



Universitetet
i Stavanger

FAKULTET FOR UTDANNINGSVITENSKAP OG HUMANIORA

MASTEROPPGAVE

Studieprogram:
Masterprogram i utdanningsvitenskap,
matematikkdidaktikk.

Vårsemesteret, 2022

Forfatter: Maren Nygaard Nes

Veileder: Raymond Bjuland

Tittel på masteroppgaven: Elevers problemløsningsstrategier gjennom dialog i et tenkende klasserom

Engelsk tittel: Pupils' problem-solving strategies through dialogues in a thinking classroom

Emneord:
Problemløsning, problemløsningsstrategier,
tenkende klasserom, dialogiske ytringer,
scaffolding

Antall ord: 22424

Antall vedlegg/annet: 28397

Stavanger, 1. juni 2022
dato/år

Forord

Denne masteroppgaven representerer den siste delen av min 5-årige lærerutdanning. Etter fem fine år som student ser jeg veldig frem til å komme i jobb og få bruk for alt jeg har lært i løpet av studietiden min. Jeg bestemte meg allerede fjerde år at jeg ønsket å skrive en masteroppgave som handlet om problemløsning. Det var et tema jeg interesserte meg veldig for og har tenkt vil være nødvendig å ha mer kunnskap om med tanke på at jeg nå skal bli matematikklærer. Prosessen med å skrive en masteroppgave har vært en lang og utfordrende prosess som har bydd på både oppturer og nedturer.

Jeg vil gi en stor takk til min veileder, Raymond Bjuland, for alt du har hjulpet meg med i arbeidet. Takk for alle gode og konkrete tilbakemeldinger og oppmuntringer til å stå på under denne prosessen. Og takk til mine medstudenter Line og Teodor for godt samarbeid under datainnsamling og transkripsjon.

Helt til slutt vil jeg rette en takk til mine venner og familie som har støttet og motivert meg gjennom hele studieløpet og spesielt dette siste året med masterskriving. Og en ekstra takk til min samboer for tålmodighet og støtte.

Sammendrag

Dette er en kvalitativ case-studie som har utgangspunkt i et tenkende klasserom, hvor elever arbeider med problemløsning i grupper på tre og tre på vertikale whiteboard-tavler. Studien har sett nærmere på dialogene elevene har for å finne problemløsningsstrategier til å ta i bruk under arbeid med problemløsning i et tenkende klasserom.

Studien har utgangspunkt i følgende forskningsspørsmål:

Hvilke problemløsningsstrategier tar elever i bruk i arbeid i et tenkende klasserom og hvordan kommer de frem til de strategiene de bruker?

Studiens empiri bygger på videoobservasjon av vilkårlige elevgrupper og lydopptak av lærer gjennom hele undervisningsøktene. Det er også foretatt intervju av lærer både før og underveis i observasjonsperioden, i tillegg til gruppeintervjuer av elever i etterkant av undervisningsøkt. Det er også tatt bilder av elevenes arbeid på deres vertikale tavler.

Denne studien belyser et sosiokulturelt læringsperspektiv, hvor dialoger står sentralt for å løse problem. Søkelyset ligger på hvilke problemløsningsstrategier elever tar i bruk og hvordan de bruker hverandres vertikale whiteboard-tavler i klasserommet for å løse de ulike problemene.

Studiens analyser viser at elevene bidrar i samtalen med støttende ytringer i problemløsningsarbeidet og bygger på hverandres ideer. Det kan se ut som elevene driver *scaffolding* under arbeidet i elevgruppene. Elevene tar i bruk ulike problemløsningsstrategier under arbeidet, men særlig spørsmål som problemløsningsstrategi er fremtredende. Elevene viser og at de bruker den tilgjengelige kunnskapen i klasserommet ved å se på hverandres tavler og diskutere sammen med andre grupper for å finne løsninger.

Innholdsfortegnelse

Forord	III
Sammendrag	IV
Oversikt over figurer	VIII
Oversikt over tabeller	IX
1 Innledning	1
1.1 Bakgrunn for studien.....	1
1.2 Formål og forskningsspørsmål	2
1.3 Studiens oppbygning.....	3
2 Teoretisk bakgrunn	4
2.1 Sosiokulturell læringsteori	4
2.2 Dialogisk undervisning	6
2.3 Problemløsning	9
2.3.1 Hva er et matematisk problem?	10
2.3.2 Ulike problemløsningsmodeller	14
2.3.3 Problemløsningsstrategier	15
2.4 Tenkende klasserom	17
2.5 Matematisk fokus.....	21
2.5.1 Funksjonsbegrepet.....	21
3 Metode	23
3.1 Kvalitativ casestudie.....	23
3.2 Valg av informanter	23
3.3 Innsamling av data	24
3.3.1 Datainnsamling.....	24
3.3.2 Intervju som metode.....	25
3.3.3 Observasjon som metode	26
3.3.4 Forskerrollen	28
3.4 Studiens datamateriale	28
3.4.1 Oversikt over datamaterialet	28
3.4.2 Transkripsjon.....	31
3.4.3 Tilnærming til empirisk material	31
3.4.4 Udfordringer ved identifisering av dialogiske ytringer	33
3.5 Studiens kvalitet.....	34
3.5.1 Generaliserbarhet	34
3.5.2 Reliabilitet	34
3.5.3 Validitet	34
3.6 Forskningsetikk.....	34
3.6.1 Meldeplikt	35
3.6.2 Frivillig og informert samtykke.....	35
3.6.3 Konfidensialitet	36

4 Resultater.....	37
4.1 Hund og ballong-oppgaven	37
4.1.1 Elevstrategier hos gruppe 1	38
4.1.2 Tavlebruk hos gruppe 1	42
4.1.3 Strategier hos andre grupper i arbeid med problemløsning	42
4.2 Tacocart-oppgaven	44
4.2.1 Elevstrategier hos gruppe 2	45
4.2.2 Tavlebruk hos gruppe 2	48
4.2.3 Strategier hos andre grupper i arbeid med tacocart-oppgaven	49
4.3 Playing catchup-oppgaven	51
4.3.1 Elevstrategier hos gruppe 3	52
4.3.2 Tavlebruk hos gruppe 3	53
4.3.3 Strategier hos andre grupper i arbeid med playing catchup-oppgaven	55
4.4 Oversikt over resultater	56
4.4.1 Funn fra hund og ballong-oppgaven	56
4.4.2 Funn fra tacocart-oppgaven	57
4.4.3 Funn fra playing catchup-oppgaven	58
5 Diskusjon.....	59
5.1 Problemløsningsstrategier	59
5.1.1 Visualisering og modellering	59
5.1.2 Monitorering og spørsmål	60
5.2 Kunnskapsmobilitet	61
5.3 <i>Scaffolding</i> i tenkende klasserom	62
6 Konklusjon	65
6.1 Svar på forskningsspørsmål	65
6.2 Studiens begrensninger	66
6.3 Implikasjoner for videre forskning	66
7 Referanseliste.....	68
Vedlegg 1: Informasjonsskriv til foresatte	72
Vedlegg 2: Informasjonsskriv til lærer	75
Vedlegg 3: Meldeskjema NSD	78
Vedlegg 4: Melding fra NSD	85
Vedlegg 5: Intervjuguide pre-intervju lærer	88
Vedlegg 6: Intervjuguide post-intervju lærer	90
Vedlegg 7: Intervjuguide elev.....	91

Oversikt over figurer

Figur 1: Hund og ballong-oppgaven	37
Figur 2: Elevenes løsninger presentert på tavle.....	41
Figur 3: Tacocart-oppgaven	44
Figur 4: Hjelpefigur hos gruppe 2	47
Figur 5: Playing catchup-oppgaven.....	51

Oversikt over tabeller

Tabell 1: Dialogiske ytringer (Warwick et al., 2016, s. 567)	9
Tabell 2: Tabell hentet fra Gjone, 1997, s. 4	22
Tabell 3: Oversikt over datamaterialet	28
Tabell 4: Eksempel på identifisering av dialogiske ytringer	32
Tabell 5: Stiller spørsmål til utforming av tabell	39
Tabell 6: Elevene reflekterer over løsningen sin	41
Tabell 7: Elevgruppen gjetter og sjekker løsning sammen med lærer	42
Tabell 8: Elevene støtter seg på tegning under diskusjon	45
Tabell 9: Elevene blir påminnet opplysninger i problemet	47
Tabell 10: Diskuterer med nabogruppe	49
Tabell 11: Nabogrupeer diskuterer utforming på graf sammen med lærer	49
Tabell 12: Elevene monitorer oppgavetekst	52
Tabell 13: To elevgrupper starter samarbeid.....	53
Tabell 14: Elevgruppe har lånt en løsning uten å kunne forklare hvorfor	55
Tabell 15: Funn fra hund og ballong-oppgaven	56
Tabell 16: Funn fra tacocart-oppgaven	57
Tabell 17: Funn fra playing catchup-oppgaven.....	58

1 Innledning

1.1 Bakgrunn for studien

I 2020 ble det innført en ny læreplan i den norske skolen. Problemløsning viste seg å ha en sentral del i matematikkfaget. Læreplanen fremhever flere kjerneelement i matematikkfaget og begreper som utforskning, problemløsning, modellering, resonnering, argumentasjon og kommunikasjon står sentralt i faget (Kunnskapsdepartementet, 2019). Kjerneelementene er viktige for elevenes mestring og anvendelse av faget og skal prege innholdet i undervisningen (Utdanningsdirektoratet, 2019). Problemløsning har dermed fått en sentral verdi i faget. Gjennom å øke elevene sin kompetanse i problemløsning, vil matematikk være med på å forberede elevene på et samfunn og arbeidsliv i utvikling (Kunnskapsdepartementet, 2019).

Problemløsning er ikke bare ifølge læreplanen noe som skal stå sentralt i matematikkfaget, det er også sentralt i forskningsfeltet (Liljedahl et al., 2016; Schoenfeld 1992). I denne studien ønsker jeg å utforske nærmere et tenkende klasserom med problemløsningsarbeid. Jeg vil se nærmere på denne undervisningsmetoden og ha et fokus på problemløsningsstrategier elevene tar i bruk og hvordan elevene snakker sammen for å løse problemer.

Gjennom masterstudiet i matematikdidaktikk har jeg blitt introdusert for undervisningsmetoden tenkende klasserom (thinking classroom). Undervisningsmetoden er et forskningsbasert rammeverk som handler om å etablere klasseromsnormer som får elevene til å tenke mer i matematikkundervisningen og være utholdende i tenkningen (Liljedahl, 2016). Vertikale whiteboard-tavler er et redskap som blir tatt i bruk og kan bidra til å skape et klasserom som er mer tenkende (Liljedahl, 2016). Man har tidligere sett forskning hvor whiteboard-tavler har blitt tatt i bruk i undervisningen. I et fysikk-klasserom, på 90-tallet, har elever blitt utstyrt med whiteboard-tavler hvor de har notert ned løsningene sine og løftet opp for å vise klassen sine løsninger (Wells et al., 1995).

Undervisningsmetoden tenkende klasserom har tidligere vært ukjent for meg, men etter å ha lest ulike artikler fra Liljedahl og vært deltakende på et av hans foredrag er dette en metode jeg ser store muligheter med i undervisningssammenheng. Spesielt nå som det er så tydelig i læreplanen at problemløsning er essensielt, kan en slik måte å undervise på være spennende å studere nærmere.

1.2 Formål og forskningsspørsmål

I norsk kontekst er det lite forskning på et tenkende klasserom og bruken av vertikale tavler som et verktøy i problemløsningsarbeid. Valbekmo og Svorkmo (2021) har studert hvordan nabotavler støtter problemløsningsprosessen til to elever på 7. trinn. Fra denne studien vises det til funn som kan tyde at arbeid med whiteboard-tavler støtter arbeidet med problemløsning og kommunikasjon i matematikkfaget. Elevene er aktive og deltakende i problemløsningsarbeidet og viser utholdenhet ved å ikke gi opp når de står fast. I studien vises det til funn om at elevene tar i bruk andre sine whiteboard-tavler ved å finne ideer og sammenligner løsningene sine med andre. Elevene finner tilgjengelig kunnskap i klasserommet ved å diskutere med andre elevgrupper og de kan diskutere styrker og svakheter med ulike problemløsningsstrategier. Studien kan gi hensiktsmessig forskning på et tenkende klasserom i norsk kontekst og effekten av bruk av hverandres strategier i elevers eget arbeid med problem.

I denne studien vil jeg se nærmere på elever som arbeider med problemer i et tenkende klasserom. Gjennom å se nærmere på dette vil jeg forsøke å gi et bidrag på et tenkende klasserom i norsk kontekst og se nærmere på hvordan elevene diskuterer og kommer frem til de strategiene de bruker i arbeid med problemer i et tenkende klasserom. For å kunne studere elevene sitt arbeid har jeg valgt å ha et hovedfokus på å identifisere strategier elevgruppa tar i bruk under arbeid med problemløsning. Da vil fokuset være på de problemløsningsstrategiene elevene bruker, men også de strategiene elevene bruker for å finne tilgjengelig kunnskap i klasserommet. For å kunne identifisere disse, vil det være essensielt å gå inn på dialogene som foregår innad i elevgrupper, samt dialogene mellom gruppa og lærer, og dialogene mellom de forskjellige gruppene i klasserommet.

Jeg har dermed valgt følgende forskningsspørsmål som grunnlag i studien:

Hvilke problemløsningsstrategier tar elever i bruk i arbeid i et tenkende klasserom og hvordan kommer de frem til de strategiene de bruker?

For å besvare forskningsspørsmålet vil jeg ha et fokus på problemløsningsstrategier elever på 8. trinn tar i bruk under løsningsprosessene mens de arbeider gruppevis i et tenkende klasserom. Jeg vil studere dialogene elevene har i gruppene for å komme frem til de strategiene de bruker. For å gjøre dette vil jeg ta i bruk Warwick et al. (2016) sitt dialogiske rammeverk som viser hvordan elevenes ulike ytringer bygger på hverandre i den matematiske læringsprosessen. Ved å se på dialogene til elevgruppene, identifiserer jeg ulike strategier de bruker for å løse problemer i undervisningen. Jeg tar også i bruk Liljedahl (2021) sitt rammeverk for å se på

hvordan elevene bruker hverandres tavler for å søke tilgjengelig kunnskap i klasserommet. Dette kan elevene gjøre ved å låne ideer fra andre sine tavler, sammenligne sin løsning eller løsningsmetode med andre grupper eller gå og diskutere løsning eller løsningsprosess med andre grupper (Liljedahl, 2021). Ved å bruke disse strategiene kan man få en kunnskapsmobilitet i klasserommet. For å se hvordan de kommer frem til de strategiene de bruker, vil jeg se på dialogene og se hvordan de fører elevgruppene inn på problemløsningsstrategier og hvordan de får brukt hverandres whiteboard-tavler som en strategi for å løse problemer.

1.3 Studiens oppbygning

I kapittel 2 vil sentral teori som kan belyse tema forskningsspørsmål presenteres. Studien tar utgangspunkt i et sosiokulturelt læringsperspektiv innenfor et tenkende klasserom, hvor elever diskuterer sammen i grupper gjennom læringsprosessen. Dermed ses problemløsning i sammenheng med en dialogisk undervisning. Elever som arbeider i grupper og støtter hverandre mot læring vil stå sentralt. Det skal ses nærmere på problemløsningsstrategier, her vil blant annet strategier fra Kongelf (2011) sin liste bli trukket frem som vesentlige strategier som elever kan ta i bruk i problemløsningsarbeidet. Kongelf (2011) kom frem til sin liste ved å studere norske lærebøker i matematikk. Han analyserte strategier i disse bøkene og identifiserte hvor ofte man møter de ulike strategiene i bøkene. Jeg ser også nærmere på Liljedahl (2021) sitt rammeverk for tavlebruk og ser dette i sammenheng med Warwick et al. (2016) sitt rammeverk for å se nærmere på dialogene elevene har. Videre skal jeg gå mer i detalj på et tenkende klasserom og se nærmere på det matematiske innholdet som blir knutepunktet i undervisningen. Deretter, i kapittel 3, vil metode for forskningsprosess og innsamling av data bli presentert og beskrevet. Her skal jeg gå inn på tilnærming til det empiriske materialet, studiens kvalitet og forskningsetiske vurderinger. Kapittel 4 vil jeg presentere sekvenser fra datamaterialet som skal analyseres i forhold til nevnte rammeverk. Funn i datamateriell skal videre diskuteres i kapittel 5 og drøftes i lys av relevant teori, for så avslutningsvis trekke frem en konklusjon i oppgavens siste kapittel.

2 Teoretisk bakgrunn

I dette kapitlet vil jeg presentere sentral teori som gir en innramming for å besvare forskningsspørsmålet. Denne studien tar utgangspunkt i et sosiokulturelt læringsperspektiv. Forskningsspørsmål retter seg mot arbeid med medierende redskap, noe som en vertikal whiteboard-tavle vil fungere som for elevene. I et tenkende klasserom arbeider elevene i mindre grupper på tre og tre (Liljedahl, 2021) og det er sentralt å identifisere løsningsprosessen og undersøke hvordan elevene gjennom dialog klarer å komme seg frem til løsninger på problemene. Under problemløsningsarbeidet vil elevene kunne ta i bruk de vertikale whiteboard-tavlene til de andre elevgruppene for å løse problemene de arbeider med. Dermed vil bruken av de ulike tavlene fungere som en strategi for problemløsning (Liljedahl, 2021).

I studien vil jeg ta i bruk Warwick et al. (2016) sitt dialogiske rammeverk for å se hvordan samtale i og mellom elevgruppene fører til at elevene initierer, bygger på og utfordrer hverandres ideer og dermed får løst de problemene de blir gitt. Videre vil jeg ta for meg disse samtale og se nærmere på problemløsningsstrategier.

2.1 Sosiokulturell læringsteori

I den sosiokulturelle læringsteorien skjer læring gjennom en sosial prosess (Imsen, 2018). Man lærer gjennom å kommunisere med andre mennesker (Säljö, 2001). Vygotsky er en sentral teoretiker innenfor en slik teori for læring. Han poengterte at sosialt samspill mellom barnet og andre fører til læring og tenkning (Imsen 2018). Gjennom kommunikasjon med andre vil sosiokulturelle ressurser som praktiske og mentale redskaper bli skapt og ført videre. I min studie er praktiske redskaper som vertikale tavler og tusj samt mentale redskaper som språk være sentrale, da elevene er deltakende i et sosialt fellesskap. Mediering handler om å formidle kunnskap ved hjelp av de mentale eller intellektuelle redskapene man har, og er svært sentralt innenfor den sosiokulturelle læringsteorien (Säljö, 2001). Man lærer av den kunnskapen man ser og så blir det satt i lys av den kulturen man hører til, og de redskapene man har. Språk blir sett på som et nyttig verktøy i den sosiokulturelle læringsteorien (Imsen, 2018). Ifølge Säljö (2001) så er ressursene man finner i språket, den viktigste medierende redskapen man finner hos mennesket. Språket blir brukt i et sosialt samspill, men det er også det som fører til tenkning gjennom den indre talen (Imsen, 2018).

I den sosiokulturelle læringsteorien ligger det et fokus på at læring skjer sammen med andre. For at eleven skal kunne gjøre noe selvstendig, må eleven kunne gjøre det i sammen med en

annen først. En hjelper som kan mer enn en selv blir gjerne kalt for en medierende hjelper for eleven (Imsen, 2018). Sonen mellom det eleven klarer på egenhånd, uten støtte, og det eleven klarer med hjelp fra en medierende hjelper har Vygotsky definert som den nærmeste utviklingssonen (Säljö, 2001) eller den proksimale utviklingssonen (Imsen, 2018). Vygotsky definerte et velkjent fenomen, med noe veiledning vil man ha større sjanse for å kunne løse problemer som hadde vært utfordrende å løse på egenhånd (Säljö, 2001). Man benytter gjerne begrepet *scaffolding* om denne støtten elevene får av andre (Imsen, 2018). Liljedahl (2021) ser en viktighet i samarbeidslæring mellom elever i og på tvers av grupper for å oppnå læring og en mobilitet i kunnskapen. Da trenger det nødvendigvis ikke bare være en hjelper som kan fungere som en støttende hjelper, da det er mer basert på at elever i samarbeid finner en løsning i et fellesskap (Imsen, 2018).

Vygotsky fremhever viktigheten med å få «drahjelp» fra en lærer for å kunne utnytte det læringspotensialet man har i den proksimale utviklingssonen og at læreren har hovedansvaret for læringen til elevene (Imsen, 2018). Polya (1957), til sammenligning, viser til at lærerens viktigste oppgave er å hjelpe elevene. Ikke bare er det å hjelpe elevene en av de viktigste oppgavene til læreren, men en vanskelig oppgave. Det er ingen enkel oppgave å finne en balanse mellom å hjelpe eleven for mye og for lite (Polya, 1957). Ifølge Polya (1957) kan den hjelpen som læreren gir være en hjelp til å forstå problemet eller en hjelp til å få delt problemet i mindre og mer kjente deler. Polya (1957) viser til lærerens rolle med hjelp i form av hintende spørsmål slik at eleven deretter skal klare problem på egenhånd. Disse spørsmålene kan være til hjelp i løsningsprosessen av problemet der slike ledende spørsmål kan få eleven til å tenke rundt problemstillingen. Liljedahl (2021) fremhever at læreren ikke skal være kilden til kunnskap, men skal istedenfor hjelpe å mobilisere kunnskapen, som allerede finnes i klasserommet. Læreren skal i all hovedsak bare hjelpe elever med spørsmål som vil få elevene til å fortsette å tenke. Dette er spørsmål som gjør at elevene kan fortsette engasjementet de allerede har, og elevene som stiller slike spørsmål er ofte motiverte for mer arbeid og tenkning (Liljedahl, 2021).

Scaffolding innebærer at eleven får til noe med hjelp, for å senere kunne få det til alene (Fernández et al., 2001). Vygotsky fremhevet at det er en voksen eller en mer kompetent som kan hjelpe eleven i den proksimale utviklingssonen (Imsen, 2018). *Scaffolding* kan defineres som en prosess som gjør det mulig for elever å utvikle nye ideer, ferdigheter og forståelse (Bakker et al., 2015). Fernández et al. (2001) har sett nærmere på elever som driver med *scaffolding* i mindre elevgrupper. Denne studien oppdaget at elever som har utforskende

samtaler, hvor elevene er engasjerte, trekker frem sin kunnskap og sine resonnement, klarer å støtte hverandre frem til læring. Disse elevene driver dermed ubevisst *scaffolding* og dette skjer når de deler sin forståelse og forklarer sine argumenter. De trekker frem at elevene kommer lengre i læring gjennom utforskende samtale, enn hva de hadde dersom de arbeidet alene (Fernández et al., 2001).

Bakker et al. (2015) argumenterer for at *scaffolding* kan være nyttig å integrere i dialogisk undervisning. Elevene i studien arbeider i grupper og er avhengig av å kommunisere for å finne gode løsninger og vil dermed ha en undervisning basert på mye dialog hvor elevene støtter hverandre i læringsprosessen. *Scaffolding* har en noe upresis oversettelse til norsk, og jeg velger dermed å bruke det engelske begrepet i denne studien.

2.2 Dialogisk undervisning

Dialogisk undervisning styrker elevens læring og et livslangt aktivt medborgerskap (Alexander, 2010). I den overordnede delen av læreplanen blir det beskrevet at skolen er pliktet til å arbeide for å få elevene til å bli aktive medborgere slik at de får kompetanse til å kunne delta i demokratiet i Norge (Kunnskapsdepartementet, 2017, s. 13-14). I læreplanen i matematikk finner man elementer som å utforske, forklare og sammenligne (Kunnskapsdepartementet, 2019) og dette er elementer som innebærer at elevene samhandler med hverandre, gjerne gjennom dialog.

