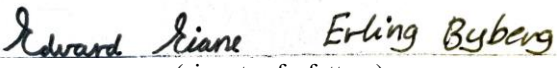




DET TEKNISK-NATURVITENSKAPELIGE FAKULTET

BACHELOROPPGAVE

Studieprogram/spesialisering: Byggingeniør - Konstruksjonsteknikk	Vårsemesteret, 2022 Åpen / Konfidensiell
Forfatter: Edvard Eiane Erling Byberg	 (signatur forfattere)
Fagansvarlig: Dimitrios Pavlou Veileder(e): Dimitrios Pavlou	
Tittel på bacheloroppgaven: Dimensjonering av et industribygg ved bruk av elementmetoden Engelsk tittel: Design of an industrial building with FEM	
Studiepoeng: 20	
Emneord: Elementmetoden/ FEM / FEA Materialegenskaper Grensetilstander Lastberegninger Stål SAP2000	Sidetall: 81 + vedlegg/annet: 19 Stavanger, 15.05.2022

Sammendrag

Oppgaven handler om å dimensjonere et industribygg. Dette innebærer å finne dimensjonene på bjelker, søyler, fagverk etc. Dette er blitt utført ved hjelp av programvare som er basert på elementmetoden.

Vi har utført lastberegninger for de eksterne kreftene på bygningen. Disse kreftene er vindlast, snølast, dominerende variabel last, etc. Egenvekt av bygningen er også tatt hensyn til i dimensjoneringen.

Vi har valgt å dimensjonere bygget som et stålbygg og dermed har Eurokode 3 – Prosjektering av stålkonstruksjoner blitt anvendt. Det er også blitt benyttet andre standarder, blant annet ved beregning av de ulike lastene.

Partialfaktormetoden har blitt benyttet for å finne lastkombinasjoner både for ULS og SLS i tillegg til lastfaktorer for de ulike lastkombinasjonene.

Etter å ha funnet alle kreftene som virker på bygningen ble det gjort en innledende analyse ved bruk av tverrsnitt som er innenfor dimensjoneringskravene. Deretter har vi gjort en optimalisering av tverrsnittene, for å unngå overdimensjonering og for å få høyere utnyttingsfaktorer.

Oppgavens mål er å komme frem til dimensjoner på de ulike konstruksjonsdelene. Disse kan sees i kapitlet hvor resultatene er beskrevet.

Summary

The thesis is about designing of an industrial building. This involves finding the dimensions of beams, columns, trusses, etc. This had been done using software that is based on the finite element method.

We have also executed load calculations for the external forces on the building. These forces are wind load, snow load, dominant variable load, etc. The weight of the building has also been considered for the dimensioning.

We have chosen to dimension the building as a steel building and thus Eurocode 3 – Design of steel structures has been used. For various load calculation, other standards have also been included.

The partial safety factor method has been used to find load combinations for both ULS and SLS in addition to load factors for the various load combinations.

After finding all the forces acting on the building, an initial analysis was made using cross sections that are within the dimensioning requirements. Then we have optimized the cross sections, to prevent oversizing and to get higher utilization ratios.

The goal of the thesis is to find the dimensions of various construction parts. These results can be seen in the chapter where the results are described.

Innholdsfortegnelse

1	Generelt om oppgaven	10
1.1	Problemstilling.....	11
1.2	Avgrensning og forutsetninger	11
2	Elementmetoden.....	12
2.1	Elementnett.....	12
2.2	Elementtyper.....	13
2.3	Randbetingelser	13
2.4	Ligninger	14
2.4.1	Elementligningen	14
2.4.2	Global ligning.....	17
2.5	Ligningssystem.....	17
2.6	Utleddning av elementligninger	18
2.6.1	Elementligningen for et todimensjonalt bjelkeelement.....	18
2.6.2	Elementligningen for en stav.....	20
2.6.3	Elementligningen for et bjelkeelement utsatt for torsjon.	22
2.6.4	Kombinasjoner av moment, torsjon og aksialkrefter	24
2.6.5	Bøyemomenter, skjærkrefter, aksialkrefter og torsjonsmoment	27
2.7	Tverrsnittsegenskaper	28
2.7.1	Arealtreghetsmoment	28
2.7.2	Polart arealtreghetsmoment.....	30
3	Stål.....	32
3.1	Materialegenskaper.....	32
3.1.1	Flytespenning	33
3.1.2	Duktilitet.....	33
3.1.3	Elastisitetsmodul	34
3.1.4	Skjærmodul	34
3.1.5	Tverrkontraksjonstallet.....	35
3.1.6	Termisk utvidelseskoeffisient	35
3.2	Spenning-tøynings sammenheng.....	36
3.3	Klassifiseringssystem	36
3.4	Kjemisk sammensetning.....	37
4	Programvare	38
4.1	SAP2000.....	38
4.2	Autodesk Revit	39
5	Regelverk og standardisering	40

6	Vindavstivning	41
7	Partialfaktormetoden	42
7.1	Grensetilstander	42
7.1.1	Bruddgrensetilstanden	43
7.1.2	Bruksgrensetilstanden	43
7.2	Dimensjonerende laster	43
7.3	Dimensjonerende materialeegenskaper	43
7.4	Lastkombinasjoner.....	44
7.4.1	Lastkombinasjoner i bruddgrensetilstand.....	45
7.4.2	Lastkombinasjoner i bruksgrensetilstand	46
8	Lasterberegninger	48
8.1	Permanente laster.....	48
8.2	Variable laster.....	48
8.2.1	Dominerende variabel last.....	48
8.2.2	Snølast	49
8.2.3	Vindlast	50
9	Analyse.....	56
9.1	Geometri	57
9.2	Randbetingelser	58
9.3	Lastkombinasjoner.....	59
9.4	Metode	60
9.5	Analyse og optimalisering	62
9.6	Sammenligning av håndberegning og analyse	66
10	Resultater.....	69
10.1	Aksialkrefter	69
10.2	Skjærkrefter.....	71
10.3	Bøyemomenter	72
10.4	Nedbøyningskontroll.....	75
10.5	Dimensjoner på søyler og bjelker	77
11	Konklusjon og diskusjon.....	78
12	Referanseliste	80
13	Vedlegg	82

Figurliste

Figur 1 – Forskjellige elementtyper [10].....	13
Figur 2 – Krefter og deformasjoner for et todimensjonalt bjelkeelement [16]	15
Figur 3 – Bjelkeelement [16]	18
Figur 4 – Stavelement delt i to [16].....	21
Figur 5 – Element utsatt for torsjon ved knutepunktene [16]	22
Figur 6 – Geometri [16]	23
Figur 7 – Elementet delt i to [16]	23
Figur 8 – Bjelkeelement med krefter og momenter [16].....	24
Figur 9 – Tredimensjonalt bjelkeelement plassert langs x-aksen [16].....	25
Figur 10 – Dimensjoner rektangulært tverrsnitt [12]	29
Figur 11 – Illustrasjon av arealfordeling for rektangulær bjelke om en gitt akse	29
Figur 12 – Dimensjoner tverrsnitt I-bjelke [11]	30
Figur 13 – Bjelke med tilhørende koordinatsystem	30
Figur 14 – Tverrsnitt I-bjelke	31
Figur 15 – Ulike grader av duktilitet [13]	33
Figur 16 – Deformasjon for 3 ulike materialer med ulikt tverrkontraksjonstall	35
Figur 17 – Spenning-tøyningsdiagram for stål [14]	36
Figur 18 – Positivt moment på strekksiden	39
Figur 19 – Ikke momentstiv og momentstiv søyle-bjelke forbindelse [15]	41
Figur 20 – Vindkryss [17]	41
Figur 21 – Forholdet mellom ulike partialfaktorer [1]	42
Figur 22 – Valg av «Design code»	44
Figur 23 – Kombinasjonsfaktorer [1].....	45
Figur 24 – Trykkfordeling ved vind fra 0° og 90 °	54
Figur 25 – Formprofil for bygning med $h \leq b$	55
Figur 26 – Oversiktsbilde konstruksjon	56
Figur 27 – Plassering av søyler	58
Figur 28 – Randbetingelser for bygningen.....	59
Figur 29 – Lastfaktorer for K1, 6.10a	60
Figur 30 – Lastpåføring.....	61
Figur 31 – Oppdelt konstruksjon.....	61
Figur 32 – Areallaster etasjeskille	62

Figur 33 – Utnyttingsgrader	62
Figur 34 – Optimaliseringsprosedyre	63
Figur 35 – Utnyttingsgrader etter optimalisering	64
Figur 36 – Utnyttingsgrader etter optimalisering	65
Figur 37 – Utnyttingsgrader etter optimalisering	65
Figur 38 – Verifisering av konstruksjonen.....	65
Figur 39 – Aksialkrefter 3D	69
Figur 40 – Aksialkrefter på bygningens langside.....	70
Figur 41 – Aksialkrefter på bygningens kortside	70
Figur 42 – Skjærkrefter 3D	71
Figur 43 – Skjærkrefter på bygningen langside	71
Figur 44 – Skjærkrefter på bygningen kortside.....	72
Figur 45 – Bøyemoment om y-y akse 3D	72
Figur 46 – Bøyemoment om y-y akse på bygningen langside	73
Figur 47 – Bøyemoment om y-y akse på bygningens kortside	73
Figur 48 – Bøyemoment om z-z akse 3D.....	74
Figur 49 – Bøyemoment om z-z akse på bygningens kortside	74
Figur 50 – Deformasjon	75
Figur 51 – Deformasjon undergurt.....	76
Figur 52 – Deformasjon søyle.....	76

Tabelliste

Tabell 1 – Materialeegenskaper for S355 stål.....	32
Tabell 2 – Flytegrense for S355 ved ulike diameter [6]	33
Tabell 3 – Varianter av S275 og S355	37
Tabell 4 – Oversikt over kjemisk sammensetning for ulike varianter av S355 [6].....	37
Tabell 5 – Standarder benyttet i oppgaven.....	40
Tabell 6 – Partialfaktorer og kombinasjonsfaktorer for ligning 6.10a og 6.10b.....	46
Tabell 7 – Partialfaktorer og kombinasjonsfaktorer for bruksgrensetilstand.....	46
Tabell 8 – Krav til maksimal nedbøyning [1]	47
Tabell 9 – Byggets plassering	48
Tabell 10 – Utdrag fra tabell NA.4.1(901) [3]	49
Tabell 11 – Oversikt verdier snølast	50
Tabell 12 – Utdrag av tabell NA.4.1 [2]	52
Tabell 13 – Formfaktorer og lastpåvirkning ved vind 0°	55
Tabell 14 – Formfaktorer og lastpåvirkning ved vind 90°	55
Tabell 15 - Lastkombinasjoner.....	59
Tabell 16 – Resulterende dimensjoner	77

Forord

Denne bacheloroppgaven er skrevet våren 2022 ved Universitetet i Stavanger. Oppgaven er en milepæl på vårs planlagte 5-årige masterutdanning innenfor konstruksjonsteknikk og marker slutten på den 3-årige bachelorutdanningen.

I oppgaven har vi fått god hjelp og veiledning som har gjort det mulig for oss å gjennomføre oppgaven på en bra måte. Vi ønsker derfor å gi en stor takk til veileder og fagansvarlig Dimitrios Pavlou. Vi har også fått hjelp av Sudath C. Siriwardane og vil derfor takke han også.

Vi ble tildelt oppgaven av Dimitrios Pavlou. Underveis så har han gitt oss gode råd, veiledning og oppfølging, noe vi er veldig takknemlige for og har satt stor pris på.

Sudath C. Siriwardane har tatt seg mye tid for å kunne hjelpe oss med programvaren og gjorde det mulig for oss å få en grundig forståelse av programmet.

1 Generelt om oppgaven

Oppgaven går ut på å dimensjonere et industribygg ved bruk av elementmetoden. Dette innebærer å finne dimensjoner på konstruksjonselementene som den bærende konstruksjonen består av. Oppgaven tar også for seg relevant fagteori som eksempelvis elementmetoden, materialegenskaper, dimensjoneringsprinsipper og lastberegninger.

For å utføre en konstruksjonsanalyse har man tre mulige metoder. Man kan bruke en analytisk metode, en numerisk metode eller en eksperimentell metode. For dimensjonering av bygninger er det i all hovedsak en numerisk metode som blir benyttet i form av en programvare. En numerisk metode er ikke eksakt, slik en analytisk metode vil være, men er en tilnærming. Eksperimentell metode går ut på å gjøre fysiske målinger, og dimensjonere ut ifra disse. I denne oppgaven er det benyttet en numerisk metode og dimensjoneringen er gjort ved bruk av programvare basert på elementmetoden.

Det finnes flere forskjellige programvarer som kan brukes til å utføre FEM-analyser. I denne oppgaven har vi benyttet SAP2000 grunnet programmets mange innebygde funksjoner for analyse av bygninger og brukervennlighet. Eksempler på andre programvarer som kan benyttes til utføre statiske analyser slik som det er gjort i denne oppgaven er FEM-design og Focus Konstruksjon 3D. Alle de forskjellige programmene har sine fordeler og ulemper angående slike analyser.

I oppgaven har vi stått fritt til å velge byggemateriale og byggets geometri. Kravet er imidlertid at det skal være et industribygg. Vi har valgt et bygg med den bærende konstruksjonen bestående av stål. Byggets lengde og bredde er 24 ganger 14,4 meter med to etasjer, hvorav etasjeskillet er tiltenkt å være hulldekke.

Bygningen blir dimensjonert i henhold til bruddgrensetilstand og bruksgrensetilstand. Dette innebærer at byggets bæreevne og funksjonalitet ivaretas.

1.1 Problemstilling

Hvilke dimensjoner på konstruksjonselementene vil være akseptable for å tilfredsstillere bæreevne og funksjonalitet til bygningen?

1.2 Avgrensning og forutsetninger

Oppgaven handler i hovedsak om den bærende konstruksjonen. Vi har ikke tatt hensyn til blant annet isolasjon, kledning, vinduer, dører og andre elementer som ikke er relevant for den bærende konstruksjonen. I realiteten må man ta hensyn til egenvekten av dem, men vi har sett bort ifra dem for å forenkle oppgaven.

For lastberegninger som for eksempel vindlast og snølast er plasseringen av bygningen viktig og vi tar utgangspunkt i at bygningen blir plassert i Stavanger. Akkurat hvor i Stavanger er ikke bestemt. På beregningen av vindlasten måtte vi ta hensyn til avstanden fra en sone til en annen. Dette varierer utover Stavanger som hadde gitt litt annerledes verdier på vindlasten fra en plass til en annen. Tallene vi brukte for vindberegningen var logiske verdier som er rett for noen steder i Stavanger, men ikke alle.

Etasjeskillet som er HD320 blir ikke dimensjonert, men vi forutsetter at denne er godkjent for spennvidden i bygget og lasten den blir utsatt for. Når det gjelder egenvekten til hulldekke bruker vi verdier oppgitt fra en produsent.

Vi har tatt hensyn til ULS og SLS, men ikke ALS (Accidental Limit State). Bygningen er derfor ikke beregnet for seismiske lastpåvirkninger, brann eller ved menneskelige ulykker i form av for eksempel påkjørsel av søyler.

2 Elementmetoden

Elementmetoden eller Finite Element Method, forkortet FEM, er en numerisk beregningsmetode som bruker regnekraft til å finne løsninger av problemer hvor geometrier eller laster gjør det vanskelig å beregne for hånd. Forklart på en kort måte kan man si at elementmetoden innebærer å dele en konstruksjon opp i mindre deler med kjente egenskaper og kjent oppførsel. Deretter relaterer man disse elementene til hverandre for så å kunne si noe om konstruksjonen som helhet. Metoden er mye brukt innen mange forskjellige fagfelt og i denne oppgaven blir det benyttet programvare basert på elementmetoden for å utføre lineærelastisk stress- og deformasjonsanalyse.

Matematisk sett så innebærer elementmetoden at man får et system av partielle differensialligninger som må løses for å kunne bestemme bøyemoment, skjærkraft og torsjon. Selv for enkle konstruksjoner vil metoden som regel føre til store ligningssett som gjør at det er hensiktsmessig å la programvare løse ligningssettet. Små forenklede konstruksjoner er mulig å løse manuelt, men når man får ligningssett med eksempelvis 8 ligninger med 8 ukjente, er det kostnads- og tidsbesparende å la programvare gjøre utregningen for oss. I realistiske situasjoner er konstruksjonene gjerne mye mer komplekse, og det er i praksis umulig å løse disse uten bruk av programvare.

Ligningssettet man må løse inneholder en ligning for hvert av elementene som man deler konstruksjonen opp i. For å finne forskyvninger, krefter, bøyemoment, skjærkraft etc. relaterer man de ulike elementligningene til hverandre gjennom en global ligning, som er gjeldene for hele systemet. Man får dermed et ligningssett som må løses før man kan regne ut bøyemoment, skjærkraft etc.

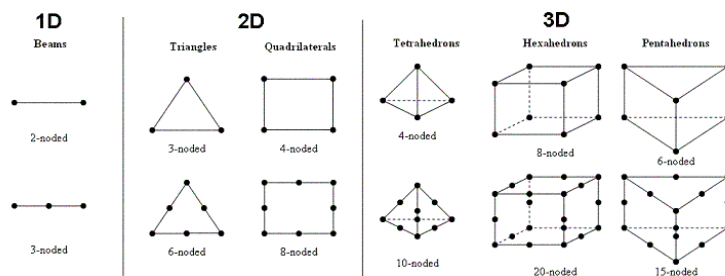
2.1 Elementnett

Elementnettet som også blir kallet mesh, er en oppdeling av konstruksjonen man skal analysere i flere mindre deler som er det man kaller elementer. Festepunktene mellom de ulike elementene blir kallet knutepunkter eller noder. Generelt kan man si at jo finere elementnettet er, altså flere inndelinger, jo mer presist vil resultatet bli. En finere oppdeling

medfører også større datamengde og analysen vil bli mer omfattende enn ved færre oppdelinger.

2.2 Elementtyper

For å få et nøyaktig resultat ved utførelse av FEM-analysen er det i tillegg til å ha et elementnett bestående av relativt mange element også viktig å velge rett type elementer når man lager elementnettet. Det finnes mange ulike elementtyper med ulike egenskaper. Man kan gruppere elementene i endimensjonale, todimensjonale og tredimensjonale elementer, slik som figur 1 viser.



Figur 1 – Forskjellige elementtyper [10]

2.3 Randbetingelser

Randbetingelser er tilleggsinformasjon man må ha for å kunne finne eksakte løsninger av ligningssystemer bestående av partielle differensialligninger, som er den type ligninger man får ved bruk av elementmetoden. Differensialligninger er som kjent ligninger som inneholder en funksjon og den deriverte av funksjonen. Når disse løses, vil man få integrasjonskonstanter i den generelle løsningen. Når man skal finne den eksakte løsningen bruker man randbetingelsene for å finne disse integrasjonskonstantene.

For en konstruksjon kan man si at en randbetingelse er informasjon man har om forskyvning eller krefter som virker på konstruksjonen. Eksempelvis så vet man at punktet på en bjelke som er fast innspent ikke vil ha forskyvning i noen av de tre koordinataksene og dette er dermed en randbetingelse. Et annet eksempel er at en søyle som er fast innspent i fundamentet ikke vil ha noen forskyvning eller rotasjon og dermed er dette randbetingelsene for punktet nederst på søylen. Dersom man for eksempel vet at et punkt er utsatt for en punktlast, så vil dette være en randbetingelse for dette punktet.

Man sier gjerne at randbetingelsene uttrykkes i mulige frihetsgrader, hvor en frihetsgrad er et punkt som fritt kan bevege seg i en gitt retning. Dette medfører at for et punkt i en tredimensjonal konstruksjon har man 6 mulige frihetsgrader, da dette punktet kan forskyves i alle tre koordinataksene og roteres i alle tre koordinataksene.

2.4 Ligninger

Delkapitlene nedenfor tar for seg elementligningen og delene den består av. For å relatere alle elementligningene til hverandre blir disse satt i sammen til det man kaller den globale ligningen. Den globale ligningen er også nærmere beskrevet nedenfor.

2.4.1 Elementligningen

Materialer med elastisk oppførsel har den egenskapen at kraften som forårsaker en deformasjon er proporsjonal med deformasjonen. Denne sammenhengen er gitt som Hookes lov.

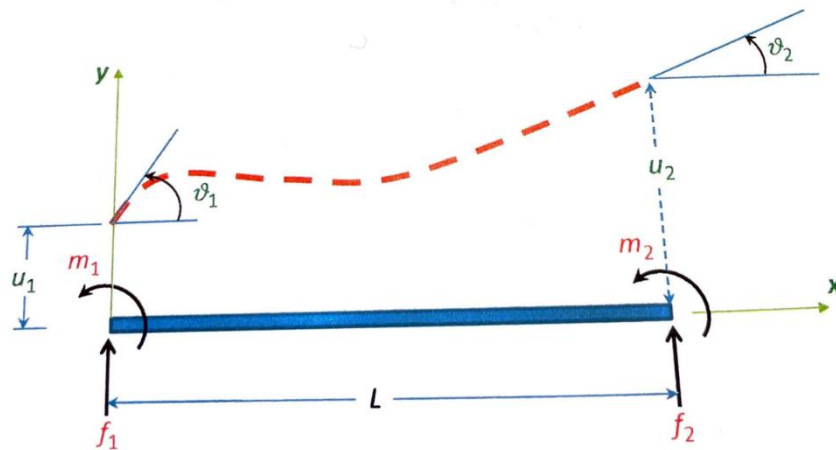
$$F = -k \cdot x \quad (2.1)$$

Sammenhengen er også tett knyttet opp til elementligningene som blir brukt i elementmetoden. På samme måte som Hookes lov viser sammenhengen mellom kraft og deformasjon så viser elementligningen sammenhengen mellom lastpåvirkning og deformasjon for elementet. Lastpåvirkningen og deformasjon er gitt som vektorer og stivheten til elementet er gitt som en matrise. Den generelle formelen for elementligningen er gitt nedenfor og viser at kraften er proporsjonal med forskyvningen.

$$\{f\} = [k]\{u\} \quad (2.2)$$

Vektoren $\{f\}$ kalles lastvektor og består av krefter og moment som virker på hver av knutepunktene. Matrisen $[k]$ er stivhetsmatrisen for elementet. Vektoren $\{u\}$ er deformasjonsvektor og inneholder forskyvning og rotasjon for knutepunktene.

I delkapittel 2.4.1.1 – 2.4.1.3 blir det vist et eksempel på elementligningen for et gitt element. Oppgaven tar da utgangspunkt i et todimensjonalt bjelkeelement med til sammen 4 frihetsgrader. Det vil si at hver av nodene kan bevege seg i x-retning og de kan også rotere, ref. figur 2.



Figur 2 – Krefter og deformasjoner for et todimensjonalt bjelkeelement [16]

2.4.1.1 Lastvektor

Lastvektoren $\{f\}$ inneholder krefter og momenter som virker på knutepunktene til elementet. I henhold til figur 2 er det på hver av nodene en horisontal kraft f_1 og f_2 og et moment m_1 og m_2 . Lastvektoren blir dermed sendt ut som følger

$$\{f\} = \begin{Bmatrix} f_1 \\ m_1 \\ f_2 \\ m_2 \end{Bmatrix} \quad (2.3)$$

2.4.1.2 Stivhetsmatrise

Sammenhengen mellom de ytre lastpåvirkningene og deformasjonene til knutepunktene beskrives av stivhetsmatrisen $[k]$. Det er med andre ord stivhetsmatrisen som er avgjørende for hvordan deformasjonene vil bli med en gitt last. Stivhetsmatrisen avhenger både av materialet og geometrien til elementet og er konstant for elementer av samme material med samme geometri. For det todimensjonale bjelkeelementet i figur 2 er stivhetsmatrisen som vist nedenfor. Utledningen av denne stivhetsmatrisen er vist i delkapittel 2.6.1.

$$\begin{bmatrix} \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

En stivhetsmatrise er alltid en kvadratisk matrise. I matrisen tilsvare E elastisitetsmodulen for materialet som elementet består av. I er arealtreghegsmomentet til materialet og L er lengden av bjelken. Andre stivhetsmatriser inneholder også polart arealtreghegsmoment.

2.4.1.3 Deformasjonsvektor og elementligning

Deformasjonsvektoren $\{u\}$ inneholder alle mulige deformasjoner og rotasjoner for hver av knutepunktene. Hver av disse mulige deformasjonene og rotasjonene blir kallet for frihetsgrader. Bjelken i figur 2 har 2 knutepunkter og deformasjonsvektoren blir dermed som følger

$$\{u\} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ \vartheta_1 \\ u_2 \\ \vartheta_2 \end{Bmatrix} \quad (2.5)$$

Hvor u_1 , θ_1 , u_2 og θ_2 er forskyvning og rotasjon for hver av nodene.

Dersom vi nå setter sammen lastvektoren, stivhetsmatrisen og deformasjonsvektoren som alle er funnet ovenfor får vi elementligningen til elementet.

$$\begin{Bmatrix} f_1 \\ m_1 \\ f_2 \\ m_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ \vartheta_1 \\ u_2 \\ \vartheta_2 \end{Bmatrix} \quad (2.6)$$

2.4.2 Global ligning

Deformasjonsvektoren $\{u\}$, stivhetsmatrisen $[k]$ og lastvektoren $\{f\}$ gjelder for hvert av elementene. Man må nå lage en deformasjonsvektor, stivhetsmatrise og lastvektor som er felles for alle elementene.

For å finne den globale stivhetsmatrisen setter man sammen alle stivhetsmatrisene til de ulike elementene i én felles matrise for hele konstruksjonen. Denne kalles for global stivhetsmatrise $[K]$. Det samme gjøres for deformasjonsvektorene og lastvektorene. Man får dermed en global lastvektor og en global deformasjonsvektor som blir navngitt henholdsvis $\{F\}$ og $\{U\}$. Når disse er definert for hvert av elementene, settes de etterpå sammen i en matriseligning som er gjeldene for hele systemet.

$$\{F\} = [K]\{U\} \tag{2.7}$$

Hvor $\{F\}$ er sammensatt av lastvektorene $\{f\}$ til alle elementene. $[K]$ er sammensatt av alle stivhetsmatrisene $[k]$ til elementene og $\{U\}$ er på samme måte satt i sammen av alle deformasjonsvektorene $\{u\}$ til elementene. Formelen er lik som for elementligningen, men med store forbokstaver for å fremheve at den gjelder for hele systemet, i motsetning til elementligninger som gjelder for hvert element.

2.5 Ligningssystem

Ligningssystemet som må løses for å finne resultatene er gitt på følgende form [16]:

$$\begin{bmatrix} [K] & [-I] \\ [BCu] & [BCF] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u\} \\ \{F\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{f\} \\ \{DO + RO\} \end{Bmatrix} \tag{2.8}$$

Ligningssystemet inneholder to forskjellige matriser for randbetingelsene til konstruksjonen man skal analysere. En matrise for deformasjon og en matrise for krefter. De er navngitt henholdsvis $[BCu]$ og $[BCF]$. Ligningssystemet inneholder også en negativ identitetsmatrise, som er vist nedenfor.

$$[-I] = \begin{bmatrix} -1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & -1 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Ligningssystemet vil gi oss et ligningssett med et visst antall ukjente parametere. Man har dermed mulighet til å finne de ukjente parameterne som enten kan være krefter eller deformasjon.

Foruten å finne deformasjon er ofte målet ved bruk av elementmetoden å finne bøyemoment, skjærkrefter og aksialkrefter. Dersom man vet både kreftene som virker på en gjenstand og den tilhørende deformasjonen, kan man ved bruk av ligningene nedenfor fra faststoffmekanikk finne bøyemoment, skjærkraft og aksialkraft.

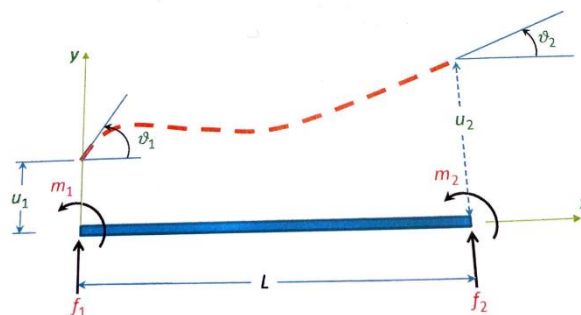
$$m(x) = EI \frac{d^2 u(x)}{dx^2} \quad (2.10)$$

$$V(x) = EI \frac{d^3 u(x)}{dx^3} \quad (2.11)$$

2.6 Utledning av elementligninger

I de følgende delkapitlene blir ligningene for ulike elementtyper vist. Målet er å komme frem til en ligning for et tredimensjonalt element og for å komme frem til det blir også elementligninger for todimensjonale elementer utledet. Ved utledning av elementligningene er det flere metoder som kan benyttes. I oppgaven er det brukt likevektsligninger. Prinsippet om minimum potensiell energi er en annen metode som kan anvendes for de samme utledningene, og gir de samme resultatene.

