



Universitetet
i Stavanger

DET TEKNISK-NATURVITENSKAPELIGE FAKULTET

MASTEROPPGAVE

Studieprogram/spesialisering: Mastergrad i konstruksjoner og materialer, fordypning i byggkonstruksjoner	Vår semesteret, 2012 Åpen
Forfatter: Erik Tveiten (signatur forfatter)
Fagansvarlig: Jasna Bogunovic Jakobsen	
Veiledere: Jasna Bogunovic Jakobsen ved UiS og Roger Guldvik Ebeltoft ved Statens vegvesen	
Tittel på masteroppgaven: Beregning av platebruer av betong: effekt av skjeve opplegg og usymmetrisk trafikklast	
Studiepoeng:30	
Emneord: Skjeve opplegg Trafikklast Elementprogram Statiske beregninger	Sidetall: 71 + vedlegg/annet: 22 Stavanger, 12.06.2012 dato/år

Forord

Denne rapporten er et resultat av en avsluttende masteroppgave ved Universitetet i Stavanger våren 2012. Oppgavens tittel er "Beregning av platebruer av betong: effekt av skjeve opplegg og usymmetrisk trafikklast" og har blitt utført ved Statens vegvesen i Stavanger.

Opgaven er valgt på bakgrunn av interesseområde og bruksområde senere i livet. Arbeidet med oppgaven har bestått av noe litteraturstudie og mye arbeid med datamodeller og resultatene de gav. Formålet med oppgaven har vært å finne noen faktorer/formler som kan gi mer korrekte resultater av konstruksjonsanalyse ved bruk av et rammeprogram.

Vil rette en stor takk til min far Jan Tveiten som alltid har hatt tid til å hjelpe og komme med gode råd, veilederen min ved Statens Vegvesen Roger Ebeltoft Guldvik og veilederen min ved Universitetet i Stavanger Jasna B. Jakobsen for støtte og gode innspill gjennom hele oppgaven, Torleif Lindefjeld og Johan Tesdal for hjelp og gode råd.

Sammendrag

I dimensjoneringsfasen av bruer med skjeve opplegg vil det ofte bli diskusjoner om hvilke beregningsmetoder som skal benyttes for å gi retttest mulig krefter og momenter på en effektiv måte. I denne sammenheng må det vurderes om et rammeprogram kan gi tilfredsstillende nok krefter og momenter i forhold til et plateprogram. Hvis det ikke gjør det, kan det benyttes korreksjonsfaktorer eller formler som resultatene fra rammeprogrammet kan korrigeres med? Det er denne problemstillingen rapporten skal ta for seg.

Rapporten beskriver og vurderer statikkberegninger som er utført på to forskjellige typer bruer med forskjellige oppleggsvinkler og bredde/lengde forhold. Beregningene er utført i plateprogrammet Brigade og i rammeprogrammet Novaframe. Det er satt opp 56 forskjellige modeller i hvert program, det vil si 112 modeller totalt for å få bredde nok i analysegrunnlaget til å kunne gi en god anbefaling av korreksjonsfaktorer.

For bruene med ett spenn er resultatene for maksimalt bøyemoment i Brigade ganske like de fra Novaframe. Minimum bøyemoment over støtte er derimot veldig forskjellig når oppleggsvinkelen er forskjellig fra 90^0 . Her virker det som beregningene i Novaframe blir veldig konservative. Torsjonsmomentet blir cirka 10% større i Novaframe for alle oppleggsvinkler og bredde/lengde forhold.

For tre spenns bruene er det mindre likheter mellom programmene. Dette skyldes antagelig at bjelkemodellene i Novaframe ikke reduserer spennlengden når oppleggsvinkelen endres, mens platemodellene i Brigade reduserer spennlengden når oppleggsvinkelen endres.

Generelt vil jeg si at antagelsene som ble gjort tidlig i rapporten om at bøyemomentet i felt reduseres når oppleggsvinkelen endres stemmer bra. Det samme gjelder for antagelsen om at torsjonsmomentet er mindre i et plateprogram enn det er i et rammeprogram. Bøyemomentet over støttene er også mindre i Brigade, men det kan direkte kobles til torsjonsmomentet siden bidraget fra torsjonsmomentet gir mesteparten av bøyemomentet over støttene.

Innhold

Forord	I
Sammendrag	II
Figurliste	V
Tabell Liste	VIII
1. Innledning	1
2. Litteraturstudie:	2
2.1 Skjeve plater:.....	2
2.2 Håndberegnings metode.....	4
2.3 Dagens beregningsmetodikk	5
2.4 Platebøyning.....	5
3. Tverrsnitts geometri og materialer	6
3.1 Geometri:	6
3.2 Material	7
4. Laster	8
4.1 Egenlast	8
4.2 Trafikklast	8
4.3 Øvrige laster:	13
4.4 Lastkombinering:.....	14
5. Dataprogrammer	15
5.1 NovaFrame	15
5.2 Brigade.....	17
6. Bru modeller	19
6.1 Konvergering og opplager plassering.....	19
6.1.2 <i>Konvergering i Novaframe med hensyn på moment</i>	19
6.1.3 <i>Konvergering i Brigade med hensyn på moment:</i>	20
6.1.4 <i>Opplager plassering</i>	21
6.2 Novaframe modeller	23
6.2.2 <i>Ett spenns modell:</i>	23
6.2.3 <i>Tre spenns modell:</i>	23
6.2.4 <i>Generell modellering</i>	24
6.3 Brigade modeller	26
6.3.2 <i>Ett spenns modellen</i>	27

6.3.3	<i>Tre spenns modell</i>	27
6.3.4	<i>Generell modellering</i>	27
6.4	Lastplassering	31
7.	Torsjon i Novaframe og Brigade	34
8.	Resultater	39
8.1	Tolking av resultater:.....	39
8.1.2	<i>Bøyemoment langs oppleggsvinkel</i>	39
8.1.3	<i>Torsjonsmoment langs oppleggsvinkel</i>	41
8.2	Sammenligninger av resultater	44
8.2.2	<i>Ett spennsbru</i>	45
8.2.3	<i>Trespenns brua</i>	54
9.	Konklusjon	63
9.1	Ettspenns brua.....	63
9.2	Trespenns Brua.....	66
10.	Videre arbeid	70
11.	Referanser	72
I.	Vedlegg A – Mathcad kalkulasjoner for beregning av skjeve plater	73
II.	Vedlegg B – Håndberegninger vist i Mathcad	75
III.	Vedlegg C – Modell i Novaframe	78
IV.	Vedlegg D – Mail fra Scanscot Brigade	90
V.	Vedlegg E - Lastplasseringer i Brigade	91
VI.	Elektroniske vedlegg	93

Figurliste

Figur 2-1 Skjev plate, betegnelser. (Mondorf 1981)	3
Figur 2-2 Modell sett fra plan, fra Vridning och Lastfördelning(Tage Petersson 2001)	4
Figur 2-3 Felt- og støttemoment, fra Vridning och Lastfördelning(Tage Petersson 2001).....	4
Figur 3-1 Snitt av brubanetverrsnitt	6
Figur 4-1 Eksempel på plassering av kjørefelt for et generelt tilfelle, fra Eurokode 1, del 2(NS-EN 1991-2:2003+NA:2010)	10
Figur 4-2 Plassering og modellering av lastmodell 1, fra Eurokode 1, del 2(NS-EN 1991-2:2003+NA:2010)	12
Figur 4-3 plassering av aksellaster ved siden av en annen(tandem system), fra Eurokode 1, del 2(NS-EN 1991-2:2003+NA:2010).....	12
Figur 5-1 Skjerm bilde fra Novaframe av tre spenns bru sett i plan med 8 lagre og 8 tverrbjelker.....	15
Figur 5-2 Matrise ligningen $K \cdot x = F$ for et rammeelement, laget i Matcad	16
Figur 5-3 Bilde av et skall element, fra Brigade user's manual	17
Figur 5-4 Bilde av element.....	18
Figur 6-1 Resultatet M_a langs en valgt linje på grunn av egenvekt, for tre forskjellige element inndelinger, fra workshop 2 Brigade s.45.....	20
Figur 6-2 Bøyemomentet på grunn av egenlasten ved midtspenn for forskjellig antall elementer	21
Figur 6-3 En av de mest brukte translasjonslager typene, bilde er tatt fra http://www.spennteknikk.no	22
Figur 6-4 Elementplan tre spenns bru med en maksimal spennvidde på $L=2B$, screenshot fra Novaframe.....	23
Figur 6-5 Elementplan ettspenns bru med en spennvidde på $L=3B$, screenshot fra Novaframe	23
Figur 6-6 Elementplan tre spenns bru med en maksimal spennvidde på $L=B$ og en oppleggsvinkel på 60° , screenshot fra Novaframe	24
Figur 6-7 Minimum og maksimum bøyemoment for tre spenns bru, screenshot fra Novaframe	25
Figur 6-8 Ettspenns bru sett i plan med en spennlengde på $L=2B$, screenshot fra Brigade.....	26
Figur 6-9 Trespenns bru sett i plan med maksimal spennlengde på $L=2B$, screenshot fra Brigade.....	26
Figur 6-10 Oppriss av brutverrsnittet for alle modellene i Brigade, screenshot fra Brigade	26
Figur 6-11 Brubane vist i plan, der elementinndelingen er vist, screenshot fra Brigade.....	28
Figur 6-12 Bøyemoment M_a på grunn av egenlast for en tre spenns bru med $L=2B$ og $\varphi=80^\circ$, screenshot fra Brigade	29
Figur 6-13 Nedbøyning på grunn av egenlast for en tre spenns bru med $L=2B$ og $\varphi=80^\circ$, screenshot fra Brigade.....	29
Figur 6-14 Det lokale koordinat systemet som skal brukes for å få ut riktige resultater, hentet fra Brigade Theory manual(Scanscot 2010).....	30
Figur 6-15 Minimum og maksimum bøyemoment, litt misvisende siden det er vist at maksimums bøyemoment er under støttene i akse 2 og 3. Dette skjer på grunn av at tverrbjelken tar lasten fra brubanen som en fritt opplagt bjelke med en punktlast ved midtspenn. Screenshot fra Novaframe.	31
Figur 6-16 visning av maks bøyemoment for brubanen grunnet trafikklast for felt 3. Screenshot fra Novaframe.....	31
Figur 6-17 Plassering av trafikklast for maks bøyemoment i felt og over støtte, Screenshot fra Autocad	32

Figur 6-18 plassering av trafikklast for maks torsjonsmoment, Screenshot fra Autocad	32
Figur 6-19 Plassering av trafikklast for maks torsjonsmoment slik det er satt inn i Brigade, Screenshot fra Autocad	33
Figur 7-1 Novaframe modell av ettspenn bru med synlig element nummer, screenshot fra Novaframe	34
Figur 7-2 Novaframe modell av ettspenn bru med synlig element nummer og plassering av kjørelast for kjørefelt 1 som gir maksimalt torsjon, screenshot fra Novaframe.....	35
Figur 7-3 Forskjell mellom håndberegninger og Brigade for torsjonsmomentet.	36
Figur 7-4 Opplager plassering ved enden av brubredden, Screenshot fra Brigade	36
Figur 7-5 Torsjonsmoment i støtte for egenlasten ved forskjellige opplagrings posisjoner og vinkler	37
Figur 8-1 Krefter som inngår i beregninger av bøye og torsjons moment, her vist virkende på det første elementet i tverrsnittet, snitt langs oppleggsvinkelen. screenshot fra Autocad	42
Figur 8-2 Krefter som inngår i beregninger av bøye og torsjons moment for tverrsnittet vist i oppriss, screenshot fra Autocad	42
Figur 8-3 Bilde av alle kreftene som virker på et element, bilde er tatt fra Brigade user's manual(Scanscot 2010)	43
Figur 8-4 Dekomponering av krefter slik at de blir sammenlignbare med resultat fra Novaframe, screenshot fra Autocad.	44
Figur 8-5 Bøyemomentet for spennlengde $L=B$ over forskjellige oppleggs vinkler	45
Figur 8-6 Bøyemomentet for spennlengde $L=1.5B$ over forskjellige oppleggs vinkler	46
Figur 8-7 Bøyemomentet for spennlengde $L=2B$ over forskjellige oppleggs vinkler	46
Figur 8-8 Bøyemomentet for spennlengde $L=3B$ over forskjellige oppleggs vinkler	47
Figur 8-9 Bøyemoment over støtte for spennlengde $L=B$ over forskjellige oppleggs vinkler	48
Figur 8-10 Bøyemoment over støtte for spennlengde $L=1.5B$ over forskjellige oppleggs vinkler	49
Figur 8-11 Bøyemoment over støtte for spennlengde $L=2B$ over forskjellige oppleggs vinkler	49
Figur 8-12 Bøyemoment over støtte for spennlengde $L=3B$ over forskjellige oppleggs vinkler	50
Figur 8-13 Maks torsjonsmoment for spennlengde $L=B$ over forskjellige oppleggs vinkler	51
Figur 8-14 Maks torsjonsmoment for spennlengde $L=1.5B$ over forskjellige oppleggs vinkler	52
Figur 8-15 Maks torsjonsmoment for spennlengde $L=2B$ over forskjellige oppleggs vinkler	52
Figur 8-16 Maks torsjonsmoment for spennlengde $L=3B$ over forskjellige oppleggs vinkler	53
Figur 8-17 Maks bøyemoment for spennlengde $L=B$ over forskjellige oppleggsvinkler	55
Figur 8-18 Maks bøyemoment for spennlengde $L=1.5B$ over forskjellige oppleggsvinkler	55
Figur 8-19 Maks bøyemoment for spennlengde $L=2B$ over forskjellige oppleggsvinkler	56
Figur 8-20 Maks bøyemoment for spennlengde $L=3B$ over forskjellige oppleggsvinkler	56
Figur 8-21 Plassering av lastmodell 1 for minimum bøyemoment i akse 2 for spennlengde $L=2B$	57
Figur 8-22 Min bøyemoment for spennlengde $L=B$ over forskjellige oppleggsvinkler	58
Figur 8-23 Min bøyemoment for spennlengde $L=1.5B$ over forskjellige oppleggsvinkler	58
Figur 8-24 Min bøyemoment for spennlengde $L=2B$ over forskjellige oppleggsvinkler	59
Figur 8-25 Min bøyemoment for spennlengde $L=3B$ over forskjellige oppleggsvinkler	59
Figur 8-26 Maks torsjonsmoment for spennlengde $L=B$ over forskjellige oppleggsvinkler	61
Figur 8-27 Maks torsjonsmoment for spennlengde $L=1.5B$ over forskjellige oppleggsvinkler	61
Figur 8-28 Maks torsjonsmoment for spennlengde $L=2B$ over forskjellige oppleggsvinkler	62
Figur 8-29 Maks torsjonsmoment for spennlengde $L=3B$ over forskjellige oppleggsvinkler	62
Figur 9-1 Korreksjons graf for maksimum torsjonsmoment for ett spenns bruer med maksimum spennlengde på $L=2B$ med forskjellige oppleggsvinkler.	65

Figur 9-2 Spennlengder ved forskjellige opplagringsvinkler, screenshot fra Autocad.....	66
Figur 9-3 Korreksjons graf for maksimum bøyemoment for tre spenns bruer med maksimum spennlengde på L=B med forskjellige oppleggsvinkler.	69
Figur 10-1 Alternativ tverrsnitts oppbygging i Novaframe, screenshot fra Autocad	71

Tabell Liste

Tabell 4-1 Antall og bredde på kjørefelt, hentet fra Eurokode 1, del 2(NS-EN 1991-2:2003+NA:2010)	9
Tabell 4-2 - Lastmodell 1, karakteristiske verdier, hentet fra Eurokode 1, del 2(NS-EN 1991-2:2003+NA:2010)	11
Tabell 7-1 Endring i torsjonsmoment ved endring av opplager plassering	37
Tabell 8-1 Maks feltmoment for alle spennlengder og vinkler	45
Tabell 8-2 Min. bøyemoment over støtte for alle spennlengder og vinkler	48
Tabell 8-3 Maks torsjonsmoment for alle spennlengder og vinkler	51
Tabell 8-4 Maks bøyemoment i felt for alle spennvidder og oppleggsvinkler	54
Tabell 8-5 Minimum bøyemoment over støtte	57
Tabell 8-6 Maks torsjonsmoment for alle spennvidder og oppleggsvinkler for en tre spenns bru	60
Tabell 9-1 Faktorer fra sammenligninger av Novaframe og Brigade resultater for ettspenns bruer	64
Tabell 9-2 Faktorer fra sammenligninger av Novaframe og Brigade for trespenns bruer	67

1. Innledning

Et vesentlig antall bruer bygd i dag har oppleggs akser som ikke er vinkelrett på brubanen, det vil si at vinkelen mellom bruaksen og retningen på underliggende vei eller opplegg ikke er 90° . Grunnen til dette er krav om mindre plassbruk og høyere krav til estetikk. Bruer med skjeve oppleggsakser medfører mer unøyaktighet ved beregning av krefter i et rammeprogram, der modellen er satt opp som en enkel bjelke.

Oppgaven går ut på å sammenligne resultat fra analyser gjort i et plateprogram med skallelementer og analyser gjort i rammeprogram med en enkel bjelkemodell med forskjellige spennvidder og opplagringsvinkler. Hensikten er å se om forskjellen mellom analysene kan beskrives med enkle faktorer eller funksjoner for å forbedre resultatet fra rammeprogrammet.

Kreftene som sammenlignes er minimum og maksimum momenter på forskjellige steder i konstruksjonen.