Under dialogisk undervisning er det et mål om at eleven ikke bare skal lære fra læreren, men at de skal lære å stille gode og åpne spørsmål og lære gjennom å være engasjert i dialog (Bakker et al., 2015). Dialogen er preget av diskusjon i den dialogiske undervisningen og kunnskapen blir skapt mellom stemmene til de deltakende i dialogen (Imsen, 2018). Ved å få elevene engasjert i dialog for å lære, er det ønsket at de skal bli styrket både faglig og sosialt (Alexander, 2010). Dialogisk undervisning sentrerer seg rundt samtalen mellom lærer og elever i klasserommet (Bakker et al., 2015). Ved dialogisk undervisning kan utbyttet maksimeres ved at lærer organiserer dialog gjennom ulike måter. Lærerstyrt gruppearbeid, elevstyrt gruppearbeid, arbeid i elevpar, en til en mellom lærer og elev, og helklasse dialog er metoder lærer kan ta i bruk for å utnytte potensialet til det dialogiske klasserom (Alexander, 2010).

Dialogisk undervisning er en sentral del i det som kan gjøre *scaffolding* i den proksimale utviklingssonen til noe produktivt (Bakker et al., 2015).

Alexander (2010) viser til fem prinsipper som gjør at man i større grad oppnår en dialogisk undervisning:

Det kollektive – «Participants address learning tasks together» (Alexander, 2010, s. 3).

Det gjensidige – «Participants listen to each other, share ideas and consider alternative viewpoints» (Alexander, 2010, s. 4).

Det støttende – «Pupils express their ideas freely, without fear of embarrassment over “wrong” answers, and they help each other to reach common understandings» (Alexander, 2010, s. 4).

Det kumulative – «Participants build on answers and oral contributions and chain them into coherent lines of thinking and understanding» (Alexander, 2010, s. 4).

Det målrettede - «Classroom talk, through open and dialogic, is also planned and structured with specific learning goals in view» (Alexander, 2010, s. 4).

Prinsippene gir lærer en pekepinn på hvordan man kan oppnå en dialogisk undervisning. Prinsippene kan føre til en undervisning som kan utvikle tenkning og forståelse hos eleven (Alexander, 2008). Kazemi og Hintz (2014) har utviklet prinsipper man kan ta i bruk under dialogisk undervisning for å få kunnskaper om hvordan man bruker elevens ideer og lærer dem å være deltakende i en diskusjon. Dette er prinsipper de ser på som viktige for å oppnå en meningsfull diskusjon. Prinsippene er som følgende:

1. Diskusjoner bør ha et matematisk mål. De ulike målene krever ulik planlegging og at man leder diskusjonen ulikt
2. Elevene må vite hva og hvordan de deler sine ideer slik at de blir hørt og er nyttige for andre
3. Lærer må orientere elevene i forhold til hverandre og deres matematiske ideer så alle elevene i klassen kan oppnå det matematiske målet
4. Lærer må formidle at alle barn er fornuftige og at alle ideene deres er verdsatt

(Kazemi & Hintz, 2014, s. 2).

Prinsippene til Kazemi og Hintz (2014) kan vi se i sammenheng med Alexander (2010) sine prinsipper og finne likheter. Kazemi og Hintz (2014) sitt første prinsipp omhandler dette med å ha et matematisk mål i diskusjonene. Her kan man trekke linjer til det Alexander (2010) peker på som en dialogisk undervisning gjennom «det målrettede» prinsippet. Alexander (2010) sitt prinsipp med «det kumulative» prinsippet kan man se paralleller med Kazemi og Hintz (2014) sitt tredje prinsipp med at elevene i klassen må orientere hverandre på hverandres ideer slik at

man kan bygge på hverandres ideer. At lærer skal formidle for elevene at de er fornuftige og verdsette ideene deres (Kazemi & Hintz, 2014) kan man sammenligne med Alexander (2010) sine prinsipper for «det kollektive», «det gjensidige» og «det støttende». Begge peker på at deltakerne i diskusjonen skal føle en trygghet til å dele sine ideer i klasserommet og at alle lytter til hverandre sine ideer, da alle har verdifulle ideer og er likeverdige ovenfor hverandre (Alexander, 2010; Kazemi & Hintz, 2014).

Kazemi og Hintz (2014) har også utarbeidet samtaletrekk som kan bidra til å *scaffolde* elever til muntlig deltakelse i diskusjon. Disse samtaletrekkene er følgende: gjenta, repetere, resonnere, tilføye, tenke, snu og snakk, og endre. Dette rammeverket kunne dermed også blitt brukt i denne studien for å belyse forskningsspørsmålet for å sett nærmere på hvordan lærer driver *scaffolding* for å få elevene aktive i dialoger. Jeg ønsker å ha et større fokus på hvordan *scaffolding* skjer i dialogene, både med lærer og elever, og ønsker derfor å ta i bruk Warwick et al. (2016) sitt dialogiske rammeverk for å identifisere dette.

Warwick et al. (2016) har utformet et rammeverk som identifiserer dialogiske ytringer i en samtale, som fører til en fremgang i diskusjonen. Rammeverket har blitt utviklet med et sosiokulturelt perspektiv på læring som bakteppe og har tatt utgangspunkt i Vygotsky sitt perspektiv på forholdet mellom språk og tenkning (Warwick et al., 2016). Formålet med rammeverket var å studere de dialogiske prosessene i samtaler lærere hadde i Lesson Study arbeidet på skoler i London. Dialogiske trekk utgjør en av tre deler av rammeverket. De to andre delene omhandler innholdet i samtaler og lærerlæring (Warwick et al., 2016). Ved bruk av det analytiske rammeverket til Warwick et al. (2016) viste det seg at å stille spørsmål, bygge på hverandres ideer, komme til enighet og komme med bevis og utfordringer fremmet produktive og faglige dialoger. Det viste seg og at samspillet mellom støttende ytringer og de dialogiske bevegelsene fremmet et produktivt læringsmiljø (Warwick et al., 2016). Bjuland og Helgevold (2018) har tatt i bruk dette rammeverket til å se nærmere på veiledningssamtaler mellom praksislærer og lærerstudenter i praksis under Lesson Study arbeid. Gjennom deres analyser med rammeverket identifiserte de blant annet at utfordrende og oppklarende spørsmål fra praksislærer fungerte som en oppmuntring for lærerstudentene i deres refleksjonsarbeid. Det viste seg også at de støttende ytringene var avgjørende i dialogen for å holde samtalen fokusert (Bjuland & Helgevold, 2018).

De dialogiske ytringene mellom elevene vil være relevante for denne studien, da de viser egenskaper som er sentrale for samtalen.

Tabell 1: Dialogiske ytringer (Warwick et al., 2016, s. 567)

Dialogue Moves	
D1	Requesting information, option or clarification
D2	Making positive and supportive contributions
D3	Expressing shared ideas and agreement
D4	Providing evidence or reasoning
D5	Challenging ideas or re-focusing talk

I det dialogiske rammeverket (Warwick et al., 2016) handler D1 handler om å stille spørsmål for å få mer informasjon eller en ny forklaring. D2 innebærer at elever bidrar i samtalen med positive kommentarer eller støtter allerede nevnte ideer og forslag. Dette er ytringer som både kan være fysiske i form av et anerkjennende nikk eller verbale som et «ja» eller «mhm». Slike støttende ytringer er med å lage et avslappende og produktivt læringsmiljø. D3 kjenner man igjen i samtalen hvor elevene uttrykker felles ideer og bygger videre på hverandre sine ideer. D4 identifiserer man i samtalen, hvor eleven argumenterer for en løsning og forteller sine resonnerment for å komme frem til en løsning, mens D5 handler om ytringer som skal utfordre de allerede eksisterende løsningene eller løsningsmetodene. Med en slik ytring vil samtalen skifte fokus og ta en ny retning. Denne ytringen kommer som positiv og faglig kritikk som fører samtalen videre (Warwick et al., 2016). Disse dialogiske trekkene vil utgjøre mitt analytiske rammeverk gjennom studien. Videre i metodekapitlet vil jeg vise til eksempler på hvordan jeg har tatt i bruk rammeverket under arbeid med datamateriale.

2.3 Problemløsning

Problemløsning har hatt en sentral rolle i matematikkfaget i godt over 50 år. I løpet av så mange år med fokus på problemløsning har det blitt en felles enighet om at problemløsning er viktig for undervisning og læring i matematikk og problemløsning har blitt innført i læreplaner rundt i verden (Liljedahl & Cai, 2021). I den norske læreplanen, LK20, står problemløsning sterkt og er en sentral verdi for matematikkfaget (Kunnskapsdepartementet, 2019).

2.3.1 Hva er et matematisk problem?

John H. Conway forklarer i et forord at det blir markert en grense på problemløsningens tidslinje: problemløsning før og etter Polya (Polya 1957). Etter Polya sin bok, *How to solve it*, har flere forskere rettet fokus på problemløsning og hans teorier i videre forskning (Lesh & Zawojewski, 2007; Schoenfeld 1992). Polya (1957) mener at det å gjøre matematikk handler om å kunne løse matematiske problem. Et problem som utfordrer nysgjerrigheten hos elever, kan føre til glede og en smak på mentalt arbeid for livstid. Problemløsning kan gi elever en smak på uavhengig tenkning og med det har lærere en stor mulighet i skolen til å ta i bruk problemløsning. Arbeider elevene i stor grad med typiske drilloppgaver som løses ved rutine, kan deres interesse for faget bli ødelagt. Slike rutineoppgaver kan hemme elevens utvikling og læreren kan miste en mulighet til å gi elevene glede og interesse for matematikk og matematiske problem. Elevene skal opparbeide mer enn bare en løsning og forståelse av den, de skal stille spørsmål og forstå prosedyrene som tas i bruk for å komme frem til løsning av problem.

Det å definere begrepene problem og problemløsning har vist seg å være problematisk og man møter ulike definisjoner i forskningen, som også kan være motstridende. Et eksempel på dette peker Schoenfeld (1992) på i sin oversiktsartikkel om problemløsning hvor han viser til en definisjon som har vært vanlig å bruke om problem i matematikkundervisningen: «In mathematics, anything required to be done, or requiring the doing of something» (Schoenfeld, 1992, s. 4). Schoenfeld sammenligner denne definisjonen på problemer med rutineoppgaver, hvor elevene øver på en bestemt prosedyre som gjerne er nylig gjennomgått fra lærer. Slike problemer gir lite rom for selvstendig tenkning hos eleven. Denne definisjonen viser til de typiske drilloppgavene Polya (1957) mener at hemmer elevens utvikling for matematisk tenkning. Polya (1957) fremhever problemer som er definert slik som den andre definisjonen Schoenfeld viser til: «A question ... that is perplexing or difficult» (Schoenfeld, 1992, s. 4). Problemer som er definert som dette vil ikke gi en bestemt strategi for løsning. Definisjonen er mer moderne ovenfor hva et matematisk problem er (Polya, 1957; Schoenfeld, 1992).

Schoenfeld sin andre definisjon på hva et problem er gir et større behov for utforskning i problemløsningsfasen (Schoenfeld, 1992). Lesh og Zawojewski (2007) viser et lignende syn på problemløsning og definerer et problem på følgende måte: «A task, or goal-directed activity, becomes a problem (or problematic) when the «problem solver» (which may be a collaborating group of specialists) needs to develop a more productive way of thinking about the given situation» (Lesh & Zawojewski, 2007, s. 782). De trekker frem at et problem ikke har en åpenbar løsning eller prosedyre for løsning, men at engasjert arbeid med et problem utvikler

problemløserens evner og sine matematiske ideer. Denne definisjonen motstrider med det mer tradisjonelle synet på problemløsning som Schoenfeld (1992) beskriver. For å utvikle en produktiv måte å tenke på, trekker Lesh og Zawojewski (2007) frem at man må arbeide med modellering. Når man lærer problemløsning gjennom å lage matematiske modeller får problemløseren skape, tilpasse og revidere sin matematiske tankegang. Man får brukt modeller til å gi mening til matematikken og man kan få en økende forståelse av problemløsning og matematikk (Lesh & Zawojewski, 2007).

Matematikk blir ofte sett på som en veldig nøyaktig vitenskap (Liljedahl et al., 2016), og her blir problemløsning i matematikk vist til som en kreativ prosess. Det gis en definisjon ut ifra et mer kreativt syn på problemløsning enn hva vi har sett hos Polya og Schoenfeld: «Problems, then, are tasks that cannot be solved by direct effort and will require some creative insight to solve» (Liljedahl et al., 2016, s. 6). Et godt og ekte problem vil ikke kunne løses uten kreativitet og er ikke bare basert på logisk resonnement (Liljedahl et al., 2016).

Stein et al. (2009) har sett nærmere på oppgaver med kognitive krav og har utviklet et rammeverk som brukes til å kategorisere oppgaver i fire nivåer, etter hvor mye tenkning som er nødvendig for engasjement og for å finne en løsning.

Oppgaver som blir kategorisert som lavest kognitivt krevende er memorerende oppgaver. Oppgaver av denne typen kan innebære å gjengi informasjon som allerede er lært og. Slike oppgaver kan ikke løses ved hjelp av en prosedyre, enten fordi den ikke finnes eller for man vil løse den på et kort tidsrom. En slik oppgave handler om reproduksjon og man trenger ikke noen sammenheng til begreper eller betydningen bak reglene, formlene eller definisjonene. Disse oppgaver kan være gode å arbeide med hvis man har som mål å få elevene til å lære grunnleggende definisjoner eller regler (Stein et al., 2009). Neste nivå består også av oppgaver som stiller lave kognitive krav. De kaller man prosedyrer uten forbindelser. Denne typen oppgaver innebærer at man tar i bruk en prosedyre som man gjerne nettopp har fått instruksjon på av lærer. Oppgaven har et større fokus på å komme frem til korrekt løsning, enn å få utviklet en matematisk forståelse. Ved å arbeide med slike oppgaver, hvor man tar i bruk en etterspurt algoritme, vil eleven kunne få vansker med å identifisere når og hvorfor denne tas i bruk. Vil en oppgave som ikke er identisk forekomme, kan eleven få problemer med å vite hvordan oppgaven skal løses. Likevel kan det være hjelpsomt å bruke slike oppgaver om man har som mål at elevene skal øke sin hastighet og nøyaktighet i arbeid med oppgaver (Stein et al., 2009).

Dersom lærer har et stort fokus på å arbeide med memorerende oppgaver og oppgaver med prosedyrer uten forbindelse, kan dette føre til at elevene får begrenset forståelse for hva

matematikk faktisk er og hvordan man gjør det (Stein et al., 2009). Elevene har behov for å arbeide med oppgaver som fører til bredere og dypere forståelse i faget. Det kan de gjøre med å arbeide med oppgaver som er mer kognitivt krevende.

Det neste kognitive nivået faller innenfor kategorien med oppgaver med høyere kognitive krav. Denne kategorien med oppgaver inneholder oppgaver med prosedyrer med forbindelse. Oppgavetyper stiller større krav til utvikling av matematisk forståelse og dermed krever større innsats og engasjement hos elevene, enn de forrige nivåene. Slike oppgaver er ikke typiske rutineoppgaver (Stein et al., 2009). Det siste nivået Stein et al. (2009) identifiserer er oppgaver som er høyt kognitivt krevende. Denne kategorien kalles for å gjøre matematikk. Dette er oppgaver som er mer komplekse enn oppgavetyper man har sett tidligere. Det kreves at elevene er utforskende ovenfor matematiske konsepter, prosesser og sammenhenger og at de aktivt analyserer oppgaven og leter etter informasjon som begrenser løsningsstrategier eller løsninger. Disse oppgavene stiller også krav til at elevene har relevant kunnskap og erfaring til å kunne løse oppgaven. En slik oppgave stiller ingen krav til prosedyre for å løse hele eller deler av oppgaven, og vil dermed kreve mer tenkning for å kunne fullføre oppgaven (Stein et al., 2009). Oppgaver av denne type kan minne om det som Schoenfeld (1992) trekker frem som et problem. Oppgaver som innebærer problemløsning og resonnering er det Wæge og Nosrati (2018) omtaler som kognitivt krevende oppgaver. Disse oppgavene skal gi elevene en utfordring i arbeidet med løsningen. For en lærer kan det være krevende å finne oppgaver som passer enhver elev sitt faglige nivå. Likevel finnes det slike oppgaver som er kognitivt krevende og oppnåelige, men som kan være passende utfordrende for ulike nivåer. Slike oppgaver kaller Wæge og Nosrati (2018) for LIST-oppgaver, men kan også betegnes som rike oppgaver. LIST-oppgaver har lav inngangsterskel, noe som gjør at de er enkle å forstå og gir alle elever en mulighet til å starte med problemløsningen. LIST-oppgaver har også stor takhøyde, dette innebærer at man kan ta i bruk ulike løsningsstrategier noe som gjør at problemet kan passe ulike nivåer og samtidig være utfordrende for et større mangfold elever. Det har vist seg flere fordeler med å arbeide med LIST-oppgaver i skolen. Slike oppgaver kan skape en god klasseromskultur, hvor alle elevene, uansett nivå arbeider sammen på samme oppgave. Disse problemene gir også elevene en mulighet til å vise hva de kan og får til i matematikken, dette lar seg gjøre gjennom blant annet diskusjoner i plenum. Elevene får vist hva de har gjort og klart og de får mulighet til å inspirere hverandre med sine løsningsstrategier og tenkemåter (Wæge & Nosrati, 2018).

I min studie skal jeg se nærmere på problemer som er inkludert i det som kalles for tenkende klasserom. Liljedahl (2021) trekker frem at oppgaver som man gir elevene skal være med å bygge et tenkende klasserom. Det er dermed særdeles viktig å finne gode oppgaver som både gir elevene noe å tenke på, men som også oppfordrer til tenkning over lengre periode. Problemer er dermed gode oppgaver å ta i bruk for å skape tenkning og engasjement hos elever. Når man ikke skal ta i bruk en nylig lært strategi og heller ikke vet hva man skal gjøre, blir problemløsning tatt i bruk (Liljedahl, 2021). Liljedahl (2021) trekker frem at et problem er bra, hvis det får elevene til å sitte fast. Det er når elevene står fast de starter tankeprosessen og kommer seg videre gjennom å prøve nye strategier. Problemene Liljedahl (2021) ønsker å implementere i et tenkende klasserom, kan minnes om definisjonen til Lesh og Zawojewski (2007). Problemene skal være problematiske og som Schoenfeld (1992) trekker frem så skal problemene også være vanskelige og ikke gi en direkte algoritme å ta i bruk. Liljedahl (2021) viser til tre kategorier med problemer som kan tas i bruk i et tenkende klasserom:

1. Highly engaging thinking tasks (Liljedahl, 2021, s. 21).

Problemer som engasjerer så pass mye at elevene ikke klarer unngå å tenke, faller innenfor denne kategorien problemer (Liljedahl, 2021).

2. Card tricks (Liljedahl, 2021, s. 22).

Korttriks er i likhet med highly engaging thinking tasks, engasjerende for elever og oppfordrer til tenkning. Med korttriks menes det slike som er basert på matematiske forklaringer som får elevene til å tenke over magien i matematikken. Slike problemer har gjerne kun én løsning, men løsningen kan man som oftest finne ved bruk av flere strategier og tilnærminger (Liljedahl, 2021).

3. Numeracy tasks (Liljedahl, 2021, s. 22-23).

Siste kategori er problemer som kan relateres til det virkelige liv og da spesielt elevene sine liv. Slike problem er ofte åpne og kan gi opptil flere løsninger (Liljedahl, 2021).

Disse tre kategoriene som illustrerer ulike typer problemer skal være med å engasjere elever i problemløsningsprosessen og skal få dem til å tenke. Problemene har lav terskel til å komme i gang og alle elever kan finne en måte å starte med og holde seg engasjert innenfor sitt nivå. Problemene har rom for å kunne utvides, noe som får elevene til å holde engasjementet videre og elevene kan fremdeles bli utfordret mer. De får også elever til å ønske å delta i løsningsprosessen og diskutere løsninger og løsningsmetoder (Liljedahl, 2021).

2.3.2 Ulike problemløsningsmodeller

For å kunne løse problemer, vil det å ta i bruk strategier være nødvendig å kunne. Forskning viser til flere strategier å ta i bruk ved løsning av problemer. Polya (1957) var tidlig ute med å lage en modell på hvordan elever kan gå frem for å løse problemer. Denne modellen, består av fire faser som skal veilede elever igjennom et problem fra det er mottatt til man sier seg fornøyd med arbeidet med det. Fasene er som følgende: 1) forstå problemet, 2) lag en plan, 3) utfør planen, 4) se tilbake.

Det er viktig å forstå problemet og ha et ønske om å finne løsninger på det før man setter i gang. Det er dette den første fasen i Polya (1957) sin modell handler om. Problemet som tildeles elever må være i en vanskelighetsgrad slik at elevene klarer å løse det, samtidig som det er interessant for eleven. Problemet må også være tydelig formulert. Dette steget er todelt: man blir kjent med problemet og får en bredere forståelse av problemet. Eleven kan spørre seg om hva er det kjente og ukjente i problemet. Polya trekker også frem viktigheten med å tegne en modell for å forstå problemet.

Polya sin andre fase handler om å lage en plan. Dette steget kan være langt og vanskelig (Polya, 1957, s. 35). Dette steget krever mye. Her må man ta i bruk tidligere kunnskap, ha god konsentrasjon og kanskje litt flaks. I dette steget tar eleven i bruk tidligere erfaringer for å lete etter likheter ved det kjente og ukjente, med problemer de har løst tidligere (Polya, 1957).

Under den tredje fasen skal planen utføres. Ifølge Polya (1957) er dette steget mye lettere enn forrige og krever bare konsentrasjon. Her må planen følges, og hvert steg må sjekkes og bevises.

Den siste fasen, er den viktigste i problemløsningsprosessen. Legger man bort arbeidet etter funn av løsning, mister man refleksjon over arbeid og mulighet for generalisering. Her får man mulighet til å finne flere løsninger og nye måter å løse problemet på. Å gjennomføre dette steget nøye, vil gjøre arbeid med nye problemer lettere. Man kan lettere kjenne igjen nye problem og kan gjøre det lettere å forstå nye problemer i fremtiden (Polya, 1957).

Liljedahl et al. (2016) beskriver Polya sin problemløsningsmodell som kanskje en av de mest populære i læring og undervisning av problemløsning. Lesh og Zawojewski (2007) tolker disse fasene som en hjelp i refleksjon og tolking av problemløsning, og ikke som en hjelp når man står fast i løsningsprosessen. De foreslår derfor at de ulike fasene kan brukes som en hjelp til å tenke tilbake på tidligere erfaringer som kan være en god hjelp til fremtidige problem. Modellen til Polya inneholder heller ikke mengder med detaljer, noe som gjør fasene vanskeligere å bruke

når man ikke kjenner dem (Schoenfeld, 1992). Schoenfeld (1992) anbefaler at stegene med fordel kan være lengre og mer detaljerte.

Borgersen (1994) har arbeidet videre med de fire fasene til Polya i norsk kontekst og han har videreutviklet de fire fasene og utvidet dem til syv mer detaljerte trinn, i arbeid med problemløsning. Borgersen understreker at elevene ikke bare skal løse problemer etter følgende syv trinn, men at det også skal gjøres i samarbeid i mindre grupper. I likhet med Liljedahl (2016), pekes det på forventningen til at alle elevene er tilhørende i en gruppe og er deltakende i den. De syv trinnene er følgende: 1) analysere og definere problemet, 2) lage en tegning eller modell, 3) kvalifisert gjetting gjennom prøving og feiling, 4) finne hypoteser, 5) utvikling av bevis, 6) reflektere over løsning og løsningsprosesser, 7) generalisere og utvikle nye problemer (Borgersen, 1994, s. 11-14).

2.3.3 Problemløsningsstrategier

Schoenfeld (1992) er opptatt av å hjelpe elever til å utvikle en matematisk tenkemåte og har utviklet et teoretisk rammeverk der han presenterer fem kategorier som er sentrale under arbeid med problemløsning. Disse er kunnskapsbase, problemløsningsstrategier, monitorering og kontroll, holdninger og oppfatninger, og praksiser. Bruk av problemløsningsstrategier er en viktig del av den matematiske løsningsprosessen. Kongelf (2011) presenterer ni ulike problemløsningsstrategier i hans studie av lærebøker. Noen av disse vil bli presentert under som sentrale for mitt arbeid.

