DET TEKNISK-NATURVITENSKAPELIGE FAKULTET

MASTEROPPGAVE

Studieprogram/spesialisering: Lektorutdanning for trinn 8-13 med spesialisering i realfag	Vårsemesteret, 2022 Åpen
Forfatter: Didrik Seland	Didrik Seland ....
Fagansvarlig: Sigbjørn Hervik Veileder: Sigbjørn Hervik	
Tittel på masteroppgaven: «Open Middle Math» og dets bidrag til dybdelæring i matematikk Engelsk tittel: «Open Middle Math» and its contribution to deep learning in mathematics	
Studiepoeng: 30	
Emneord: Open Middle Math Dybdelæring Matematikk Matematikkdidaktikk	Sidetall: 58 inkl. forside + vedlegg/annet: 7 Stavanger, 14. juni 2022

Forord

Høsten 2017 startet jeg på lektorutdanningen med fordypning i realfag ved universitetet i Stavanger. Jeg har alltid vært fascinert og hatt interesse for realfagene, så at jeg skulle studere noe som hadde med det å gjøre kom nesten som en selvfølge. Valget på Stavanger som studiested var derimot ganske tilfeldig, men når jeg nå ser tilbake på mine fem år i byen ser jeg tilbake på fem fine år med spennende og krevende studier, nye vennskap og ikke minst mye regn og vind. Gjennom studietiden har jeg fått utfordret meg både teoretisk og gjennom praksis på skoler i nærområdet. Jeg føler nå at jeg er klar for å gå videre og møte nye utfordringer i arbeidslivet.

Etter disse fem årene og gjennom arbeidet med masteroppgaven er det flere som fortjener en stor takk. Først vil jeg gjerne takke Sigbjørn Hervik som sa ja til å veilede meg på dette prosjektet. Takk for gode samtaler og veiledning når jeg har hatt behov for dette. Videre vil jeg takke utvalgsskolen og utvalgsklassene for at jeg fikk lov til å gjennomføre prosjektet mitt hos dem. Stor takk også til medstudent Sigrunn Nesheim for gode samtaler og diskusjoner gjennom mastersemesteret. Til slutt vil jeg takke kjæreste, familie og venner for fantastisk støtte gjennom hele studietiden her i Stavanger, og spesielt dette siste semesteret med masterskriving.

Juni, 2022

Didrik Seland

Sammendrag

Dette prosjektet baserer seg på Robert Kaplinskys (Kaplinsky, 2020) teori om «Open Middle Math», og har som mål å undersøke om undervisning med dette kan bidra til dybdelæring hos elever. I forbindelse med prosjektet ble det foretatt en datainnsamling i to utvalgsklasser ved en videregående skole. Datagrunnlaget består av elevenes svar på «Open Middle Math»-oppgaver og en spørreundersøkelse med fokus på elevenes opplevelse av å jobbe med disse oppgavene. Observasjoner fra timene, som engasjement og matematiske diskusjoner har også blitt vektlagt.

Bakgrunnen for oppgavevalget dreier seg om skolens store fokus på dybdelæring (Nosrati & Wæge, 2018). Samtidig er det også interessant å utforske nye undervisningsmetoder for å kunne gi elevene en variert og god undervisning. Bruken av varierte undervisningsmetoder kan være med på å gjøre matematikkfaget mer interessant og morsomt for elevene, og det vil derfor være spennende å undersøke om «Open Middle Math» kan være noe elevene liker, samtidig som det bidrar til dybdelæring.

Resultatene fra prosjektet indikerer at undervisning med «Open Middle Math» kan være en god bidragsyter til dybdelæring hos elever. Dette vises spesielt i delene av undervisningen hvor elevene må vurdere hvilken metode de skal bruke, reflektere over egen oppgaveløsning og diskutere forskjellige løsningsmetoder med andre elever. Resultatene viser også at «Open Middle Math»-oppgavene kan hjelpe læreren å oppdage misoppfatninger hos elevene, og at klasseromsdiskusjonene er gode til å rette opp i disse misoppfatningene. Fra spørreundersøkelsen indikerer også resultatene at de fleste elevene følte at de lærte noe av å jobbe med «Open Middle Math», og at det var noe de gjerne ville fortsette å jobbe med.

Innholdsfortegnelse

1 Innledning 6

1.1 Motivasjon 6

1.2 Relevans 6

1.3 Problemstilling 7

1.4 Oppgavens oppbygning 7

2 Teori 8

2.1 Fagfornyelsen og dybdelæring 8

2.2 «Open Middle Math» 11

2.2.1 Kjennetegn på Open Middle 12

2.2.2 Depth of knowledge 14

2.2.2 «Open Middle Math» i undervisning 15

3 Metode 19

3.1 Kontekst 19

3.2 Forberedelser 19

3.3 Oppgavevalg 21

3.4 Gjennomføring 23

3.5 Forskningsmetode 24

3.5.1 Spørreundersøkelsen 25

3.5.2 Etiske forhold 25

3.6 Reliabilitet og validitet 25

4 Empiri og analyse 27

4.1 Potenser 27

4.2 Tall på standardform 33

4.3 Brøk 37

4.4 Elevenes forhold til matematikk og opplevelse av OMM 42

5 Diskusjon 45

5.1 «Open Middle Math» og dybdelæring 45
5.2 Elevenes holdninger til «Open Middle Math» 49
5.3 Styrker og svakheter ved prosjektet 49
5.4 Tidligere forskning 51
5.5 Eksamen 2P våren 2022 52
6 Konklusjon 54
7 Referanser 56
8 Vedlegg 59
8.1 Vedlegg 1: Informasjonsskriv 59
8.2 Vedlegg 2: Oppgavesettene til elevene 59
8.3 Vedlegg 3: Spørreundersøkelsen 62
8.4 Vedlegg 4: Resultater fra spørreundersøkelsen 64

1 Innledning

Innledningsvis i denne masteroppgaven ønsker jeg å skrive litt om min motivasjon til å skrive denne oppgaven, på hvilken måte oppgaven er relevant, presentere oppgavens problemstilling og til slutt beskrive oppgavens videre oppbygning.

1.1 Motivasjon

Jeg fikk øynene opp for «Open Middle Math» gjennom faget «Dybdelæring og formidling i matematikk» høstsemesteret 2021. Her ble klassen introdusert for «Open Middle Math» og jeg syntes med en gang at dette var et spennende konsept som jeg gjerne ville lære mer om og prøve ut selv.

Matematikk er et fag mange elever misliker eller føler at de ikke mestrer. En stor del av motivasjonen min for å gjennomføre dette prosjektet er derfor å forsøke å finne ut om dette er noe elevene liker, og som jeg kan bruke i min egen matematikkundervisning senere. Det gir meg stor motivasjon å finne ut om «Open Middle Math» kan bidra til dybdelæring hos elever, samtidig som det er noe elevene kan synes er spennende og givende. Hvis dette er noe som fungerer gir det meg en unik mulighet til å ha større variasjon i egen undervisning, og kanskje få elevene mer interessert i matematikk.

1.2 Relevans

Dybdelæring er et tema som har vært svært sentralt gjennom fagfornyelsen, og i læreplanen er det lagt stor vekt på hvordan lærere kan legge til rette for dybdelæring i ulike fag (Utdanningsdirektoratet, 2020). I tillegg er det sentralt i læreplanens overordnede del at lærere skal ha en variert undervisning med varierte aktiviteter av økende kompleksitet, både for at elevene skal få prøvd seg i forskjellige situasjoner og for at undervisningen ikke blir ensidig og kjedelig for elevene (Utdanningsdirektoratet, u.d).

«Open Middle Math» er et relativt nytt konsept som har blitt utviklet av den amerikanske matematikklæreren Robert Kaplinsky. Konseptet innebærer hovedsakelig en helt spesiell oppgavetype, som gjør at elevene utfordres til å utforske, tenke kritisk og resonnere over egen og andres problemløsning (Kaplinsky, 2020). Dette er også sentralt når det kommer til dybdelæringsbegrepet og den nye læreplanen. Det vil derfor være svært relevant for meg som fremtidig lærer å utforske «Open Middle Math» nærmere og om dette kan bidra til dybdelæring hos elevene.

Som nevnt over skal også lærere legge til rette for varierte lærings- og undervisningsmetoder. Hvis det viser seg at undervisning med «Open Middle Math» er noe elevene liker, samtidig som det bidrar til dybdelæring, vil dette være en god undervisningsmetode å ta med seg til egen undervisning senere.

1.3 Problemstilling

Gjennom dette prosjektet ønsker jeg å undersøke konseptet «Open Middle Math» og hvordan dette kan brukes i undervisning i skolen. I tillegg ønsker jeg å bli bedre kjent med dybdelæringsbegrepet og hvordan elever kan oppnå dybdelæring. Denne oppgavens problemstilling blir derfor:

Kan «Open Middle Math» bidra til dybdelæring i matematikk?

1.4 Oppgavens oppbygning

I kapittel 2 presenteres den aktuelle teorien som oppgaven baserer seg på. I denne delen vil først fagfornyelsen og dybdelæringsbegrepet bli gjort rede for. Deretter vil teoridelen hovedsakelig ta for seg Kaplinskys teori om «Open Middle Math» og hvordan denne undervisningsmetoden kan brukes i klasserommet med elever.

Kapittel 3 vil presentere selve forskningsprosjektet. Her vil det beskrives hvordan prosjektet ble planlagt og gjennomført, og hvilke oppgaver elevene har jobbet med. Avslutningsvis i dette kapitlet vil også etiske betraktninger i forbindelse med prosjektet bli kommentert.

I kapittel 4 blir et utvalg av elevbesvarelser til enkelte oppgaver plukket ut og analysert. Her vil det fokuseres på hvordan elevene har løst oppgavene og hvilket utbytte de kan ha fått av å jobbe med oppgavene. Resultatene fra spørreundersøkelsen vil også presenteres i dette kapitlet.

Videre vil resultatene fra analysedelen diskuteres i kapittel 5 for å forsøke å finne svar på problemstillingen. Både resultatene fra analysedelen og Kaplinskys generelle teori om «Open Middle Math» vil da diskuteres opp mot dybdelæringsbegrepet. Diskusjonsdelen tar også for seg styrker og svakheter ved prosjektet, og til slutt vil funnene i denne oppgaven sammenlignes med tidligere forskning innenfor samme område. Helt til slutt følger en konklusjon i kapittel 6.

2 Teori

Denne delen vil ta for seg teorien som prosjektet baserer seg på. Den første delen vil ta for seg fagfornyelsen med hovedfokus på hvordan vi kan oppnå dybdelæring i matematikk, mens den andre delen vil ta for seg teorien rundt «Open Middle Math». Her vil det fokuseres på hvordan en «Open Midde Math»-oppgave karakteriseres og hvordan vi kan bruke «Open Middle Math» i en undervisningssituasjon.

2.1 Fagfornyelsen og dybdelæring

Lærere har lenge uttrykt at det har vært for mange temaer å lære bort til elevene, og at dette går ut over elevenes læring, fordi de ikke rekker å gå i dybden på noen av temaene. Fagfornyelsen har vært en prosess som har blitt jobbet med over lengre tid og ble innført i 2020. Denne prosessen har gått ut på å fornye fagene, slik at elevene vil bli bedre rustet til møtet med arbeidslivets mange ukjente utfordringer. Det legges stor vekt på at elevene skal få muligheten til å gå i dybden på de ulike temaene de møter i skolen, og at de skal kunne bruke kunnskapen sin i både kjente og ukjente situasjoner. Gjennom fagfornyelsen ble det utviklet såkalte kjerneelementer til hvert fag, som skal være det viktigste elevene skal lære seg i faget (Kunnskapsdepartementet, 2018). Kjerneelementene i matematikk er:

- Utforsking og problemløsing
- Modellering og anvendelser
- Resonnering og argumentasjon
- Representasjon og kommunikasjon
- Abstraksjon og generalisering
- Matematiske kunnskapsområder

Disse kjerneelementene skal over tid bidra til at elevene utvikler forståelse og kan se sammenhenger mellom temaer i matematikk, samtidig som de skal kunne bruke det de har lært i andre situasjoner, for eksempel i andre fag (Utdanningsdirektoratet, 2019).

Videre i fagfornyelsen ble det utviklet nye læreplaner med nye kompetansemål. Læreplanen i de ulike fagene blir preget av kjerneelementene i fagene, og kompetansemålene kan knyttes opp mot de forskjellige kjerneelementene, som skal bidra til god faglig utvikling for elevene (Utdanningsdirektoratet, 2019).

Dybdelæringsbegrepet kommer som et resultat av fagfornyelsen. Kjerneelementene og den nye læreplanen legger stor vekt på at elevene blant annet skal utforske, resonnere, argumentere og anvende fagstoffet gjennom oppgaveløsning og problemløsning. Endringen av fagene gjennom fagfornyelsen skal legge til rette for at elevene skal utvikle dypere forståelse i de forskjellige temaene i matematikk. Overfladisk læring, som mange lærere mente ble et resultat av for mange temaer, skal erstattes med et større fokus på dybdelæring (Kunnskapsdepartementet, 2018). Utdanningsdirektoratet definerer dybdelæring som:

> *det å gradvis utvikle kunnskap og varig forståelse av begreper, metoder og sammenhenger i fag og mellom fagområder. Det innebærer at vi reflekterer over egen læring og bruker det vi har lært på ulike måter i kjente og ukjente situasjoner, alene eller sammen med andre* (Utdanningsdirektoratet, 2019).

I 2013 ble innholdet i fagene i grunnskolen vurdert av Ludvigsenutvalget. De konkluderte også med at innholdet i læreplanen var for omfattende og anbefalte en reduksjon i innholdet for å kunne fokusere mer på dybdelæring. I 2018 publiserte Mona Nosrati og Kjersti Wæge (Nosrati & Wæge, 2018) en artikkel hvor de diskuterer dybdelæring i matematikk. I artikkelen tar de utgangspunkt i følgende tabell fra Ludvigsenutvalget, som ser på forskjellene mellom dybdelæring og overflatelæring:

Dybdelæring	Overflatelæring
Elever relaterer nye ideer og begreper til tidligere kunnskap og erfaringer.	Elever jobber med nytt lærestoff uten å relatere det til hva de kan fra før.
Elever organiserer egen kunnskap i begreps-systemer som henger sammen.	Elever behandler lærestoff som atskilte kunnskaps-elementer.
Elever ser etter mønstre og underliggende prinsipper.	Elever memorerer fakta og utfører prosedyrer uten å forstå hvordan eller hvorfor.
Elever vurderer nye ideer og knytter dem til konklusjoner.	Elever har vanskelig for å forstå nye ideer som er forskjellige fra dem de har møtt i læreboka.
Elever forstår hvordan kunnskap blir til gjennom dialog og vurderer logikken i et argument kritisk.	Elever behandler fakta og prosedyrer som statisk kunnskap, overført fra en allvitende autoritet.
Elever reflekterer over sin egen forståelse og sin egen læringsprosess.	Elever memorerer uten å reflektere over formålet eller over egne læringsstrategier.

Tabell 1 Dybdelæring og overflatelæring (Kunnskapsdepartementet, 2018)

Fra tabellen er det klare forskjeller mellom dybdelæring og overflatelæring. Overflatelæring kan beskrives som når elever ikke relaterer ny kunnskap til det de kan fra før, og heller ikke kan anvende ny kunnskap i nye ukjente situasjoner. Elevene memorerer algoritmer uten å forstå hva de egentlig gjør, og de reflekterer heller ikke over hvorfor de gjør det. I motsetning til overflatelæring kan dybdelæring karakteriseres ved at elevene relaterer den nye kunnskapen til det de kan fra før, og kan anvende det i nye ukjente situasjoner. Elevene har evnen til å reflektere kritisk over faglige argumenter, og kan anvende kunnskap og se sammenhenger på tvers av fagområder (Nosrati & Wæge, 2018). Med utgangspunkt i tabell 1 ovenfor peker Nosrati og Wæge på fem sentrale komponenter de mener beskriver hva dybdelæring i matematikk kan være:

Begrepsmessig forståelse handler om elevenes evne til å se sammenhenger mellom begreper, ideer og prosedyrer, og bruke dette i gamle og nye matematiske situasjoner. Dette innebærer at elevene ikke bare konsentrerer seg om isolerte fakta i ett enkeltemne, men også utvikler kompetansen slik at de kan anvende kunnskapen i andre sammenhenger (Nosrati & Wæge, 2018, s. 4).

Prosedyrekunnskap innebærer at elevene har kjennskap til ulike matematiske prosedyrer, og har evnen til å velge den mest hensiktsmessige prosedyren for det aktuelle matematiske problemet de står ovenfor. En elevs prosedyrekunnskap bør også ses i sammenheng med elevens begrepsmessige forståelse. En elev som har utviklet god prosedyrekunnskap, men har dårlig begrepsmessig forståelse kan ha vanskeligheter med å vurdere hva som kan gjøres i en situasjon hvor for eksempel prosedyren slår feil (Nosrati & Wæge, 2018, ss. 4-5).

Anvendelse handler om elevens evne til å anvende kunnskap i praktiske situasjoner i hverdagen, og å være i stand til å vurdere om et svar er realistisk eller ikke. Denne komponenten omhandler i stor grad elevenes evne til å løse typiske problemløsningsoppgaver (Nosrati & Wæge, 2018, s. 5).

Resonnering innebærer å kunne forklare hvordan man selv tenker og eventuelt argumentere for at deres hypotese, teori eller løsning er korrekt. Det handler også om elevens evne til å vurdere andre påstander (Nosrati & Wæge, 2018, s. 6).

Metakognisjon og selvregulering handler om å kunne reflektere over egen læring og egne læringsprosesser. Eleven skal være i stand til å reflektere over hvorfor, hva og hvordan han lærer. Dette innebærer at eleven kan oppfatte når det er noe han ikke forstår og er bevisst på hvilke strategier som kan tas i bruk for å finne informasjonen som trengs. En elev som er reflektert rundt sine egne læringsprosesser vil også være godt rustet til å kunne regulere dem (Nosrati & Wæge, 2018, s. 6).

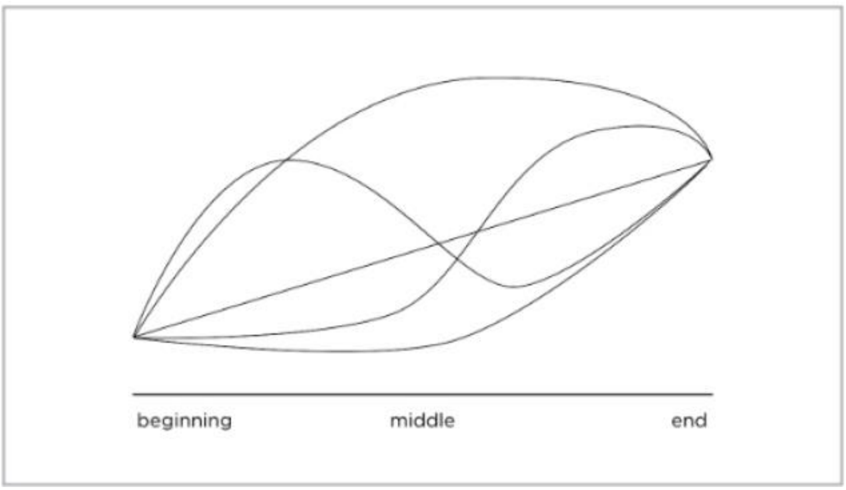
Nosrati og Wæge påpeker avslutningsvis at hvis en elev skal kunne oppnå dybdelæring må disse fem komponentene ses i sammenheng med hverandre. Hver av komponentene bidrar til dybdelæring på sin egen måte, men det holder ikke for en elev å for eksempel kun ha prosedyrekunnskap. Eleven må i tillegg til det ha utviklet kunnskap innenfor de andre komponentene for å oppnå dybdelæring (Nosrati & Wæge, 2018, s. 6).

2.2 «Open Middle Math»

Vi kjenner til de tradisjonelle matematikkoppgavene som ofte står i lærebøker, som lærere gir mengder av til elevene sine. Ofte er oppgavene ganske like og elvene kan følge samme algoritme for å løse de fleste oppgavene. Selv om elevene klarer å løse oppgavene betyr ikke det nødvendigvis at de forstår hva de gjør. Ofte har de bare memorert algoritmen de bruker for å løse oppgaven, uten å forstå matematikken som ligger bak. Dette kan karakteriseres som det Ludvigsenutvalget kalte for overflatelæring.

«Open Middle Math» (OMM) er et konsept utarbeidet av den amerikanske matematikklæreren Robert Kaplinsky. Oppgavene er strukturert på en måte som gjør at elevene ikke kan følge en bestemt algoritme eller oppskrift, men at de må ha en viss konseptuell forståelse for å finne løsningen. Oppgavene har en lukket start og en lukket slutt. Det innebærer at elevene starter med det samme problemet i utgangspunktet, og de ender også opp med det samme svaret til slutt. Det som gjør OMM-oppgavene spesielle er hva elevene gjør mellom start og slutt, altså i midten, hvor det vil være mange forskjellige måter å løse oppgaven på. Når elevene ikke får en bestemt metode å bruke, må de finne sin egen strategi for hvordan de vil løse oppgaven. De forskjellige strategiene elevene velger kan legge grunnlaget for gode faglige diskusjoner i klasserommet hvor elevene diskuterer forskjellige løsningsmetoder for den samme oppgaven (Stenhouse publishers, 2019).

Kaplinsky bruker Dan Meyer´s (Meyer, 2014) illustrasjon i figur 1 når han visualiserer konseptet OMM.



Figur 1 Visuell skildring av problemer med lukket start, åpen midt og lukket slutt

Meyer bruker illustrasjonen når han forklarer at de fleste videospill også har en lukket start og slutt, men at det som gjør videospill spennende er de mange forskjellige veiene man kan ta underveis. Hadde spilleren blitt tvunget til å følge en bestemt vei til målet ville spillet blitt kjedelig og uinteressant. Kaplinsky mener at det samme gjelder i matematikken: at oppgaver med åpen midt viser seg å være mer interessante og lede til flere gode faglige diskusjoner enn oppgaver som kan løses ved å følge en algoritme eller oppskrift (Kaplinsky, 2020, ss. 48-49).