Rapporten er bygd opp på følgende måte, først presenteres relevant litteratur benyttet i oppgaven. Deretter følger et kapittel som beskriver valgt tverrsnitts geometri og materialvalg som blir brukt gjennom hele oppgaven. I kapittel 4 blir laster og lastfaktorer forklart og valgt. Neste kapittel beskriver kort programmene som er brukt og hvordan de fungerer. Deretter presenteres modellene som blir generert i Novaframe og Brigade, med tilhørende grensebetingelser og laster. I kapittel 7 blir torsjonsmoment studert for Novaframe og Brigade. Torsjonsmomentet varierer veldig mye avhengig av lager plasseringen ved skjevhet på opplagrene. Kapittel 8 diskuterer resultatene fra de forskjellige programmene og modellene og det beskrives hvordan resultatene transformeres til representative sammenlignbare krefter. Deretter sammenlignes resultatene fra kjøringene. Tilslutt drøftes forslag til videre arbeid på dette området.

2. Litteraturstudie:

Bruer med skjeve oppleggsakser er blitt mer og mer vanlig de siste årene på grunn av krav til arealbruk, estetikk og et stadig mer komplisert veinett. Skjeve opplegg betyr at vinkelen mellom landkar/støtte og bruas senterlinje er forskjellig fra 90^0 . Vinkelen φ er vist på figur 2.1.

2.1 Skjeve plater:

Som oftest finnes skjeve bruer ved veitilknytninger, for eksempel der en riksvei føres under og inn på en motorvei. Skjeve opplegg gjør at kraftforløpet og derved beregningene for bruplatten blir mer kompliserte enn for rette bruer.

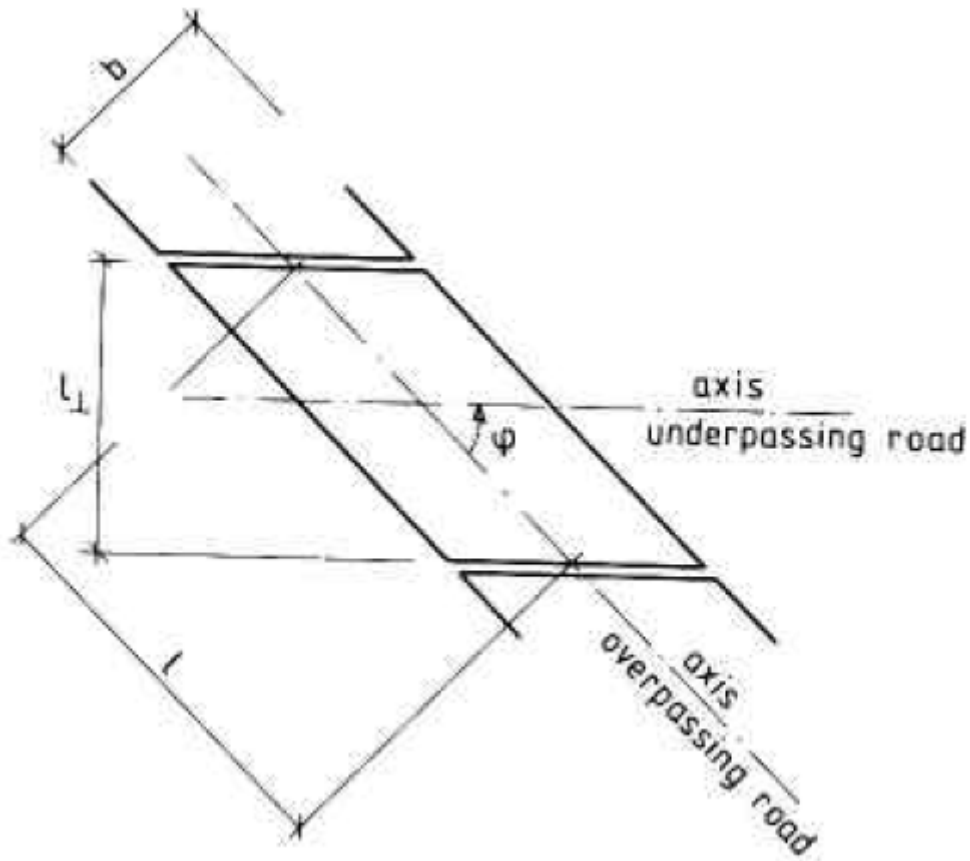
I tillegg til å introdusere mer kompliserte detaljer fører også skjevhet i opplegget til at kraftforløpet i platen endres og derved de kritiske spenningene.

Effektene ved skjeve opplegg er:

- Variasjon i retning av maksimalt bøyemoment over bredden.
- Negativt bøyemomentet i endeopplegg
- Økt torsjonsmoment i platen
- Større reaksjons- og skjærkrefter nær det butte hjørnet (der hvor vinkelen >90 grader)
- Mindre reaksjons- og skjærkrefter nær det spisse hjørnet og kanskje også oppløft

Tallverdien på disse effektene varierer med bredde/lengde forholdet, oppleggsvinkelen, tverrsnitts geometri og type opplager.

Med disse ekstra kreftene og momentene som kommer av at det er en skjevhet i opplegget, anbefaler boken *Betonbruer* (Mondorf 1981) side 223 at for ettspenns bruer med en oppleggsvinkel fra 90 til 60 grader kan effekten neglisjeres ved å beregne brua som rett men med en spennlengde som er lik det maksimale spennet l som forekommer langs bruaksen. Spennvidden l og oppleggsvinkelen φ er vist i Figur 2-1.



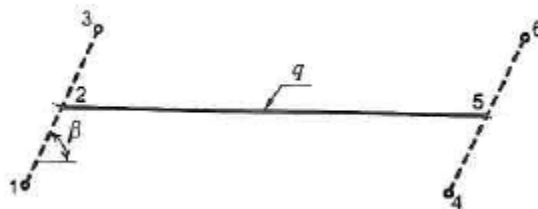
Figur 2-1 Skjev plate, betegnelser. (Mondorf 1981)

At skjevheten kan neglisjeres ned til 60 grader gjelder kun for ettspenns bruer. Generelt kan det sies at ved økende skjevhet reduseres bøyemomentet i felt mens bøyemomentet over støtte og torsjonsmomentet øker. For trespenns bruer er det færre publikasjoner om hva som skjer med kraftbildet når oppleggsvinkelen endres. Ut fra tidligere hovedoppgaver (Nilsen 2008; T.Bjørvik og T.Kirkevold 2010; Børde 2011) fremkommer det ikke noe konsist mønster i resultatene for tre spenns bruene.

Figur 2.1 viser hvordan skjevheten måles for alle bruene som er modellert i denne rapporten, vist ved vinkelen φ . I rapporten når det er snakk bredde/lengde forhold er det alltid snakk om spennvidden l (målt langs bruaksen) og ikke lengden som er målt vertikal i Figur 2-1 altså L_{\perp} . Det gjelder for alle modellene uavhengig om det gjelder Brigade eller Novaframe.

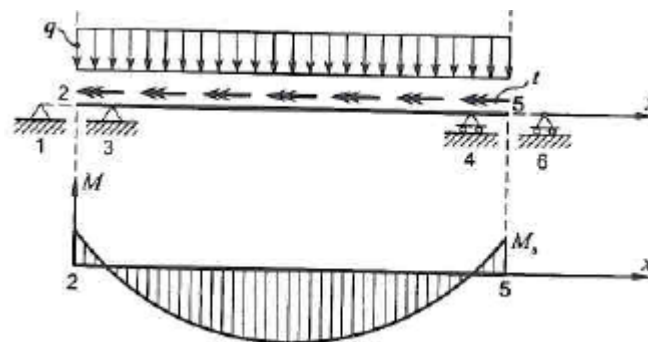
2.2 Håndberegnings metode

I kompendiet Vridning och Lastfördelning(Tage Petersson 2001) fra det Kungliga Tekniska Högskolan i Stockholm beskrives en metode for beregning av bøyemoment i felt og over støtte samt beregningen av maks torsjonsmoment for plater med skjeve opplegg ved bruk av en bjelkemodell. Modellen er satt opp som en bjelkemodell, som vist under:



Figur 2-2 Modell sett fra plan, fra Vridning och Lastfördelning(Tage Petersson 2001)

Kreftene som beskrives er kreftene i brubjelken, det vil si bjelken mellom punkt 2 og 5. Lastene som dekkes for denne beregningsmetoden er jevnt fordelte laster, torsjonsmomenter og punktlaster.



Figur 2-3 Felt- og støttemoment, fra Vridning och Lastfördelning(Tage Petersson 2001)

Bøyemomentene i endene av brubjelken dekomponeres til et bøyemoment over støtten og et torsjonsmoment. Formlene for å finne krefter og momenter varierer etter type last. Formlene baserer seg på tverrsnitt-type, tverrsnitt stivhet (treghetsmoment, torsjonstregghetsmoment) og elastisitetsmodul(E-modul/skjærmodul). Formlene for å finne momentene for en jevnt fordelt last etter denne metoden finnes i vedlegg A.

I alle referanser som har blitt studert, er rektangulære tverrsnitt brukt og som oftest opplagring helt ute på randen over landkar. I denne rapporten benyttes et T-tverrsnitt og opplagring innenfor steget. Opplagrings posisjon og tverrsnittstype er valgt utfra det som er mest anvendt innen brukonstruksjoner, og vil antagelig føre til litt andre resultater enn hva de andre oppgavene (Nilsen 2008; T.Bjørsvik og T.Kirkevold ; Børde) har konkludert med.

2.3 Dagens beregningsmetodikk

Endrede kraftbilder for skjeve bruer oppstår ved høye bredde/lengde forhold. Ved mindre forholdstall vil effekten av de skjeve oppleggene bli mindre. I dag beregnes skjeve bruer både med rammeprogram og plateprogram. Problemet med en enkel bjelkemodell i et rammeprogram er at plateeffektene ikke er modellert inn i modellen. Det gjør at en må vite konsekvensen av forenklingene som er foretatt for å være på den sikre siden. Frem til nå har plateprogrammer vært lite tilgjengelig for den vanlige bruker, dette har med brukervennlighet og pris på de fleste plateprogram. Derfor er ofte et rammeprogram valgt ved beregning av krefter i konstruksjonen. For å kompensere for de manglende plateeffektene i resultatene til et rammeprogram, er det vanlig å bruke en lastfordelings faktor.

2.4 Platebøyning

Det er ofte snakk om plateeffekter i forhold til det som et rammeprogram beregner, det vil si alle de romlige kreftene, momentene og nedbøyninger som et vanlig rammeprogram ikke tar hensyn til. Hvis et rammeprogram brukes blir det som regel gjort konservative antagelser for å være sikker på at disse plateeffektene som man ikke får ut fra rammeprogrammet blir tatt høyde for. Teorien for rektangulær platebøyning for tverrsnitt som forandrer tykkelse er veldig kompleks, men hovedformelen er gitt som:

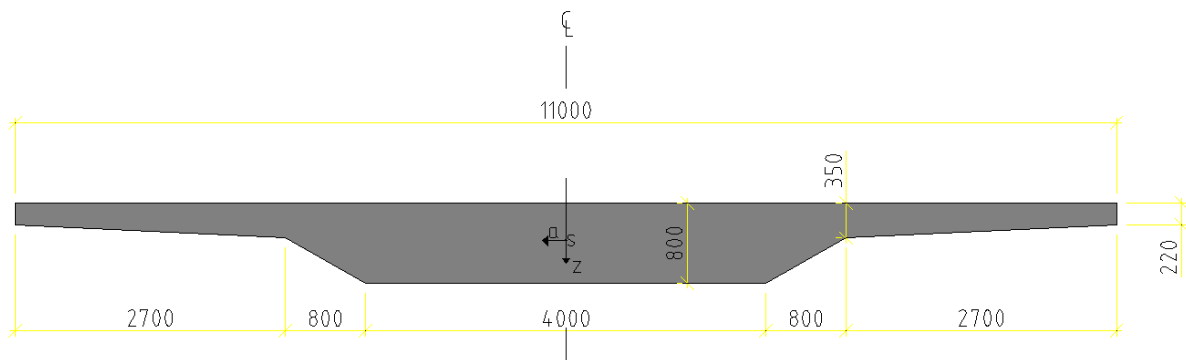
$$\nabla^4 w = \frac{p}{D}$$

Der w er nedbøyning, p er trykket på platen og D er stivheten til platen. Ved hjelp av denne ligningen er det mulig å løse ut alle krefter, momenter og deformasjoner, men det krever at du har en del kjennskap til strukturen, som for eksempel grensebetingelser og lignende. For videre dokumentasjon se *Advanced Mechanics of Materials* (Boresi and Schmidt 2003).

3. Tverrsnitts geometri og materialer

3.1 Geometri:

Tverrsnittet settes likt for alle brumodellene, basert på en gjennomsnittlig størrelse på brutverrsnitt. Et T-tverrsnitt i betong blir modellert uten rekkverk og kantbjelker for enkelhets skyld. Statens vegvesen har som standard for de fleste kjørebuer at vingene ikke skal være større enn 2.7m, finner det derfor hensiktsmessig å benytte dette i alle modellene også.



Figur 3-1 Snitt av brubanetverrsnitt

Tverrsnitts data:

Areal, $A=5,659 \text{ m}^2$

Tregghetsmoment $I_y = 0,2828 \text{ m}^4$

$I_t = 0,7332 \text{ m}^4$

Areal-senter $C_y = 0.4853 \text{ m}$ (målt fra bunnen av tverrsnittet)

$C_x = 5.5 \text{ m}$ (målt fra øverste venstre hjørnet av tverrsnittet)

3.2 Material

Det er valgt betong med fasthetsklasse B45 siden det er en av de vanligste fasthetsklassene på brukonstruksjoner.

Data for den valgte betong typen:

$$f_{cm} = 53 \frac{N}{mm^2}, \text{ middelverdi av betongens sylindertykkfasthet}$$

$$f_{ck} = 45 \frac{N}{mm^2}, \text{ betongens karakteristiske sylindertykkfasthet etter 28 d\o g}$$

$$f_{ctm} = 3,8 \frac{N}{mm^2}, \text{ middelverdi av betongens aksialtrekkfasthet}$$

$$f_{ctk, 0,05} = 2,7 \frac{N}{mm^2}, \text{ betongens karakteristiske aksialtrekkfasthet}$$

$$E_{cm} = 36283,2 \frac{N}{mm^2}, \text{ elastisitetsmodul for betong}$$

Skjærmodulen som brukes i Novaframe er lik $\sim 0,3 \cdot E$ -modul mens skjærmodulen i Brigade er ca $0,417 \cdot E$ -modul. Resultatene for egenlast i Brigade er sjekket for en skjærmodul på $0,417 \cdot E$ -modul og for en skjærmodul på $0,3 \cdot E$ -modul. Det viste seg at det ikke var noen forskjell på resultatene, derfor ble skjærmodulen satt til $0,417 \cdot E$ -modulen som er standard i Brigade.

4. Laster

Lastene på en bru deles inn i forskjellige kategorier i Håndbok 185 eurokodeutgaven (Statens vegvesen 2011), disse er:

- permanente laster
- variable laster
- deformasjonslaster
- ulykkes laster

I denne oppgaven er det kun sett på noen permanente og noen variable laster, fordi disse kategoriene dekker de mest interessante lastene med tanke på momentfordeling.

Lastene innenfor disse to kategoriene som anvendes er egenlast og trafikklast.

4.1 Egenlast

Egenvekt av betong med fasthetsklasse B45 er gitt til $g=25\text{KN/m}^3$

Det er i oppgaven valgt å kun ta med vekten til selve t-tverrsnittet, og se vekk fra vekten fra kantbjelker, rekkverk og slitelag. Det har ikke noe å si for forholdet mellom modellene.

Dette gir en linjelast på $G=g*A = 25\text{KN/m}^3*5,659 \text{ m}^2 = 141, 5\text{kN/m}$

4.2 Trafikklast

Trafikklastene bestemmes etter Eurokode 1, Del 2 Trafikklast på bruer (NS-EN 1991-2:2003+NA:2010). I oppgaven er horisontale krefter ikke tatt med siden det kun er effekten av de vertikale kreftene som er interessante for momentfordelingen.

For de vertikale lastene må antall kjørefelt over brutverrsnittet bestemmes. Antall kjørefelt bestemmes av bredden på brutverrsnittet ifølge Eurokode 1, Del 2 (NS-EN 1991-2:2003+NA:2010), tabell 4.1.

Tabell 4-1 Antall og bredde på kjørefelt, hentet fra Eurokode 1, del 2(NS-EN 1991-2:2003+NA:2010)

Carriageway width w	Number of notional lanes	Width of a notional lane w_l	Width of the remaining area
$w < 5,4$ m	$n_l = 1$	3 m	$w - 3$ m
$5,4$ m $\leq w < 6$ m	$n_l = 2$	$\frac{w}{2}$	0
6 m $\leq w$	$n_l = \text{Int}\left(\frac{w}{3}\right)$	3 m	$w - 3 \times n_l$

NOTE For example, for a carriageway width equal to 11m, $n_l = \text{Int}\left(\frac{w}{3}\right) = 3$, and the width of the remaining area is $11 - 3 \times 3 = 2$ m.

(3) For variable carriageway widths, the number of notional lanes should be defined in accordance with the principles used for Table 4.1.