Visualisering og lage tabell

Å lage en visualisering handler om å lage en tegning ut ifra den informasjonen man får utgitt i problemet (Kongelf, 2011). Denne strategien trekker Kongelf (2011) frem, i hans analyse av norske lærebøker i matematikk, som en strategi som er en av de vanligste. Polya (1957) fremhever denne strategien som en god måte til å få forståelse for problemet, ved å for eksempel lage en hjelpefigur. Borgersen (1994) forteller viktigheten med å ta i bruk modellering eller tegning gjennom problemløsningsfasen både for å komme i gang, men som og er en viktig del i arbeidet med å analysere og definere problemet. Å løse et problem ved hjelp av tegning er noe som kan få problemet til å virke enklere og kan oppmuntre eleven til å løse problemet (Ø. Bjørnstad et al., 2013).

Å lage en tabell handler om å utarbeide en liste eller tabell som inneholder mulighetene i problemet (Kongelf, 2011). Dette er en annen strategi Kongelf (2011) har identifisert i norske lærebøker i matematikk og er en av de fire mest brukte strategiene i eksemplene.

Gjette og sjekke og lete etter mønster

Gjett og sjekk er en av strategiene Kongelf (2011) viser til i sin studie. Når man tar i bruk denne strategien skal problemløseren gjøre en fornuftig gjetning av svaret og så sjekke om løsningen vil fungere ut ifra gjetningen (Kongelf, 2011). Polya (1957) mener det er en verdi i å ta gjetninger seriøst og undersøke dem. En feil gjetning kan føre til en ny og bedre (Polya, 1957). Dette synet har også Borgersen (1994). Det er et steg i hans problemløsningsmodell å utføre et kvalifisert gjett og sjekke det. Dette er også en strategi som Schoenfeld (1992) viser til.

Kongelf (2011) trekker frem strategien å se etter mønster. Når man tar i bruk denne strategien identifiserer man mønstre ved observasjon av felles egenskaper, variasjon eller ulikheter i problemet. Schoenfeld (1992) trekker frem at matematikk er et fag som handler om å utforske mønster.

Monitorering

Monitorering er ifølge Schoenfeld (1992) en gren under temaet metakognisjon. Wæge og Nosrati (2018) beskriver metakognisjon som «tenke på å tenke» og «lære om å lære» (Wæge & Nosrati, 2018, s. 64) og handler om å kunne tenke over egen fremgangsmåte eller være bevisst over egne kognitive prosesser. Bjuland (2007) identifiserer monitoreringsstrategien når elevene stiller monitorerende spørsmål i problemløsningsprosessen, som for eksempel når elevene stiller spørsmål som trigger den matematiske løsningsprosessen. Når elevene monitorerer sin løsningsprosess og når de ser tilbake på arbeidet sitt og vurderer argumentene utfører elevene metakognitive aktiviteter (Bjuland, 2007).

Schoenfeld (1992) forklarer strategien med at problemløser går tilbake og leser problemet en gang til for å sjekke at en har forstått problemet. Her ser man en forskjell mellom erfarne matematikere og noviser (elever) i problemløsningsprosessen (Schoenfeld, 1992). Schoenfeld (1992) illustrerer en typisk elev som leser problemet på kort tid og bruker en metode til løsning, men møter ingen fremgang. Eleven stopper heller ikke opp for å vurdere strategien en har tatt i bruk for å vurdere om en skal bytte retning og prøve ut en annen strategi. Det skjer dermed lite monitorering når en typisk elev løser problemet. Når en erfaren matematiker løser et problem, brukes det mer tid på å lese og forstå problemet. Videre monitorerer matematikeren løsningen

ved å fortsette på strategier som så ut til å føre til en løsning, og stoppe med strategier som ikke førte noen vei (Schoenfeld, 1992).

Spørsmålsstrategi

Mason (2000) hevder at å stille matematiske spørsmål er viktig, både som en del av presentasjonen av matematikk og i forhold til problemer for elever. Bjuland (2007) fremhever at når elever jobber i mindre grupper med problemer, vil de stille spørsmålene og komme med ideene selv. Strategien blir beskrevet som en viktig gruppesamtalestrategi. Videre hever Bjuland (2007) at ved å stille spørsmål kan det få elevene til å måtte utdype og grundigere forklare sin egen tenkning. Spørsmålsstrategien viser Bjuland (2007) til som en strategi som kan spille en viktig rolle i løsningsprosessen.

Spørsmålsstrategien kan henge sammen med monitorering. Elever kan stille spørsmål som monitorer aktiviteten under problemløsning (Bjuland, 2007).

2.4 Tenkende klasserom

Den kanadiske forskeren, Peter Liljedahl, har i lang tid studert matematikkundervisning og hatt stort fokus på kreativ problemløsning. Han hadde tidligere forsket på AHA! følelsen hos elever i matematikk. Denne studien hadde vist at en enkelt AHA! opplevelse påvirket elevens forventning til mestring i faget (Liljedahl, 2016). Mestringsforventning har stor sammenheng og betydning for elevers motivasjon i faget. Elever med høy mestringsforventning er mer engasjerte, utholdende og viser mer innsats i det faglige arbeidet (Skaalvik & Skaalvik, 2015). Liljedahl ville studere dette nærmere gjennom problemløsning med å gi elever problemer som var så utfordrende at elevene ville stå fast før de fikk en åpenbaring til å løse problemet. Så da han ble kontaktet av en lærer med å hjelpe med å implementere problemløsning i undervisningen, fikk han en start på prosjektet med å observere hennes klasse og undervisning (Liljedahl, 2021).

Underveis i klasseromsforskningen til Liljedahl oppdaget han at elevene i klasserommet ikke tenkte i matematikkundervisningen. Han merket seg også at læreren heller ikke la til rette for at elevene skal tenke i undervisningen, dette både når elevene arbeidet med problemer og eller under undervisningen elevene var vant til. Videre observerte Liljedahl 40 klasser fra ulike skoler og alderstrinn og merket seg at det var et gjentakende problem at elever ikke tenker og at det ikke blir tilrettelagt for tenkning i undervisningen. Det viste seg dermed å være et problem generelt i skolesystemet, og ikke bare på enkelte skoler. Etter 15 år med videre klasseromsstudie

og samarbeid med over 400 lærere har Liljedahl jobbet for å få et fokus på tenkning i matematikken. Han ville få elevene til å tenke og øke tiden de tenker på i matematikkundervisningen. Han var villig til å endre eksisterende klasseromsnormer for å oppnå et resultat hvor problemene hans fungerte i et hvert klasserom – tenkende klasserom (Liljedahl, 2021). Normene i klasserommet handler om de mønstrene vi finner som uttrykker forventningene som finnes for lærer og elever i klasserommet (Yackel & Rasmussen, 2002). Alt som skjer i klasserommet, blir filtrert gjennom de normene som eksisterer. Normene kan være vanskelige å endre, selv om man er motivert til det. Liljedahl erfarte at lærere som prøvde å endre praksisen sin ble møtt med motstand og klager. Han innså dermed at det fantes et behov for verktøy som er enkle å ta i bruk og som vil kunne oppheve normene og atferden som eksisterte i klasserommet. Studien til Liljedahl førte til et sett med elementer som kan bli tatt i bruk for å bygge et tenkende klasserom, hvor elevene har mulighet til og vil tenke i matematikkundervisningen (Liljedahl 2016, 2021).

Et tenkende klasserom inneholder elever som tenker individuelt, men elevene oppfører seg også som tenkende individer som tenker i fellesskapet av klassen (Liljedahl, 2016). Liljedahl (2021) har utviklet en liste med klasseromspraksiser som eksisterer i både tenkende og ikke-tenkende klasserom. Elementene inneholder alt som en lærer gjør i løpet av undervisningspraksisen og tanker om arbeidspraksisen til elevene. De 14 elementene er variabler som en lærer kan se nærmere på for å få etablert et tenkende klasserom (Liljedahl, 2016, 2021). Listen med elementene er følgende:

1. What types of task we use
2. How we form collaborative groups
3. Where students work
4. How we arrange the furniture
5. How we answer questions
6. When, where, and how tasks are given
7. What homework looks like
8. How we foster student autonomy
9. How we use hints & extensions
10. How we consolidate a lesson
11. How students take notes
12. How we choose to evaluate
13. How we use formative assessment

14. How we grade

(Liljedahl, 2021, s. 14).

I denne studien vil fokuset være spesielt rettet mot fire av disse elementene: hvilke oppgaver som skal brukes (1), gruppesammensetning (2), hvor elevene arbeider (3) og hvordan man fremmer elevens autonomi i klasserommet (8).

I arbeid med rammeverket, noterte Liljedahl (2021) seg noen bemerkelser når det kom til gruppesammensetning og inndeling når elevene skulle samarbeide i grupper. Han merket seg at strategiske grupperinger var det som var vanligst i klasserommene. Lærere delte elevene inn i grupper som skulle enten møte de sosiale eller pedagogiske målene i klasserommet. Han merket seg også, etter intervjuer med elever, at de fleste elevene går inn i et gruppesamarbeid med en tanke om at de ikke skulle være en bidragsyter i arbeidet eller at ideene de kom med ville bidra til noe. For å få elevene til å være bidragsytere som tenker i samarbeidet ble det å lage tilfeldige grupper, mens elevene så på, det som viste seg å være en god ide (Liljedahl, 2021). Etter bare noen uker ble det observert endringer i normene i klasserommet, og tilfeldige grupper eliminerte de sosiale barrierene som eksisterte i klasserommet (Liljedahl, 2016). Det ble oppdaget en fordel med å bytte grupper ofte, gjerne en gang i timen, for å holde alle elevene aktive og for at ingen skal ta en passiv rolle i arbeidet. Den optimale gruppestørrelsen viste seg også å bestå av tre elever. Da blir det til grupper med muligheter for samarbeid og de blir ikke delt til mindre grupper innad i gruppen (Liljedahl, 2021).

Liljedahl (2016) har studert kunnskapsmobilitet hos elever som har arbeidet på ulike flater, som vertikale og horisontale whiteboard-tavler, vertikale og horisontale ark og i skrivebok. Han merket at elever som står oppreist og jobber med problem på en vertikal whiteboard-tavle diskuterte mer, deltok i større grad i undervisningen og var mer ivrig på å starte med problemet. Det var vanskeligere for elevene å være en anonym deltaker i gruppa når de var stående og det var lettere å notere noe på tavla i viten om at det enkelt kan viskes bort. Liljedahl oppdaget at elevene som stod med whiteboard-tavler også lettere kunne starte å diskutere med andre elever på nabo grupper, i og med at tavlene er synlige for hverandre. Det viste seg at kunnskapen i klasserommet ble en del av et fellesskap og ikke privat for hver enkelt elev i en skrivebok (Liljedahl, 2021). At tenking er privat for eleven er et typisk handlingsmønster man ser i skolen. Dette er viktig at utfordres for å kunne utvikle undervisningen (Lampert, 1990). Bruk av whiteboard-tavler er dermed en faktor for å lage et tenkende klasserom med en kunnskap som er felles for alle elevene i klasserommet. Man kan finne klasserom hvor det er prestisje i å finne gode løsninger eller interne konkurranser for å finne løsninger, og elevene vil ikke «gi» svar til

andre medelever. I slike klasserom vil ikke kunnskapen være så tilgjengelig mellom elevene i like stor grad. Blir denne normen endret og elevene blir mer vant med tilfeldige grupper vil de kunne være mer åpne og frie med å vise, dele og diskutere sine løsninger på en naturlig måte med andre i klassen (Liljedahl, 2021).

I et tenkende klasserom vil det være en kunnskap som skal være tilgjengelig mellom elevene i klasserommet. Liljedahl (2021) inneholder et rammeverk over strategier elevene tar i bruk, ved bruk av whiteboard-tavlene til hverandre. Gjennom følgende strategiene i et tenkende klasserom, vil kunnskapen bli tilgjengelig mellom gruppene og i hele klassen. Når kunnskapen blir mobil i klasserommet vil ikke læreren være den eneste kilden til kunnskap, og kunnskapen vil i større grad avhenge av elevene. Hos elever er det typisk at man ser på læreren som en kilde som fasit på rett eller galt (Lampert, 1990), dette vil man i mindre grad oppdage i et tenkende klasserom. Når elevene er den eneste kilden til kunnskap, vil de være avhengige av hverandre. Elevene vil da forstå at de må prøve å samarbeide i gruppa og ta i bruk de strategiene de kjenner for å kunne løse problemer. Da vil bruk av hverandres tavler stå sentralt i arbeidet med problemløsning (Liljedahl, 2021).

Liljedahl (2021) fremhever tre strategier som handler om når elevene leter etter og tar i bruk tilgjengelig kunnskap i klasserommet. Den første strategien som vises til, er å låne ideer fra andre. Elever fra en gruppe kan gå til en annen og ta med seg en ide som de har sett blitt brukt hos andre. I Liljedahl (2021) blir det stilt spørsmål til om å låne en ide vil redusere tenkning hos de enkelte elevene, men Liljedahl har observert at det mer som en strategi til å fortsette å tenke når de står fast. I stedet for å gi opp eller få en løsning fra lærer, observerer de hva andre har tenkt og prøver deres metode for å holde tenkningen i gruppa oppe. Han bemerker seg at ingen grupper kopierer nøyaktig hva som står på en annens tavle, men heller bruker det som de ser som en hjelp for å komme videre.

Elever som går til andre grupper for å sammenligne løsninger er en annen strategi elever kan ta i bruk ved arbeid i et tenkende klasserom på whiteboard-tavler. Her vil man kunne sammenligne det man selv har tenkt med andre for å få informasjon om hva andre har tenkt i forhold til hva som har blitt tenkt i egen gruppe (Liljedahl, 2021).

Siste strategien som blir nevnt for å få kunnskapen mobil i klasserommet, er at to eller flere grupper diskuterer ulike løsninger (Liljedahl, 2021).

I Norge har det vært lite forskning på arbeid med tenkende klasserom og whiteboard-tavler. Valbekmo og Svorkmo har sett nærmere på læringsutbyttet med bruk av whiteboard-tavler og

hvordan to elever tar i bruk hverandre sine tavler i arbeid med problemer (Valbekmo & Svorkmo, 2021). I denne 7. klassen, som de observerte, arbeidet elevene på whiteboard-tavler med problemløsning. Det Valbekmo og Svorkmo (2021) oppdaget var at elevene fant støtte i nabotavlene. Elevene blir bedt å kommentere likheter og ulikheter på naboens tavle under problemløsningsprosessen, og de ser på naboen idet de føler seg ferdig, men oppdager at naboen har funnet flere løsninger. Kunnskapen ble mer tilgjengelig mellom elevene med å ha tatt i bruk disse strategiene. Når kunnskapen blir tilgjengelig mellom elevene blir de mer selvstendige i arbeid med problem, gjennom å oppdage kunnskaper, strategier og løsninger hos andre grupper.

2.5 Matematisk fokus

I denne studien har lærer et fokus på at elevene skal lære mer om funksjoner og arbeide med problemer som innebærer dette i et tenkende klasserom. Oppgavene de arbeider med er av type problemløsningsoppgaver som oppfordrer og skal få elevene til å tenke (Liljedahl, 2021). Med problemene arbeides det i grupper for å få frem ulike strategier og gode diskusjoner.

2.5.1 Funksjonsbegrepet

I matematikken er funksjonsbegrepet blant noen av de viktigste og grunnleggende begrepene (H. Bjørnstad et al., 2018). Tidligere var det et begrep som ble innført i høyere klassetrinn, men siden Mønsterplanen av 1974 har begrepet blitt styrket i matematikken fra lavere årstrinn (Gjone, 1997). I Kunnskapsløftet 2020 skal elevene allerede etter 3. årstrinn ha kompetanse innen koordinatsystem, hvor elevene skal både kunne eksperimentere med og forklare plasseringer i koordinatsystem (Kunnskapsdepartementet, 2019).

Koordinatsystem fungerer som en fremstilling av funksjoner og er en av flere former man oppdager funksjoner i matematikkundervisningen (Gjone, 1997). Når elevene kommer til 8. trinn, skal de etter læreplanen ha jobbet med funksjoner på ulike måter. Elevene skal øve seg på utforskning, forklaring og sammenligning av funksjoner som henger sammen med praktiske situasjoner. Elevene skal også på forskjellige måter representere funksjoner og vise sammenheng mellom representasjonene sine (Kunnskapsdepartementet, 2019). I skolen finner man funksjoner i fire ulike former: graf, situasjon, formel og tabell (Ø. Bjørnstad et al., 2013). Disse fire representasjonsformene kan vi finne i både daglige situasjoner, men spesielt nødvendige for å beskrive funksjoner i matematikken i skolen. (Gjone, 1997). Claude Janvier

har utviklet en oversikt over formene funksjoner kan opptre på i skolematematikken. Gjennom denne oversikten vises det til sammenhenger mellom de ulike representasjonene (Gjone, 1997):

Tabell 2: Tabell hentet fra Gjone, 1997, s. 4

Fra \ Til	Situasjon	Tabell	Graf	Formel
Situasjon	-----	måling	skisse	modellering
Tabell	avlesing	-----	plotting	tilpassing
Graf	tolking	avlesing	-----	kurvetilpassing
Formel	gjenkjenning	beregning	plotting	-----

Overgangen mellom en representasjonsform til en annen, kaller man gjerne for en transformasjon (Adu-Gyamfi et al., 2012). Det å kunne transformere en representasjonsform til en annen er en viktig problemløsningsstrategi (Streun, 2000). Ved å transformere en representasjonsform til en annen, skjer en prosess hvor man tolker representasjonen på ny og endrer den til en ny representasjon ved å ta i bruk en strategi. Tabell 2 viser til eksempler på transformasjoner mellom representasjonsformene og passende strategi å ta i bruk for å transformere representasjonsformene. For eksempel kan man transformere tabell til en graf ved å bruke plotting som en strategi for dette. Gjennom transformasjon mellom representasjonsformer kan man få en forståelse for et matematisk konsept og elever som mestrer dette viser et høyere nivå av matematisk kognisjon (Adu-Gyamfi et al., 2019).

3 Metode

I dette kapitlet vil jeg redegjøre metodene som er tatt i bruk for å besvare forskningsspørsmålet og begrunne valgene som er tatt i prosessen. Det er gjennomført klasseromsobservasjoner og semistrukturerte intervjuer av lærer, og elever i gruppeintervju. Deretter vil jeg gi en oversikt over datainnsamling og min rolle som forsker. Til slutt vil jeg si noe om kvalitet og etikk ved forskningen.

3.1 Kvalitativ casestudie

For å finne ut strategier elever tar i bruk under løsning av problemer med bruk av whiteboard-tavler passer det seg å gjennomføre en kvalitativ studie. På den måten vil jeg få nær kontakt med de deltakende i studien ved å gjennomføre forskningsintervju og observere matematikkundervisning. Dette vil gi et godt grunnlag for å kunne forstå sosiale fenomener gjennom kontakten som blir grunnlagt gjennom datainnsamling (Thagaard, 2018). Data som blir samlet inn i en kvalitativ studie, blir preget av hvordan man forstår observasjoner og utsagn vi får fra informantene. I denne studien er det ønskelig å få mye informasjon om få enheter (Thagaard, 2018), som i dette tilfelle blir personer, noe som er typisk for en case-studie (Flyvbjerg, 2011). Ved å ta i bruk case-studie vil man få en dybde og forståelse av sammenhenger og hva som forårsaker at ting skjer (Flyvbjerg, 2011). I denne studien ønsker jeg identifisere problemløsningsstrategier som elevene bruker i løsningsprosessen når de bruker whiteboard-tavler som støtte under arbeid med de matematiske problemene og strategiene elevene tar i bruk for å finne tilgjengelig kunnskap fra nabetavler. Jeg ønsker også å identifisere elevenes dialogiske ytringer som viser hvordan de sammen initierer, bygger videre på og utfordrer hverandres ideer for å komme frem til en løsning.

3.2 Valg av informanter

I forkant av masterprosjektet hadde en lærer meldt interesse til å få studenter til å observere hans undervisning i tenkende klasserom. Vi studenter hadde ingen kjennskap til andre lærere som underviste på denne måten, og valgte dermed å kontakte rektor på skolen hvor denne læreren jobbet, og videre høre med læreren om muligheten ved å ta i bruk hans undervisning til vår datainnsamling. I samarbeid med læreren ble vi enige om å observere fem av hans undervisningsøkter i matematikk over en tre ukers periode. I tillegg til observasjon av

undervisning skulle vi gjennomføre to lærerintervju og flere elevintervju. Læreren jobbet på en liten ungdomsskole i Vest-Norge med én klasse per trinn. Totalt på skolen var det 90 elever og 25 ansatte. Læreren har tatt fag-lærerutdanning og praktisk pedagogisk utdanning. Nå holdt han på å fullføre lærerspesialist utdanning i matematikk for 5.-10. trinn. Læreren har jobbet som lærer i 11 år og har undervist på denne skolen i 10 år. I løpet av disse 10 årene har han undervist i rundt ett til to år i tenkende klasserom, hvor han bruker prinsippene med vertikale tavler, tilfeldige grupper og utforskende problemer i undervisningen.

Observasjonene ble foretatt i en åttende klasse, hvor denne læreren også var en av tre kontaktlærere i klassen. Datainnsamlingen foregikk tidlig i 2022, da elevene skulle starte på et nytt tema i matematikken – funksjoner. Elevene ble innført i undervisningsmetoden tenkende klasserom fra høsten 2021, og hadde dermed noen kjennskaper til arbeidsmåten før observasjonen tok sted og var nå vant med å jobbe på denne måten. Læreren innførte dette gradvis i klassen, men mange elever var svært engasjert på denne metoden, da de hadde hørt positive rykter om dette fra lærerens tidligere klasse. Læreren hadde tidligere prøvd ut denne metoden i en 10. klasse, og han fortalte han hadde positive erfaringer etter å ha tatt i bruk tenkende klasserom med dem.

Under observasjonen av undervisningen, har samtlige elever blitt observert under deres arbeid med problemer. Noen av disse har også blitt valgt ut til intervju. De elevene som har deltatt på intervju har blitt utvalgt etter deres plassering i klasserommet. De elevgruppene som sto tett i undervisningen var aktuelle for intervju etter mitt forskningsspørsmål og det var disse elevene som ble spurt om å delta i gruppeintervju.

3.3 Innsamling av data

3.3.1 Datainnsamling

Innsamling av data til studien foregikk over en periode på tre uker, hvor fem matematikktimer ble observert og filmet. Vi var tre studenter som foretok observasjon av samme undervisning. Til hver undervisningsøkt var vi to av tre studenter til stede hver gang. Vi valgte i samhandling med lærer at det ville være best og ikke være alle tre til stede med tanke på at det kunne bli for mange i klasserommet. Vi utstyrte oss med et filmkamera, en lydopptaker til læreren og et kamera til å ta bilde av tavlene til elevene. I tillegg til å observere undervisningen, gjennomførte vi intervjuer av lærer og elever.

3.3.2 Intervju som metode

Kvale og Brinkmann (2015) viser til et forskningsintervju som en metode man bruker hvis man ønsker og forstå verden fra intervjupersonens side. Intervju er en metode som er særlig relevant dersom man trenger en forståelse av hvordan deltakerne opplever og reflekterer over gitte situasjoner. Intervju er en sosial handling når en deltaker får være med å sette ord på sine erfaringer om en gitt observasjon (Thagaard, 2018). Intervju er en av de mest brukte metodene i en kvalitativ studie. Man kan definere et intervju som en samtale med en struktur og en hensikt, hvor forskeren får kommet i nær kontakt med intervjuobjektet og kan dermed studere deltakeren. Det gjør at man lettere kan forstå intervjuobjektet. Forskeren i et forskningsintervju har kontroll over samtalen og tema, noe som gjør at partene ikke er likeverdige (Kvale & Brinkmann, 2015).

