap (SMK), men de var ikke kategorisert som allmenn, eller spesialisert fagkunnskap (AFK eller SFK). Tabellen under viser en slik kategorisering gjort av tre forskere i retrospekt.

Tabell 1. Kategorisering av UKM-oppgaver.

Oppgave nummer (delstudie 1–3)	AFK/SFK	Oppgave nummer (delstudie 4–6)	CCK/SCK
1 (4 spm.)	AFK	1 (4 spm.)	AFK
2 (1 spm.)	AFK	2 (5 spm.)	AFK
3 (1 spm.)	AFK	3 (1 spm.)	SFK
4 (1 spm.)	AFK	4 (1 spm.)	AFK
5 (1 spm.)	AFK	5 (1 spm.)	AFK
6 (1 spm.)	AFK	6 (3 spm.)	SFK
7 (4 spm.)	AFK	7 (4 spm.)	AFK
8 (1 spm.)	AFK	8 (4 spm.)	SFK
9 (1 spm.)	SFK	9 (4 spm.)	SFK
10 (1 spm.)	SFK	10 (1 spm.)	AFK
11 (4 spm.)	SFK		
12 (1 spm.)	SFK		
13 (1 spm.)	SFK		
14 (4 spm.)	SFK		
15 (5 spm.)	AFK		
16 (5 spm.)	AFK		

VEDLEGG 5

17 (4 spm.)	AFK
18 (1 spm.)	AFK
19 (1 spm.)	AFK
20 (1 spm.)	AFK
21 (1 spm.)	SfK
22 (1 spm.)	AFK
23 (1 spm.)	AFK
24 (4 spm.)	AFK
25 (4 spm.)	AFK
26 (1 spm.)	AFK
27 (1 spm.)	AFK
28 (1 spm.)	AFK
29 (1 spm.)	SFK
30 (3 spm.)	SFK

Brev til skolene

Deres ref.:

Vår ref.:

Dato: 21.01.2009

Forespørsel om deltakelse i et prosjekt.

Ved Universitetet i Stavanger har vi et sterkt fokus på å lære mer om den kunnskapen lærere trenger for å undervise i de ulike skolefagene. Dette er kunnskap vi trenger for å kunne utvikle både våre grunn-, videre-, og etterutdanninger. Vi er nå i ferd med å starte et pilotprosjekt knyttet til læreres kunnskap for undervisning i matematikk. Pilotprosjektet vil bli utført i løpet av 2009 og er sponset av OLF (Oljeindustriens Landsforening).

Vi ønsker å samarbeide med lærere som er ansatt ved praksisskoler. Praksisskolene er viktige samarbeidspartnere for oss, og vi håper at dette samarbeidet kan videreutvikles gjennom prosjekt med fokus på læreres kunnskap.

Vi har utarbeidet en undersøkelse om forskjellige kunnskapsområder lærere trenger for å undervise i matematikk. Denne undersøkelsen må prøves ut blant lærere som underviser i faget før vi kan bruke den i større skala. Vi ønsker å komme i kontakt med lærere som kan gjennomføre undersøkelsen og som kan gi oss tilbakemelding på selve undersøkelsen.

Det vi konkret vil be dere om er at lærere ved skolen som underviser i, eller har undervist i matematikk de siste to årene, kan være med og prøve ut denne undersøkelsen. Selve gjennomføringen av dette vil ta ca. 1 - 1 1/2 time, og forskere fra UiS vil reise ut til skolen deres for å gi nærmere opplysninger og administrere gjennomføringen av undersøkelsen. Vi vil også spørre noen lærere om å være med på et fokusgruppe-intervju for å gi mer utdypende tilbakemelding på om dette kan fungere som et godt "instrument" for å få kunnskap om læreres kunnskaper.

VEDLEGG 6

Vi vil understreke at dette altså dreier seg om å prøve ut og kvalitetssikre en spørreundersøkelse, og det vi først og fremst ønsker er å få tilbakemelding fra dere om hvorvidt denne undersøkelsen faktisk kan måle noe som er relevant i forhold til den kunnskapen lærere trenger for å undervise i matematikk. Kjenner lærere som underviser i faget seg igjen i de gitte problemstillingene i undersøkelsen? Er problemstillingene relevante? Er det andre problemstillinger som også er relevante som burde vært med?