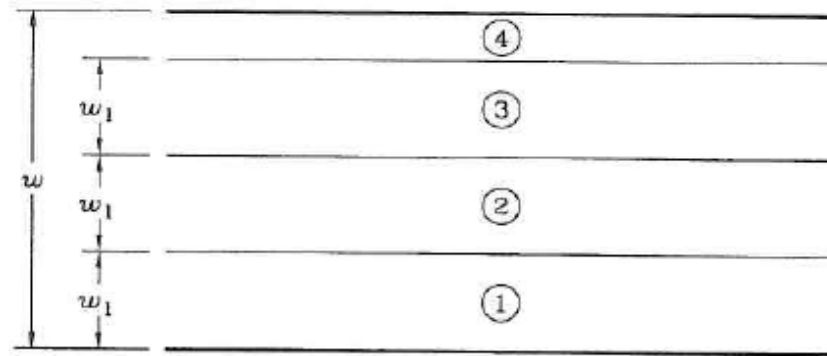
NOTE For example, the number of notional lanes will be :

- 1 where $w < 5,4$ m
- 2 where $5,4 \leq w < 9$ m
- 3 where $9 \text{ m} \leq w < 12$ m, etc.

Siden brutverrsnittet er 11 meter bredt vil vi ifølge tabell 4.1 få $n = \text{int}(11/3) = 3$ kjørefelt, med et resterende felt på 2 meter.

Nummerering av kjørefeltene gjøres ved å velge kjørefelt 1 som det som har mest ugunstig effekt på kraften som skal analyseres, kjørefelt 2 velges til det som har nest mest ugunstig effekt på kraften som skal analyseres, mens kjørefelt 3 velges der det er mest gunstig effekt på kraften som skal analyseres. Denne prosedyren er definert i Eurokode 1, del 2(NS-EN 1991-2:2003+NA:2010), del 4.2.4 og vist i figur 4.1.

Beregning av platebruer av betong: effekt av skjeve opplegg og usymmetrisk trafikklast



Key

- w Carriageway width
- w_1 Notional lane width
- 1 Notional Lane Nr. 1
- 2 Notional Lane Nr. 2
- 3 Notional Lane Nr. 3
- 4 Remaining area

Figur 4-1 Eksempel på plassering av kjørefelt for et generelt tilfelle, fra Eurokode 1, del 2(NS-EN 1991-2:2003+NA:2010)

Innenfor de vertikale kjørelastene finnes det 4 lastmodeller ifølge Eurokode 1, del 2.(NS-EN 1991-2:2003+NA:2010)

Lastmodell 1 dekker konsentrerte og jevnt fordelte laster fra biler og lastebiler.

Lastmodell 2 er en enkel aksellast som settes på over et spesifikt lastareal (som skal være dekk kontaktflaten til kjøretøyet), denne lastmodellen er satt inn for å beregne den dynamiske påkjenning broen påføres på grunn av kjøretøy. Dynamiske analyser er ikke relevant for oppgaven, så denne lasten vil ikke bli tatt med i beregningene.

Lastmodell 3 representerer en sammensetning av aksel laster for spesielle kjøretøy (som kun kan kjøre spesielle ruter). Dette er heller ikke relevant for denne oppgaven og vil ikke bli tatt med i beregningene.

Lastmodell 4 er en jevnt fordelt last som skal representere en folkemengde, denne lasten er ikke relevant på de fleste bruer med biltrafikk, og har ingen interesse for de data som skal presenteres i denne oppgaven.

Det vil si at for trafikklast er det kun lastmodell 1 som vil bli beregnet.

Lastmodell 1

Lastmodell 1 består av to last systemer, et last system som består av to konsentrerte aksellaster og ett system som er en jevnt fordelt last. I programmene modelleres to konsentrerte aksler og jevnt fordelte laster i hvert kjørefelt og jevnt fordelt last på det resterende arealet. Når spennvidden er lenger enn 10 meter skal hvert tandem system bli erstattet i alle kjørefelt av en en-akslet konsentrert last som har en totalt vekt lik 2 aksellaster. Hvordan dette vil se ut kan ses i figur 6.6c der lastene for kjørefelt 1 og 2 er vist.

Aksel lastene:

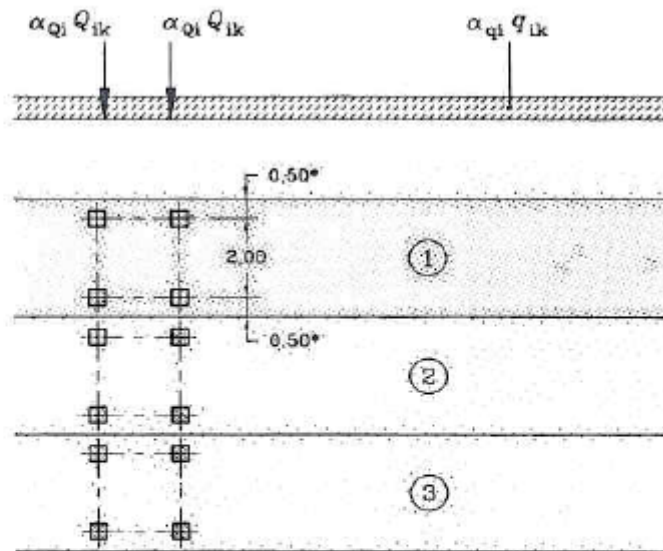
Aksel lastene består av to konsentrerte laster med en vekt på $\alpha_Q \cdot Q_k$ som varierer etter hvilket nummerert kjørefelt du er i.

Lastene som blir satt på i Brigade og Novaframe for lastmodell 1 er tatt ut ifra tabell 4.2 Eurokode 1, del 2 og det nasjonale tillegget(NS-EN 1991-2:2003+NA:2010).

Tabell 4-2 - Lastmodell 1, karakteristiske verdier, hentet fra Eurokode 1, del 2(NS-EN 1991-2:2003+NA:2010)

Location	Tandem system <i>TS</i>	<i>UDL</i> system
	Axle loads Q_{ik} (kN)	q_{ik} (or q_{ik}) (kN/m ²)
Lane Number 1	300	9
Lane Number 2	200	2,5
Lane Number 3	100	2,5
Other lanes	0	2,5
Remaining area (q_{rk})	0	2,5

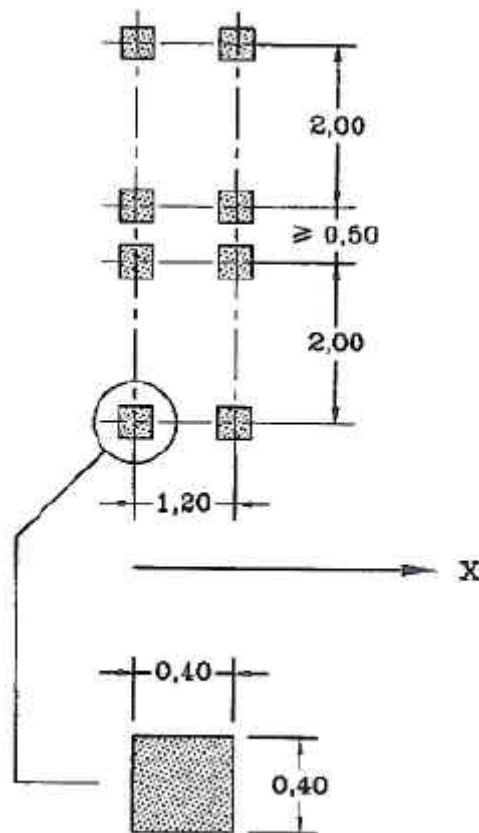
Beregning av platebruer av betong: effekt av skjeve opplegg og usymmetrisk trafikklast



Key

- (1) Lane Nr. 1 : $Q_{1k} = 300 \text{ kN}$; $q_{1k} = 9 \text{ kN/m}^2$
- (2) Lane Nr. 2 : $Q_{2k} = 200 \text{ kN}$; $q_{2k} = 2,5 \text{ kN/m}^2$
- (3) Lane Nr. 3 : $Q_{3k} = 100 \text{ kN}$; $q_{3k} = 2,5 \text{ kN/m}^2$
- * For $w_l = 3,00 \text{ m}$

Figur 4-2 Plassering og modellering av lastmodell 1, fra Eurokode 1, del 2(NS-EN 1991-2:2003+NA:2010)



Figur 4-3 plassering av aksellaster ved siden av en annen(tandem system), fra Eurokode 1, del 2(NS-EN 1991-2:2003+NA:2010)

Ut fra Eurokoden og det nasjonale tillegget (NS-EN 1991-2:2003+NA:2010) gir dette følgende laster for lastmodell 1:

Lastfelt 1: Aksel last på 2x300KN og en areallast på $9\text{KN/m}^2 \cdot 0,6 = 5,4\text{KN/m}^2$

Lastfelt 2: Aksel last på 2x200KN og en areallast på $2,5\text{KN/m}^2$

Lastfelt 3: Aksel last på 2x100KN og en areallast på $2,5\text{KN/m}^2$

Resterende areal: en areal last på $2,5\text{KN/m}^2$

4.3 Øvrige laster:

Det ble vurdert å ta med andre typer laster i begynnelsen av rapport skrivingen, men egenlast og trafikklastene er de viktigste kategoriene av vertikale laster på en bru og derfor ble kun de valgt med videre.

Det kunne vært mer aktuelt hvis opplager situasjonene til modellene hadde hatt andre opplager betingelser eller hvis det hadde vært modellert inn søyler og landkar. Da kunne vi sett bidrag til momentfordelingen fra for eksempel temperaturlast. Uten å forandre opplager, så er jo snølast egentlig en last som vil virke på momentfordelingen, men snølast er ikke vesentlig på bruer hvis det ikke er tak over brua og derfor er ikke denne tatt med i beregningene.

De fleste andre laster som vind, jordtrykk, vanntrykk og ulykkes laster er heller ikke interessante når det er momentfordelingen til brubanen som står i fokus.

4.4 Lastkombinering:

Lastkombinasjonene i rapporten er kun for bruddgrensetilstand, siden det kun er dimensjonerende momenter som er det analyserte parameter.

Lastkombinasjonene og lastfaktorene er hentet fra Eurokode: Grunnlag for prosjektering av konstruksjoner (NS-EN 1990:2002/NA:2008). For å finne lastfaktorene følges tabellene NA.A.2.1 og NA.A.2.4(B).

Denne gir følgende faktorer:

$$Y_{Gj,sup} = 1,35 \text{ for permanente laster}$$

$$Y_{Gj,inf} = 1,0 \text{ for permanente laster}$$

$$\zeta = 0,89 \text{ for egenvekt}$$

$$Y_Q = 1,35 \text{ for vegtrafikk fra kjøretøy og fotgjenger last}$$

Fra tabell NA.A.2.4(B) får vi to lastkombinasjoner som ser slik ut:

$$6.10a = 1,35 * G_{Egenvekt} + 0,7 * 1,35 * Q_{Trafikk} = 1,35 * G_{Egenvekt} + 0,95 * Q_{Trafikk}$$

$$6.10b = 1,35 * 0,89 * G_{Egenvekt} + 1,35 * Q_{Trafikk} = 1,2 * G_{Egenvekt} + 1,35 * Q_{Trafikk}$$

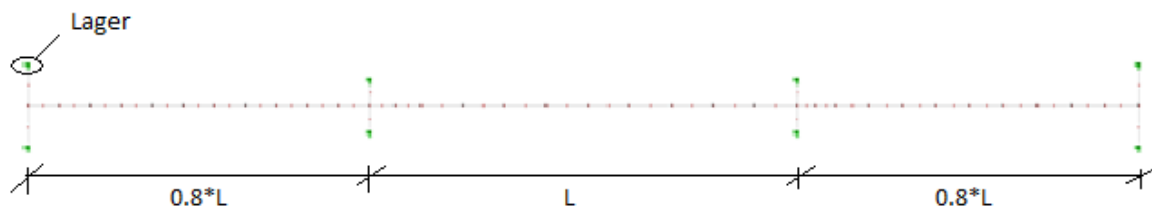
Den lastkombinasjonen som gir mest ugunstig resultat, velges som den dimensjonerende. Disse kombinasjonene lages både i Novaframe og Brigade.

5. Dataprogrammer

5.1 NovaFrame

Novaframe er et elementanalyse program som baserer seg på bjelketeori i 3 dimensjoner. Programmet er godt egnet til å analysere konstruksjoner med avanserte laster og geometrier, støtter lineær og ikke-lineær teori (material og geometrisk ikke linearitet) og kan modellere både byggetilstand og ferdigtilstand til konstruksjonen. Det har mulighet til å kjøre lasttog som bytter plassering over brubredden og brulengden, den finner den mest ugunstige lastplasseringen for forskjellige typer krefter og momenter. Programmet er laget for å analysere bru konstruksjoner, men kan også brukes til enkle konstruksjoner. Programmet bruker et to noders bjelkeelement med ett integrasjonspunkt som er plassert ved halve elementlengden, dette gjør at man kan få ut krefter i tre punkt pr. bjelkeelement. Oppbygging av modell, laster og lastkombineringer skjer som oftest ved hjelp av inputfiler, men kan også legges inn i programmet med tilhørende brukergrensesnittet til programet. Inngangsdataene i programmet lastes inn som tekstfiler og i denne oppgaven er Excel brukt for å gi inn geometri, det statiske system, laster og lastkombinasjoner som deretter blir eksportert til en tekstfil som lastes inn i programmet.

Brukervennligheten til modellbyggingen i Novaframe er ikke veldig bra, det tar litt tid å finne ut hvordan det fungerer og hvilke kommandoer som styrer andre deler av inngangsdataene. Spesielt problematisk har det vært å modellere lagrene. Her var det ønsket å ha et uendelig stivt legeme fra lager til brubane, men dette ble problematisk for inputkommandoer ble overskrevet av andre inputkommandoer. Det førte til at tverrbjelker med stor stivhet ble brukt. Ellers er modellering i Novaframe satt opp som en bjelke modell slik som vist på figuren under:



Figur 5-1 Skjermbilde fra Novaframe av tre spenns bru sett i plan med 8 lagre og 8 tverrbjelker

Beregningene i Novaframe som i alle elementprogram som bruker bjelketeori er basert på ligningen $K \cdot x = F$, der K er stivhetsmatrisen, x er forskyvning eller rotasjon og F er kraft eller moment i det gitte punkt. Ligningen er funnet ut fra elastisitetsteorien og Hookes lov som sier at spenningen er lik E -modulen multiplisert med tøyningen: $\sigma = E \cdot \epsilon$, der $\sigma = \frac{F}{A}$ og $\epsilon = \frac{\Delta L}{L}$. Dette satt sammen blir til $F = \frac{E \cdot A}{L} \cdot \Delta L = K \cdot x$ som er ligningen for aksialkraft. Stivheten K i ligningen forandrer seg for opptak av skjærkrefter og momenter.

Hvert element har en stivhetsmatriser som er laget for rammelementer og som ser slik ut for et element i 2-dimensjoner:

$$\begin{pmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \phi_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ \phi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_{x1} \\ F_{y1} \\ M_1 \\ F_{x2} \\ F_{y2} \\ M_2 \end{pmatrix}$$

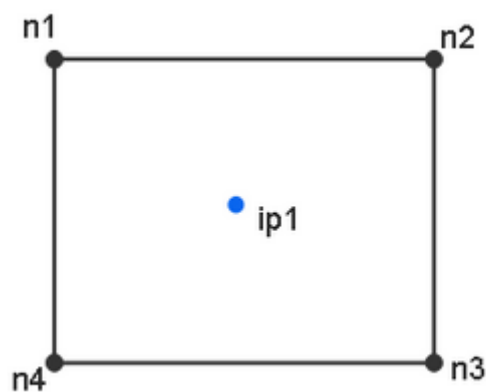
Figur 5-2 Matrise ligningen $K \cdot x = F$ for et rammeelement, laget i Matcad

I matrise ligningen er u_1, v_1, u_2 og v_2 bevegelser i x og y retning i node 1 og 2, ϕ_1 og ϕ_2 er rotasjonen i node 1 og 2 til elementet. Kraftene kommer ut som aksial kraft F_{x1} og F_{x2} i node 1 og 2, skjærkraft F_{y1} og F_{y2} i node 1 og 2, M_1 og M_2 er bøyemomentet i Node 1 og 2. De forskjellige verdiene i stivhetsmatrisen bestemmer etter hvor stivt legeme er i forskjellige retninger.

Nøyaktigheten til Novaframe bestemmes av hvor nodene er plassert i konstruksjonen og hvor mange elementer som blir lagt inn. Hvis det blir lagt inn for få elementer kan kreftene bli unøyaktige og hvis node plasseringen er litt uheldig plassert kan det føre til at du ikke få ut maksimum eller minimum kreftene. Kraftene man får ut ifra Novaframe er gitt i kN og kNm som virker over hele tverrsnitt.

5.2 Brigade

Brigade Standard er et elementanalyse program som har elementer som støtter både bjelketeori og skallteori, men i denne oppgaven brukes det som nevnt tidligere kun skallelementer i beregningene. I Brigade standard er det kun mulig å bruke en skallelementtype, og det er et 4 noders skallelement med ett integrasjons punkt. Disse elementene er bra for de kan være både tykke eller tynne og fortsatt gi nøyaktige resultater, dette skyldes elementets evne til å behandle transversale skjærkrefter. Resultatene blir interpolert fra integrasjons punktet og ut til element nodene. Elementene er relativt stive elementer ettersom de bare har ett integrasjons punkt.