I arbeidet på feltet har det foregått flere intervjuer. Vi gjennomførte semi-strukturerte intervjuer med utgangspunkt i utarbeidete intervjuguider (Vedlegg 5, Vedlegg 6, Vedlegg 7). I samarbeid med to medstudenter ble intervjuguider utarbeidet i forkant av datainnsamlingen. Under alle gjennomførte intervjuer var vi to studenter til stede. Vi fordelte roller under intervjuene, den ene hadde rollen som intervjuer og tok et hovedansvar for å intervjuer deltakerne, mens den andre har hatt en observatørrolle og noterte ned særlige ting å merke seg. I tillegg har begge studentene vært tilgjengelige for å stille oppfølgingsspørsmål eller legge til spørsmål der det har passet seg. Ifølge Dawson (2009) kan det være fordelaktig å notere mens man gjennomfører et intervju, selv ved bruk av lydopptaker. Da vil man i ettertid huske deler som utpekte seg som viktige under intervjuet og man vil lett kunne finne tilbake til disse delene. Når vi var to til stede under hvert intervju fikk vi mulighet til å ta notater underveis, uten å måtte bryte opp samtalen. Under alle gjennomførte intervjuer har det blitt tatt i bruk lydopptaker som hjelp til å samle inn datamaterialet.

For å starte datainnsamlingen startet det hele med et pre-intervju av læreren. Hensikten med dette intervjuet var å få mer bakgrunnsinformasjon om han som lærer, klassen han underviste og undervisningen hans. Til intervjuet ble det tatt i bruk en intervjuguide. Denne inneholdt utarbeidede spørsmål innenfor fem aktuelle kategorier. Temaene for intervjuet var utdanning og erfaring, bruk av tenkende klasserom, bruk av whiteboard-tavler og planer for øktene vi skulle observere. Til disse kategoriene hadde vi også notert oss et tidsperspektiv på omtrent hvor lang tid vi ville bruke på å snakke oss gjennom de ulike temaene (Vedlegg 5). Ved å strukturere intervjuguiden på denne måten, fikk både vi og lærer en oversikt over hva som skulle snakkes om til hver tid i intervjuet. Det gav oss også en fleksibilitet til å legge til spørsmål

eller komme med oppfølgingsspørsmål underveis i intervjuet (Dawson, 2009). Dette intervjuet gav mye informasjon om utdanningen og erfaringen til læreren med tenkende klasserom. Vi fikk også en større forståelse for hvordan undervisningen foregikk, noe som gav oss en klarhet i hva vi kunne forvente å merke oss under observasjonene av undervisningen hans til videre innsamling av data.

Det ble også gjennomført et post-intervju av læreren midt i datainnsamlingen. Vi ønsket å gjennomføre dette intervjuet på slutten av datainnsamlingen, men ble nødt til å gjennomføre dette tidligere. Til dette intervjuet ble det tatt utgangspunkt i de tre første undervisningsøktene vi hadde observert. Dette intervjuet skulle handle om læreren sine tanker rundt de øktene som var gjennomført. I tillegg til spørsmål, fikk læreren også se og kommentere på et utsnitt fra transkripsjonen av den første undervisningsøkten vi observert. Dette utsnittet ble valgt ut fordi det inneholdt en hendelse med diskusjon innad i en gruppe sammen med læreren. Her kom elevene med nye innspill til løsningen på problemet gjennom samtale og støtte fra læreren. De spørsmålene som var viktige å få frem i intervjuet hadde vi utarbeidet i en intervjuguide (Vedlegg 6). Her hadde vi delt intervjuet inn i hovedspørsmål, med tilhørende underspørsmål som vi kunne stille dersom vi ikke fikk frem poenger vi ønsket i hovedspørsmålene. Vi hadde funnet frem til fire ulike hendelser fra transkripsjonene til øktene som vi ønsket å diskutere, men på grunn av tidspress fra læreren måtte vi holde oss til den ene situasjonen som ble nevnt.

Det har også blitt gjennomført tre elevintervjuer, hvor elever i grupper på 2-3 har blitt intervjuet sammen. Vi valgte å gjennomføre disse intervjuene som gruppeintervju, da dette kan virke tryggere for elevene. I tillegg hadde de i undervisningen, som hadde foregått rett før intervjuene, arbeidet i gruppe sammen med elevene de ble intervjuet med. Da fikk de en mulighet til å huske ting fra økten sammen og en sjans til å bygge på hverandres innspill under intervjuet. Gjennom elevintervjuene ønsket vi å få en innsikt i elevenes tanker rundt undervisning i tenkende klasserom, hva de tenkte om økten som akkurat hadde foregått, deres strategier i arbeid med problemløsning og deres tanker om tavlebruk og bruk av andres tavler. Spørsmål rundt disse temaene var utarbeidet i en intervjuguide (Vedlegg 7).

3.3.3 Observasjon som metode

Gjennom observasjon får man et særlig godt utgangspunkt til å kunne forstå personen og dens sosiale sammenheng. Når man observerer et klasserom, kommer man i direkte kontakt med flere personer og det gir oss et grunnlag til å kunne forstå hvordan de forholder seg til hverandre

og presenterer seg selv (Thagaard, 2018). For å bemerke seg hvilke strategier elever tar i bruk når de løser problemer, var det ideelt og observere klasseromsundervisning for å se interaksjon mellom elever og grupper.

Det ble gjennomført observasjon av fem ulike undervisningsøkter i matematikk som hver var på 45 minutter. Elevene startet timene sittende, mens lærer delte inn i tilfeldige grupper. Hver gruppe skulle ha tre og tre elever, så langt det lot seg gjøre. Deretter fordelte de seg ut på gitte tavler og hentet med seg nødvendig utstyr for økta. Læreren innledet videre timen med å vise et videoklipp som ledet opp til et problem. Å komme i gang med undervisningen, dele inn i grupper og dele problemet med klassen tok i underkant av 10 minutter hver økt. Elevene gikk så i gang med å arbeide med problemet, mens læreren bevegde seg mellom gruppene og hjelper og støtter. Læreren har vanligvis et stoppunkt hvor han gir elevene en ekstra utfordring eller påpeker informasjon fra problemet, før han går videre og hjelper de elevgruppene som ber om hjelp eller spør hvordan det går med arbeidet i elevgruppene. Læreren har en liten oppsummering på slutten av hver økt. Her viser han løsningen til problemet og trekker frem elevgruppene sine løsninger og diskuterer dem i klassen.

Under undervisningen brukte vi et kamera til å filme økten. Vi startet med å filme lærerens oppstart og introduksjon av økten, før vi så flyttet kamera og filmet en elevgruppe mens de arbeidet. Elevgruppene som ble filmet ble valgt ut med tanke på plasseringen deres. Vi filmet gruppene som sto i et hjørne og var da tett på en annen gruppe. Vi valgte å filme det samme hjørnet av klasserommet hver gang, med hensikt i å følge en elevgruppe og deres diskusjoner innad i gruppen. Da fikk vi se en gruppe tettere, men det gav også en mulighet for å se etter interaksjoner med nabogruppa. Med tanke på at elevene arbeider i tilfeldige grupper, har det vært fokus på forskjellige elever i hver økt. Dette gir et større grunnlag for å oppdage strategiene elevene tar i bruk under problemløsning, da elevene har ulike utgangspunkt. I tillegg til videokamera, som fanger opp lyd fra elevgruppen, ble det også gjort lydopptak av læreren under hele økta. Da får vi med hans interaksjon med elever og hvordan han bidrar til diskusjoner innad og mellom grupper. Det ble også fanget opp diskusjoner hos flere grupper ved å ha en mikrofon på lærer.

Selv om det ble tatt opp både video og lyd fra undervisningen, ble det oppdaget et behov for å skrive feltnotater fra interaksjoner i de forskjellige gruppene. Ved å notere ned hendelser og samtaler som ble observert får man ifølge Thagaard (2018) god hjelp i å huske situasjoner og bearbeide erfaringer underveis. I mitt tilfelle var det til god hjelp å få ned ulike reaksjoner og kommentarer i og mellom grupper som var vanskeligere å få med seg på lyd og video. Gjennom

feltnotat fikk jeg en større forståelse av hva som jeg senere kunne se på video og høre på lydopptak.

3.3.4 Forskerrollen

Å gjøre seg så lite bemerket som mulig i observasjonssituasjonen er viktig for forskeren for å bevare det naturlige miljøet som eksisterer i klasserommet (Thagaard, 2018). Under observasjon av undervisningen prøvde vi å gjøre oss så lite bemerket som mulig slik at deltakerne ikke ble særlig påvirket av at vi var til stede (Thagaard, 2018), men likevel så nær til å kunne få observert det vi ønsket. Vi plasserte oss såpass nær gruppene som arbeidet at man fikk med seg diskusjoner innad og mellom grupper. Elevene viste særlig lite interesse til oss når vi observerte, men noen viste nysgjerrighet overfor kamera. Læreren forklare elevene i forkant av første observasjon at undervisningen skulle observeres og at vi skulle fungere som «fluer på veggen» og ikke som lærere.

3.4 Studiens datamateriale

3.4.1 Oversikt over datamaterialet

Tabellen vist nedenfor gir en oversikt over perioden for datainnsamling.

Tabell 3: Oversikt over datamaterialet

Dato	Når	Hva	Hvordan
	Før datainnsamling	Planlegge forskning og periode for møter på skolen	Kommunikasjon med lærer via mail
17.01	Før observasjon	Pre-intervju med lærer, omvisning på skolen og klasserom og praktiske ting ovenfor observasjon	Møte med lærer på skolen
27.01	1. undervisningsøkt	Observasjon av klasse	Problem: Hund og ballong . Hvor lang tid bruker en hund på å sprekke 100 ballonger. Elevene så en film hvor en

			hund skal sprekke 100 ballonger, filmen stopper etter 25 ballonger er sprukket. Elevene løser problemet og lærer oppsummerer og drar opp elevsvar på slutten. 45 min økt
31.01	2. undervisningsøkt	Observasjon av klasse	Problem: Tacocart . Hvilken vei bør en gå for å komme raskest til tacovogna? Elevene ser en film som viser problemet og går i grupper og løser problemet. Lærer viser løsning på slutten, men rekker ikke å dra opp elevsvar. 45 min økt.
03.02	3. undervisningsøkt	Observasjon av klasse	Problem: Playing catchup . Hvem kommer først i mål når han raskeste løper med halv fart? Elevene ser en film som viser en som løper 40 yard på kort tid, og en som løper senere. De skal finne ut hvem som vinner om han raskeste løper med halv fart. Elevene får evaluere oppgaven på slutten og lærer viser fasit. 45 min økt.
03.02	Elevintervju etter observasjon	Gruppeintervju av tre elever	Elevene blir spurt om deres tanker om matematikk,

			tenkende klasserom og deres strategier i økten
07.02	Før observasjon	Post-intervju lærer	Snakket med lærer om hans tanker etter øktene så langt. Han kommenterer på hendelser fra økt nr. 1
07.02	4. undervisningsøkt	Observasjon av klasse	Problem: Hvem kommer først? Elevene skal utforske om hvem som kommer først til skolen av to elever i klassen, dersom de hadde gått samtidig. De blir gitt avstand og gjennomsnittsfarten. Siste 5 minuttene brukes til å trekke frem elevsvar i plenum. 45 min økt.
07.02	Elevintervju etter observasjon	Gruppeintervju av to elever	Elevene blir spurt om deres tanker om matematikk, tenkende klasserom og deres strategier i økten
10.02	5. undervisningsøkt	Observasjon av klasse	Problem: Min skolevei. Elevene skal presentere hvor lang tid de trenger, avstanden de har og gjennomsnittsfarten deres på deres skolevei. De siste fem minuttene deler elevene løsningene sine. 45 min økt.
10.02	Elevintervju etter observasjon	Gruppeintervju av to elever	Elevene blir spurt om deres tanker om matematikk,

			tenkende klasserom og deres strategier i økten
--	--	--	--

3.4.2 Transkripsjon

Når det kommer til transkripsjon, valgte jeg å transkribere alt materiale fra lydopptakeren til læreren. Dette gjorde at jeg fikk et overblikk over alle elevene i klassen og fikk en større forståelse over kunnskapsmobiliteten når jeg fikk innblikk i dialogene til gruppene. De videoepisodene som ble transkribert var de som var mest interessante i forhold til dialogene som førte til problemløsningsstrategier og bruk av andre sine tavler. En episode defineres ut ifra tiden fra elevene fikk utdelt et problem frem til timen var over. Sekvenser er mindre utdrag fra disse episodene. Utgangspunktet for sekvensene som blir valgt ut er fra transkripsjonene av video av elevgrupper eller lydopptak av lærer. I et tenkende klasserom får elevene nye grupper hver økt, og dermed er videoobservasjonen av tilfeldige elever hver gang. Elevgruppen som ble filmet i første økt kalles elevgruppe 1, elevgruppen som ble filmet i andre økt kalles elevgruppe 2 og elevgruppen som filmes i tredje økt kalles elevgruppe 3. I tillegg er transkripsjon av lydopptakene også av helt vilkårlige elever, da lærer beveger seg rundt til de forskjellige gruppene.

Under transkripsjon av lydopptak har alle elever blitt anonymiserte, mens på transkripsjonene av videoopptaket har deltakerne fått pseudonym. Alle ytringer blir transkribert til bokmål for å ikke kunne kjenne igjen dialekt, med hensyn til anonymitet.

Når både lydopptak hos lærer og video av en gruppe blir transkribert, møtte jeg på ytringer med samme ytringsnummer. For å kunne skille disse har ytringer fra lydopptak blitt markert som 09, mens ytringer fra videoopptak nummereres som V-09.

3.4.3 Tilnærming til empirisk material

For å besvare forskningsspørsmål, så ser jeg nærmere på dialoger i gruppene som skjer under arbeid med problemløsningsstrategier. Sekvensene som er valgt ut viser til dialoger innad i gruppene og mellom grupper hvor de kommer frem til eller tar i bruk en problemløsningsstrategi eller tar i bruk den tilgjengelige kunnskapen i klasserommet. Sekvensene som skal studeres nærmere er plukket fra de tre første undervisningsøktene. Etter

å ha transkribert alle øktene, oppdaget jeg at under de tre første øktene var det tatt i bruk flere strategier under problemløsningen og elevene hadde flere og lengre diskusjoner i gruppene. Dette var dermed grunnlaget for å velge å se nærmere på disse tre øktene.

Hund og ballong-oppgaven skal først presenteres (4.1). Her vil jeg gi en beskrivelse av problemet og vise til en figur av problemet. Jeg skal videre se nærmere på de kognitive kravene oppgaven stiller, før jeg går inn på problemløsningsstrategier som blir brukt. Her tar jeg utgangspunkt i gruppen som ble filmet, samt ulike grupper som lærer diskuterer med i lydopptaket. Videre vil jeg trekke frem sekvenser hvor elevgruppen tar i bruk andre sine tavler som en strategi for å løse problemet. Til slutt ser vises det sekvenser av andre grupper hvor det er tatt i bruk andre strategier enn de som tidligere er vist. Videre skal Tacocart-oppgaven trekkes frem i 4.2 og deretter Playing catchup-oppgaven i 4.3.

Hver sekvens som er trekkes frem skal vise til en problemløsningsstrategi eller en strategi som brukes for å finne tilgjengelig kunnskap på tavlene til andre grupper. Dialogene i sekvensene analyseres gjennom Warwick et al. (2016) sitt analytiske rammeverk, hvor deler av dette rammeverket identifiserer de dialogiske ytringene i samtalen. Når jeg ser på strategiene elevene bruker for å finne tilgjengelig kunnskap i klasserommet tar jeg i bruk Liljedahl (2021) sitt rammeverk.

Jeg vil vise hvordan jeg vil ta i bruk det analytiske rammeverket til Warwick et al. (2016) for å analysere ytringene i klasserommet. For å illustrere dette skal jeg trekke frem noen eksempler fra datamaterialet i studien.

Tabell 4: Eksempel på identifisering av dialogiske ytringer

Dialogue move	Eksempel
D1 – Ber om informasjon	Ukjent elev: «Var det ikke han som sprang fort da?» (Økt 1, 72)
D1 – Ber om forklaring	Lærer: «Hvem er det grafen til?» (Økt 5, V-36)
D2 – Gir støttende bidrag	Ukjent elev: «Eh, ja» (Økt 2, 202)
D2 – Gir et svar	Ukjent elev: «Da har hun gått 1km» (Økt 4, 89)

D3 – Bygger på idé	Camilla: «Vi kan jo skrive pluss tre sekunder» (Økt 1, V-28)
D4 – Argumenterer for løsning	Fredrik: «derfor tenkte jeg at 650 delt på 2 blir 325 sekunder» (Økt 2, V-32)
D5 – Utfordrer ideen	Lærer: «Hvordan ser vi det på den grafen da?» (Økt 5, 259)
D5 – Fører samtale innpå nytt tema	Gina: «Vi må jo finne ut hva som er feet» (Økt 2, V-17)

3.4.4 Utfordringer ved identifisering av dialogiske ytringer

Under analysearbeidet var det ytringer i ulike sekvenser som var utfordrende å finne riktig kode til. Jeg skal nå vise til noen slike eksempler og forklare hva jeg har lagt vekt på, når de mer uklare har blitt kodet.

Ytringer hvor elevene gir et svar på et spørsmål eller en utfordring har jeg tolket som et støttende bidrag. I hund og ballong-oppgaven blir elevgruppen utfordret av lærer til å finne ut hvor mange ballonger som sprekket hvert sekund. Da svarer elev 17 med «Fire» (ytring-194). Det er en ytring jeg dermed tolker som et støttende bidrag (D2), da det er en ytring hvor eleven er med å skape et dialogisk rom hvor synspunktene sine kan uttrykkes (Warwick et al., 2016).

Jeg har tolket nei-svar som ytringer som er et støttende bidrag (D2). I hund og ballong-problemet blir en elev utfordret av lærer til å begrunne svaret sitt. «Nei jeg aner ikke» (ytring-196) er da svaret til eleven. Svar som dette ser ut som trigger videre forklaring og ikke stopper dialogen.

Noen ytringer har kunnet passe i to av kategoriene for dialogiske ytringer. Under noen ytringer, ofte fra lærer, så kan han be elevene om å begrunne løsningen sin. Slike ytringer passer i forhold til Warwick et al. (2016) sin beskrivelse av D1, som kjennetegnes ved at noen ber om avklaringer og informasjon. Likevel kan et slikt spørsmål hvor elevene blir bedt om å begrunne svaret sitt også være en utfordring og vil dermed kunne bli kodes som D5 (Warwick et al., 2016). I analysen har jeg valgt å kode slike ytringer som en utfordring, altså D5.

3.5 Studiens kvalitet

3.5.1 Generaliserbarhet

Thagaard (2018) bruker begrepet overførbarhet når det kommer til generaliserbarhet. Resultatene i et forskningsintervju er generaliserbare dersom man kan forvente at resultatene vil gjelde uansett tid, sted og menneske (Kvale & Brinkmann, 2015). I denne studien har det blitt tatt utgangspunkt i en klasse og synspunkter fra en lærer og noen elever. Datamaterialet er dermed ikke stort nok til at vi kan trekke noen konklusjoner om at resultatet vil gjelde alle elever.

3.5.2 Reliabilitet

Spørsmålet om reliabilitet skal vurdere forskningens pålitelighet (Thagaard, 2018). I min studie er datamaterialet transkribert, noe som gjør det relevant å se nærmere på reliabiliteten. Dersom to personer transkriberer samme datamaterialet, kan resultatene bli forskjellige ut fra hvordan man oppfatter muntlige uttrykk og hvordan kvaliteten er, om man har hørt absolutt alle ord (Kvale & Brinkmann, 2015). Alt datamaterialet som er transkribert, er fordelt på tre studenter. Det har vært et fokus på å behandle data så åpent og naturlig som mulig. Data som blir presentert, vil fremheve hva som hendte i undervisningen og intervjuene og er dermed pålitelige.

3.5.3 Validitet

Når man skal se på validitet så vurderer man gyldigheten (Thagaard, 2018). Validiteten i en studie viser til i hvilken grad metoden undersøker det som faktisk skal undersøkes. I min studie er datamaterialet transkripsjoner og det er vanskelig å gi en objektiv oversettelse fra muntlig tale til skriftlig beskrivelse av talen (Kvale & Brinkmann, 2015). Denne studien gir så ordrett nøyaktige transkripsjoner av lydopptakene som mulig for å kunne identifisere elevenes strategier i arbeid med problemløsning på vertikale tavler.

3.6 Forskningsetikk

I en kvalitativ studie, kan man som forsker få en nær kontakt med mennesker og dermed møte på etiske dilemmaer som man må ta hensyn til gjennom hele forskningsprosessen (Thagaard, 2018). Som forsker har man et ansvar overfor de personene som er deltakende i

forskningsprosjektet. Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora (NESH) har utviklet et sett med retningslinjer for hvordan man kan gjennomføre forsvarlig og ansvarlig forskning gjennom hele prosessen (NESH, 2021). I studien har det blitt gjennomført forskning på undervisning og på dialoger hos lærer og elever, dermed er retningslinjer knyttet til hensyn til personer vært spesielt viktig.

3.6.1 Meldeplikt

I oppstarten av forskningsprosjektet, sendte mine to medstudenter og jeg en felles søknad om datainnsamling (Vedlegg 3) til Norsk senter for datainnsamling (NSD). Denne søknaden inneholdt blant annet samtykkeskjema til lærer og elevene i tillegg til deres foresatte (Vedlegg 1 og Vedlegg 2). Barn som deltar i forskning skal ha særlig beskyttelse (NESH, 2021), og derfor ble både foreldre og barn bedt om å samtykke til å delta i intervju og/eller videoobservasjon i klasserommet. Samtykkeskjema inneholdt også formålet for prosjektet, hvilken data som blir publisert og deltakernes rettigheter. I forkant av datainnsamling var prosjektet godkjent (Vedlegg 4), og samtykke var samlet inn.

3.6.2 Frivillig og informert samtykke

Deltakerne skal være informert om hvilken informasjon forskeren samler inn, hva informasjonen skal brukes til, hvem som får tilgang til informasjonen og hva formålet til prosjektet (NESH, 2021). Lærer og elevene, i dette tilfellet, fikk rikelig med informasjon om hva det innebærer å delta i et slikt prosjekt, noe som NESH (2021) trekker frem som en viktig ting forskeren må gjøre.

Selv om foreldre og elever på forhånd samtykket til deltakelse i forskningsprosjektet, fikk elevene beskjed om at deltakelsen var frivillig og at de når som helst, uten videre grunn eller forklaring har mulighet til å trekke seg fra prosjektet. Deltakerne fikk beskjed i starten av hvert intervju at de hadde rett til å trekke seg fra prosjektet og at det ikke ville ha noen konsekvens om det var noe de ønsket. NESH (2021) fremhever viktigheten med at deltakerne er klar over denne retten som de har, da alle deltakere i et forskningsprosjekt skal helt frivillig samtykke. Derfor spurte læreren elevene en ekstra gang om de fremdeles ønsket å delta før de kom til intervjuet. Noen elever ønsket ikke å delta i prosjektet og ble dermed under undervisningen plassert på tavler med god avstand til videokamera. Det gjorde at deres ønsker ble ivaretatt og de ble ikke fanget opp på video- eller lydopptak.

3.6.3 Konfidensialitet

I hensyn til konfidensialitet har det blitt gjort en rekke hensyn for å ikke kunne spore opp informantene. Dette er et viktig hensyn å ta, når mennesker er delaktig i forskning (Thagaard, 2018). Når deltakerne signerte samtykkeskjema, var det avtalt at alle skulle være anonyme og deres identitet ville bli skjult. Når slikt er avtalt skal forskeren sikre at de forblir anonyme ved publisering (NESH, 2021). I studien har både lyd- og videoopptak blitt tatt i bruk av både voksne og barn. Det har vært viktig å holde de anonymiserte og trygt lagret gjennom hele studien. Deltakerne er informert om at de vil oppbevares på krypterte minnepinner som kun mine medstudenter og jeg hadde tilgang til. Som tidligere nevnt har alle navn blitt anonymisert og det har også skolen. Deltakerne i prosjektet vil dermed være bevares anonyme.