2.2.1 Kjennetegn på Open Middle

OMM-oppgaver skiller seg fra ordinære matematikkoppgaver, og kan kjennetegnes ved at:

- Det krever ofte flere enn ett forsøk for å løse de
- Man må følge visse regler (f.eks. at man bare får bruke tall fra 1 til 9)
- Det er mange måter å komme frem til det samme svaret på

Når Kaplinsky viser hvordan typiske OMM-oppgaver ser ut deler han de inn i forskjellige nivåer som viser hvilken grad av dybdeforståelse elevene trenger for å kunne løse oppgavene. Han viser til tre oppgaver med økende vanskelighetsgrad. Den første oppgaven kan løses ved å huske en algoritme eller kjenne igjen oppgaven fra en annen lignende oppgave, mens de andre oppgavene er såkalte OMM-oppgaver og krever i motsetning til oppgave 1 at eleven har en viss konseptuell forståelse for emnet det dreier seg om. Senere vil vi komme inn på hvordan Kaplinsky deler oppgavene inn i ulike kunnskapsnivåer, men for nå vil vi bare kalle de oppgave 1,2 og 3.

Oppgave 1

Løs for x.

$$x + 4 = 15$$

Oppgaver av denne typen krever ingen dybdeforståelse innenfor temaet likninger, og mange elever vil være i stand til å løse den korrekt selv om de ikke forstår alt de gjør. Noen vil løse oppgaven ved å trekke fra 4 fra begge sider av likningen, mens andre vil prøve seg frem for å se hva de må addere med 4 for å få 15. Kaplinsky mener at slike oppgaver alene ikke er nok til å finne ut om elevene har god forståelse for et emne eller ikke. Derfor introduserer han OMM-oppgavene som krever en høyere grad av dybdeforståelse for å løse. Disse oppgavene vil avsløre om en elev bare har memorert algoritmen for å løse en oppgave, eller om eleven faktisk har dybdeforståelse innenfor temaet (Kaplinsky, 2020, ss. 24-26).

Oppgave 2

Bruk heltallene 1-9, maks én gang hver, til å fylle ut boksene. Lag én likning hvor x har en positiv verdi og én likning hvor x har en negativ verdi.

$$\square x + \square = \square$$

Det er tydelig at denne oppgaven krever mer dybdeforståelse enn en ordinær oppgave. I oppgave 1 kunne elevene regne ut svaret med en gang de så oppgaven, men her må de først tenke gjennom hva som skal stå i de tomme boksene før de kan løse den. En vanlig fremgangsmåte for elevene er at de velger tre tilfeldige tall og sjekker hva det gir som svar. Hvis en elev for eksempel velger 1, 2 og 3 for å lage likningen $1 \cdot x + 2 = 3$, finner de at $x = 1$, og har da funnet en løsning hvor x har positiv verdi. Da gjenstår det å finne en løsning på likningen hvor x har negativ verdi. Hvis eleven fortsetter med strategien om å velge tre tilfeldige tall og satse på at det gir en negativ verdi, kan det ta lang tid og mange forsøk før eleven finner en gyldig løsning. Eleven bør derfor stoppe opp litt og tenke over hvorfor den første likningen fikk en positiv verdi, og hvordan tallene kan plasseres på en annen måte slik at likningen får en negativ verdi. Det er i denne delen at elevene må bruke sin konseptuelle forståelse om likninger til å finne ut hvordan koeffisienten og konstantene i likningen påvirker verdien til x. Denne typen oppgave gir også læreren mulighet til å vandre rundt i klasserommet og oppdage hvilke elever som gjetter og sjekker, og hvilke elever som innehar den konseptuelle forståelsen som kreves for å kunne løse oppgaven. Dette kan være vanskelig for læreren å oppdage hvis det kun blir gitt oppgaver av typen i oppgave 1 hvor elevene bare blir bedt om å regne ut svaret (Kaplinsky, 2020, ss. 24-26).

Oppgave 3

Bruk heltallene 1-9, maks én gang hver, til å fylle ut boksene slik at x får størst mulig verdi.

$$\square x + \square = \square$$

Denne oppgaven bygger på oppgave 2, men hvis elevene klarte å gjette seg frem til svarene i oppgave 2 vil det bli veldig vanskelig og tidkrevende å gjøre det samme i denne oppgaven. Elevene kan umiddelbart tenke at hvis de plasserer 9 som koeffisienten til x vil de få en høy verdi, men vil senere oppdage at de må dividere med koeffisienten som da gir en lav verdi. I neste forsøk vil de da kanskje bytte ut 9 med et lavere tall som koeffisient og heller plassere 9 som konstanten som adderes med x-leddet. Også nå vil de finne ut at denne konstanten vil føre til en lav verdi for x, fordi konstanten blir subtraktert fra verdien som x er lik på høyre side av likningen. Til slutt vil de kanskje forsøke å plassere 9 på høyre siden av likningen, og nå vet de også at de vil ha både konstanten og koeffisienten på venstre side av likningen så lav som mulig for å gjøre verdien av x så stor som mulig. Det gir de likningene $1 \cdot x + 2 = 9$ og $2 \cdot x + 1 = 9$, hvor det er klart at $1 \cdot x + 2 = 9$ som resulterer i $x = 7$ er den største verdien x kan ha. Denne oppgaven er også en oppgave som gir læreren mulighet til å vandre rundt i klasserommet og oppfatte hvor god dybdeforståelse elevene har for likninger. Oppgaver som dette lar også læreren få et innblikk i elevenes tankeprosesser og løsningsstrategier (Kaplinsky, 2020, ss. 24-26).

Kaplinsky gjennomførte en undersøkelse med tre lignende oppgaver som de over, hvor han brukte sosiale medier til å få lærere til å gjennomføre oppgavene på egne elever. Totalt var det 1120 elever fra 6-7. klasse som deltok i undersøkelsen. Resultatene viste at rundt 92% av elevene løste oppgave 1 korrekt, mens henholdsvis 51% og 37% klarte å løse oppgave 2 og 3 på korrekt måte. Han forklarer videre at hvis elevene kun løser oppgaver av typen som i oppgave 1, kan læreren bli lurt til å tro at elevene kan mer enn de faktisk kan. Kaplinsky understreker hvor viktig det er for lærere å ta i bruk OMM-oppgaver for å kunne få oversikt over hvor mye elevene faktisk forstår av det de har lært, og for at læreren kan ta tak i eventuelle misoppfatninger hos elevene (Kaplinsky, 2020, ss. 13-18).

2.2.2 Depth of knowledge

For å differensiere oppgavene etter vanskelighetsgrad viser Kaplinsky til Norman L. Webbs klassifisering av kunnskapsnivåer, eller «Depth of knowledge» (DOK). Klassifiseringen deler inn oppgaver ut ifra hvor god dybdeforståelse som kreves for å kunne løse de. En oppgave med høyt DOK-nivå vil kreve større grad av dybdeforståelse hos personen som løser den. Webb (Webb, 1999) utviklet fire nivåer for å klassifisere oppgaver ut ifra oppgavens DOK:

1. *Recall: Recall a fact, information, or procedure.*
2. *Skill/Concept: Use of information, conceptual knowledge, procedures, two or more steps, etc.*
3. *Strategic Thinking: Requires reasoning, developing a plan or sequence of steps; has some complexity; more than one possible answer; generally takes less than 10 minutes to do.*
4. *Extended Thinking: Requires an investigation; time to think and process multiple conditions of the problem or task; and more than 10 minutes to do non-routine manipulations.*

Kaplinsky bruker også denne klassifiseringen for å beskrive graden av dybdeforståelse elevene behøver for å kunne løse OMM-oppgaver. Oppgave 1, 2 og 3 fra kapittel 2.2.1 kan dermed beskrives ut ifra deres DOK, som er henholdsvis DOK1, DOK2 og DOK3 (Kaplinsky, 2020, ss. 50-51).

2.2.2 «Open Middle Math» i undervisning

Før OMM kan benyttes i en undervisningssituasjon er det noen punkter læreren bør tenke gjennom. Hvordan kan OMM introduseres til elever som ikke har jobbet med OMM før, hvilke forberedelser kreves av læreren i forkant av undervisningen og hvordan gjennomføres undervisningen på best mulig måte? Videre i teoridelen vil fokuset rettes mot disse tre punktene om hvordan vi kan bruke OMM i undervisningen.

2.2.2.1 Elevers første møte med OMM

Elevers første møte med OMM vil vekke mange forskjellige følelser. Noen elever vil bli engasjerte og glade for å få oppgaver hvor de blir utfordret og virkelig må tenke seg om, mens andre vil føle på en frykt for oppgavene da de ikke kan følge algoritmene de vanligvis bruker når de løser oppgaver. Kaplinsky understreker hvor viktig det er for læreren å være bevisst på disse følelsene i elevenes første møte med OMM, og at læreren må tenke nøye gjennom oppgavevalg når elevene introduseres for OMM. Den første OMM-oppgaven elevene møter bør, ifølge Kaplinsky, være en simpel oppgave som omhandler noe elevene kjenner godt til, men som de fleste elevene ikke klarer å løse på første forsøk (Kaplinsky, 2020, ss. 57-58).

Eksempel 1 (Kaplinsky, 2020, s. 58)

Bruk tallene 1-9, maks én gang hver, plasser tallene i de tomme rutene for å få en sum som er nærmest mulig 1000.

+			
+			

Kaplinsky viser til dette eksemplet som en god oppgave å bruke første gang elevene møter OMM, da addisjon er et konsept alle elever kjenner til og mestrer. Selv om oppgaven er relativt simpel, vil ikke de fleste elevene kunne løse oppgaven på første forsøk. Han mener også at dette er en oppgave hvor de færreste vil gi opp etter første forsøk, fordi elevene vil tenke at dette er en oppgave de burde kunne løse og at det da vil være dumt å gi opp etter ett forsøk. Han peker på fem punkter om hvilke oppfatninger elevene forhåpentligvis vil få om OMM-oppgaver ved å bruke denne oppgaven som en introduksjon (Kaplinsky, 2020, s. 58):

- *It´s probably going to take many attempts to solve the problem, even with a concept they understand*
- *Almost everyone takes multiple attempts, so not getting it right on their first try doesn´t mean they´re not smart.*
- *There are multiple methods to get the same correct answer.*
- *Discussing the problem with others can be helpful.*
- *Problem solving can actually be fun.*

Kaplinsky mener at dersom elevene får et positivt første møte med OMM er det større sjanse for at de ser frem til neste gang de skal jobbe med OMM-oppgaver, og at læreren gradvis kan forsøke å gi de litt mer krevende oppgaver relatert til temaet de jobber med (Kaplinsky, 2020, ss. 58-59).

2.2.2.2 Lærerens forberedelser

Så fort læreren har valgt én eller flere OMM-oppgaver elevene skal jobbe med i undervisningen, starter forberedelsene for hvordan læreren vil at oppgaveløsningen skal utarte seg i undervisningstimen. Kaplinsky påpeker at timen ikke behøver å være planlagt til punkt og prikke, men at læreren bør ha en klar plan for hvordan elevene skal få mest ut av undervisningen. Han viser til flere aspekter som bør være en del av prosessen når en undervisningstime planlegges. Prosessen begynner med at læreren forsøker å forutse hvordan elevene vil besvare oppgaven. Her ser læreren på både korrekte og feilaktige løsningsmetoder han forventer at elevene kan ta i bruk. Dette kan potensielt spare læreren for verdifull tid i klasserommet senere når elevene jobber med oppgavene. Kaplinsky forklarer også at det vil være enklere for læreren å veilede elever som sitter fast hvis læreren kjenner til hvilken metode eleven har brukt (Kaplinsky, 2020, ss. 63-64).

De neste stegene i prosessen foregår samtidig som elevene jobber med oppgavene. Her skal læreren overvåke elevenes arbeid og velge ut enkelte elever som kan presentere arbeidet sitt for resten av klassen. Målet med presentasjonene er å legge til rette for gode faglige diskusjoner i klasserommet og vise elevene forskjellige løsningsmetoder for den samme oppgaven. I denne delen av undervisningen vil også læreren prøve å legge til rette for at elevene kan se sammenhenger mellom det elevene presenterer og konseptet de lærer om. Underveis i disse diskusjonene kan læreren stille spørsmål som vil gi gode svar på hva elevene kan og ikke kan, og også gi de muligheten til å gi dypere forklaringer på hvordan de tenker (Kaplinsky, 2020, ss. 64-65).

Kaplinsky mener at den første delen hvor læreren forsøker å forutse hva elevene kan svare på oppgavene og hvilke metoder de vil ta i bruk, er den viktigste delen av forberedelsene før timen. Gode forberedelser vil legge til rette for en god gjennomføring av timen, og læreren kan på forhånd tenke gjennom hvilke type elevsvar som skal presenteres og diskuteres med klassen (Kaplinsky, 2020, s. 65).

2.2.2.3 Lærerens rolle under oppgaveløsningen

Etter at læreren har delt ut oppgaven og forklart retningslinjene til elevene anbefaler Kaplinsky at elevene begynner å jobbe individuelt med oppgaven. Dette lar elevene bli kjent med oppgaven på egenhånd og danne sine egne meninger om hvordan den kan løses før de deler ideene sine med sidemannen. I denne fasen av oppgaveløsningen kan læreren vandre rundt i klasserommet og observere elevenes oppgaveløsning. Dette lar læreren få en oversikt over hvilke strategier elevene velger, og læreren kan merke seg hvilke elever som skal presentere arbeidet sitt senere under klasseromsdiskusjonen. Når de fleste elevene begynner å bli ferdig med oppgaven, kan de snu seg til sidemannen eller sitte i små grupper for å diskutere hva de har funnet ut, forskjellige løsningsstrategier de har brukt og eventuelt prøve å løse oppgaven på nytt med en annen strategi. Også nå blir lærerens rolle å observere og lytte til elevenes diskusjoner og lære mer om hvordan elevene tenker. Læreren kan også stille spørsmål til elevene som gjør at de må utdype hvordan de har tenkt. Svarene læreren får gjennom observasjon og å stille spørsmål til elevene vil være med i vurderingen av hvilke elever som skal få presentere arbeidet sitt i slutten av timen (Kaplinsky, 2020, ss. 77-81).

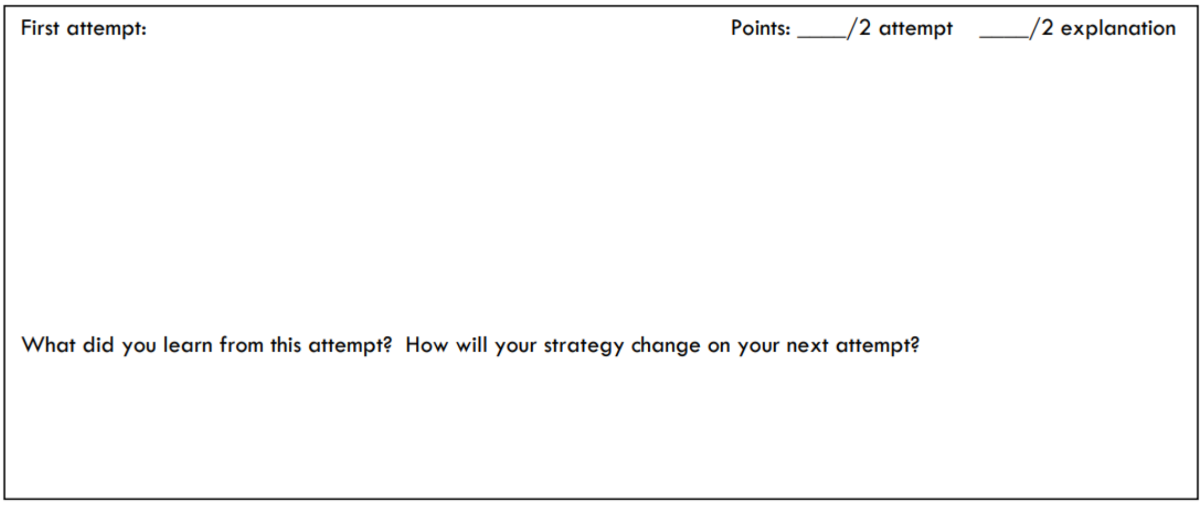
2.2.2.4 Klasseromsdiskusjonen

Kaplinsky peker på samtalene i etterkant av oppgaveløsningen som noe av det viktigste i løpet av undervisningen. Disse samtalene lar elevene se sammenhenger mellom sin egen strategi og medelevers strategier, og gjør at elevene utvikler en dypere konseptuell forståelse. Når læreren har valgt elevene som skal presentere arbeidet sitt, mener Kaplinsky at læreren skal innta rollen som en forteller. Fortellerens jobb er å hjelpe elevene å trekke slutninger og se sammenhenger mellom de store matematiske ideene. Ifølge Kaplinsky skal fortelleren innta en aktiv rolle under presentasjonene hvor det stilles strategiske spørsmål som kan hjelpe elevene å bli bedre problemløsere. Han påpeker også viktigheten av å ha en plan for hvilke strategier som skal presenteres og i hvilken rekkefølge dette skal skje. Optimalt velges elever som har valgt forskjellige løsningsstrategier, gjerne en elev som bruker «gjett og sjekk»-

metoden og en eller flere elever som har løst oppgaven konseptuelt med forskjellige strategier. Dette lar elevene se svakhetene ved å bruke «gjett og sjekk»-metoden i forhold til å løse oppgaven konseptuelt (Kaplinsky, 2020, ss. 114-116).

2.2.2.5 Elevenes svarark

Under oppgaveløsningen bruker elevene egne OMM-svarark. Svararkene legger opp til at elevene kan bruke flere enn ett forsøk på å løse oppgavene. Svararkene består av tre deler: en del hvor oppgaven besvares, en del hvor elevene reflekterer over hva de lærte fra forsøket og eventuelt hvordan de vil endre strategi til neste forsøk, og en del hvor de får poeng for forsøket og refleksjonen (Kaplinsky, 2020, s. 89).


First attempt: Points: ____/2 attempt ____/2 explanation

What did you learn from this attempt? How will your strategy change on your next attempt?

Figur 2 Open Middle svarark (Open Middle, 2016)

3 Metode

I denne delen av oppgaven vil selve forskningsprosjektet bli presentert. Her vil jeg først se nærmere på hvilke forberedelser som ble gjort i forkant av prosjektet, hvilke oppgaver elevene har jobbet med i løpet av prosjektet og hvordan prosjektet ble gjennomført. Deretter vil jeg gå inn på prosjektets forskningsmetode og etiske forhold i forbindelse med prosjektets gjennomføring i skoleklasser.

3.1 Kontekst

I dette prosjektet har det blitt gjennomført en undersøkelse i to skoleklasser hvor elevers svar og løsningsstrategier på OMM-oppgaver har blitt analysert. I slutten av perioden ble det også gjennomført en spørreundersøkelse som fokuserte på elevenes holdninger til matematikk og opplevelse av å jobbe med OMM-oppgaver.

De tre første ukene etter nyttår var jeg i praksis ved en videregående skole, og det var derfor naturlig å gjennomføre undersøkelsen i disse ukene. Utvalgsklassene er én klasse på 3. påbygg og én klasse på 4. påbygg. Klassene hadde fem timer matematikkundervisning i uken, og i perioden jeg var i praksis ble timefordelingen slik at tre av timene ble brukt til ordinær undervisning og to ble brukt til OMM-undervisning. Jeg hadde min undervisningspraksis i en annen klasse enn de to utvalgsklassene, så jeg var kun til stede og hadde ansvar for undervisningen i de to timene de jobbet med OMM-oppgaver.

Datainnsamlingen består av elevenes svar på OMM-oppgaver gjennom perioden, samt elevenes svar på spørreundersøkelsen. All datainnsamling har vært anonym, slik at det ikke vil være mulig å koble en elevs svar tilbake til eleven i ettertid. I forkant av perioden ble alle elevene informert både skriftlig og muntlig om at det var frivillig å delta i prosjektet og at alt av datamateriell som samles inn skulle være anonymt.

3.2 Forberedelser

Forberedelsene til prosjektet har i stor grad handlet om å sette seg inn i konseptet OMM og hvordan dette kan brukes i en undervisningssituasjon. I forkant av praksisperioden fikk jeg vite hvilke temaer elevene skulle gjennomgå i løpet av perioden. Periodeplanen til begge utvalgsklassene kan ses i tabell 2.

Uke	Tema
1	Potenser
2	Tall på standardform
3	Repetisjon av brøk

Tabell 2 Periodeplan for utvalgsklasse

OMM-oppgavene elevene skulle jobbe med i timene ble utarbeidet med hensyn til periodeplanen. Oppgavesettene omhandler derfor potenser, tall på standardform og brøk. Matematikkundervisningen ble lagt opp slik at elevene fikk noen timer med ordinær undervisning hver uke, før de jobbet med OMM-oppgaver mot slutten av uka. Dette valgte jeg å gjøre for at elevene skulle bli litt kjent med fagstoffet før de gikk løs på OMM-oppgavene.

I forberedelsesfasen lagde jeg tre oppgavesett med OMM-oppgaver. De fleste oppgavene er hentet fra nettsiden «openmiddle.com». Hvert oppgavesett består av fire deloppgaver med relativt lik vanskelighetsgrad. Kaplinsky forklarer at vanskelighetsgraden på oppgavene bør være relativt lav de første gangene elevene jobber med OMM-oppgaver, og spesielt hvis man ikke kjenner klassen. Dette er for å sikre at alle henger med fra starten av (Kaplinsky, 2020, s. 63). Siden jeg ikke kjente nivået i klassene, prøvde jeg å ikke gjøre oppgavene altfor vanskelige. Alle tre oppgavesettene kan ses i sin helhet i vedlegg 2. Forberedelsene bestod også av å oversette elevenes svarark fra engelsk til norsk, samt å lage spørreundersøkelsen. Målet med spørreundersøkelsen var å få dannet et bilde av elevenes generelle holdning til matematikk, og deres opplevelse av å jobbe med OMM-oppgaver.

Forberedelsene gikk også ut på å planlegge hvordan jeg ville at timene skulle gjennomføres. Siden OMM også var relativt nytt for meg virket det fornuftig å følge rådene til Kaplinsky i planleggingsfasen. Jeg brukte derfor mye tid på å gå igjennom oppgavene og forsøke å forutse forskjellige strategier elevene ville ta i bruk for å løse oppgavene, hvordan jeg ville presentere OMM til elevene første gang og hvordan klasseromsdiskusjonen skulle gjennomføres.