Resultater fra pilotprosjektet vil bli rapportert i en sluttrapport fra pilotstudien (årsskiftet 2009/2010) og vil også kunne bli presentert i artikler som publiseres nasjonalt eller internasjonalt. Det vil ikke være mulig å identifisere enkeltindivider eller enkeltskoler i rapporteringen. Hensikten med denne studien er ikke å kunne rapportere om kunnskapsnivå, men heller å utvikle en måte å studere læreres kunnskap for undervisning som kan gjøre det mulig for oss å generere nødvendig kunnskap for utvikling av lærerutdanning og videre-/etterutdanning for lærere. Det vil være viktig å rapportere om for eksempel hvordan undersøkelsen er kommet i stand, hvordan den ble gjennomført, hvordan lærere har opplevd spørsmål i undersøkelsen, hva slags innspill de har hatt til videre utvikling, osv.

Vi vil ta personlig kontakt med dere per telefon for å diskutere dette nærmere. Håper på positivt svar.

Med hilsen

Elaine Munthe
Instituttleder

Intervjuguide

I utgangspunktet er det to lærere som skal intervjues på hver av skolene (hvor vi har intervjuer). En av forskerne leder intervjuet, mens den andre tar litt notater og stiller eventuelt supplerende spørsmål og holder styr på det tekniske (audio-opptak).

Teknisk: Vi satser på kun audio-opptak fra intervjuene.

Tid: Vi setter av maks. 1 time til hvert intervju.

Tips: Før de begynner med undersøkelsen spør vi hvem som skal være med på intervju, og vi setter en gul lapp på oppgavesettet for å finne dem igjen etterpå. Lærerne som intervjues skal ha sin undersøkelse foran seg under intervjuet.

1. Intro fra oss

Nå har dere vært gjennom vår første versjon av denne spørreundersøkelsen, og vi vil gjerne ha hjelp fra dere til å gjøre den bedre. Derfor vil vi gjerne starte med å høre litt om det inntrykket dere har mer generelt, for så å gå litt dypere inn i undersøkelsen oppgave for oppgave.

2. Innledende spørsmål

Helt i starten av intervjuet ber vi lærerne si litt om hvilket trinn de underviser på, litt om hvor lenge de har undervist i matematikk osv. Vi kan også starte med å spørre dem litt om hvorfor akkurat de har blitt valgt ut fra sin skole.

Først kan lærerne si litt om sine umiddelbare tanker etter å ha gjennomført undersøkelsen.

VEDLEGG 7

Spesifisert:

- Form/format (multiple-choice)
- Noen spesielle oppgaver de vil trekke fram?
- Noe spesielt i forhold til oppgavene?

Vi går gjennom undersøkelsen oppgave for oppgave. Her er noen mulige fokus:

- Mengden tekst
- Forståelse av konteksten
- «Realistisk» kontekst i forhold til en norsk skole-setting, og norsk faglig innhold
- Problematisk oppgaver
- Noen oppgaver de måtte lese flere ganger
- Hvis lærere sier at oppgaven er «grei», kan vi (i alle fall første gangen) spørre om de kan utdype hva de legger i det

Avslutningsvis kan vi spørre om hva de synes om denne måten å finne ut mer om hva lærerne kan.

Hva synes de om omfanget/tidsaspektet osv.?

Når dere tenker på deres egen matematikkundervisning, var det noe dere savnet i undersøkelsen? Noe som er viktig i deres undervisning, som dere følte at dere ikke kom inn på her?

Transkripsjonsnøkkel

Funksjon	Tegn	Beskrivelse
Overlapp	[tekst] [tekst]	Blir brukt når to personer sier noe samtidig
Overtakelse	tekst≈ ≈tekst	Indikerer når en person overtar og fortsetter å snakke uten at det er pause imellom
Pause (≥ 1 s)	(ns) der n = antall sekunder Eks. (6s)	Pauser i antall sekunder
Kort pause (≤ 1 s)	(.)	Pauser på under et sekund
Konklusjon	.	Som punktum
Spørsmål	?	Indikerer et spørsmål
Forlengelse	: eller :: for lengre	Indikerer at ordet forlenges
Lav prat	°tekst°	Indikerer at det blir snakket lavt
Ukjent tekst	(ukjent tekst)	Indikerer når det som blir sagt er helt ugjenkjennelig og blir ikke transkribert
Forsterkning	<u>tekst</u>	Indikerer at ord eller setninger blir forsterket