4 Resultater

I resultatdelen vil jeg først presentere hvordan elevene blir introdusert de tre problemene jeg nå skal gå nærmere inn på og så se på de kognitive kravene oppgavene stiller. Deretter skal jeg identifisere problemløsningsstrategier hos en tilfeldig gruppe med elever, for hvert problem. Dette gjøres ved å kronologisk følge deres arbeid med problemet, fra det er tildelt frem til de presenterer en ferdig løsning. Videre trekkes det frem andre strategier som er tatt i bruk av andre grupper i deres arbeid med problemløsning. Alle sekvensene analyseres i tabell som også gjør det mulig å se nærmere på hvordan dialogen i gruppene fører dem videre i arbeid med problemet.

4.1 Hund og ballong-oppgaven

En video skal vise en hund som slår Guinness World Record i å sprekke 100 ballonger. Elevene får se 100 ballonger som ligger samlet før en hund blir sluppet til og starter å sprekke ballongene. Videoen har en stoppeklokke som viser tiden og det vises antall sprukket ballonger til enhver tid. Videoen viser videre at hunden sprekker 25 ballonger og da stopper klippet. Hunden har brukt 5 sekunder på å sprekke 25 ballonger.



Figur 1: Hund og ballong-oppgaven

Elevene blir bedt om å finne ut hvor lang tid den da vil bruke på å sprekke 100 ballonger. Senere i løsningsprosessen blir elevene i tillegg bedt om å finne ut av hvor mange ballonger hunden sprekker per sekund i gjennomsnitt.

Nå som elevene kjenner problemet og har informasjon om hvor lang tid hunden bruker på å sprekke 25 ballong, har de et utgangspunkt til å komme i gang med å løse problemet. Før elevene setter i gang ber lærer dem om å finne flere gode argumenter og begrunnelser for å presentere løsningene sine.

Denne oppgaven har lav inngangsterskel da elevene ut ifra videoen får informasjon til at alle elever kan klare å komme frem til en løsning. Elevene har mulighet til å kunne gjette en løsning som kan virke logisk. Oppgaven har i tillegg stor takhøyde siden den kan løses på ulike måter, hvor man kan finne mer utfordrende strategier for løsning som å utforme graf og finne funksjonsuttrykk. Oppgaven kan også utvides og lærer har tenkt ut en mulig utvidelse hvor elevene kan prøve å finne ut hvor lang tid de tror et menneske hadde brukt på å sprekke det samme antall ballonger. Elevene kan dermed løse problemet på en måte som er utfordrende for dem selv og utvide problemet til nye utfordringer. Dette er dermed en rik oppgave (Wæge & Nosrati, 2018). Ved en slik oppgave får alle elever mulighet til å vise hva de kan og kan inspirere hverandre med måten de tenker på. Dette kan gjøres gjennom en klassesamtale til å oppsummere problemet og man kan få vist ulike løsninger for elevene. Derfor vil jeg kategorisere problemet som en LIST-oppgave (Wæge & Nosrati, 2018). Det er ikke noen prosedyre å bruke for å finne løsning og oppgaven krever at elevene arbeider utforskende. Jeg vil dermed plassere denne oppgaven under det kognitive kravet å gjøre matematikk (Stein et al., 2009).

4.1.1 Elevstrategier hos gruppe 1

Elevene starter umiddelbart å arbeide ut ifra den informasjonen de kjenner. Anna tar ansvaret til å skrive på tavla og noterer den kjente informasjonen. Videre finner gruppen ut at hunden må bruke 20 sekunder på å sprekke alle 100 ballongene ved at Bård foreslår at de må multiplisere 5 sekunder med 4 for å finne sekundene. Bård viser at han tenker at for hvert femte sekund vil 25 ballonger sprekkes. Det kan se ut som om Bård tenker at det er et mønster når han argumenterer for denne løsningen. Strategien til Bård kan identifiseres som å lete etter mønster, som Kongelf (2011) beskriver som en velkjent problemløsningsstrategi. Elevene ser seg rundt i klasserommet og starter å snakke om andre ting, mens Anna finskriver alt som står på tavla. Lenger kommer ikke gruppa før lærer bryter av timen for å utfordre elevene i å løse problemet på andre måter enn gjennom regning. Elevene har akkurat startet på nytt tema og skal nå ha et fokus på funksjoner, lærer utfordrer derfor elevene i å løse problemet med å tegne en tabell og graf. Denne utfordringen drev frem mer diskusjon hos elevgruppen. Elevene starter

umiddelbart å diskutere hvordan de skal løse utfordringen og lærer kommer inn i dialogen og bidrar. Følgende sekvens viser diskusjonen hvor elevene tar i bruk en ny strategi.

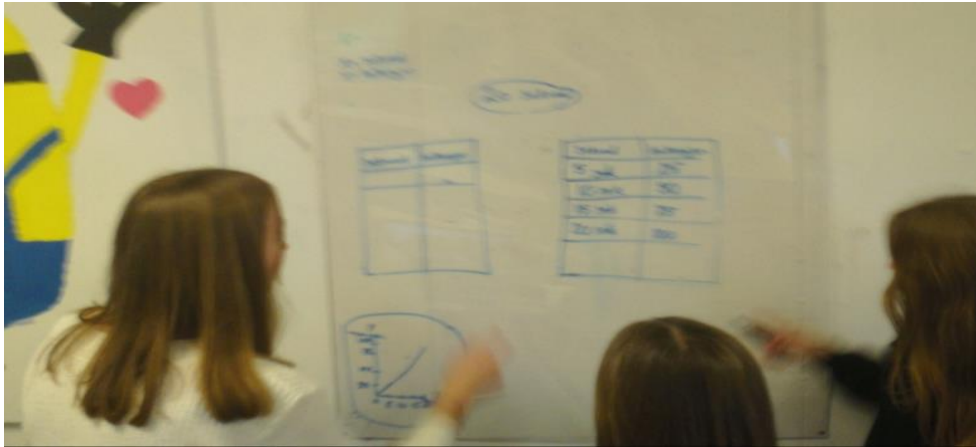
Tabell 5: Stiller spørsmål til utforming av tabell

Moniterende spørsmål			
Utsagn	Hvem	Ytring	Dialogue moves
V-06	Anna	Vi får tegne en tabell	D3 – Etter utfordring fra lærer om å lage tabell, bygger hun videre på denne ideen.
V-07	Camilla	Hva skal stå i den? Sekund og ballong?	D1 – Stiller spørsmål til hvordan utformingen til tabellen skal være D3 – Bygger videre på ytringen til Anna om å lage en tabell og kommer med forslag på hva som kan stå inne i tabellen
V-08	Anna	Ja (Pause hvor elevene snakker om andre ting, mens Camilla tegner tabell på tavla)	D2 – Støtter Camilla sitt forslag om hva som kan stå inne i tabellen
V-09	Anna	Du skal bruke x og y	D3 – Bygger på tidligere spørsmål fra Camilla (V-07)
V-10	Camilla	Hvordan da?	D1 – Spør åpent hvordan de skal få tatt i bruk x og y som verdi
Pause i et minutt, elevene står fast og ser rundt i klasserommet. Kanskje de ser etter en ide fra en annen tavle. I løpet av pausen vises også videoen med problemet på ny.			
V-11	Anna	Hvordan bruker vi x og y-verdi?	D1 – Ønsker klargjøring fra lærer om hvordan de skal ta i bruk verdiene han har bedt de bruke
V-12	Lærer	Ja godt spørsmål. Hva vil dere velge som x-verdi og hva vil dere	D2 – Bekrefter at de er på riktig spor ved å lure på x-verdi og y-verdi

		velge som y-verdi? Dere kan bare velge det som er mest hensiktsmessig. Hva tror dere fungerer best? Hvor vil dere ha sekunder og hvor vil dere ha ballonger?	D5 – Spør tilbake hva de ønsker å velge. Stiller spørsmål til dem som fungerer som et hint, slik at de blir utfordret til å prøve å sjekke hvilken løsning som fungerer best
V-13	Camilla	Er det det samme liksom?	D1 – Ønsker mer bekreftende svar på spørsmålet
V-14	Lærer	Dere kan snakke litt om det. Prøve hva som passer best. (Lærer går)	D5 – Ønsker å få elevene til å diskutere dette videre for å komme videre i løsningen
V-15	Bård	Vi kan ta sekund her nede	D3 – Eleven bygger på forslaget til lærer om å prøve hvor de selv tenker det kan fungere best å plassere de ulike verdiene
V-16	Camilla	Ja	D2 – Bekrefter det nevnte forslaget til Bård
V-17	Anna	Hæ sekund som x?	D1 – Stiller spørsmål for å få forklaring til hvilken verdi de skulle velge som x
V-18	Camilla	Ja så den kommer her nede	D2 – Positivt svar som forklarer Anna sitt spørsmål og viser til hvor x, sekund skal plasseres
V-19	Anna	Ahh	D2 – Støttende ytring som viser at Anna forstår hvorfor ting gjøres

Sekvensen viser at elevene stiller spørsmål til hverandre for å finne ut av hvordan tabellen skal se ut. Underveis i dialogen tegner de opp et koordinatsystem på tavla for å løse problemet med graf også. Elevene blir utfordret av lærer til å diskutere og prøve seg frem til å finne ut av hvordan grafen skal se ut. Mens dialogen foregår, skriver Anna på tavla, og elevgruppen har

både utformet en tabell og tegnet opp en graf som representerer tiden de tenker hunden bruker på å sprekke 100 ballonger.



Figur 2: Elevenes løsninger presentert på tavle

På tavla vises det en tabell som skal vise hvor mange ballonger som er sprukket per 5 sekund. Elevene har og tegnet en graf for å få dette frem. De har regnet seg frem til at for hvert 5 sekund har 25 ballonger blitt sprukket, og det tar dermed 20 sekunder å sprekke alle ballongene.

Læreren kommer senere tilbake til denne elevgruppen og tipser dem om å tenke over om hunden kan bli sliten etter hvert. Da bestemmer elevene seg for å legge på noen ekstra sekunder for å ta hensyn til dette innspillet. Camilla tegner en ny graf for å få illustrere denne nye løsningen de har funnet.

Tabell 6: Elevene reflekterer over løsningen sin

Vurderer løsningen			
Utsagn	Hvem	Ytring	Dialogue moves
V-32	Camilla	Ser dette greit ut?	D1 – Ber de andre på gruppa om deres mening
V-33	Anna	Ja	D2 – Bekrefter løsning
V-34	Bård	Kanskje du kan trekke grafen litt lengre	D3 – Foreslår en endring i løsningen de har funnet

Sekvensen viser at elevene vurderer løsningen sin. Når de nå reflekterer over løsningen befinner de seg i Borgersen (1994) sin sjette fase som handler om å reflektere over løsningen, i tillegg

til Polya (1957) sitt fjerde steg som omhandler å se tilbake på argumentene for løsningen. Anna viser hun er fornøyd med løsningen de har kommet frem til, mens Bård ønsker å korrigere den litt. Nå som de har vurdert at forrige løsning ikke kan stemme, men den nye kanskje er bedre, virker de ferdig med å arbeide med problemet. Elevene får videre en ny utfordring fra læreren, de skal nå finne hvor mange ballonger hunden sprekker i gjennomsnitt per sekund. Her finner elevgruppen raskt gjennomsnittet ved å dividere 100 ballonger på 28 sekund. De konkluderer med at hunden sprekker 3,57 ballonger hver sekund i 28 sekund.

4.1.2 Tavlebruk hos gruppe 1

Læreren forteller i pre-intervju at han oppfordrer elevene til å stole på prosessene som foregår i gruppa, men oppfordrer elevene til å få tips og ideer fra andre grupper uten å kopiere svar fra andre. Man kan se et preg av dette i undervisningsøkten. Elevgruppen viser stor lit til egen tavle og ser lite rundt på de andre tavlene i klasserommet eller diskuterer med andre grupper. Det ser ut som elevene leter etter en ide de kan låne fra en nabogruppe når de skal utforme tabell på tavla. Dette skjer mellom ytring V-10 og V-11. Elevene har blitt utfordret i å lage tabell og diskuterer hvordan de skal gjøre dette. De snur seg mot nabogruppen og ser i retning tavla. Elevene på nabetavlen har ikke laget noen tabell, så de fant ingen hjelp i å ta i bruk denne strategien og spør lærer om hjelp.

4.1.3 Strategier hos andre grupper i arbeid med problemløsning

Mens gruppe 1 tar i bruk strategier som lete etter mønster, monitorerende spørsmål og se tilbake for å vurdere løsningen, har andre grupper løst problemet ved hjelp av andre strategier. En gruppe tar i bruk den velkjente strategien gjetting og sjekk (Kongelf, 2011).

Tabell 7: Elevgruppen gjetter og sjekker løsning sammen med lærer

Gjetter en løsning, så regner de ut svaret			
Utsagn	Hvem	Ytring	Dialogue moves
193	Lærer	Bra resonnert. Men hvor mange (...) da går dere for 32? Hvor mange ballonger sprekker han da per sekund?	D2 – Positiv tilbakemelding på arbeidet D1 – Stiller spørsmål til elevene som en avklaring i at han har

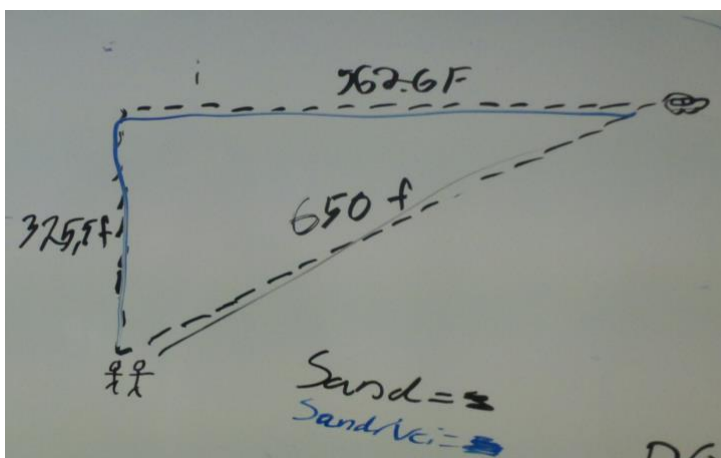
			forstått løsningen deres D5 – Utfordrer gruppen til å finne gjennomsnittet
194	Elev 17	Fire	D2 – Eleven kaster ut et forsøk på å gjette svaret til læreren sitt spørsmål
195	Lærer	Hvorfor?	D5 – Utfordrer eleven til å begrunne løsning
196	Elev 17	Nei jeg aner ikke	D2 – Støttende bidrag som fører samtalen videre
197	Lærer	Joda, men han har 100 ballonger og bruker 32 sekunder. Hvor mange ballonger sprekker han per sekund da?	D3 – Kommer med oppfordring til at elev 17 skal prøve ut løsningen han bidro med, for å sjekke om det kan stemme D5 – Utfordrer elevgruppen i om de nå klarer å sjekke løsningen
198	Elev 17	Da må vi ta 100 delt på 32. Må vi ikke?	D3 – Bygger på ytringen til læreren D1 – Lurer på om regnestykket kan brukes for å finne gjennomsnittet
199	Elev 18	Jo det var det jeg gjorde, og da blir det 3,125	D2 – Bekrefter at slik kan det gjøres D3 – Forteller at ved å bruke det regnestykket fant han en løsning
200	Lærer	Ja flott. Så 3 ballonger per sekund klarer han, hvis du regner ut gjennomsnittet	D2 – Bekrefter at nå har de funnet en løsning og oppsummerer hva de har nå funnet ut av
201	Elev 18	Ja	D2 – Viser med en støttende kommentar at han har forstått hva de har gjort og hva som er funnet ut

Når elevgruppen har funnet ut hvor lang tid hunden bruker på å sprekke 100 ballonger får de en ny utfordring fra læreren. De blir utfordret til å finne ut hva gjennomsnittet er på hvor mange ballonger som blir sprukket per sekund. I ytring 1-194 gjetter elev 17 på hva som kan være en mulig og omtrentlig løsning på problemet. Elev 17 foreslår at de kan sjekke løsningen ved å dele antall ballonger på antall sekunder og de finner gjennomsnittet. Elev 17 gjettet at hunden sprekker 4 ballonger per sekund, men etter de regnet det ut oppdaget de at han sprekker 3,125 ballonger per sekund.

Elevgruppen fant fort ut hvordan de skulle regne ut gjennomsnittet etter elev 17 gjettet på løsningen. Nabogruppa hadde nettopp funnet denne løsningsmetoden gjennom støtte fra lærer, mens elevgruppen følger med. Når elevgruppen fikk denne nye utfordringen med å finne gjennomsnitt kunne de låne løsningsmetoden fra nabogruppa og dermed finne en løsning som er en viktig strategi for å få en kunnskapsmobilitet i klasserommet (Liljedahl, 2021). De to gruppene har nå brukt samme løsningsmetode uten å komme frem til samme svar, da de hadde ulike ideer om hvor lang tid hunden brukte på å sprekke 100 ballonger.

4.2 Tacocart-oppgaven

En video presenterer problemet. Ben og Dan er på stranda og ser en tacovogn de vil gå til. Dan mener det er larest å gå opp til asfalten og deretter videre bort til tacovogna. Han argumenterer for at det vil være raskere å gå på asfalt i forhold til sand. Ben mener derimot at det vil gå raskere å bare gå rett over sanden for å komme til tacovogna. De bestemmer seg for å gå ulike veier.



Figur 3: Tacocart-oppgaven

Elevene skal finne ut om det er Ben eller Dan som kommer først frem. Læreren spør elevene om de trenger noen opplysninger for å klare å løse oppgaven. Elevene ber da læreren om å få vite hvor fort de går på sand og på asfalt. De får da vite at Ben og Dan går med en fart på 2 feet i sekundet i sand og 5 feet i sekundet på asfalt. Elevene ønsker også å få vite lengdene på de ulike strekningene til tacovogna. Da forteller læreren at den korteste veien i sanden er 325,6 feet, veien på asfalt er 562,6 feet og den lengste strekningen i sand er 650 feet lang.

Før elevene starter forteller lærer to ganger at han ønsker at de skal vise løsningen sin gjennom regning, tabell, graf og funksjonsuttrykk. Ifølge Gjone (1997) er dette sentrale representasjoner i arbeid med funksjoner. Når elevene har fått de opplysningene de trenger så går de raskt i gang med problemløsningen.

Dette er et problem som oppmuntrer elevene til resonnering og er dermed en kognitivt krevende oppgave (Wæge & Nosrati, 2018). Problemet stiller ingen krav til en bestemt prosedyre å løse problemet på, men lærer ber elevene bruke ulike representasjoner for å vise løsning. Jeg har derfor tolket det kognitive kravet som prosedyrer med forbindelse (Stein et al., 2009). Forklaringen for dette er at elevene har blitt bedt om å løse problemet ved å bruke bestemte representasjoner. Oppgaver som har dette kognitive kravet, kan ofte løses ved flere representasjonsformer og elevene får mulighet til å se sammenhenger mellom dem (Stein et al., 2009).

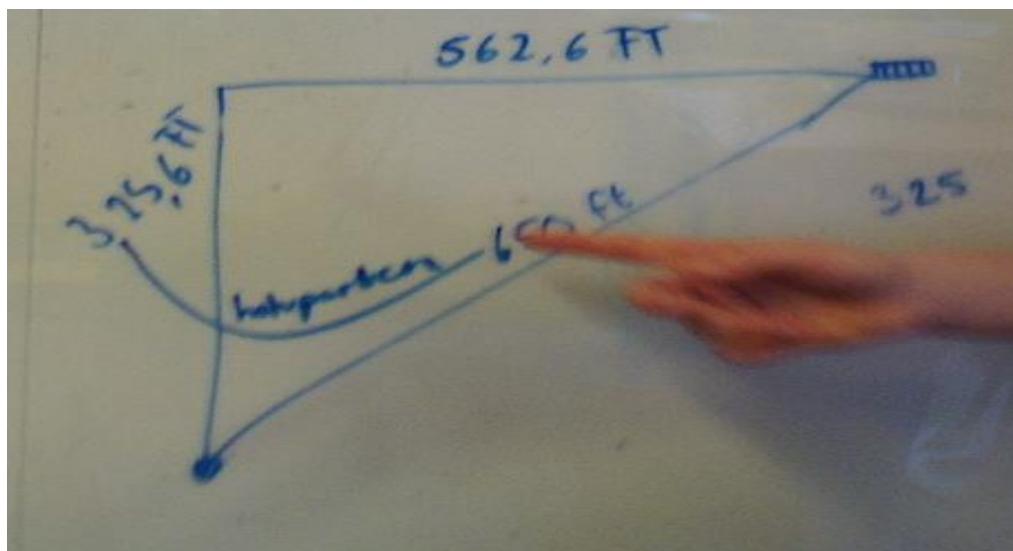
4.2.1 Elevstrategier hos gruppe 2

Elevgruppen noterer ned all informasjonen fra problemet under introduksjonen av problemet og allerede før de får startet en dialog i gruppa, har de fått tegnet opp en hjelpefigur. Gruppen har da også tegnet opp en hjelpefigur som illustrerer de to veiene for å komme til tacovogna (se figur 4). Denne blir aktivt brukt til å peke på når de starter å diskutere hvilken vei som er raskest.

Tabell 8: Elevene støtter seg på tegning under diskusjon

Bruke visualisering som støtte i dialogen			
Utsagn	Hvem	Ytring	Dialogue moves
V-01	Emil	Da begynner vi enkelt og greit, det må vel være raskest å på asfalten	D4 – Argumenterer umiddelbart for løsningen han ser på som den beste

V-02	Fredrik	Jeg tror det er raskest å gå her	D5 – Motsier forrige forslag og forteller han heller tror den andre veien er bedre
V-03	Gina	Ja, men du vil jo ikke gå på sand	D2 – Bekrefter Fredrik sin tanke om at den veien er bedre D5 – Utfordrer tanken om å gå på sand, da det ikke er enklest
V-04	Fredrik	Ja, men det går jo raskere å gå rett over her	D2 – Støtter tanken om at man helst ikke vil gå i sand D3 – Bygger videre på hans tidligere ide (V-02)
V-05	Gina	Ja, men hvis begge to begynner her, så er det jo mye lenger å gå over to strekninger istedenfor en	D2 – Bekrefter enighet til at Fredrik sitt forslag til løsning må være det riktige D3 – Bygger på ideen om at det må være bedre å gå en strekning enn to
V-06	Fredrik	Ja, men det går mye raskere her enn der, og det er jo mye lenger strekning i sanden	D2 – Uttrykker en enighet om at det er raskest å gå over en strekning D3 – Bytter mening og argumenterer for Gina sin tidligere ide (V-03)
V-07	Gina	Ja det er jo sant	D2 – Viser en enighet i at det er bedre å gå den strekningen med minst sand



Figur 4: Hjelpefigur hos gruppe 2

Her ser man en gruppe som støtter seg på en visualisering og peker når de forklarer hvilken løsning de tenker må være den riktige. Som ytringene viser så har de en diskusjon om veien til tacovogna kun ut ifra deres ideer om å gå på sand i forhold til asfalt og ved å se på lengdene på de forskjellige veiene. Samtalen stopper opp kort tid etter dette. At problemet inneholder måleenheten feet, gir elevene vansker og spørsmål. De bruker mye tid på å diskutere om hvordan de skal få lengdene over til enheten meter, før lærer oppfordrer dem til å beholde feet som måleenhet.