2.6.1 Elementligningen for et todimensjonalt bjelkeelement.



Figur 3 – Bjelkeelement [16]

For et todimensjonalt bjelkeelement med 4 frihetsgrader, vil en forskyvningsfunksjon inneholde 4 ukjente. Forskyvningsfunksjonen er gitt nedenfor, hvorav konstantene a_1 , a_2 , a_3 og a_4 foreløpig er ukjente. Variabelen x i funksjonen er avstanden fra knutepunkt 1, langs elementet.

$$u(x) = a_1x^3 + a_2x^2 + a_3x + a_4 \quad (2.12)$$

Ved bruk av grensebetingelser finner man a_1 , a_2 , a_3 og a_4 .

$$u(0) = u_1 = a_4 \quad (2.13)$$

$$\frac{du(0)}{dx} = \vartheta_1 = a_3 \quad (2.14)$$

$$u(L) = u_2 = a_1L^3 + a_2L^2 + \vartheta_1L + u_1 \quad (2.15)$$

$$\frac{du(L)}{dx} = \vartheta_2 = 3a_1L^2 + 2a_2L + \vartheta_1 \quad (2.16)$$

Løser man de to nederste ligningene som er et ligningssett med 2 ukjente finner man a_1 og a_2 :

$$a_1 = \frac{2}{L^3}(u_1 - u_2) + \frac{1}{L^2}(\vartheta_1 + \vartheta_2) \quad (2.17)$$

$$a_2 = -\frac{3}{L^2}(u_1 - u_2) - \frac{1}{L}(\vartheta_1 + \vartheta_2) \quad (2.18)$$

Satt inn i den opprinnelige funksjonen får man følgende ligning for forskyvningen ved et punkt x langs elementet:

$$u(x) = \left[\frac{2}{L^3}(u_1 - u_2) + \frac{1}{L^2}(\vartheta_1 + \vartheta_2) \right] x^3 + \left[-\frac{3}{L^2}(u_1 - u_2) - \frac{1}{L}(\vartheta_1 + \vartheta_2) \right] x^2 + \vartheta_1x + u_1 \quad (2.19)$$

Bøyemoment og skjærkraft er som kjent henholdsvis andrederiverte og tredjederiverte av forskyvningen:

$$m(x) = EI \frac{d^2u(x)}{dx^2} \quad (2.20)$$

$$V(x) = EI \frac{d^3u(x)}{dx^3} \quad (2.21)$$

Ved bruk av de to ligningene ovenfor finner man kreftene og momentene som virker på hver av knutepunktene:

$$f_1 = V(0) = EI \frac{d^3 u(0)}{dx^3} = \frac{EI}{L^3} (12u_1 + 6L\vartheta_1 - 12u_2 + 6L\vartheta_2) \quad (2.22)$$

$$m_1 = -m(0) = -EI \frac{d^2 u(0)}{dx^2} = \frac{EI}{L^3} (6Lu_1 + 4L^2\vartheta_1 - 6Lu_2 + 2L^2\vartheta_2) \quad (2.23)$$

$$f_2 = -V(L) = -EI \frac{d^3 u(L)}{dx^3} = \frac{EI}{L^3} (-12u_1 - 6L\vartheta_1 + 12u_2 - 6L\vartheta_2) \quad (2.24)$$

$$m_2 = m(L) = EI \frac{d^2 u(L)}{dx^2} = \frac{EI}{L^3} (6Lu_1 + 2L^2\vartheta_1 - 6Lu_2 + 4L^2\vartheta_2) \quad (2.25)$$

Dersom man skriver ligningene ovenfor i et matriseforamt, får man elementligningen for elementet i figur 3.

$$\begin{pmatrix} f_1 \\ m_1 \\ f_2 \\ m_2 \end{pmatrix} = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ \vartheta_1 \\ u_2 \\ \vartheta_2 \end{pmatrix} \quad (2.26)$$

I figur 3 så er det kun krefter i y-retning og begge momentene er om z-aksen. Senere i oppgaven vil denne ligningen bli brukt og vi endrer notasjon grunnet at det i de tilfellene er flere krefter og momenter. Dermed blir ligningen som følger.

$$\begin{pmatrix} f_{1y} \\ m_{1z} \\ f_{2y} \\ m_{2z} \end{pmatrix} = \frac{EI_z}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_{1y} \\ \theta_{1z} \\ u_{2y} \\ \theta_{2z} \end{pmatrix} \quad (2.27)$$

2.6.2 Elementligningen for en stav

Stavelementer har kun aksialkraft enten som trykk eller strekk. For å finne elementligningen for en stav tas det utgangspunkt i sammenhengen mellom spenning og tøyning av en gjenstand. Formelen er også kjent som Hookes lov.

$$\sigma = E\varepsilon \quad (2.28)$$

Spenningen er gitt som normalkraften delt på tverrsnittarealet av staven.

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (2.29)$$

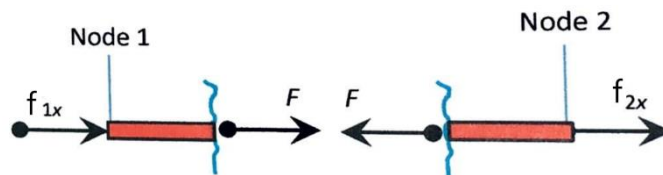
Tøyningen er gitt som endring i lengde delt på opprinnelig lengde, hvor u_{2x} og u_{1x} tilsvarende forflytning av henholdsvis knutepunkt 2 og knutepunkt 1 på staven.

$$\varepsilon = \frac{(u_{2x} - u_{1x})}{L} \quad (2.30)$$

Ved bruk av ligning (2.28), (2.29) og (2.30) kan normalkraften F skrives som

$$F = \frac{EA}{L}(u_{2x} - u_{1x}) \quad (2.31)$$

Videre deler man stavelementet i to slik figur 4 viser og bruker likevektslikninger på hver av de to delene. Ved å summere kreftene som virker på hver del får vi følgende to ligninger



Figur 4 – Stavelement delt i to [16]

$$f_{1x} + F = 0 \quad (2.32)$$

$$-F + f_{2x} = 0 \quad (2.33)$$

Ligning (2.32) og (2.33) i matriseformat gir oss følgende

$$\begin{Bmatrix} f_{1x} \\ f_{2x} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -F \\ F \end{Bmatrix} \quad (2.34)$$

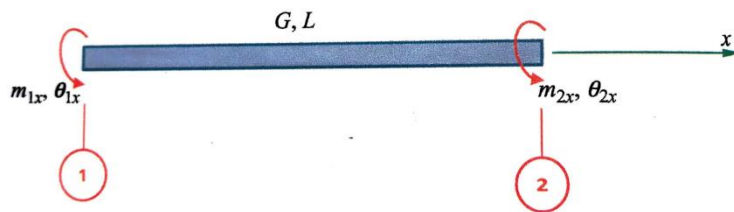
Nå setter man ligning (2.31) inn i ligning (2.34) og ved å omorganisere får man elementligningen for et stavelement.

$$\begin{Bmatrix} f_{1x} \\ f_{2x} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & -\frac{EA}{L} \\ -\frac{EA}{L} & \frac{EA}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{1x} \\ u_{2x} \end{Bmatrix} \quad (2.35)$$

Stavelementer kan som tidligere nevnt kun være utsatt for aksialkrefter, her representert ved f_{1x} og f_{2x} , som enten er trykk- eller strekkrefter, ved henholdsvis knutepunkt 1 og knutepunkt 2. Deformasjon til knutepunktene er gitt som u_{1x} og u_{2x} .

2.6.3 Elementligningen for et bjelkeelement utsatt for torsjon.

Figur 5 viser et element med sirkulært tverrsnitt som er utsatt for torsjon ved begge knutepunktene.



Figur 5 – Element utsatt for torsjon ved knutepunktene [16]

Skjærspenningen for elementet er gitt som

$$\tau = G \cdot \gamma \quad (2.36)$$

Ligning (2.37) angir skjærspenningen for en bjelke med sirkulært massivt tverrsnitt. Skjærspenningen er angitt for en gitt avstand R fra sentrum av tverrsnittet. M er torsjonsmomentet og J er polart arealtrehetsmoment. Polart arealtrehetsmoment er nærmere beskrevet i delkapittel «2.7 Tverrsnittsegenskaper».

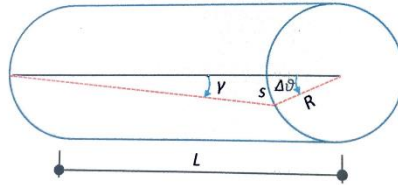
$$\tau = \frac{M}{J} R \quad (2.37)$$

Dersom bjelken utsettes for torsjon, vil knutepunkt 1 og 2 bli rotert med vinkler angitt som henholdsvis θ_{1x} θ_{2x} . Den relative forskjellen mellom vinklene er gitt som

$$\Delta\theta = \theta_{2x} - \theta_{1x} \quad (2.38)$$

Ved bruk av absolutt vinkelmål kan buelengden s i figur 6 skrives som vinkelen ganger radius.

$$s = \Delta\theta \cdot R \quad (2.39)$$



Figur 6 – Geometri [16]

Grunnet at L er mye større enn buelengden s som oppstår ved torsjon, bruker man samme metodikk som ovenfor for å finne s uttrykket ved L og γ . Det presiseres at dette er en tilnærming da vinkelbeina som danner γ ikke er eksakt like lange.

$$s = \gamma \cdot L \quad (2.40)$$

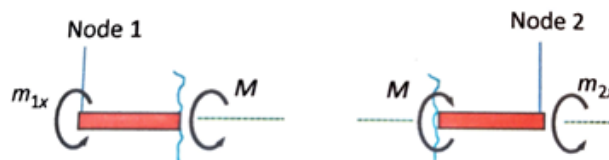
Ved å sette høyresidene av de to foregående ligningene lik hverandre og omorganisere får vi et uttrykk for skjærtøyning:

$$\gamma = \frac{R}{L} \Delta\theta \quad (2.41)$$

Ved å kombinere ligningene ovenfor og omorganisere vil dette gi oss formelen for torsjonsmomentet uttrykket ved blant annet vinklene ved hvert knutepunkt.

$$M = \frac{GJ}{L} (\theta_{2x} - \theta_{1x}) \quad (2.42)$$

På samme måte som for utledningen av elementligningen for en stav bruker vi også her oppdeling av elementet i to deler. Deretter brukes likevektsligninger for å balansere det interne torsjonsmomentet.



Figur 7 – Elementet delt i to [16]

Summen av momentene på hver del av elementet skal være 0. Dette gir oss følgende ligninger

$$m_{1x} + M = 0 \quad (2.43)$$

$$-M + m_{2x} = 0 \quad (2.44)$$

Satt inn i matriseformat får vi følgende

$$\begin{Bmatrix} m_{1x} \\ m_{2x} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -M \\ M \end{Bmatrix} \quad (2.45)$$

Ved å sette ligning (2.42) inn i ligning (2.45) og omorganisere får vi elementligningen for et element utsatt for torsjon ved hver av knutepunktene.

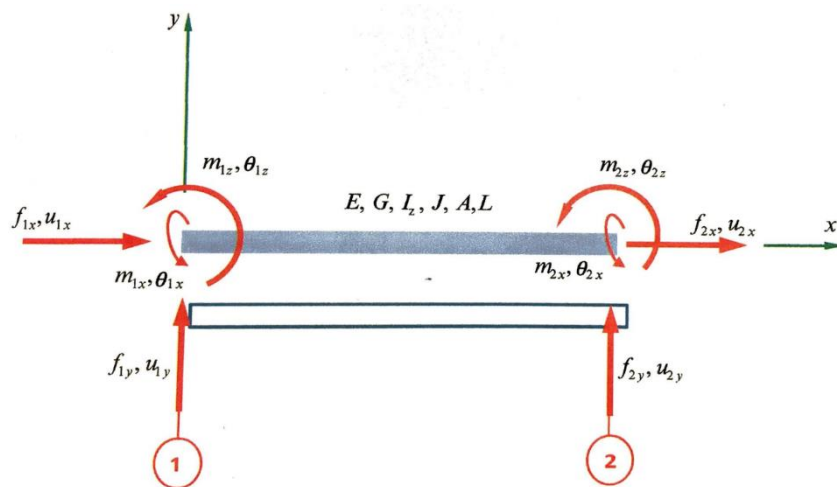
$$\begin{Bmatrix} m_{1x} \\ m_{2x} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{GJ}{L} & -\frac{GJ}{L} \\ \frac{GJ}{L} & \frac{GJ}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_{1x} \\ \theta_{2x} \end{Bmatrix} \quad (2.46)$$

2.6.4 Kombinasjoner av moment, torsjon og aksialkrefter

Til nå er det utledet elementligninger gjeldene for relativt enkle lastpåvirkninger. I realiteten har bjelker, søyler eller andre deler ofte en mer kompleks kombinasjon av torsjon, krefter og momenter. Dette blir utledet i de neste delkapitlene, og det blir blant annet brukt noen av de elementligningene som er utledet ovenfor når man kombinerer disse ulike påkjenningene.

2.6.4.1 Elementligning for todimensjonale bjelkeelementer

Figuren nedenfor viser et todimensjonalt bjelkeelement som er utsatt for krefter i x- og y-retning i tillegg til momenter om z-aksen og torsjon. Torsjon tilsvarer moment om x-aksen.



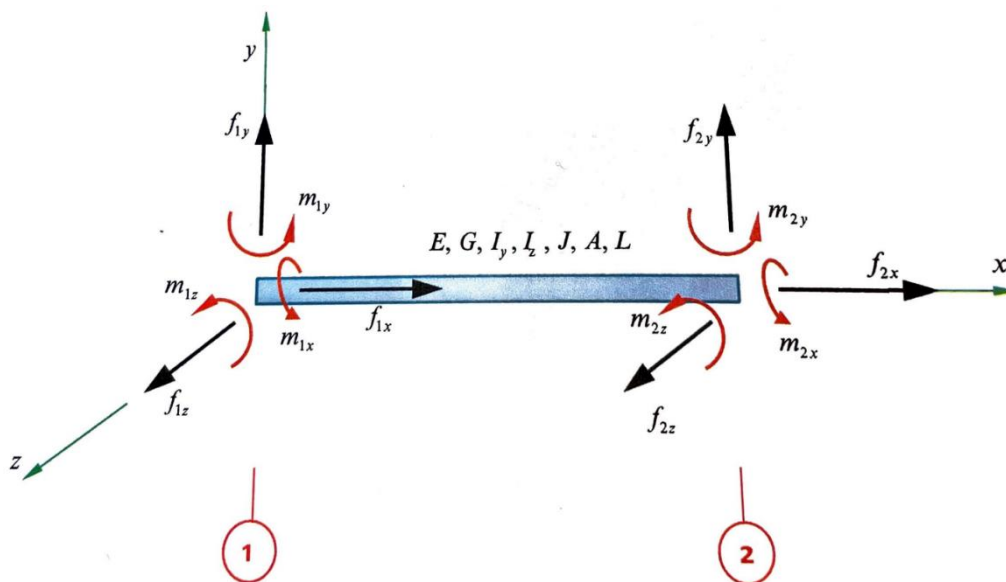
Figur 8 – Bjelkeelement med krefter og momenter [16]

Denne bjelken har lastpåvirkninger som er beskrevet av de tre elementligningene som ble funnet i delkapitlene ovenfor. Dermed får vi ved å kombinere ligning (2.27), (2.35) og (2.46) elementligningen for deformasjon av en todimensjonal bjelke i x-y planet [16].

$$\begin{Bmatrix} f_{1x} \\ f_{1y} \\ m_{1x} \\ m_{1z} \\ f_{2x} \\ f_{2y} \\ m_{2x} \\ m_{2z} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI_z}{L^3} & 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & -\frac{12EI_z}{L^3} & 0 & \frac{6EI_z}{L^2} \\ 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & 0 & 0 & 0 & -\frac{GJ}{L} & 0 \\ 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & \frac{4EI_z}{L} & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} & 0 & \frac{2EI_z}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI_z}{L^3} & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} & 0 & \frac{12EI_z}{L^3} & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} \\ 0 & 0 & -\frac{GJ}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & 0 \\ 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & \frac{2EI_z}{L} & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} & 0 & \frac{4EI_z}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{1x} \\ u_{1y} \\ \theta_{1x} \\ \theta_{1z} \\ u_{2x} \\ u_{2y} \\ \theta_{2x} \\ \theta_{2z} \end{Bmatrix} \quad (2.47)$$

2.6.4.2 Elementligning for tredimensjonale bjelkeelementer

Ligning (2.47) gjelder for en todimensjonal bjelke hvor hver av nodene har 4 frihetsgrader, noe som medfører forskyvning i x- og y-retning i tillegg til bøyemoment og torsjonsmoment. Vi ønsker nå å utvide dette til å gjelde en tredimensjonal bjelke som vist i figur 9. Denne har forskyvning i alle tre koordinataksene og moment om de samme koordinataksene.



Figur 9 – Tredimensjonalt bjelkeelement plassert langs x-aksen [16]

Den generelle elementligningen for en todimensjonal bjelke som har 2 frihetsgrader for hver knutepunkt ble utledet tidligere. Vi bruker nå samme ligning, men for krefter langs z-akse og momenter om y-akse.

$$\begin{Bmatrix} f_{1z} \\ m_{1y} \\ f_{2z} \\ m_{2y} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{12EI_y}{L^3} & \frac{6EI_y}{L^2} & -\frac{12EI_y}{L^3} & \frac{6EI_y}{L^2} \\ \frac{6EI_y}{L^2} & \frac{4EI_y}{L} & -\frac{6EI_y}{L^2} & \frac{2EI_y}{L} \\ -\frac{12EI_y}{L^3} & -\frac{6EI_y}{L^2} & \frac{12EI_y}{L^3} & -\frac{6EI_y}{L^2} \\ \frac{6EI_y}{L^2} & \frac{2EI_y}{L} & -\frac{6EI_y}{L^2} & \frac{4EI_y}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{1z} \\ \theta_{1y} \\ u_{2z} \\ \theta_{2y} \end{Bmatrix} \quad (2.48)$$

Ved å kombinere ligning (2.47) og (2.48) får man elementligningen for tredimensjonale bjelkeelementer utsatt for torsjon, bøyemomenter om z- og y-aksen, skjærkrefter i z- og y-aksen og aksialkrefter i henhold til figur 9 ovenfor. Ligningen er gitt nedenfor [16].

$$\begin{Bmatrix} f_{1x} \\ f_{1y} \\ f_{1z} \\ m_{1x} \\ m_{1y} \\ m_{1z} \\ f_{2x} \\ f_{2y} \\ f_{2z} \\ m_{2x} \\ m_{2y} \\ m_{2z} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [K_{fu}^{11}] & [K_{f\theta}^{11}] & [K_{fu}^{12}] & [K_{f\theta}^{12}] \\ [K_{mu}^{11}] & [K_{m\theta}^{11}] & [K_{mu}^{12}] & [K_{m\theta}^{12}] \\ [K_{fu}^{21}] & [K_{f\theta}^{21}] & [K_{fu}^{22}] & [K_{f\theta}^{22}] \\ [K_{mu}^{21}] & [K_{m\theta}^{21}] & [K_{mu}^{22}] & [K_{m\theta}^{22}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{1x} \\ u_{1y} \\ u_{1z} \\ \theta_{1x} \\ \theta_{1y} \\ \theta_{1z} \\ u_{2x} \\ u_{2y} \\ u_{2z} \\ \theta_{2x} \\ \theta_{2y} \\ \theta_{2z} \end{Bmatrix} \quad (2.49)$$

Hvor

$$\begin{aligned} [K_{fu}^{11}] &= \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI_z}{L^3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{12EI_y}{L^3} \end{bmatrix} & [K_{f\theta}^{11}] &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{6EI_z}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 \end{bmatrix} & [K_{fu}^{12}] &= \begin{bmatrix} -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-12EI_z}{L^3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-12EI_y}{L^3} \end{bmatrix} \\ [K_{mu}^{11}] &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 \end{bmatrix} & [K_{m\theta}^{11}] &= \begin{bmatrix} \frac{GJ}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{4EI_y}{L} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{4EI_z}{L} \end{bmatrix} & [K_{mu}^{12}] &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-6EI_y}{L^2} \\ 0 & \frac{-6EI_z}{L^2} & 0 \end{bmatrix} \\ [K_{fu}^{21}] &= \begin{bmatrix} -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-12EI_z}{L^3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-12EI_y}{L^3} \end{bmatrix} & [K_{f\theta}^{21}] &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-6EI_z}{L^2} \\ 0 & \frac{-6EI_y}{L^2} & 0 \end{bmatrix} & [K_{fu}^{22}] &= \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI_z}{L^3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{12EI_y}{L^3} \end{bmatrix} \\ [K_{mu}^{21}] &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 \end{bmatrix} & [K_{m\theta}^{21}] &= \begin{bmatrix} -\frac{GJ}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2EI_y}{L} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2EI_z}{L} \end{bmatrix} & [K_{mu}^{22}] &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-6EI_y}{L^2} \\ 0 & \frac{-6EI_z}{L^2} & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
[K_{f\theta}^{12}] &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{6EI_z}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 \end{bmatrix} & [K_{f\theta}^{22}] &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-6EI_z}{L^2} \\ 0 & \frac{-6EI_y}{L^2} & 0 \end{bmatrix} \\
[K_{m\theta}^{12}] &= \begin{bmatrix} \frac{-GJ}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2EI_y}{L} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2EI_z}{L} \end{bmatrix} & [K_{m\theta}^{22}] &= \begin{bmatrix} \frac{GJ}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{4EI_y}{L} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{4EI_z}{L} \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

2.6.5 Bøyemomenter, skjærkrefter, aksialkrefter og torsjonsmoment

Elementligningen inneholder som tidligere nevnt en vektor $\{f\}$ som inneholder krefter og momenter som elementet blir utsatt for, en vektor $\{u\}$ som viser deformasjon og rotasjon i de ulike retningene i tillegg til stivhetsmatrisen $[k]$. Stivhetsmatrisen avhenger av materialet og dimensjoner på elementet og er som kjent konstant. Sammen med randbetingelsene medfører dette at man kan finne deformasjonen dersom man har kreftene og motsatt.

Dersom man imidlertid ønsker å finne bøyemoment, skjærkrefter, aksialkrefter og torsjonsmoment trenger man imidlertid andre ligninger. Vi viser ikke fullstendig utledning, men de finnes fra ligning (2.10) og (2.11).

Bøyemoment og skjærkraft som funksjon av avstanden x langs elementet er for planet x - y som følger

$$\begin{Bmatrix} m_z(x) \\ m_y(x) \end{Bmatrix} = \frac{EI_y}{L^3} \begin{bmatrix} 12x - 6L & 6Lx - 4L^2 & -12x + 6L & 6Lx - 2L^2 \\ 12 & 6L & -12 & 6L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{1y} \\ \theta_{1z} \\ u_{2y} \\ \theta_{2z} \end{Bmatrix} \quad (2.50)$$

For planet x - z gjelder følgende ligning for bøyemoment og skjærkraft.

$$\begin{Bmatrix} m_y(x) \\ m_z(x) \end{Bmatrix} = \frac{EI_y}{L^3} \begin{bmatrix} 12x - 6L & 6Lx - 4L^2 & -12x + 6L & 6Lx - 2L^2 \\ 12 & 6L & -12 & 6L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{1z} \\ \theta_{1y} \\ u_{2z} \\ \theta_{2y} \end{Bmatrix} \quad (2.51)$$

Ligningen for aksialkraften er gitt ved

$$f_x(x) = \begin{bmatrix} EA & EA \\ -\frac{EA}{L} & \frac{EA}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{1x} \\ u_{2x} \end{Bmatrix} \quad (2.52)$$

Elementet er plassert langs x-aksen og moment om denne aksen er derfor torsjonsmomentet. Formelen for torsjonsmomentet er gitt nedenfor.

$$m_x(x) = \begin{bmatrix} GJ & GJ \\ -\frac{GJ}{L} & \frac{GJ}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_{1x} \\ \theta_{2x} \end{Bmatrix} \quad (2.53)$$

2.7 Tverrsnittsegenskaper

I formlene i delkapitlene ovenfor er symbolene A, L, E, I, J og G benyttet. A er tverrsnittarealet og L er lengden av elementet. E, I og J er alle med på å bestemme bøyestivheten til en bjelke, hvorav E er elastisitetsmodul, I er arealtrehetsmoment og J er polart arealtrehetsmoment. Elastisitetsmodulen bestemmes av materialet til elementet, mens arealtrehetsmomentet og polart arealtrehetsmoment bestemmes av tverrsnittet til bjelken. G er skjærmodul og er sammen med elastisitetsmodul nærmere beskrevet i delkapittel «3.1 Materialelegenskaper». De to kommende delkapitlene tar for seg arealtrehetsmoment og polart arealtrehetsmoment som begge er viktige for valg av bjelker i konstruksjoner.

2.7.1 Arealtrahetsmoment

Arealtrahetsmomentet som også blir kallet det andre arealmomentet er motstanden til en bjelke mot bøyning grunnet bjelkens tverrsnittareal. En bjelke som har en stor andel av tverrsnittarealet lokalisert med en avstand til nøytral akse vil ha en større motstand mot bøyning enn en bjelke hvor en stor andel er lokalisert nærme nevnte akse, ref. figur 11. Eksempelvis vil en bjelke med rektangulært tverrsnitt på høykant bøyes mindre enn en liggende bjelke når den utsettes for samme kraft, grunnet denne fordelingen av arealet i forhold til aksens som det bøyes om.

En I-bjelke er et godt eksempel på en bjelke som har mye av arealet med relativ stor avstand til bøyingsaksen, da den har to flenser som er plassert et stykke i fra bøyingsaksen, og dette er en av grunnene til at I-bjelker er mye brukt i konstruksjoner.

Den generelle formelen for arealtrehetsmomentet er gitt ved

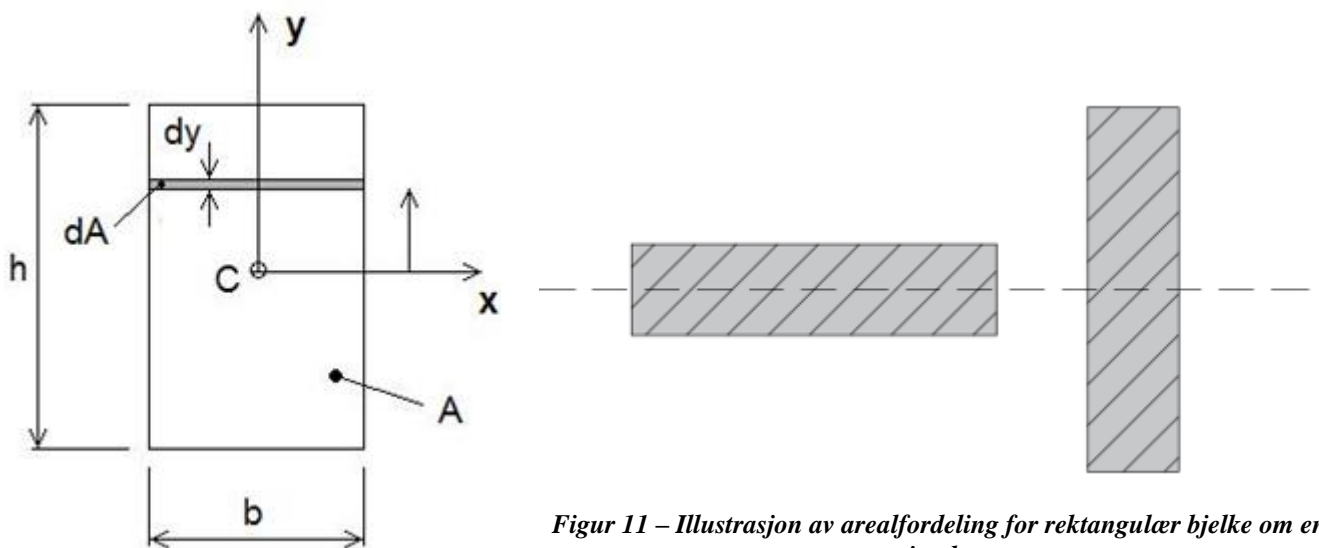
$$I = \int_A y^2 dA \quad (2.54)$$

For å finne arealtrehetsmomentet må man altså integrere over tverrsnittets areal. Dersom man gjør dette for et rektangulært tverrsnitt, vil man få formlene nedenfor, hvor b og h er gitt av figur 12.

$$I_{xx} = \frac{bh^3}{12} \quad (2.55)$$

$$I_{yy} = \frac{b^3h}{12} \quad (2.56)$$

Av de to formlene ser man at arealtrehetsmomentet er høyere for en rektangulær bjelke ved bøyning om x-x akse enn bøyning om y-y akse. Høyere arealtrehetsmoment medfører at bjelken er stivere og man vil ved lastpåvirkning på den lengste siden av tverrsnittet oppleve at bjelken vil bøye seg mer, enn om man påfører den samme lasten på den korte siden av tverrsnittet.



Figur 10 – Dimensjoner rektangulært tverrsnitt [12]

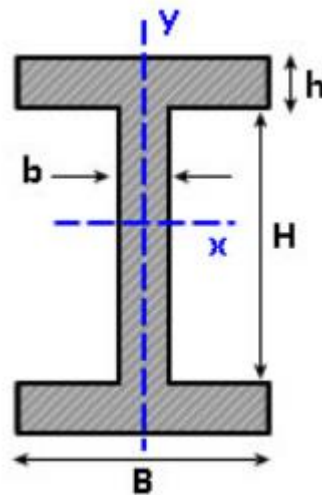
Figur 11 – Illustrasjon av arealfordeling for rektangulær bjelke om en gitt akse

Som nevnt ovenfor er I-bjelker mye brukt grunnet dens fordelaktige fordeling av tverrsnittarealet. Dersom man integrerer over arealet for en I-bjelke vil man få et

arealtrehetsmoment som gitt i ligning (2.57) og (2.58) alt ettersom om det er bøyning om x-x akse eller y-y akse.

$$I_{xx} = \frac{H^3 b}{12} + 2 \left[\frac{h^3 B}{12} + \frac{hB(H+h)^2}{4} \right] \quad (2.57)$$

$$I_{yy} = \frac{b^3 H}{12} + 2 \frac{B^3 h}{12} \quad (2.58)$$

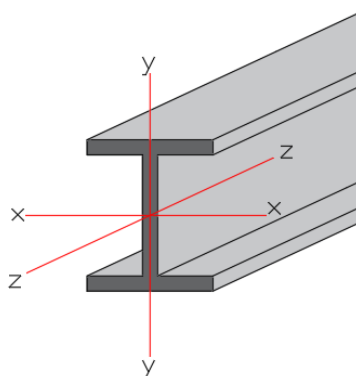


Figur 12 – Dimensjoner tverrsnitt I-bjelke [11]

2.7.2 Polart arealtrehetsmoment

De to formlene for arealtrehetsmoment for en I-bjelke ovenfor er som nevnt momenter om x-x akse eller y-y akse. Disse har til felles at de begge er parallelle med tverrsnittarealet.

Dersom man finner arealtrehetsmomentet om en linje som står normalt på tverrsnittarealet, altså arealtrehetsmomentet om z-z akse i henhold til figur 13, finner man polart arealtrehetsmoment.