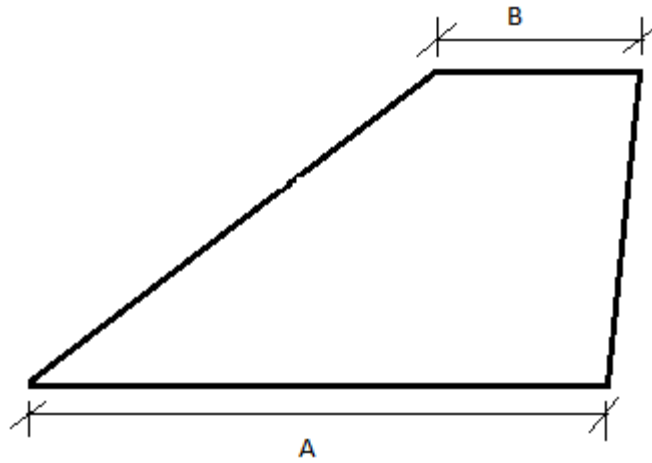


Figur 5-3 Bilde av et skall element, fra Brigade user's manual

Modellering i Brigade er laget slik at det skal være så brukervennlig som mulig. Det er lett å sette opp en og endre modell av en bru i Brigade. Lastene er enkle å sette opp hvis du skal bruke resultatene til dimensjonering av bruen. Men siden denne rapporten skal sammenligne krefter fra Brigade med krefter fra Novaframe, gjør dette at jeg ikke kan bruke det innebygde lasttoget i Brigade. Dette fordi når kreftene og momentene summeres opp over tverrsnittet av bruen for å finne momentene så vil de maksimale krefter og momenter i det gitte snitt være fra forskjellige lastplasseringer. Det kan derfor ikke tas ut krefter og momenter for en kjørelast som er plassert på midten av bjelken for eksempel, for dypere forklaring se Vedlegg D – Mail fra Scanscot Brigade. Derfor må punktlaster og jevnt fordelte laster plasseres i forskjellige posisjoner der de gir de største kreftene. Hvor alle kreftene i tverrsnittet tilhører samme lasttilfelle.

Kreftene som kommer ut ifra Brigade er for momenter gitt i kNm/m og for krefter gitt som kN/m.

Unøyaktighet ved bruk av Brigade kan mye skyldes på element størrelsen, for selve skall elementet som brukes i Brigade Standard en bra elementtype som kan brukes til det meste. Det forekommer størst feil ved for store eller for små elementer. Ved bruk av for store elementer vil det gi feil i beregning av momentene som virker over tverrsnittet, mens hvis elementene blir for små vil dette føre til lang beregningstid av modellen. Elementtypen som blir brukt er relativ stiv siden den bare har ett integrasjonspunkt, for desto flere integrasjonspunkt desto mykere element. (Reddy 2006)



Figur 5-4 Bilde av element

En ugunstig form på elementet kan også gi dårlige resultater, for eksempel et trapes element der $\frac{B}{A} < \frac{1}{3}$. Dette er en dårlig form på elementene når det brukes 4 noders skallelementer.

6. Bru modeller

Det er laget to forskjellige typer bruer, en ett spenns bru og en tre spenns bru. Totalt er det lagd 56 modell bruer i hvert program, med forskjellige opplagringsvinkler og spennlengder.

1 spennsmodellen er modellert med 4 forskjellige lengder, Bredde/Lengde =1, 0.66, 0.5 og 0.33. Det vil si spennlengder på 11m, 16.5m, 22m og 33meter. Oppleggsvinklene som er brukt er 90, 80, 75, 70, 60, 50 og 45 grader.

Opplager betingelsene i Brigade er to lager på hvert landkar plassert med en fast avstand fra bruaksen, mens det i Novaframe er satt opp tverrbjelker over hvert landkar med lagerplassering like som i Brigade.

3 spennsmodellen er modellert med 4 forskjellige lengder for midt-spennet, Bredde/Lengde =1, 0.66, 0.5 og 0.33. Sidespennene er satt til 80% av den aktuelle midt-spenn lengden. Også her er landkar og søyler rotert med oppleggs vinkler på 90, 80, 75, 70, 60, 50 og 45 grader.

Opplager betingelsene i Brigade er to lager på hvert landkar plassert med en fast avstand fra bruaksen og to lagre plassert med en fast avstand fra bruaksen over hver søyle, mens det i Novaframe er satt opp tverrbjelker med varierende lengder over landkar og søyler med like lagerbetingelser som Brigade.

6.1 Konvergering og opplager plassering

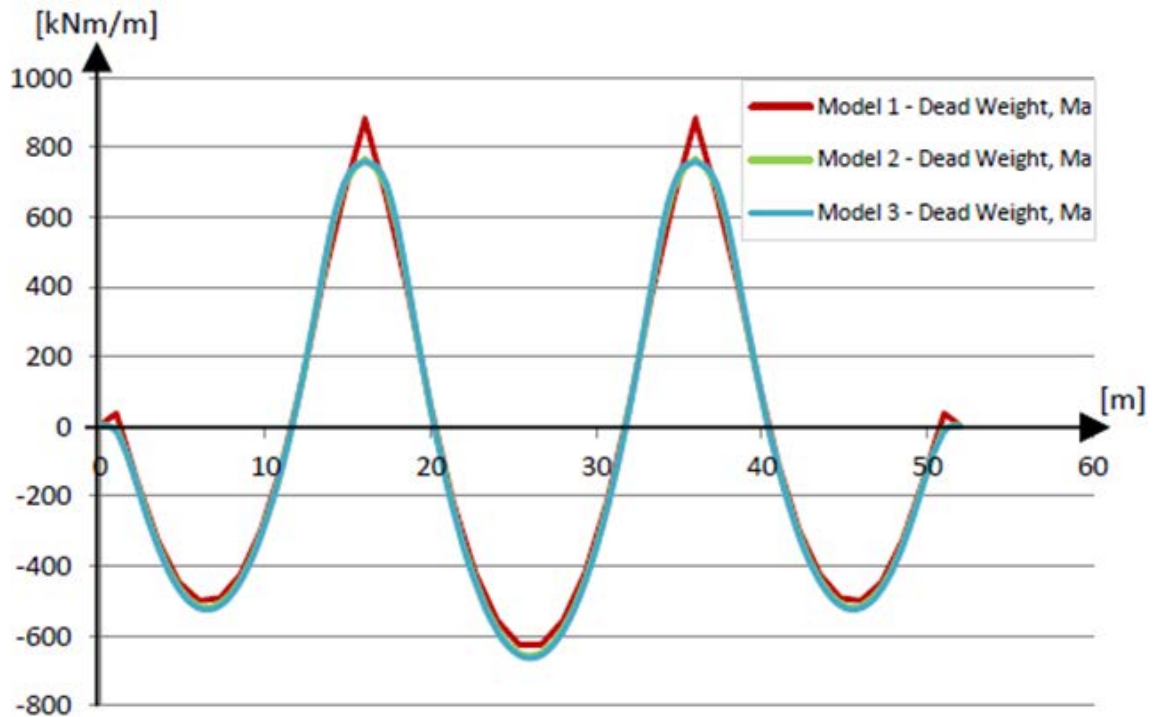
Meningen med konvergering er å sørge for at du får riktige resultater, med minst mulig elementer. Når modellene konvergeres betyr det at det sjekkes at modellene har nok elementer og at disse er plassert på best mulig måte.

6.1.2 Konvergering i Novaframe med hensyn på moment

Prosessen for konvergering i Novaframe er ikke så omfattende som den i Brigade, men man må også her ha nok elementer og node plasseringen må være så optimal som mulig slik at man får med seg de maksimale kreftene. Modellene i Novaframe er alle sjekket opp mot håndberegninger for maks bøyemoment på grunn av egenlasten, det vil si

$$M_{feltmoment} - M_{støttemoment} = \frac{q * l^2}{8}$$

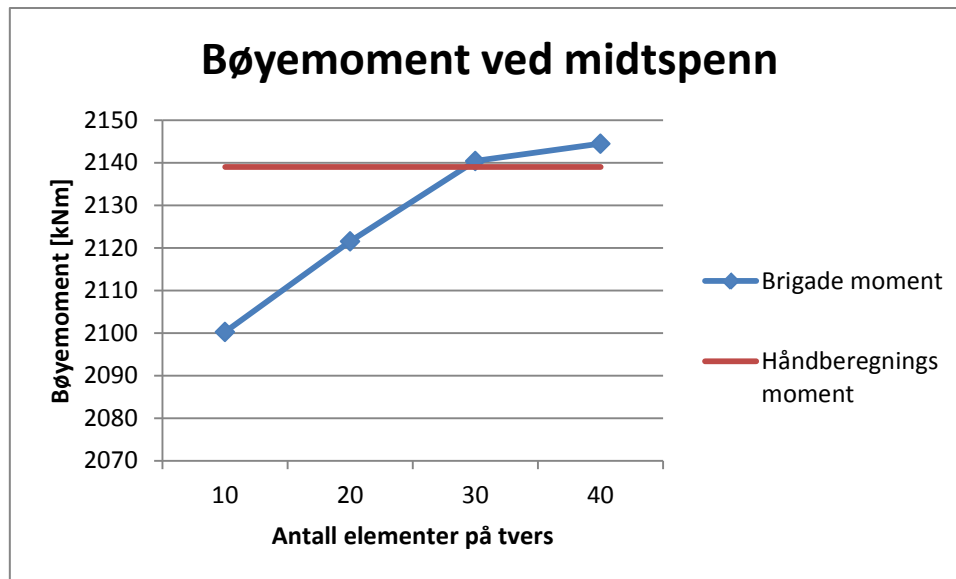
6.1.3 Konvergering i Brigade med hensyn på moment:



Figur 6-1 Resultatet M_a langs en valgt linje på grunn av egenvekt, for tre forskjellige element inndelinger, fra workshop 2 Brigade s.45

På figuren fra workshop 2 fra Brigade (Scanscot 2010) kan du se hvordan en ser om modellen konvergerer, her er Model 1 satt opp med 8 elementer mens Modell 2 har 16 elementer og Modell 3 har 32 elementer, her ser man at Modell 2 og 3 gir samme resultat, det blir derfor valgt å bruke Modell 2 (16 elementer) for å redusere beregningstid.

For å grundig sjekke at antall elementer er riktig, sammenlignes moment resultater fra Brigade mot det som er regnet for hånd. Konvergeringen av modellene har blitt gjort ut fra bøyemomentet og nedbøyningen forårsaket av egenvekten i felt, dette har blitt sammenlignet med håndberegninger for å finne den optimale størrelsen på elementene. Det er små marginer som skiller her, men man kan se i figur 6.3b at det er litt forskjeller.



Figur 6-2 Bøyemomentet på grunn av egenlasten ved midtspenn for forskjellig antall elementer

I Figur 6-2 ser man hvordan bøyemomentet øker når antall elementer på tvers øker. Antall elementer ble valgt som en kombinasjon av best resultat fra både nedbøyning og bøyemoment.

Konvergeringen er viktig og krever litt søking før en god elementinndeling finnes. Delen som tok lengst tid å avklare var hvordan bøyemomentet og torsjonsmomentet skulle kunne regnes om tverrsnittet. Dette utdypes i kapittel 8.

6.1.4 Opplager plassering

Opplagerplasseringene er valgt etter hva som er vanlig for bruer. Det vil si at lager plasseringene er satt innenfor steget, hvis de hadde blitt satt utenfor steget ville kreftene i tverrsnittet hatt en vanskelig vei ned i lagrene. Avviket mellom resultatene i Brigade og Novaframe for bøyemoment i støtte og maks torsjonsmoment hadde vært mindre hvis lagrene i Brigade modellene hadde blitt plassert lenger ut mot randen av tverrsnittet, dette er diskutert i kapittel 7. Plasseringen av lagrene for en 90° bru er for ende-opplagene satt til 2 meter fra senterlinjen til brubanen. For akse 2 & 3 i tre spenns brua er lagrene for en 90° bru plassert 1.8 meter fra senterlinjen til brubanen. Når skjevheten øker så øker også avstanden mellom opplagene for å ha den samme horisontale avstanden mellom lagrene. Lager posisjonen bestemmes etter disse formlene:

$$e_{\text{opplager avstand,1}} = \frac{2m}{\sin(\varphi)} \text{ for ende opplagene}$$

$$e_{\text{opplager avstand,2}} = \frac{1.8m}{\sin(\varphi)} \text{ for akse 2 \& 3 til tre spenns brua}$$



Figur 6-3 En av de mest brukte translasjonslager typene, bilde er tatt fra <http://www.spennteknikk.no>

Ovenfor i Figur 6-3 En av de mest brukte translasjonslager typene, bilde er tatt fra <http://www.spennteknikk.no> er man den mest anvendte translasjons lagertypen for mellomstore/små bruer. Lageret blir støpt inn i landkar/søyle og i tverrbjelken/brukassen. Lagrene har forskjellige translasjons muligheter etter hva som er ønskelig.

6.2 Novaframe modeller

Modellene i Novaframe er bygget opp gjennom Excel, som så blir eksportert som en ASCII fil og så importert inn i Novaframe. Grunnen til at Excel blir brukt og ikke notepad eller lignende program er fordi det er veldig raskt å endre inngangsdata med tilhørende avhengigheter i Excel. I denne oppgaven er det benyttet 3 inputfiler pr brumodell, en for modellen, en for lastene og en for lastkombinasjonene.

I ett spenns og tre spenns modellene er brubane elementene knyttet til opplagerne gjennom tverrbjelker. Disse tverrbjelkene har et tverrsnitt på $10 \times 10 \text{ m}^2$, for å få nok stivhet slik at det ikke skal forekomme noen nedbøyning i knutepunktene mellom brubanen og tverrbjelkene. Tverrbjelkene har varierende lengde med opplagringsvinkelen.



Figur 6-4 Elementplan tre spenns bru med en maksimal spennvidde på $L=2B$, screenshot fra Novaframe



Figur 6-5 Elementplan ettspenns bru med en spennvidde på $L=3B$, screenshot fra Novaframe

6.2.2 Ett spenns modell:

Antall elementer i modellen varierer ettersom bredde/lengde forholdet reduseres, men element lengden overskrider aldri 1 meter. Opplager betingelsene som er satt er i akse 1: ett lager som ikke har translasjons mulighet og ett lager som kan bevege seg i alle retninger utenom vertikalt. I akse 2 er det satt opp ett lager med translasjon kun i lengderetning av brua og ett lager som kan bevege seg i alle retninger utenom i vertikal retning. Alle lagrene kan rotere om alle akser. Det ble forsøkt med ett lager i akse 1 som kun fikk bevege seg i transvers retning, men dette gav store tvangskrefter når oppleggsvinkelen var ulik 90° .

Modellen består av et T-tverrsnitt som fungerer som brubane, samt 4 tverrbjelker som er festet i brubane endene og i forskjellige typer lager.

6.2.3 Tre spenns modell:

Antall elementer i modellen varierer ettersom lengden øker, men element lengden overskrider aldri 1 meter. Opplager betingelsene som er satt er i akse 1 & 4: ett lager som kun har translasjons mulighet i lengderetning og ett lager som kan bevege seg i alle retninger utenom vertikalt. I akse 2 er

det satt opp ett lager som ikke har translasjons mulighet og ett lager som kan bevege seg i alle retninger utenom i vertikal retning. I akse 3 er det satt opp ett lager som kun har translasjons mulighet i lengderetning og ett lager som kan bevege seg i alle retninger utenom vertikalt. Alle lagrene har mulighet til å rotere om alle akser. Det var først tenkt at lagrene i akse 3 skulle være like lagrene i akse 2, men etter litt forskning ble dette avslått på grunn av faren for membran krefter hvis både akse 2 og 3 var fastholdt i lengde retning. Disse membrankreftene ville ført til en stivere konstruksjon.

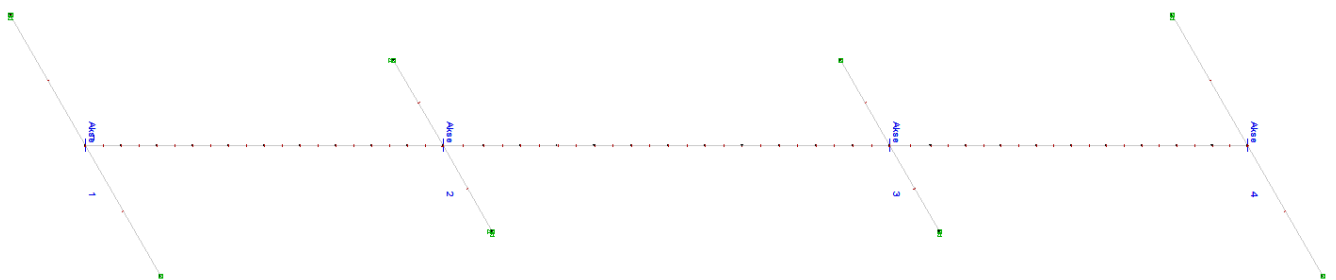
Modellene består av et T-tverrsnitt som fungerer som brubane, samt 8 tverrbjelker som er festet i brubanen og i forskjellige lager.

6.2.4 Generell modellering

Hele modellen bygges opp rundt noen referanselinjer som velges i oppstarten av modell byggingen, referanselinjene er satt opp slik at de dekker ytterpunktene til brubanen, landkarene og søylene. Etter dette velges avstanden mellom aksene, så velges materialegenskaper og geometri til tverrsnittene. Deretter plasseres nodene ut sammen med node betingelser (frihetsgrader etc). Når det er gjort, plasseres elementene for brubanen og tverrbjelkene. For å kunne bruke det som er gjort til nå, må forskjellige arealer velges for skjærareal og torsjonsareal. Etter dette er modellen modellert ferdig.

Å endre oppleggsvinkelen til modellene er veldig enkelt, det er bare å endre vinkelen på noen av referanselinjene og det kan gjøres med et tastetrykk.