Tabell 9: Elevene blir påminnet opplysninger i problemet

Elevene får opplysninger til oppgaven på ny			
Utsagn	Hvem	Ytring	Dialogue moves
V-22	Gina	Hva er feet?	D1 – Gina ber om forklaring på måleenhet
V-23	Lærer	Feet er bare en måleenhet i Amerika. Men i norske forhold, så vil det være 30 cm. Men det jeg vil anbefale dere er å bare holde på feet. Dere kan bare regne med	D2 – Svarer på Gina sitt spørsmål D1 – Spør elevgruppen om de har fått med seg alle opplysningene for å kunne løse problemet

		feet. Dere kan gjøre om til meter, selvfølgelig. Men det spiller egentlig ikke noe rolle, dere kan bare ha feet. Siden hastigheten er oppgitt i feet, fikk dere med dere hastigheten?	
V-24	Gina	Nei	D2 – Bidrag som er støttende for videre løsningsarbeid
V-25	Lærer	I sanden går han 2 feet per sekund	D3 – Oppfølging av V-23
V-26	Emil	Og så fikk han 5 han andre	D2 – Bekrefter at han har fått med seg hvor fort Dan går på asfalt
V-27	Lærer	Da går han 5 feet. I sekundet da	D2 – Bekrefter at Emil hadde fått med seg riktig opplysning

Lærer oppdager at elevene ikke har fått med seg alle de viktige opplysningene, når han svarer på Gina sitt spørsmål. Når elevene får på plass de siste opplysningene, finner de andre metoder for å løse enn kun gjennom logisk tenkning, de starter med regning. Elevene finner dermed ut hvor lang tid det tar å gå på de tre ulike strekningene ved å dividere strekningen på farten. Videre legger de sammen tiden for de to strekningene for Dan og kommer frem til en løsning. Elevene finner ut at den lengste ruta er også den raskeste. Elevgruppen konkluderer med at Dan bruker fire og et halvt minutt, mens Ben bruker fem minutt og tjuefire sekund. Dan kommer dermed først til tacovogna.

4.2.2 Tavlebruk hos gruppe 2

Før elevene fikk hint fra lærer i å beholde feet som måleenhet, prøvde gruppen å finne ut av hva feet var på egenhånd. Dette gjorde de med å snakke med nabogruppen for å se om de kunne hjelpe dem.

Tabell 10: Diskuterer med nabogruppe

Diskuterer løsning med nabogruppe og lærer			
Utsagn	Hvem	Ytring	Dialogue moves
V-17	Gina	Vi må jo finne ut hva som er feet	D5 – Fra å se på lengdene på de forskjellige veiene, fører Gina dialogen i ny retning med å bytte tema
V-18	Fredrik	(snur seg til nabogruppe) Feet, hva er det?	D3 – Bygger videre på retningen Gina har ført dialogen i, og spør nabogruppe om hjelp
V-19	Una	En fot	D2 – Svarer på Fredrik sitt spørsmål
V-20	Gina	Men hva er det?	D1 – Ber om mer informasjon på svaret til Una
V-21	Una	Tre fot er en meter, tror jeg	D3 – Bygger videre svaret sitt i V-19 ved å omgjøre det hun tror en fot er til meter

4.2.3 Strategier hos andre grupper i arbeid med tacocart-oppgaven

De ulike gruppene er samstemte i arbeidet med problemet og ingen grupper tenker ut noen utvidelser for problemet. Alle elevgruppene viser seg å ta i bruk strategien med visualisering og tegner opp en hjelpefigur for å komme i gang med løsningen.

To elevgrupper bruker hverandres tavle som strategi i arbeidet med problemløsningen. Mot slutten av undervisningen, er det kun én elev, Thomas, på gruppa da lærer kommer bort for å høre hvordan det går med arbeidet hans. Stine, som arbeider på nabogruppa, engasjerer seg i samtalen og stiller spørsmål til hvordan grafen bør se ut.

Tabell 11: Nabogrupper diskuterer utforming på graf sammen med lærer

Sammenligne graf og diskuterer løsning med nabogruppe og lærer			
Utsagn	Hvem	Ytring	Dialogue moves
182	Lærer	Flott Thomas, bra jobbet. Helt alene du? Hehe, men nå skal vi snakke litt sammen om hele. Men det gikk greit	D2 – Positiv tilbakemelding over arbeidet til Thomas.
183	Thomas	(Ukjent tekst)	
184	Lærer	Så bra	D2 – Støttende bidrag til Thomas
185	Stine	(Ukjent tekst)	
186	Lærer	Hva sa du nå Stine?	D1 – Ber Stine om å gjenta informasjon
187	Stine	Vi trodde at det var sekunder der, og feet der. (peker på grafen til Thomas)	D4 – Kommentar som skal bevise at gruppen hennes har utformet grafen riktig, når de to grafene er ulike
188	Lærer	Ja, jeg tror og jeg ville valgt det. Sekunder her og feet der (peker på grafen til Thomas)	D2 – Bekrefter at Stine sin gruppe har løst grafen på en bedre måte
189	Stine	Vi bare visste sånn at det, hvis vi bare snur den litt. Hvis vi tenker at	D4 – Viser hvordan de har tenkt for at grafen deres ser ut som den gjør
190	Lærer	Ja, bare bytt om på det, Thomas. Det er ingen problem, det er veldig fort gjort, sant. Tar du sekund bort over her og det er fort	D2 – Bekrefter Stine sitt resonnement og ber til Thomas om å endre på sin graf. D5 – Utfordrer Thomas i å tenke på hvordan grafen nå vil se ut

		gjort det. Hvordan vil grafen se ut da?	
191	Thomas	Da begynner jo den her	D3 – Prøver å forklare hvordan grafen vil starte, når han bytter om på hva x-aksen og y-aksen representerer.

4.3 Playing catchup-oppgaven

En video viser en amerikansk fotballkommentator, Rich, som løper 40 yards. Videre får man se en amerikansk fotballspiller, Julio, som løper den samme strekningen sammen med Rich og da ser man at han løper fra Rich. I et nytt klipp ser man Rich få et forsprang på 10 yards mot Julio og likevel kommer Julio først i mål på 40 yards. Siste klipp i videoen løper de igjen, men Julio løper med halv hastighet og får et lite forsprang. Klippet stopper i det Rich begynner å løpe og da har Julio løpt 10 yards.



Figur 5: Playing catchup-oppgaven

Lærer utfordrer elevene i å finne ut hvem som vinner løpet. Elevene får vite fra lærer at Rich løper 40 yards på 7,1 sekund, mens Julio løper 40 yards på 4,39 sekund. Elevene skal nå finne ut hvem som kommer først dersom Julio løper med halv fart og får et lite forsprang. Lærer minner elevene på at det matematiske fokuset er funksjoner, og ønsker at de skal lage graf, tabell og funksjonsuttrykk for å vise løsningen sin.

Igjen blir elevene bedt om å bruke bestemte representasjoner for å vise løsningen sin. De blir kjent med hvordan lærer ønsker at de skal løse oppgaven, men det blir et fokus på å få en forståelse av sammenhengen mellom de ulike representasjonene. Dette gjør at jeg vurderer dette problemet under det kognitive kravet prosedyrer med forbindelser (Stein et al., 2009). Lærer har tenkt en mulig utvidelse til problemet er at elevene kan utforske hva som skal til for at de to mennene kommer på likt i mål. Dette gjør at elever kan møte flere utfordringer dersom de trenger det.

4.3.1 Elevstrategier hos gruppe 3

Når gruppene har blitt kjent med problemet, tar det 6 minutter før gruppen til Kai, Lise og Mette kommer i gang med å arbeide. Kai tar på seg en rolle som problemløser, mens de andre sitter på stoler ved tavla og ser på mens han arbeider. Elevene forteller i elevintervju at det er vanlig at en elev tar på seg ansvaret med å løse problemet og de andre på gruppa kommer med innspill når det stopper opp for eleven. I gruppa er det ingen dialog og fullstendig stillhet. Når 15 minutter av økta har gått, roper Kai på lærer for å kontrollere at han har forstått oppgaven riktig.

Tabell 12: Elevene monitorer oppgavetekst

Eleven kontrollerer oppgaveteksten etter 15 minutters arbeid med problemet			
Utsagn	Hvem	Ytring	Dialogue moves
V-06	Kai	Lærer! Er spørsmålet hvem som er raskest?	D1 – Stiller spørsmål om detaljer i oppgaven for å kontrollere at gruppen er på riktig spor
V-07	Lærer	Hvem som kommer først i mål	D2 – Gir Kai støtte om at han skal finne ut av hvem som er raskest/først i mål
V-08	Kai	På den siste?	D1 – Ønsker tydeliggjøring på at de skulle bruke det siste videoklippet de så
V-09	Lærer	Helt i mål på 40, 40 yards.	D2 – Bekrefter at Kai har forstått det riktig

V-10	Kai	Uten stopping?	D1 – Ber om bekreftelse på at de ikke skal utvide problemet til med stopping
V-11	Lærer	Uten stopping, husk Julio springer halvparten så fort	D2 – Bekrefter spørsmålet til Kai D5 – Minner Kai på hva utfordringen innebar
V-12	Kai	Åja, da. Var det spørsmålet	D2 – Bekrefter for læreren at han nå har forstått problemet

Kai har nå kontrollert at han forstår problemet gjennom å stille monitorerende spørsmål før han fortsetter arbeidet. Løsningsprosessen videre bærer lite preg av dialog og Kai arbeider rolig og alene med å løse problemet. På tavla konkluderer han at Rich vinner løpet. Han regner seg frem, ved hjelp av en kalkulator, til at Julio bruker 8,7 sekunder på å løpe 40 yards og har dermed et argument for løsningen sin.

Lærer kommer til gruppa for andre og siste gang denne økta. Elevgruppen har da løst problemet ved hjelp av regning og tegner opp en graf for elevene som han ønsker de skal bruke for å vise løsningen sin. Elevene forteller i elevintervju at dette er noe lærer gjerne gjør og er en metode de liker.

4.3.2 Tavlebruk hos gruppe 3

Mens lærer støtter elevgruppen med å tegne opp en graf som de kan bruke, oppfordrer han nabogruppen om å være med å løse problemet. Kai diskuterer videre med Vetle fra nabogruppa om hvordan funksjonen blir seende ut i grafen.

Tabell 13: To elevgrupper starter samarbeid

To elever fra ulike grupper løser problemet sammen			
Utsagn	Hvem	Ytring	Dialogue moves
264	Kai	Ok, da er det bare å begynne og skrive da	D3 – Bygger på utfordring fra lærer om å tegne funksjonen inn i en graf

265	Vetle	Begge to blir jo slakere da	D4 – Begrunner at funksjonen må stige slakt
266	Lærer	Ja, det er jo det jeg lurte på, han er litt slakere eller brattere?	D2 – Positiv tilbakemelding på Vetle sin ytring, og bekrefter at det er det han lurte på
267	Kai	Slakere	D3 – Bygger på ideen til Vetle om at funksjonen skal gå slakere
280	Kai	Han starter der	D3 – Uttrykker forslag for hvor funksjonen til Julio starter, etter utfordring fra lærer
281	Lærer	Der ja, han starter der	D2 – Positiv respons på ideen til Kai
282	Kai	Og så går han nedover	D3 – Bygger videre på argumentet sitt om hvordan funksjonen til Julio skal se ut
283	Lærer	Nei, den går oppover den og	D4 – Forteller at den går i positiv stigning, motsatt av hva Kai foreslo
284	Kai	Den går oppover, og så går den litt slakt	D3 – Uttrykker en felles enighet i dette, og legger til hvor bratt stigningen er
285	Lærer	Et eller annet tidspunkt vil de møtes her, flott	D5 – Fører samtalen videre og ber elevene tenke om hvor funksjonene krysser hverandre – her finnes løsningen til problemet
286	Vetle	Ja, men da har vi gjort denne oppgaven sammen	D2 – Bekrefter at han har fått med seg bidragene til løsningen og at dette er noe de har gjort i fellesskap gruppene imellom.

Elevene fra de to gruppene engasjerer seg sammen i å løse problemet. Sammen får de illustrert løsningene sine i en graf.

4.3.3 Strategier hos andre grupper i arbeid med playing catchup-oppgaven

I denne delen vil jeg kort beskrive strategier og tanker hos andre elevgrupper i arbeid med problemet. En gruppe viser de har fått litt ideer fra andre grupper når lærer spør hvordan de har kommet frem til løsningen de presenterer.

Tabell 14: Elevgruppe har lånt en løsning uten å kunne forklare hvorfor

Lærer ber elev om begrunnelse over lånt ide			
Utsagn	Hvem	Ytring	Dialogue moves
135	Lærer	Hvordan kom dere frem til det? 5,4.	D1 – Ber om mer forklaring til hvordan elevgruppen har kommet frem til løsningen de har notert på tavla
136	Elev	Det som var, var at det som vi ser rundt, når vi bare ser på andre sine tavler. Også så det litt kult ut, og da bare skrev vi det.	D4 – Argumenterer for hvordan de har kommet frem til løsningen sin
137	Lærer	5,4?	D1 – Ønsker fremdeles mer informasjon til hva som gjør at de har den løsningen de har
138	Elev	Vet ikke hvorfor det er det.	D2 – Støttende bidrag som fører samtalen videre.
139	Lærer	Nei, men sett da at jeg hjelper dere litt på veien, sant jeg er jo læreren deres. Så da kan jeg hjelpe dere litt.	D5 – Utfordrer elevene til å tenke mer over problemet i samarbeid med lærer

Lærer merker seg at elevene ikke har koblet sammenhengen mellom lengden og tiden. Tallet 5,4 har grupper skrevet opp på tavla som lengden Rick løper per sekund, mens gruppen her har tenkt at det må være løsningen på problemet. Lærer viser elevene dette gjennom en tabell som viser at etter 7,1 sekund har han løpt 40 yards og etter 1 sekund har han løpt 5,4 yards. Dette gjør han etter ytring 139, hvor han forteller at han skal hjelpe elevgruppen litt.

I elevintervju forteller en elevgruppe at lærer pleier å hjelpe elevene mye når de arbeider med problemer. Ofte starter han på en metode og får elevene til å fortsette for å komme på riktig vei. Det er akkurat det lærer gjør her, tegner opp starten på en tabell og lar elevene fortsette på den. Elevene forteller også at dersom de ikke vet hvordan de skal starte, så spør de lærer med en gang. Dersom de står helt fast og lærer er opptatt, kan de ta i bruk andre sine tavler for å få informasjon av andre og en oversikt over hvordan andre har løst problemet. Dersom de klarer se andre sine løsninger kan det gi dem en motivasjon til å prøve å regne ut igjen eller gå bort å spørre elevene på gruppene om hva de har gjort for å komme frem til løsningen. Likevel er det noe de ikke særlig ofte gjør. Elevene fremhever at de ikke liker at andre kopierer de løsningene de presenterer, men kan mer enn gjerne hjelpe andre å komme inn på riktig spor. Det å gi andre inspirasjon i måter å tenke, løse problemet på og å kunne sammenligne svarene andre har med sine er noe de liker med å ta i bruk andre sine tavler.

Elevgruppene er samstemte i løsningsforslagene sine og de viser løsningen sin gjennom regning, tabell og graf. Noen grupper illustrerer også løsningen sin gjennom GeoGebra og har dermed også funnet funksjonsuttrykkene til løpene til Rich og Julio.

4.4 Oversikt over resultater

Jeg vil nå trekke frem strategier som elevene har brukt for å løse problemet og hvilke dialogiske ytringer som blir tatt i bruk for å løse problem i et tenkende klasserom.

4.4.1 Funn fra hund og ballong-oppgaven

Tabell 15: Funn fra hund og ballong-oppgaven

Problemløsningsstrategier	Dialogue moves			Strategier ved tavlebruk
Lete etter mønster	D1	Lærer – 1	Elev – 7	Låne ide
Gjett og sjekk	D2	Lærer – 3	Elev – 9	

Vurdere løsning	D3	Lærer – 1	Elev – 7	
Moniterende spørsmål	D5	Lærer – 5	Elev – 0	

Tabellen viser problemløsningsstrategiene som er identifisert i elevenes løsning av hund og ballong-oppgaven. Under arbeidet kunne man se at elevgruppe 1 snudde seg mot nabogruppen i det de sto fast i løsningsprosessen, men da nabogruppen ikke hadde samme fokus fikk de ikke lånt noen ide fra gruppa. Gjennom dialogene mellom elevene og lærer, ser man en variasjon i de dialogiske ytringene. Særlig støttende ytringer (D2), hvor elevene viser enighet og forståelse, er fremtredende i ytringene til elevene. Elevene har også mange ytringer som innebærer å spørre om informasjon og forklaring (D1) og ytringer hvor elevene bygger på ideer (D3). Elevene har ingen ytringer hvor eleven utfordrer eller fører samtalen til nytt tema (D5). Hos lærer derimot finner man flere ytringer som utfordrer (D5) elevene i arbeidet sitt og dette er den mest fremtredende ytringen lærer har i dialogene på problemet.

4.4.2 Funn fra tacocart-oppgaven

Tabell 16: Funn fra tacocart-oppgaven

Problemløsningsstrategier	Dialogue moves			Strategier ved tavlebruk
Lag en visualisering	D1	Lærer – 2	Elev – 2	Sammenligne løsning med nabogruppe
Moniterende spørsmål	D2	Lærer – 6	Elev – 8	Diskutere løsning med nabogruppe
	D3	Lærer – 1	Elev – 6	
	D4	Lærer – 0	Elev – 3	
	D5	Lærer – 1	Elev – 3	

Tabellen over oppsummerer problemløsningsstrategiene, strategiene for tavlebruk og de dialogiske ytringene som ble identifisert under arbeid med tacocart-oppgaven. Elevene har et flertall av ytringer som bekrefter enighet mellom hverandre (D2). Lærer gir elevene støttende og bekreftende ytringer gjennom store deler av dialogene han har med elevene.

4.4.3 Funn fra playing catchup-oppgaven

Tabell 17: Funn fra playing catchup-oppgaven

Problemløsningsstrategier	Dialogue moves			Strategier ved tavlebruk
Moniterende spørsmål	D1	Lærer – 2	Elev – 3	Diskutere løsning
	D2	Lærer – 5	Elev – 3	Låne ide
	D3	Lærer – 0	Elev – 5	
	D4	Lærer – 1	Elev – 2	
	D5	Lærer – 3	Elev – 0	

Tabellen viser strategiene som er tatt i bruk under playing catchup-oppgaven og de dialogiske ytringene som ble identifisert av lærer og elevene under løsningsprosessen. Elevene bruker hverandres ideer (D3) når de diskuterer seg frem til en løsning på problemet. Lærer gir positiv respons (D2) på arbeidet til elevene gjennom ytringene sine.

5 Diskusjon

I dette kapitlet vil jeg diskutere resultater vist i kapittel fire og belyse disse i gitt teori fra kapittel to. Dette kapitlet er tredelt hvor jeg skal se på de delene som omhandler forskningsspørsmålet i studien.

5.1 Problemløsningsstrategier

Gjennom observasjon og analyse har det blitt synliggjort problemløsningsstrategier hos elevgrupper med arbeid med problemer i et tenkende klasserom. Nå skal noen problemløsningsstrategier løftes frem som et bidrag på å svare på forskningsspørsmålet.

Fra oppsummering av analyse (4.4) ser man i tabellene at elevene tar i bruk ulike strategier for å finne en løsning på hvert av de tre problemene. Flere av strategiene elevene har tatt i bruk er strategier som Kongelf (2011) også identifiserer i hans studie av strategier i norske lærebøker i matematikk. Å lete etter mønster, gjett og sjekk og lag en visualisering er noen av de strategiene han har identifisert. Disse strategiene ble også tatt i bruk av elevene i min studie. Her er det dermed funn som samsvarer med Kongelf (2011) sine funn. I tillegg til de tre strategiene har han identifisert andre som ikke var å finne i elevenes arbeid med problemene. En mulighet til at funnene ikke er samstemte kan være for at denne studien har fokus på noen få elevgrupper i arbeid med å løse tre problemer, mens Kongelf (2011) identifiserer strategier i flere lærebøker som da vil inneholde en større mengde oppgaver, som kan føre til et større behov for variasjon i strategier.

5.1.1 Visualisering og modellering

Under arbeid med tacocart-oppgaven hadde alle elevgruppene valgt å lage en visualisering. Det er interessant at elevgruppene bruker modellen sin aktiv til å diskutere og vise hvordan de tenker mot en løsning. Det kan se ut som at det gjorde det enklere for elevene i elevgruppe 2 å forklare hverandre sine ideer og fortelle de andre på gruppe om hvordan de tenkte. For elevgruppe 2 viste tegningen av oppgavebeskrivelsen å være en stor del av deres løsningsprosess, spesielt i starten for å komme i skikkelig i gang med problemet. Borgersen (1994) viser til at det å lage en modell er et viktig steg for å komme i gang med problemløsningsarbeidet. Det å lage en hjelpefigur også sentralt for å kunne forstå problemet (Polya, 1957). Elevgruppe 2 viser i sitt problemløsningsarbeid at ved å ha en hjelpefigur og ta den i bruk aktivt gjorde at de kom godt

i gang med problemløsningen og ga de en større forståelse på hvordan de skulle løse problemet videre. I Kongelf (2011) sin studie finner man strategien å lage en visualisering som en av de tre mest brukte i norske lærebøker. Kan det da hende at det er en sammenheng mellom at det er en strategi elevene er vant til å møte i lærebøkene og derfor tar den i bruk tidlig i sine egne løsningsprosesser?

5.1.2 Monitorering og spørsmål

Elevene stiller mye spørsmål i arbeidet med problemene. Både lærer og andre elever blir stilt spørsmål mens elevene er i løsningsprosessen. I Bjuland (2007) var et funn at spørsmålsstrategien hadde en viktig rolle for fremgangen i problemløsningsarbeidet. Hos elevene i denne studien viser spørsmålsstrategien seg å spille en sentral rolle i dialogene de har mens de løser problemene.

I tillegg til elevene, så stiller lærer og mye spørsmål mens elevene løser problemene. Det kan se ut som at dette har hjulpet elevene i problemløsningen. Fra de dialogiske ytringene finner man spørsmål som både lærer og elever stiller. Elevene og lærer stiller spørsmål som er både oppklarende og monitorerende. Spørsmål elever stiller for å få kontrollert detaljer ved problemet finner man i den dialogiske ytringen D1, hvor man får tydeliggjort tenkning hos den andre (Warwick et al., 2016). Lærer utfordrer elevene flere ganger gjennom løsningsprosessen. Utfordringene, D5, kommer noen ganger i form av spørsmål. Elevene blir spurt om de kan komme med forklaring til løsningene de kommer med.

Gjennom arbeid med de tre problemene, viser gruppene særlig at når de har funnet en løsning sier de seg fornøyd og går enten videre i arbeidet eller stopper opp. Man ser lite tegn til at elevgruppene utfører Polya (1957) sitt siste steg i problemløsningsfasen med å se tilbake på og vurdere løsningen sin (Borgersen, 1994). Gjennom å se tilbake på løsningen sin monitorerer elevene sin egen løsningsprosess (Bjuland, 2007). Elevgruppen som ser tilbake på løsningen sin og vurderer den, gjør dette på kort tid og over tre korte ytringer. De gjør en liten korrigerende i løsningen sin før de sier seg fornøyd. Dette funnet var nokså forventet. Man kan sammenligne dette med Schoenfeld (1992) sin beskrivelse av typiske elever som arbeider med problemer, hvor elevene ikke bruker tid på å se tilbake på løsningen sin.

5.2 Kunnskapsmobilitet

I et tenkende klasserom skal ikke lærer være den eneste kilden til kunnskap, men elevene skal også være en bidragsyter til kunnskap (Liljedahl, 2021). Elevene blir oppfordret av læreren til å stole på seg selv i stor grad. Likevel kan man anta etter observasjonen at elevene trenger støtte fra lærer til å arbeide med problemer. Elevene rekker opp hånden og ønsker hjelp fra læreren relativt fort når de møter på problemer. Fra problemet *playing catchup* kan det se ut som at lærer viser elevene at han er en stor kilde til kunnskap i klasserommet. Likevel ser man elevene ha en kunnskap som er mobil mellom hverandre i klasserommet. I et tenkende klasserom kan elevene skape kunnskapsmobilitet ved å låne ideer, sammenligne løsninger og diskutere løsninger med andre elevgrupper. Da får elevene mulighet til å se rundt på andre tavler, men og gå bort til de andre gruppene og diskutere problemet (Liljedahl, 2021). Gjennom observasjoner av klasserommet, kan man finne sekvenser hvor elever ser på andre tavler og da får ideer fra andre og man kan se elevene diskutere med andre grupper for å få løst problemet.