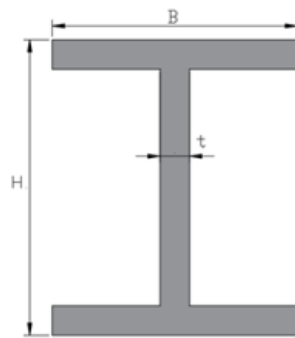


Figur 13 – Bjelke med tilhørende koordinatsystem

Polart arealtrehetsmoment har som regel symbolet J slik det er brukt i noen av formlene tidligere i kapitlet. Man bruker også symbolet I_{zz} , da dette som nevnt er et moment om z-z akse.

Polart arealtrehetsmoment for en I-bjelke er gitt ved formelen nedenfor, hvorav B , H og t er gitt ved figur 14.

$$J = \frac{1}{3}(2B + H)t^3 \quad (2.59)$$



Figur 14 – Tverrsnitt I-bjelke

3 Stål

Stål er et svært anvendelig materiale og har et stort bruksområde. Det blir brukt i mange forskjellige typer konstruksjoner som for eksempel vindmøller, plattformer og bygninger. For bygninger er det hovedsakelig konstruksjonsstål som er av størst relevans. Stål har mange fordeler, som for eksempel rask byggetid, da alle delene vanligvis er prefabrikkerte og det er kun montering som foregår på byggeplassen. Andre fordeler ved stål er at det er resirkulerbart og man kan derfor gjenbruke stål fra gamle bygg. Ulemper med stål er blant annet at det uten brannbeskyttelse blir en relativt raskt reduksjon av stålets styrke ved temperaturøkning. Sammenlignet med betong er stål særlig godt egnet for konstruksjoner som har mye strekkrefter.

Delkapitlene nedenfor tar for seg viktige aspekt ved stål, som eksempelvis materialegenskaper, klassifiseringssystem og den kjemiske sammensetningen.

3.1 Materialegenskaper

I oppgaven har vi benyttet stål som byggemateriale, men mange av materialegenskapene som blir beskrevet i delkapitlene nedenfor er også relevante for andre typer materialer, men vil naturligvis ha andre verdier enn for stål.

Tabell 4 viser en oversikt over verdiene som har blitt brukt i analysen av bygningen i oppgaven. Tallene gjelder for S355 stål og er hentet fra materialbiblioteket i SAP2000. Tallene samsvarer med standarden hvor de ulike stålkalitetene er beskrevet.

Egenskap	Symbol	Verdi
Elastisitetsmodul	E	210 000MPa
Skjærmodul	G	80769 Mpa
Tverrtraksjonstall	ν	0,3
Spesifikk vekt	ρ	76,9729 kN/m ³
Flytegrense	f_y	355 Mpa
Strekkfasthet	f_u	510 Mpa
Termisk utvidelseskoeffisient	α	1,17e-05 1/°C

Tabell 1 – Materialegenskaper for S355 stål

3.1.1 Flytespenning

Flytegrense eller flytespenning er grensen hvor materialet vil oppføre seg elastisk eller plastisk. Dersom materialet blir utsatt for en spenning som er større enn flytegrensen vil materialet ha en plastisk oppførsel. Dette betyr at materialet ikke vil gå tilbake til opprinnelig form dersom man tar bort kraften som medfører deformasjon, men vil bli varig deformert. Ved elastisk påvirkning, altså en påvirkning som er under flytegrensen vil materialet gå tilbake til opprinnelig form dersom man fjerner lastpåvirkningen.

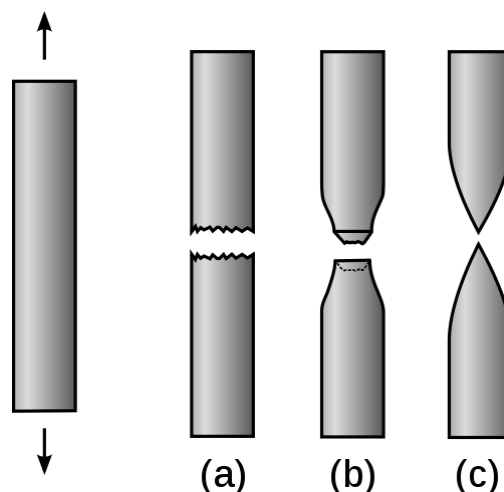
Stål	Stålkvalitet	Flytegrense ($\geq N/mm^2$); Dia. (d) mm							
		$d \leq 16$	$16 < d \leq 40$	$40 < d \leq 63$	$63 < d \leq 80$	$80 < d \leq 100$	$100 < d \leq 150$	$150 < d \leq 200$	$200 < d \leq 250$
S355	S355JR	355	345	335	325	315	295	285	275
	S355J0								
	S355J2								
	S355K2								

Tabell 2 – Flytegrense for S355 ved ulike diameter [6]

3.1.2 Duktilitet

Duktilitet kan defineres som et materiales evne til å tåle plastisk deformasjon ved strekk før brudd. Et materiale med en høy duktilitet vil også være enklere å forme enn et materiale med lavere duktilitet. Det motsatte av duktile materialer er sprø materialer som for eksempel glass og keramikk.

En konstruksjon bestående av stål med en relativt høy duktilitet vil kunne tåle større plastiske deformasjoner før den bryter sammen sammenlignet med en konstruksjon bestående av stål med en lavere duktilitet. Sammenlignet med betong har stål generelt en høyere duktilitet.



Figur 15 – Ulike grader av duktilitet [13]

Figur 15 viser materialer med ulik duktilitet. Element (a) har ingen duktilitet og vil ved strekk få en bruddform som vist. Element (b) og (c) har en høyere duktilitet hvorav (c) viser et idealisert fullstendig duktilt materiale. De fleste stålkvalitetene vil ha en materialoppførsel nærmest (b), men dette vil variere ut ifra den kjemiske sammensetningen.

3.1.3 Elastisitetsmodul

Elastisitetsmodulen kan defineres som forholdet mellom spenning og relativ lengdedeformasjon. Dette forholdstallet kan sees på som et mål på et materiales evne til å motstå deformasjon ved påkjenninger. Et materiale med høyere elastisitetsmodul vil deformeres mindre enn et materiale med lavere elastisitetsmodul ved en kraftpåvirkning, forutsatt at alt annet er likt. Forholdstallet er kun gjeldene for elastisk og ikke for plastisk materialoppførsel. Dette fremkommer også av spenning-tøyningsdiagrammet i delkapittel 3.2.

Formel for elastisitetsmodulen er som følger

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{\text{spenning}}{\text{tøyning}} \quad (3.1)$$

Spenningen er gitt som kraft i forhold til tverrsnittarealet som den påvirker.

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (3.2)$$

Tøyning er gitt som endring i lengde sett i forhold til den opprinnelige lengden. Dette vil være et tall uten enhet.

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} \quad (3.3)$$

Elastisitetsmodulen er et viktig forholdstall man trenger for å kunne regne ut for eksempel deformasjon, og ulike moment-, skjær og aksialkraftdiagrammer. For stål er vanlige verdier for elastisitetsmodul rundt 210 000 MPa.

3.1.4 Skjærmodul

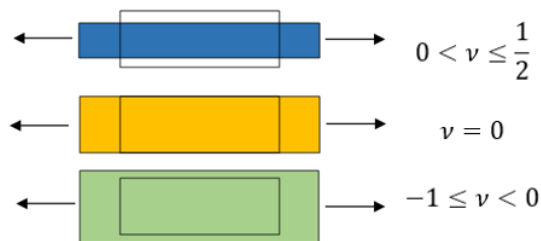
På samme måte som for elastisitetsmodul så er skjærmodul også forholdet mellom spenning og tøyning, men gjelder for krefter og deformasjon parallelt i forhold til tverrsnittet. Denne spenningen og tøyningen blir kalt for skjærspenning og skjærtøyning. Formel for skjærmodulen er gitt nedenfor.

$$G = \frac{\text{skjærspenning}}{\text{skjær tøyning}} = \frac{\tau}{\gamma} \quad (3.4)$$

3.1.5 Tverrkontraksjonstallet

Tverrkontraksjonstallet eller poissontallet er et mål på deformasjonen til et materiale i retningen som står vinkelrett på retningen til den påførte kraften. Tverrkontraksjonstallet kan være i intervallet -1 til +0,5.

En praktisk tolkning av tverrkontraksjonstall 0, er at gjenstanden kun vil deformeres i retningen som kraften blir påført, slik som man kan se av figur 16. Dersom man har et tverrkontraksjonstall mellom -1 og 0 vil gjenstanden utvide seg i retningen vinkelrett på kraften. Dersom tverrkontraksjonstallet er mellom 0 og 0,5 vil den sammenpresses i retningen vinkelrett på kraften.



Figur 16 – Deformasjon for 3 ulike materialer med ulikt tverrkontraksjonstall

Et materiale med tverrkontraksjonstall lik 0,5 har den egenskapen at volumet er konstant under elastisk deformasjon. For stål er tverrkontraksjonstallet varierende rundt 0,3 alt etter hvilken stål kvalitet det er snakk om.

Sammenhengen mellom elastisitetsmodul, skjærmodul og tverrkontraksjonstall er gitt ved

$$E = 2G(1 + \nu) \quad (3.5)$$

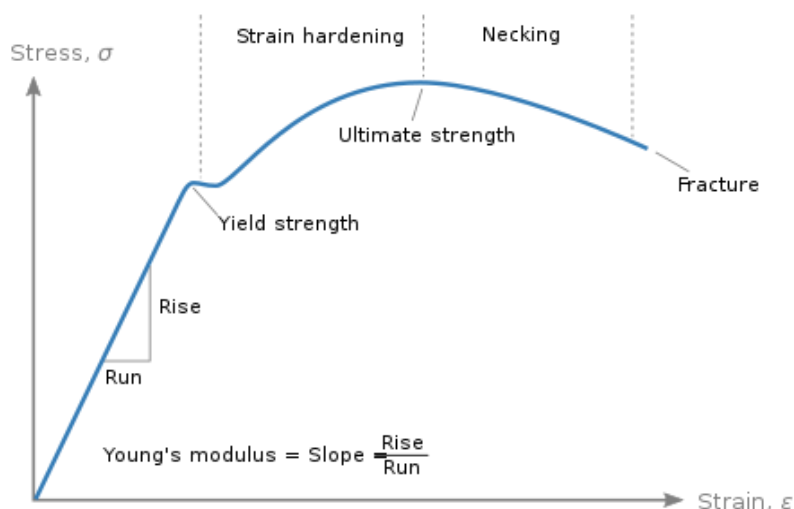
3.1.6 Termisk utvidelseskoeffisient

De fleste stoff og materialer vil under temperaturøkning oppnå en utviding. Termisk utvidelseskoeffisient angir forholdet mellom utvidingen og temperaturøkning.

3.2 Spenning-tøynings sammenheng

En spenning-tøyningskurve viser sammenhengen mellom spenning og lengdedeformasjon. Elastisk område er der hvor stigningstallet er konstant, altså der hvor grafen er rett. Plastisk område er der hvor stigningstallet varierer og her vil materialet ha en permanent deformasjon. Strekkfasthet kalles også bruddgrense og er grafens toppunkt. Dette er et mål på maksimal spenning en gjenstand kan ha før den går til brudd. Ved bruddspenning, som er grafens endepunkt vil gjenstanden bryte sammen.

Et materiale kan både ha en elastisk og plastisk oppførsel. Desto større duktilitet materialet har, desto større er det plastiske området og det vil dermed være relativ stor avstand mellom bruddgrensen og flytespenningen. Materialer med lav duktilitet vil derimot ha en mindre forskjell mellom flytegrensen og bruddgrensen.



Figur 17 – Spenning-tøyningsdiagram for stål [14]

3.3 Klassifiseringssystem

For å skille de ulike typene stål så har man et klassifiseringssystem med en oversikt over de ulike ståltypene. I bygg hvor stål er brukt som bærende konstruksjon er det konstruksjonsstål (structural steel) som blir benyttet. Vanlige ståltyper her er gjerne S275 eller S355. I dimensjoneringen av bygget i denne oppgaven har vi benyttet S355.

Forbokstaven indikerer hva stålet skal brukes til. Etterfølgende sifre angir flytespenningen. Eksempelvis så er stål av typen S355 et konstruksjonsstål, hvorav 355 er flytespenningen

angitt i MPa. For S355 har man fire hovedkategorier, ref. tabell 3. Bokstavkodene bak bestemmer krav til påvirkningsenergi for ulike temperaturer.

S275	S355
S275JR	S355JR
S275J0	S355J0
S275J2	S355J2
-	S355K2

Tabell 3 – Varianter av S275 og S355

3.4 Kjemisk sammensetning

Stål er et materiale som består av en rekke ulike kjemiske stoffer som alle er med på å avgjøre de fysiske egenskapene. Ved å variere den kjemiske sammensetningen og mengden av hver komponent vil man kunne lage stål med forskjellige materialegenskaper.

Stål består i hovedsak av jern og en mindre andel karbon. I tillegg inneholder stål små andeler av andre grunnstoffer som blant annet silisium krom, mangan, nikkel og magnesium. Andelen karbon varierer fra små mengder og opp til 2 vektprosent.

Tabell 4 viser en oversikt over den kjemiske sammensetningen for ulike varianter av S355 stål. Grunnet relativt små forskjeller i materialegenskapene til de ulike variantene av S355 er det også små kjemiske forskjeller.

Stål	Stålkvalitet	Kjemisk sammensetning % (\leq)						
		C	Si	Mn	P	S	Cu	N
S355	S355JR	0,24	0,55	1,6	0,035	0,035	0,55	0,012
	S355J0	0,2	0,55	1,6	0,03	0,03	0,55	0,012
	S355J2	0,2	0,55	1,6	0,025	0,025	0,55	-
	S355K2	0,2	0,55	1,6	0,025	0,025	0,55	-

Tabell 4 – Oversikt over kjemisk sammensetning for ulike varianter av S355 [6]

Karbon øker stålets styrke og hardhet. En økning av karboninnholdet vil redusere duktiliteten og seigheten til stålet. Silisium brukes blant annet for å forhindre bobler og porer i stålet. På samme måte som karbon øker også mangan stålets styrke. Kobber øker stålets motstandsevne mot korrosjon.

4 Programvare

I utførelsen av oppgaven har det i hovedsak blitt benyttet analyseprogrammet SAP2000.

Autodesk Revit har blitt brukt for å utforme tegninger i forkant av analysen. I tillegg har også Autodesk AutoCAD blitt benyttet til å lage noen av illustrasjonene som er benyttet i oppgaven.

4.1 SAP2000

SAP2000 er en programvare utviklet av det amerikanske selskapet Computers and Structures Inc. Programvaren er særlig god for analyse og dimensjonering av bygninger, da mange dimensjoneringsstandarder er inkludert, som for eksempel «Eurokode 3 – Prosjektering av stålkonstruksjoner». Eurokode 3 er dimensjoneringsstandarden som er benyttet i denne oppgaven. CSI utvikler også annen programvare for strukturell analyse og dimensjonering, som for eksempel ETABS, CSIBridge, CSIPlant og CSICol.

SAP2000 har mange avanserte innebygde funksjoner og det er for eksempel mulig å gjennomføre automatisk vindkalkulasjon, ved å kun angi enkelte vindparametere. Vi har allikevel valgt å beregne vindlaster for hånd. Man har også mulighet for å dimensjonere med hensyn på seismisk lastpåvirkning og man har også mulighet for å simulere flyttende laster, som for eksempel bil i bevegelse på en bro. Programvaren støtter import og eksport av mange ulike filformater, som for eksempel .dwg, .rvt, .ifc og .iges og man har mulighet til å utføre både lineær og ikke-lineære analyser.

Opgaven har som nevnt benyttet «Eurokode 3: Prosjektering av stålkonstruksjoner» som dimensjoneringsstandard. Dette innebærer at mange formler må regnes ut og det sjekkes at dimensjonerende kapasitet er større enn dimensjonerende last. Flytskjemaer som viser hvordan SAP2000 gjør dette er vist i vedlegg 6.

Ulike programvarer kan ha ulike metoder for å illustrere momenter, noen viser positive moment på trykksiden og andre programvarer gjør motsatt. SAP2000 plotter positive moment på strekksiden og dette kommer frem av figur 18 hvor det er vist momentdiagram for en fritt opplagt bjelke med en uniform fordelt last.



Figur 18 – Positivt moment på strekksiden

4.2 Autodesk Revit

Revit er en BIM programvare som brukes til prosjektering og visualisering av konstruksjoner. Programvaren brukes for flere fagdisipliner og man kan blant annet modellere bygg, elektrisk utstyr og rørinstallasjoner. Man har også mulighet til å visualisere i byggetrinn i forskjellig tid, også kjent som 4D. Revit er utviklet av Autodesk som også lager annen programvare som er mye brukt blant ingeniører, slik som for eksempel AutoCAD og Inventor.

5 Regelverk og standardisering

I Norge finnes det standarder innenfor mange ulike fagområder. Det er organisasjonen Standard Norge som har ansvaret for å utarbeide og utgi disse standardene. Mange av standardene som er utgitt av Standard Norge har sitt opphav fra europeiske standarder.

For å systematisere standardene, blir de gitt et navn som består av bokstaver i tillegg til en tallkode. De vanligste bokstavkodene er NS og NS-EN hvor NS er standarder som fullt ut er laget av Standard Norge og NS-EN er standarder som er hentet fra den europeiske standardiseringsorganisasjon og deretter implementert av Standard Norge. Standarder som er benyttet og relevant for denne oppgaven er gitt i tabellen nedenfor.

Eurokode	Navn ihht. Standard Norge
Eurokode: Grunnlag for prosjektering av konstruksjoner	NS-EN 1990:2002+A1:2005+NA:2016
Eurokode 1: Laster på konstruksjoner - Del 1-4: Allmenne laster - Vindlaster	NS-EN 1991-1-4:2005+NA:2009
Eurokode 1: Laster på konstruksjoner - Del 1-3: Allmenne laster - Snølaster	NS-EN 1991-1-3:2003+A1:2015+NA:2018
Eurokode 3: Prosjektering av stålkonstruksjoner - Del 1-1: Allmenne regler og regler for bygninger	NS-EN 1993-1-1:2005+A1:2014+NA:2015
Eurokode 1: Laster på konstruksjoner – Del 1-1: Allmenne laster Tetthet, egenvekt, nyttelast i bygninger	NS-EN 1991-1-1:2002+NA:2008

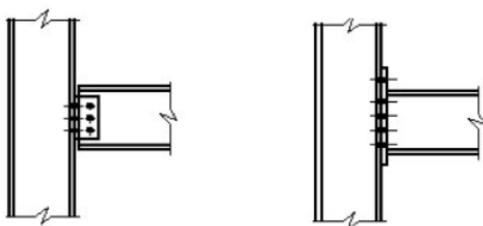
Tabell 5 – Standarder benyttet i oppgaven

Spesifikasjoner på konstruksjonsstål er gitt av en serie standarder med navn EN 100025. Denne standarden inneholder blant annet de kjemiske egenskapene til ulike stålkvaliteter og hvilke krav de skal opprettholde når det gjelder flytespenning, strekkspenning og andre materialeegenskaper.

6 Vindavstivning

For å sikre at bygningen skal kunne motstå horisontalkrefter fra vind må den bli stivet av. En avstivet bygning kan oppnås ved å ha skjærvegger, en annen mulighet er vindkryss, ved at man har skrå stag mellom de vertikale søylene i bygningen. I et stålbygg er dette hensiktsmessig. I et betongbygg blir ofte innvendige vegger av betong regnet som skjærvegger som motstår de horisontale vindkreftene. En heissjakt vil for eksempel ha denne egenskapen. Momentstive forbindelser er en annen måte som kan brukes for å oppnå en avstivet bygning. Det er også mulig å ha kombinasjoner av de ulike avstivningssystemene.

Figur 19 viser to forskjellige søyle-bjelkeforbindelser. Forbindelsen til venstre er ikke momentstiv, og dette innebærer at søylen og bjelken kan roteres relativt til hverandre. Forbindelsen til høyre er momentstiv og i et slikt tilfelle vil det ikke være en rotasjon av betydning mellom de to konstruksjonselementene. Den ikke-momentstive forbindelsen vil kun kunne overføre skjærkraft fra bjelken til søylen og den vil altså ikke kunne overføre moment.



Figur 19 – Ikke momentstiv og momentstiv søyle-bjelke forbindelse [15]

Vindkryss eller skråstag er staver som blir festet på en slik måte at de tar opp aksialkrefter i form av strekk eller trykk. Dette er metoden vi har brukt i denne oppgaven. Bygget har vindkryss for hver av byggets vegger, noe som gjør at bygget kan motstå vind fra alle sider.



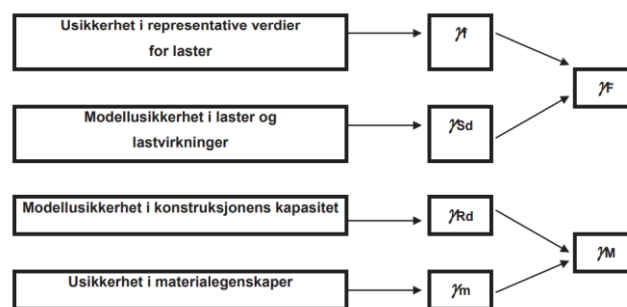
Figur 20 – Vindkryss [17]

7 Partialfaktormetoden

Partialfaktormetoden er et prinsipp som er brukt i dimensjonering av konstruksjoner. Ved å øke lastpåvirkning og redusere materialkapasiteter oppnås en sikkerhetsmargin. Økning av lastpåvirkning oppnås ved å multiplisere med en partialfaktor, ref. ligning (7.1). Redusering av materialkapasiteter oppnås ved å dividere med en partialfaktor, ref. ligning (7.2)

Partialfaktormetoden er generell og gjelder for alle bygninger.

Et grunnleggende prinsipp i dimensjonering er at den dimensjonerende lasten må være lik eller lavere enn den dimensjonerende kapasiteten og det er dette man oppnår ved bruk av partialfaktormetoden. Metoden angir grensetilstander som konstruksjonen skal være innenfor.



Figur 21 – Forholdet mellom ulike partialfaktorer [1]

Figur 21 viser sammenhengen mellom de ulike partialfaktorene og hvilken usikkerhet de tar hensyn til. Eksempelvis så er γ_M en partialfaktor som tar hensyn til både modellusikkerhet i konstruksjonens kapasitet (γ_{Rd}) og usikkerhet i materialegenskaper (γ_m).

7.1 Grensetilstander

I NS-EN 1990 er grensetilstander definert som «Tilstander som definerer grensene for når konstruksjonen ikke lenger oppfyller fastsatte dimensjoneringskriterier» [1].

Man har i hovedsak to ulike grensetilstander, Bruddgrensetilstand og bruksgrensetilstand. I tillegg til dette har man også utmattingsgrensetilstand og ulykkgrensetilstand.

7.1.1 Bruddgrensetilstanden

Bruddgrensetilstanden handler om sammenbrudd eller konstruksjonssvikt av hele eller deler av bygningen. Forkortelsen ULS (Ultimate limit state) blir ofte benyttet om bruddgrensetilstanden. Bruddgrensetilstanden tar hensyn til byggets bæreevne og sikrer at ingen elementer går til brudd.

7.1.2 Bruksgrensetilstanden

Bruksgrensetilstanden, blir forkortet SLS (serviceability limit state). Bruksgrensetilstanden tar hensyn til at bygningen skal opprettholde krav til funksjon og brukbarhet. Et vanlig krav til brukbarhet er at nedbøyning ikke skal overstige gitte nivåer.

7.2 Dimensjonerende laster

Den dimensjonerende verdien for en gitt last kan finnes av følgende formel

$$F_d = \gamma_f \cdot \psi \cdot F_k \quad (7.1)$$

Hvor

F_k = karakteristisk lastverdi

$\psi = 1,0$ eller ψ_0 eller ψ_1 eller ψ_2

γ_f = partialfaktor

Verdier av ψ finnes av Tabell A1.1 i NS EN 1990.

Eksempelvis så vil den dimensjonerende lastverdien for en gitt karakteristisk snølast i bruddgrensetilstand på $1,2 \frac{kN}{m^2}$ være som vist nedenfor. Verdien av partialfaktoren γ_f og om ψ er 1,0 eller ψ_0 eller ψ_1 eller ψ_2 i bruddgrensetilstand kommer frem av tabell 6 nedenfor. Snølast er en variabel last og dette medfører at γ_f er 1,5 og ψ er ψ_0 . Fra tabell A1.1 i NS-EN 1990 finner man verdien av ψ_0 for snølast til å være 0,7.

$$F_d = 1,5 \cdot 0,7 \cdot 1,2 \frac{kN}{m^2} = 1,26 \frac{kN}{m^2}$$

7.3 Dimensjonerende materialeegenskaper

For en materialeegenskap kan den dimensjonerende verdien finnes ved følgende formel

$$X_d = \frac{X_k}{\gamma_M} \quad (7.2)$$

Hvor

X_k = karakteristisk verdi for materialegenskapen

γ_M = partialfaktor

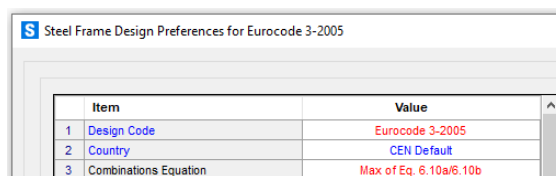
For stål er partialfaktoren 1,15. Eksempelvis så vil den dimensjonerende flytespenningen for S355 bli:

$$f_{yd} = \frac{355 \text{ MPa}}{1,15} = 308 \text{ MPa}$$

7.4 Lastkombinasjoner

Bygningen er dimensjonert etter bruddgrensetilstand og bruksgrensetilstand og for hver av disse har man ulike lastkombinasjoner.

Ved analyse i SAP2000 kan programmet selv ta hensyn til beregning av lastkombinasjoner og som vist i figuren nedenfor kan man angi ligningene som skal benyttes for å finne den mest ugunstige lastkombinasjonen. Her har man mulighet til å blant annet velge maksimal lastvirkning av ligning 6.10 a og 6.10 b ref. figur 22 og man kan også angi dimensjoneringsstandard i dette vinduet. Det er også mulig å angi lastkombinasjonen selv og legge inn sikkerhetsfaktorene manuelt.



Figur 22 – Valg av «Design code»

Alle lastpåvirkninger er ikke på sitt maksimale hele tiden, og derfor er kombinasjonsfaktorene ψ innført. Disse angir graden av samtidighet med andre laster. Eksempelvis ser man av figuren nedenfor at kombinasjonsfaktorene for vindlast og snølast er henholdsvis 0,6 og 0,7 for ψ_0 .

Last	Ψ_0	Ψ_1	Ψ_2
Nyttelastkategorier i bygninger (se NS-EN 1991-1-1):			
Kategori A: boliger	0,7	0,5	0,3
Kategori B: kontorer	0,7	0,5	0,3
Kategori C: forsamlingslokaler, møterom	0,7	0,7	0,6
Kategori D: butikker	0,7	0,7	0,6
Kategori E: lager	1,0	0,9	0,8
Kategori F: trafikk- og parkeringsarealer for små kjøretøyer (kjøretøyvekt \leq 30kN og høyst 8 seter utenom fører sete)	0,7	0,7	0,6
Kategori G: trafikk- og parkeringsarealer for mellomstore kjøretøyer, 30kN < kjøretøyvekt \leq 160kN på to akslinger	0,7	0,5	0,3
Kategori H: tak	0	0	0
Snølaster (se NS-EN 1991-1-3)	0,7 ¹⁾	0,5 ¹⁾	0,2 ¹⁾
Vindlaster (se NS-EN 1991-1-4)	0,6 ¹⁾	0,2 ¹⁾	0 ¹⁾
Temperatur (ikke brann) i bygninger (se NS-EN 1991-1-5)	0,6 ¹⁾	0,5 ¹⁾	0 ¹⁾
¹⁾ Eventuell modifisering for ulike geografiske områder kan kreves av lokale myndigheter			

Figur 23 – Kombinasjonsfaktorer [1]

7.4.1 Lastkombinasjoner i bruddgrensetilstand

Vedvarende eller forbigående dimensjonerende situasjoner er grunnleggende kombinasjoner og skal benyttes i dimensjoneringen ved bruddgrensetilstand. Fra NS-EN 1990 finnes ligningen for disse situasjonene og ligningene er navngitt 6.10 a og 6.10 b.

Den mest ugunstige lastvirkningen av ligning 6.10 a og 6.10 b blir regnet som den dimensjonerende lastkombinasjonen med tilhørende partialfaktorer.

Ligning 6.10 a

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \gamma_{Q,1} \psi_{0,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i}$$

Ligning 6.10 b

$$\sum_{j \geq 1} \xi_j \gamma_{G,j} G_{k,j} + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i}$$

	Permanente laster	Dominerende variabel last	Andre variable laster
Ligning 6.10 a	1,35 eller 1,0	$1,5\psi_0$	$1,5\psi_0$
Ligning 6.10 b	1,2 eller 1,0	1,5	$1,5\psi_0$

Tabell 6 – Partialfaktorer og kombinasjonsfaktorer for ligning 6.10a og 6.10b

Tabell 6 inneholder partialfaktorer og kombinasjonsfaktorer for permanente laster, dominerende variabel last og andre variable laster. I dimensjoneringsprosessen av bygningen i denne oppgaven har vi tatt hensyn til egenvekten av stålkonstruksjonen i tillegg til egenvekten av etasjeskillet og egenvekt av tak. Alle disse lastene er permanente laster. Dominerende variabel last i oppgaven er nyttelast i form av personer osv. Andre variable laster er vindlast og snølast.

Oppgaven tar som innledningsvis nevnt ikke detaljert for seg seismiske situasjoner eller ulykkessituasjoner, men vi påpeker at for slike situasjoner finnes det egne lastkombinasjoner som bygningen må dimensjoneres etter.