Brev til deltakere

Til alle deltakerne på videreutdanning i matematikk

Invitasjon til deltakelse i forskningsprosjekt:

«Læreres undervisningskunnskap i matematikk, implikasjoner for fremtidig lærerutdanning»

Ved Universitetet i Stavanger (UiS) har vi et sterkt fokus på å lære mer om den kunnskapen lærere trenger for å undervise i de ulike skolefagene. Dette er kunnskap vi trenger for å kunne utvikle både våre grunn-, videre-, og etterutdanninger. Vi som underviser i matematikk i lærerutdanningene arbeider med et prosjekt med fokus på læreres undervisningskunnskap i matematikk. Prosjektet er sponset av OLF (Oljeindustriens Landsforening).

Mitt navn er Janne Fauskanger og jeg arbeider ved lærerutdanningen på UiS. Jeg har arbeidet med lærerutdanning siden 1993, og har hatt store deler av stillingen min knyttet opp mot etter- og videreutdanning (EVU) av lærere. Jeg er interessert i å gjøre EVU best mulig og mest mulig tilpasset den gruppen av lærere som deltar. For tiden er jeg PhD-stipendiat, men i 25 % av stillingen min er jeg fortsatt førstelektor i matematikdidaktikk. Her arbeider jeg med den nye lærerutdanningen for lærere i 1. – 7. klasse og med EVU av lærere.

Det er EVU som danner utgangspunktet for min studie, og ikke minst spørsmålet om hvilken EVU lærere vil ha (innhold og form) og om hvordan vi som lærerutdannere kan få innblikk i den kunnskapen lærere har fra før for så å bygge på denne kunnskapen i vår EVU. Som PhD-stipendiat er jeg så heldig å få muligheten til å få arbeide med noen av

VEDLEGG 9

mine spørsmål, men da må jeg få snakke med dem som har mest kunnskap om dette – nemlig dere lærere.

Du inviteres herved til å delta i et fokusgruppeintervju med fokus på læreres undervisningskunnskap i matematikk. Alle som deltar i videreutdanningen blir invitert. Intervjuet vil være todelt.

1. Innledningsvis på første samling (16. september): Fokus på kunnskapsbehov i egen læring og ønsker for egen EVU. Dette intervjuet vil foregå i lokalene hvor samlingen skal være og flere fra forskergruppen vil være med i gjennomføringen.

Et viktig poeng som fremheves i forskningen på dette området, er at den som skal drive med EVU, må vite mye om lærerne som deltar i etterutdanningen, spesielt om disse lærernes undervisningskunnskap. Når EVU av matematikklærere skal planlegges og gjennomføres, er det altså viktig å ha kjennskap til den kunnskapen lærerne har fra før.

2. Mellom 1. og 2. samling (evt. etter 2. samling): Intervju med utgangspunkt i oppgaver dere har arbeidet med som mappekrav/arbeidskrav mellom 1. samling og 2. samling. Her vil det også være avgjørende for min forskning og for utviklingen av kurset at jeg får bruke mappekrava dere leverer. Oppgavene er utviklet for at lærerutdannere skal få kjennskap til læreres undervisningskunnskap i matematikk. Tid og sted for dette intervjuet vil avtales med deltakerne.

Jeg håper akkurat DU vil delta i fokusgruppeintervjuene som vil være et viktig bidrag i både vår forskning og vår planlegging av DIN og fremtidig EVU. Jeg har behov for et visst antall lærere, så jeg håper flest mulig vil være med! Samtykkeerklæringen som er vedlagt kan leveres før vi går fra hverandre i dag. Jeg vil understreke at dersom du velger å ikke delta, så vil ikke dette få noen konsekvenser for deg.

VEDLEGG 9

Prosjektet avsluttes 31.07.2014, da vil alle data anonymiseres og lyd- og filmopptak slettes.

Alle som deltar vil få et gavekort.

Har du spørsmål i forbindelse med deltakelse i prosjektet kan du sende en epost til Janne.Fauskanger@uis.no eller ringe meg på 95 24 05 04/51 83 35 58.