Lastene som er satt inn, er de innebygde lastene egenlast og trafikklast. Alt som trengs å gjøres er å velge riktig antall elementer som lasten skal virke på, velge riktige lastintensiteter og eksentrisiteter. Deretter lages kombinasjonsfilen ferdig. Her er det også innebygde kommandoer som får programmet til å velge det verste lasttilfellet eller legge sammen lasttilfeller alt etter hva som er ønskelig for de enkelte tilfellene. Her er en figur av en tre spenns bru som har en oppleggsvinkel på 60° .

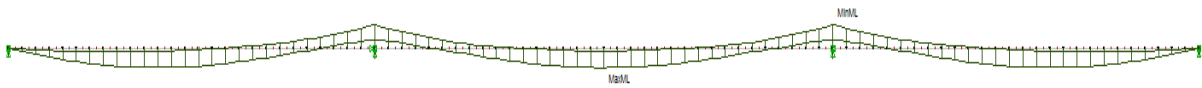


Figur 6-6 Elementplan tre spenns bru med en maksimal spennvidde på $L=B$ og en oppleggsvinkel på 60° , screenshot fra Novaframe

Når det kommer til tverrbjelkene skulle det i teorien vært mulig å legge opp to noder på $\pm 1,8$ meter med grense betingelser som et lager, og deretter satt opp en master/slave mellom disse nodene og brubanen. Problemet med dette er at Novaframe bruker kommandoen BOUNDINS for både grensebetingelser for noder og for master/slave inputs. Dette gjør at den ene kommandoen

overskriver den andre, noe som fører til at vi ikke får de opplager betingelsene vi er ute etter. Det har også blitt prøvd å sette to element med fastholding i bunn og en master/slave forbindelse mellom dem og til brubanen, men det har alltid ført til at elementene som blir satt inn ender opp med å ta moment. Dette gjør at brubanen blir mer innspent og bøyemomentet over støtte blir høyere enn hva det blir i Brigade. For desto større innspenninger for brubanen med jevnt fordelt last, vil bøyemomentet over støtte komme opp i så mye som et bøyemoment på $\frac{q \cdot l^2}{8}$. Men med bruk av tverr bjelkene som har ett tverrsnitt på $10 \times 10 \text{ m}^2$ så får vi en lik reaksjon i brubanen som om det skulle ha vært opplagret på 2 lager. Dette er sjekket om mot håndberegninger for gaffellagrede bjelker.

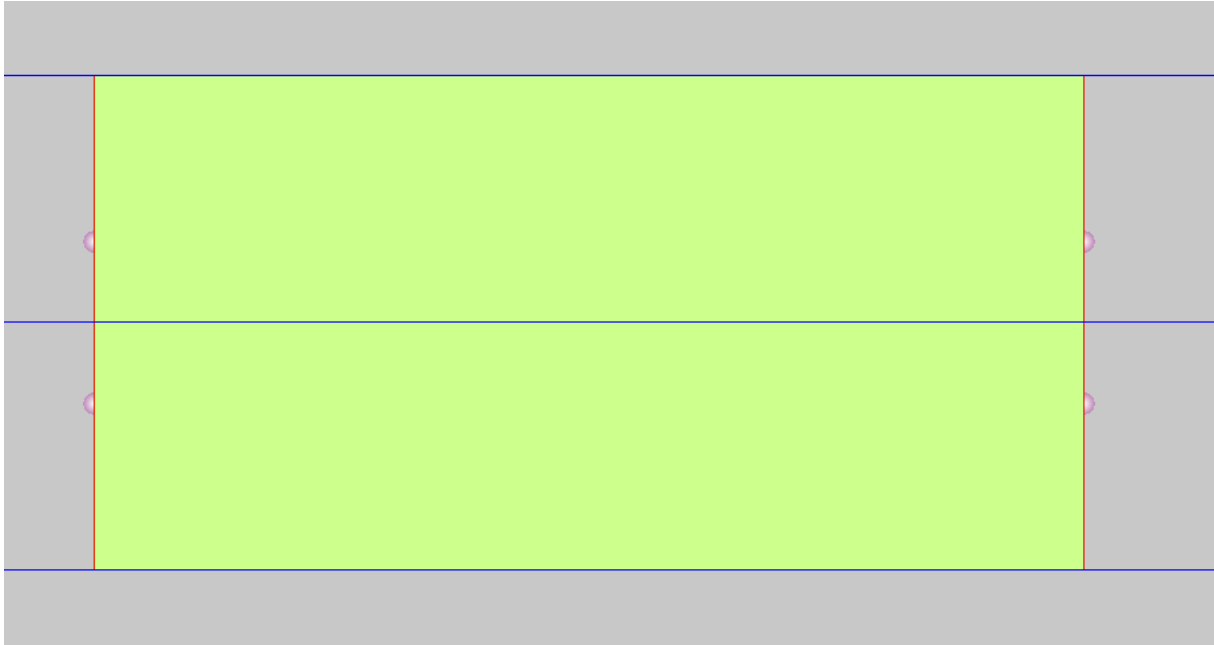
Resultatene programmet gir kan vises på forskjellige måter, det kan vises langs elementene og det kan gis ut i tekstformat. I figuren under vises minimum og maksimum bøyemoment langs en tre spenns bru.



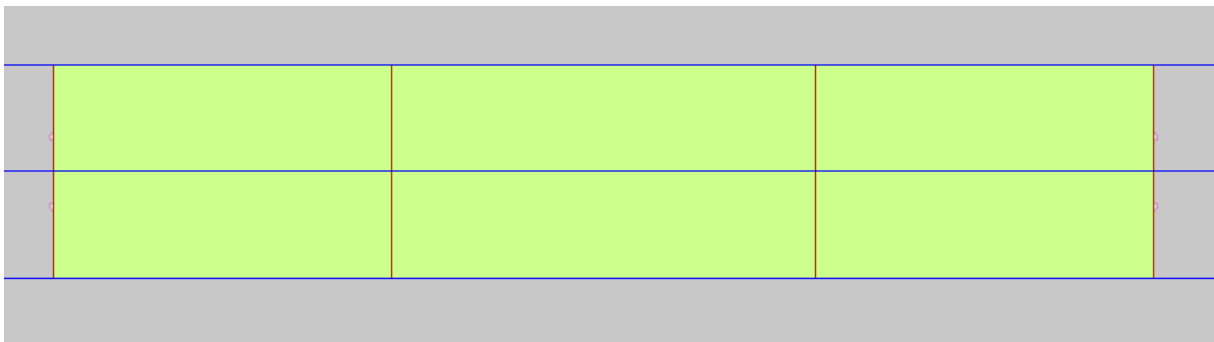
Figur 6-7 Minimum og maksimum bøyemoment for tre spenns bru, screenshot fra Novaframe

6.3 Brigade modeller

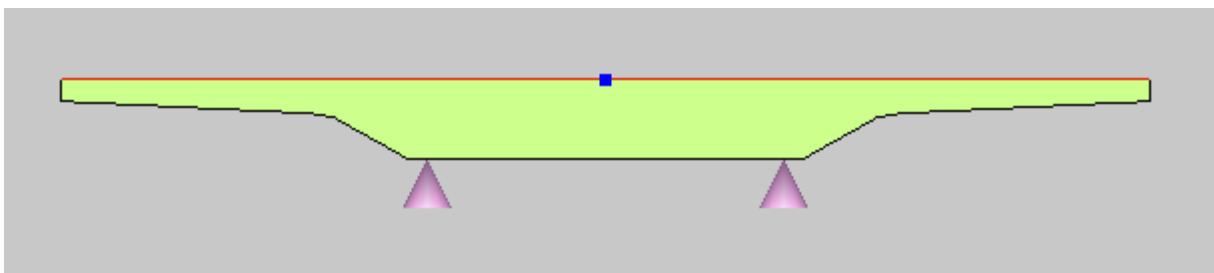
Modellene her bygges ved hjelp av brukergrensesnittet til Brigade. Brigade benytter Abaqus som ligningsløser, men har skrevet et veldig bra brukergrensesnitt tiltenkt analyse av brukonstruksjoner. For modellene er opplager betingelsene og lager avstandene like som i Novaframe.



Figur 6-8 Ettspenns bru sett i plan med en spennlengde på $L=2B$, screenshot fra Brigade



Figur 6-9 Trespenns bru sett i plan med maksimal spennlengde på $L=2B$, screenshot fra Brigade



Figur 6-10 Oppriss av brutverrsnittet for alle modellene i Brigade, screenshot fra Brigade

6.3.2 Ett spenns modellen

Antall elementer varierer etter oppleggsvinkelen og spennlengde. Skjevheten har innvirkning på resultatene fordi ved økt skjevhet økes også bredden av tverrsnittet langs resultantlinjene, siden resultant linjene følger opplagervinkelen. Derved er antall elementer forskjellig for hver modell, men det er et mønster, for hvert element ble det bestemt at det skulle være 0,33m i lengderetning og ca 0,25m i tverr-retning. Plassering av opplagrene varierer med skjevheten og oppleggs betingelsene til lagrene er de samme som i Novaframe. Tverrbjelker ble ikke tatt med i modellene på grunn av at det ikke gav noen forskjellen i resultatene når tverrbjelker var satt inn.

6.3.3 Tre spenns modell

Antall elementer varierer også her på samme måte som for ett spenns modellene. Hvert skal være 0,33m i lengderetning og ca 0,25m i tverr-retning. Plassering av opplager varierer med skjevheten og oppleggs betingelsene til lagrene er de samme som i Novaframe. Tverrbjelker ble ikke tatt med i Brigade modellene på grunn av at det ikke gav noen forskjellen i resultatene når tverrbjelker var satt inn.

6.3.4 Generell modellering

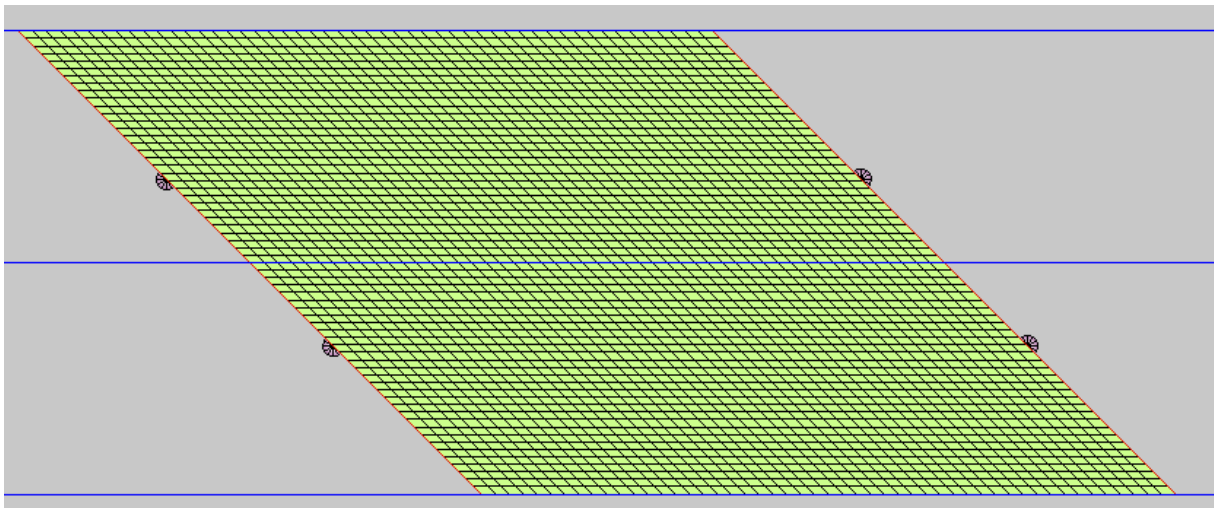
Modellene blir satt opp enkelt ved valg av et par enkle referanse linjer, valg av tverrsnitt, valg av opplagring. Deretter valg av material(E-modul, vekt etc.), valg av antall elementer. Plassering av laster følger så og deretter kombinerer av laster.

Oppbygging av modell:

Først velges referanse linjene som i Brigade kalles «stake-out line» og «width and banking». «Stake-out» linjen bestemmes etter hvordan konturen til brubanen skal gå. For alle modellene er denne valgt som en rett linje og for width and banking er det valgt 0 grader helning fra senterlinjen av brubanen og ut til ytterkantene. Når disse er valgt er alle de nødvendige referanselinjene valgt. Videre velges hvor aksene langs stake-out linjen skal være, deretter lages tverrsnittet/tverrsnittene og settes inn mellom aksene. Etter dette settes det ofte inn tverrbjelker, kantbjelker og lignende veldig enkelt, men dette gjøres ikke i disse modellene som nevnt tidligere. For underlag til brubanen er det forskjellige valg som kan gjøres, i oppgaven er det valgt å velge funksjonen bearing som er opplager som er satt inn, disse opplagrene står på et uendelig stivt underlag. Neste steg er å bestemme material egenskaper og inndeling av antall elementer. Etter dette er modellen ferdig.

Påføring av last:

Egenlasten er en innbygd funksjon som bare er til å aktivisere, denne lasten brukes mye for å sjekke om antall elementer er optimalt, altså om resultatene ligger innenfor det som forventes utfra håndberegninger og om nedbøyningen er innenfor det som er antatt. For de andre lastene som generelt blir brukt til brubygging er det også muligheter til å bare klikke av på i Brigade (altså innebygde lastfunksjoner), men i denne oppgaven er det bare lastmodell 1 som skal være med som nevnt i kapittel 4. Denne lasten er det også lagt inn en funksjon for, men som nevnt tidligere er det ikke mulig å få ut et riktig resultat over hele tverrsnittet hvis denne funksjonen brukes fordi den innebygde funksjonen Brigade har for kjørelaster lagrer maks resultater i hver node uavhengig av om lastene kan opptre samtidig over tverrsnittet (se Vedlegg D – Mail fra Scanscot Brigade). Det er derfor satt inn punktlaster og areallaster for både maks feltmoment, maks støttepunkt og maks torsjonsmoment som simulerer lastmodell 1. Alle disse lastene utenom punktlaster for maks feltmoment forandrer plassering ettersom oppleggsvinkelen endres. Det er satt opp Excel ark for lettere å kunne se hvor lastene burde plasseres for å gi maks utslag. Aksellaster som blir plassert i forskjellige posisjoner i modellene i Brigade belaster ikke i de plasseringene de er gitt men de settes automatisk i den nærmeste noden. Under vises en modell med rotert oppleggsvinkel og med vist element inndeling.

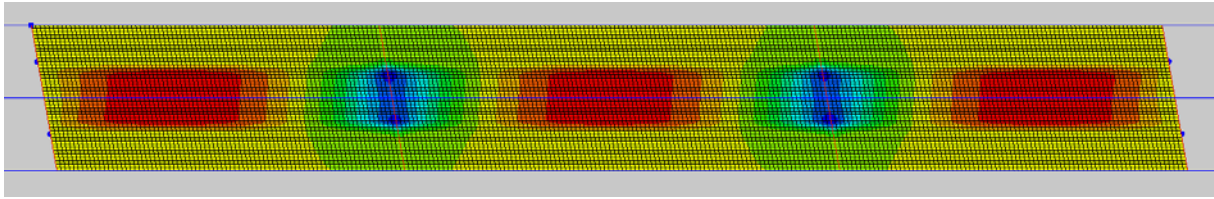


Figur 6-11 Brubane vist i plan, der elementinndelingen er vist, screenshot fra Brigade

Lastkombinasjoner:

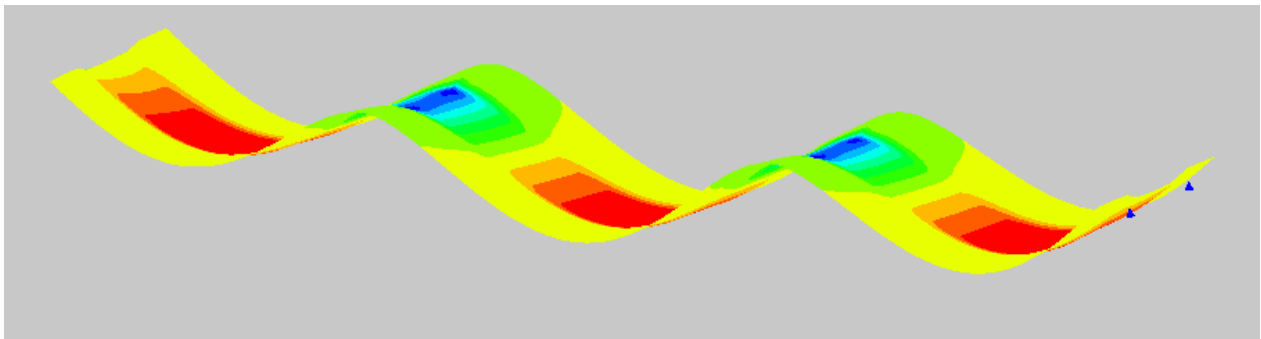
Alle kombinasjonene er lagt inn i programmet med faktorer fra Eurokoden og nasjonalt tillegg for Norge. Men siden det benyttes punktlaster og areallaster som er definert for oppgaven, er alle kombinasjonene satt opp individuelt. Det er laget totalt tre kombinasjoner, en for minimum bøyemoment over støtte, en for maks bøyemoment i felt og en for maks torsjonsmoment.

Kreftene vises ved bruk av fargekoder slik som vist i figuren under for bøyemomentet M_x .