I kapittel 2.2.2.1 ble det påpekt at første gang elevene møter OMM-oppgaver, kan oppgavene gjerne være svært simple og omhandle et tema elevene kjenner til fra før, slik at de får et godt og positivt inntrykk av konseptet. Jeg skulle gjerne hatt bedre tid og gitt elevene en slik introduksjon til OMM, men på grunn av den korte praksisperioden valgte jeg å begynne med oppgaver rettet mot elevenes pensum med en gang.

3.3 Oppgavevalg

Undersøkelsen består av totalt tre oppgavesett med fire deloppgaver til hvert sett. Oppgavene er knyttet til teamet elevene lærte om den aktuelle uken. Senere, i kapittel 4, vil et utvalg av elevbesvarelser på disse oppgavene bli analysert. Siden dette er en kvalitativ studie, vil ikke alle oppgavene elevene jobbet med eller alle elevenes besvarelser bli analysert. Det velges ut tre oppgaver, én fra hvert oppgavesett, hvor elevenes besvarelser analyseres. En av grunnene til at det gjøres på denne måten er prosjektets omfang. For å kunne gå i dybden på elevenes besvarelser på OMM-oppgavene blir jeg nødt til å begrense mengden data til analysen. Hvis alle elevenes besvarelser skulle blitt analysert for alle oppgavene ville datamengden blitt alt for stor til en kvalitativ analyse. En annen grunn er at i prosjektet ønskes det å se på om OMM-oppgaver kan bidra til dybdelæring hos elever. Det er viktig å være bevisst på at dette ikke nødvendigvis vil fungere for alle elever, og målet er heller ikke å finne et universalt undervisningsopplegg som fungerer for alle, men det vil være interessant å se hvordan det fungerer i de tilfellene det gjør det, eller hvordan det ikke fungerer for andre elever.

Oppgavene som har blitt utvalgt er:

Oppgave 4

Finn 3 positive heltall som til sammen blir lik 10. Plasser de tre tallene i boksene slik at du får det største mulige resultatet.

$$(\square) \cdot (\square)^{\square}$$

Dette er en typisk OMM-oppgave og er klassifisert som en DOK2 oppgave. Oppgaven er hentet fra Open Middle sitt nettsted «openmiddle.com» (Miller). Det er klart at denne oppgaven skiller seg fra en ordinær potensoppgave. Vanligvis vil elevene få en potens de skal løse, som de bare kan plotte inn på kalkulatoren eller løse algoritmisk, mens her må de tenke gjennom hvilke tall som skal plasseres på hvilken posisjon for å oppnå det høyest mulige svaret. Denne oppgaven ble valgt ut, fordi det er en oppgave som elevene vanligvis ikke vil klare på første forsøk. Elevene vil forsøke å plassere tall i rutene og vil få et svar, men de vil ikke være sikre på at svaret er det høyest mulige svaret. Derfor blir elevene nødt til å gjøre flere forsøk før de blir overbevist om hvilken løsning som gir høyest verdi.

Oppgaven har kun én gyldig løsning: $1 \cdot 4^5 = 1024$. Målet med oppgaven er at elevene skal forstå at det er mest verdi å hente ved å ha en høy eksponent. Faktoren de velger å multiplisere med potensen vil ikke øke verdien nevneverdig. Elevene som forstår dette og velger å systematisk prøve å løse oppgaven med forskjellige høye potenser, vil komme frem til en løsning mye raskere enn elever som bare bruker «gjett og sjekk»-metoden.

Oppgave 5a

Bruk sifrene 1-9, maks én gang hver, til å fylle inn de tomme boksene slik at produktet blir lik 600 000 000.

$$(\square \cdot 10^{\square}) \cdot (\square \cdot 10^{\square}) =$$

Denne oppgaven er inspirert av en lignende oppgave fra nettsiden til Open Middle, og er også klassifisert som en DOK2 oppgave (Kaplinsky, Scientific notation 2). Dette er en oppgave som tester elevenes forståelse innenfor tall på standardform og potensregning. Her vil elevene kjenne på fordelen av å løse oppgaven konseptuelt i motsetning til å bruke «gjett og sjekk»-metoden som kan ta lang tid og mange forsøk. Jeg som lærer vil også raskt kunne oppdage hvilke elever som klarer å løse oppgaven konseptuelt og hvilke som ikke klarer det. Hvilke metoder elevene bruker til å løse oppgaven vil også si noe om elevenes dybdeforståelse innenfor temaet. Elever som løser oppgaven konseptuelt, har høyere grad av dybdeforståelse enn elever som gjetter og sjekker.

Oppgaven har to gyldige løsninger: $(6 \cdot 10^5) \cdot (1 \cdot 10^3)$ og $(2 \cdot 10^1) \cdot (3 \cdot 10^7)$. Elever som klarer å løse oppgaven konseptuelt kan klare å løse oppgaven på første forsøk, fordi de forstår at de må få 6 fra de to faktorene som multipliseres sammen, og at dette må multipliseres med en potens som gir åtte nuller. Derimot, vil elever som ikke har den samme dybdeforståelsen bruke flere forsøk på å gjette seg frem mot svaret.

Oppgave 8

Bruk sifrene 1-9, maks én gang hver, til å fylle inn de tomme boksene slik at svaret blir $\frac{2}{3}$.

$$\frac{\square}{\square} \div \frac{\square}{\square} = \frac{2}{3}$$

Denne oppgaven er klassifisert som en DOK2 oppgave, og er hentet fra nettsiden til Open Middle (Kaplinsky, Dividing fractions to make 2/3). Oppgaven tester elevenes dybdeforståelse i divisjon av brøk. Elevene får ikke lov til å bruke samme tall to ganger, og kan derfor ikke komme frem til $\frac{2}{3}$ direkte. Så, før elevene løser oppgaven må de finne ut hvilke brøker som har samme verdi som $\frac{2}{3}$. Elevene som klarer å tenke seg frem til brøker med samme verdi, og deretter klarer å sette opp regnestykket som gir denne brøken, vil ha en enorm fordel i denne oppgaven. I tillegg vil det vise at disse elevene har en mye dypere forståelse for brøk enn det elever som bruker «gjett og sjekk»-metoden har. Elevene som velger tilfeldige tall til denne oppgaven, kommer til å bruke veldig mange forsøk med mindre de har en strategi hvor de klarer å vurdere hvilke endringer som må gjøres fra forsøk til forsøk for å komme nærmere svaret.

3.4 Gjennomføring

I den første timen med OMM-undervisning med klassene skulle vi jobbe med potenser. Begynnelsen av timen brukte jeg til å forklare elevene hvordan en typisk OMM-oppgave ser ut, hvordan de kan gå frem for å løse dem og hvordan de skal bruke svararkene de fikk utdelt. Elevene jobbet vanligvis med oppgavehefter eller oppgaver fra læreboka, hvor de aller fleste oppgavene var tradisjonelle matematikkoppgaver som kan løses algoritmisk. Overgangen til å skulle jobbe med OMM-oppgaver var stor, og derfor brukte vi litt ekstra tid på å gå igjennom konseptet. Denne gjennomgangen var viktig for å få endret tankesettet til elevene fra å bare følge en «oppskrift» i oppgaveløsningen til å måtte utforske på egenhånd for å komme frem til riktig svar. Det var tydelig at dette var uvant for elevene da flere spurte om hvordan de skulle gå frem for å løse oppgavene. Gjennomgangen var også viktig for å unngå store misforståelser til hvordan oppgavene skulle gjennomføres.

Under oppgaveløsningen fulgte jeg Kaplinskys råd om å være aktiv i klasserommet og overvåke elevenes strategier og samtaler, slik at jeg fikk tenkt gjennom hvilke strategier jeg ville diskutere med klassen på slutten av timen. Mange av elevene trengte veiledning underveis. Under veiledningen fokuserte jeg på å gi de små hint som kunne sende de i riktig retning istedenfor å gi løsningen. Dette var viktig for at elevene faktisk skulle få noe ut av problemløsningen. Hvis læreren hele tiden gir elevene løsningen på oppgaver, vil ikke elevene utvikle seg som matematiske problemløsere. Utenom å observere hvilke strategier elevene brukte, fokuserte jeg også på at elevene skrev en liten refleksjon etter hvert forsøk de gjorde. Refleksjonen er viktig for at elevene skal opparbeide seg den nødvendige dybdeforståelsen. De må tenke gjennom hvorfor de fikk riktig/galt svar, hvorfor de valgte å bruke den strategien de gjorde, og hvordan de eventuelt vil endre strategi for å komme frem til den riktige løsningen. På denne måten kan elevene bli mer bevisst på valgene sine under oppgaveløsningen og overvåke fremgangen sin på en bestemt oppgave. Jeg merket tydelig at dette var uvant for elevene. Vanligvis, når de løser en oppgave, går de bare videre til neste oppgave uten å reflektere mye over svaret de har fått. Det var derfor en stor overgang for elevene, og flere syntes det var vanskelig å forstå hva de skulle skrive på refleksjonsdelen og hvorfor det var nødvendig.

Kaplinsky forklarte at læreren underveis i timen skulle velge ut noen elever som har brukt forskjellige strategier til å presentere hvordan de løste oppgavene. Jeg valgte en litt annen tilnærming til klasseromsdiskusjonen. Istedenfor å la elevene presentere sine strategier og løsninger, valgte jeg å gå gjennom forskjellige løsningsstrategier med elevene felles i klassen. Dette valgte jeg å gjøre hovedsakelig basert på tidsbruk. Vi hadde totalt 90 minutter hver gang og hvis elevene skulle fått presentert sine strategier selv ville det gått ut over tiden elevene fikk til å jobbe med oppgavene. I tillegg tror jeg at det var den beste måten å gjøre det på, fordi elevene ikke hadde jobbet med OMM-oppgaver tidligere.

3.5 Forskningsmetode

Prosjektet tar utgangspunkt i en kvalitativ forskningsmetode. I en kvalitativ forskningsmetode er det menneskers opplevelser og erfaringer som undersøkes. Dette undersøkes gjerne gjennom intervju og observasjon, men andre metoder kan også tas i bruk for å finne svar på forskningsspørsmålet. I tillegg er utvalgsgruppene ofte små slik at forskeren skal kunne gå i dybden på de forskjellige observasjonene (Helsebiblioteket, 2016).

Forskningen i dette prosjektet baserer seg på analysering av elevsvar på OMM-oppgaver gjennom en periode på tre uker, og en spørreundersøkelse som fokuserer på elevenes holdninger til matematikk og opplevelse av å jobbe med oppgavene. Resultatene av elevenes oppgavesvar vil bli analysert i analysedelen og diskutert i diskusjonsdelen av oppgaven for å forsøke å finne svar på problemstillingen.

3.5.1 Spørreundersøkelsen

Spørreundersøkelsen ble gjennomført i slutten av perioden. Undersøkelsens formål var å kartlegge elevenes opplevelse av å jobbe med OMM-oppgaver. Spørreundersøkelsen består av åtte spørsmål. Alle spørsmålene har faste svaralternativer, så elevene skal ikke skrive egne formulerte svar. Noen av resultatene fra spørreundersøkelsen vil bli presentert i analysedelen av oppgaven og diskutert i diskusjonsdelen av oppgaven. Resultatene kan ses i sin helhet i vedlegg 4.

3.5.2 Etiske forhold

Gjennom hele prosessen har det vært viktig for meg å bevare elevenes anonymitet. Dette gjelder både for elevsvar på OMM-oppgaver og svarene på spørreundersøkelsen. For å bevare elevens anonymitet, samtidig som jeg skal kunne se hvilke svar som kommer fra den samme eleven, fikk elevene utdelt et tilfeldig tall av faglærer. Dette tallet skrev elevene på baksiden av alle sine besvarelser. På denne måten kan jeg følge en elevs svar gjennom hele perioden samtidig som elevens anonymitet blir bevart. Det er bare faglærer som kjenner til hvilket tall elevene har fått utdelt. Elevenes tall vil ikke bli presentert i oppgaven, men fungerer kun som et hjelpemiddel for meg for å kunne se hvilke svar som kommer fra samme elev. På denne måten blir det heller ikke rot i systemet med svararkene til elevene.

Som et eksempel kan jeg se at elev nr. 64 har levert inn oppgaver om potenser og tall på standardform, men var borte når vi hadde oppgaver om brøk. Jeg kan også se hva elev nr. 64 svarte på spørreundersøkelsen og at eleven har karakter 4 i matematikk. Dette gir meg en unik mulighet til å se sammenhenger mellom elevens oppgaveløsning, tanker om matematikk og OMM, og karakter i matematikk. Det gir meg også muligheten til å følge én elevs utvikling i arbeid med OMM-oppgaver, og på sikt om eleven utvikler en dypere matematisk forståelse.

3.6 Reliabilitet og validitet

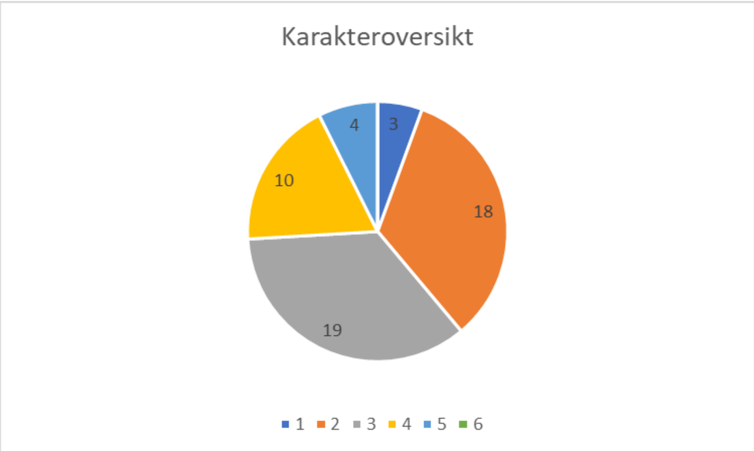
En undersøkelses reliabilitet handler om undersøkelsens nøyaktighet og pålitelighet. Dette innebærer at forskeren ikke har slurvet i noen deler av datainnsamlingen eller ved behandling og analyse av datamaterialet (Postholm & Jacobsen, 2012, s. 129). Postholm og Jacobsen (Postholm & Jacobsen, 2012) forklarer også at reliabilitet aldri kan garanteres 100%, men at forskeren bør kunne reflektere over problemer knyttet til forskningen. Studiens hensikt og relevans, metode for datainnsamling og analyse, videre forskning og etiske prinsipper er elementer i forskningen som forskeren bør reflektere over. I dette prosjektet undersøkes det om OMM-oppgaver kan bidra til dybdelæring hos elever. Dette gjøres gjennom analyse av elevbesvarelser på OMM-oppgaver fra undervisning som følger rammeverket til Kaplinsky (Kaplinsky, 2020) om OMM. Styrker og svakheter ved prosjektet vil bli diskutert i kapittel 5.3.

Validiteten til en undersøkelse sier noe om resultatenes gyldighet. Dette omhandler både det å se sammenhenger mellom årsak og virkning, og om resultatene av forskningen også vil gjelde i andre situasjoner med andre utvalgsgrupper. For eksempel kan dette handle om OMM-oppgavene virkelig fører til dybdelæring, eller om det er andre faktorer som gjør at elevene oppnår dybdelæring. Kan vi være sikre på at det er nettopp OMM-oppgavene som bidrar til dybdelæring? Tidligere har det blitt gjennomført flere lignende prosjekter hvor elever jobber med OMM-oppgaver. Disse prosjektene er gjennomført i andre temaer og med andre utvalgsgrupper enn dette prosjektet. Det vil derfor bli interessant å sammenligne resultatene fra tidligere forskning med resultatene fra dette prosjektet. Hvis det viser seg at funnene i dette prosjektet også støttes av tidligere forskning, vil dette være med på å styrke prosjektets validitet. Resultatene fra tidligere forskning diskuteres i kapittel 5.4 (Postholm & Jacobsen, 2012, ss. 126-128).

4 Empiri og analyse

I denne delen av oppgaven vil det bli presentert og analysert et utvalg av elevenes besvarelser på OMM-oppgaver. Det velges ut én oppgave og et utvalg av elevbesvarelser fra hvert oppgavesett som analyseres. Oppgavesettene vil bli gjennomgått systematisk i samme rekkefølge som elevene gjennomførte de. I forkant av elevenes besvarelser vil det bli gjort en gjennomgang av oppgaven hvor det vises til forskjellige løsninger og løsningsstrategier. Det vil bli sett på hvilke strategier elevene velger å bruke og hvordan elevenes strategier endrer seg fra forsøk til forsøk.

I etterkant av praksisperioden fikk jeg tilsendt en anonymisert liste med elevenes karakterer. Karakterene brukes kun for å få et overblikk over nivået i de to klassene. Karakteroversikten til de to klassene ser slik ut:



Karakteroversikten viser at flesteparten av elevene ligger på nedre del av karakterskalaen. Omtrent $\frac{3}{4}$ har karakteren 1, 2 eller 3 i matematikk, mens ingen i de to klassene har karakteren 6.

4.1 Potenser

Det første temaet hvor elevene skulle jobbe med OMM-oppgaver var potenser. Oppgavesettet består av fire oppgaver, hvor oppgave 2, 3 og 4 er typiske OMM-oppgaver, mens oppgave 1 er en ordinær potensoppgave. Det er oppgave 4 fra dette oppgavesettet som blir brukt i analysen. I forkant av timen hadde elevene hatt to skoletimer undervisning om potenser hvor de lærte potensreglene og jobbet med ordinære oppgaver. Siden dette var den første timen elevene skulle jobbe med OMM-oppgaver ble det gjort en grundig gjennomgang av konseptet i begynnelsen av undervisningen. Denne gjennomgangen bestod av å vise elevene noen typiske OMM-oppgaver, forklare regler som ofte følger med oppgavene, og at det er viktig at de gjør en refleksjon etter de har gjort et forsøk. Det var tydelig at elevene syntes det var uvant å måtte bruke flere forsøk på én oppgave og å skrive ned refleksjoner rundt egen oppgaveløsning.

Videre følger en gjennomgang og analyse av utvalgte elevsvar for oppgave 4 fra dobbeltimen vi jobbet med potenser.

Som beskrevet i kapittel 3.3 er oppgave 4 en typisk OMM-oppgave hvor elevene blir nødt til å bruke flere forsøk for å være sikre på at de har funnet riktig løsning. Oppgaven er klassifisert som en DOK2 oppgave, som betyr at elevene ikke kan følge en oppskrift for å løse den, men faktisk må bruke sin konseptuelle kompetanse om potenser for å finne løsningen.

Oppgave 4

Finn 3 positive heltall som til sammen blir lik 10. Plasser de tre tallene i boksene slik at du får det største mulige resultatet.

$$(\square) \cdot (\square)^{\square}$$

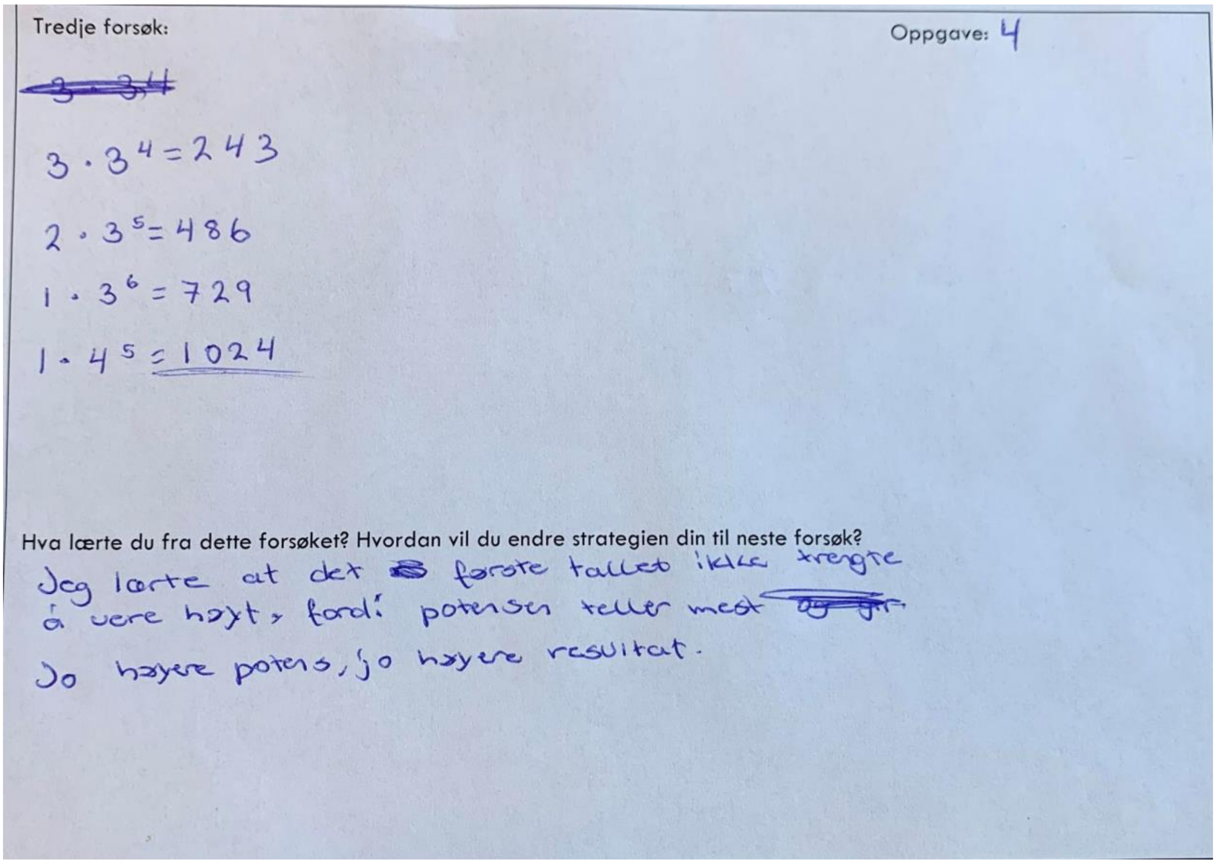
Siden dette er en av de første OMM-oppgavene elevene jobber med, forventes det at flere kan oppleve problemer med hvordan de skal løse den. Oppgaven vil vise tydelig hvilke elever som gjetter og sjekker, og hvilke elever som løser oppgaven konseptuelt. Refleksjonsdelen vil også vise hvilke refleksjoner elevene gjør fra forsøk til forsøk. Her blir det interessant å se om elevene lærer noe fra forsøk til forsøk, og justerer metodene sine, eller om de fortsetter å gjette med tilfeldige tall. Optimalt vil elevene oppdage at det er potensen som gir regnestykket størst verdi, mens faktoren i forkant ikke har like mye å si for verdien. Noen har kanskje denne forståelsen fra før, og vil prøve å gjøre potensen så stor som mulig fra starten av, mens andre vil gjøre flere forsøk før de forstår dette. Det viktigste er at elevene får en dypere forståelse for potenser etter å ha løst oppgaven.