7.4.2 Lastkombinasjoner i bruksgrensetilstand

For bruksgrensetilstand har man følgende tre lastkombinasjoner

For karakteristisk kombinasjon (ligning 6.14b i NS-EN 1990)

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \psi_{0,i} Q_{k,i}$$

For ofte forekommende kombinasjon (ligning 6.15b i NS-EN 1990)

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + \psi_{1,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \psi_{2,i} Q_{k,i}$$

For kvasi-permanent kombinasjon, også kallet tilnærmet permanent (ligning 6.16b i NS-EN 1990)

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + \sum_{i \geq 1} \psi_{2,i} Q_{k,i}$$

	Permanente laster	Dominerende variabel last	Andre variable laster
Karakteristisk	1,0	1,0	ψ_0
Ofte forekommende	1,0	ψ_1	ψ_2
Kvasi-permanent	1,0	ψ_2	ψ_2

Tabell 7 – Partialfaktorer og kombinasjonsfaktorer for bruksgrensetilstand

Maksimal nedbøyning varierer med hvilken lastsituasjon som brukes. Standarden sier at for bygninger med alminnelige brukskrav eller estetiske krav benyttes kvasi-permanent (tilnærmet permanent) lastkombinasjon. Oppgaven benytter tilnærmet permanent lastsituasjon og dermed er nedbøyningskravet i intervallet mellom L/200 og L/250. L/250 har blitt benyttet for å ha en større sikkerhetsmargin.

Konsekvenser	Lastsituasjon som brukes	Anbefalte største tillatte nedbøyingsverdier
Konstruksjon der nedbøyning fører til skader	<i>karakteristisk</i>	fastsettes i den enkelte prosjekt
Konstruksjoner der det på grunn av bruk eller utstyr stilles krav	<i>ofte forekommende</i>	fastsettes i den enkelte prosjekt
Konstruksjoner med alminnelige brukskrav eller estetiske krav	<i>tilnærmet permanent</i>	L/200 - L/250

Tabell 8 – Krav til maksimal nedbøyning [1]

8 Lasterberegninger

I de følgende delkapitlene blir alle aktuelle laster for bygningen beregnet. Lastene deles inn i permanente laster og variable laster. Bygningen er utsatt for permanente laster i form av egenvekt. Bygningen er utsatt for variable laster i form av snølast, vindlast og variabel last i form av personer på etasjeskillet.

For å beregne snølast og vindlast er byggets plassering naturligvis av betydning. Vi har dermed valgt plassering, høyde over havet og bebyggelsestype slik tabellen nedenfor viser.

Informasjon	Verdi
Høyde over havet	9 m
Kommune	Stavanger
Bebyggelsestype	Industriområde

Tabell 9 – Byggets plassering

8.1 Permanente laster

Egenvekten til konstruksjonen er selve vekten av stålet som blir brukt. I tillegg kommer også vekten av etasjeskillet og tak. I SAP2000 tar programmet seg av egenlasten til stålkonstruksjonen, da denne finnes av materialegenskapene og trenger ikke beregnes manuelt.

Vi forutsetter bruk av HD320 som etasjeskille og HD320 har en egenvekt på $392 \frac{kg}{m^2}$ som

tilsvarer en lastpåvirkning på $3,84944 \frac{kN}{m^2}$. [7]

For taket har vi antatt en egenvekt på $0,8 \frac{kN}{m^2}$.

8.2 Variable laster

8.2.1 Dominerende variabel last

I henhold til tabell «NA 6.1 Brukscategorier» [5] er bygningen klassifisert som kategori B.

Dette medfører at nyttelast, som følge av personer osv. er $3 \frac{kN}{m^2}$

8.2.2 Snølast

Snølast er beregnet i henhold til NS-EN 1991-1:2003+NA:2008 [3].

Ved beregning av snølast på bygningen er det mange faktorer som må tas hensyn til. Blant annet påvirker form på tak, meteorologiske forhold, terrenget rundt bygningen og termiske egenskaper til taket hvordan snølasten blir. Vind er også en viktig faktor for hvordan snøens lastpåvirkning blir.

I det nasjonale tillegget i standarden nevnt ovenfor er det gitt en tabell med oversikt over snølast på mark for hver av kommunene i Norge. Av denne tabellen, som det er vist et utdrag fra i tabell 10, fremkommer det at Stavanger kommune har en karakteristisk snølast på mark som er $1,5 \frac{kN}{m^2}$

Kommune	$s_{k,0}$	H_g	Δs_k	$s_{k,maks}$
Sokndal	2,5	150	0,5	-
Sola	1,5	150	0,5	-
Stavanger	1,5	150	0,5	-
Strand	1,5	150	1	-
Suldal	2,5	150	1	-

Tabell 10 – Utdrag fra tabell NA.4.1(901) [3]

Snølast på tak finnes ved følgende formel:

$$S = \mu_i C_e C_t S_k \quad (8.1)$$

Bygningen er plassert ved 9 meter over havet og er dermed plassert lavere enn høydegrensen H_g som er gitt i tabell 10. For bygninger som er plassert lavere enn H_g gjelder følgende ligning:

$$s_k = s_{k,0} \quad (8.2)$$

Karakteristisk snølast på mark er som nevnt:

$$s_{k,0} = 1,5 \frac{kN}{m^2}$$

Den termiske faktoren brukes i tilfeller hvor bygningens tak har en høy termisk transmittans. Et eksempel på hvor man skal bruke denne er ved glasstak, noe som medfører et høyt

varmetap og dermed smelting av snø. Det forutsettes at taket til bygningen i denne oppgaven ikke har et høyt varmetap og dermed blir den termiske faktoren:

$$C_t = 1,0$$

Eksponeeringsfaktoren tar hensyn til topografien rundt bygningen. En topografi som er særlig sterkt vindutsatt, eksempelvis grunnet liten skjerming fra andre bygninger, høye trær etc. vil ha en eksponeeringskoeffisient som er lavere enn 1,0 og en topografi som er skjermet vil ha en eksponeeringskoeffisient høyere enn 1,0. Bygningen i denne oppgaven er omgitt av andre bygninger og har dermed en normal topografi. I henhold til Tabell NA.5.1 [3] settes dermed eksponeeringsfaktoren som:

$$C_e = 1,0$$

Formfaktor for tak mellom 0° og 30° har en verdi som følger

$$\mu_1 = 0,8$$

Dermed blir snølast på tak som følger:

$$S = 0,8 \cdot 1,0 \cdot 1,0 \cdot 1,5 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} = 1,2 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

Tabell 9 viser en oversikt over snølastens formfaktor, karakteristisk snølast og snølast på tak.

Faktor	Verdi
Snølastens formfaktor	0,8
Karakteristisk snølast, s_k (kN/m ²)	1,5
Snølast på tak (kN/m ²)	1,2

Tabell 11 – Oversikt verdier snølast

8.2.3 Vindlast

Vindlast er beregnet i henhold til NS-EN 1991-1-4:2005+NA:2009 [2].

8.2.3.1 Referansevindhastigheten

Referansevindhastigheten avhenger av plassering av bygningen og er definert i «Tabell NA.4(901.1) - Referansevindhastighet $V_{b,0}$ for kommunene». For Stavanger kommune er referansevindhastigheten $V_{b,0} = 26$ m/s. [2]

8.2.3.2 Basisvindhastigheten

Basisvindhastigheten kan finnes ved formelen

$$V_b = C_{dir} \cdot C_{season} \cdot C_{alt} \cdot C_{prob} \cdot V_{b,0} \quad (8.3)$$

Hvor:

C_{dir} er retningsfaktor som settes lik 1,0 dersom man hensyntar vind fra alle retninger. Dersom man kun beregner for vind fra en side, kan denne faktoren være mindre enn 1,0 da noen sider er mindre utsatt for vind enn andre.

C_{season} er en faktor som tar hensyn at vinden ikke er like sterk hele året. For månedene mai-august settes faktoren lik 0,8 og for månedene september-april settes faktoren lik 1,0. Da bygningen er permanent og skal stå der hele året bruker vi faktoren 1,0.

C_{alt} er nivåfaktor som tar hensyn til høyden av bygningen og høyde i forhold til havnivået. Den settes normalt lik 1.0 hvis høyden ikke overstiger H_0 for området. Stavanger ligger innenfor området 1 (Sør-Norge ekskludert Nord-Trøndelag) hvor $H_0 = 900\text{m}$. Bygget er plassert 9m over havet. C_{alt} er i dette tilfelle lik 1.0 på grunn av $9\text{m} < 900\text{m}$.

C_{prob} er en faktor som brukes dersom man dimensjonerer bygningen for en annen returperiode enn 50 år. Vanlig praksis ved dimensjonering av bygninger er å bruke en returperiode på 50 år, faktoren settes dermed lik 1,0.

Uttrykket for Basisvindhastighet blir som følger

$$v_b = 1,0 \cdot 1,0 \cdot 1,0 \cdot 1,0 \cdot 26 \text{ m/s} = 26 \text{ m/s}$$

8.2.3.3 Middelvind

Stedsvindhastigheten som også blir kallet middelvind kan bli funnet ved formelen:

$$V_m = c_r(z) \cdot c_o(z) \cdot v_b \quad (8.4)$$

Hvor:

$C_r(z)$ er ruhetsfaktoren som avhenger av ruheten til terrenget rundt bygningen og høyden z over terrengnivå.

$C_o(z)$ er terrengformfaktor og avhenger av topografien rundt bygningen. Denne settes lik 1,0.

v_b er basisvindhastigheten, som er regnet ut ovenfor.

$$c_r(z) = k_r \cdot \ln\left(\frac{z}{z_0}\right) \quad \text{for } z_{\min} \leq z \leq z_{\max}$$

$$c_r(z) = c_r \cdot (z_{\min}) \quad \text{for } z \leq z_{\min} \quad (8.5)$$

Der

z_0 er ruhetslengden

k_r er terrengruhetsfaktoren som er avhengig av ruhetslengden z_0 som beregnes ved bruk av formelen:

$$k_r = 0,19 \cdot \left(\frac{z_0}{z_{0,II}}\right)^{0,07} \quad (8.6)$$

Der

$z_{0,II} = 0,05$ (terrengkategori II, tabell 4.1)

z_{\min} er minimumshøyden definert i tabell 4.1

z_{\max} settes lik 200m

Bygningen er plassert på et industriområde 9 meter over havet. Av *Tabell NA.4.1 i NS-EN 1991-1-4:2005+NA:2009* har denne type bebyggelse kategorinummer III. Et utdrag av tabellen er gitt nedenfor.

Kategorinummer	Terrengruhetskategori	k_r	z_0 (m)	z_{\min} (m)
III	Sammenhengende småhusbebyggelse, industriområder eller skogsområder	0,22	0,3	8

Tabell 12 – Utdrag av tabell NA.4.1 [2]

Ettersom høyden av bygningen er 9 meter, z_{\min} er 8 meter og z_{\max} er 200 meter brukes den øverste ligningen av ligning (8.6) i utregningen av ruhetsfaktoren.

k_r blir

$$k_r = 0,19 \left(\frac{0,3}{0,05}\right)^{0,07} = 0,215$$

Dermed blir ruhetsfaktoren følgende:

$$c_r(z) = k_r \cdot \ln\left(\frac{z}{z_0}\right) = 0,215 \cdot \ln\left(\frac{9}{0,3}\right) = 0,731$$

Stedvind eller middelvind blir dermed:

$$v_m = c_r(z) \cdot c_o(z) \cdot v_b = 0,731 \cdot 1,0 \cdot 26\text{m/s} = 19,006\text{m/s}$$

8.2.3.4 Vindkasthastighetstrykk

Vinkasthastighetstrykket blir beregnet ved følgende formel:

$$q_p(z) = [1 + 7 \cdot I_v(z)] \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_m^2(z) \quad (8.7)$$

Hvor $I_v(z)$ er turbulensintensiteten, ρ er luftens densitet som er satt til $1,25 \frac{kg}{m^3}$ og $v_m(z)$ er stedvindhastigheten som ovenfor er beregnet til 19,006m/s

$$I_v(z) = \frac{k_I}{c_o(z) \cdot \ln\left(\frac{z}{z_0}\right)} \quad (8.8)$$

Vi antar byggets plassering ikke er i le av en bakke, skråning eller bratt terreng og dermed settes turbulensfaktoren k_I som 1,0. Verdiene for de andre variablene i formelen er som før. Turbulensintensiteten blir som følger:

$$I_v(z) = \frac{1,0}{1,0 \cdot \ln\left(\frac{9}{0,3}\right)} = 0,294$$

Dermed blir vindkasthastighetstrykket lik:

$$q_p(z) = [1 + 7 \cdot 0,294] \cdot \frac{1}{2} \cdot 1,25 \frac{kg}{m^3} \cdot 19,006^2 \frac{m}{s} = 690,4 \frac{N}{m^2}$$

8.2.3.5 Vindtrykk

Trykkfordelingen til vindlasten avhenger av byggets lengde, bredde og høyde. Man har tre ulike trykkfordelingssituasjoner.

$$e \geq d \quad \text{eller} \quad e < d \quad \text{eller} \quad e \geq 5d$$

$$e = \min(b, 2h)$$

Hvor b er lengden av veggen som står på tvers i forhold til vinden, d er lengden av veggen som er parallell med vinden og h er høyden av bygningen.

For vindlast fra 0° , ref. venstre del av figur 24.

$$d = 14,4m, \quad b = 24m$$

$$e = \min(24m, 2 \cdot 9m) = 18m$$

$$e \geq d$$

Grunnet at «e» er større enn «d» ved vind mot bygningens langside får man trykkfordelingen som vist i venstre del av figur 20.

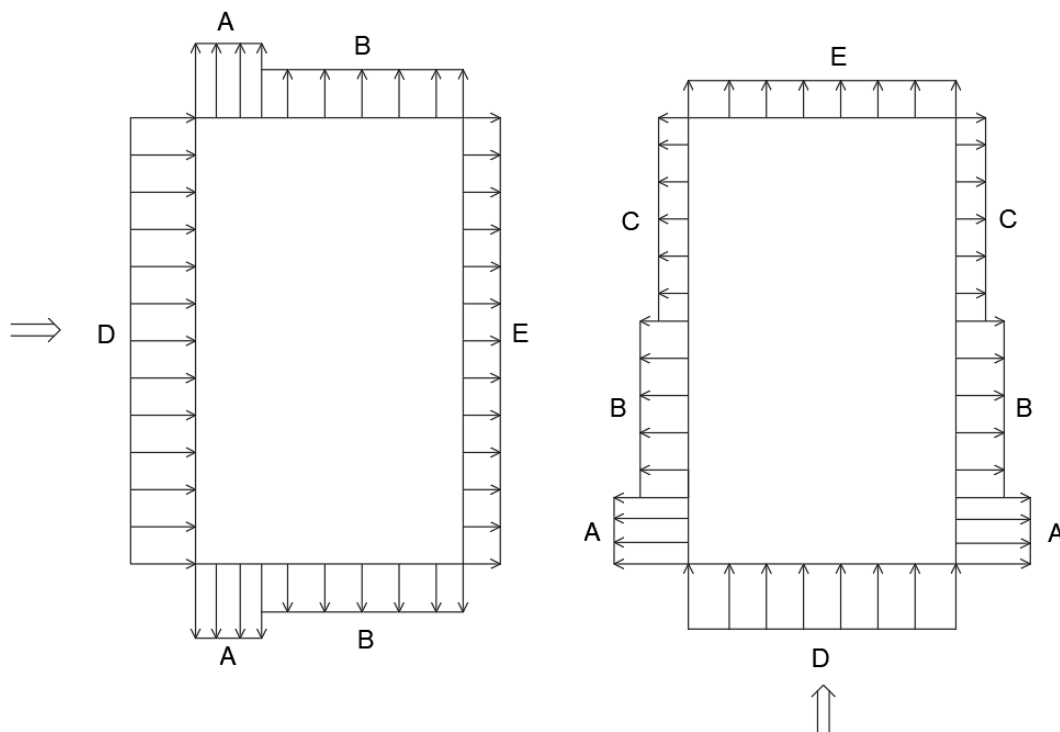
For vindlast fra 90°, ref. høyre del av figur 20.

$$d = 24m \quad b = 14.4m$$

$$e = \min(14.4m, 2 \cdot 9m) = 14.4m$$

$$e < d$$

Ved vind mot bygningens kortsida får man at «e» er mindre enn «d» og man får dermed trykkfordelingen som vist til høyre i figur 20.



Figur 24 – Trykkfordeling ved vind fra 0° og 90 °

For å finne lastpåvirkningen på bygningen multipliserer man vindkasthastighetstrykket med formfaktorer for de ulike trykksonene til bygningen. Formelen er gitt nedenfor.

$$W = q_p(z) \cdot C_{pe} \tag{8.9}$$

Tabell 13 og tabell 14 viser beregnet lastpåvirkning for de ulike sonene vist i figur 24.

Vindkasthastighetstrykket ble ovenfor beregnet til $690,4 \frac{N}{m^2}$ og man multipliserer med -1,2

som er formfaktoren for sone A. Da finner vi at lastpåvirkningen er $0,828 \frac{kN}{m^2}$ ved vind fra 0° .
Samme prosedyre gjelder for de andre sonene.

	A	B	D	E
Formfaktor $C_{pe,10}$	-1,2	-0,8	0,716	-0,332
Lastpåvirkning (kN/m²)	-0,828	-0,552	0,494	-0,224

Tabell 13 – Formfaktorer og lastpåvirkning ved vind 0°

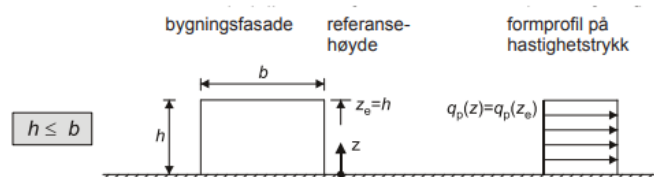
	A	B	C	D	E
Formfaktor $C_{pe,10}$	-1,2	-0,8	-0,5	0,716	-0,332
Lastpåvirkning (kN/m²)	-0,828	-0,552	-0,345	0,494	-0,224

Tabell 14 – Formfaktorer og lastpåvirkning ved vind 90°

Formfaktorene for de ulike trykksone er ble funnet fra tabell 7.1 i NS-EN 1991-1-4. Påvirket areal er større en $10m^2$, og dermed brukes $C_{pe,10}$. For trykksone A, B og C kan formfaktorene hentes rett fra tabellen ettersom formfaktorene ikke varierer for ulike verdier av h/d , ref. tabell 7.1. For trykksone «D» og «E» ble formfaktorene funnet ved hjelp av interpolasjon mellom de ulike verdiene i tabellen.

Verdiene for lastpåvirkning er naturlig nok karakteristiske og for å finne dimensjonerende lastpåvirkning må man ta hensyn til partialfaktorene.

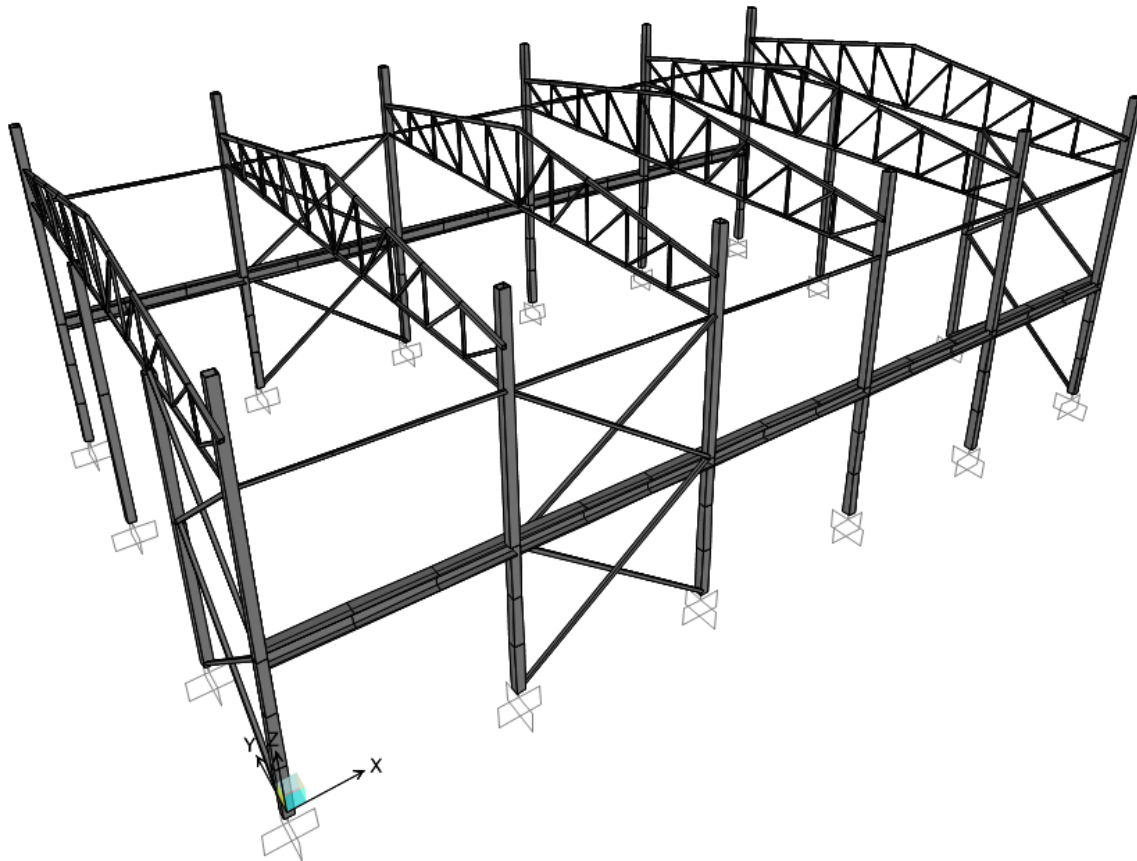
Ettersom høyden til bygningen er lavere enn både lengden og bredden vil vindlasten være jevnt fordelt over hele vegg. Dermed blir formprofilen for veggens høyde slik som figur 25 viser.



Figur 25 – Formprofil for bygning med $h \leq b$

9 Analyse

Dette kapitlet tar for seg konstruksjonsanalysen av bygningen. Programvaren som er brukt er SAP2000.



Figur 26 – Oversiktsbilde konstruksjon

Ved utførelse av strukturell analyse skiller man mellom lineær-analyse og ikke-lineær analyse, hvorav lineær-analyse har materialer med elastisk oppførsel og i motsetning har ikke-lineær analyse materialer med plastisk oppførsel. SAP200 har mulighet til å utføre begge typene analyser. I denne oppgaven er det kun lineæranalyse som er relevant, og vi har dermed ikke sett nærmere på de ulike metodene som SAP2000 tilbyr for ikke-lineær analyse.

Metoden vi har brukt innebærer at man i første omgang har funnet dimensjoner på bjelkene og søylene som er innenfor kravene når det gjelder bruks- og bruddgrensetilstand. Deretter har vi optimalisert konstruksjonselementene ved å benytte bjelker og søyler med mindre tverrsnittareal.

Etter at vi forbedret tverrsnittene for de ulike delene blir det vist momentdiagram, skjærkraftdiagram, aksialkraftdiagram for bygningen. Nedbøyningskontroll i henhold til bruksgrensetilstand blir også vist. For enkelte deler av bygningen er det hentet ut detaljert beregning i henhold til «Eurokode 3: Prosjektering av stålkonstruksjoner». Disse kan sees i vedleggene. Eksempelvis er det for hjørnesøylene vist en detaljert beregning i vedlegg 1.

Interaksjonsformler er formler som tar hensyn til at ulike faktorer påvirker hverandre samtidig. Stålelementer som er utsatt for både bøyning og aksialkraft skal oppfylle de to interaksjonsformlene gitt nedenfor. Når man beregner utnyttingsfaktorer er det disse interaksjonsformlene som blir benyttet. Formlene er hentet fra «Eurokode 3: Prosjektering av stålkonstruksjoner» [4].

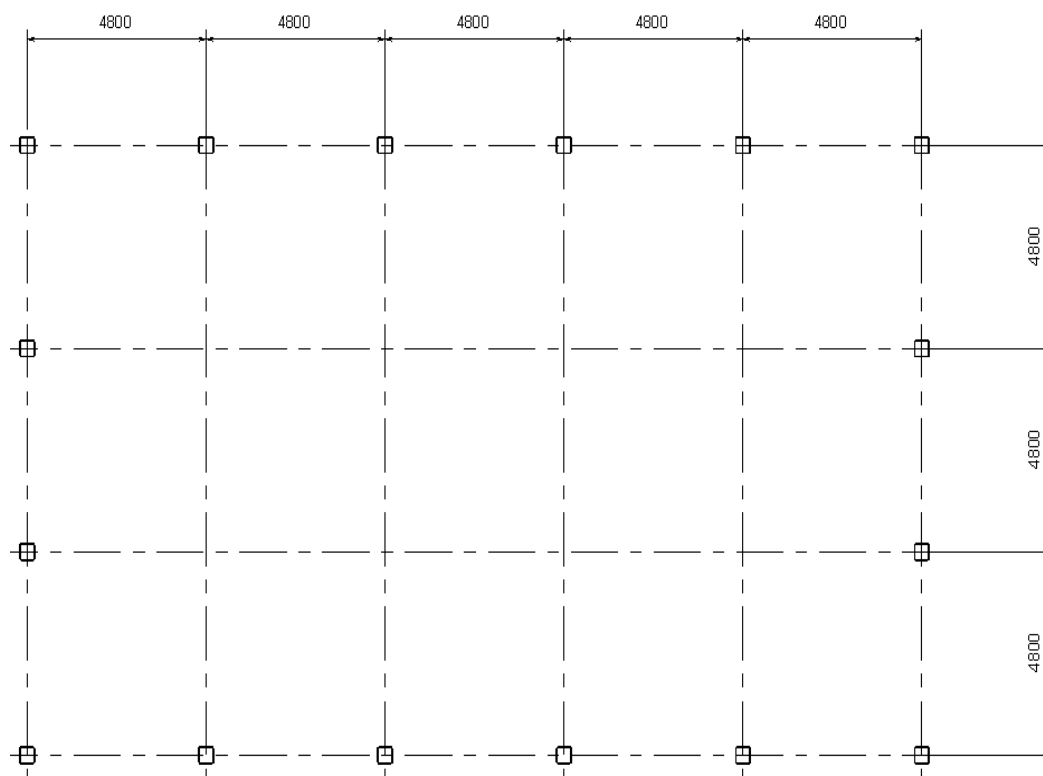
$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yz} \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,Rk}}{\gamma_{M1}}} \leq 1,0 \quad (9.1)$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{zz} \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,Rk}}{\gamma_{M1}}} \leq 1,0 \quad (9.2)$$

I Eurokode 3 skal ulikheten være mindre enn 1, men SAP2000 bruker 0,95 som standardverdi og vi har derfor benyttet det samme. Grunnen til dette er at ved en numerisk løsning slik som SAP2000 beregner vil man få en tilnærmet løsning. En reduksjon fra 1,0 til 0,95 gjør at man øker sikkerhetsmarginen.

9.1 Geometri

Søylene er plassert slik figuren nedenfor viser, med en avstand på 4,8 meter mellom hver søyle. Dette medfører at byggets lengde er 24 meter og byggets bredde er 14,4 meter.

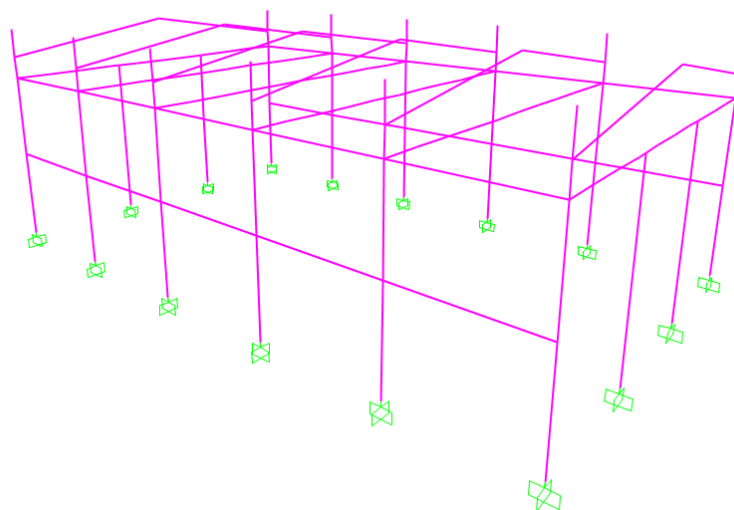


Figur 27 – Plassering av søyler

Bygget har hulldekke som etasjeskille. Disse er plassert på tvers av bygningen og er fritt opplagt over de langsgående HEB-bjerkene. HEB-bjerkene er plassert 3,3 meter over bakkeplan og kan sees på figur 26. De langsgående bjerkene som er plassert ovenfor de nevnte HEB-bjerkene er plassert 6,9 meter over bakkeplan. Bjelkenes funksjon er å opprettholde stabilitet i bygningen. Takkonstruksjonen er fagverk, med 19 staver. Disse er plassert vekselvis vertikale og skrå, med en horisontal avstand mellom de vertikale stavene på 1,44 meter. Vindkryss er plassert slik figur 26 viser. For hver av byggets vegger er det to vindkryss.

9.2 Randbetingelser

Bygningen har søyler som er fast innspente i søylens fotpunkt. Dette betyr at søylens fotpunkt ikke forskyver seg i forhold til opprinnelig posisjon. For det samme punktet er det heller ikke noen rotasjon. Randbetingelsene er vist i figur 28.



Figur 28 – Randbetingelser for bygningen

9.3 Lastkombinasjoner

Grunnet at vindlast ikke opptrer i x- og y-retning samtidig er analysen utført med lastkombinasjoner for både vindlast i x-retning og y-retning. Som nevnt tidligere i oppgaven så bruker man ligning 6.10a og ligning 6.10b fra «Eurokode 0: Grunnlag for prosjektering av konstruksjoner» når man skal finne dimensjonerende lastkombinasjon. I analysen har vi derfor for hver av de to vind-casene brukt ligning 6.10a og 6.10b. Vi får dermed totalt 4 forskjellige lastkombinasjoner. I SAP2000 har vi navngitt lastkombinasjonene på format «K1,6.10a», hvor K1 betyr vind mot langside og med ligning 6.10a og samme metode for de andre. På skjermbilder fra programvaren er det flere plasser brukt denne notasjonen og dette referer til lastkombinasjonene. Tabell 15 viser hvilke laster som er inkludert i de ulike lastkombinasjonene.