I klasserommet kunne man se at det var lite bevegelse mellom gruppene. Liljedahl (2021) trekker frem at formene for kunnskapsmobilitet kan innebære at elevene går bort til andre grupper. Elevene tok i større grad bruk nabetavler som hjelp de gangene de trengte det. Elevene er vant til å holde seg til sin egen gruppe og pleier ikke å gå til andre grupper for å arbeide med problemet. Dette kan komme av at elevene ikke har arbeidet i et tenkende klasserom i mer enn et halvt år når observasjonen foregikk og dermed ikke har fått innøvd denne normen i klasserommet med å være mer mobile på plassene sine.

I klassen fantes det en kultur som gjorde at elevene synes det var bra å kunne hjelpe hverandre med å komme på ideer. Lærer oppfordrer elevene til å stole på prosessen i gruppene, men samtidig at det er lov å få inspirasjon av å se på andre grupper sine tavler. Det viser seg at elevene ser rundt i klasserommet når de arbeider med problemene. Både i hund og ballong-oppgaven og i *playing catchup*-oppgaven ser man eksempler hvor elevene ser seg rundt i klasserommet. Elevgruppe 1 brukte strategien til å se over på nabogruppa, men fikk ingen tips av elevgruppen, da de hadde et annet fokus når elevene ønsket å låne en ide. Under *playing catchup*-oppgaven ser man også et tilfelle av kunnskapsmobilitet. En elevgruppe har notert seg ned en løsning, og forteller til lærer at dette var noe de hadde sett at andre grupper også hadde som løsning og derfor hadde de skrevet samme. Her ser man et tilfelle hvor elevgruppen har lånt en løsning uten å vite hvordan løsningen kom til. Elevgruppen har altså skrevet av samme løsningen som de har sett på en annen tavle. Det å kopiere en løsning er noe elever lite gjør i et tenkende klasserom (Liljedahl, 2021) og heller ikke noe elevene i klassen liker at andre gjør.

Likevel kan de se ut som at selv om elevene i tilfellet her kopierer fra en annen tavle, kan det gjøre at de tenker videre på denne løsningen og hvordan de selv kan komme frem til dem. Her ser man at lærer oppdager denne løsningen på tavla og utfordrer elevene i å forklare den nærmere. Når de da forteller at dette svaret har de observert hos andre og derfor notert på tavla, førte det til at lærer utfordrer elevene i å fortsette tenkningen. Det kan dermed virke som at dette får elevene til å fortsette tenkningen og problemløsningen.

Elevene har fortalt at tavlene i klasserommet gir dem god oversikt over hvilke løsninger andre har endt opp med og hvordan de har kommet frem til disse. Med denne oversikten får elevene en mulighet til å sammenligne løsninger med andre, noe som de forteller de liker. Likevel vises dette lite igjen når elevene løser problemet. Etter å ha sett elevene arbeide, får jeg et inntrykk av at elevene stoler i stor grad på sine egne løsninger. Dette kan ha noe med å gjøre at elevene har gjort ulikt i begynnelsen av problemløsningen og dermed kan de ende opp med å tenke ut ulike innspill til problemene, slik som man oppdaget under hund og ballong-oppgaven. Under tacocart-oppgaven ser man at en gruppe sammenligner grafen de har oppført på tavla si med grafen på tavla til nabogruppa. Denne sammenligningen førte til at de to gruppene sammen med lærer begynte å diskutere grafene de to gruppene hadde oppført på sin tavle. Man finner en sekvens fra samme episode, hvor elevene diskuterer med en annen gruppe. Elevgruppa sto fast med løsningen sin og snudde seg dermed til nabogruppa for å få hjelp der. Det å diskutere løsninger med andre grupper er den formen for kunnskapsmobilitet som blir mest observert under klasseromsobservasjonen. Under playing catchup-oppgaven ser man en sekvens hvor to elevgrupper slår seg sammen og diskuterer sammen med lærer under løsningen av problemet. Selv om elevene får støtte fra lærer underveis i problemløsningsarbeidet, ser det ut som at elevene sammen klarer å konstruere kunnskap sammen ved å ta i bruk de tre formene for kunnskapsmobilitet (Liljedahl, 2021).

5.3 Scaffolding i tenkende klasserom

Scaffolding handler om støtten elever får i prosessen med å lære, slik at de neste gang klarer å gjøre noe selv (Fernandez et al., 2001) og ifølge Bakker et al. (2015) henger *scaffolding* sammen med dialogisk undervisning. Studiens funn illustrerer de dialogiske ytringene som fikk samtalene videre i problemløsningsarbeidet. Resultatene viser flere dialoger som bidrar til at elevene kommer videre og frem til en løsning i arbeidet med problemene. Dialogene foregår både mellom elevene, men også med lærer som og diskuterer med elevgruppene. Når elevene må arbeide i grupper og føre dialog for å løse problemer, kan det typiske handlingsmønsteret

om at tenkning er privat (Lampert, 1990), bli brutt. Under arbeidet ser man at elevene diskuterer, men eleven som har ansvar for å notere, skriver på tavla noen ganger uten at noen diskuterer om hva de skal gjøre. Da kan det se ut som at de holder tenkningen sin privat. Det hender likevel læreren ber elevene om å forklare hvordan de har tenkt under løsningen. Da blir elevene nødt til å fortelle sine tanker til hverandre og læreren, om hva de har tenkt og gjort i løsningsprosessen deres. Når elevene deler tankegangen på grunn av at lærer ber om det, kan det se ut som at både lærer og elevene er med på å *scaffolde* hverandre i studien.

Lærer er stadig hos gruppene og støtter elevene i arbeidet med problemene. I resultatene ser man i flere situasjoner hvor lærer gir elevene nye utfordringer (D5). *Scaffolding* gir elevene mulighet til å utvikle seg mot nye ideer, ferdigheter og forståelse (Bakker et al., 2015). Når lærer da gir elevene nye utfordringer kan det føre til at de får nye ideer i løsningsprosessen og får utviklet ferdighetene sine innen problemløsning og det matematiske fokuset. Særlig i hund og ballong-problemet ser man at lærer gir elevene flere utfordringer underveis i arbeidet. Lærer gir elevgruppe 1 blant annet en utfordring til å tenke over den mest hensiktsmessige utformingen av en tabell. Dette problemet var klassens første økt med temaet funksjoner og de kan dermed ha trengt mer støtte fra læreren i hva de skal gjøre under problemet og det kan være en mulig årsak til at elevene fikk flere utfordringer under løsningsprosessen i dette problemet enn de andre. Lærer viser også elevene støtte i problemløsningsprosessen. Dette kjenner man igjen i de dialogiske ytringene (D2) som handler om å gi positiv støtte. Imsen (2018) trekker frem at støtte fra en annen fungerer som *scaffolding*. Gjennom arbeidet med de tre problemene har lærer flere dialogiske ytringer som er støttende og man dermed ser at lærer *scaffolder* elevene i deres problemløsningsarbeid. Lærer viser seg å bruke mye positive og bekræftende ytringer under dialogene med elevene. Gjennom alle tre problemene finner man ofte slike ytringer fra læreren sin side.

Man ser at lærer utfordrer elevene i arbeidet gjennom løsningsprosessen. Hos elevene er dette noe som er sjeldent å merke seg. Elevene utfordrer hverandre lite under problemløsningen og fører sjelden dialogene til nye retninger (D5). Man kan se i tacocart-oppgaven at elevene utfordrer hverandres tanker i starten av dialogene. Her diskuterer elevene med hverandre og utfordrer hverandre sine ideer. I den oppgaven ser man at elevene har flere slike ytringer enn hva lærer har. Under de andre problemene har lærer kommet med alle ytringene som omhandler utfordringer. Kanskje har elevene ikke hatt behov for å utfordre hverandres ideer under hund og ballong-oppgaven og playing cathcup-oppgaven, da lærer gav elevene så mange

utfordringer? Eller kanskje lærer gav elevgruppene så mange utfordringer, fordi elevene ikke utfordret hverandre sine ideer?

Fernandez et al. (2001) har funnet at elevgrupper klarer drive *scaffolding* med hverandre i arbeid med smågrupper. Dette funnet kan gå overens med funnene i denne studien. Elevene klarer sammen finne ideer som gjør at de kommer frem til en løsning. Under dialogene kan man se elever som bygger på hverandre argumenter (D3). Sammen klarer elevene bygge på hverandre sine bidrag slik at de kommer frem til en løsning. Elevene har gjennom alle tre problemene brukt hverandre sine ideer til å komme seg til en endelig løsning. Det kan se ut som at elevene ikke hadde kommet frem til samme løsning alene, noe som viser at gjennom å arbeide i grupper og diskutere klarer elevene å støtte hverandre til å komme til en endelig løsning. Vi identifiserer i tillegg positive ytringer (D2) i dialogene mellom elevene, noe som kan bidra til at elevene støtter hverandres fremgang i arbeidet med løsningen gjennom *scaffolding*. Særlig i hund og ballong-oppgaven og tacocart-oppgaven ser man at elevene tar i stor grad bruk av positive eller bekreftende ytringer som fører de videre i løsningsprosessen.

6 Konklusjon

I arbeidet med å identifisere problemløsningsstrategier fra elevenes løsningsprosess under arbeidet med tre problemer, har jeg tatt i bruk Liljedahl (2021) sitt rammeverk for former for kunnskapsmobilitet i et tenkende klasserom og Warwick et al. (2016) sitt analytiske rammeverk for dialogiske ytringer. Gjennom denne studien har det vist seg noen interessante funn. I dette kapittelet vil jeg prøve å besvare forskningsspørsmål for studien og gjøre rede for pedagogiske implikasjoner og studiens videre implikasjoner

6.1 Svar på forskningsspørsmål

Etter klasseromsobservasjoner og intervju av lærer og elever har noen interessante funn pekt seg ut. For å nå kunne trekke noen konkluderende slutninger vil jeg gå inn på forskningsspørsmålet:

Hvilke problemløsningsstrategier tar elever i bruk i arbeid i et tenkende klasserom og hvordan kommer de frem til de strategiene de bruker?

For å besvare dette vil jeg ta for meg den første delen av spørsmålet om hvilke strategier elever bruker. Elevene tar i bruk en rekke med ulike problemløsningsstrategier når de løser de ulike problemene. Dette ser man gjennom resultatene som viser elevenes prosess med å løse problemet fra start til slutt. De strategiene de har tatt i bruk i arbeidet sitt er oppsummert i tabell 15, 16 og 17. Særlig viser det seg å stille spørsmål som en problemløsningsstrategi er fungerende for elevene og blir tatt i bruk gjennom alle tre problemene. Disse spørsmålene har vist at elevene får mer forståelse for problemet og i større grad får kontrollert og vurdert løsningene sine. Når elevene arbeider med andre i grupper og stiller spørsmål kan det se ut til at elevene klarer å komme seg videre i problemløsningen og finne andre og nye strategier.

Elevene bruker og andre tavler som strategi i problemløsning. Man kan tydelig se at elevene ser på andre sine løsninger og kan diskutere med andre grupper som en strategi for å komme seg videre i problemløsningsprosessen. Dette er en strategi man kanskje kan se mer av etter elevene har arbeidet mer i et tenkende klasserom og normene er mer tilpasset at elevene beveger seg rundt mellom grupper for å arbeide med problemer.

Den andre delen av forskningsspørsmålet om hvordan elevene kommer frem til de strategiene de bruker vil jeg se nærmere på nå. Elevene snakker mye med hverandre i gruppene og støtter hverandre i løsningsprosessene. Elevene utøver *scaffolding* for å sammen finne løsninger. Man

ser at elevene bygger på hverandre sine argumenter for å finne sine endelige løsninger på problemene. Særlig ser man at elevene har støttende ytringer til hverandre når andre kommer med argumenter for løsning. Elevene får og støtte fra lærer som og er med på å *scaffolde* elevene slik at de kommer til en løsning og blir trent i problemløsning.

Med dette kan det se ut som at elevene klarer å sammen *scaffolde* hverandre i arbeid med problemer når de arbeider i grupper i tenkende klasserom. Dette klarer de innad i gruppene og mellom grupper når de er rundt og bruker tavlebruk som strategi i problemløsningsarbeidet.

6.2 Studiens begrensninger

Det er viktig å få frem at denne studien er en liten kvalitativ case-studie som har fokus på en klasse og bare noen elevgrupper fra klassen, én lærer og fem problemløsningsoppgaver, hvor jeg valgte å gå nærmere inn på tre av dem. Det ville vært en styrke å analysere mer av datamateriale. Dette gjør at funnene her ikke vil kunne generaliseres, men betyr ikke at funnene er uaktuelle. Det som er funnet kan være tendenser, da funnene har blitt diskutert opp mot relevant teori. Disse funnene kan dermed være av betydning i min kommende profesjonsutøvelse og kanskje for andre som leser denne oppgaven og ønsker å undervise gjennom et tenkende klasserom. Dersom analysene hadde blitt gjennomført på et større utvalg, kunne man kanskje fått frem andre problemløsningsstrategier og andre måter å ta i bruk tilgjengelig kunnskap i klasserommet.

6.3 Implikasjoner for videre forskning

For videreføring av studien, hadde det vært interessant å sett videre på hvordan elevene kommer frem til problemløsningsstrategier når de har jobbet lenger i et tenkende klasserom. Det hadde vært interessant og sett om kunnskapsmobiliteten hadde vært sterkere og hvordan normene i klasserommet for å bevege seg rundt og føre dialog med andre grupper hadde endret seg over tid. Dette kunne vært interessant og hatt dette fokuset over en lengre periode for å virkelig sett hvordan klasseromsnormene endret seg på en lengre periode og når elevene er vant til å arbeide i et tenkende klasserom.

Gjennom denne arbeidet med denne masteroppgaven har jeg fått et innblikk i hvordan det er å undervise matematikk i et tenkende klasserom. Jeg har sett hvordan interessante problemer får elevene til å bli engasjerte i problemløsningsarbeidet og hvordan elever kan ha gode dialoger

for å finne løsninger sammen. Det har vært interessant å se hvordan elevene tar i bruk den tilgjengelige kunnskapen i klasserommet ved å ta i bruk hverandres tavler og snakke sammen med andre elevgrupper. Denne studien kan være et bidrag til forskningen ved at den rekker søkelyset på dialoger hos elevgruppene i tenkende klasserom.

7 Referanseliste

- Adu–Gyamfi, K., Bossé, M. J. & Lynch–Davis, K. (2019). Three types of mathematical representational translations: comparing empirical and theoretical results. *School Science and Mathematics*, 119 (7), 396-404. <http://doi.org/10.1111/ssm.12360>
- Adu–Gyamfi, K., Stiff, L. V. & Bossé, M. J. (2012). Lost in translation: Examining translation errors associated with mathematical representations. *School science and Mathematics*, 112 (3), 159–170. <https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.2011.00129.x>
- Alexander, R. J. (2008). *Essays on pedagogy*. Routledge.
- Alexander, R. J. (2010). Dialogic teaching essentials. *National Institute of Education*, 1–7.
- Bakker, A., Smit, J. & Wegerif, R. J. Z. (2015). Scaffolding and dialogic teaching in mathematics education: introduction and review, *ZDM – Mathematics Education*, 47(7), 1047–1065. <https://doi.org/10.1007/s11858-015-0738-8>
- Bjuland, R. (2007). Adult students' reasoning in geometry: Teaching mathematics through collaborative problem solving in teacher education. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 4(1), 1–30. <https://doi.org/10.54870/1551-3440.1056>
- Bjuland, R. & Helgevold, N. (2018). Dialogic processes that enable student teachers' learning about pupil learning in mentoring conversations in a Lesson Study field practice, *Teaching and Teacher Education*, 70, 246–254. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2017.11.026>
- Bjørnstad, H., Olsson, U. H., Søyland, S. & Tolcsiner, F. (2018). *Matematikk for økonomi og samfunnsfag*. (9. utg.). Cappelen Damm Akademisk.
- Bjørnstad, Ø., Kongelf, T. R. & Myklebust, T. (2013). *Alfa. Matematikk for grunnskolelærerutdanningene 1–7 og 5–10* (2. utg.). Fagbokforlaget.
- Borgersen, H. E. (1994). Open ended problem solving in geometry. *Nordisk Matematikdidaktikk*. 2, 2, 6–35.
- Dawson, C. (2009). *Introduction to Research Methods: A Practical Guide for Anyone Undertaking a Research Project* (4. utg.). How to Books.
- Fernández, M., Wegerif, R., Mercer, M., & Rojas-Drummond, S. (2001). Re-conceptualizing “scaffolding” and the zone of proximal development in the context of symmetrical collaborative learning. *The Journal of Classroom Interaction*, 40–54.

- Flyvbjerg, B. (2011). Case study. I N. K. Denzin, & Y. S. Lincoln (Red.), *The Sage handbook of qualitative research* (4. utg., s. 301–316). Sage.
- Gjone, G. (1997). *Veiledning til funksjoner*. Nasjonalt læremiddelsenter.
- Imsen, G. (2018). *Elevens verden: en innføring i pedagogisk psykologi* (5. utg.). Universitetsforlaget.
- Kazemi, E. & Hintz, A. (2014). *Intentional talk: How to structure and lead productive mathematical discussions*. Stenhouse Publishers.
- Kongelf, T. R. (2011). What characterises the heuristics approaches in mathematics textbooks used in lower secondary schools in Norway? *Nordic Studies in Mathematics Education*, 16(4), 5–44.
- Kunnskapsdepartementet. (2017). *Overordnet del – verdier og prinsipper for grunnopplæringen*. Fastsatt som forskrift ved kongelig resolusjon. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. <http://www.regjeringen.no/no/dokumenter/verdier-og-prinsipper-for-grunnopplaringen/id2570003/>
- Kunnskapsdepartementet. (2019) *Læreplan i matematikk (MAT01–05)*. Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. <https://www.udir.no/lk20/mat01-05>
- Kvale, S. & Brinkmann, S. (2015). *Det kvalitative forskningsintervju* (3. utg.). Gyldendal Akademisk.
- Lampert, M. (1990). When the problem is not the question and the solution is not the answer: Mathematical knowing and teaching. *American Educational Research Journal*, 27(1), 29–63. <https://doi.org/10.3102/00028312027001029>
- Lesh, R. & Zawojewski, J. (2007). Problem solving and modeling. I F. K. Lester (Red.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (bd. 2., s. 763–804). Information Age Publishing Inc.
- Liljedahl, P. (2016). Building thinking classrooms: Conditions for problem solving. I P. Felmer, J. Kilpatrick & E. Pekkonen (Red.), *Posing and solving mathematical problems: Advances and new perspectives* (s. 361–386). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-28023-3_21
- Liljedahl, P. (2021). *Building Thinking Classrooms in Mathematics, Grades K–12: 14 Teaching Practices for Enhancing Learning*. Corwin Press.

- Liljedahl, P., & Cai, J. (2021). Empirical research on problem solving and problem posing: a look at the state of the art. *ZDM-Mathematics Education*, 53(4), 723–735. <https://doi.org/10.1007/s11858-021-01291-w>
- Liljedahl, P., Santos-Trigo, M., Malaspina, U. & Bruder, R. (2016). Problem solving in mathematics education. I G. Kaiser (Red.), *Problem Solving in Mathematics Education. ICME-13 Tropical Surveys*. (s. 1-39). Springer Open.
- Mason, J. (2000). Asking mathematical questions mathematically. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 31(1), 97–111. <https://doi.org/10.1080/002073900287426>
- NESH. (2021). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap og humaniora* (5.utg.). De nasjonale forskningsetiske komiteene.
- Polya, G. (1957). *How to solve it: A new aspect of mathematical method* (2. utg.). Princeton University Press.
- Säljö, R. (2001). *Læring i praksis: Et sosiokulturelt perspektiv*. Cappelen Akademisk Forlag.
- Schoenfeld, A. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. I D. A. Grouws (Red.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (s. 334–370). Macmillian Publishing Company.
- Skaalvik, E. & Skaalvik, S. (2015). *Motivasjon for læring. Teori + praksis*. Universitetsforlaget.
- Stein, M. K., Smith, M. S., Henningsen, M. A. & Silver, E. A. (2009). *Implementing Standards-Based Math Instruction: A Casebook for Professional Development* (2. utg.). Teachers College Press.
- Streun, A. V. (2000). Representations in applying functions. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 31(5), 703–725. <https://doi.org/10.1080/002073900434387>
- Thagaard, T. (2018). *Systematikk og innlevelse: En innføring i kvalitative metoder* (5. utg.). Fagbokforlaget.
- Utdanningsdirektoratet. (2019, 18. november). *Hva er kjerneelementer?* <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/stotte/hva-er-kjerneelementer/>

- Valbekmo, I., & Svorkmo, A.G. (2021). Whiteboards as a problem-solving tool. I G. A. Nortvedt, N. F. Buchholtz, J. Fauskanger, F. Hreinsdóttir, M. Hähkionemi, B. E. Jesse, J. Kurvits, Y. Liljekvist, M. Misfeldt, M. Naalsund, H. K. Nilsen, P. Portaankorva-Koivisto, G. Pálsdóttir, J. Radisic, & A. Werneberg (Eds.), *Bringing Nordic mathematics education into the future. Papers from NORMA 20. Proceedings of the Ninth Nordic Conference on Mathematics Education. Oslo, 2021* (pp. 281–288). SMDf, Swedish Society for Research in Mathematics Education.
- Warwick, P., Vrikki, M., Vermunt, J. D., Mercer, N. & van Halem, N. (2016). Connecting observations of students and teacher learning: an examination of dialogic processes in Lesson Study discussions in mathematics, *ZDM Mathematics Education*, 48(4), 555–569. <https://doi.org/10.1007/s11858-015-0750-z>
- Wells, M., Hestenes, D. & Swackhamer, G. (1995). A modeling method for high school physics instruction. *American Journal of Physics*, 63(7), 606-619. <https://dx.doi.org/10.1119/1.17849>
- Wæge, K., & Nosrati, M. (2018). *Motivasjon i matematikk*. Universitetsforlaget.
- Yackel, E., & Rasmussen, C. (2002). Beliefs and norms in the mathematics classroom. I G. Leder, E. Pehkonen, & G. Törner (Red.), *Beliefs: A hidden variable in mathematics educations?* (s. 313–330). Kluwer Academic. https://doi.org/10.1007/0-306-47958-3_18

Vedlegg 1: Informasjonsskriv til foresatte

Vil du delta i forskningsprosjektet *Problemløsningsarbeid i et tenkende klasserom?*

Dette er et spørsmål om deltakelse i et forskningsprosjekt hvor formålet er å studere lærere og elever under problemløsning på whiteboards, i et tenkende klasserom. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for ditt barn.

Formål

Den nye læreplanen har et fokus på problemløsning, hvor det står både om problemløsning og utforskning i fagets relevans og verdier, men også som et kjerneelement (Utdanningsdirektoratet,2020). I denne studien ønsker vi å se nærmere på problemløsning, og da i en kontekst hvor det blir gjort i det som kalles et tenkende klasserom. I et tenkende klasserom er det individer som tenker og lærer sammen, og forståelse og kunnskap blir konstruert gjennom aktivitet og diskusjon. Det vil da være naturlig å jobbe med problemløsning, siden man i et tenkende klasserom trenger noe å tenke på. Vertikale whiteboard-tavler er noe som blir brukt som verktøy i denne settingen, hvor elevene kan skrive ned tanker og ideer, som gjøres synlig for alle. Vi skal i denne studien se på lærer-elev dialog og elev-elev dialog under problemløsning på whiteboard-tavler. I tillegg skal vi se på hvordan elevene bruker disse tavlene, og hvordan de tar i bruk andre elevs tavler. Denne studien skal brukes til å skrive tre individuelle masteroppgaver.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

Universitetet i Stavanger er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?