Elevsvar 1

Elev 1 har brukt flere forsøk på å løse oppgaven. Til å begynne med ser det ikke ut som eleven har forstått oppgaven helt riktig. Eleven velger 1, 2 og 5 som sine tre tall, og det er klart at når vi summerer disse tre tallene får vi ikke 10. Valget av å lage regnestykket $2 \cdot 5^1$ virker å være helt tilfeldig, da det er tydelig at en annen sammensetning av disse tallene ville gitt et høyere svar. Dette valget viser også at eleven ikke har veldig god matematisk forståelse for hvordan potensen påvirker verdien av svaret. Eleven skriver heller ingen refleksjon. Dette kan være et tegn på at eleven enten ikke vet hva vedkommende holder på med, eller så kan det komme av at eleven ikke har forstått oppgaven.

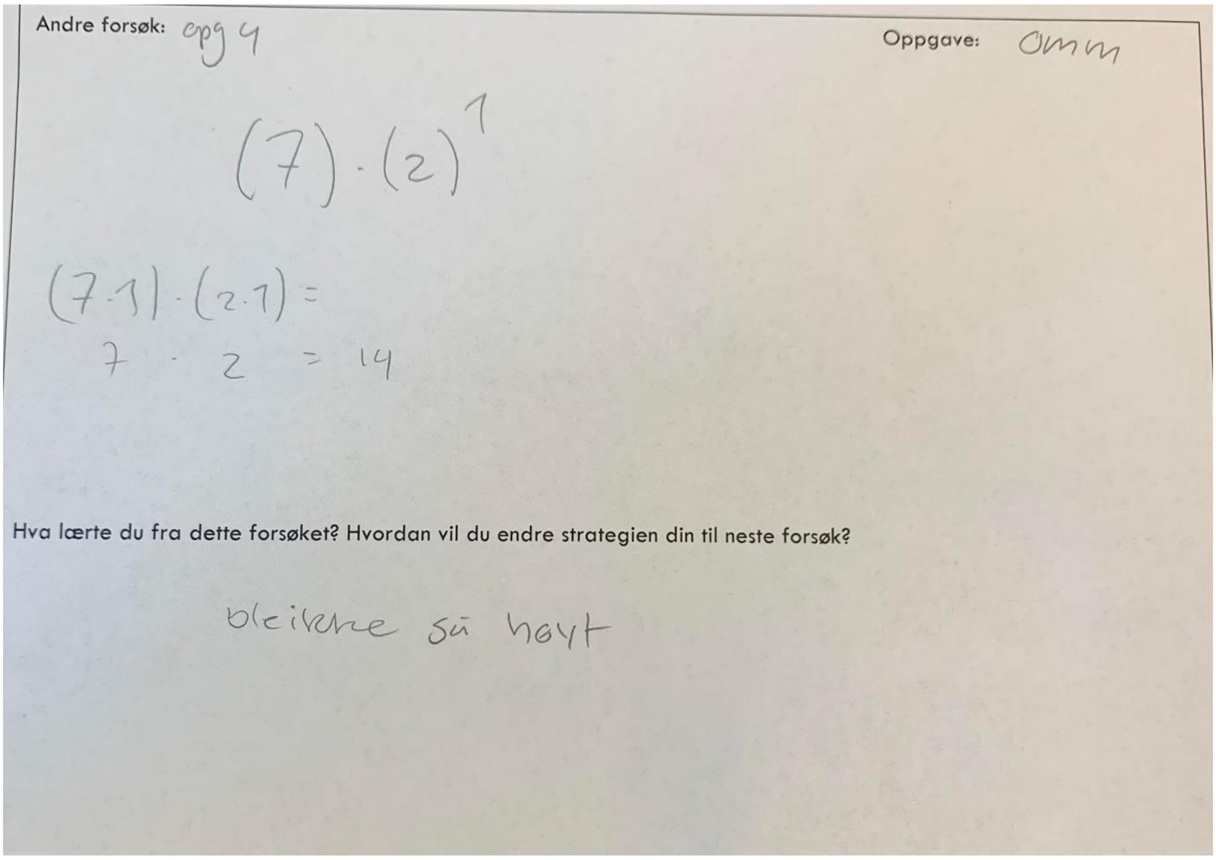
I neste forsøk velger eleven 2, 4 og 4, som blir 10 til sammen, men ser også her ut til å plassere tallene tilfeldig i regnestykket. Eleven velger å lage regnestykket $4 \cdot 2^4$ som heller ikke nå gir den største verdien som er mulig å få fra disse tallene. Heller ikke nå skriver eleven noen form for refleksjoner til egen oppgaveløsning, og viser liten grad av matematisk kompetanse.

I elevens tredje forsøk går eleven mer systematisk til verks. Eleven har gjort fire forsøk på svararket, hvor eleven systematisk endrer regnestykket til å få større og større verdi. Eleven har tydelig forstått at det er potensen som gir størst verdi, og at faktoren i forkant ikke øker verdien mye. Det kommer også frem i elevens refleksjon at eleven har lært dette. Disse tre forsøkene viser elevens utvikling fra å bare plassere tallene tilfeldig, til å forstå at potensen må gjøres så høy som mulig for å få størst verdi. Eleven har altså fått en bedre dybdeforståelse for potenser av å jobbe med denne oppgaven.



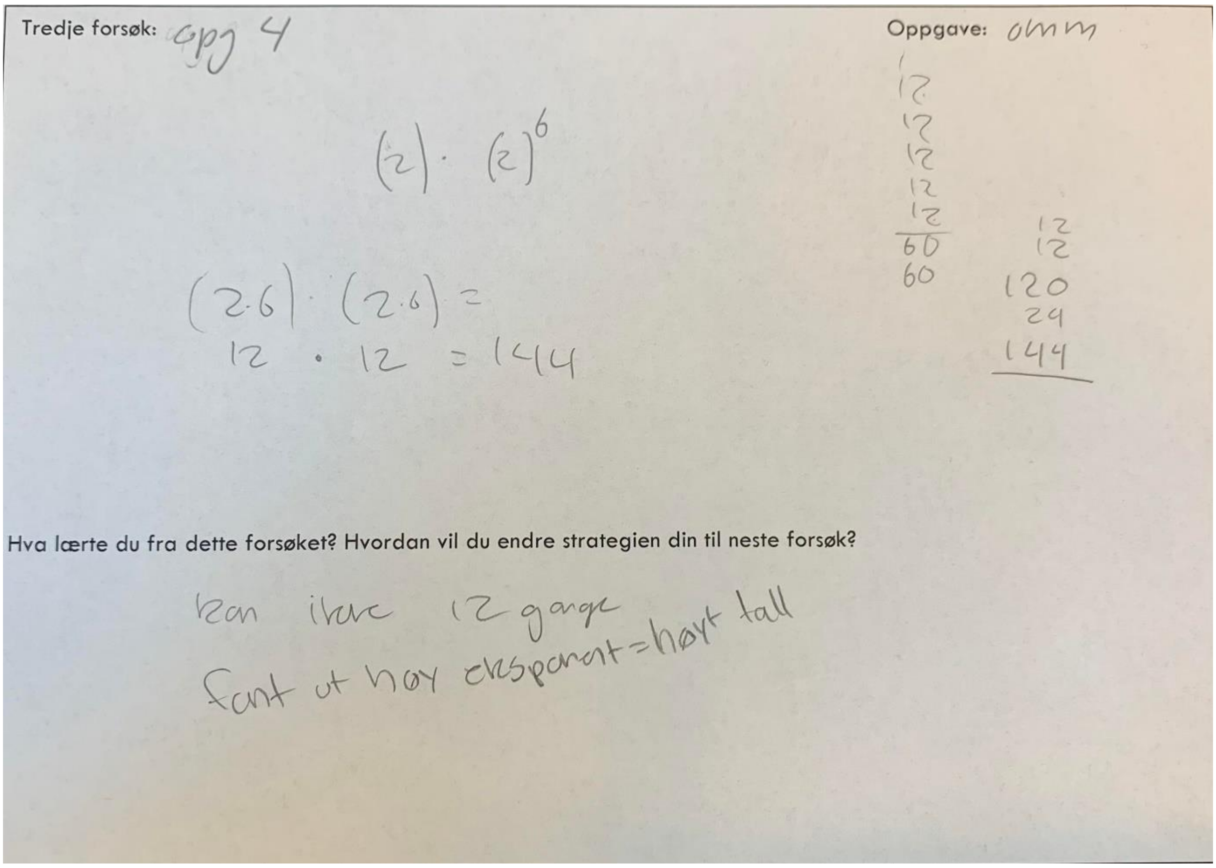
Elevsvar 2

I elevsvar 2 ser vi en elev som tydelig ikke har forstått hvordan man regner med potenser. Eleven regner potenser som et vanlig gangestykke slik at for eksempel $4^5 = 4 \cdot 5$. Dette gjøres konsekvent gjennom seks forsøk, så det er derfor tydelig at eleven har store hull i sin forståelse av potenser. Dette er en vanlig misoppfatning når det kommer til potensregning, men eleven gjør i tillegg noe annet som jeg ikke hadde sett for meg at noen skulle gjøre på forhånd. Eleven multipliserer også faktoren i forkant av potensen med eksponenten, selv om denne ikke har noe eksponent tilknyttet seg. Eleven har altså en tydelig misoppfatning om at eksponenten hører til begge leddene i oppgaven.



Her viser OMM-oppgaven sin styrke på en annen måte. Oppgavene kan, som vi så i elevsvar 1, føre til en dypere forståelse hos eleven, men oppgaven kan også gi læreren et godt overblikk over hvor godt elevene forstår et konsept. I dette tilfellet er det veldig tydelig for meg som lærer at denne eleven ikke har forståelse for hvordan man regner med potenser. Kaplinsky understreker også dette poenget. Han mener at oppgavene kan gi læreren «x-ray vision». Med dette mener han at læreren ved hjelp av OMM-oppgaver får muligheten til å identifisere elevers misoppfatninger ved å se hvordan de løser oppgavene og hvordan de reflekterer over egen oppgaveløsning. Dette kan være misoppfatninger som både eleven selv og læreren ikke visste at de hadde (Kaplinsky, 2020, s. 16).

Denne besvarelsen består av seks svarark. Siden eleven har brukt samme metode på alle forsøkene tar jeg bare med to av svarene for å illustrere elevens misoppfatning innenfor potensregning.

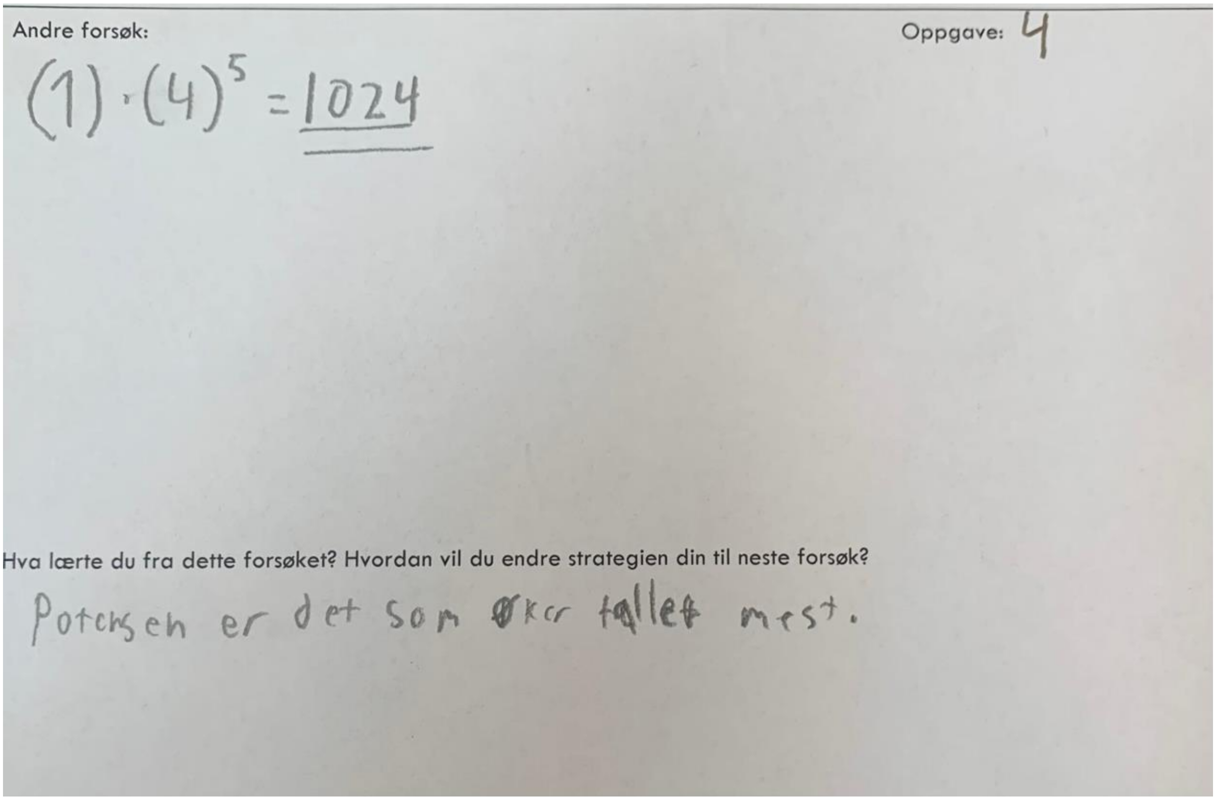


Her ser vi tydelig at eleven i begge forsøkene multipliserer eksponenten med begge leddene i regnestykket, istedenfor å regne ut potensen først, for så å multiplisere med den andre faktoren. Vi ser også at eleven reflekterer over at en høy eksponent gir et høyt tall til svar. Denne refleksjonen er riktig. Selv om eleven utfører regneoperasjonen på feil måte så er det klart at hvis vi multipliserer med et høyere tall, så får vi et høyere svar.

Elevsvar 3

Eleven fra elevsvar 3 har en klart bedre konseptuell forståelse enn elevene i elevsvar 1 og 2. Eleven begynner med regnestykket $2 \cdot 3^5$ og skriver «*Jeg vet at det er en måte å få et større tall på*» i refleksjonsdelen. Dette er et godt første forsøk, og mye tyder på at eleven har forståelse for hvordan dette regnestykket bør settes opp for å få høy verdi. Til neste forsøk er det interessant å se hvilke endringer eleven velger å gjøre for å prøve å få et større tall. Slik jeg ser det, er det to sannsynlige endringer eleven kan gjøre til neste forsøk, som begge vil gi et svar med høyere verdi enn første forsøk. Den ene muligheten er å endre til $1 \cdot 3^6$, mens den andre muligheten er den riktige løsningen, som er $1 \cdot 4^5$.

I neste forsøk endrer eleven regnestykket til den riktige løsningen, $1 \cdot 4^5$. Eleven skriver i refleksjonen at det er potensen som øker tallet mest. Det er sannsynlig å tro at eleven hadde en forståelse for dette helt fra starten av, da eleven har forsøkt å lage en høy potens i begge forsøkene. Vi ser også at endringen eleven gjorde fra forsøk 1 til forsøk 2 er gjennomtenkt. Her ser vi at eleven har endret faktoren i forkant fra 2 til 1 og heller fokusert på å gjøre potensen enda større.



Noe av det som er positivt med denne oppgaven er at elevene nesten blir tvunget til å gjøre flere forsøk. Det er vanskelig å være sikker på at du har funnet det høyest mulige svaret uten å gjøre flere forsøk. Det ser vi også i alle disse elevsvarene. Elevene gjør flere forsøk og reflekterer over om det de har funnet faktisk kan være det høyeste svaret. Dette fører også til at elevene må tenke gjennom hvordan de kan plassere tallene for å få et høyere svar enn i det forrige forsøket. Elevene som har den konseptuelle forståelsen fra starten av, vil bruke færre forsøk enn elever som bare gjetter og sjekker. Dette ser vi også fra elevsvarene over. Vi ser også fra elevsvar 1 at elevene også kan utvikle sin egen konseptuelle forståelse ved å jobbe med oppgaven. Denne eleven begynte med tilfeldig plassering av tall, men gikk over til en systematisk tilnærming når eleven forstod at det var potensen som ga regnestykket mest verdi.

Klasseromsdiskusjonen vi har på slutten av timen viser seg nå at er veldig viktig. Elever som eleven fra elevsvar 2, som har klare misoppfatninger om hvordan man regner med potenser, vil da få muligheten til å se forskjellige løsningsmetoder på oppgavene. Optimalt kunne denne elevens misoppfatning blitt plukket opp underveis i timen slik at eleven kunne fått mulighet til å løse oppgaven på riktig måte, men i tilfeller som dette hvor det ikke blir lagt merke til, er klasseromsdiskusjonen veldig verdifull.

4.2 Tall på standardform

Uka etter elevene hadde potenser skulle de lære om tall på standardform. Timefordelingen denne uka ble lagt opp på samme måte som uka før, med to timer ordinær undervisning tidlig i uka, etterfulgt av to timer med OMM-oppgaver. Etter å ha startet opp med OMM-oppgaver forrige uke kjenner elevene nå til konseptet og hvordan oppgavene ser ut. Mange av elevene syntes det var uvant å bruke flere forsøk på samme oppgave og det kan virke som at flere var redd for å gjøre feil. Også refleksjonsdelen var noe elevene ikke var kjent med fra før. Den første uka var refleksjonen noe mange av elevene hoppet over, men jeg ser fra resultatene denne uka at flere av elevene har blitt mer komfortable med å gjøre flere forsøk og å skrive refleksjoner rundt egen oppgaveløsning.

Oppgavesettet bestod av fire deloppgaver. Det er oppgave 5a som er valgt ut til analyse fra dette oppgavesettet.

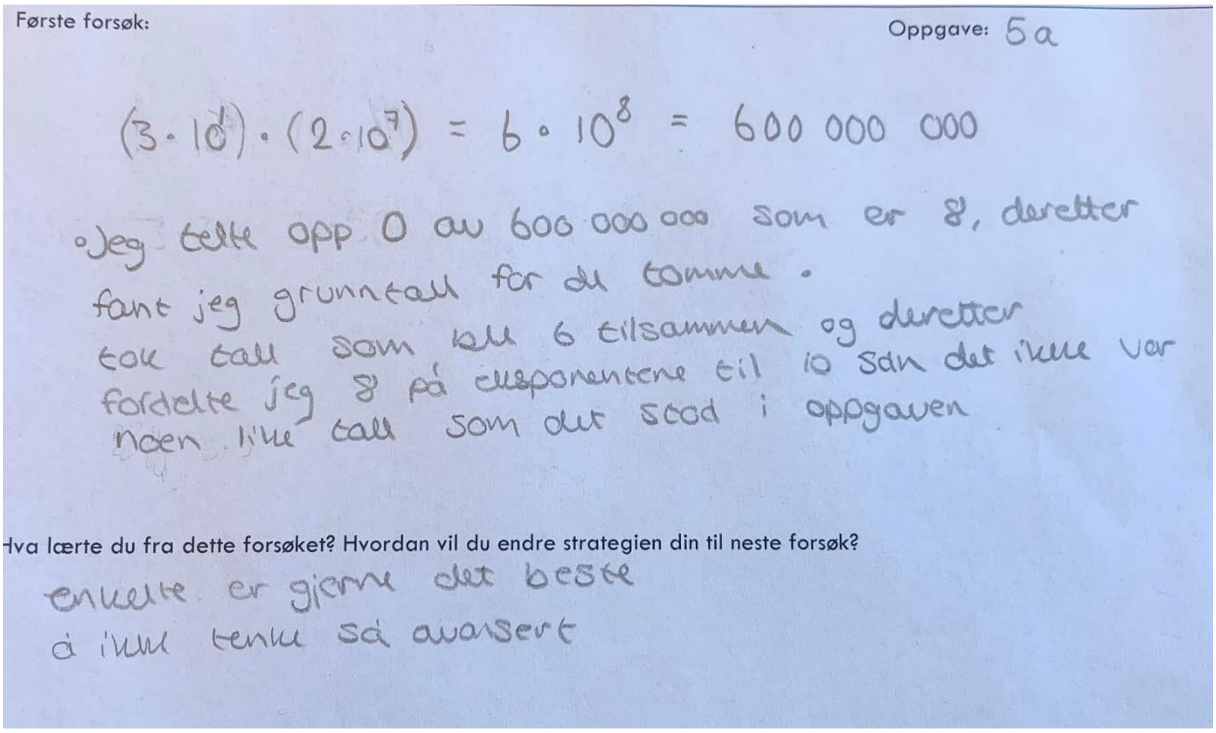
Oppgave 5a

Bruk sifrene 1-9, maks én gang hver, til å fylle inn de tomme boksene slik at produktet blir lik 600 000 000.

$$(\square \cdot 10^{\square}) \cdot (\square \cdot 10^{\square}) =$$

Som forklart i kapittel 3.3, klassifiseres oppgaven som en DOK2 oppgave. Elevene kan derfor ikke følge noen bestemt oppskrift for å løse oppgaven, men må bruke sin konseptuelle forståelse for hvordan tall på standardform multipliseres sammen. Som forrige uke forventes det at resultatene vil bestå av både elever som gjetter og sjekker, og elever som løser oppgaven konseptuelt. Elevene som har liten forståelse for tall på standardform, vil mest sannsynlig plassere tilfeldige tall i rutene. Det ønskelige er at disse elevene kan reflektere over svaret de får og gjøre en gjennomtenkt justering til neste forsøk, slik at de kan nærme seg svaret. Elevene som mangler evnen til refleksjon, og bare plasserer tilfeldige tall i hvert forsøk, vil mest sannsynlig ikke komme frem til riktig svar. På den andre siden, vil elevene som vet hvordan de multipliserer to tall på standardform ha muligheten til å finne riktig løsning eller komme veldig nærme allerede på første forsøk. Jeg forventer at flere av elevene gjør feil når de skal bestemme størrelsen på eksponentene. Denne feilen kan komme av at elevene ikke kjenner til hvordan eksponentene påvirker størrelsen på svaret. Jeg forventer også at enkelte elever bruker et forsøk på å forstå at faktorene i forkant skal multipliseres sammen, og at dette må gi de 6.