Vind mot langside		Vind mot kortside	
Ligning 6.10 a	Ligning 6.10 b	Ligning 6.10 a	Ligning 6.10 b
<i>K1, 6.10a</i>	<i>K1, 6.10b</i>	<i>K2, 6.10a</i>	<i>K2, 6.10b</i>
Vindlast x-retning	Vindlast x-retning	Vindlast y-retning	Vindlast y-retning
Egenvekt stål	Egenvekt stål	Egenvekt stål	Egenvekt stål
Egenvekt hulldekke	Egenvekt hulldekke	Egenvekt hulldekke	Egenvekt hulldekke
Variabel last	Variabel last	Variabel last	Variabel last
Snølast	Snølast	Snølast	Snølast
Egenvekt tak	Egenvekt tak	Egenvekt tak	Egenvekt tak

Tabell 15 - Lastkombinasjoner

Figuren nedenfor viser lastfaktorene for lastkombinasjonen K1,6.10a som vi har angitt i SAP2000. Disse finnes fra tabell 6 lenger opppe i oppgaven. For de andre lastkombinasjonene kan lastfaktorene finnes fra vedlegg 9.

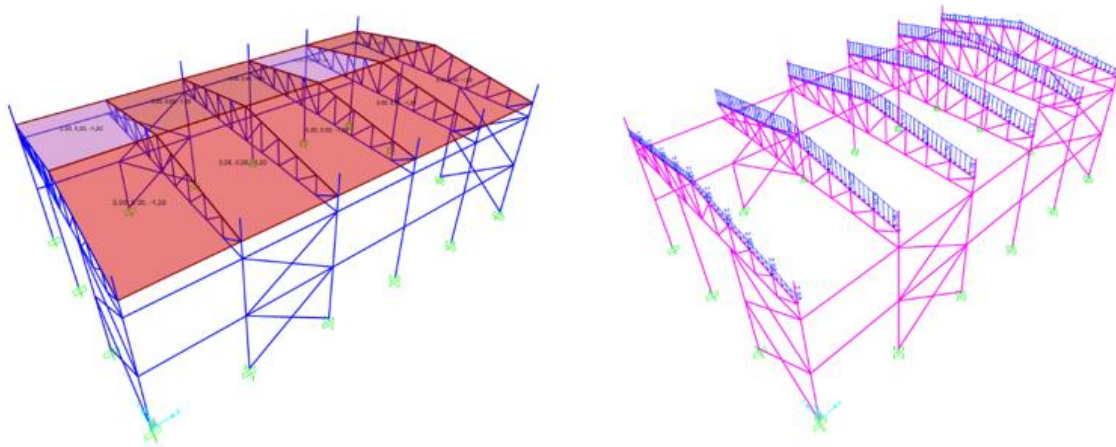
Load Case Name	Load Case Type	Mode	Scale Factor
Egenvekt dekke	Linear Static		1,35
Egenvekt dekke	Linear Static		1,35
DEAD	Linear Static		1,35
Snølast	Linear Static		1,05
Variabel	Linear Static		1,05
Vind_A Case 1	Linear Static		0,9
Vind_B Case 1	Linear Static		0,9
Vind_D Case 1	Linear Static		0,9
Vind_E Case 1	Linear Static		0,9

Figur 29 – Lastfaktorer for K1, 6.10a

9.4 Metode

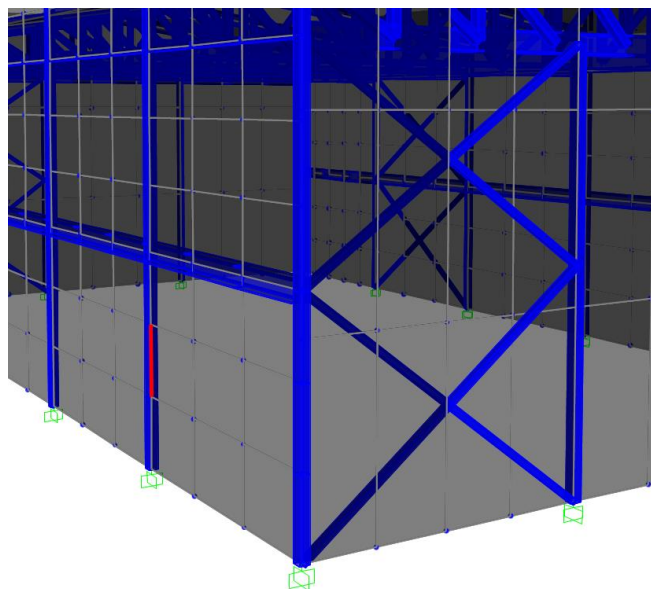
Analysen tar som nevnt kun for seg den bærende rammekonstruksjonen til bygningen og det er ikke tegnet inn vegger og tak. I et slikt tilfelle vil det være en utfordring å angi areallaster som for eksempel vindlast og snølast, da disse trenger et arealobjekt som de skal gjelde for. Man kan også manuelt beregne påvirkningen på bjelker og søyler og angi disse som fordelte laster på søylene og bjelkene, hvor enheten i et slikt tilfelle blir kN/m i stedet for en areallast som er angitt i kN/m².

Metoden vi brukte var å først bruke funksjonen «Shell elements» og lage arealer. Deretter brukte vi funksjonene «Area loads» og «Uniform to frame». De uniforme fordelte areallastene som ble angitt til områdene ble da fordelt utover byggets ramme. Dette gjør at de uniforme fordelte areallastene blir automatisk overført til å virke på bjelkene og søylene. Figur 30 viser hvordan dette er gjort i praksis. For taket har vi laget et areal og angitt snølasten til å virke på dette arealet i negativ z-retning og ved bruk av nevnte funksjoner får man dermed lastfordelingen på fagverket slik det er vist på figuren nedenfor.



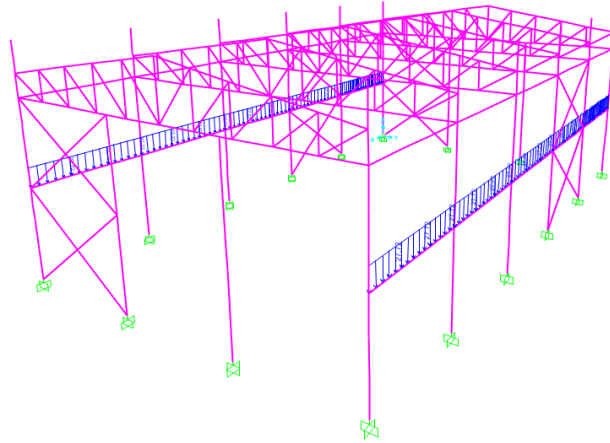
Figur 30 – Lastpåføring

Som nevnt i teoridelen om elementmetoden er det viktig å dele konstruksjonen opp i mange elementer, sammenkoblet med knutepunkter for å få en så nøyaktig som mulig løsning. Søylar og bjelker er oppdelt i 3 deler og dette er illustrert ved rød markering på figuren nedenfor. De blå punktene er knutepunkter hvor de ulike elementene er sammenkoblet til hverandre.



Figur 31 – Oppdelt konstruksjon

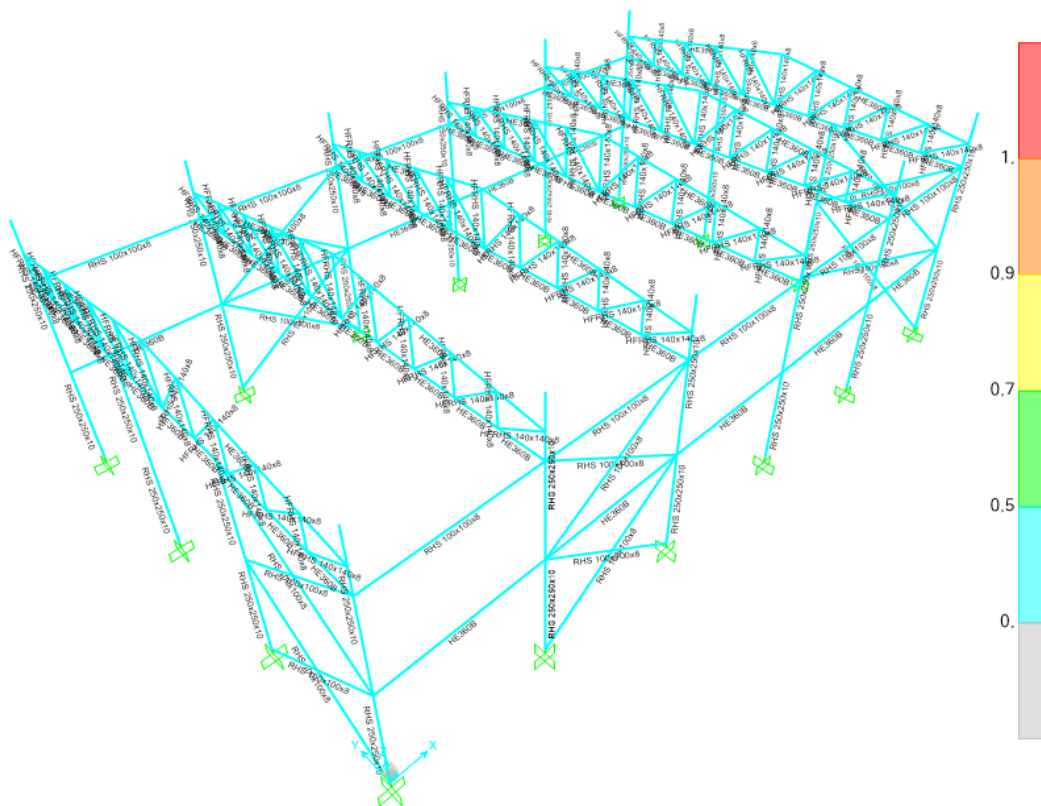
Areallastene fra etasjeskillet og variabel last ble manuelt beregnet og angitt som uniformt fordelte på bjelkene slik figuren nedenfor viser.



Figur 32 – Areallaster etasjeskille

9.5 Analyse og optimalisering

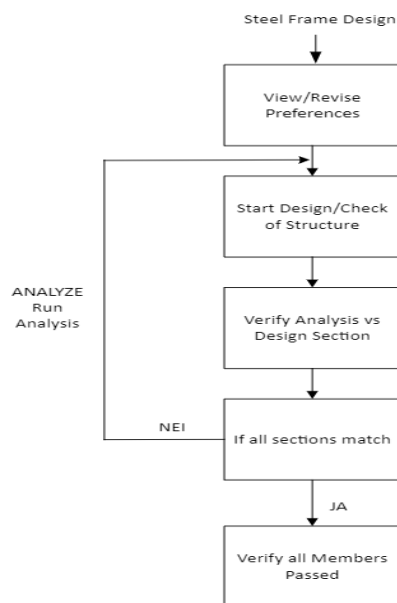
Ved starten på analysen valgte vi relativt store dimensjoner på tverrsnittene ettersom vi ønsket å få lave utnyttingsgrader slik at vi i optimaliseringen kan jobbe strukturert ved å minske dimensjonene til vi får tilfredsstillende utnyttingsgrader. Som man kan se av figurene nedenfor fikk vi første gang vi kjørte analysen overdimensjonerte bjelker og søyler.



Figur 33 – Utnyttingsgrader

Ettersom flere deler av stålkonstruksjonen har utnyttelsesgrader relativt langt under 1,0 er det som nevnt hensiktsmessig å optimalisere konstruksjonselementene og få en høyere utnyttingsgrad. Slik konstruksjonen fremstår nå, er flere av elementene overdimensjonert og sett ut ifra et kostnadsperspektiv er dette ugunstig. En bjelke må være så stor at den tåler den dimensjonerende lasten, men å bruke en bjelke som er større enn dette er unødvendig bruk av ressurser. Overforbruk av materialer er ugunstig mot miljøet og ved å optimalisere konstruksjonen vil dette medføre redusert materialbruk. Utnyttelsesgradene blir øket ved å redusere tverrsnittarealet til søyler og bjelker.

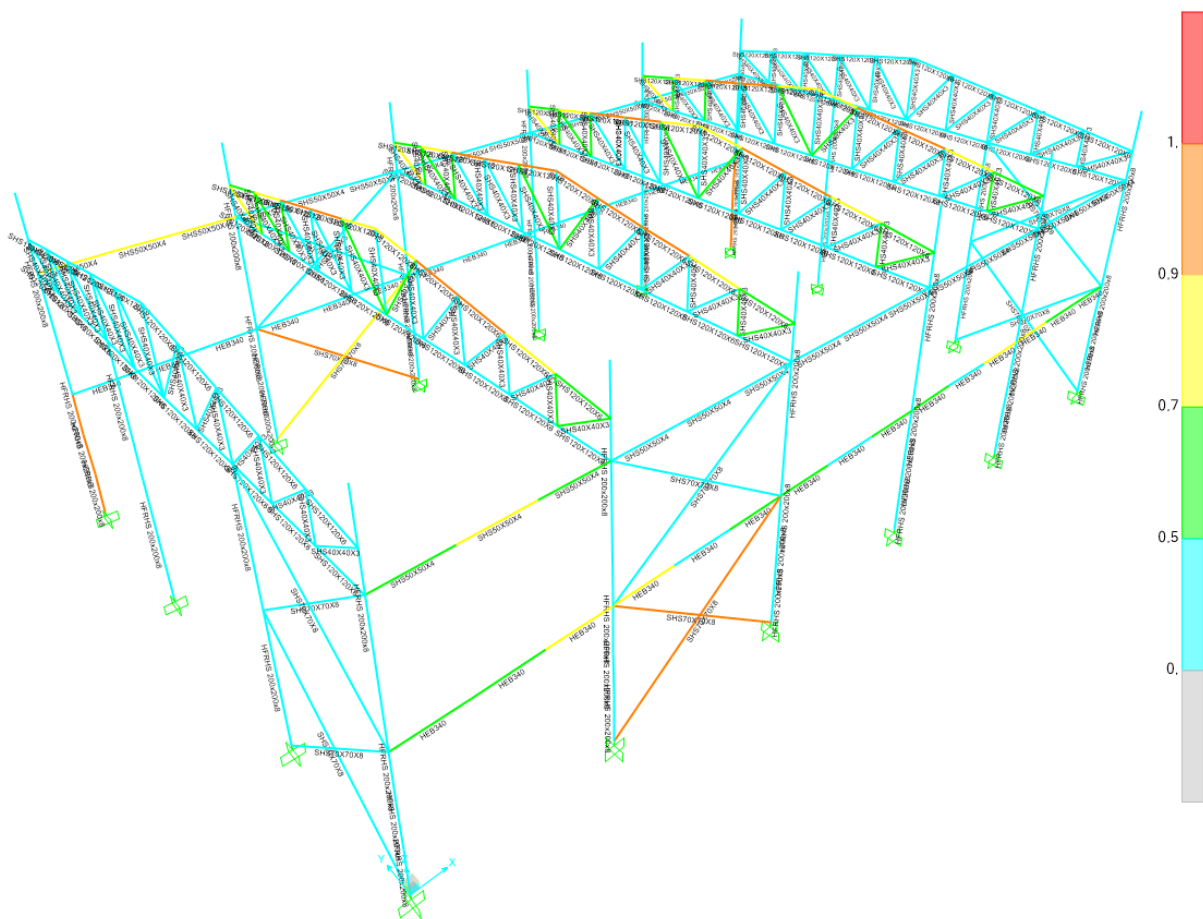
Optimaliseringen av søyler og bjelker foregår ved at man laster inn en gruppe med bjelketverrsnitt og lar programmet gjøre repeterende analyser for å finne det mest passende tverrsnittet for en gitt bjelke. Det er også mulig å manuelt endre bjelketverrsnittet til bjelker med mindre areal. Prosedyren for hvordan optimaliseringen gjennomføres i SAP2000 kan sees i figur 34. Prosedyren må ofte gjentas mange ganger og man må holde frem med analysen inntil alle bjelker og søyler er innenfor dimensjoneringskriteriene.



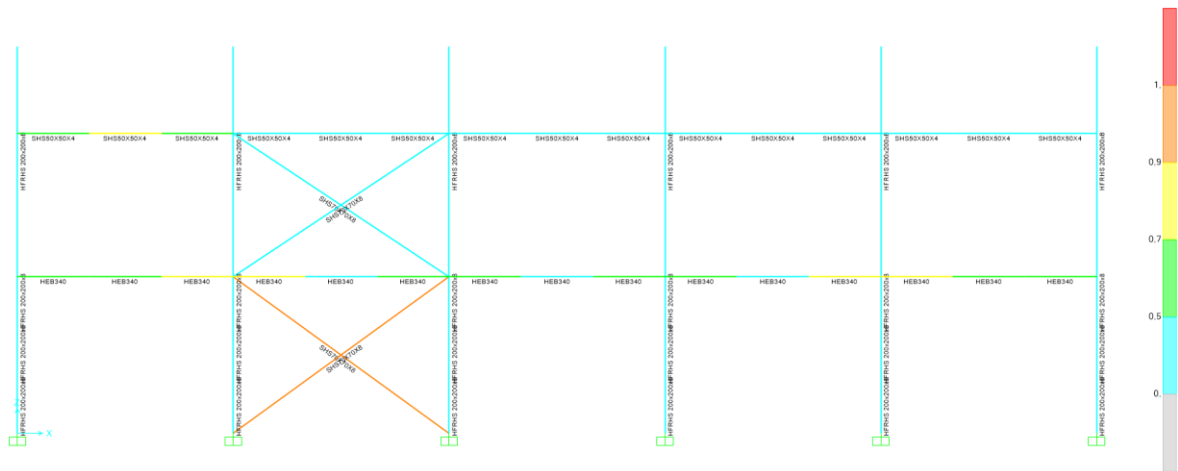
Figur 34 – Optimaliseringsprosedyre

Etter å ha prøvd mange forskjellige tverrsnitt er det kommet frem til utnyttingsgrader slik figuren nedenfor viser. Dimensjonene på bjelker og søyler kan sees på modellen nedenfor, men er også gjengitt i tabell 16.

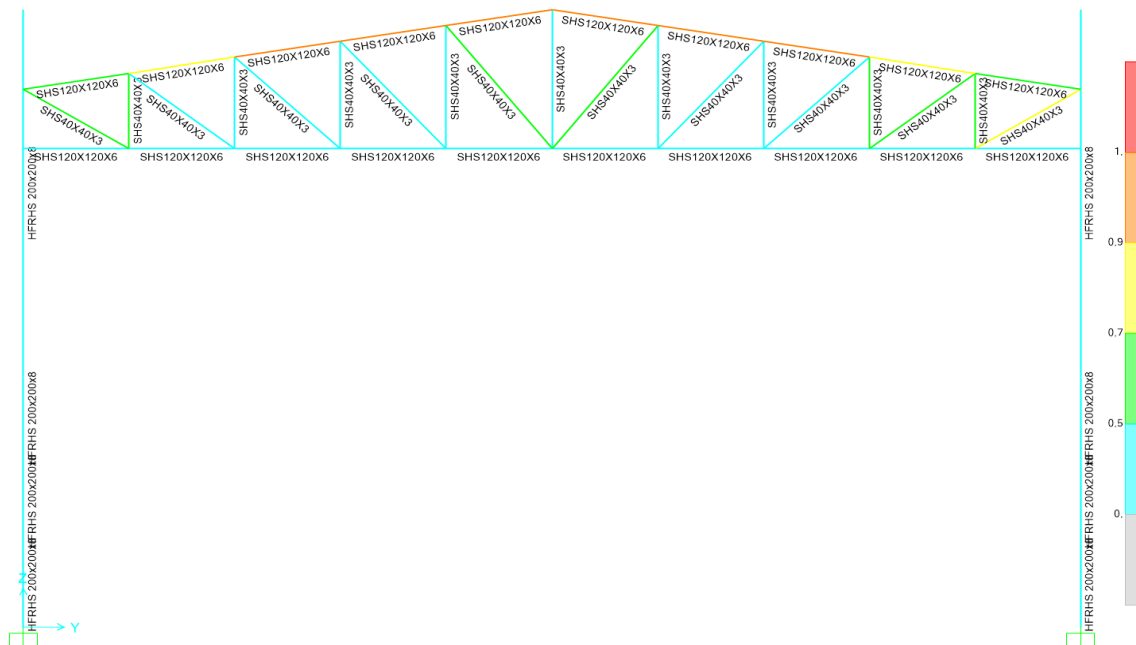
Som nevnt tidligere i oppgaven har vi benyttet vind i x-retning og y-retning. Disse lastpåvirkningene er påført på to av bygningens sider. Dette medfører at figurene for utnyttingsfaktorene ikke viser det totale bildet. Eksempelvis så ville alle hjørnesøylene i bygget hatt samme utnyttingsgrader om vi hadde påført lasten for alle 4 retninger og ikke bare 2. Slik utnyttingsgradene er nå er det kun 2 av hjørnesøylene som har høye utnyttingsfaktorer. Ettersom bygget er symmetrisk, har det liten betydning å påføre vindkreftene på alle sidene.



Figur 35 – Utnyttingsgrader etter optimalisering

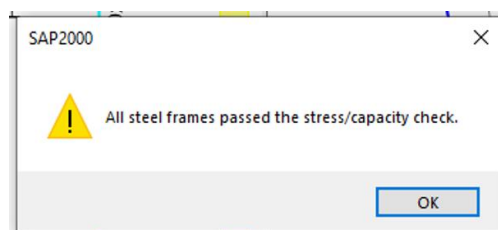


Figur 36 – Utnyttingsgrader etter optimalisering



Figur 37 – Utnyttingsgrader etter optimalisering

Etter at optimaliseringen er gjennomført sjekket vi at ingen av konstruksjonselementene hadde utnyttingsgrad høyere enn 1 og bygningen er dermed dimensjonert i henhold til «Eurokode 3: Prosjektering av stålkonstruksjoner». Dette vises av figuren nedenfor.



Figur 38 – Verifisering av konstruksjonen

9.6 Sammenligning av håndberegning og analyse

For søylen med høyest utnyttingsfaktor blir det gjort håndberegning, for å sammenligne resultatet fra SAP2000. Interaksjonsformlene (9.1) & (9.2) blir brukt i SAP2000 for å avgjøre om et element går til brudd eller ikke og de samme ligningene benyttes her.

$$\frac{N_{Ed}}{\frac{\chi_y N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yz} \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,Rk}}{\gamma_{M1}}}$$

$$\frac{N_{Ed}}{\frac{\chi_z N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{zz} \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,Rk}}{\gamma_{M1}}}$$

Søylen er HFRHS 200x200x8, ref. vedlegg 7 for egenskapene til tverrsnittet.

$$A = 6050 \text{ mm}^2 \quad i_y = i_z = 78 \text{ mm} \quad W_p = 432\,000 \text{ mm}^3$$

Materialet er stål av typen S355

$$f_y = 355 \text{ MPa} \quad \varepsilon = \sqrt{\frac{235}{255}} = 0,81 \quad \gamma_{M1} = 1,05 \quad \alpha = 0,21$$

Søylen er fast innspent i søylens fotpunkt og fri i søylens toppunkt, dermed blir L_{cr} 2 ganger lengden av søylen.

Grunnet at søylens tverrsnitt er kvadratisk så blir reduksjonsfaktoren den samme både for y-akse og z-akse.

Formlene som nedenfor er benyttet finnes fra Eurokode 3. [4]

$$\lambda_1 = 93,9\varepsilon = 76,059$$

$$\bar{\lambda} = \frac{L_{cr}}{i} \cdot \frac{1}{\lambda_1} = \frac{2400}{78 \cdot 76,059} = 0,405$$

$$\Phi = 0,5[1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2] = 0,5[1 + 0,21(0,405 - 0,2) + 0,405^2] = 0,604$$

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \text{ hvor } \chi \leq 1,0$$

$$\chi_y = \chi_z = \frac{1}{0,604 + \sqrt{0,604^2 - 0,405^2}} = 0,95$$

Fra analysen i SAP2000 finner vi dimensjonerende verdier for aksialkraft, bøyning om y-akse og bøyning om z-akse som følger.

$$N_{Ed} = 181,053 \text{ kN} \quad M_{y,Ed} = 10,866 \text{ kNm} \quad M_{z,Ed} = 1,485 \text{ kNm}$$

Tverrsnittet er klassifisert som klasse 1 som medfører

$$\Delta M_{y,Ed} = 0 \quad \Delta M_{z,Ed} = 0 \quad \chi_{LT} = 1,0$$

$$N_{Rk} = A f_y = 6050 \text{ mm}^2 \cdot 355 \text{ MPa} = 214,775 \text{ kN}$$

$$M_{y,Rk} = M_{z,Rk} = W_p f_y = 432 \cdot 10^3 \cdot 355 = 144,65 \text{ kN}$$

Interaksjonsfaktorene er gitt som

$$k_{yy} = 0,608 \quad k_{yz} = 0,272 \quad k_{zy} = 0,365 \quad k_{zz} = 0,454$$

Ved å sette inn alle verdiene i de to interaksjonsformelene får man

$$\frac{181,053}{0,95 \cdot 214,775} + 0,608 \frac{10,866}{1,0 \cdot \frac{144,65}{1,05}} + 0,272 \frac{1,485}{\frac{144,65}{1,05}} = 0,983$$

$$\frac{181,053}{0,95 \cdot 214,775} + 0,365 \frac{10,866}{1,0 \cdot \frac{144,65}{1,05}} + 0,454 \frac{1,485}{\frac{144,65}{1,05}} = 0,966$$

Av de to ligningene ovenfor velger man den med høyest verdi, altså utnyttingsfaktor beregnet for hånd blir 0,983. Fra vedlegg 1 ser man at SAP2000 beregner verdien «demand/capacity ratio» til å være 0,934. Verdien er ikke eksakt den samme som ved håndberegning, men med et avvik på ca. 5 prosent. Dette kan skyldes feilkilder som for eksempel gjeldene siffer i utregning, og verdier angitt i SAP2000.

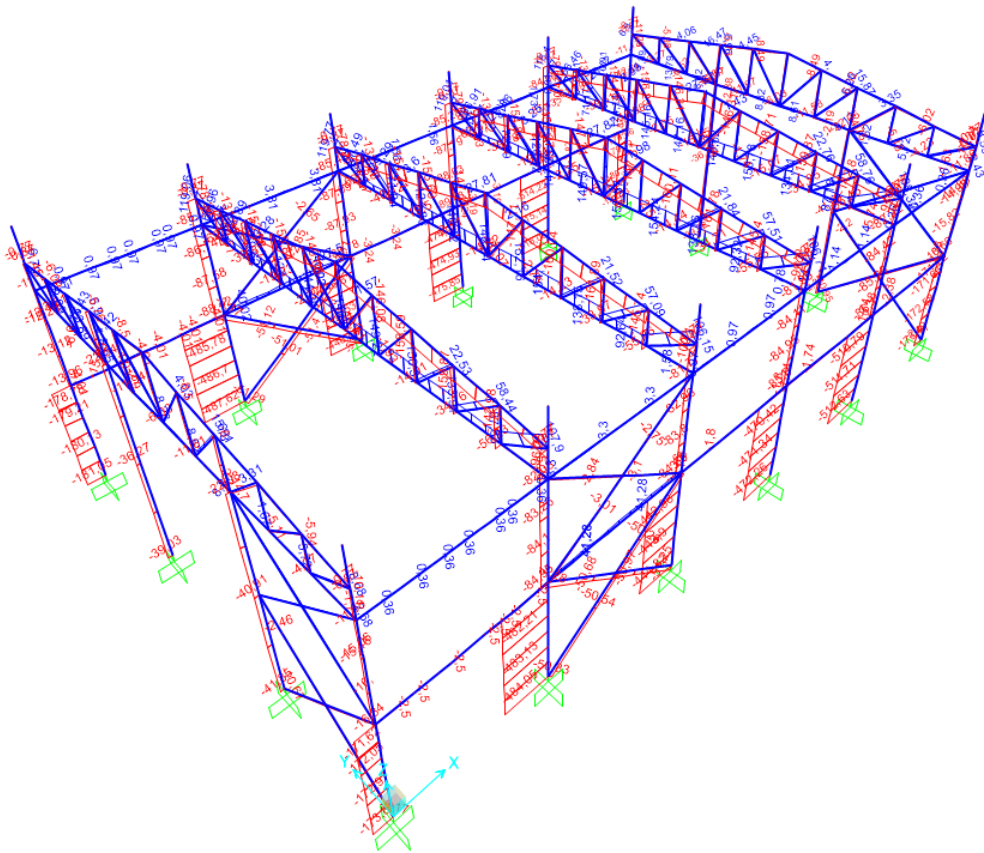
10 Resultater

Aksialkraft, skjærkraft- og bøyemomenter for lastkombinasjon 1, ligning 6.10 b er vist i figurene nedenfor, da det er denne kombinasjonen som er dimensjonerende for søylene. For andre elementer kan andre lastkombinasjoner gi større påvirkninger enn det som kommer frem av figurene.

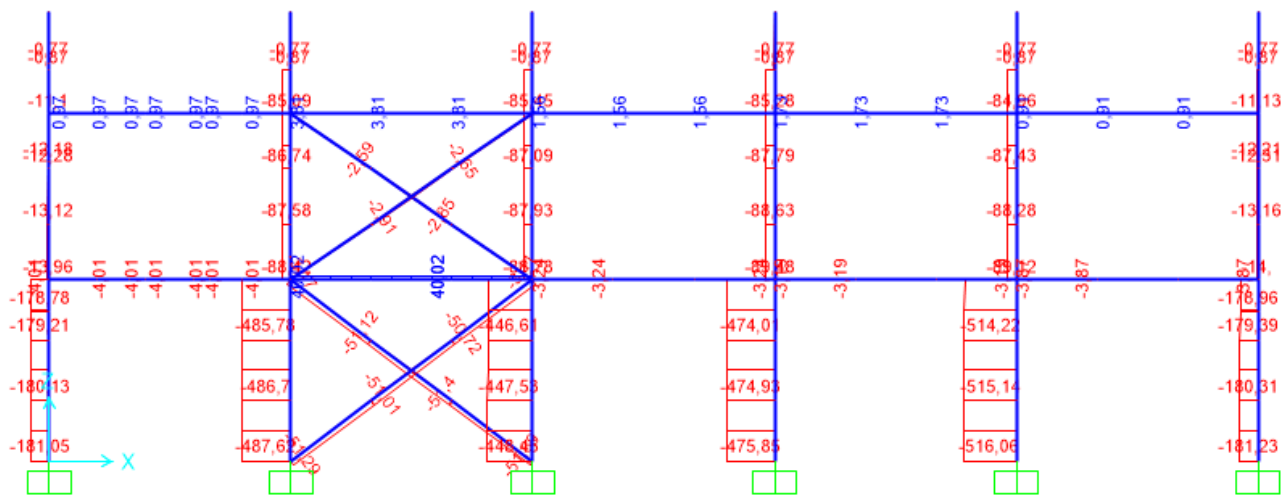
For enkelte konstruksjonsdeler er det også vedlagt detaljerte diagrammer fra SAP2000, som eksempelvis aksialkraft-, skjærkraft- og bøyemomentdiagrammer. Disse kan sees i vedlegg 3 og i vedlegg 4. Disse vedleggene viser maksimale krefter og momenter uavhengig av lastkombinasjon på de ulike elementene.