Med vennlig hilsen



Janne Fauskanger

PhD-stipendiat

UNIVERSITETET I STAVANGER DET HUMANISTISKE FAKULTET

Obligatorisk erklæring

Jeg/vi erklærer herved at innlevert skriftlig arbeid i:

Videreutdanning i matematikk for lærere

1. ikke tidligere har vært brukt til skriftlige innleveringer ved Universitetet i Stavanger eller annet lærested.
2. ikke gjengir andres arbeid uten at dette er oppgitt ved litteraturhenvisning.
3. ikke gjengir eget tidligere arbeid uten at dette er oppgitt ved litteraturhenvisning.
4. oppgir alle referanser/kilder (også hentet fra Internett) i litteraturlisten.
5. markerer sitater med anførselstegn eller innrykk og anviser hvor sitatet er hentet.

Jeg/vi er kjent med at brudd på disse bestemmelsene er å betrakte som fusk. Fusk eller forsøk på fusk vil bli behandlet slik som beskrevet i Lov om universiteter og høyskoler, §§ 54, nr. 1 b og 42, nr. 3.

Jeg er villig til å la Janne Fauskanger få rett til å bruke denne besvarelsen i forskningssammenheng: Sett ett kryss:

Ja: Nei:

Sted/dato: _____

Underskrift(er): _____

(tydelig signatur av studenten)

Samtykkeerklæring

Jeg vil gjerne delta i forskningsprosjektet med tittel «Læreres undervisningskunnskap i matematikk, implikasjoner for fremtidig lærerutdanning» som gjennomføres av Janne Fauskanger og kollegaer ved Universitetet i Stavanger.

Jeg vet at hensikten er å gjennomføre fokusgruppeintervju for å lære mer om læreres undervisningskunnskap i matematikk og om den kunnskapen lærere ønsker skal være i fokus i fremtidig etterutdanning for lærere.

Jeg vet at studien involverer fokusgruppeintervju, som tas opp på lydbånd og film.

Jeg vet at studien involverer et skriftlig arbeid som er en del av videreutdanningen.

Jeg vet at min deltakelse i forskningsprosjektet er frivillig, og at om jeg vil trekke meg fra prosjektet så kan jeg gjøre det når som helst, både før, under og etter intervju og mappeinnlevering. Hvis jeg trekker meg må jeg si fra, men det er frivillig om jeg vil oppgi årsaken til at jeg trekker meg.

Jeg respekterer andres privatliv og vil ikke bringe sensitive opplysninger om andre inn i intervjusituasjonen.

Jeg vet at all informasjon som gis i intervjusituasjonen vil bli behandlet konfidensielt av forskeren, og at alle navn vil anonymiseres i eventuelle publikasjoner.

Jeg vet at mitt bidrag vil være til fremtidig nytte for matematikklærere som skal delta i etterutdanning, så vel som for egen utdanning på kort sikt.

VEDLEGG 11

Jeg vet at forskerne fra Universitetet i Stavanger vil svare på alle spørsmål jeg måtte ha om forskningsprosjektet og om min deltakelse i prosjektet.

Jeg har mottatt skriftlig og muntlig informasjon og er villig til å delta i studien.

Jeg har mottatt skriftlig og muntlig informasjon og er villig til å delta i studien.

Dato:

Underskrift:

Eksempel på UKM-oppgave med konkrete spørsmål

6. Tenk deg at elevene dine arbeider med multiplikasjon av store tall. Blant elevarbeidene, ser du at noen elever som har gått på skole i andre land enn Norge bruker følgende metoder:

Elev A	Elev B	Elev C
$\begin{array}{r} 35 \\ \cdot 25 \\ \hline 125 \\ + 75 \\ \hline 875 \end{array}$	$\begin{array}{r} 35 \\ \cdot 25 \\ \hline 175 \\ + 700 \\ \hline 875 \end{array}$	$\begin{array}{r} 35 \\ \cdot 25 \\ \hline 25 \\ + 600 \\ \hline 875 \end{array}$

Hvilke av elevene bruker en metode som kan benyttes til å multiplisere to vilkårlige hele tall?

	Metoden vil fungere for alle hele tall	Metoden vil IKKE fungere for alle hele tall	Jeg er ikke sikker
a) Metode A	1	2	3
b) Metode B	1	2	3
c) Metode C	1	2	3

- Hva kan elevene A, B og C?
- Hva trenger elevene A, B og C å lære mer om? (Hvorfor?)
- Speiler oppgaven viktig matematikkfaglig/matematikkdidaktisk innhold på det trinnet du underviser? (Hvorfor?/Hvorfor ikke? Gi et eksempel fra klasserommet for å illustrere.)
- Ville du anbefalt elevene dine å bruke noen av disse metodene? (Begrunn svaret).