Elevsvar 4


Første forsøk:

Oppgave: 5a

$(3\cdot 10^1)\cdot(2\cdot 10^7) = 6\cdot 10^8 = 600\ 000\ 000$

Jeg telte opp 0 av 600 000 000 som er 8, deretter
fant jeg grunntall for de tomme.
tok tall som ble 6 tilsammen og deretter
fordelte jeg 8 på eksponentene til 10 sån det ikke var
noen like tall som det stod i oppgaven

Hva lærte du fra dette forsøket? Hvordan vil du endre strategien din til neste forsøk?

enkelte er gjerne det beste
å ikke tenke så avansert

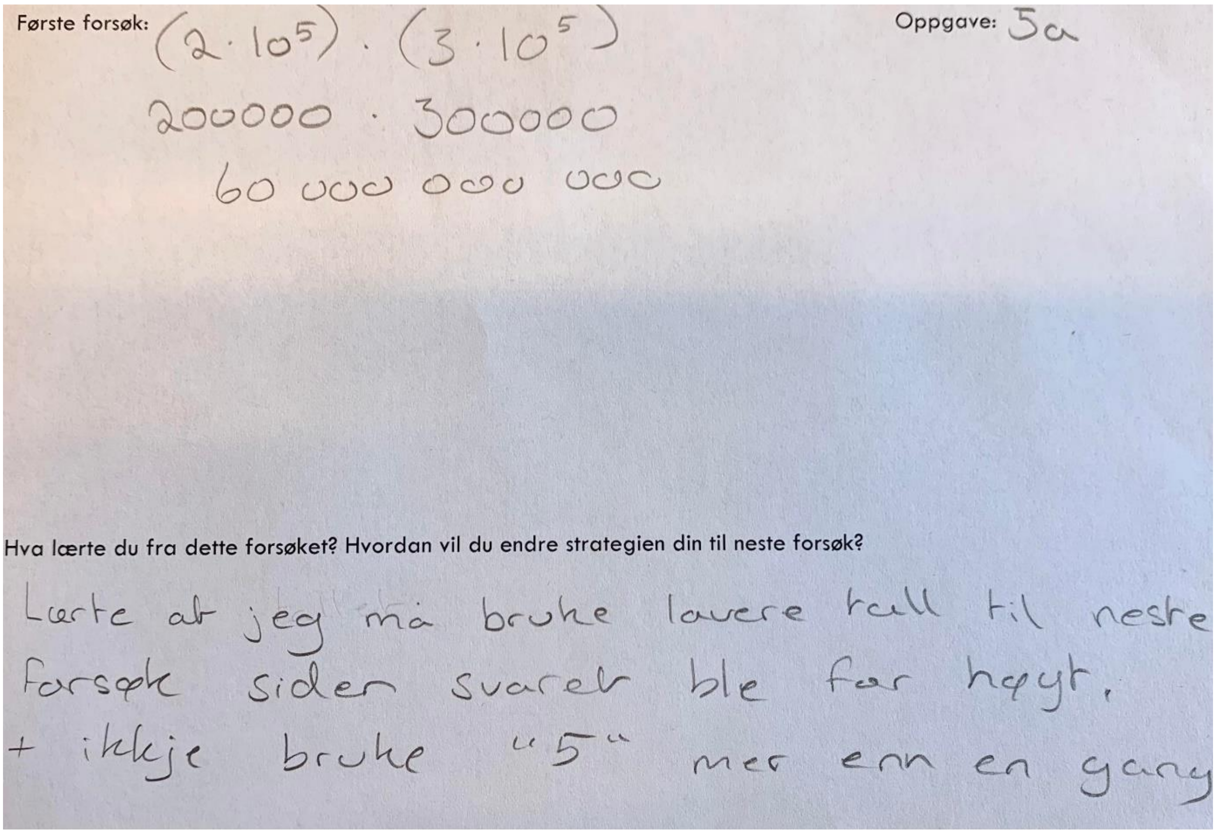
Eleven i elevsvar 4 har løst oppgaven på en veldig god måte. Eleven viser god konseptuell forståelse for hvordan man multipliserer tall på standardform. Eleven forklarer i refleksjonen at faktorene foran potensene er valgt slik at når de multipliseres med hverandre blir det 6. Videre har eleven telt antall nuller i 600 000 000, og valgt eksponentene slik at det blir riktig antall nuller. Eleven viser også forståelse for at når vi multipliserer to potenser med likt grunntall, kan vi addere sammen eksponentene. At eleven klarer å løse oppgaven på denne måten tyder på god forståelse for tall på standardform. Det er sannsynlig å tro at denne eleven klarer å løse de fleste oppgaver av denne sorten, og at oppgavene fra oppgaveheftet nærmest løser seg selv uten at eleven trenger å konsentrere seg veldig. Med dette i bakhodet kunne denne eleven fått enda vanskeligere oppgaver å utfordre seg på.

Når det kommer til dybdelæring, viser eleven god prosedyrekunnskap til tall på standardform. Eleven viser også veldig god evne til å reflektere over egen oppgaveløsning, noe som viser at eleven har god forståelse.

Elevsvar 5

Denne eleven har ikke den samme konseptuelle forståelsen som eleven fra elevsvar 4. Vi ser fra det første forsøket til eleven at faktorene i forkant av potensene velges slik at produktet blir 6, men at eleven ikke har forstått hvordan eksponentene påvirker svaret. Det er også interessant at eleven velger å regne ut begge parentesene istedenfor å beholde tallene på standardform. Det er sannsynlig å tro at eleven ikke vet hvordan man regner med tall på standardform, og heller ikke er helt sikker på hvordan eksponentene påvirker resultatet. På forhånd hadde jeg ikke forventet at elevene skulle regne ut tallene på standardform på denne måten. Jeg forventet at de skulle velge feil tall på eksponentene, men jeg forventet også at de skulle bruke reglene for multiplikasjon mellom tall på standardform når de regnet det ut. Jeg ble derfor overrasket når jeg så denne fremgangsmåten. Valget av denne metoden tyder på mangler i elevens prosedyrekunnskap.

Elevens valg av 5 på begge eksponentene virker som et tilfeldig valg, og ut ifra elevens refleksjon virker det som at strategien til eleven var å prøve, for så å endre strategi til neste forsøk.



Første forsøk: $(2\cdot10^5)\cdot(3\cdot10^5)$

200000 · 300000

60 000 000 000

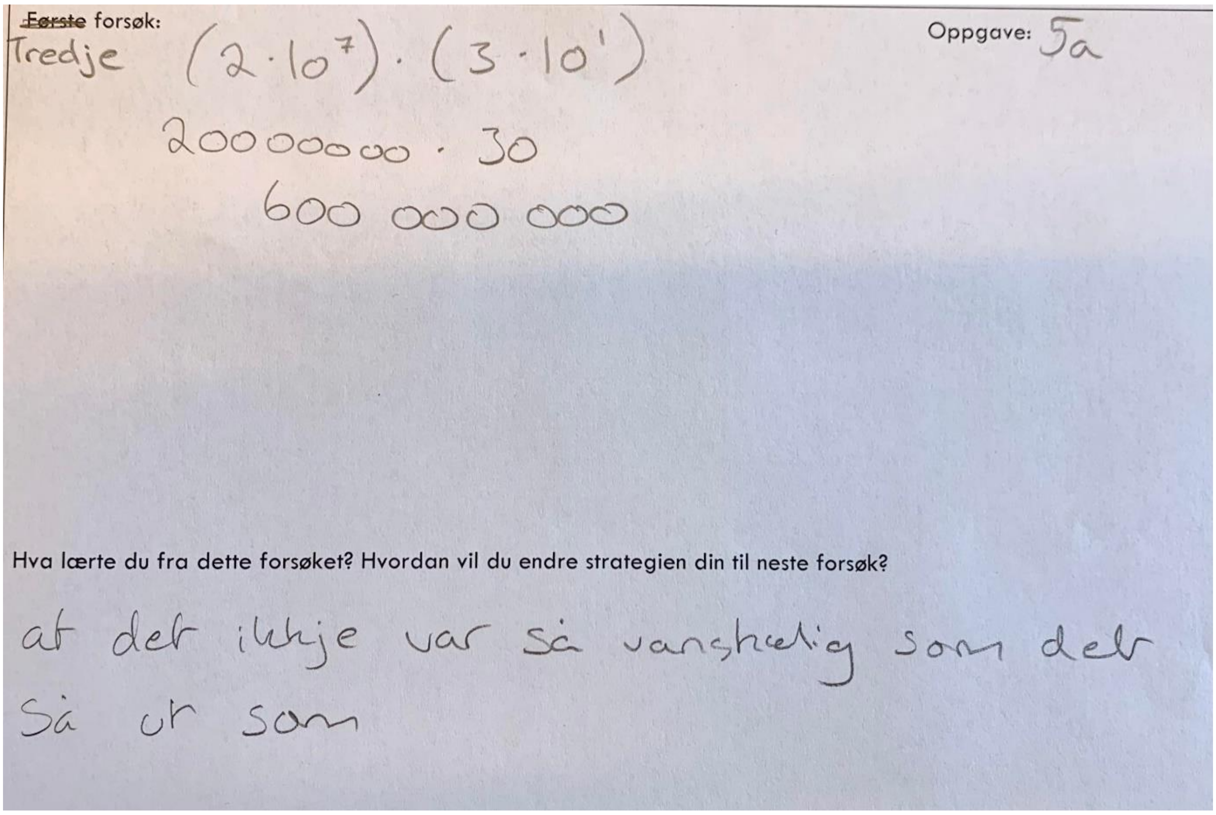
Oppgave: 5a

Hva lærte du fra dette forsøket? Hvordan vil du endre strategien din til neste forsøk?

Lærte at jeg må bruke lavere tall til neste forsøk siden svaret ble for høyt. + ikkje bruke "5" mer enn en gang

I neste forsøk endrer eleven eksponentene slik at svaret blir litt lavere. Likevel er svaret fortsatt for høyt. Eleven velger også denne gangen å skrive ut parentesene slik at tallene ikke lenger står på standardform. Det er igjen tydelig at eleven ikke har full forståelse for hvordan eksponentene påvirker svaret, da eleven kun endrer eksponentenes verdi med én, og ikke to som ville gitt riktig svar.

Eleven fortsetter å systematisk minske eksponentenes verdi med én, så i forsøk 3 får eleven riktig svar. Nok en gang regner eleven ut svaret uten å bruke reglene for hvordan vi regner med tall på standardform. I tillegg er elevens refleksjon svært begrenset, noe som gir læreren grunnlag til å tro at eleven har noen «hull» i sin forståelse for tall på standardform. Det vil være sannsynlig å tenke at eleven ville brukt samme fremgangsmåte hvis eleven hadde fått en liknende oppgave. Det positive med elevens oppgaveløsning er at eleven forstår hva som må endres for å få et lavere svar. Eleven endrer ikke på faktorene i forkant av potensene, men kun på eksponentene. Dette viser at eleven har reflektert over hvordan strategien må endres for å komme nærmere riktig løsning.



~~Første~~ forsøk: Tredje

Oppgave: 5a

$(2 \cdot 10^7) \cdot (3 \cdot 10^1)$

$20000000 \cdot 30$

$600\,000\,000$

Hva lærte du fra dette forsøket? Hvordan vil du endre strategien din til neste forsøk?

at det ikkje var så vanskelig som det så ur som

4.3 Brøk

Dette var den siste uka elevene jobbet med OMM-oppgaver. Brøk, som var temaet denne uka, var noe elevene kjente til fra før, men som de trengte en repetisjon av før de skulle begynne med sannsynlighetsregning uka etter. Oppgavesettet bestod av én ordinær oppgave og tre OMM-oppgaver. Det er oppgave 8 som er valgt ut til analysen.

Oppgave 8

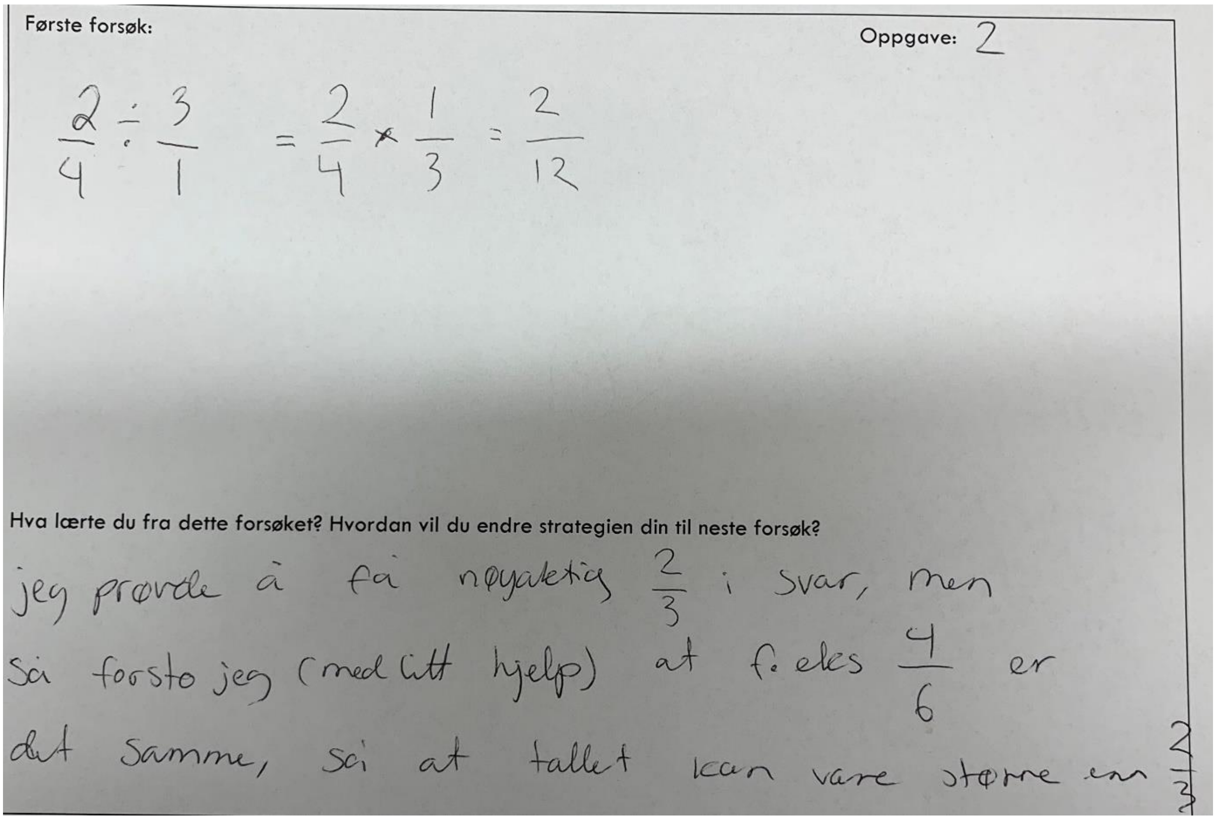
Bruk sifrene 1-9, maks én gang hver, til å fylle inn de tomme boksene slik at svaret blir $\frac{2}{3}$.

$$\frac{\square}{\square} \div \frac{\square}{\square} = \frac{2}{3}$$

For å kunne løse oppgaven må elevene kjenne til hvordan vi løser et regnestykke hvor en brøk divideres med en annen. Elevene vil også etter hvert oppfatte at det ikke vil være mulig å lage et regnestykke som gir $\frac{2}{3}$ direkte med de gitte reglene, men at de må finne andre brøker med samme verdi som $\frac{2}{3}$. Det er sannsynlig at det er flere elever som ikke kjenner til at for eksempel $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$, og et av målene med denne oppgaven er derfor at elevene skal oppdage at forskjellige brøker kan ha samme verdi. En mulig løsningsmetode kan være å skrive ned flere brøker med samme verdi som $\frac{2}{3}$ og forsøke å lage regnestykker som tilsvarer disse. En annen mulighet kan være å tenke på oppgaven som multiplikasjon mellom to brøker ved å snu den bakerste brøken med en gang. Jeg forventer at noen elever kommer til å prøve å få $\frac{2}{3}$ direkte, og oppdage at dette ikke er mulig. Det forventes også at noen elever ikke kjenner til hvordan divisjon mellom brøker utføres.

Elevene som kjenner til prosedyren for divisjon av brøk og klarer å finne andre brøker med samme verdi som $\frac{2}{3}$ vil ha en stor fordel i denne oppgaven, og har mulighet til å løse den på første eller få forsøk. Elever som setter inn tilfeldige tall eller ikke kjenner til at $\frac{2}{3}$ har flere likeverdige brøker, vil etter all sannsynlighet bruke flere forsøk på denne oppgaven.

Elevsvar 6


Første forsøk:

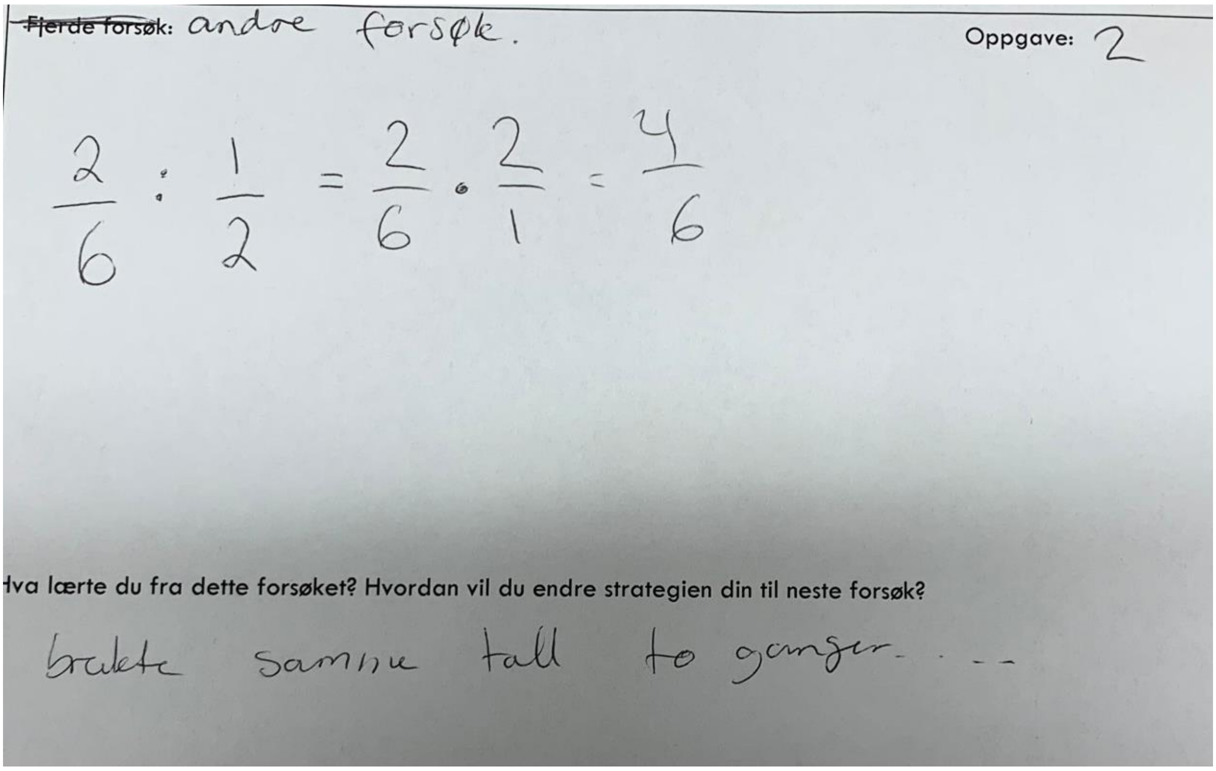
Oppgave: 2

$$\frac{2}{4} \div \frac{3}{1} = \frac{2}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{12}$$

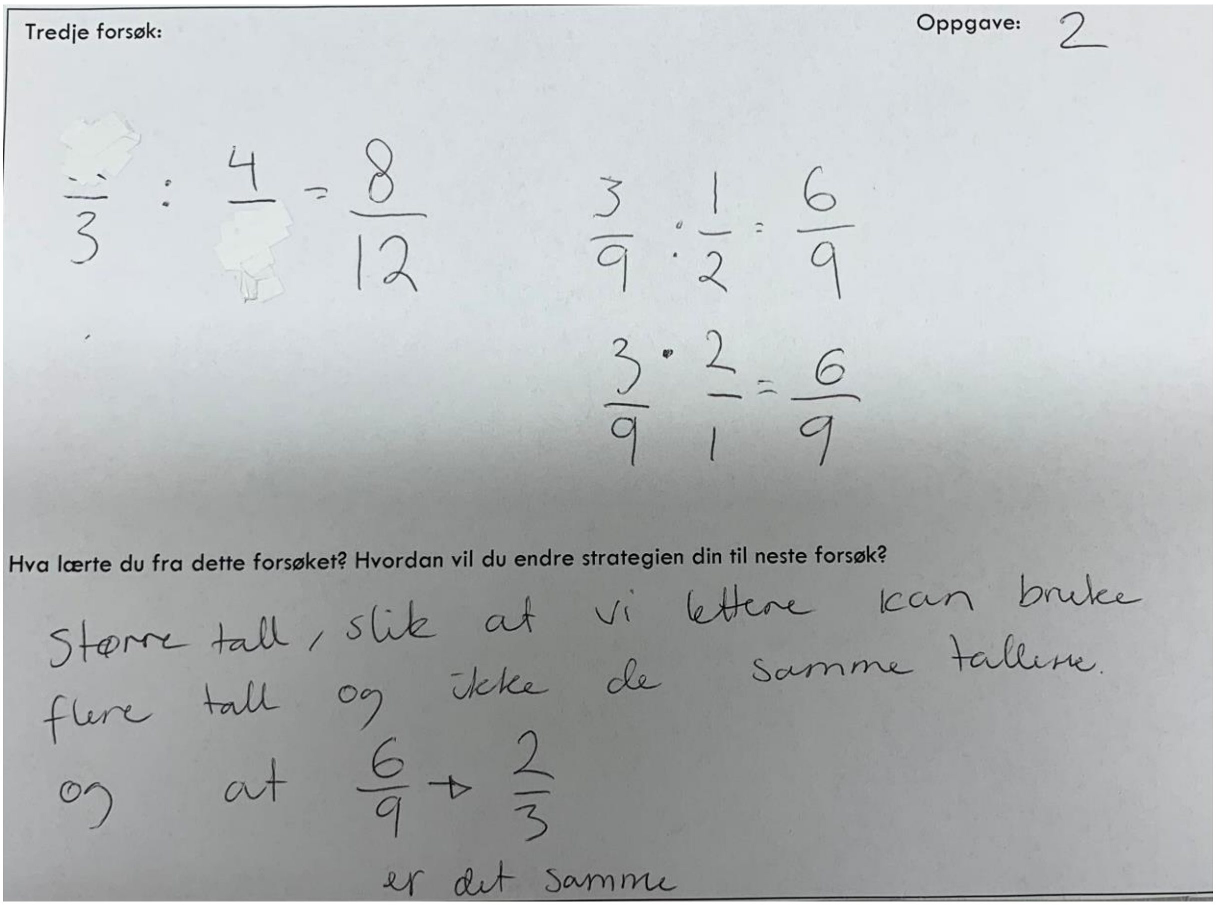
Hva lærte du fra dette forsøket? Hvordan vil du endre strategien din til neste forsøk?

jeg prøvde å få nøyaktig $\frac{2}{3}$ i svar, men så forsto jeg (med litt hjelp) at f. eks $\frac{4}{6}$ er det samme, så at tallet kan være større enn $\frac{2}{3}$

Eleven fra elevsvar 6 har i sitt første forsøk forsøkt å få nøyaktig $\frac{2}{3}$, og fra refleksjonen ser vi at eleven, med litt hjelp fra lærer, har forstått at for eksempel $\frac{4}{6}$ har samme verdi. Dette er en positiv oppdagelse som vil hjelpe eleven i neste forsøk. Fra elevens oppgaveløsning ser vi også at eleven kjenner til prosedyren for divisjon av brøk, ved at eleven snur den bakerste brøken og multipliserer tellerne og nevnerne.