Nedbøyningskontroll er utført i henhold til bruksgrensetilstanden. Til slutt i kapittelet er de resulterende dimensjonene angitt i en tabell.

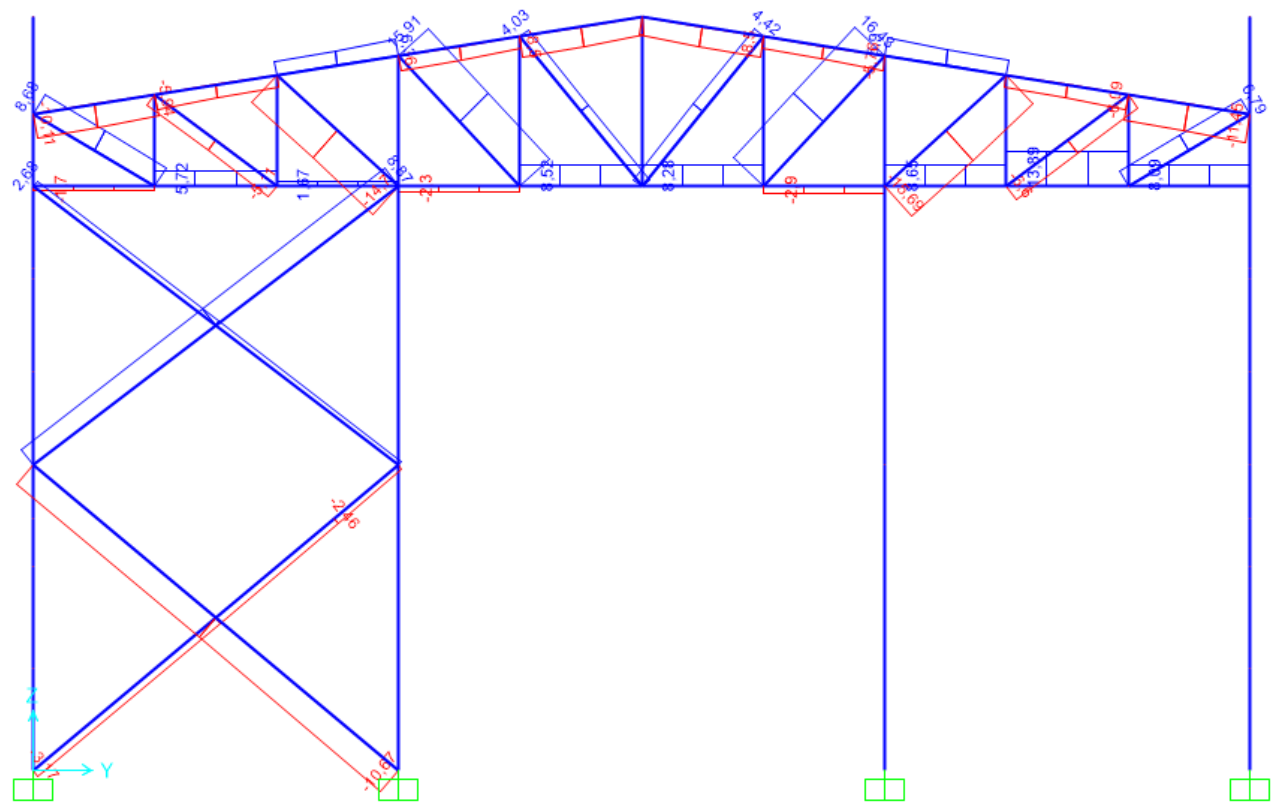
10.1 Aksialkrefter



Figur 39 – Aksialkrefter 3D

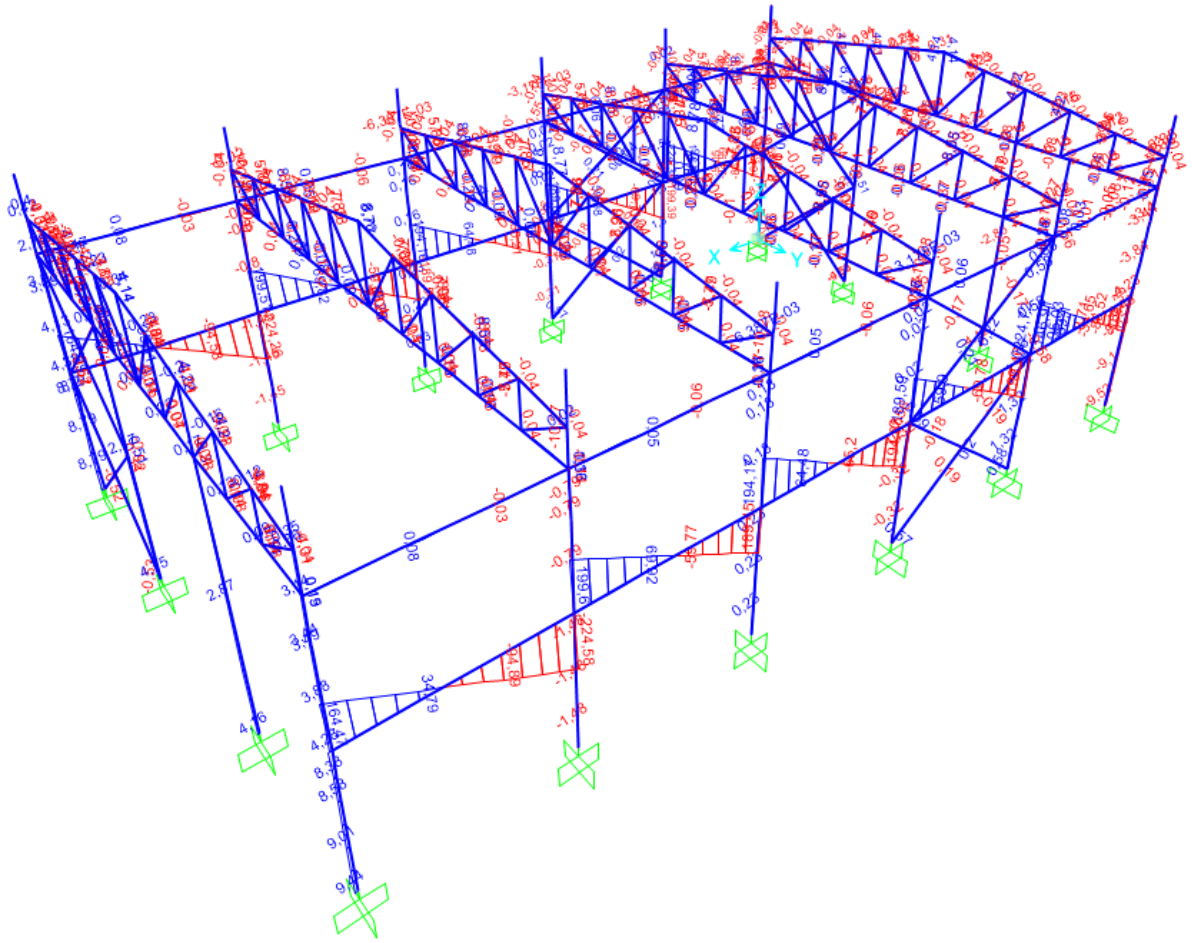


Figur 40 – Aksialkrefter på bygningens langside

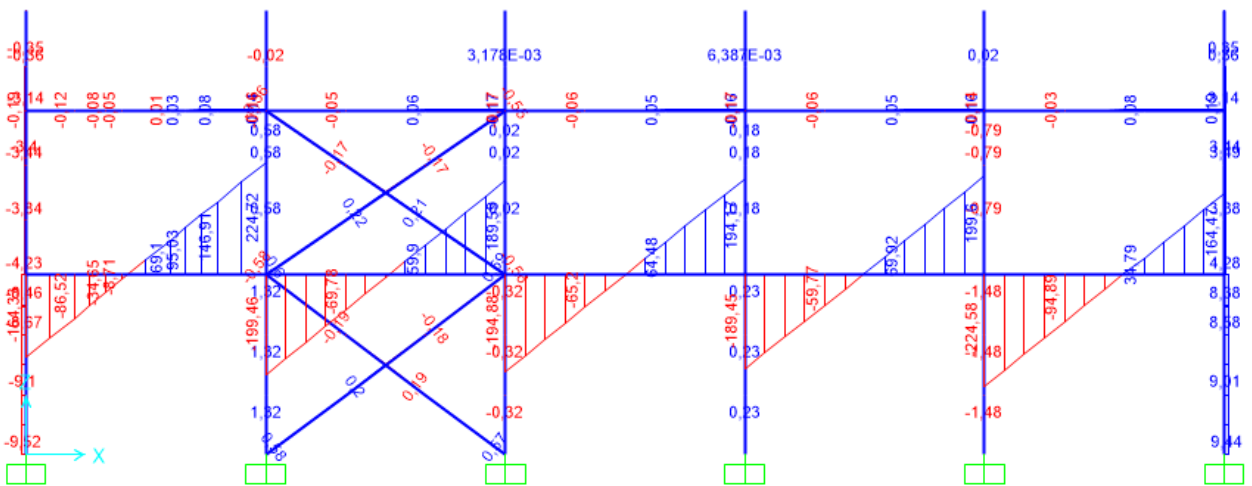


Figur 41 – Aksialkrefter på bygningens kortside

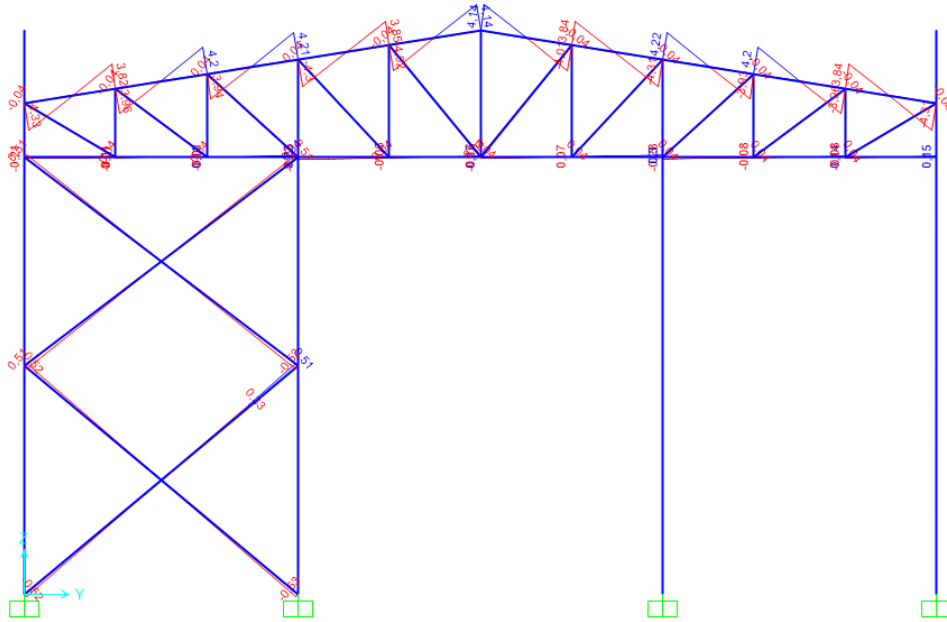
10.2 Skjærkrefter



Figur 42 – Skjærkrefter 3D



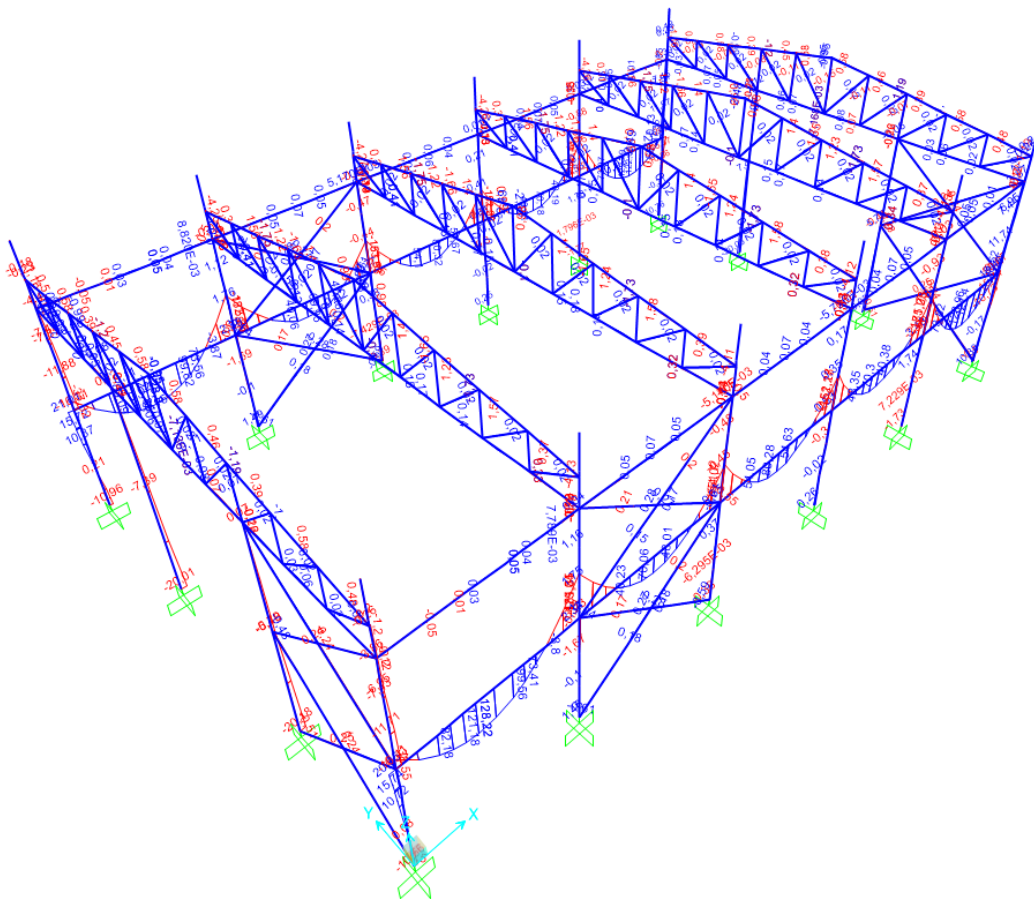
Figur 43 – Skjærkrefter på bygningen langside



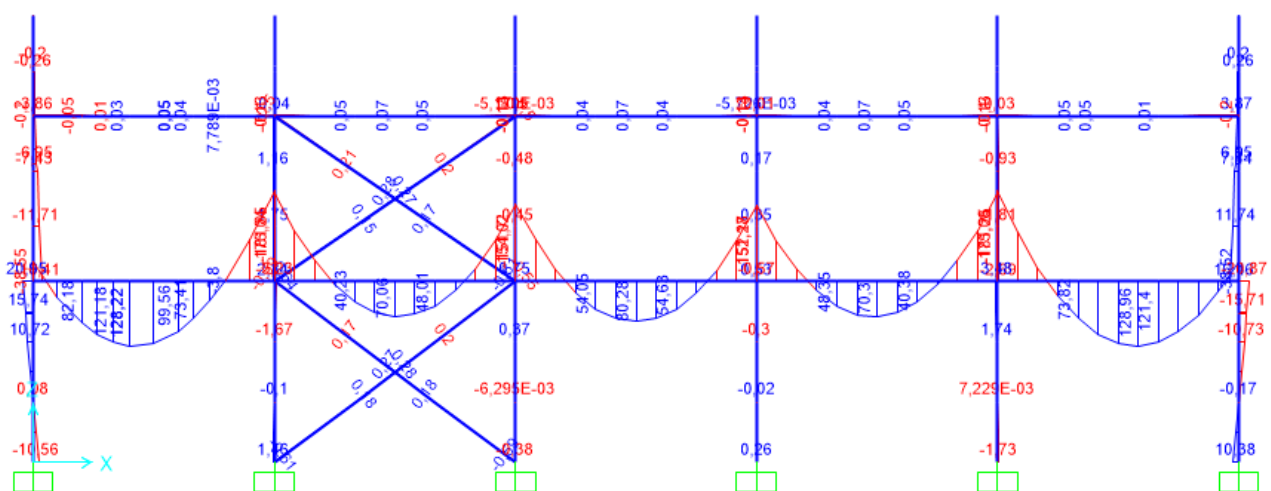
Figur 44 – Skjærkrefter på bygningen kortside

10.3 Bøyemomenter

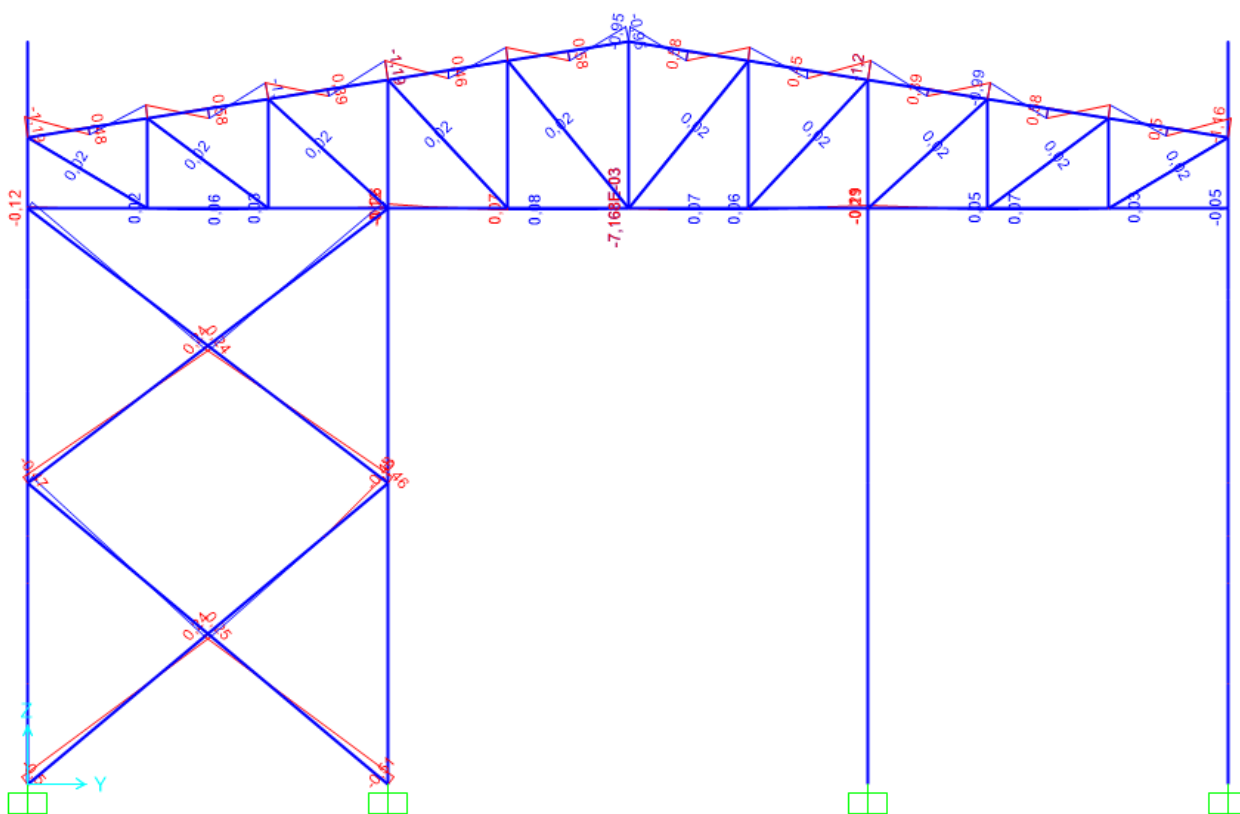
Bøyemoment om y-y akse:



Figur 45 – Bøyemoment om y-y akse 3D

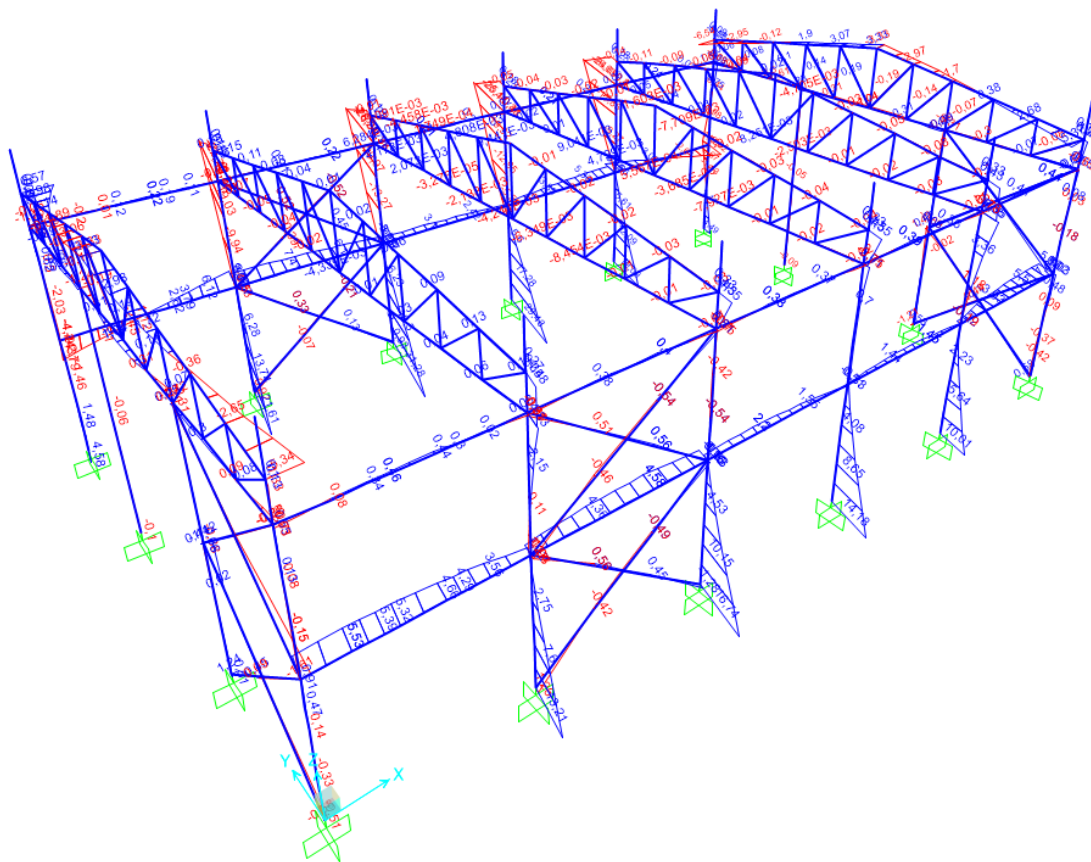


Figur 46 – Bøyemoment om y-y akse på bygningen langside

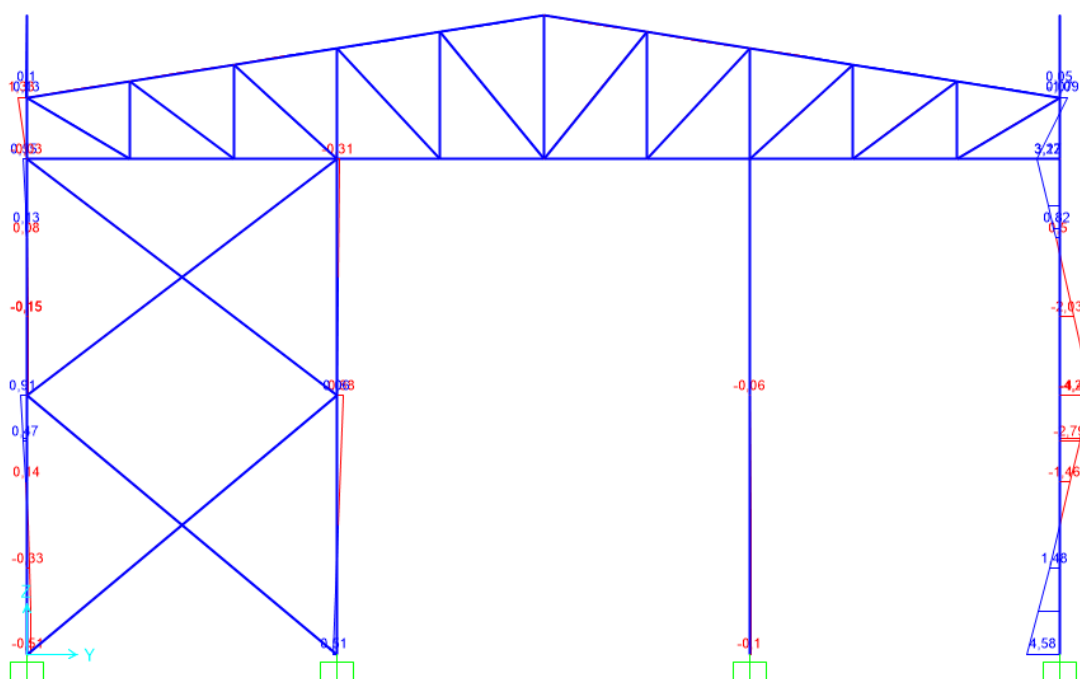


Figur 47 – Bøyemoment om y-y akse på bygningens kortside

Bøyemoment om z-z akse:



Figur 48 – Bøyemoment om z-z akse 3D

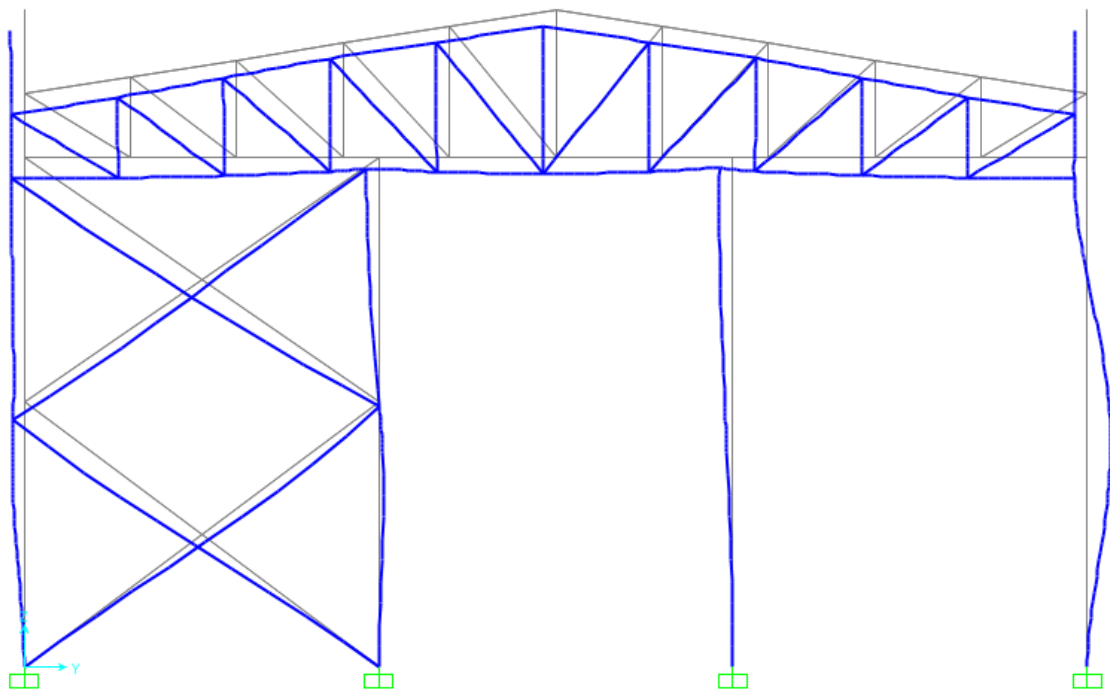


Figur 49 – Bøyemoment om z-z akse på bygningens kortside

10.4 Nedbøyningskontroll

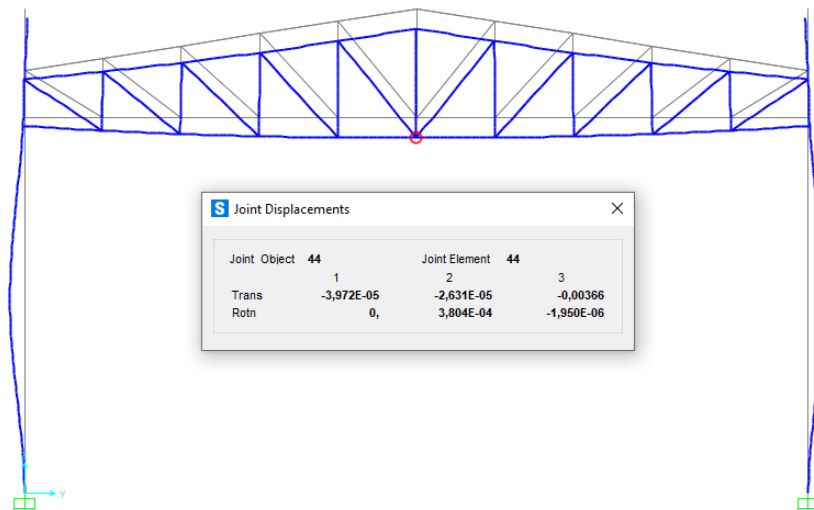
Som nevnt tidligere finnes største tillatte nedbøyningsverdier er gitt av tabell NA.A1(904) i nasjonalt tillegg i NS EN 1990. Denne tabellen er gjengitt i oppgaven som tabell 8 og av tabellen fremgår det at anbefalte største tillatte nedbøyningsverdier for tilnærmet permanent lastsituasjon er i intervallet mellom $L/200$ og $L/250$. I oppgaven har det blitt valgt den mest konservative verdien og dermed er maksimalt tillatt nedbøyning $L/250$.