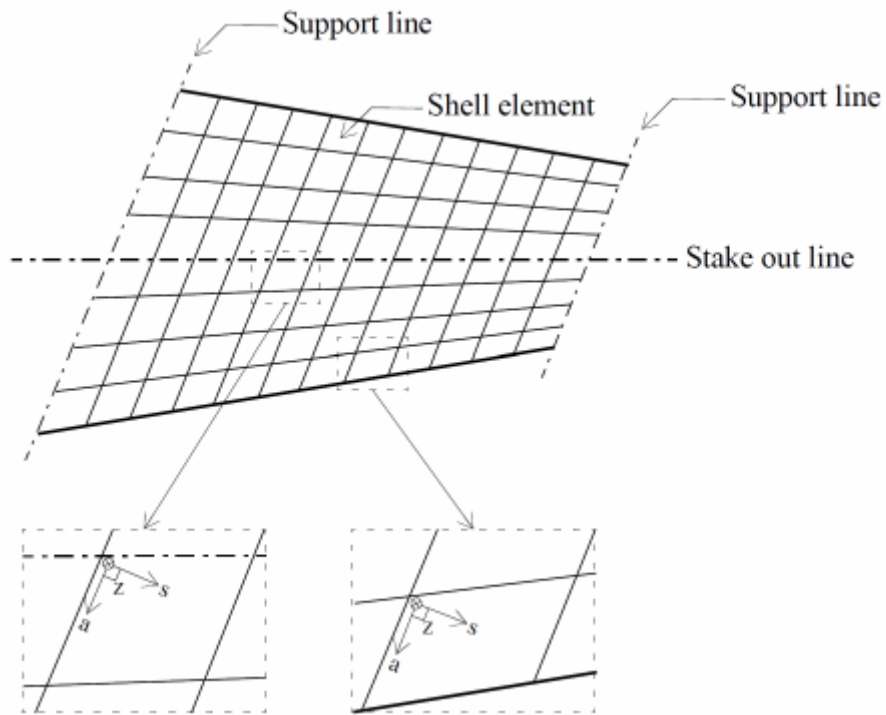
Figur 6-12 Bøyemoment M_x på grunn av egenlast for en tre spenns bru med $L=2B$ og $\varphi=80^\circ$, screenshot fra Brigade

Defleksjonene kan også vises men det går kun for egenlasten og andre basis laster, dette går ikke for lastkombinasjoner. Nedbøyningene for en tre spenns bru på grunn av egenlasten er vist i figuren under.



Figur 6-13 Nedbøyning på grunn av egenlast for en tre spenns bru med $L=2B$ og $\varphi=80^\circ$, screenshot fra Brigade

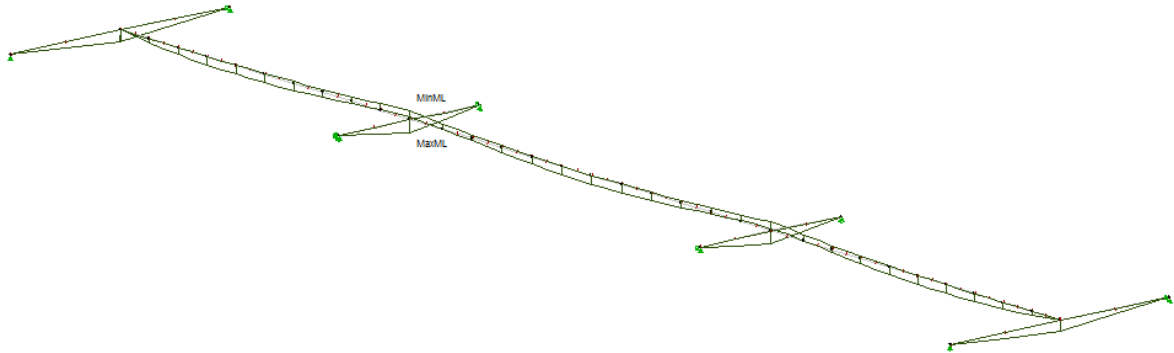
For å få riktige resultater ved skjeve opplegg er det meget viktig at det er de transverselle linjene resultatene blir tatt ut ifra og at det lokale koordinat system brukes. Dette er et helt nødvendig for at kreftene som virker over tverrsnittet skal bli riktige, dette er forklart i kapittel 8.1. I figuren under er de transversellelinjene de som er rettet vertikalt.



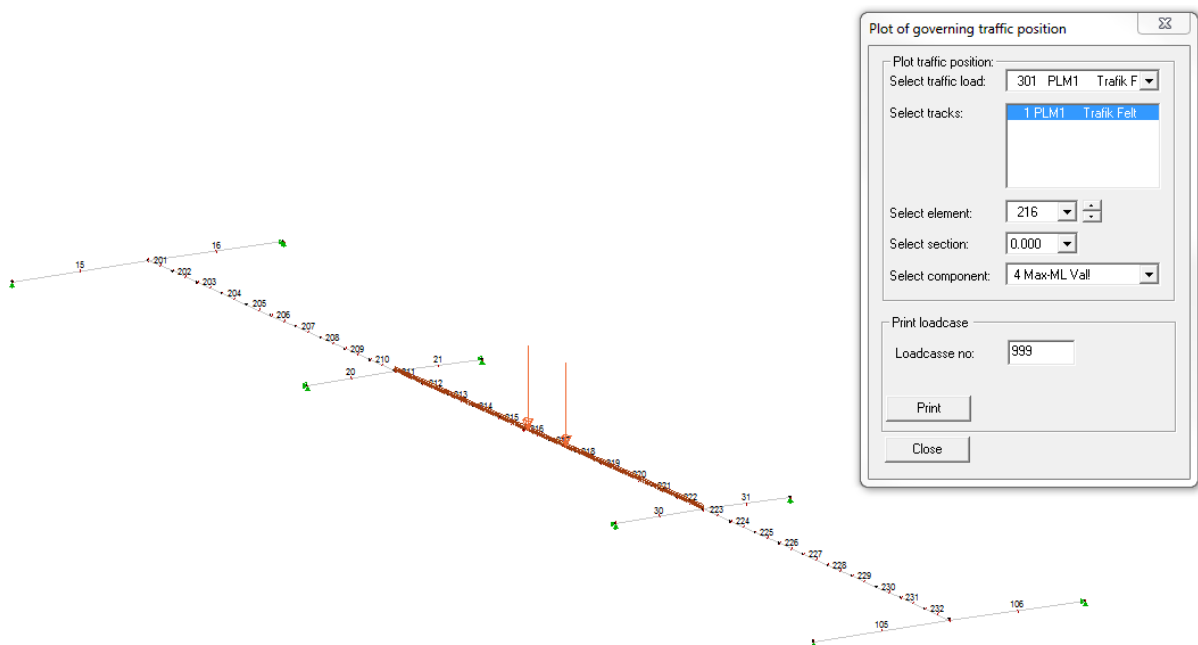
Figur 6-14 Det lokale koordinat systemet som skal brukes for å få ut riktige resultater, hentet fra Brigade Theory manual(Scanscot 2010)

6.4 Lastplassering

Å plassere laster manuelt for å simulere lastmodell 1 blir gjort i Brigade siden kjørelast funksjonen ikke kan brukes til å finne maksimale eller minimums momenter om tverrsnittet som nevnt tidligere. Dette er ikke et problem i Novaframe siden det har en funksjon som finner verst lastplassering for de forskjellige momenter og bruker et moment som virker over hele tverrsnittet, det er derfor gjort slik at plasseringene av lastene i Brigade er først plassert i området rundt der Novaframe fikk verst mulig plassering.



Figur 6-15 Minimum og maksimum bøyemoment, litt misvisende siden det er vist at maksimums bøyemoment er under støttene i akse 2 og 3. Dette skjer på grunn av at tverrbjelken tar lasten fra brubanen som en fritt opplagt bjelke med en punktlast ved midtspenn. Screenshot fra Novaframe



Figur 6-16 visning av maks bøyemoment for brubanen grunnet trafikklast for felt 3. Screenshot fra Novaframe

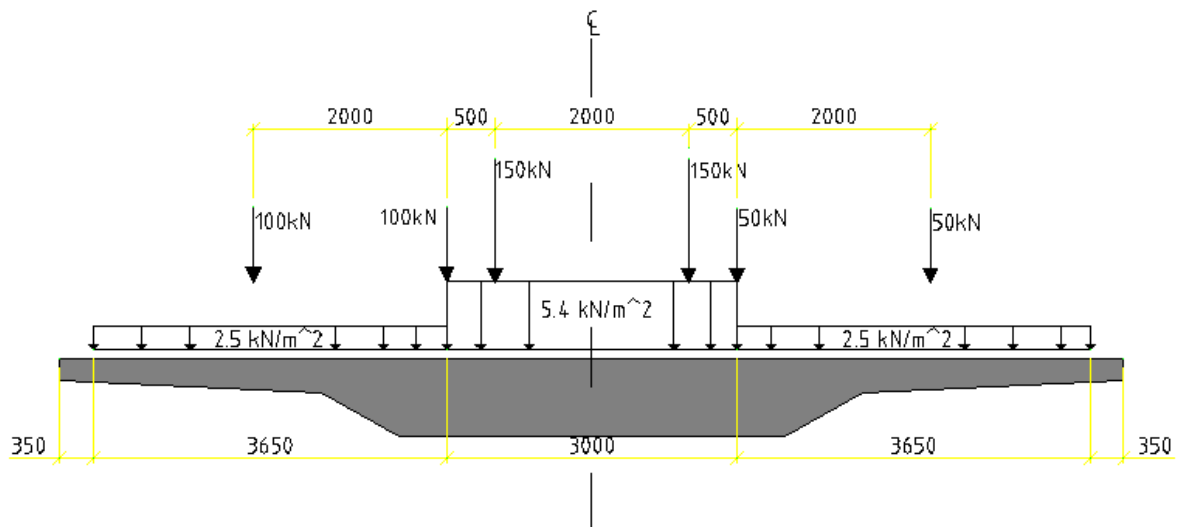
Deretter ble mange forskjellige lastplasseringer rundt dette punktet analysert for å finne den mest ugunstige lastplassering. Denne prosessen er gjort for alle modellene med en opplagervinkel på 90° .

Beregning av platebruer av betong: effekt av skjeve opplegg og usymmetrisk trafikklast

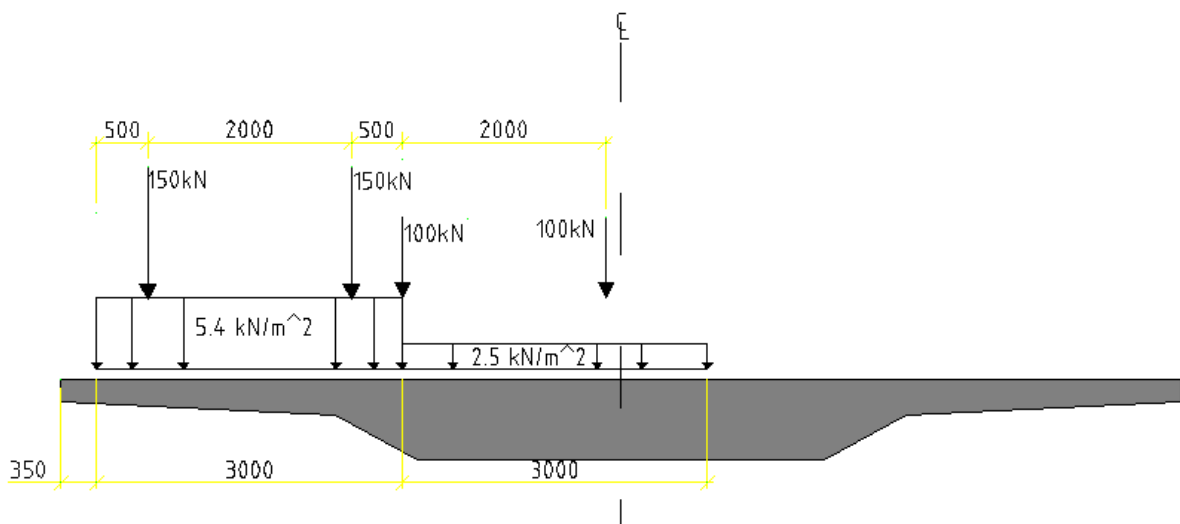
For de andre modellene med en opplagervinkel som $\neq 90^\circ$, er det testet for et par modeller hvor den verste plasseringen av lastene er. Denne plasseringen viste seg å være samme avstand fra opplagerranden. Lastplasseringene oppgis som en plassering langs «stake-out» linjen, denne plasseringen endres når opplagervinkelen endres. Plasseringen settes til:

$$\text{Avstand} = (\text{avstand for } 90^\circ \text{ bru}) + \tan(90 - \alpha) * \text{eksentrisitet} \pm 0.6$$

Her er α lik opplagervinkelen, som i alle modeller er mindre enn 90° . Eksentrisiteten for modellene er satt til 3.65m og 1.15m for aksellastene for maks torsjonsmoment mens det for maks bøyemoment i felt er satt så nærme tverrsnittsentret som mulig. Dette er vist i figuren under:

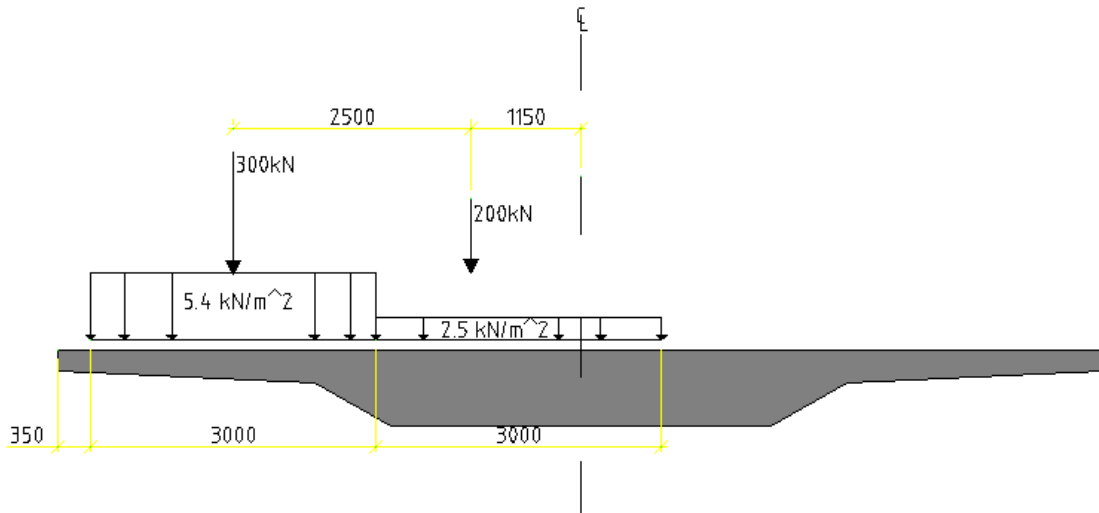


Figur 6-17 Plassering av trafikklast for maks bøyemoment i felt og over støtte, Screenshot fra Autocad



Figur 6-18 plassering av trafikklast for maks torsjonsmoment, Screenshot fra Autocad

Punktlastene som er vist på figur Figur 6-17 og Figur 6-18 er slått sammen til en last når det er satt inn i Brigade og Novaframe, for maks torsjonsmoment vil det se slik ut i Brigade:

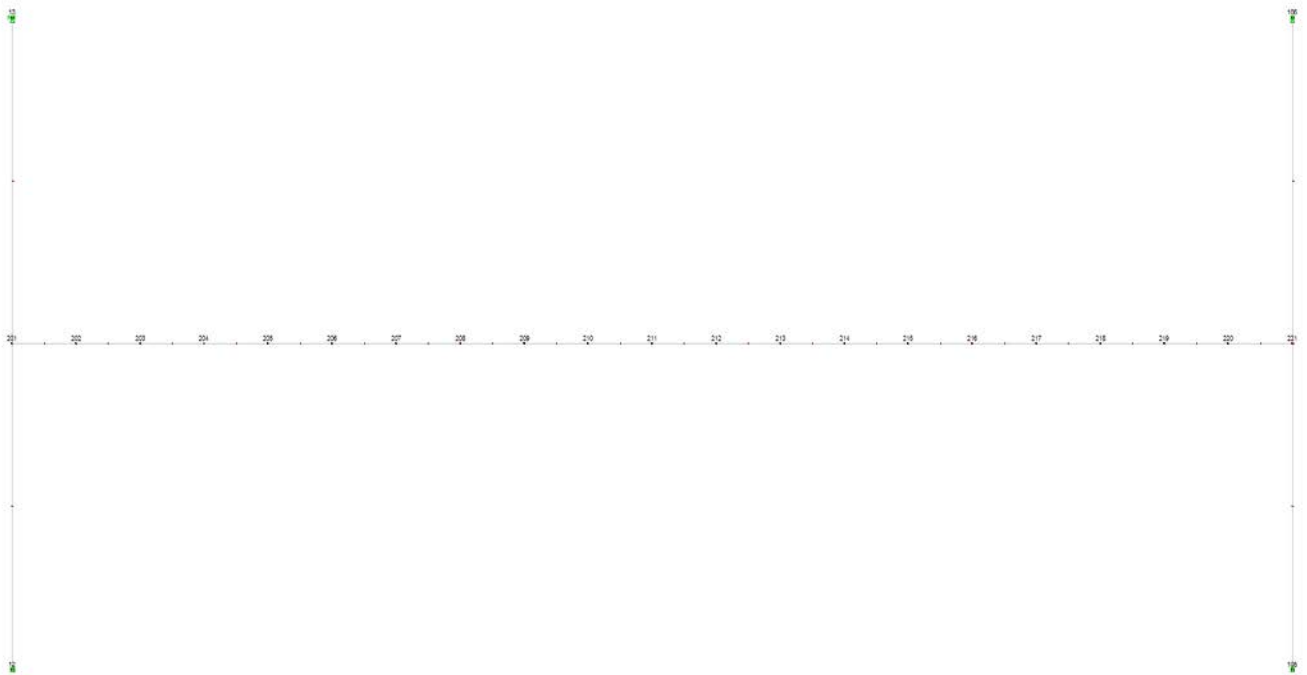


Figur 6-19 Plassering av trafikklaster for maks torsjonsmoment slik det er satt inn i Brigade, Screenshot fra Autocad