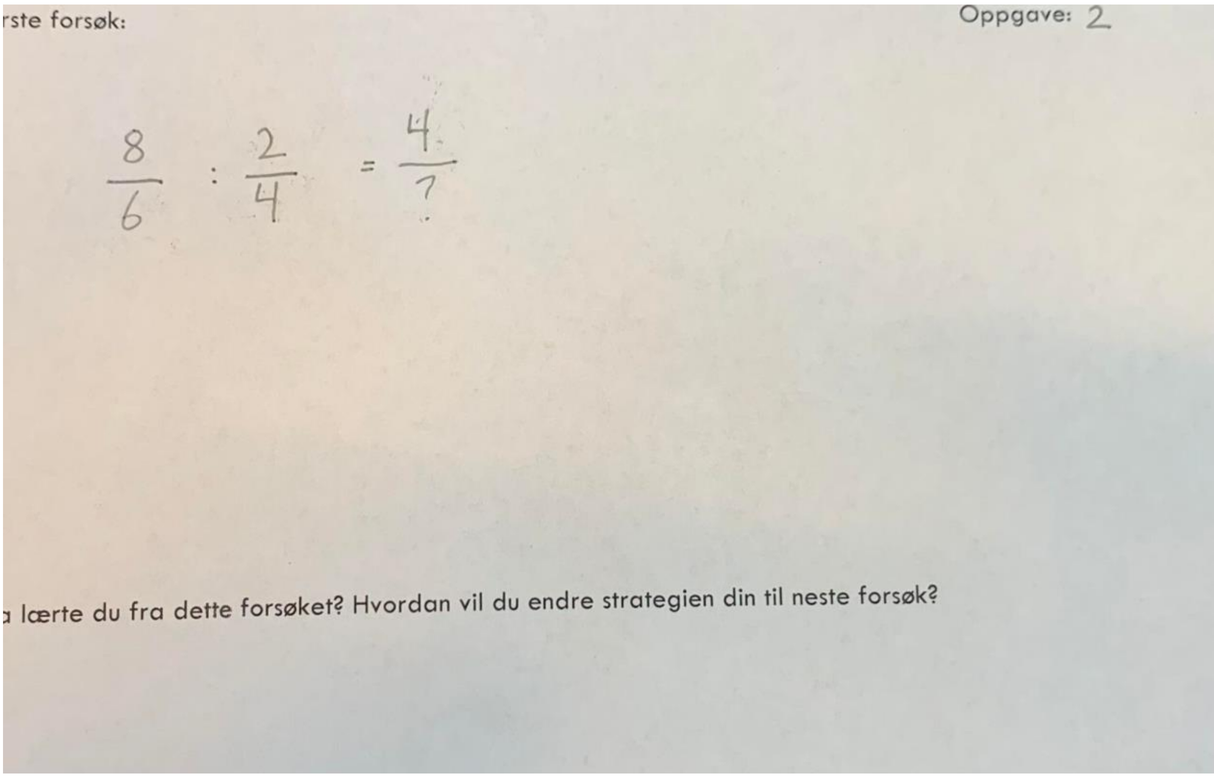
I neste forsøk finner eleven riktig svar på oppgaven, men bryter reglene ved å bruke samme tall to ganger. Dette viser uansett at eleven har utviklet sin forståelse, ved å forstå at $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.



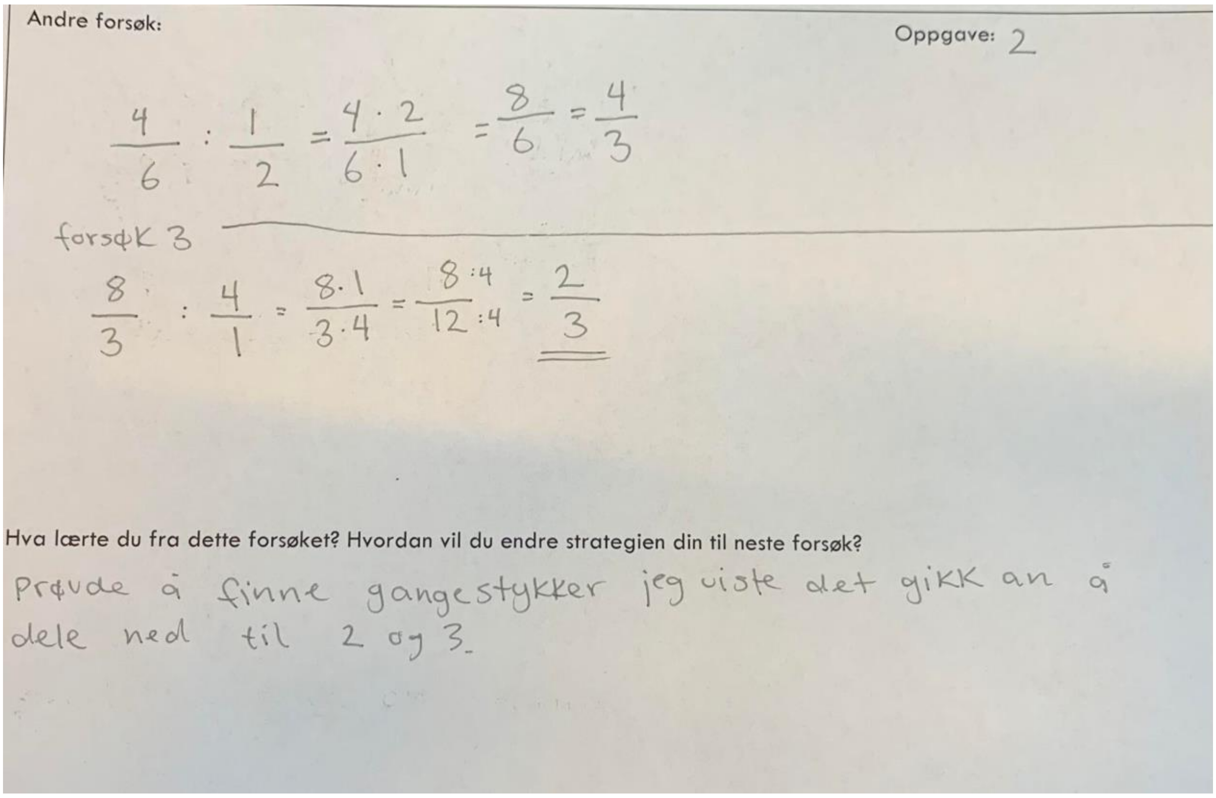
I tredje og siste forsøk finner eleven korrekt løsning. Eleven har funnet enda en brøk med samme verdi som $\frac{2}{3}$, og satt sammen et regnestykke som gir denne brøken til svar. Vi ser også at eleven har funnet brøken $\frac{8}{12}$, som også har samme verdi som $\frac{2}{3}$, men ikke klart å lage regnestykket som gir dette svaret. Ved å jobbe med denne oppgaven har eleven fått en tydelig dypere forståelse for brøk. Eleven viser gjennom refleksjonen forståelse for at forskjellige brøker kan ha samme verdi, og eleven har klart å finne flere likeverdige brøker. Med utgangspunkt i elevens refleksjoner virker det som at dette var noe eleven ikke kjente til fra før, og det er derfor veldig positivt at eleven har oppdaget dette gjennom å jobbe med denne oppgaven.

Elevsvar 7

Denne eleven har en klar strategi om å lage regnestykker hvor svaret kan forkortes ned til $\frac{2}{3}$. Eleven viser dermed forståelse for at en brøk kan utvides og forkortes, og fortsatt ha samme verdi. I elevens første forsøk ser vi at eleven har klart å få telleren til å bli 4. For å kunne få $\frac{2}{3}$ må nevneren bli 6. Dette kunne eleven løst ved å endre nevneren i den ene brøken fra 4 til 1. Vi ser også at eleven velger å dividere tellerne med hverandre og nevnerne med hverandre, istedenfor å snu den bakerste brøken og multiplisere. Denne metoden kan fungere bra i noen tilfeller, men vi ser svakheten til metoden i dette tilfellet hvor divisjonen ikke går opp mellom de to nevnerne. Da ser vi også at det stopper opp for eleven.



I de neste forsøkene endrer eleven metoden sin til å heller snu den bakerste brøken og multiplisere, selv om vi ser at metoden fra første forsøk hadde fungert i både andre og tredje forsøk. Vi ser at i både andre og tredje forsøk fortsetter eleven sin strategi om å finne tall som kan deles ned til 2 og 3. I elevens andre forsøk ser vi at eleven får $\frac{8}{6}$. Både telleren og nevneren oppfyller elevens krav, siden 8 går opp i 2-gangen og 6 går opp i 3-gangen, men ved å forkorte brøken er det bare mulig å få 3 som nevner. I tillegg har eleven fått en brøk hvor telleren er større enn nevneren, og det vil derfor ikke være mulig å få $\frac{2}{3}$. Eleven må derfor tenke på hvordan det kan lages et regnestykke som gir en brøk som kan forkortes slik at begge kravene blir oppfylt. Dette får eleven til i det tredje forsøket. Det er vanskelig å si om det er tilfeldig at eleven får riktig svar eller om eleven har tenkt at akkurat dette forsøket vil gi $\frac{2}{3}$ som svar. Ut ifra de forrige forsøkene til eleven er det grunnlag til å tro at valget av tall er gjennomtenkt.


Andre forsøk: Oppgave: 2

$\frac{4}{6} : \frac{1}{2} = \frac{4 \cdot 2}{6 \cdot 1} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$

forsøk 3

$\frac{8}{3} : \frac{4}{1} = \frac{8 \cdot 1}{3 \cdot 4} = \frac{8 : 4}{12 : 4} = \frac{2}{3}$

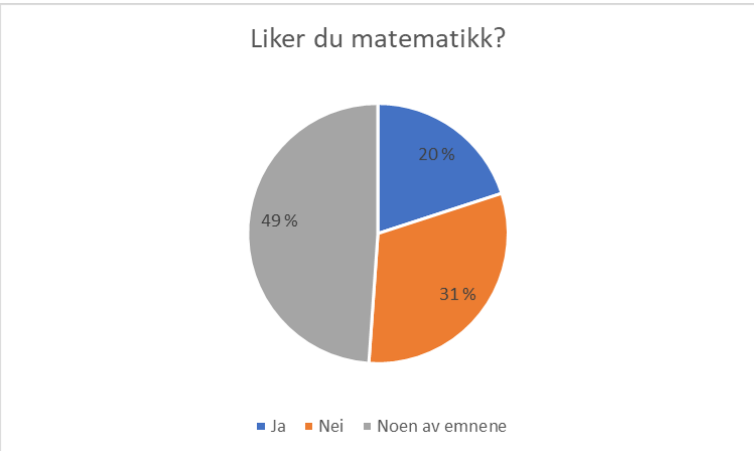
Hva lærte du fra dette forsøket? Hvordan vil du endre strategien din til neste forsøk?

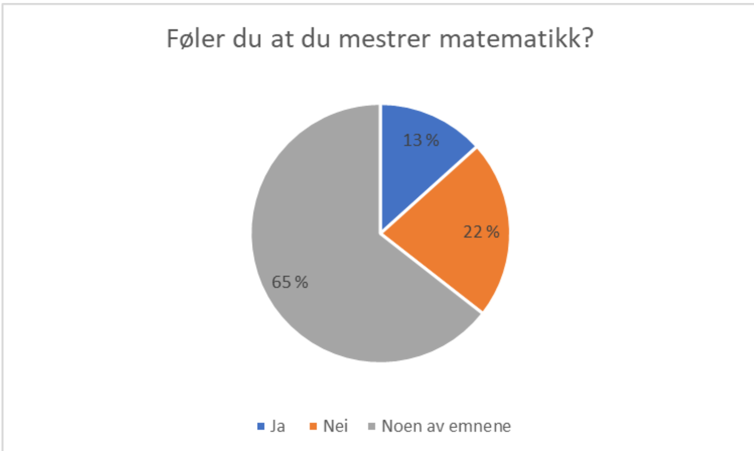
Prøvde å finne gangestykker jeg viste det gikk an å dele ned til 2 og 3.

4.4 Elevenes forhold til matematikk og opplevelse av OMM

I slutten av perioden ble det gjennomført en spørreundersøkelse som fokuserte på elevenes holdninger til matematikkfaget og hvordan deres opplevelse av å jobbe med OMM-oppgaver har vært. Det var totalt 45 elever som deltok i spørreundersøkelsen. Videre vil noen av resultatene fra spørreundersøkelsen bli kommentert. Spørreundersøkelsen kan ses i sin helhet i vedlegg 3 og resultatene kan ses i sin helhet i vedlegg 4.

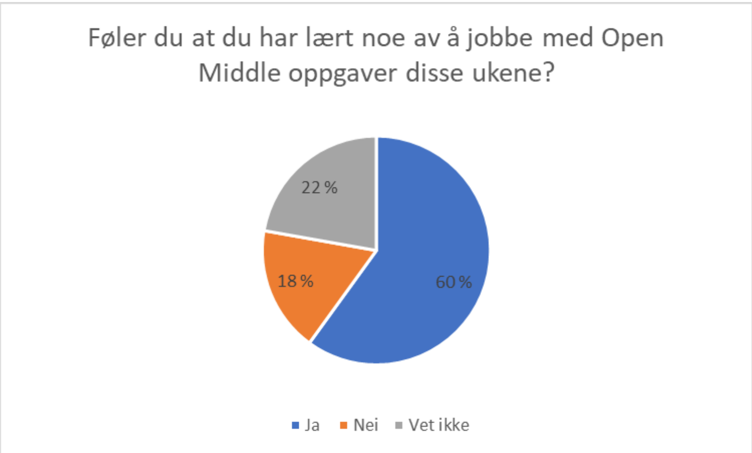
De første spørsmålene jeg vil se på handler om elevenes holdninger til matematikk. Under følger noen av resultatene:

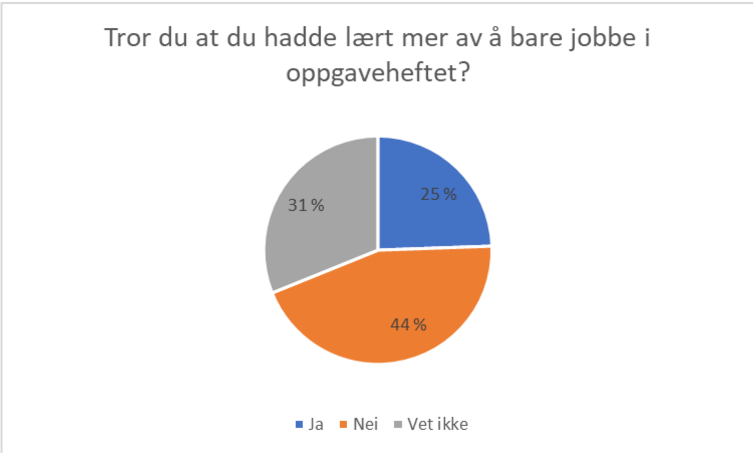




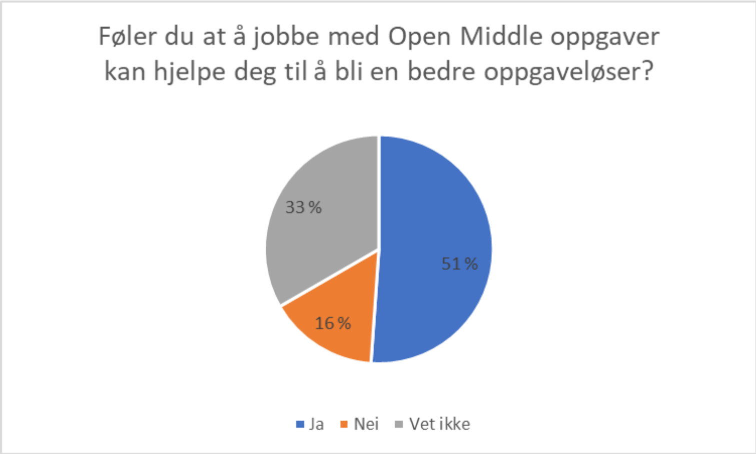
Fra resultatene kan vi se at elevene har et blandet forhold til matematikk. Det er flere elever som svarer at de ikke liker matematikk enn elever som liker matematikk. Likevel vil jeg si, ut ifra resultatene, at elevgruppa totalt sett har et positivt forhold til matematikk. Det er bare 20% av elevene som svarer at de liker matematikk, men det er også 49% som svarer at de liker noen av emnene. Dette utgjør til sammen 69% av elevene. Hvis vi ser på det andre diagrammet, ser vi at 78% av elevene svarer at de enten mestrer matematikk eller mestrer noen av emnene. Hvis vi ser på de to diagrammene opp mot hverandre, ser vi at det totalt sett er flere elever som mestrer deler av matematikken enn det er elever som liker matematikk. Det vil si at det finnes elever som ikke liker matematikk, men som mestrer matematikk.

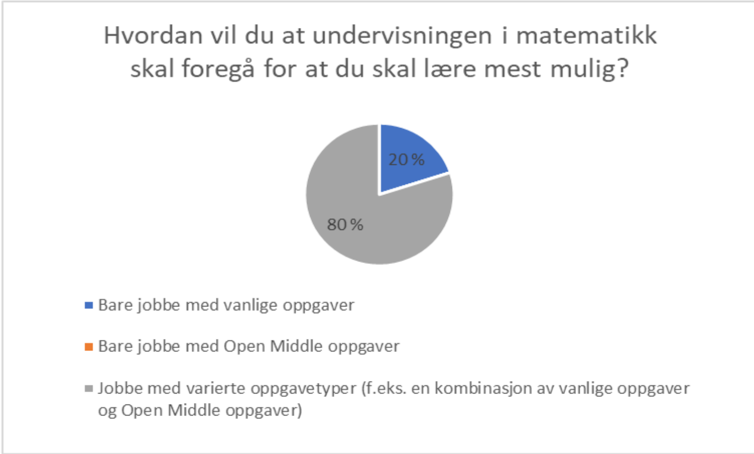
De neste spørsmålene er vinklet mot Open Middle og elevenes opplevelse av å jobbe med dette.





Resultatene viser at de fleste elevene selv føler at de har lært noe av å jobbe med OMM-oppgaver. 18% mener at de ikke har lært noe. Dette kan det være flere grunner til. For eksempel kan det være sterke elever som kunne temaene vi jobbet med fra før, og som dermed ikke har lært noe nytt, eller det kan være andre elever som ikke har fått utbytte av å jobbe med oppgavene. Elevene jobber vanligvis i oppgavehefter, hvor de fleste oppgavene er typiske «regn ut»-oppgaver. Fra diagrammet ser vi at 25% av elevene tror at de ville lært mer av å jobbe i oppgaveheftet, mens 44% mener at de ikke ville lært mer av oppgaveheftet. Med tanke på at dette er helt nytt og kan oppfattes som vanskelig for elevene, er det positivt at så mye som 44% av elevene tror de lærer like godt eller bedre av å jobbe med OMM-oppgaver.





Til slutt ble elevene spurt om de tror at å jobbe med slike oppgaver kan hjelpe de å bli bedre oppgaveløsere og om de kunne tenke seg å fortsette å jobbe med denne typen oppgaver. Resultatene viser at hele 80% av elevene ønsker å fortsette å jobbe med slike oppgaver, men i en kombinasjon med tradisjonelle oppgaver, for eksempel fra oppgaveheftet. Resultatene viser også at 51% av elevene mener at de kan bli bedre problemløsere av å jobbe med OMM-oppgaver.

5 Diskusjon

Hensikten med denne oppgaven har vært å finne ut om undervisning med OMM-oppgaver kan bidra til dybdelæring. For å finne ut av dette har det blitt gjennomført en undersøkelse over tre uker i to påbygg-klasser, hvor elevene har jobbet med både ordinære oppgaver og OMM-oppgaver. I denne delen av oppgaven vil resultatene fra denne perioden bli diskutert, og det vil undersøkes om elevene kan ha fått en dypere matematisk forståelse av å jobbe med matematikk på denne måten. I tillegg vil det diskuteres på hvilken måte Kaplinskys teori om OMM legger til rette for dybdelæring. Til slutt vil det også diskuteres styrker og svakheter ved prosjektet, hva som fungerte eller ikke fungerte, og det vil bli sett på tidligere forskning innenfor området for å se om det er noen likhetstrekk eller forskjeller til resultatene fra dette prosjektet.