Figur 50 viser et overordnet bilde av deformasjon for endeveggen. Det påpekes at forskyvningene er skalert og dermed er de visuelle forskyvningene større enn i virkeligheten.



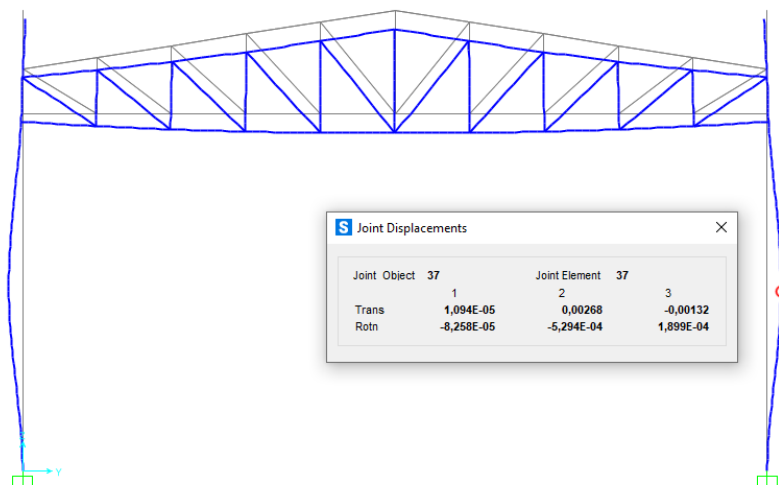
Figur 50 – Deformasjon

Bredden av bygget er 14,4m og for fagverkets undergurt blir dermed maksimal tillatt nedbøyning 0,0576m. Som figuren nedenfor viser så er forskyvningen i z-retning, som er nummerert 3 i skjermbildet mindre enn dette (0,00366m) og dermed er nedbøyningen innenfor kravet.



Figur 51 – Deformasjon undergurt

Det samme gjelder for søylen i figuren nedenfor. Denne er 9 meter høy og dermed blir maksimal tillatt nedbøyning 0,036meter. Figuren viser at forskyvningen er mindre enn dette og dermed innenfor kravet (0,00268).



Figur 52 – Deformasjon søyle

Ovenfor er det vist to eksempler på nedbøyningskontroll for konstruksjonen. Ingen av de andre delene av konstruksjonen oversteg maksimal tillatt nedbøyning og dermed er bygningen dimensjonert i henhold til bruksgrensetilstanden.

10.5 Dimensjoner på søyler og bjelker

Dersom man tar hensyn til laster, materialer, geometri og andre forutsetninger som er brukt i denne oppgaven kan bygningen ha dimensjonene som er gitt i tabell 16. Bygningen oppfyller da kravene til både bruddgrensetilstand (ULS) og bruksgrensetilstand (SLS).

Bygningsdel	Tverrsnittprofil
Søyler	RHS 200x200x8
Stav i vindkryss	SHS 70x70x8
Stav i fagverk	SHS 40x40x3
Bjelker mellom søyler, nedre	HEB 340
Bjelker mellom søyler, øvre	SHS 50x50x4
Fagverk overgurt	SHS 120x120x6
Fagverk undergurt	SHS120x120x6

Tabell 16 – Resulterende dimensjoner

11 Konklusjon og diskusjon

I en slik dimensjoneringsoppgave har man mange ulike valgmuligheter. Man kan eksempelvis variere hvilken type forbindelse det er mellom bjelker og søyler, og dette vil selvfølgelig endret resultatene. Man kunne også brukt en lavere eller høyere stål kvalitet enn S355.

Vi har valgt så rasjonelle og realistiske forutsetninger som mulig.

Blant utfordringene vi møtte på ved optimaliseringen var at ikke alle elementer av samme type fikk like høy utnyttingsgrad. Eksempelvis så fikk ikke alle stavnene i fagverket like høy utnyttingsgrad. Grunnen til dette er at tverrsnittet er det samme for alle stavnene og at de interne kreftene naturligvis varierer for de ulike stavnene. Det hadde vært mulig å få de samme utnyttingsgradene for alle stavnene ved for eksempel å ha mindre tverrsnitt på de stavnene med lavere interne krefter. På samme måte er utnyttingsfaktorene for undergurt i fagverket mye lavere enn for overgurt. Også her har vi benyttet samme dimensjoner på undergurt og overgurt. Dette er et bevisste valg for å gjøre det mer praktisk og det er vanlig å ha samme dimensjon for alle staver i fagverket og samme dimensjon for undergurt som overgurt.

Innledningsvis ble det diskutert hvilken programvare vi skulle benytte til analysen. Fra før hadde vi noe erfaring med Ansys. Programmet er ment for å gjøre en detaljert analyse på for eksempel en søyle-bjelkeforbindelse, eller andre mindre konstruksjonsdeler. Ansys har ikke innebygget dimensjoneringsstandarder slik som SAP2000 har. SAP2000 har også et relativt enkelt brukergrensesnitt og dermed konkluderte vi med å benytte SAP2000 for å utføre analysen ettersom programvaren er godt egnet til FEM-analyse av bygninger.

Underveis i oppgaven har vi vært kildekritiske og sjekket opp informasjon vi har brukt opp imot andre kilder i tillegg til de vi har benyttet. Dette er viktig i en oppgave som dette, da informasjonen som brukes er viktig for resultatene man får.

På forhånd hadde vi liten erfaring med bruk av SAP2000, men har underveis fått god hjelp og veiledning i bruk av programmet. Uansett nivå på brukerne bør det tas hensyn til at det kan ha oppstått feil ved utførelsen av analysen. Allikevel vurderer vi resultatene som å virke logiske og innenfor det man kan forvente med de lastene vi har beregnet og andre forutsetninger som er tatt.

Det har medgått mye tid til å tilegne seg kunnskap om programmet og sette seg inn i de ulike funksjonene som er tilgjengelig. I tillegg til dette har vi også i løpet av oppgaven fått mye kunnskap om dimensjonering av bygninger og teorien bak det. Dette har igjen medført at vi sitter igjen med et stort læringsutbytte av oppgaven.

12 Referanseliste

- [1] Standard Norge. (2016). *Eurokode: Grunnlag for prosjektering av konstruksjoner*. (NS-EN 1990:2002+A1:2005+NA:2016).
<https://www.standard.no/no/Nettbutikk/produktkatalogen/Produktpresentasjon/?ProductID=814830>
- [2] Standard Norge. (2009). *Eurokode 1: Laster på konstruksjoner – Del 1-4: Allmenne laster – Vindlaster*. (NS-EN 1991-1-4:2005+NA:2009).
<https://www.standard.no/no/Nettbutikk/produktkatalogen/Produktpresentasjon/?ProductID=392208>
- [3] Standard Norge. (2018). *Eurokode 1: Laster på konstruksjoner – Del 1-3: Allmenne laster – Snølaster*. (NS-EN 1991-1-3:2003+A1:2015+NA:2018).
<https://www.standard.no/no/Nettbutikk/produktkatalogen/Produktpresentasjon/?ProductID=1004200>
- [4] Standard Norge. (2015). *Eurokode 3: Prosjektering av stålkonstruksjoner – Del 1-1: Allmenne regler og regler for bygninger*. (NS-EN 1993-1-1:2005+A1:2014+NA:2015).
<https://www.standard.no/no/Nettbutikk/produktkatalogen/Produktpresentasjon/?ProductID=755703>
- [5] Standard Norge. (2015). *Eurokode 1: Laster på konstruksjoner – Del 1-1: Allmenne laster Tetthet, egenvekt, nyttelaster i bygninger*. (NS-EN 1991-1-1:2002+NA:2008).
<https://www.standard.no/no/Nettbutikk/produktkatalogen/Produktpresentasjon/?ProductID=755703>
- [6] Delong Metal. Hentet 05.03.2022 fra
<https://delongmetal.com/mobile/product/product/id/198>
- [7] Spenncon AS. Hentet 05.03.2022 fra
<https://spenncon.no/mobil/produkter/etasjeskiller/hd320/>

- [8] Larsen, P., Clausen, A., Aalberg, A., (1993). *Stålkonstruksjoner Profiler og formler (3 utg.)*. Fagbokforlaget.
- [9] Computers and Structures Inc. (2021). *Eurocode 3 - Steel Frame Design Manual for SAP2000*. Hentet fra dokumentasjonen i programvaren SAP2000.
- [10] ResearchGate. (2014). Hentet 13.02.2022 fra https://www.researchgate.net/figure/Types-of-element-used-in-volumetric-finite-element-modeling-of-solid-structures_fig24_292784007
- [11] AmesWeb. Hentet 13.03.2022 fra <https://amesweb.info/section/cross-sectional-area-calculator.aspx>
- [12] Wikipedia. (2018). Hentet 18.02.2022 fra https://no.wikipedia.org/wiki/Det_annet_arealmoment
- [13] Wikipedia. (2022). Hentet 14.13.2022 fra <https://en.wikipedia.org/wiki/Ductility>
- [14] Wikipedia. (2022) Hentet 02.04.2022 fra https://en.wikipedia.org/wiki/Stress%E2%80%93strain_curve
- [15] Beam to Column Connection. Hentet 24.03.2022 fra <https://sites.google.com/site/beamcolumnconn/types-of-joints>
- [16] Pavlou Dimitrios. (2015). *Essentials of the Finite Element Method* (1. utg.) Academic Press.
- [17] American Institute of Steel Construction. Hentet 02.04.2022 fra <https://www.aisc.org/globalassets/aisc/research-library/3d-fe-simulation-of-multi-tiered-braced-frames-stoakes-and-fahnestock.pdf>

13 Vedlegg

1. Sammendrag fra analyse av hjørnesøyle

Job Number _____
 Engineer _____

SAP2000

```

Eurocode 3-2005 STEEL SECTION CHECK      (Summary for Combo and Station)
Units : KN, m, C

Frame : 88      X Mid: 0,      Combo: K1,6.10b      Design Type: Column
Length: 1,2     Y Mid: 14,4     Shape: HFRHS 200x200x8      Frame Type: DCH-MRF
Loc : 0,       Z Mid: 1,8     Class: Class 1      Rolled : No

Country=Norway      Combination=Max of Eq. 6.10
Reliability=Class 2
Interaction=Method 2 (Annex B)      MultiResponse=Envelopes      P-Delta Done?
No
Consider Torsion? No

GammaM0=1,05      GammaM1=1,05      GammaM2=1,25
An/Ag=1,          RLLF=1,          PLLF=0,75      D/C Lim=0,95

Aeff=0,006      eNy=0,          eNs=0,
A=0,006         Iyy=3,781E-05     iyy=0,078      Wel,yy=3,781E-04      Weff,yy=
3,781E-04
It=5,662E-05     Iss=3,781E-05     iss=0,078      Wel,ss=3,781E-04      Weff,ss=
3,781E-04
Iw=0,          Iyz=0,          h=0,2          Wpl,yy=4,426E-04      Av,y=0,003
E=210000000,     fy=355000,       fu=510000,     Wpl,ss=4,426E-04      Av,ss=0,004

STRESS CHECK FORCES & MOMENTS
Location      Ned      Med,yy      Med,ss      Ved,s      Ved,y      Ted
0,           -181,563    0,208      1,276      -9,105     2,295     1,734

PMM DEMAND/CAPACITY RATIO      (Governing Equation EC3 6.3.3(4)-6.62)
D/C Ratio: 0,934 = 0,902 + 0,028 + 0,004 < 0,95      OK
              = Ned/(Chi_s NRk/GammaM1) + ksy (My,Ed+NEd eNy)/(Chi_LT
My,Rk/GammaM1)
              + kss (Ms,Ed+NEd eNs)/(Ms,Rk/GammaM1)      (EC3
6.3.3(4)-6.62)

AXIAL FORCE DESIGN
      Ned      Nc,Rd      Nt,Rd
      Force      Capacity      Capacity
Axial      -181,563    2077,257    2077,257

      Npl,Rd      Nu,Rd      Ncr,T      Ncr,TF      An/Ag
      2077,257    2256,077    371539,581    247,431     1,

Curve      Alpha      Ncr      LambdaBar      Phi      Chi      Nb,Rd
Major (y-y)      c      0,49      54426,736      0,2      0,52      1,      2077,06
MajorB(y-y)      c      0,49      54426,736      0,2      0,52      1,      2077,06
Minor (z-z)      c      0,49      247,431      2,969      5,586      0,097      201,333
MinorB(z-z)      c      0,49      2022,187      1,039      1,245      0,518      1075,806
Torsional TF      c      0,49      247,431      2,969      5,586      0,097      201,333

MOMENT DESIGN
      Med      Med, span      Mc,Rd      Mv,Rd      Mn,Rd      Mb,Rd
      Moment      Moment      Capacity      Capacity      Capacity      Capacity
Major (y-y)      0,208      10,877      149,649      149,649      149,649      149,649
Minor (z-z)      1,276      1,276      149,649      149,649      149,649

Curve      AlphaLT      LambdaBarLT      PhiLT      ChiLT      Iw      Mcr
LTB      d      0,76      0,282      0,571      0,937      0,      1976,102

Factors      kw      C1      C2      C3
1,      1,858      0,      0,946
sa      ss      sg      ss      sj
0,1      0,      0,1      0,      0,

Factors      kyy      kyz      kxy      kxz
0,608      0,272      0,365      0,454

      Ved      Vpl,Rd      Ved/Vpl.Rd      rho
  
```

SAP2000

Job Number _____
 Engineer _____

	Force	Capacity	Ratio	Factor	
Major (s)	9,105	689,6	0,013	1,	
Minor (y)	2,295	624,638	0,004	1,	
SHEAR DESIGN					
	Ved Force	Ted Torsion	Vc,Rd Capacity	Stress Ratio	Status Check
Major (s)	9,105	1,734	689,6	0,013	OK
Minor (y)	2,295	1,734	624,638	0,004	OK
	Vpl,Rd Capacity	Eta Factor	Lambdabar Ratio	Chi Factor	
Minor (y)	689,6	1,2	0,327	1,2	
Major (y)	624,638	1,2	0,	1,	

2. Sammendrag fra analyse av stav i fagverk

SAP2000

JOB Number: _____
 Engineer: _____

```

Eurocode 3-2005 STEEL SECTION CHECK      (Summary for Combo and Station)
Units : KN, m, C

Frame : 38      X Mid: 4,8      Combo: K2,6.10a      Design Type: Brace
Length: 1,806  Y Mid: 2,16     Shape: SHS40X40X3    Frame Type: DCH-MRF
Loc : 0,       Z Mid: 7,445     Class: Class 1      Rolled : Yes

Country=Norway      Combination=Max of Eq. 6.10
Reliability=Class 2
Interaction=Method 2 (Annex B)      MultiResponse=Envelopes      F-Delta Done?
No
Consider Torsion? No

GammaM0=1,05      GammaM1=1,05      GammaM2=1,25
An/Ag=1,          RLLF=1,          PLLF=0,75          D/C Lim=0,95

Aeff=4,340E-04    eNy=0,           eNs=0,
A=4,340E-04      Iyy=0,          iyy=0,015         Wel,yy=4,890E-06    Weff,yy=
4,890E-06
It=0,            Iss=0,          iss=0,015         Wel,ss=4,890E-06    Weff,ss=
4,890E-06
Iw=0,           Iys=0,          h=0,04            Wpl,yy=5,989E-06    Av,y=2,170E-04
E=210000000,     fy=355000,      fu=510000,        Wpl,ss=5,989E-06    Av,s=2,170E-04

STRESS CHECK FORCES & MOMENTS
Location          Med          Med,yy         Med,ss         Ved,s         Ved,y         Ted
0,                67,681       0,              0,             -0,044        0,            0,

PMM DEMAND/CAPACITY RATIO      (Governing Equation EC3 6.2.9.1(6n))
D/C Ratio:      0,461 = 0,461 < 0,95 OK
                = (NEd/NRd)      (EC3 6.2.9.1(6n))

AXIAL FORCE DESIGN

          Med          Nc,Rd          Nt,Rd
          Force      Capacity      Capacity
Axial    67,681      146,733      146,733

          Npl,Rd          Nu,Rd          Ncr,T          Ncr,TF          An/Ag
          146,733      159,365      28136,253      62,163          1,

          Curve Alpha          Ncr          LambdaBar          Phi          Chi          Nb,Rd
Major (y-y) a 0,21      62,163      1,574      1,884      0,343      50,292
MajorB(y-y) a 0,21      62,163      1,574      1,884      0,343      50,292
Minor (z-z) a 0,21      62,163      1,574      1,884      0,343      50,292
MinorB(z-z) a 0,21      62,163      1,574      1,884      0,343      50,292
Torsional TF a 0,21      62,163      1,574      1,884      0,343      50,292

MOMENT DESIGN

          Med          Med,span          Mc,Rd          Mv,Rd          Mn,Rd          Mb,Rd
          Moment      Moment          Capacity      Capacity      Capacity      Capacity
Major (y-y) 0,          0,02          2,025      2,025      1,405      2,025
Minor (z-z) 0,          0,          2,025      2,025      1,405

          Curve AlphaLT          LambdaBarLT          PhiLT          ChiLT          Iw          Mcr
LTB      d 0,76      0,261      0,557      0,953      0,          31,143

Factors          kw          C1          C2          C3
          1,          1,132      0,459      0,525
          sa          ss          sg          ss          sj
          0,02          0,          0,02          0,          0,

Factors          kyy          kys          ksy          kss
          0,95          0,6          0,57          1,

          Ved          Vpl,Rd          Ved/Vpl,Rd          rho
          Force      Capacity      Ratio          Factor
Major (z) 0,044      42,358      0,001          1,
Minor (y) 0,          42,358      0,          1,
  
```

SAP2000

JOB NUMBER _____
Engineer _____

SHEAR DESIGN

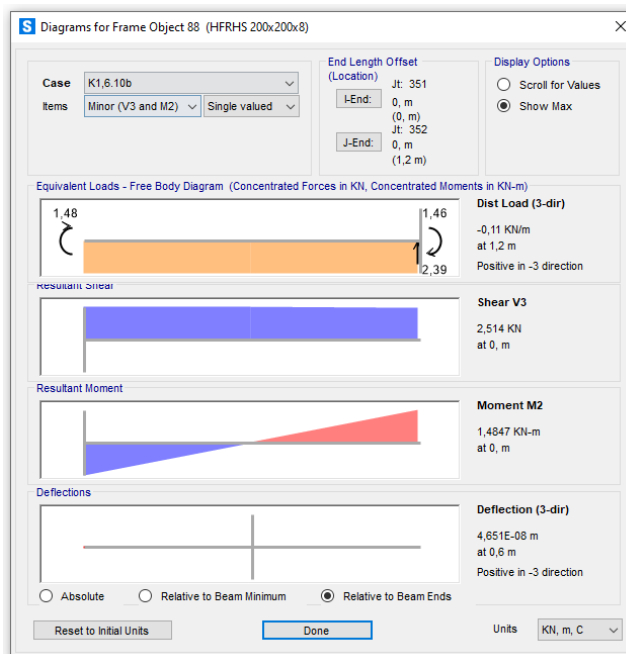
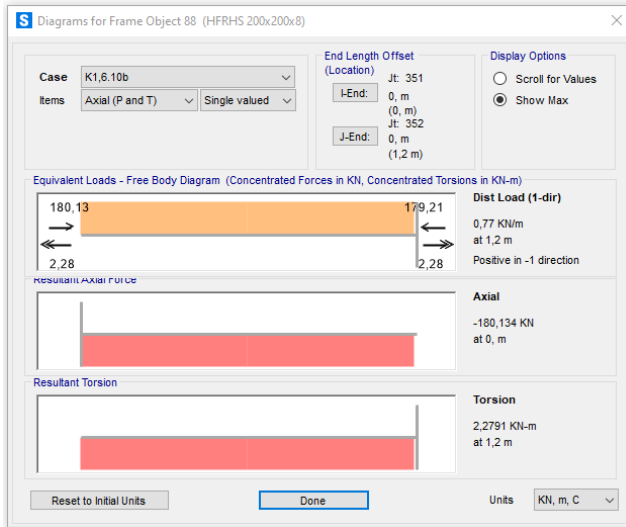
	Ved Force	Ted Torsion	Vc, Rd Capacity	Stress Ratio	Status Check
Major (m)	0,044	0,	42,358	0,001	OK
Minor (y)	0,	0,	42,358	0,	OK

	Vp1,Rd Capacity	Eta Factor	Lambdabar Ratio	Chi Factor
Minor (y)	42,358	1,2	0,161	1,2
Major (y)	42,358	1,2	0,	1,

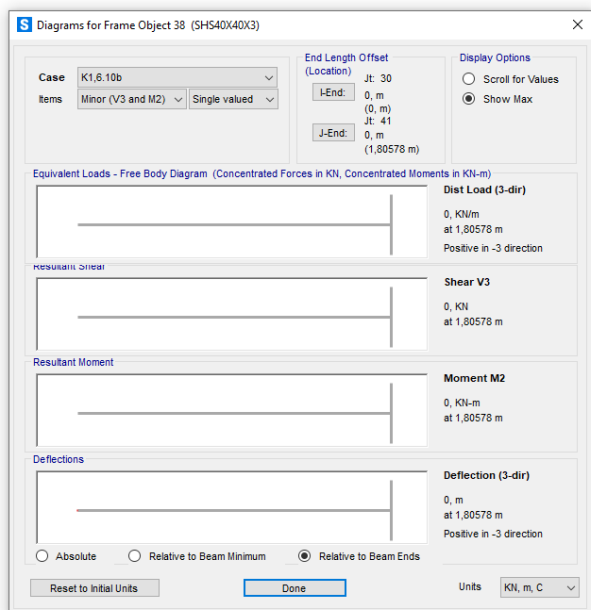
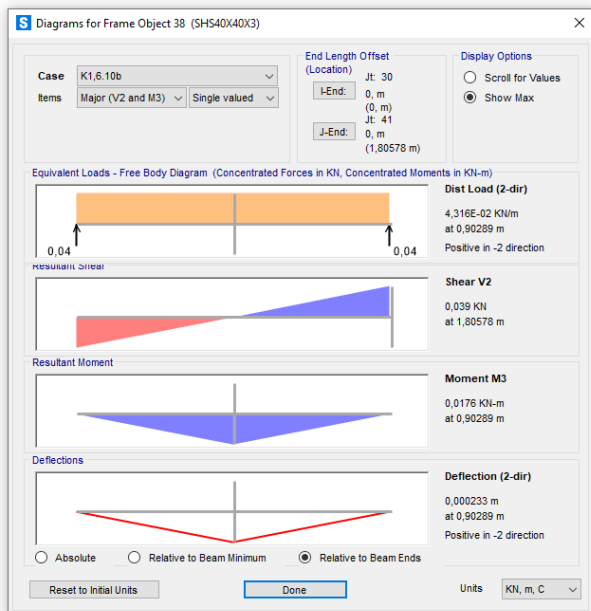
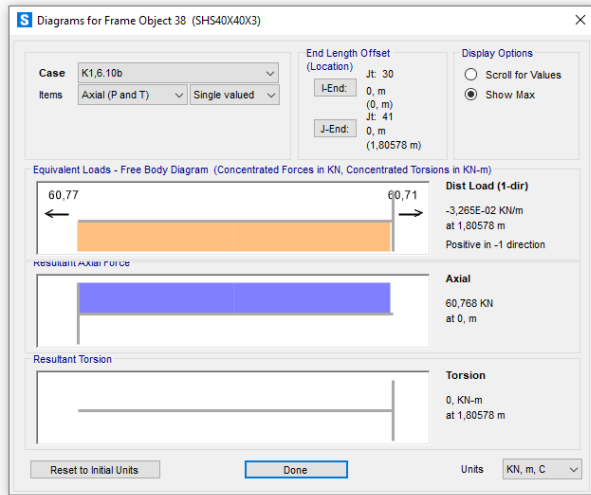
BRACE MAXIMUM AXIAL LOADS

	P Comp	P Tens
Axial	0,	67,681

3. Detaljer - Søyle



4. Detaljer - Stav i fagverk



5. Dimensjoner på bjelker

Frame Section Properties 01 - General

File View Edit Format-Filter-Sort Select Options

Units: As Noted

Filter:

	SectionName Text	Material Text	Shape Text	t3 m	t2 m	tf m	tw m	t2b m	tfb m	FilletRadius m
▶	HEB340	S355	Wide Flange	0,34	0,3	0,0215	0,012	0,3	0,0215	0,027
	HFRHS 200x200x8	S355	Box/Tube	0,2	0,2	0,008	0,008			0
	SHS120X120X6	S355	Box/Tube	0,12	0,12	0,006	0,006			0
	SHS40X40X3	S355	Box/Tube	0,04	0,04	0,003	0,003			0
	SHS50X50X3	S355	Box/Tube	0,05	0,05	0,003	0,003			0
	SHS70X70X8	S355	Box/Tube	0,07	0,07	0,008	0,008			0

6. Flytskjemaer for dimensjonering ihht. Eurocode 3. Hentet fra SAP2000 dokumentasjon

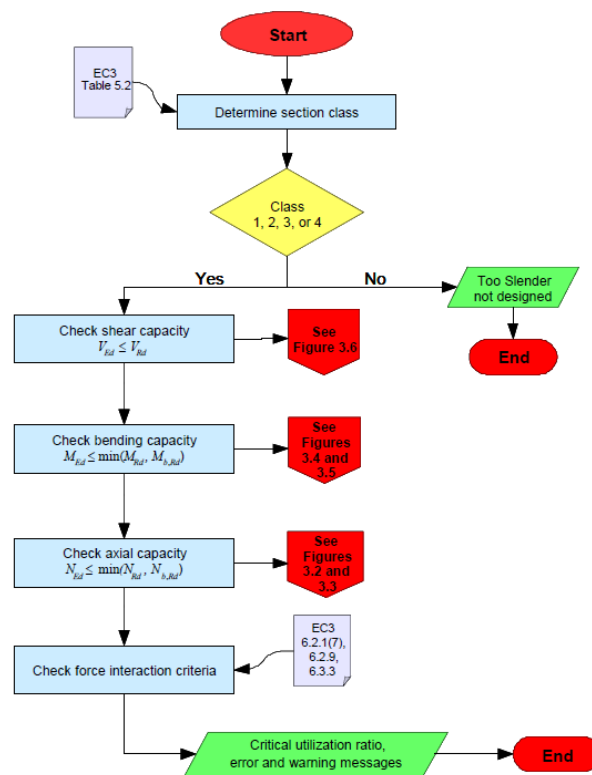


Figure 3-1 Member Design

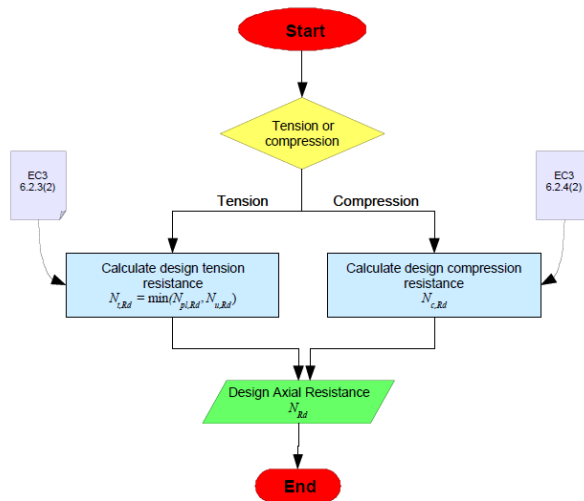


Figure 3-2 Design Axial Resistance

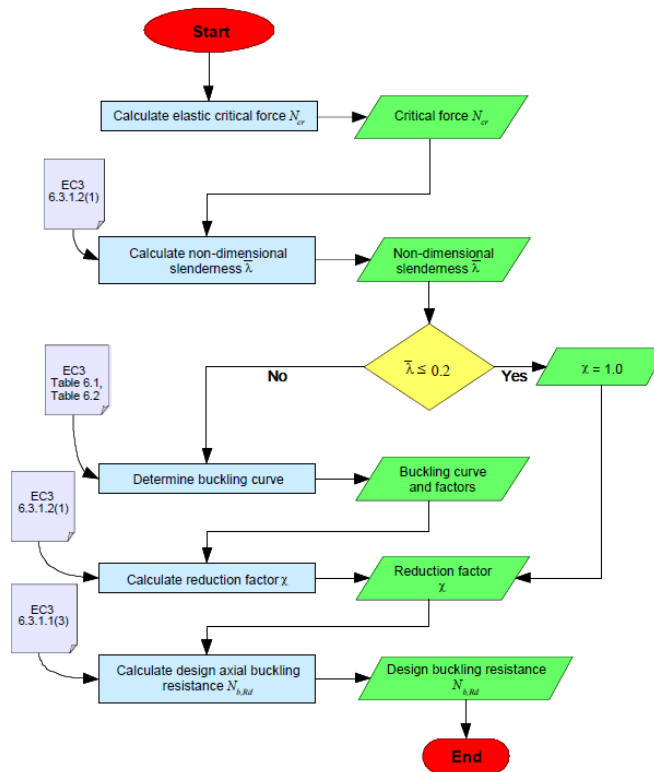


Figure 3-3: Design Axial Buckling Resistance

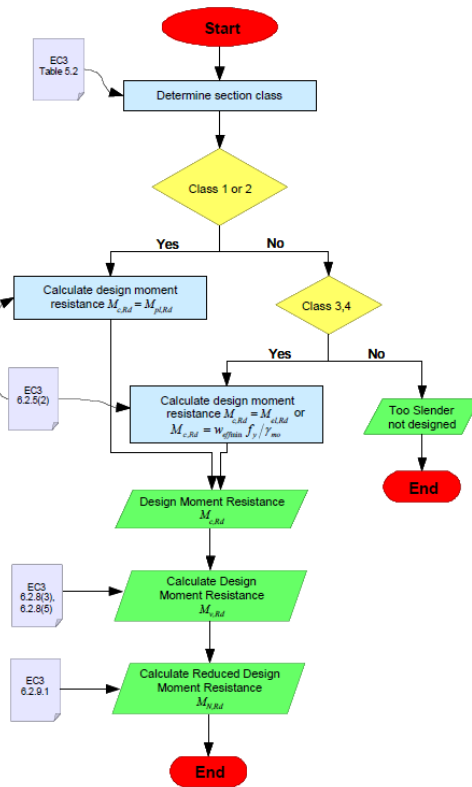


Figure 3-4: Design Moment Resistance

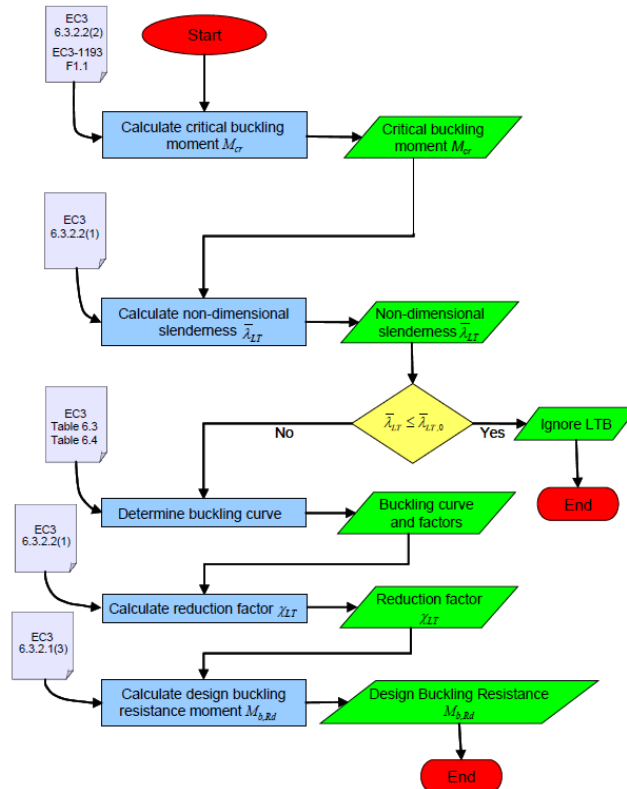


Figure 3-5: Design Buckling Resistance

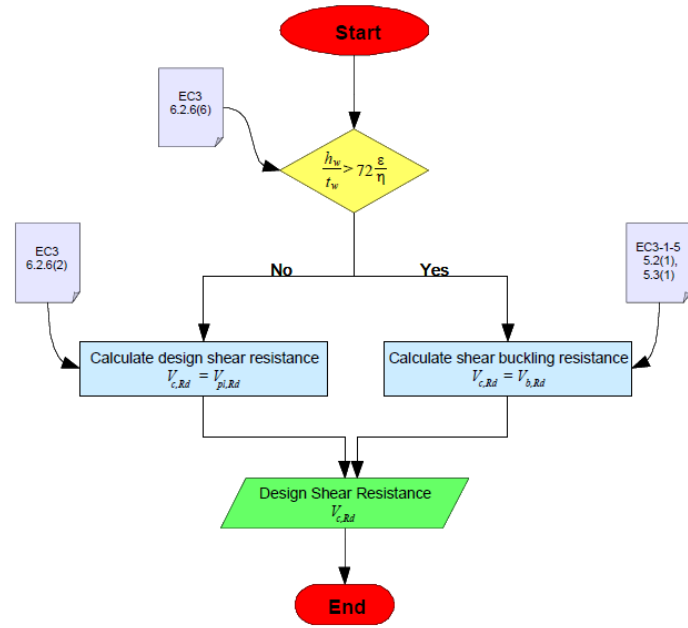
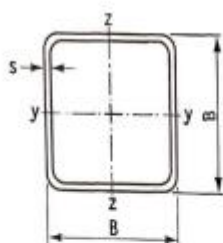