Dette er fordi det står i Eurokode 1 del 2 (NS-EN 1991-2:2003+NA:2010) at aksellaster skal slås sammen hvis spennet er over 10 meter. Dette følger det som er skrevet i kapittel 4. For aksellasterplasseringer i Brigade se Vedlegg E - Lastplasseringer i Brigade og Elektroniske vedlegg (3)

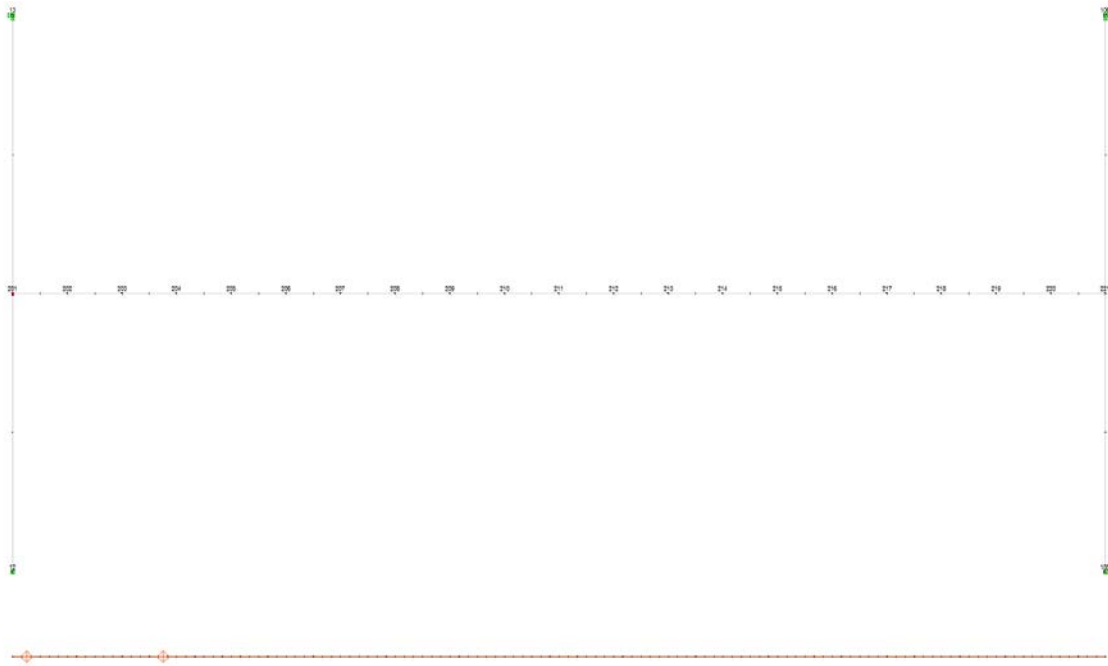
7. Torsjon i Novaframe og Brigade

Novaframe og Brigade regner torsjonsmomentet om senter av brubane tverrsnittet. Novaframe får et høyere torsjonsmoment, hoved grunnen til dette er fordi brubane modellen i Novaframe bare er festet i ett punkt i hver ende, dette gjør at det roterer rundt kun dette punktet. Som vist på figuren under kan man se at for denne modellen er brubanen bare festet til tverrbjeltene i node 201 og 211(se figuren under)



Figur 7-1 Novaframe modell av ettspenn bru med synlig element nummer, screenshot fra Novaframe

Dette gjør at maksimalt torsjons moment forekommer når lasttoget er plassert så nærme tverrbjeltene som mulig slik som vist i figur 7.2.



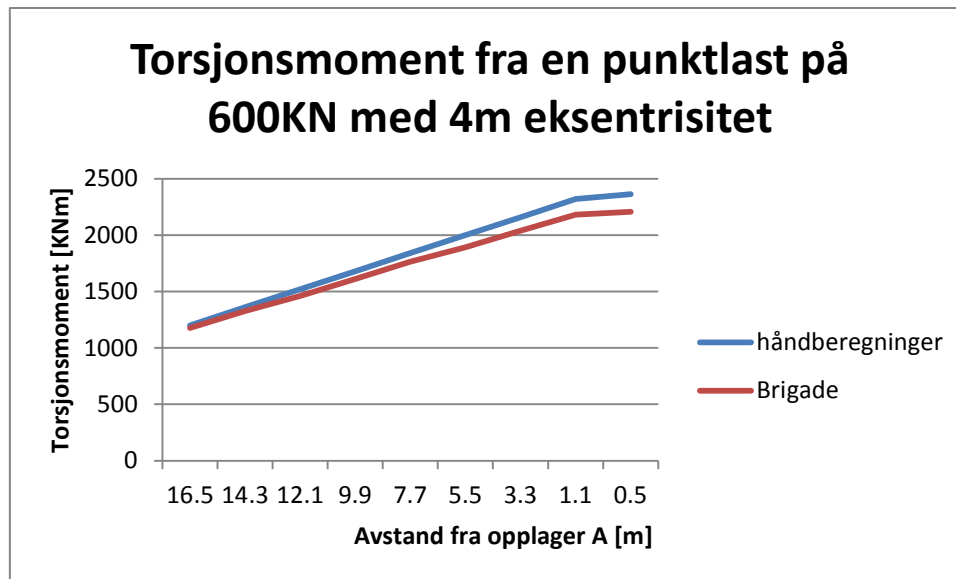
Figur 7-2 Novaframe modell av ettspenn bru med synlig element nummer og plassering av kjørelast for kjørefelt 1 som gir maksimalt torsjon, screenshot fra Novaframe

Fra figur 7.2 ser man at de eksentriske aksellastene er plassert veldig nærme noden hvor brubanen og tverrbjelken er koblet sammen. Torsjonsmomentet som forekommer på grunn av denne lasten i Novaframe er mye høyere enn det som faktisk forekommer, fordi aksellaster som blir plassert så nærme tverrbjelken, vil ikke alle kreftene tas opp som torsjon, det vil gå inn som bøyemoment og skjærkraft i tverrbjelken siden dette er en enklere vei å gå (krever mindre energi).

For Brigade sin del så har det vist seg at torsjonsmomentet ved den ytterste resultant linjen (Posisjon = 0, det vil si rett over akse 1,2,3 eller 4) er mindre enn resultant linjen som ligger ett steg utforbi (Posisjon = 0.33m).

Har satt opp et regneark på hvor mye torsjon som forekommer i opplagrene ettersom en punktlast på 600kN med 4meters eksentrisitet beveger seg inn mot opplageret. Grunnen til dette gjøres er for å se på forskjellen mellom en bjelkemodell og en platemodell, der kun torsjonsmoment blir betraktet for en enkellast. Håndberegningens formlene til bjelkemodellen er tatt fra Byggtabeller(Aven)s.73 og formlene finnes i kapittel 11.2.2.

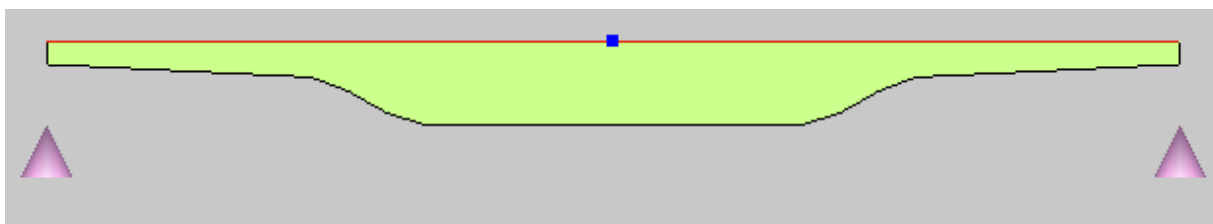
Resultatene fra Brigade er tatt 0,33 meter ut fra opplageret og beregnet i Excelfilen kalt: Beregning av torsjonsmoment og bøyemoment. Formlene for beregningene som er utført på resultatene fra Brigade er beskrevet i kapittel 8.1.2. Dette gir en graf som viser avviket på torsjonsmomentet når punktlasten flyttes innover mot opplager.



Figur 7-3 Forskjell mellom håndberegninger og Brigade for torsjonsmomentet.

Fra grafen ovenfor ser man at det forekommer mest torsjonsmoment når punktlasten er plassert ganske nærme opplager randen, en skulle tro at det ville være et større avvik mellom håndberegninger og resultatene fått fra Brigade når punktlasten begynte å nærme seg opplager randen. Men som vist i Figur 7-3 er ikke det tilfellet, det fører til at for alle modellene i Brigade vil aksellastene bli plassert i nærheten av opplager randen for å oppnå maksimalt torsjonsmoment.

I Brigade og generelt andre plate programmer der brua stilles opp på to eller tre opplager vil avstanden fra opplagrene og inn til brubanesenteret være veldig sensitiv for hvor mye torsjonsmoment brubanen opplever når det er skjeve opplegg. Nå er opplager alltid satt slik at det er i ytterkant av steget til brubanen, dette gir samme resultat som for en bro med opplager ute på vangen med en oppleggsvinkel lik 90° . Det vil derimot bli store forskjeller når oppleggsvinkelen $\neq 90^{\circ}$. Størst torsjonsmoment oppstår når opplagerene settes helt ute ved endene av brobredden slik som vist i Figur 7-4



Figur 7-4 Opplager plassering ved enden av brubredden, Screenshot fra Brigade

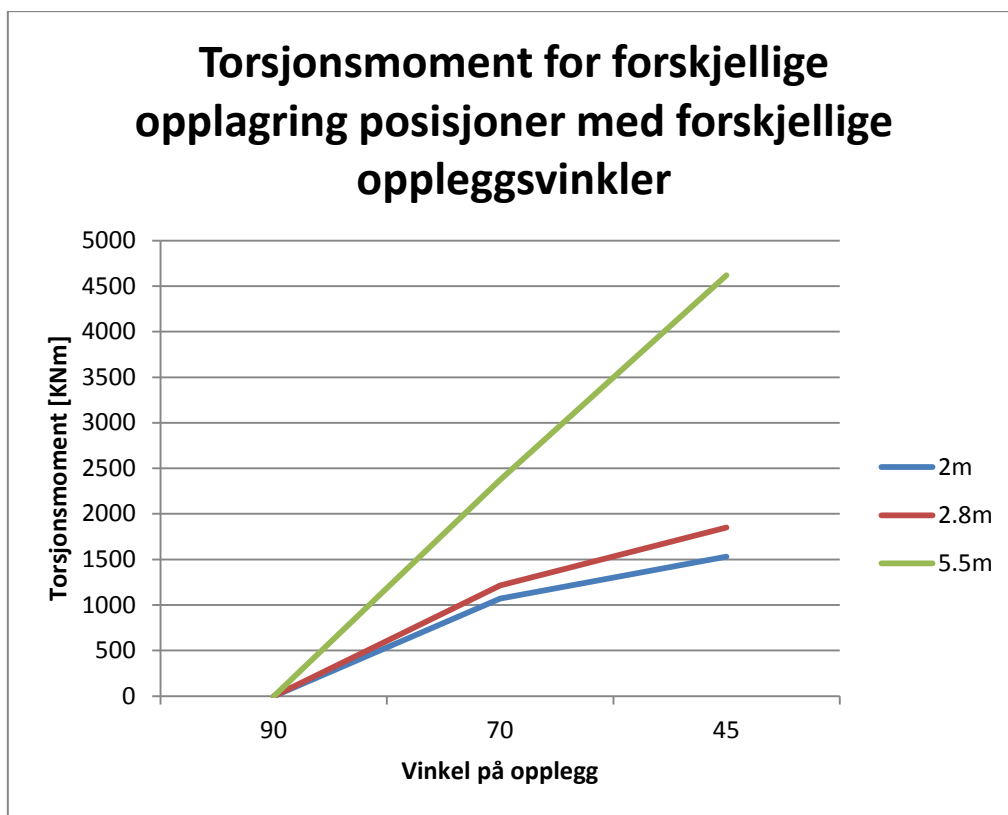
For å studere torsjonsmoment nærmere når oppleggsvinkelen $\neq 90^{\circ}$, er egenlasten for ettspenns brua $L=1.5B$ beregnet for tre opplagerplasseringer med tre forskjellige oppleggsvinkler. Opplager betingelsesene er likt det som er beskrevet i kapittel 6.1.4.

Valgt plassering er 2m, 2.8m og 5.5m ut fra senter av brubanen. Alle disse avstandene forandrer seg når oppleggsvinkel endres. Da blir avstanden $2m/\sin(\alpha)$ eller $5.5m/\sin(\alpha)$, der α er oppleggsvinkelen. Vinkelene som ble valgt var 90, 70 og 45 grader. Dette gav resultatene:

Tabell 7-1 Endring i torsjonsmoment ved endring av opplager plassering.

Vinkel		90°	70°	45°
Opplager 2m fra senterbrubane		0 kNm	1070 kNm	1532 kNm
Opplager 2.8m fra senterbrubane		0 kNm	1214,8	1849 kNm
Opplager 5.5m fra senterbrubane		0 kNm	2372,5 kNm	4619,8 kNm

Her kan man se den store forskjellen på torsjonsmomentet for egenlasten ved skjeve opplegg med varierende opplager avstand. Det er også vist i grafen under.



Figur 7-5 Torsjonsmoment i støtte for egenlasten ved forskjellige opplagings posisjoner og vinkler

Her vises hva opplagerplassering har å si for torsjonsmomentet. Men det er ikke bare torsjonsmomentet dette går ut over. Det har vist seg ved en del testing at det ikke bygger seg opp noe negativt bøyemoment over støtte i den roterte retningen for alle endeopplagene, dette bøyemomentet over støtten er kalt M_{sb} og er vist på figur 8.4 i kapitel 8.2. Det er altså bare torsjonsmomentet som bidrar til det negative bøyemomentet over støtten M_s og torsjons momentet M_T ved opplager. Dette er vist og forklart i kaptiel 8.2.

Beregning av platebruer av betong: effekt av skjeve opplegg og usymmetrisk trafikklast

Resultatene fra Brigade er tatt fra resultatlinjen ca 0,33m fra opplager randen. Det er et høyere torsjons moment her enn det er rett over opplagrene. Dette antas å inntreffe fordi torsjonsmomentet spres ut til opplageret når det begynner å nærme seg opplager randen.

8. Resultater

8.1 Tolking av resultater:

Novaframe og Brigade gir forskjellige moment resultatet. Rammeprogrammet Novaframe gir sine resultatet ut i kNm mens Brigade oppgir resultatene i kNm/m, det er derfor ikke bare å sammenligne resultatene fra Novaframe og Brigade. Når brutverrsnitt dimensjoneres er det mest vanlig å beregne armeringsmengde og kapasitet av tverrsnitt etter hvor mange Nm et tverrsnitt kan ta. Det er derfor valgt å sammenligne resultatene med momentet som virker over tverrsnittet, kNm. Det å finne momentet som virker over tverrsnittet i Brigade finnes det forskjellige måter å gjøre dette på. For å finne den mest korrekte måten å gjøre det på ble ett spenns modellen brukt i sammenligningen med håndberegninger for en fritt opplagt bjelke.

8.1.2 Bøyemoment langs oppleggsvinkel

Metode 1: Gjennomsnitt over tverrsnittet

Tar gjennomsnittet av M_a på tvers av tverrsnittet og ganger opp med bredden av tverrsnittet, dette fungerer veldig dårlig for et T-tverrsnitt siden bøyemomentet blir altfor lite i forhold til håndberegninger. For et rektangulært tverrsnitt som er det derimot en ok måte å gjøre det på, men for t-tverrsnittet blir dette feil for bøyemomentet over tverrsnittet blir altfor lite. Formel for momentet:

$$M = B * \frac{1}{n} * \sum_1^{n+1} M_a$$

- B: bredden av tverrsnittet
- n: antall elementer på tvers
- M_a : bøyemomentet i den aktuelle noden

Metode 2: Moment over element størrelsen

Multipliserer momentet M_a for hvert element med størrelsen av elementet, deretter adderes disse sammen. Dette er en relativ lik metode som metode 1, men også dette gir altfor små resultater. Formel for momentet:

$$M = \sum_1^{n+1} [M_{a_1} * \frac{b}{2} + M_{a_2} * b + \dots + M_{a_{n-1}} * b + M_{a_n} * \frac{b}{2}]$$

- b: bredden av et element
- n: antall elementer på tvers

- M_a : bøyemomentet i den aktuelle noden

Metode 3: Moment over element størrelsen og bidrag fra aksial krefter

Etter analysene av metode 1 og metode 2 begynte det å gå opp et lys om at kanskje aksial kraften kunne være det bidraget som trengtes. Samme prosessen som i metode 2 benyttes, men med et tillegg for det momentet som aksial kraften gir om nøytral aksen. Her multipliseres momentet med element bredden og summeres opp for alle elementene, deretter multipliseres aksialkraften(N_s) med armen til nøytral aksen og element bredden, deretter summeres det opp for alle elementene og adderes med sammen med det momentet M_a gav. Dette gir det mest korrekte resultat.