5.1 «Open Middle Math» og dybdelæring

Nosrati og Wæge (Nosrati & Wæge, 2018) pekte på fem komponenter som til sammen er det vi kaller for dybdelæring. I lys av disse komponentene og utdanningsdirektoratets (Utdanningsdirektoratet, 2019) definisjon av dybdelæring som ble presentert i kapittel 2.1, vil jeg videre diskutere på hvilken måte OMM-oppgavene kan bidra til dybdelæring hos elever.

Vi kan tenke oss at undervisningen med OMM kan deles inn i to deler, der den ene delen er selve oppgaveløsingen hvor elevene løser OMM-oppgaver, diskuterer med hverandre og læreren aktivt følger med på elevenes oppgaveløsning og refleksjoner, og den andre delen er klasseromsdiskusjonen hvor læreren og elevene går gjennom forskjellige løsningsmetoder for de forskjellige oppgavene.

Under oppgaveløsningen er det ingen som forteller elevene hvilken metode de skal bruke for å løse OMM-oppgavene. Elevene må derfor selv vurdere hvilken metode som er mest hensiktsmessig til oppgaven de har fått. Nostrati og Wæge (Nosrati & Wæge, 2018) nevner begrepsmessig forståelse og prosedyrekunnskap som to av komponentene som fører til dybdelæring. Disse komponentene handler i stor grad om at elevene skal kunne tolke, forstå og vurdere hvorfor de bruker en prosedyre, samtidig som de skal være i stand til å utføre prosedyren matematisk. Ved å jobbe med et ordinært oppgavesett, får elevene ofte flere oppgaver som kan løses med samme prosedyre. Dette kan gjøre at elevene lærer seg prosedyren godt og blir gode på å utføre prosedyren, men elevene vet allerede før de begynner med oppgaven at det er denne prosedyren de skal bruke. De bruker derfor ingen tid på å vurdere hvilken prosedyre de skal bruke, hvorfor de bruker den eller hvorfor de får svaret de får. Dette må elevene derimot gjøre når de løser OMM-oppgaver. Fra elevsvarene kommer det frem at de fleste elevene bruker «gjett og sjekk»-metoden, hvor de først gjør et forsøk, for så å reflektere over hvordan de kan endre metoden for å komme nærmere svaret. I denne prosessen må elevene vurdere hvilken prosedyre de velger, og hvis de ikke kommer frem til riktig løsning må de vurdere hva de kan gjøre annerledes for å finne svaret.

Eleven fra elevsvar 7 er et eksempel på hvordan elevene må gjøre vurderinger og endre metodene sine underveis. Eleven begynner med å dividere teller med teller og nevner med nevner, og når dette ikke går stopper det opp for eleven. I neste forsøk endrer eleven metode, og går over til den mer vanlige metoden hvor vi snur den bakerste brøken og multipliserer istedenfor. I overgangen fra forsøk 1 til forsøk 2 må eleven ha gjort en refleksjon over at den nye prosedyren er den beste å bruke i dette tilfellet.

Vi ser også eksempler på at OMM-oppgavene er gode når det kommer til å oppdage misoppfatninger i elevenes prosedyrekunnskap. Dette ser vi spesielt i elevsvar 2, men også i elevsvar 5 er det tydelig at eleven ikke har god prosedyrekunnskap. For at elevene skal kunne oppnå dybdelæring er det viktig at misoppfatninger som dette blir oppdaget og tatt tak i, og da er klasseromsdiskusjonen på slutten av undervisningen et godt hjelpemiddel for å ta tak i dette. Elevene som har misoppfatninger vil da kunne se forskjellige løsninger på oppgavene, og dermed utvikle sin prosedyrekunnskap. Klasseromsdiskusjonen er derimot ikke bare ment for de svake elevene med misoppfatninger. De sterke elevene kan også få mye ut av klasseromsdiskusjonen ved å delta i diskusjonen rundt metodene elevene har brukt. Det kan også være at det blir presentert en metode elevene ikke hadde tenkt på, som kan være med på å vise elevene at det er flere måter å løse samme oppgave på.

Både utdanningsdirektoratet (Utdanningsdirektoratet, 2019) og Nosrati og Wæge (Nosrati & Wæge, 2018) beskriver at elevenes evne til å utvikle en løsningsstrategi og bruke det de har lært i kjente og ukjente situasjoner er sentralt for å kunne oppnå dybdelæring. De mener også at elevene skal kunne vurdere hvor rimelig en løsning er, og at de skal kunne være fleksible og utvikle nye løsningsmetoder om nødvendig. Dette kan også beskrives som elevenes evne til å løse problemløsningsoppgaver hvor det ikke er tydeliggjort hvilke metoder elevene må bruke for å finne løsningen. Det var tydelig at elevene ikke var vant til å jobbe med slike oppgaver. Oppgavene fra oppgaveheftene var ofte mange og veldig like, og det som kjennetegnet en vanskeligere oppgave var at det ofte var vanskeligere tall og at det var flere ledd i oppgaven. Det var derimot ingen oppgaver som gjorde at elevene måtte tenke gjennom hvilken løsningsstrategi de skulle bruke eller krevde at elevene vurderte om svaret de fikk var korrekt. Hvis de for eksempel kjente til reglene for potensregning, så klarte de å løse alle potensoppgavene. Det var vanskelig å endre elevens tankesett fra å løse typiske algoritmiske oppgaver i oppgaveheftet til å skulle løse OMM-oppgaver hvor de må utvikle en løsningsstrategi og reflektere over svaret sitt.

Fra elevsvarene ser vi flere eksempler på elever som først velger en metode å løse oppgaven med, får et svar, reflekterer over svaret de har fått, og deretter justerer for å få et riktigere svar. For eksempel kan vi se på eleven fra elevsvar 3, som forsøker å finne det høyest mulige svaret. Eleven finner et ganske høyt svar på oppgaven på første forsøk, men sier seg ikke fornøyd med det, fordi eleven tror det finnes et høyere svar. I neste forsøk justerer eleven slik at potensen får høyere verdi, og dermed får også svaret høyere verdi. Et annet eksempel er eleven fra elevsvar 4 som løser oppgaven på første forsøk. Vi ser tydelig at eleven har gjort gode vurderinger, og ved hjelp av elevens refleksjoner er det også tydelig at eleven har god forståelse for tall på standardform. På grunnlag av observasjonene i elevsvarene og OMM-oppgavenes generelle utforming, er det grunnlag for å si at OMM-oppgavene legger til rette for det utdanningsdirektoratet og Nosrati og Wæge mente elevene måtte beherske for å bli bedre problemløsere, og dermed på samme måte også bidrar til dybdelæring. OMM-oppgaver alene er selvfølgelig ikke nok for å bli gode problemløsere, men det kan være et godt hjelpemiddel sammen med andre typer problemløsningsoppgaver.

Også klasseromsdiskusjonen kan hjelpe elevene til å bli bedre problemløsere ved at elevene blir presentert for ulike løsningsmetoder for det samme problemet og må diskutere hvilken løsning som er mest hensiktsmessig. Kanskje oppdager elevene en løsningsmetode som er bedre enn den de selv brukte, eller ser sammenhenger mellom sin egen metode og andres metoder.

Nosrati og Wæge (Nosrati & Wæge, 2018) nevner også resonnering som en av komponentene som fører til dybdelæring. Her forklarer de at elevene skal kunne reflektere over hvordan de tenker og blant annet argumentere både for og imot matematiske argumenter og metoder de blir presentert for. Elevenes evne til refleksjon nevnes også i Utdanningsdirektoratet sin definisjon av dybdelæring. Refleksjonsdelen er sentral i elevenes arbeid med OMM-oppgaver. Etter at elevene har gjort et forsøk på en oppgave, må de skrive en refleksjon hvor de reflekterer over hvordan de har tenkt for å løse oppgaven, hva de har lært fra forsøket og eventuelt hvordan de vil endre strategien sin til neste forsøk. Denne delen av oppgaveløsningen var uvant for mange av elevene. Det kom tydelig frem at elevene ikke pleier å reflektere over svarene sine. Jeg vil anta at når de vanligvis jobber i oppgavehefter, regner de ut svaret og går videre til neste oppgave uten å sette av mye tid til refleksjon. Derfor ble det viktig for meg å passe på at elevene satt av tid til å skrive en liten refleksjon etter hvert forsøk. Fra elevsvarene ser vi veldig varierende grad av refleksjon hos elevene. Dette tenker jeg er naturlig, både fordi det er noe som er ganske nytt for dem, og fordi elevene har forskjellig grad av dybdeforståelse innenfor de forskjellige temaene vi var gjennom. For eksempel kan det være enklere for en elev som løser oppgaven korrekt med en gang, og har god dybdeforståelse å skrive en god refleksjon, enn en elev som ikke forstår noen ting og bare plasserer tilfeldige tall. Fra den korte perioden på tre uker ble det også observert en utvikling i elevenes evne til refleksjon. Den første uka var refleksjonen svært begrenset, og mange elever syntes det var rart å skrive en refleksjon etter at de hadde løst en oppgave, mens i den andre og tredje uka kom refleksjonene mer naturlig. Jeg mener at arbeid med OMM-oppgaver kan være med på å utvikle elevenes evne til refleksjon og dermed også utvikle elevenes dybdeforståelse i matematikk. Perioden på tre uker vil kanskje ikke ha veldig stor innvirkning på dette, men hvis elevene hadde jobbet med OMM-oppgaver gjennom en lengre periode er det naturlig å tro at elevene ville utviklet evnen sin til å reflektere over eget arbeid, og også tatt med seg denne egenskapen når de møter andre problemer i matematikk eller andre situasjoner.

Når elevene jobber med OMM-oppgaver kan de også havne i situasjoner hvor de har brukt en annen metode eller fått et annet svar enn sidemannen. Dette kan være med på å skape gode faglige diskusjoner, hvor elevene må argumentere for hvorfor deres metode er bedre eller riktigere enn sidemannens, eller hvorfor sidemannens svar er feil. Som Nosrati og Wæge (Nosrati & Wæge, 2018) beskrev, er faglig argumentasjon et element elevene må beherske for å kunne oppnå dybdelæring, og dette kan elevene få øvd seg på ved å jobbe med OMM-oppgaver. Dette var også noe jeg la merke til i undervisningen. Når elevene jobbet med OMM-oppgavene var de aktive og sammenliknet metodene og svarene sine med medelevene. Det var også morsomt å se engasjementet hos mange av elevene. De ville virkelig klare å løse oppgavene, og hvis de ikke fikk det til, prøvde de på nytt. Selv om flere av elevene syntes oppgavene var vanskelige, virket det som at flere opplevde det som morsomt og spennende å prøve ut noe nytt. Jeg kjente ikke klassene fra før, men jeg tviler på at engasjementet og diskusjonene som oppstod i klassen når vi jobbet med OMM-oppgaver er like stort når de jobber med ordinære oppgaver i et oppgavehefte.

5.2 Elevenes holdninger til «Open Middle Math»

Elevenes egne tanker rundt OMM er også viktig. Føler de selv at de har fått noe ut av å jobbe med disse oppgavene, og er det noe de vil fortsette å jobbe med?

Ut ifra spørreundersøkelsen er svarene til elevene stort sett positive. 60% av elevene svarte at de følte de lærte noe av å jobbe med OMM-oppgavene og 51% av elevene svarte at de tror OMM-oppgavene kan hjelpe de til å bli bedre problemløsere. Til slutt svarte hele 80% at de gjerne ville fortsette å jobbe med OMM-oppgaver i en kombinasjon med ordinære oppgaver. Ut ifra disse resultatene er det grunnlag for å si at flesteparten av elevene har hatt et utbytte av å jobbe med oppgavene. Tallene kunne sannsynligvis også vært enda bedre hvis elevene hadde fått jobbet med OMM-oppgaver gjennom en lengre periode enn tre uker. Oppgavetypen var helt ny for elevene, og elevene reagerte forskjellig på møtet med dette.

Kaplinsky (Kaplinsky, 2020, ss. 57-58) forklarte viktigheten av å begynne med en ganske enkel oppgave første gang elevene skulle jobbe med OMM-oppgaver. I dette prosjektet ble det også forsøkt å begynne med oppgaver som ikke var altfor vanskelige, men kanskje burde oppgavene vært enda enklere for å sikre at alle elevene skulle henge med fra starten av. Hvis noen elever fikk en dårlig start med OMM-oppgavene, kan de ha dannet seg et dårlig inntrykk av oppgavetypen allerede fra første oppgave, og dermed bestemt seg for å ikke like oppgavetypen. Dette kan ha hatt innvirkning på resultatene i spørreundersøkelsen, og kunne kanskje vært unngått hvis perioden hadde vært lengre enn tre uker.

Gjennom observasjon i timene med OMM er det også grunnlag for å si at de fleste elevene likte oppgavetypen. Dette er elever som ikke nødvendigvis har matematikk som sitt favorittfag, og motivasjonen for å arbeide med matematikk er der kun fordi det er noe de må gjennom. Det var derfor fascinerende å observere hvor engasjerte elevene ble når de jobbet med OMM-oppgavene. Faglærer kommenterte også underveis at det var elever som vanligvis ikke gjør noe i timene, som satt hele timen og jobbet intensivt med OMM-oppgavene.

5.3 Styrker og svakheter ved prosjektet

Det er også nødvendig å diskutere styrker og svakheter som kan ha hatt innvirkning på resultatene til prosjektet. I denne delen vil det kort diskuteres hvordan ulike faktorer kan ha påvirket kvaliteten til prosjektet og eventuelle endringer som kunne blitt gjort hvis prosjektet skulle blitt gjennomført igjen.

Det første som skal diskuteres er den korte tiden jeg hadde til å planlegge prosjektet. Prosjektet skulle gjennomføres i praksisperioden som begynte allerede i uke 1 etter juleferien.

Derfor ble det brukt mye tid i juleferien på å planlegge hvordan prosjektet skulle gjennomføres. Jeg prøvde så godt jeg kunne å sette meg inn i Kaplinskys teori om OMM, men skulle gjerne hatt bedre tid til dette for å være enda bedre forberedt. I ettertid ville jeg gjerne endret på den første timen elevene jobbet med OMM-oppgaver. Her kan noen av oppgavene ha vært litt i vanskeligste laget til å være første gang for elevene, og dette kan ha ført til at enkelte elever falt av eller mistet motivasjonen for oppgavene allerede da. Det jeg heller ville gjort, er å begynne med helt enkle oppgaver som lar elevene bli kjent med konseptet. Det er også dette Kaplinsky anbefaler at man skal gjøre når man starter opp med OMM første gang, og hvis andre skal gjennomføre et prosjekt med OMM eller prøve det med sin klasse ved en senere anledning, vil jeg anbefale å starte opp på denne måten.

Det neste jeg vil nevne er periodens varighet. Det var satt av to timer per uke i løpet av de tre praksisukene til å jobbe med OMM-oppgaver. Det vil si at elevene fikk tre økter hvor de jobbet med OMM-oppgaver. Optimalt kunne perioden gått over en lengre periode på for eksempel 5-6 uker eller et helt semester, slik at elevene kunne blitt mer komfortable med å jobbe med OMM-oppgaver. Dette tror jeg kunne økt kvaliteten på elevbesvarelsene og da også kvaliteten på hele prosjektet. Det ville også gjort det mulig å sett elevenes progresjon fra start til slutt.

Videre vil jeg kort kommentere elevfravær, hovedsakelig grunnet koronasituasjonen. De første ukene etter nyttår var det stort smittetrykk i området og det var derfor mye fravær blant elevene. Det førte til at noen elever ikke var til stede alle tre gangene, og derfor ikke fikk best mulig utbytte av å jobbe med oppgavene. Dette kan igjen ha påvirket kvaliteten på enkelte elevers besvarelser.

Valget av å bruke spørreundersøkelse istedenfor intervju er hovedsakelig basert på ønsket om å bevare elevenes anonymitet. Det ville ikke vært mulig i en intervjusituasjon. En av styrkene ved en intervjusituasjon er at det ville vært mulig å stille elevene oppfølgingsspørsmål og fått frem flere av deres meninger rundt OMM. På den andre siden kan også en intervjusituasjon være ubehagelig for elevene, og det kan være vanskelig for enkelte å gi negative tilbakemeldinger. For eksempel hvis de ikke likte å jobbe med OMM-oppgaver eller ikke fikk noe ut av det. En anonym spørreundersøkelse gjør det derfor enklere for elevene å krysse av på det de selv mener, uten at de føler at det får noen konsekvenser.

Gjennom prosjektet er det også flere aspekter ved OMM-undervisningen som har fungert bra:

Svararkene elevene har brukt til å besvare OMM-oppgavene på er noe som har fungert bra. Disse legger til rette for at elevene kan gjøre flere forsøk og er med på å avdramatisere det å gjøre feil. Det tok litt tid før elevene ble komfortable med dette, men etter hvert som elevene fikk jobbet litt med oppgavene ble de mer og mer komfortable med å gjøre feil og bruke flere forsøk.

Svararkenes refleksjonsdel er også noe som har fungert bra, og som har gjort et positivt inntrykk. Selv om dette var nytt for elevene, var det tydelig at de fleste har tatt seg tid til å reflektere over egen oppgaveløsning og gjort endringer basert på refleksjonene sine.

Både diskusjonene mellom elevene underveis i timen og klasseromsdiskusjonen på slutten av timen er også noe som også fungerte bra. Disse diskusjonene lar elevene se forskjellige løsningsstrategier, vurdere andres strategier og svar, og eventuelt diskutere hvorfor en strategi er bedre eller dårligere enn sin egen strategi. Dette er med på å utvikle elevenes evne til resonnering, som er en av komponentene til Nosrati og Wæge (Nosrati & Wæge, 2018) på veien mot dybdelæring.

Noe som også styrker prosjektet, er et godt datagrunnlag. Totalt har det vært rundt 45 elever til stede under oppgaveløsningen hver uke. Dette har gitt meg mange elevsvar, som igjen har gitt meg mye data å analysere. I analysedelen ble kun noen elevsvar plukket ut. Dette var både på grunn av oppgavens omfang, men også fordi det er veldig mange elever som har løst oppgavene på samme måte, og jeg ser det ikke som nødvendig å vise mange like elevbesvarelser.

5.4 Tidligere forskning

En tidligere masteroppgave av Sunniva Fosnes Ramstad (Ramstad, 2020) har en lignende problemstilling som denne oppgaven. Hun konkluderer med at gjennomsnittskarakteren i utvalgsgruppen økte med 0,5. Hun forklarer videre at hun ikke kan konkludere med at det er OMM-undervisningen som er grunnen til dette, men at det er tydelig at elevene lærte mye av å jobbe med OMM-oppgaver. Hun konkluderer også med at elevene brukte mer tid på å tenke over en OMM-oppgave, at de fant forskjellige løsningsstrategier og at det ble flere rike samtaler i klasserommet. Dette er også observasjoner jeg har gjort i løpet av prosjektet. Elevene brukte mer tid på oppgavene, både før de startet med oppgaven og etter de hadde løst den, gjennom refleksjonsdelen. Vi har også sett elevene ta i bruk forskjellige løsningsstrategier når de jobbet med oppgavene, hovedsakelig «gjett og sjekk»-metoden, hvor de justerer etter hvert forsøk. Jeg kjenner ikke til hvor mye diskusjon det pleier å være i klassen, men når elevene jobbet med OMM-oppgaver var det høy aktivitet i klasserommet hvor elevene diskuterte og sammenlignet løsningene sine.

Ramstad (Ramstad, 2020) skriver i diskusjonen at flere elever oppnådde forståelse av å jobbe med OMM-oppgavene. Hun skriver også at det var elever som ikke forstod hva de holdt på med. Dette er også observasjoner jeg har gjort i dette prosjektet. Fra elevsvarene kommer det tydelig frem at flere elever har oppnådd forståelse av å jobbe med en OMM-oppgave. For eksempel var det flere elever som oppdaget at en høy eksponent gir høy verdi til en potens, eller at det finnes flere likeverdige brøker til $\frac{2}{3}$. Samtidig var det også eksempler på elever som ikke forstod hva de holdt på med. Dette kommer tydelig frem hos eleven fra elevsvar 2, som har klare misoppfatninger til potensregning.

Ramstad (Ramstad, 2020) konkluderer aldri med at OMM bidrar til dybdelæring, men peker på flere komponenter som sammen er med på å bidra til dybdelæring, hvor elevene får utfordret og utviklet seg. For eksempel gjennom refleksjon og argumentasjon over egen problemløsning var det tydelig at elevene både ble utfordret og utviklet seg ved å jobbe med OMM-oppgavene.

En annen masteroppgave av Monica Emilie Mølstre (Mølstre, 2021) peker også på flere av de samme punktene som det gjøres i både denne og Ramstads oppgave. Hun beskriver at OMM-oppgavene legger til rette for at elevene må velge egnet løsningsmetode, diskutere med andre og reflektere over egen problemløsning. Disse områdene er alle en del av komponentene Nosrati og Wæge (Nosrati & Wæge, 2018) mener elevene må beherske for å kunne oppnå dybdelæring. Både kjerneelementene (Utdanningsdirektoratet, u.d) og definisjonen av dybdelæring (Utdanningsdirektoratet, 2019) beskriver også at elevene skal kunne utvikle metoder for å løse problemer, diskutere og argumentere med andre og reflektere over egen problemløsning.

Gjennom observasjonene i både denne og de to andre masteroppgavene kan det derfor være naturlig å tenke at elevene kan utvikle bedre dybdeforståelse av å jobbe med OMM-oppgaver.

5.5 Eksamen 2P våren 2022

Det kan være interessant å se på eksamen for 2P våren 2022 for å se om noen av oppgavene krever at elevene må ha en viss dybdeforståelse for å kunne løse dem. Det var få oppgaver som krevde mye dybdeforståelse fra elevene, men samtidig var det også svært få oppgaver som var rene «regn ut»-oppgaver. Oppgavene som la opp til at elevene måtte vise dybdeforståelse var særlig oppgave 5 i del 1, og oppgave 6b og oppgave 7 i del 2 (Utdanningsdirektoratet, 2022).

Denne eksamenen viser at lærere må ha fokus på dybdelæring for at elevene skal være i stand til å løse alle oppgavene på eksamen. Elevene kunne også klart flere av oppgavene ved å bare memorere prosedyrer, men ville ikke oppnådd høy måloppnåelse uten en viss grad av dybdeforståelse.

6 Konklusjon

Hensikten med prosjektet har vært å finne ut om OMM kan føre til dybdelæring hos elever. For å finne svar på problemstillingen har to utvalgsklasser jobbet med OMM-oppgaver gjennom en periode på tre uker. Konklusjonen vil basere seg på Kaplinskys generelle teori om OMM, elevenes besvarelser på OMM-oppgaver og spørreundersøkelsen satt opp mot hva som skal til for å oppnå dybdelæring.