Du får spørsmål om å delta fordi du er forelder/foresatt til en elev ved en skole med en undervisning basert på problemløsning i et Thinking Classroom. Vi inviterer en lærer til å delta i prosjektet - samt utvalgte elever i lærerens klasse. Kontaktopplysninger fått fra veileder i masteroppgavene.

Hva innebærer det å delta?

Deltakelse i prosjektet innebærer å være med på seks undervisningstimer (på 45-60 minutter), hvor det vil bli tatt video- og lydopptak av undervisningen.

Deltakelse i prosjektet innebærer å være med på et gruppeintervju (ca. 15-20 minutter) sammen med 2 andre elever fra klassen.

Foreldre/foresatte kan få se intervjuguide (for de barn som har sagt seg villige til å delta i intervju) på forhånd. Dette kan ordnes ved å ta kontakt med prosjektleder: Raymond Bjuland.

I elevintervjuet vil elevene bli bedt om å svare på/diskutere valgene de tok i undervisningsøkten. Og da knyttet til det de skrev på whiteboard-tavlen (elevsvarene vil da anonymiseres).

Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis ditt barn velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle personopplysninger om ditt barn vil da bli

slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg eller ditt barn hvis de ikke vil delta eller senere velger å trekke seg.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger

Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.

- Lydopptak fra intervjuene og videoopptak fra undervisning vil kun være tilgjengelig for forskerne i prosjektet - samt veileder - så lenge prosjektet varer.
- Lydopptakene og videoopptak vil lagres på krypterte minnepinner, og opptakene vil transkriberes og anonymiseres. Alle navn vil erstattes med fiktive navn, og vi vil sørge for at kontaktopplysninger lagres sikkert adskilt fra øvrige data

I publikasjoner fra forskningsprosjektet vil alle opplysninger anonymiseres, og vi vil sørge for at det ikke blir gitt opplysninger som gjør at deltakerne kan gjenkjennes.

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?

Opplysningene anonymiseres når prosjektet avsluttes/oppgaven er godkjent, noe som etter planen er 31. juli 2023. Da vil alle lydopptak og video-opptak slettes, og vi vil kunne oppbevare anonymiserte transkripsjoner fra intervjuene og videoopptakene.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om ditt barn?

Vi behandler opplysninger om ditt barn basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra *Universitetet i Stavanger* har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Dine rettigheter

Så lenge ditt barn kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

innsyn i hvilke opplysninger som er registrert om ditt barn, og å få utlevert en kopi av opplysningene

- å få rettet opplysninger om ditt barn
- å få slettet personopplysninger om ditt barn, og
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av ditt barns personopplysninger

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å vite mer om eller benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- *Universitetet i Stavanger* ved *Raymond Bjuland* (tlf: 91 83 71 86, e-post: raymond.bjuland@uis.no), eller *Line Berge* (tlf: 91 75 69 19, e-post: line.berge@hotmail.com), eller *Maren Nygaard Nes* (tlf: 45 25 27 40, e-post: marennnygaardnes@gmail.com), eller *Teodor Skjæveland* (tlf: 94 26 43 95, e-post: teodor@skjaeveland.eu).
- Vårt personvernombud: *Rolf Jegervatn* (e-post: personvernombud@uis.no).

Hvis du har spørsmål knyttet til NSD sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:

- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS på e-post (personverntjenester@nsd.no) eller på telefon: 53 21 15 00.

Med vennlig hilsen

Raymond Bjuland
(veileder)

Maren Nygaard Nes, Line Berge, Teodor Skjæveland
(student)

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet [*Problemløsningsarbeid i et tenkende klasserom*], og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

- at mitt barn kan delta i intervju
- at mitt barn kan delta i videoopptak

Jeg samtykker til at opplysninger om mitt barn behandles frem til prosjektet er avsluttet

(Signert av prosjektdeltaker, dato)

Vedlegg 2: Informasjonsskriv til lærer

Vil du delta i forskningsprosjektet

Problemløsningsarbeid i et tenkende klasserom?

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å studere lærere og elever under problemløsning på whiteboards, i et tenkende klasserom. I dette skrevet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

Formål

Den nye læreplanen har et fokus på problemløsning, hvor det står både om problemløsning og utforskning i fagets relevans og verdier, men også som et kjerneelement (Utdanningsdirektoratet, 2020). I denne studien ønsker vi å se nærmere på problemløsning, og da i en kontekst hvor det blir gjort i det som kalles et tenkende klasserom. I et tenkende klasserom er det individer som tenker og lærer sammen, og forståelse og kunnskap blir konstruert gjennom aktivitet og diskusjon. Det vil da være naturlig å jobbe med problemløsning, siden man i et tenkende klasserom trenger noe å tenke på. Vertikale whiteboard-tavler er noe som blir brukt som verktøy i denne settingen, hvor elevene kan skrive ned tanker og ideer, som gjøres synlig for alle. Vi skal i denne studien se på lærer-elev dialog og elev-elev dialog under problemløsning på whiteboard-tavler. I tillegg skal vi se på hvordan elevene bruker disse tavlene, og hvordan de tar i bruk andre elevs tavler. Denne studien skal brukes til å skrive tre individuelle masteroppgaver.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

Universitetet i Stavanger er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?

Du får spørsmål om å delta fordi du underviser i matematikk med en undervisning basert på problemløsning i et Thinking Classroom. Vi inviterer en lærer til å delta i prosjektet - samt utvalgte elever i lærerens klasse. Kontaktopplysninger fått fra veileder i masteroppgavene.

Hva innebærer det for deg å delta?

Deltakelse i prosjektet innebærer å være med på et intervju (varighet maksimalt en time) og at vi får observere seks undervisningstimer over tre uker som du har ansvar for. I undervisningstimene vil det bli tatt videoopptak og lydopptak. I tillegg ønsker vi at du kan hjelpe oss å finne to grupper med elever (3 elever i hver gruppe) fra en av klassene du underviser i matematikk til å stille opp i elevintervju (ca. 15–20 minutter). Elevintervjuene vil gjennomføres som gruppeintervjuer med 3 elever i hver gruppe, det er ønskelig at gruppene med elever er de samme som er i gruppe under tenkende klasserom gjennomgangen.

Vi vil sende ut informasjonsskriv med samtykkeskjema til foreldrene i forkant, og foreldre kan også få se spørreskjema og intervjuguide (for de som har barn som har sagt seg villige til å delta i intervju) på forhånd. Dette kan ordnes ved å ta kontakt med prosjektleder: Raymond Bjuland.

Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle dine personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg. Forskningen vil gjennomføres i forbindelse med undervisning, og det vil bli tatt video- og lydopptak. Alle elevene som ikke ønsker å delta bør derfor få et alternativt opplegg. Dersom det ikke er mulig å ha de som ikke vil delta utenfor klasserommet, så vil vi flytte

elevene slik at de ikke blir filmet. Vi vil også unngå å ta frem det elevene som ikke vil delta sier.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger

Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.

- Lydopptak fra intervjuene og videoopptak fra undervisning vil kun være tilgjengelig for forskerne i prosjektet - samt veileder - så lenge prosjektet varer.
- Lydopptakene og videoopptak vil lagres på krypterte minnepinner, og opptakene vil transkriberes og anonymiseres. Alle navn vil erstattes med fiktive navn, og vi vil sørge for at kontaktopplysninger lagres sikkert adskilt fra øvrige data

I publikasjoner fra forskningsprosjektet vil alle opplysninger anonymiseres, og vi vil sørge for at det ikke blir gitt opplysninger som gjør at deltakerne kan gjenkjennes.

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?

Opplysningene anonymiseres når prosjektet avsluttes/oppgaven er godkjent, noe som etter planen er 31. juli 2023. Da vil alle lydopptak og video-opptak slettes, og vi vil kunne oppbevare anonymiserte transkripsjoner fra intervjuene og videoopptakene.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?

Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra *Universitetet i Stavanger* har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Dine rettigheter

Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke opplysninger vi behandler om deg, og å få utlevert en kopi av opplysningene
- å få rettet opplysninger om deg som er feil eller misvisende
- å få slettet personopplysninger om deg
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å vite mer om eller benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- *Universitetet i Stavanger* ved *Raymond Bjuland* (tlf: 91 83 71 86, e-post: raymond.bjuland@uis.no), eller *Line Berge* (tlf: 91 75 69 19, e-post: line.berge@hotmail.com), eller *Maren Nygaard Nes* (tlf: 45 25 27 40, e-post: marennygaardnes@gmail.com), eller *Teodor Skjæveland* (tlf: 94 26 43 95, e-post: teodor@skjaeveland.eu).
- Vårt personvernombud: *Rolf Jegervatn* (e-post: personvernombud@uis.no).

Hvis du har spørsmål knyttet til NSD sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:

- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS på e-post (personverntjenester@nsd.no) eller på telefon: 53 21 15 00.

Med vennlig hilsen

Raymond Bjuland
(veileder)

Maren Nygaard Nes, Line Berge, Teodor Skjæveland
(student)

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet [*Problemløsningsarbeid i et tenkende klasserom*], og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

- å delta i intervju
- å delta i videoopptak

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet

(Signert av prosjektdeltaker, dato)

Vedlegg 3: Meldeskjema NSD



Meldeskjema

Referansenummer

375378

Hvilke personopplysninger skal du behandle?

- Navn (også ved signatur/samtykke)
- E-postadresse, IP-adresse eller annen nettidentifikator
- Bilder eller videoopptak av personer
- Lydopptak av personer

Prosjektinformasjon

Prosjektittel

Problemløsningsarbeid i Thinking Classrooms

Prosjektbeskrivelse

Problemløsning er et kjerneelement i den nye læreplanen. En måte å arbeide med problemløsning er gjennom Thinking Classroom. I et thinking classroom bryter man opp klasseromsstrukturen og elevene arbeider i mindre grupper på vertikale whiteboards. Denne studien skal utforske problemløsning gjennom thinking classroom. Vi skal se på dialog mellom elev-elev, lærer-elev og bruken av disse vertikale whiteboards.

Begrunn behovet for å behandle personopplysningene

I prosjektet vil vi gjennomføre intervjuer med utvalgte lærere og elever og videoopptak av undervisning. Vi er nødt til å behandle e-postadresser (for læreren) og navn for å kunne opprette kontakt og avtale gjennomføring av intervjuene. For å sikre at vi får

dokumentert det deltakerne formidler i intervjuet mest mulig nøyaktig, vil vi gjøre lydopptak av intervjuene.

Ekstern finansiering

Type prosjekt

Studentprosjekt, masterstudium

Kontaktinformasjon, student

Maren Nygaard Nes, marenygaardnes@gmail.com, tlf: 45252740

Behandlingsansvar

Behandlingsansvarlig institusjon

Universitetet i Stavanger / Fakultet for utdanningsvitenskap og humaniora / Institutt for grunnskolelærerutdanning, idrett og spesialpedagogikk

Prosjektansvarlig (vitenskapelig ansatt/veileder eller stipendiat)

Raymond Bjuland, raymond.bjuland@uis.no, tlf: 91837186

Skal behandlingsansvaret deles med andre institusjoner (felles behandlingsansvarlige)?

Nei

Utvalg 1

Beskriv utvalget

Utvalgt lærer på grunnskolen

Rekruttering eller trekking av utvalget

Lærer tok kontakt med vår veileder og viste interesse for forskning.

Alder

25 - 45

Inngår det voksne (18 år +) i utvalget som ikke kan samtykke selv?

Nei

Personopplysninger for utvalg 1

- Navn (også ved signatur/samtykke)
- E-postadresse, IP-adresse eller annen nettidentifikator
- Bilder eller videoopptak av personer
- Lydopptak av personer

Hvordan samler du inn data fra utvalg 1?

Personlig intervju

Grunnlag for å behandle alminnelige kategorier av personopplysninger

Samtykke (art. 6 nr. 1 bokstav a)

Ikke-deltakende observasjon

Grunnlag for å behandle alminnelige kategorier av personopplysninger

Samtykke (art. 6 nr. 1 bokstav a)

Informasjon for utvalg 1

Informerer du utvalget om behandlingen av opplysningene?

Ja

Hvordan?

Skriftlig informasjon (papir eller elektronisk)

Utvalg 2

Beskriv utvalget

Elever i klassen til utvalgt lærer

Rekruttering eller trekking av utvalget

Vi planlegger å velge ut elever i klassen til den valgte lærern basert på frivillighet.

Alder

11 - 15

Inngår det voksne (18 år +) i utvalget som ikke kan samtykke selv?

Nei

Personopplysninger for utvalg 2

- Navn (også ved signatur/samtykke)
- Bilder eller videoopptak av personer
- Lydopptak av personer

Hvordan samler du inn data fra utvalg 2?

Gruppeintervju

Grunnlag for å behandle alminnelige kategorier av personopplysninger

Samtykke (art. 6 nr. 1 bokstav a)

Hvem samtykker for barn under 16 år?

Foreldre/foresatte

Ikke-deltakende observasjon

Grunnlag for å behandle alminnelige kategorier av personopplysninger

Samtykke (art. 6 nr. 1 bokstav a)

Hvem samtykker for barn under 16 år?

Foreldre/foresatte

Informasjon for utvalg 2

Informerer du utvalget om behandlingen av opplysningene?

Ja

Hvordan?

Skriftlig informasjon (papir eller elektronisk)

Tredjepersoner

Skal du behandle personopplysninger om tredjepersoner?

Nei

Dokumentasjon

Hvordan dokumenteres samtykkene?

- Manuelt (papir)
- Elektronisk (e-post, e-skjema, digital signatur)

Hvordan kan samtykket trekkes tilbake?

Ved å ta kontakt med prosjektleder, Raymond Bjuland.

Hvordan kan de registrerte få innsyn, rettet eller slettet opplysninger om seg selv?

Ved å ta kontakt med prosjektleder, Raymond Bjuland.

Totalt antall registrerte i prosjektet

1-99

Tillatelser

Skal du innhente følgende godkjenninger eller tillatelser for prosjektet?

Behandling

Hvor behandles opplysningene?

- Maskinvare tilhørende behandlingsansvarlig institusjon
- Mobile enheter tilhørende behandlingsansvarlig institusjon

Hvem behandler/har tilgang til opplysningene?

- Prosjektansvarlig
 - Student
 - (studentprosjekt)
- Interne
medarbeidere

Tilgjengeliggjøres opplysningene utenfor EU/EØS til en tredjestat eller internasjonal organisasjon?

Nei

Sikkerhet

Oppbevares personopplysningene atskilt fra øvrige data (koblingsnøkkel)?

Ja

Hvilke tekniske og fysiske tiltak sikrer personopplysningene?

- Opplysningene anonymiseres fortløpende
- Opplysningene krypteres under lagring
- Adgangsbegrensning

Varighet

Prosjektperiode

08.10.2021 - 31.07.2023

Skal data med personopplysninger oppbevares utover prosjektperioden?

Nei, data vil bli oppbevart uten personopplysninger (anonymisering)

Hvilke anonymiseringstiltak vil bli foretatt?

- Koblingsnøkkelen slettes
- Personidentifiserbare opplysninger fjernes, omskrives eller
- grovkategoriseres Lyd- eller bildeopptak slettes

Vil de registrerte kunne identifiseres (direkte eller indirekte) i oppgave/avhandling/øvrige publikasjoner fra prosjektet?

Nei

Tilleggsopplysninger

Vedlegg 4: Melding fra NSD

Melding fra NSD

14.12.2021 11:19

Behandlingen av personopplysninger er vurdert av NSD. Vurderingen er:

Det er vår vurdering at behandlingen av personopplysninger i prosjektet vil være i samsvar med personvernlovgivningen så fremt den gjennomføres i tråd med det som er dokumentert i meldeskjemaet 14.12.2021 med vedlegg. Behandlingen kan starte.

TAUSHETSPLIKT

Deltagerne i prosjektet er lærere og har taushetsplikt. Intervjuene må gjennomføres uten at det fremkommer opplysninger som kan identifisere elever. Vi anbefaler at forsker er spesielt oppmerksom på at ikke bare navn, men også identifiserende bakgrunnsopplysninger må utelates, som for eksempel alder, kjønn, navn på skole, diagnoser og eventuelle spesielle hendelser. Vi forutsetter også at en er forsiktig ved å bruke eksempler under intervjuene.

Forsker og læreren har et felles ansvar for det ikke kommer frem taushetsbelagte opplysninger under intervjuet. Vi anbefaler at forsker minner læreren om taushetsplikten før intervjuet starter.

TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET

Prosjektet vil behandle alminnelige kategorier av personopplysninger frem til 31.07.2023.

LOVLIG GRUNNLAG UTVALG 1

Prosjektet vil innhente samtykke fra de registrerte til behandlingen av personopplysninger. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som den registrerte kan trekke tilbake.

Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være den registrertes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

LOVLIG GRUNNLAG UTVALG 2

Prosjektet vil innhente samtykke fra foresatte til behandlingen av personopplysninger om barna. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som den registrerte/foresatte kan trekke tilbake.

Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være foresattes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

PERSONVERNPRINSIPPER

NSD vurderer at den planlagte behandlingen av personopplysninger vil følge prinsippene i personvernforordningen om:

- lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at foresatte får tilfredsstillende informasjon om og samtykker til behandlingen
- formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger samles inn for spesifikke, uttrykkelig angitte og berettigede formål, og ikke viderebehandles til nye uforenlige formål - dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante og nødvendige for formålet med prosjektet
- lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for å oppfylle formålet

DE REGISTRERTES RETTIGHETER

NSD vurderer at informasjonen om behandlingen som de registrerte og deres foresatte vil motta oppfyller lovens krav til form og innhold, jf. art. 12.1 og art. 13.

Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18) og dataportabilitet (art. 20).

Vi minner om at hvis en registrert/foresatt tar kontakt om sine/barnets rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER

NSD legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32).

For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må dere følge interne retningslinjer og eventuelt rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

MELD VESENTLIGE ENDRINGER

Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til NSD ved å oppdatere meldeskjemaet. Før du melder inn en endring, oppfordrer vi deg til å lese om hvilke type endringer det er nødvendig å melde:

nsd.no/personverntjenester/fyll-ut-meldeskjema-for-personopplysninger/melde-endringer-imeldeskjema. Du må vente på svar fra NSD før endringen gjennomføres.

OPPFØLGNING AV PROSJEKTET

NSD vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Kontaktperson hos NSD: Markus Celiussen

Lykke til med prosjektet!

Vedlegg 5: Intervjuguide pre-intervju lærer

Lærerintervju: Pre-intervju (60-75 minutter)

Utdanning og erfaring (10 min)

Kan du si litt om din utdanning og erfaring som lærer? (hvor mange år og utdanning, trinn)

- Kan du si noe om skolen du jobber på? (størrelse)
- Hvordan du vil beskrive klassen du underviser? (ingen diagnoser, takk)
- Kan du si noe om samarbeid/frihet/utviklingsmuligheter på skolen?
- Er det noe annet du ønsker å tilføye?

Bruk av tenkende klasserom på skolen(15min)

Kan du si litt om hvordan tenkende klasserom blir brukt på skolen? (andre lærere? samarbeid med kollegaer? støtte fra administrasjon/kollegaer?)

Hva gjorde at du startet med å arbeide med tenkende klasserom?

Hvordan introduserer du et slikt tenkende klasserom for en ny klasse?

- Hvordan legger du opp til dette?
- Hva legger du vekt på?

Hva legger du vekt på i planleggingen? (gjærne bruk eksempel fra en økt)

Hvor mye tid bruker du på å predikere undervisningen under planleggingen?

Muligheter og utfordringer med tenkende klasserom (10 min)

Hvilke muligheter og utfordringer ser du ved å arbeide på denne måten?

Hva ser du som spesielt utfordrende?

Kan du gi et eksempel på en problemløsningsoppgave du har brukt i tenkende klasserom, og hva var spesielt med den?

Elevers bruk av whiteboardtavler (15 min)

Hvilke erfaringer har du med elevene og bruk av hverandres whiteboardtavler? (hvordan bruker de andres tavler?)

Hvordan organiserer du en slik time? (elevene gå fritt? Noen grep?)

- Hvordan innfører du dette for en ny klasse?

Hvordan blir kunnskapen tilgjengelig for fellesskapet i klassen ved å arbeide i tenkende klasserom med whiteboardtavler?

Hvilke strategier har du sett at elever bruker når de tar i bruk hverandres tavler?

- Noen spesielle oppgaver du ønsker å trekke frem, som får frem dette, noen spesielle strategier?

Planer og prediksjon av øktene som skal observeres (20 min)

Hva er dine planer for de videre øktene (som vi skal observere)? (litt overordnet om de fem)

Hvilke problem har du tenkt å bruke i denne gitte perioden?

Kan du gå litt mer inn i én av disse øktene?

- Hvordan innfører du denne økten?
- Hvilken oppgave skal du bruke?
- Hva tenker du med bruken av denne oppgaven i økten?
- Prediksjon, hvilke elevsvar tenker du å få frem i denne økten?

Generelle oppfølgingsspørsmål:

- Kan du utdype litt?
- Kan du gi et eksempel?
- Kan du si litt mer om det?
- På hvilken måte ...?
- Hvis jeg forsto deg rett, så sa du at ...
- Hva legger du i...?
- Jeg hører du sier dette, men ... kan du?

Vedlegg 6: Intervjuguide post-intervju lærer

Post-intervju (lærer)

Hva tenker du etter disse tre øktene vi har observert i forhold til problemløsning, og dette med tenkende klasserom? (ballong oppgave, taco oppgave, sprint oppgave).

Tror du elevene har fått læringsutbytte av å arbeide på denne måten?

- Hvem synes du får mest utbytte av å arbeide på denne måten? (tenkende klasserom, problemløsning)?
- Har du sitt noe utvikling i elevenes motivasjon i forhold til dette med tenkende klasserom (gjennom de observerte øktene, men også siden dere startet)?

Er det noe som har overrasket deg? (både en positiv og negativ hendelse).

Hva tenker du på i forhold til oppfølging av elever når du planlegger øktene? (planlegger du hvor de kan «sitte fast» (hva som er vanskelig), hvilke løsninger som kan dukke opp?)

Hva tenker du om tilrettelegging av elevenes læring i et slikt tenkende klasserom?

- Hvordan bruker du dialog med elevene for å støtte dem i deres arbeid? (med problemløsning på disse whiteboard-tavlene – grupper, helklasse, bygge på hverandre).
- Går du rundt og ser hvilke løsninger du ønsker skal komme frem, hvem du ønsker skal dele med klassen? (får du elevene til å bygge på hverandres ideer, kommentere hverandres ideer?)

Utgangspunkt i lydopptak:

- Hva tenker du om denne episoden?
- Hva tenker du om hvordan du hjelper elevene her?
- Hvordan legger du til rette for elevenes læring?

Vedlegg 7: Intervjuguide elev

Elevintervju-guide

1. Hva synes dere om matematikk?
2. Hva synes dere om arbeid med tenkende klasserom?
 - a. Tilfeldige grupper
 - b. Tavler
 - c. Problemer
3. Hvordan samarbeider dere i løsning av problem?
 - a. Har dere en plan for hvordan dere skal løse problemet når det er fått
4. Hvordan starter dere med et problem når dere får det utgitt?
5. Hva tenker dere om arbeid med tavler i matematikkundervisningen?
6. Hva gjør dere om dere ikke kan svare på problemet?
7. Får dere mye hjelp fra lærer i arbeidet med løsning av oppgaver?
8. Svarer lærer dersom dere spør om noe er rett?
9. Hender det at dere tar i bruk andre sine tavler?
 - a. Låne/bruke ideer som dere ser andre har gjort?
 - b. Sammenligne deres løsningsmåte med de andre
 - c. Diskutere løsning med andre grupper
 - d. Går dere bort til andre grupper for tips eller hjelp?
10. Er det greit i klassen deres å gå å se hva andre har gjort og gjøre noe av det samme?
11. Hva synes dere når andre ser på deres tavler?