Figure 3-6: Design Shear Resistance

7. Hulprofiler [9]

TABELL 1.4 VARMFORMEDE KVADRATISKE HULPROFIL



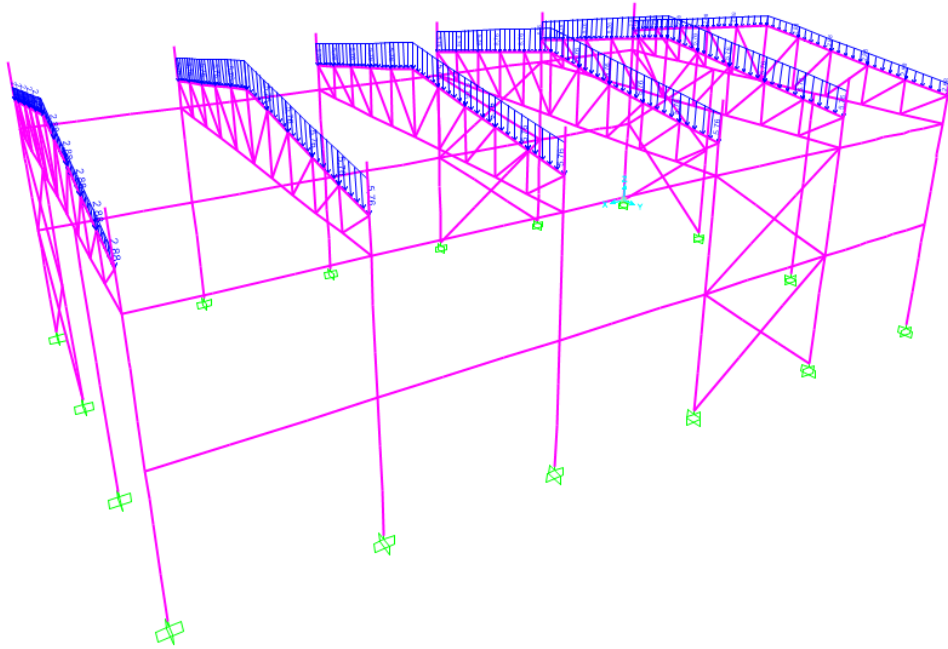
Dimensjoner etter NS-EN 10 210-2
Materiale etter NS-EN 10 210-1

Betegnelsen f.eks.: HFRHS-NS-EN 10 210 S 355 JOH 80 x 80 x4

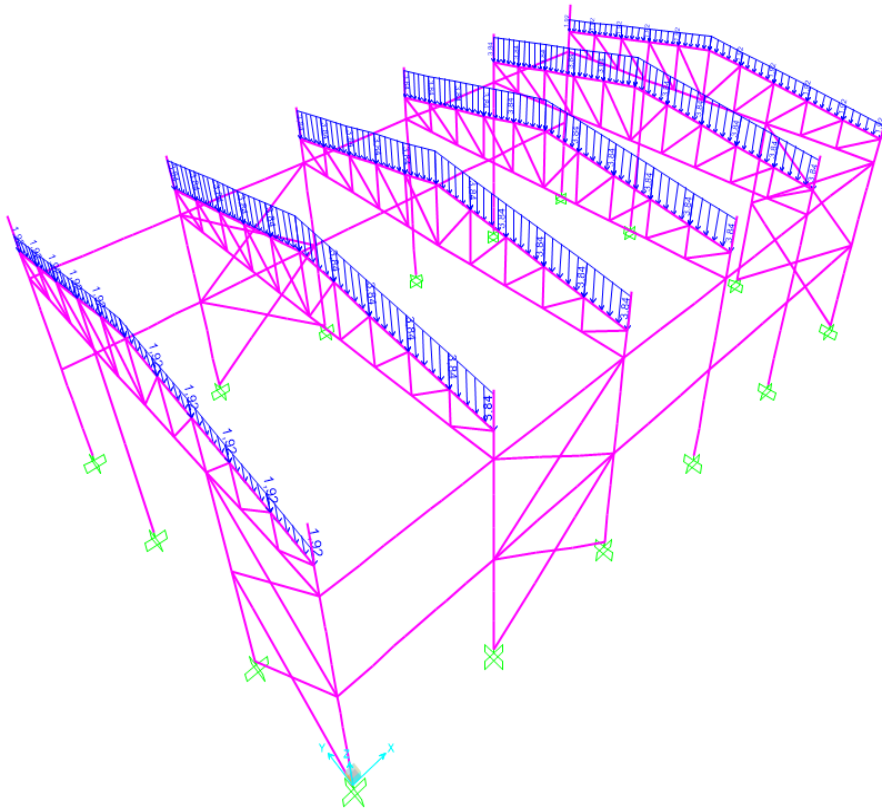
Dimensjoner		Masse kg/m	A	I	W	i	W _p	I _T
B mm	s mm		$\cdot 10^{-3}$ mm ²	$\cdot 10^{-6}$ mm ⁴	$\cdot 10^{-3}$ mm ³	mm	$\cdot 10^{-3}$ mm ³	$\cdot 10^{-6}$ mm ⁴
40	2,6	3,03	0,386	0,0894	4,47	15,2	5,39	0,140
	3,2	3,66	0,466	0,104	5,22	15,0	6,40	0,165
	4,0	4,46	0,568	0,121	6,07	14,6	7,61	0,195
50	3,2	4,66	0,594	0,216	8,62	19,1	10,4	0,338
	4,0	5,72	0,728	0,255	10,2	18,7	12,5	0,404
	5,0	6,97	0,888	0,296	11,9	18,3	14,9	0,476
60	3,2	5,67	0,722	0,387	12,9	23,1	15,3	0,601
	4,0	6,97	0,888	0,461	15,4	22,8	18,6	0,724
	5,0	8,54	1,09	0,544	18,1	22,4	22,3	0,863
80	3,6	8,59	1,09	1,06	26,5	31,1	31,3	1,64
	4,0	9,48	1,21	1,16	29,0	31,0	34,3	1,80
	5,0	11,7	1,49	1,39	34,7	30,5	41,7	2,17
	6,3	14,4	1,84	1,65	41,3	30,0	50,5	2,61
100	4,0	12,0	1,53	2,34	46,8	39,1	54,9	3,61
	5,0	14,8	1,89	2,83	56,6	38,7	67,1	4,39
	6,3	18,4	2,34	3,41	68,2	38,1	82,0	5,33
	8,0	22,9	2,91	4,08	81,5	37,4	99,9	6,46
	10,0	27,9	3,55	4,74	94,9	36,5	119	7,61
120	5,0	18,0	2,29	5,03	83,8	46,9	98,4	7,75
	6,3	22,3	2,85	6,10	102	46,3	121	9,49
	8,0	27,9	3,55	7,38	123	45,6	149	11,6
	10,0	34,2	4,35	8,70	145	44,7	173	13,8
140	5,0	20,9	2,66	8,01	114	54,9	134	12,5
	6,3	26,0	3,31	9,74	139	54,2	165	15,5
	8,0	32,4	4,13	11,8	168	53,4	202	19,0
150	5	22,5	2,86	9,94	133	58,9	155	15,6
	6,3	28,0	3,56	12,1	162	58,3	191	19,2
	8	34,9	4,45	14,7	196	57,5	234	23,6
160	6,3	29,9	3,80	14,9	186	62,4	218	23,4
	8,0	37,4	4,70	18,1	226	61,6	269	28,9
	10,0	45,7	5,85	21,5	269	60,6	325	34,9
180	6,3	33,9	4,32	21,5	239	70,6	280	33,8
	8,0	42,5	5,41	26,3	293	69,8	346	41,8
	10,0	52,2	6,65	31,5	350	68,8	419	50,7
200	6,3	37,8	4,82	29,9	299	78,8	348	46,7
	8,0	47,5	6,05	36,8	368	78,0	432	58,1
	10,0	58,5	7,45	44,2	442	77,0	526	70,6
250	6,3	47,7	6,08	59,8	479	99,2	554	92,7
	8,0	60,0	7,65	74,0	592	98,4	690	116
	10,0	74,2	9,45	89,7	718	97,4	845	142
300	10,0	89,9	11,4	159	1061	118	1238	249

8. Laster fra SAP2000

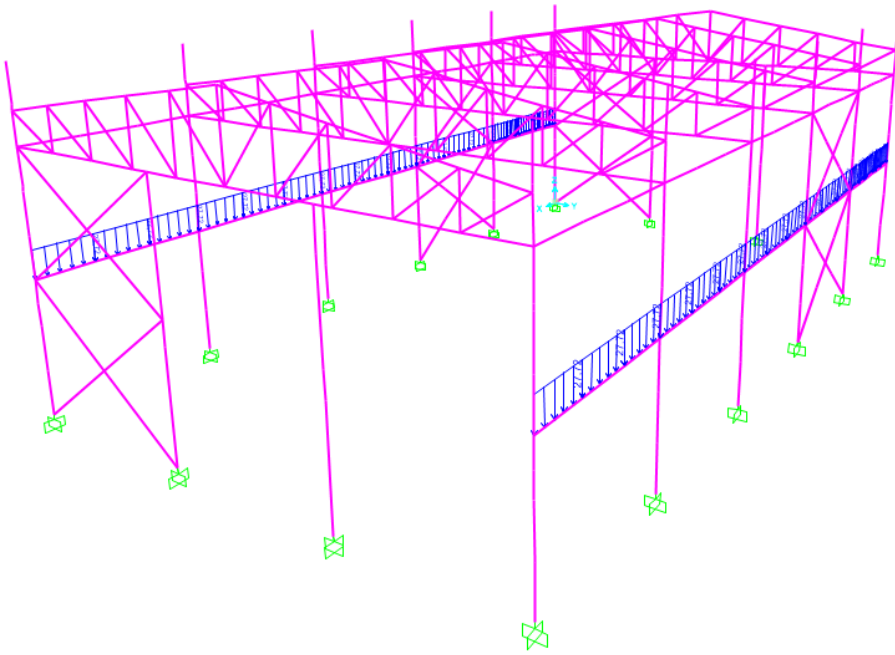
Snølast:



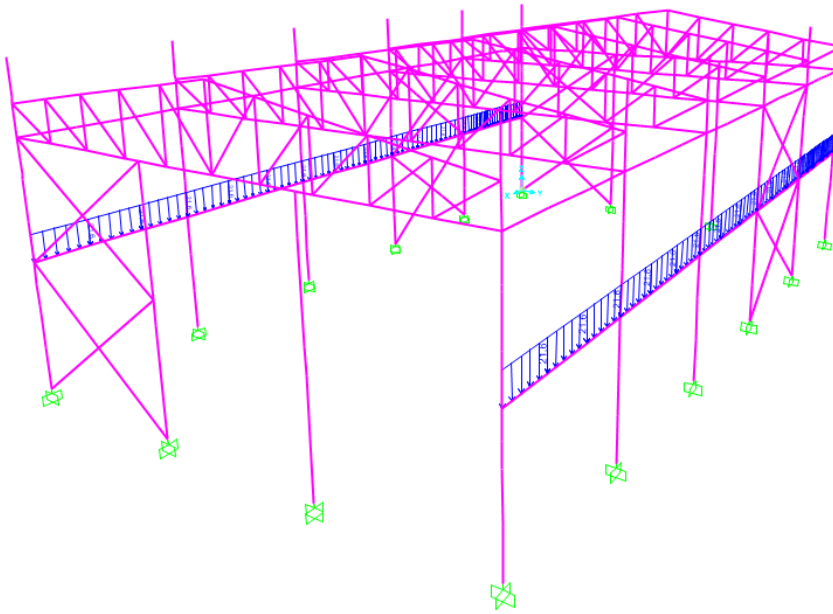
Egenvekt tak:



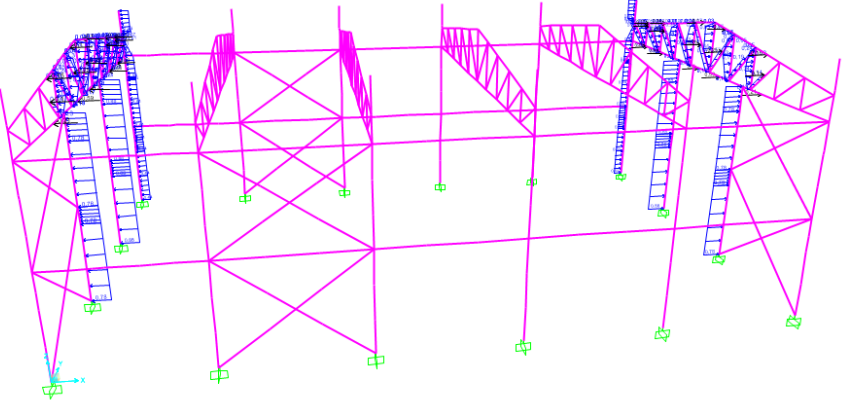
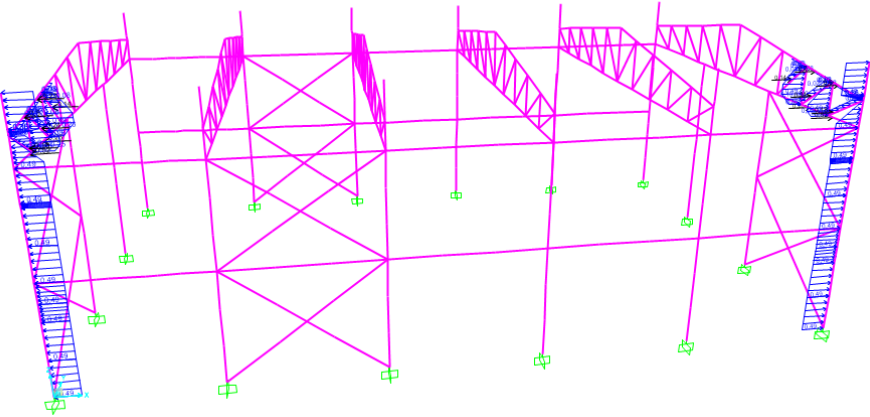
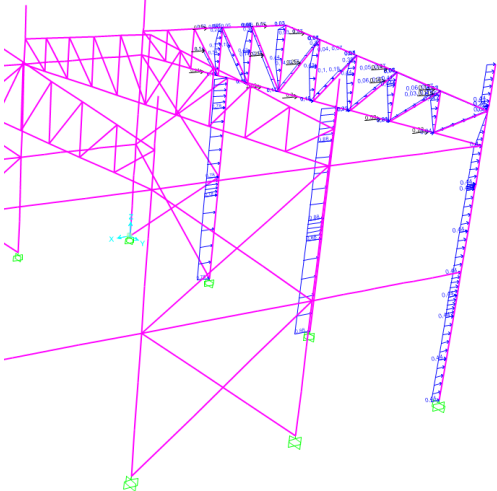
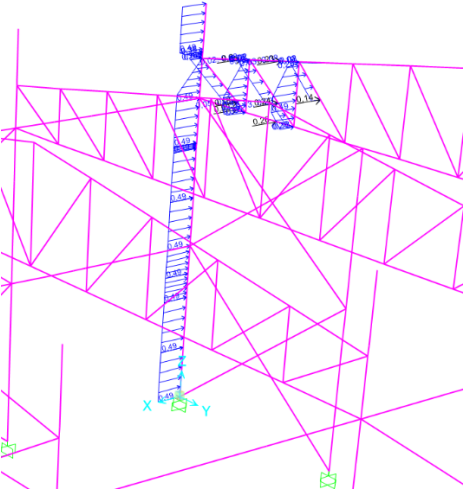
Egenvekt etasjeskillet

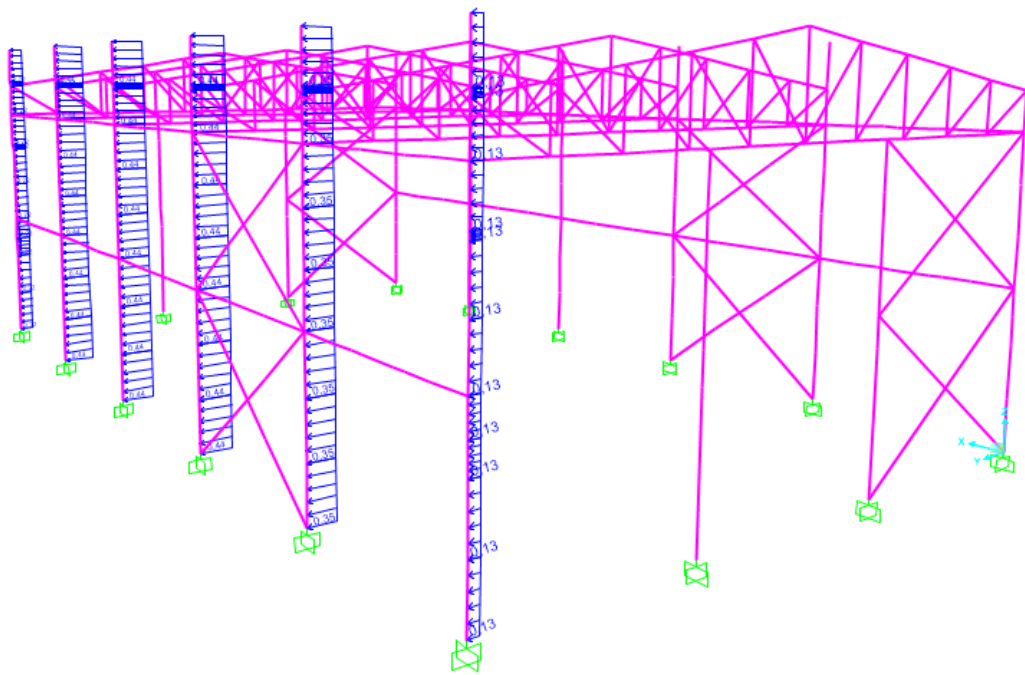
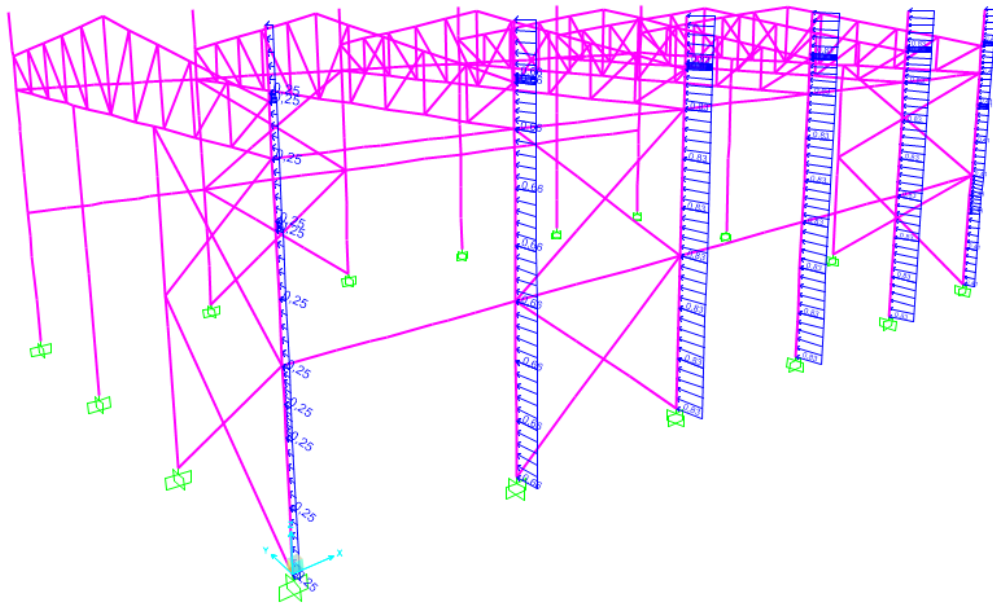


Variabel last som følge av personer osv:

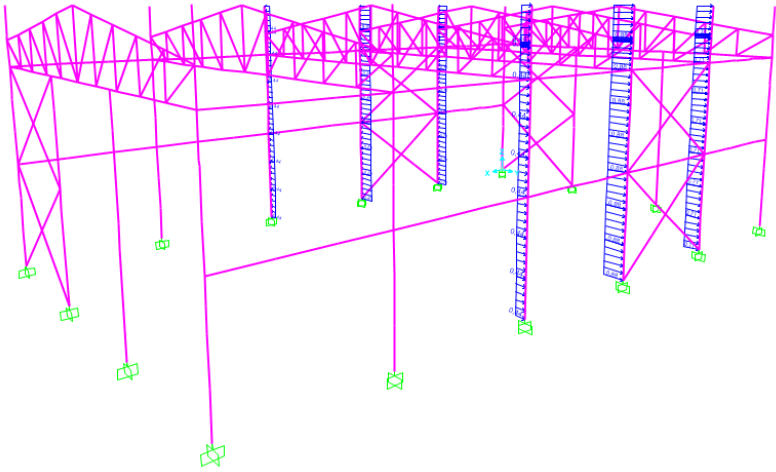
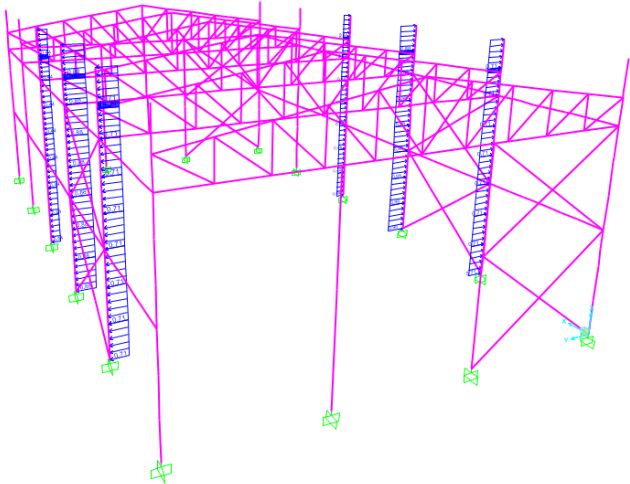
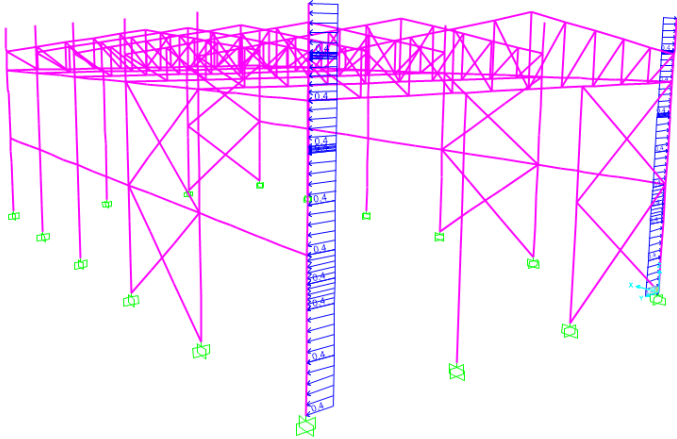


Vindlaster kombinasjon 1:





Vindlaster kombinasjon 2:



9. Lastfaktorer for ulike lastkombinasjoner

K1, 6.10a:

Define Combination of Load Case Results

Load Case Name	Load Case Type	Mode	Scale Factor
Egenvekt dekke	Linear Static		1,35
Egenvekt dekke	Linear Static		1,35
DEAD	Linear Static		1,35
Snølast	Linear Static		1,05
Variabel	Linear Static		1,05
Vind_A Case 1	Linear Static		0,9
Vind_B Case 1	Linear Static		0,9
Vind_D Case 1	Linear Static		0,9
Vind_E Case 1	Linear Static		0,9

Define Combination of Load Case Results

Load Case Name	Load Case Type	Mode	Scale Factor
DEAD	Linear Static		1,35
DEAD	Linear Static		1,35
Snølast	Linear Static		1,05
Variabel	Linear Static		1,05
Vind_A Case 1	Linear Static		0,9
Vind_B Case 1	Linear Static		0,9
Vind_D Case 1	Linear Static		0,9
Vind_E Case 1	Linear Static		0,9
TAK	Linear Static		1,35

K1, 6.10b:

Define Combination of Load Case Results

Load Case Name	Load Case Type	Mode	Scale Factor
Egenvekt dekke	Linear Static		1,2
Egenvekt dekke	Linear Static		1,2
DEAD	Linear Static		1,2
Snølast	Linear Static		1,05
Variabel	Linear Static		1,5
Vind_A Case 1	Linear Static		0,9
Vind_B Case 1	Linear Static		0,9
Vind_D Case 1	Linear Static		0,9
Vind_E Case 1	Linear Static		0,9

Define Combination of Load Case Results

Load Case Name	Load Case Type	Mode	Scale Factor
DEAD	Linear Static		1,2
DEAD	Linear Static		1,2
Snølast	Linear Static		1,05
Variabel	Linear Static		1,5
Vind_A Case 1	Linear Static		0,9
Vind_B Case 1	Linear Static		0,9
Vind_D Case 1	Linear Static		0,9
Vind_E Case 1	Linear Static		0,9
TAK	Linear Static		1,2

K2, 6.10a:

Define Combination of Load Case Results

Load Case Name	Load Case Type	Mode	Scale Factor
DEAD	Linear Static		1,35
DEAD	Linear Static		1,35
Egenvekt dekke	Linear Static		1,35
Snølast	Linear Static		1,05
Variabel	Linear Static		1,05
Vind_A Case 2	Linear Static		0,9
Vind_B Case 2	Linear Static		0,9
Vind_C Case 2	Linear Static		0,9
Vind_D Case 2	Linear Static		0,9

Define Combination of Load Case Results

Load Case Name	Load Case Type	Mode	Scale Factor
Snølast	Linear Static		1,05
Snølast	Linear Static		1,05
Variabel	Linear Static		1,05
Vind_A Case 2	Linear Static		0,9
Vind_B Case 2	Linear Static		0,9
Vind_C Case 2	Linear Static		0,9
Vind_D Case 2	Linear Static		0,9
Vind_E Case 2	Linear Static		0,9
TAK	Linear Static		1,35

K2, 6.10b:

Define Combination of Load Case Results

Load Case Name	Load Case Type	Mode	Scale Factor
DEAD	Linear Static		1,2
DEAD	Linear Static		1,2
Egenvekt dekke	Linear Static		1,2
Snølast	Linear Static		1,05
Variabel	Linear Static		1,5
Vind_A Case 2	Linear Static		0,9
Vind_B Case 2	Linear Static		0,9
Vind_C Case 2	Linear Static		0,9
Vind_D Case 2	Linear Static		0,9

Define Combination of Load Case Results

Load Case Name	Load Case Type	Mode	Scale Factor
Snølast	Linear Static		1,05
Snølast	Linear Static		1,05
Variabel	Linear Static		1,5
Vind_A Case 2	Linear Static		0,9
Vind_B Case 2	Linear Static		0,9
Vind_C Case 2	Linear Static		0,9
Vind_D Case 2	Linear Static		0,9
Vind_E Case 2	Linear Static		0,9
TAK	Linear Static		1,2