Innledningsvis vil jeg nevne at det å oppnå dybdelæring ikke er noe som skjer på et blunk, men er noe som må jobbes med over tid. Jeg har ikke grunnlag til å si at disse elevene har oppnådd dybdelæring bare på disse tre ukene, og jeg vil heller ikke konkludere med at OMM-oppgaver garantert vil føre til dybdelæring hos elever. Som i de fleste fag, vil det nesten være umulig å finne et undervisningsopplegg som fungerer godt for absolutt alle elever, og det er også tilfellet her. Det som vil være interessant, og som jeg vil finne ut av i dette prosjektet, er om OMM legger til rette for at elever kan oppnå dybdelæring.

Ut ifra elevsvarene og hvordan undervisning med OMM-oppgaver gjennomføres, tyder det på at dette kan bidra til dybdelæring hos elever. Fra diskusjonsdelen kommer det tydelig frem at OMM-oppgavene kan hjelpe elevene å utvikle seg innenfor flere av komponentene Nosrati og Wæge (Nosrati & Wæge, 2018) mente la grunnlaget for dybdelæring. Når vi jobbet med OMM-oppgavene var det tydelig at elevene ble mer bevisst over egne metodevalg, reflekterte over valgene og svarene sine, og diskuterte forskjellige løsningsmetoder med medelever. Vi så også hvor viktig klasseromsdiskusjonen kan være, ved at for eksempel misoppfatninger elevene satt inne med ble tatt tak i med en gang. Alt dette er med på å bidra til at elevene kan utvikle en bedre dybdeforståelse i matematikk.

Det er også viktig å presisere at OMM-oppgaver ikke er ment som en erstatning for ordinære matematikkoppgaver. Elevene vil også ha behov for å regne på de ordinære oppgavene, men istedenfor å gi elevene massevis av nesten like oppgaver som kan løses på tilnærmet lik måte, kan man heller gi elevene en kombinasjon av både ordinære oppgaver og OMM-oppgaver.

Til videre forskning innenfor området kan det være interessant å prøve ut OMM over en lengre periode for å se hvordan dette vil påvirke elevenes læringsutbytte. Da kan man ta seg tid til å starte rolig med helt enkle oppgaver, og øke vanskelighetsgraden gradvis etter hvert som elevene blir mer komfortable. Det kunne også vært interessant å prøve OMM i andre klasser enn på påbygg, eller innenfor andre temaer i matematikk. I denne oppgaven ble det ikke funnet noen sammenheng mellom elevenes karakterer og elevenes evne til å løse OMM-oppgaver. Det ville vært interessant å se nærmere på om det er de sterke eller de svake elevene som får mest ut av å jobbe med OMM-oppgaver.

7 Referanser

DeAngelo, A., & O´Connel, M. (u.d.). *Equivalent Exponents*. Hentet fra Open Middle: https://www.openmiddle.com/equivalent-exponents/

Helsebiblioteket. (2016, 06 07). *Kvalitativ metode*. Hentet fra Helsebiblioteket: https://www.helsebiblioteket.no/kunnskapsbasert-praksis/kritisk-vurdering/kvalitativ-metode

Kaplinsky, R. (2020). *Open middle math : Problems that unlock student thinking, 6-12* . Stenhouse publishers.

Kaplinsky, R. (u.d.). *Comparing Fractions 3*. Hentet fra Open Middle: https://www.openmiddle.com/comparing-fractions-3/

Kaplinsky, R. (u.d.). *Dividing fractions to make 2/3*. Hentet fra Open Middle: https://www.openmiddle.com/dividing-fractions-to-make-2-3/

Kaplinsky, R. (u.d.). *Exponent exploration*. Hentet fra Open Middle: https://www.openmiddle.com/exponent-exploration/

Kaplinsky, R. (u.d.). *Multiplying Fractions 5*. Hentet fra Opne Middle: https://www.openmiddle.com/multiplying-fractions-5/

Kaplinsky, R. (u.d.). *Scientific notation 2*. Hentet fra Open Middle: https://www.openmiddle.com/scientific-notation-2/

Kunnskapsdepartementet. (2018, 06 26). *Regjeringen*. Hentet fra Regjeringen: https://www.regjeringen.no/no/dokumentarkiv/regjeringen-solberg/aktuelt-regjeringen-solberg/kd/pressemeldinger/2018/fornyer-innholdet-i-skolen/id2606028/?expand=factbox2606064

Meyer, D. (2014, 12 16). Hentet fra https://blog.mrmeyer.com/2014/video-games-making-math-more-like-things-students-like/

Miller, Z. (u.d.). *Exponents and order of operations*. Hentet fra Open Middle: https://www.openmiddle.com/exponents-and-order-of-operations/

Mølstre, M. E. (2021). *«Open Middle Math» og dets bidrag til undervisning i matematikk.* Hentet fra UiS Brage: «Open Middle Math» og dets bidrag til undervisning i matematikk

Nosrati, M., & Wæge, K. (2018, 04). Dybdelæring i matematikk. *Dybdelæring i matematikk.* Naturfagsenteret, Matematikksenteret.

Open Middle. (2016, Januar). *Open Middle.* Hentet fra https://www.openmiddle.com/wp-content/uploads/2016/01/Open-Middle-Worksheet-v1.2.pdf

Postholm, M. B., & Jacobsen, D. I. (2012). *Læreren med forskerblikk; Innføring i vitenskapelig metode for lærerstudenter.* Kristiansand: Høyskoleforlaget.

Ramstad, S. F. (2020). *«Open Middle Math», dybdelæring & positive holdninger i matematikk.* Hentet fra UiS Brage: https://uis.brage.unit.no/uis-xmlui/bitstream/handle/11250/2688418/MASTER236478.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Stenhouse publishers. (2019, 07 29). Hentet fra https://blog.stenhouse.com/the-magic-of-open-middle-math-with-robert-kaplinsky

Utdanningsdirektoratet. (2019, 03 13). *Dybdelæring*. Hentet fra Utdanningsdirektoratet: https://www.udir.no/laring-og-trivsel/dybdelaring/

Utdanningsdirektoratet. (2019, 11 18). *Hva er kjerneelementer?* Hentet fra Utdanningsdirektoratet: https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/stotte/hva-er-kjerneelementer/

Utdanningsdirektoratet. (2020, 09 03). *Hva er nytt i matematikk?* Hentet fra Utdanningsdirektoratet: https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/fagspesifikk-stotte/nytt-i-fagene/hva-er-nytt-i-matematikk/

Utdanningsdirektoratet. (2022). *Matteprat.* Hentet fra Matematikk.net: https://www.matematikk.net/matteprat/download/file.php?id=4217

Utdanningsdirektoratet. (u.d). *Kjerneelement*. Hentet fra Utdanningsdirektoratet: https://www.udir.no/lk20/mat08-01/om-faget/kjerneelementer?TilknyttedeKompetansemaal=true

Utdanningsdirektoratet. (u.d). *Overordnet del: Kompetanse i fagene*. Hentet fra Utdanningsdirektoratet: https://www.udir.no/lk20/overordnet-del/prinsipper-for-laring-utvikling-og-danning/kompetanse-i-fagene/

Webb, N. (1999, 01). Alignment of science and mathematics standards and assessments in four states.

8 Vedlegg

8.1 Vedlegg 1: Informasjonsskriv

Informasjonsskriv til KLASSE

Gjennom uke 1-4 vil det bli gjennomført en undersøkelse til en masteroppgave i matematikk. Oppgaver som blir gjort i timen vil bli samlet inn til analyse i masteroppgaven.

Det vil ikke bli brukt personopplysninger som kan kobles tilbake til eleven senere, kun tallmateriale.

Dersom du ikke ønsker at ditt tallmateriale skal bli brukt, kan du ta kontakt med faglærer.

8.2 Vedlegg 2: Oppgavesettene til elevene

Potenser

Oppgave 1

Regn ut.

$$4^3 =$$

Oppgave 2

Bruk sifrene 1-9, maks én gang hver, for å lage to potenser som blir lik 64 (Kaplinsky, u.d.).

$$\square^{\square} = 64$$

Oppgave 3

Bruk sifrene 0-9, maks én gang hver, og lag så mange korrekte ligninger som mulig (DeAngelo & O´Connel, u.d.).

$$\square^{\square} = \square^{\square}$$

Oppgave 4

Finn 3 positive heltall som til sammen blir lik 10. Plasser de tre tallene i boksene slik at du får det største mulige resultatet (Miller, u.d.).

$$(\square) \cdot (\square)^{\square}$$

<u>Tall på standardform</u>

Oppgave 5

a) Bruk sifrene 1-9, maks én gang hver, til å fylle inn de tomme boksene slik at produktet blir lik 600 000 000 (Kaplinsky, u.d.).

$$(\square \cdot 10^{\square}) \cdot (\square \cdot 10^{\square}) =$$

b) Bruk sifrene 0-9, maks én gang hver, til å fylle inn de tomme boksene slik at differansen blir lik 600 000 000.

$$(\square\square \cdot 10^{\square}) - (\square \cdot 10^{\square}) =$$

Oppgave 6

a) Bruk sifrene 1-9, maks én gang hver, til å fylle inn de tomme boksene for å få størst mulig verdi.

$$\frac{\square \cdot 10^{\square} \cdot \square \cdot 10^{\square}}{\square \cdot 10^{\square}}$$

b) Bruk sifrene 1-9, maks én gang hver, til å fylle inn de tomme boksene for å få minst mulig verdi.

$$\frac{\square \cdot 10^{\square} \cdot \square \cdot 10^{\square}}{\square \cdot 10^{\square}}$$

<u>**Brøk**</u>

Oppgave 7

Regn ut:

$$\frac{3}{2} \div \frac{2}{5} =$$

$$\frac{3}{2} \times \frac{2}{5} =$$

Oppgave 8

Bruk sifrene 1-9, maks én gang hver, til å fylle inn de tomme boksene slik at svaret blir $\frac{2}{3}$ (Kaplinsky, u.d.).

$$\frac{\square}{\square} \div \frac{\square}{\square} = \frac{2}{3}$$

Oppgave 9

Bruk sifrene 1-9, maks én gang hver, til å fylle inn de tomme boksene slik at svaret blir $\frac{2}{3}$ (Kaplinsky, u.d.).

$$\frac{\square}{\square} \times \frac{\square}{\square} = \frac{2}{3}$$

Oppgave 10

Bruk sifrene 1-9, maks én gang hver, til å fylle ut boksene slik at uttrykket stemmer (Kaplinsky, u.d.).

$$\frac{\square}{\square} < \frac{\square}{\square} < \frac{\square}{\square}$$

8.3 Vedlegg 3: Spørreundersøkelsen

Liker du matematikk?

- ☐ Ja
- ☐ Nei
- ☐ Noen av emnene

Føler du at du mestrer matematikk?

- ☐ Ja

□ Nei

□ Noen av emnene

Jobber du mye med matematikk?

□ Jeg jobber med matematikk både hjemme og på skolen

□ Jeg jobber bare med matematikk hjemme

□ Jeg jobber bare med matematikk på skolen

□ Jeg jobber ikke med matematikk i det hele tatt

Føler du at du har lært noe av å jobbe med Open Middle oppgaver disse ukene?

□ Ja

□ Nei

□ Vet ikke

Tror du at du hadde lært mer av å bare jobbe i oppgaveheftet?

□ Ja

□ Nei

□ Vet ikke

Hva gjør du når du møter en vanskelig oppgave i matematikk?

□ Prøver forskjellige strategier for å løse den

□ gir opp

□ Vet ikke

Føler du at å jobbe med Open Middle oppgaver kan hjelpe deg til å bli en bedre oppgaveløser?

☐ Ja

☐ Nei

☐ Vet ikke

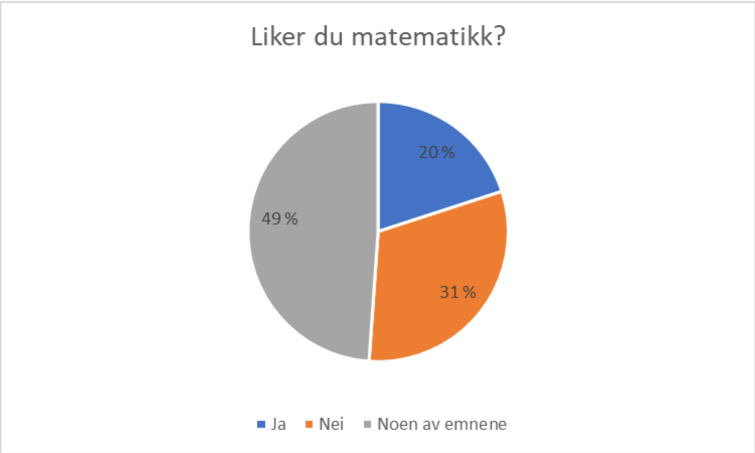
Hvordan vil du at undervisningen i matematikk skal foregå for at du skal lære mest mulig?

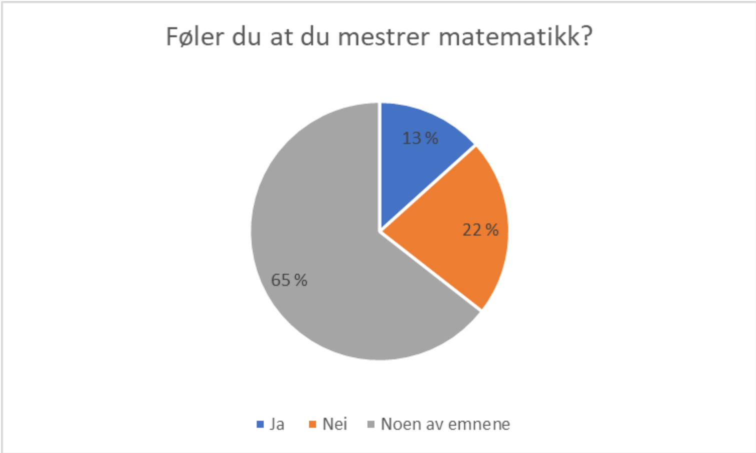
☐ Bare jobbe med vanlige oppgaver

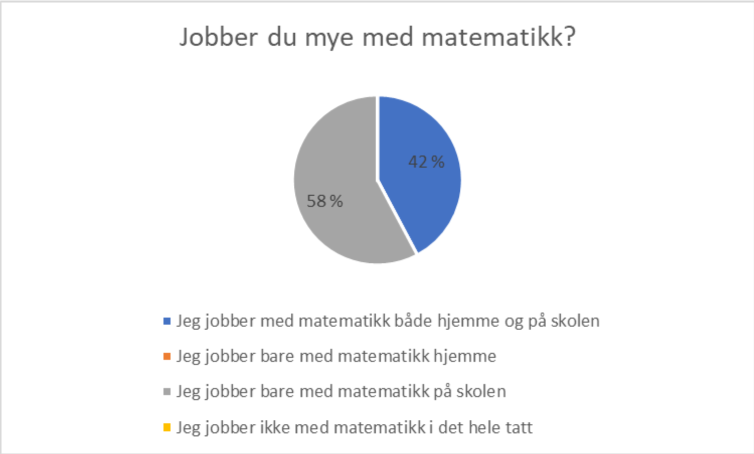
☐ Bare jobbe med Open Middle oppgaver

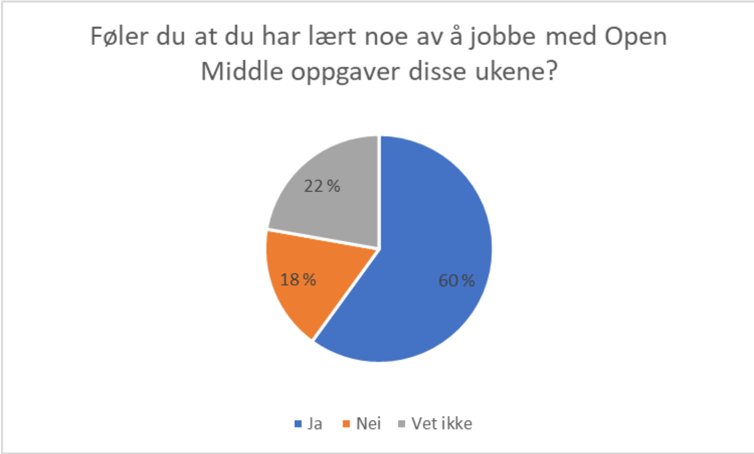
☐ Jobbe med varierte oppgavetyper (f.eks. en kombinasjon av vanlige oppgaver og Open Middle oppgaver)

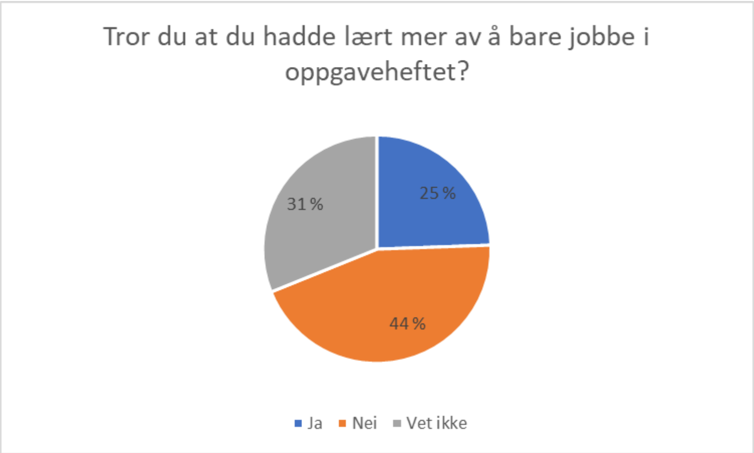
8.4 Vedlegg 4: Resultater fra spørreundersøkelsen

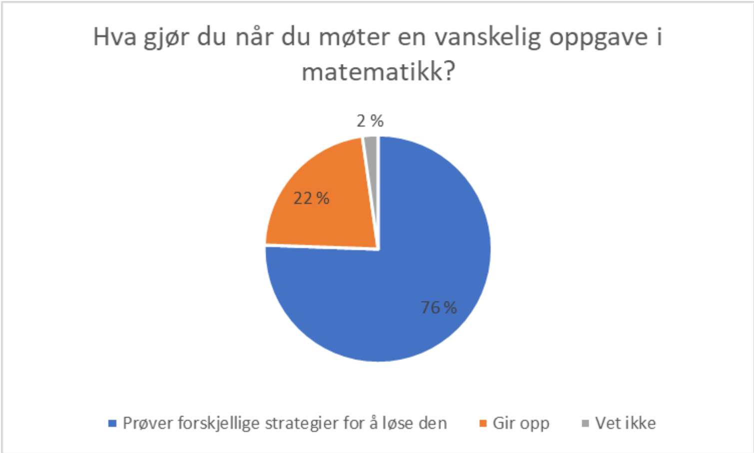


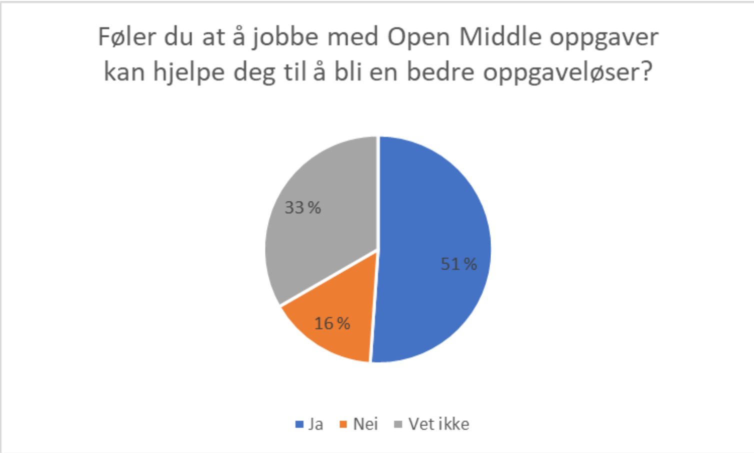


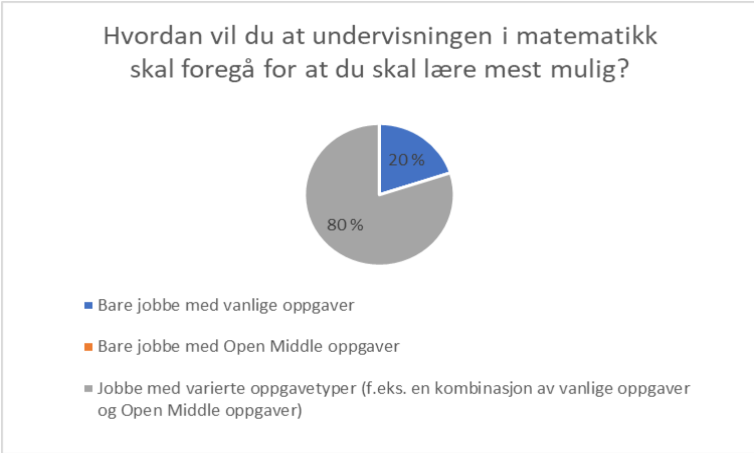

Jobber du mye med matematikk?
42 %
58 %
Jeg jobber med matematikk både hjemme og på skolen
Jeg jobber bare med matematikk hjemme
Jeg jobber bare med matematikk på skolen
Jeg jobber ikke med matematikk i det hele tatt


Føler du at du har lært noe av å jobbe med Open Middle oppgaver disse ukene?
22 %
18 %
60 %
Ja
Nei
Vet ikke


Tror du at du hadde lært mer av å bare jobbe i oppgaveheftet?
31 %
25 %
44 %
Ja
Nei
Vet ikke


Hva gjør du når du møter en vanskelig oppgave i matematikk?
2 %
22 %
76 %
Prøver forskjellige strategier for å løse den
Gir opp
Vet ikke


Føler du at å jobbe med Open Middle oppgaver kan hjelpe deg til å bli en bedre oppgaveløser?
33 %
51 %
16 %
Ja
Nei
Vet ikke


Hvordan vil du at undervisningen i matematikk skal foregå for at du skal lære mest mulig?
20 %
80 %
Bare jobbe med vanlige oppgaver
Bare jobbe med Open Middle oppgaver
Jobbe med varierte oppgavetyper (f.eks. en kombinasjon av vanlige oppgaver og Open Middle oppgaver)