Formel for momentet:

$$M = \sum_1^{n+1} [(Ma_1 * \frac{b}{2} + Ns * \frac{b}{2} * e_{\text{vertikal arm}}) + (Ma_2 * b + Ns * b * e_{\text{vertikal arm}}) + \dots + (Ma_{n-1} * b + Ns * b * e_{\text{vertikal arm}}) + (Ma_n * \frac{b}{2} + Ns * \frac{b}{2} * e_{\text{vertikal arm}})]$$

- b : bredden av et element
- n : antall elementer på tvers
- M_a : bøyemomentet i den aktuelle noden
- N_s : aksial kraften i den aktuelle noden
- $e_{\text{vertikal arm}}$: armen til aksial kraften i den aktuelle noden

Denne armen er vist i figur 8.1 og kalles arm til horisontal skjærkraft. Både skjærkraften og aksial kraften har samme arm til senter av tverrsnittet i de forskjellige elementene.

Metode 4: Moment beregning ut fra spenningsresultater

Det er mulig å regne momentet om tverrsnittet ved å se på spenningene som forekommer i hvert element. For å regne ut dette over T-tverrsnittet må det brukes forskjellige formler for de forskjellige elementene alt etter hvor de er plassert og hvilke spenninger de opplever. Man skulle tro at dette antagelig var den mest korrekte måten å finne momentet om tverrsnittet men det har vist seg at det er mindre nøyaktig enn å ta ut momentet M_a og aksial kraften N_s . Formel for moment:

$$M = \sum_1^n [(S_{\text{top1}} * A_{\text{areal under spenning}} * e_{\text{arm opp til spenning tyngdepkt.}} + S_{\text{bot1}} * A_{\text{areal under spenning}} * e_{\text{arm til spenning tyngdepkt.}}) + \dots +]$$

- S_{top} : spenning i topp av elementet
- S_{bot} : spenning i bunn av elementet
- $e_{\text{arm til spennings tyngde punkt}}$: avstanden fra tyngdepunktet av spenningen og ned til tyngdepunktet til tverrsnittet.

Dette er en veldig komplisert måte å regne ut momentet på, fordi det er forskjellige arealer, forskjellige måter de skal adderes på etter hvordan spenningen ser ut over tykkelsen på elementet og hvor elementet ligger i forhold til senterpunktet til tverrsnittet.

Det som også kunne vært forsøkt er å benytte et linjeintegral for å få momentet om tverrsnittet.

Etter å ha prøvd de forskjellige metodene ble det valgt å bruke metode 3 for å regne ut momentet om tverrsnittet, siden det var den enkleste metoden for å regne ut momentet.

8.1.3 Torsjonsmoment langs oppleggsvinkel

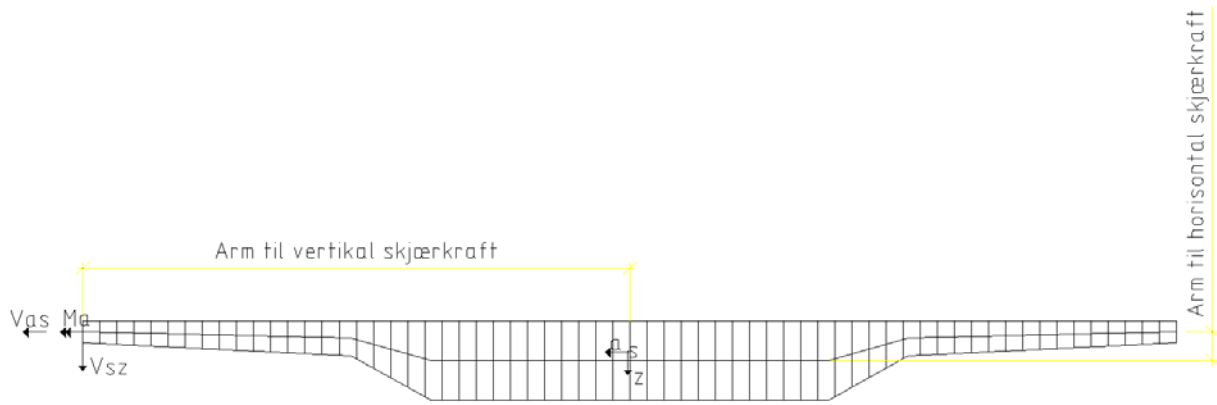
For å få torsjonsmomentet til å bli «likt» håndberegningene ble det brukt mye tid på å finne ut den riktige måten å summere opp torsjonen over tverrsnittet. Det ble testet mot forskjellige konstruksjoner som utkrager bjelker og fritttopplagte bjelker, med både rektangulære tverrsnitt og T-tverrsnitt. Etter en del utprøving kom det frem at beste metode var å bruke torsjonen om elementet, samt vertikal og horisontal skjærkraft med tilhørende armer gav meg det mest riktige resultatet i forhold til håndberegninger. Det ble også testet med forskjellige typer krefter som eksentrisk vertikal kraft og konsentrerte torsjonsmoment, som er et påsatt torsjonsmoment om den lokale s-aksen.

Formelen for å finne torsjonsmomentet er:

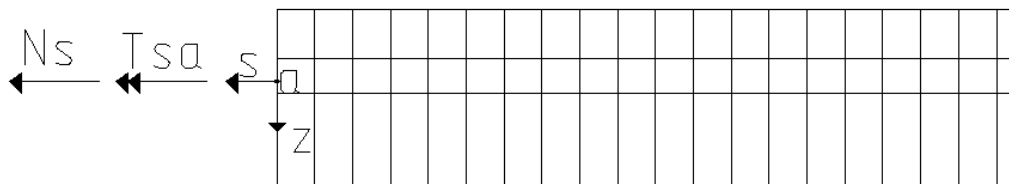
$$T = \sum_1^{n+1} [T_{sa} * b_{element} + V_{as} * e_{vertikal\ arm} * b_{element} + V_{sz} * e_{horisontal\ arm} * b_{element}]$$

for alle element. Det eneste som ikke stemmer helt med denne formelen er at det første og siste elementet bare skal multipliseres med halve elementbredden. Kreftene og hvordan de virker er vist i noen figurer under:

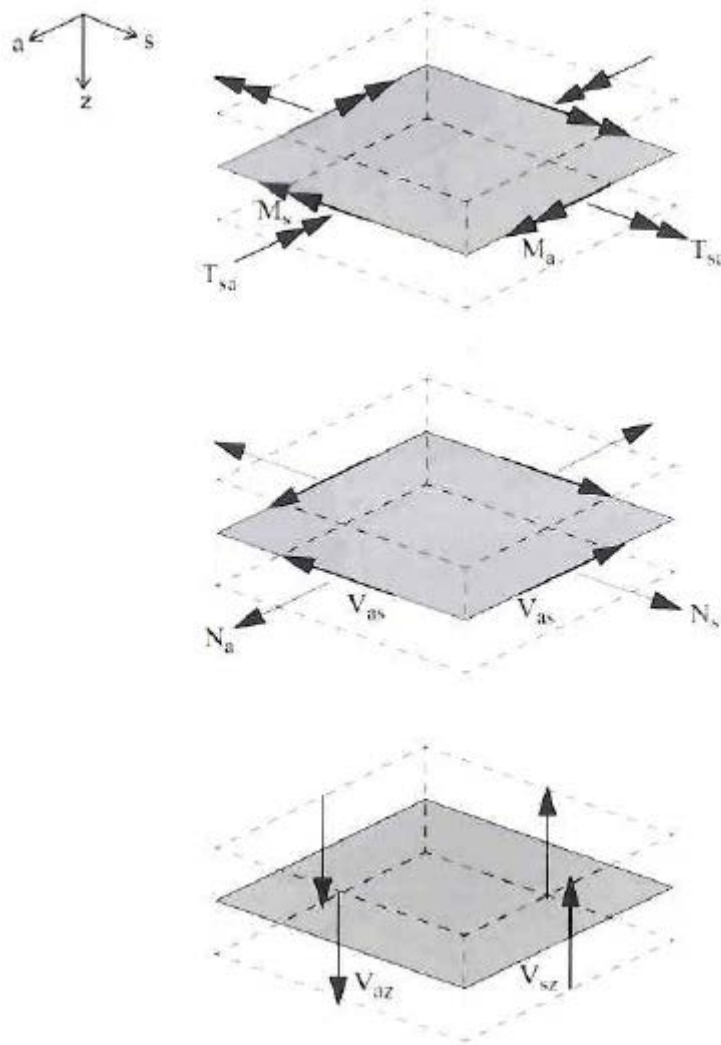
Beregning av platebruer av betong: effekt av skjeve opplegg og usymmetrisk trafikklast



Figur 8-1 Krefter som inngår i beregninger av bøye og torsjons moment, her vist virkende på det første elementet i tverrsnittet, snitt langs oppleggsvinkelen. screenshot fra Autocad



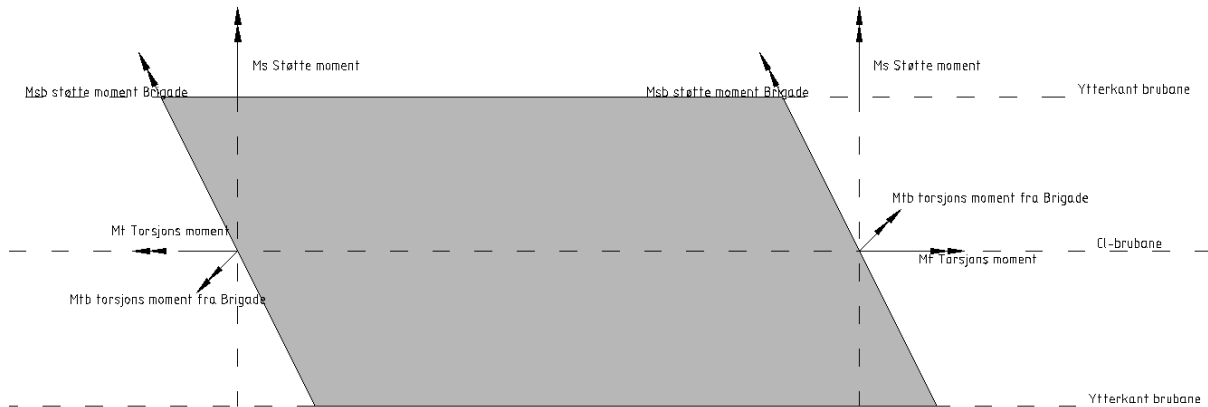
Figur 8-2 Krefter som inngår i beregninger av bøye og torsjons moment for tverrsnittet vist i oppriss, screenshot fra Autocad



Figur 8-3 Bilde av alle kreftene som virker på et element, bilde er tatt fra Brigade user's manual(Scanscot 2010)

8.2 Sammenligninger av resultater

Det som sammenlignes av resultater er maksimum og minimum bøyemoment samt maksimum torsjonsmoment fått i Brigade mot resultater fått fra Novaframe. Resultatene fra Brigade må gjøres om til bjelkemodell resultater, så momentene i Brigade kan sammenlignes med de fra Novaframe, dette gjøres ved å dekomponere Brigade resultatene. Dette er beskrevet under figur 8.4.



Figur 8-4 Dekomponering av krefter slik at de blir sammenlignbare med resultat fra Novaframe, screenshot fra Autocad.

Torsjonsmomentet og bøyemomentet i Brigade blir regnet videre slik:

M_s = Bøyemoment i støtte fra Novaframe

M_{sb} = Bøyemoment langs oppleggsvinkel over støtte fra Brigade

M_T = Torsjonsmoment fra Novaframe

M_{Tb} = Torsjonsmoment langs oppleggsvinkel over støtte fra Brigade

For å få M_s og M_T dekomponeres momentene som Brigade gir ut, dette gir:

$$M_s = M_{sb} * \cos(\alpha) - M_{Tb} * \sin(\alpha)$$

$$M_T = M_{sb} * \sin(\alpha) + M_{Tb} * \cos(\alpha)$$

Den samme prosessen utføres for bøyemomentet og torsjonsmomentet der maks bøyemoment er.

8.2.2 Ett spennsbru

Her ses det på de forskjellige kritiske momentene for ett spenns bruene. Hvis det er et positivt avvik så betyr det at Novaframe verdien er høyere enn verdien fra Brigade. Vurdering og tolkning av resultatene er gjort i kapittel 9.1.

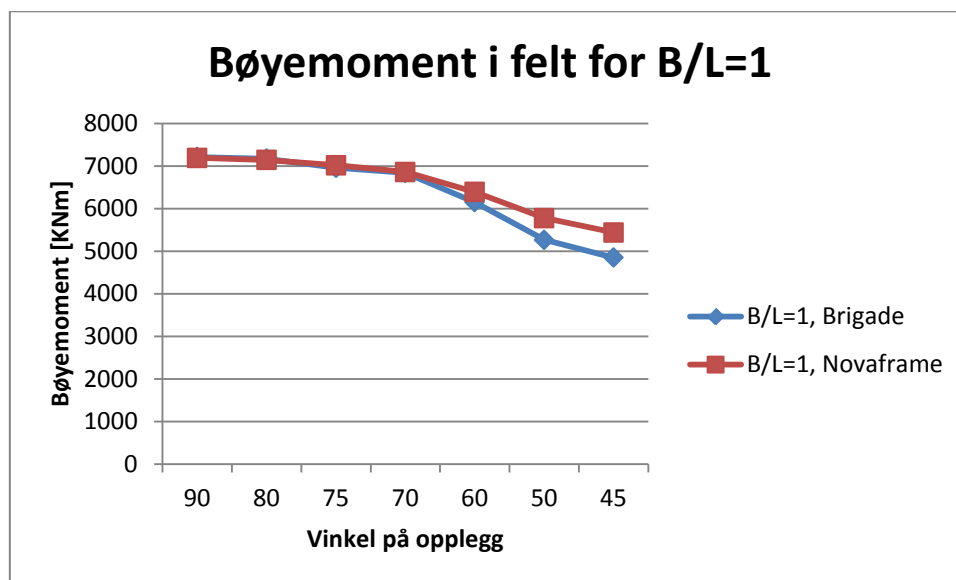
8.2.2.1 Felt moment:

Det maksimale bøyemomentet forekommer på midten av spennet ved bruk av lastkombinasjon 6.10b som består av både egenlast og trafikklaster. Her er aksellastene plassert midt i spennet.

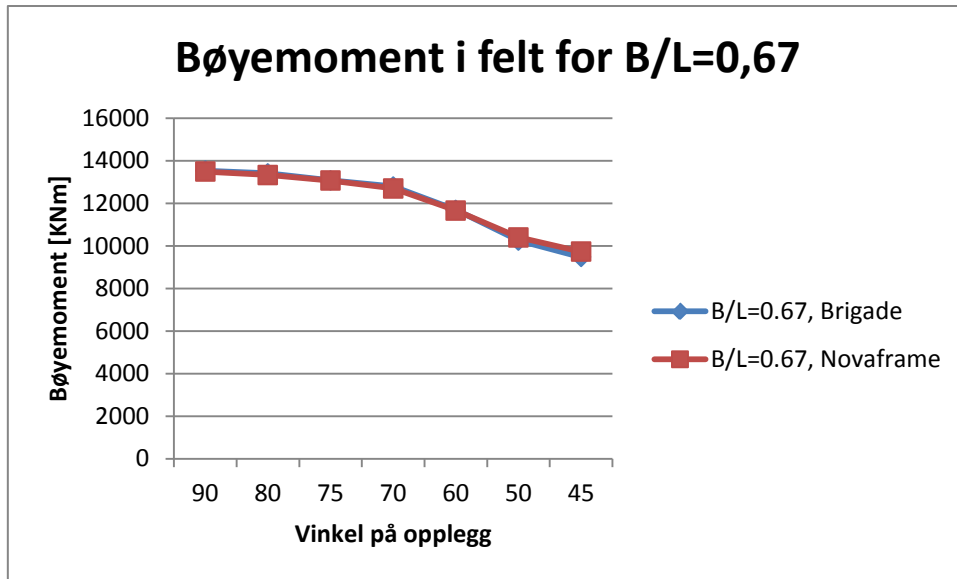
Tabell 8-1 Maks feltmoment for alle spennlengder og vinkler

vinkel: Max felt moment:	90	80	75	70	60	50	45
B/L=1, Brigade	7208.8	7171.7	6957.2	6835.9	6150.5	5266.3	4847.4
B/L=1, Novaframe	7192.6	7140.5	7019.2	6861.1	6390.8	5777.5	5440.3
Avvik i %	-0.23	-0.44	0.88	0.37	3.76	8.85	10.90
B/L=0.67, Brigade	13534.4	13407.1	13073.7	12791.1	11690.6	10243.6	9471.9
B/L=0.67, Novafram	13488.1	13330	13068.6	12695	11660.1	10392.9	9726.5
Avvik i %	-0.34	-0.58	-0.04	-0.76	-0.26	1.44	2.62
B/L=0.5, Brigade	21509.1	21267.1	20786.3	20408.9	18890	16617.9	15522.1
B/L=0.5, Novaframe	21464.2	21171.2	20734	20118.8	18434.8	16323	15185.4
Avvik i %	-0.21	-0.45	-0.25	-1.44	-2.47	-1.81	-2.22
B/L=0.33, Brigade	42408.5	41850.6	40961.3	39929.5	37013.2	33183	31181.3
B/L=0.33, Novafram	42280.4	41627	40721.8	39463.8	36053	31807.8	29530.3
Avvik i %	-0.30	-0.54	-0.59	-1.18	-2.66	-4.32	-5.59

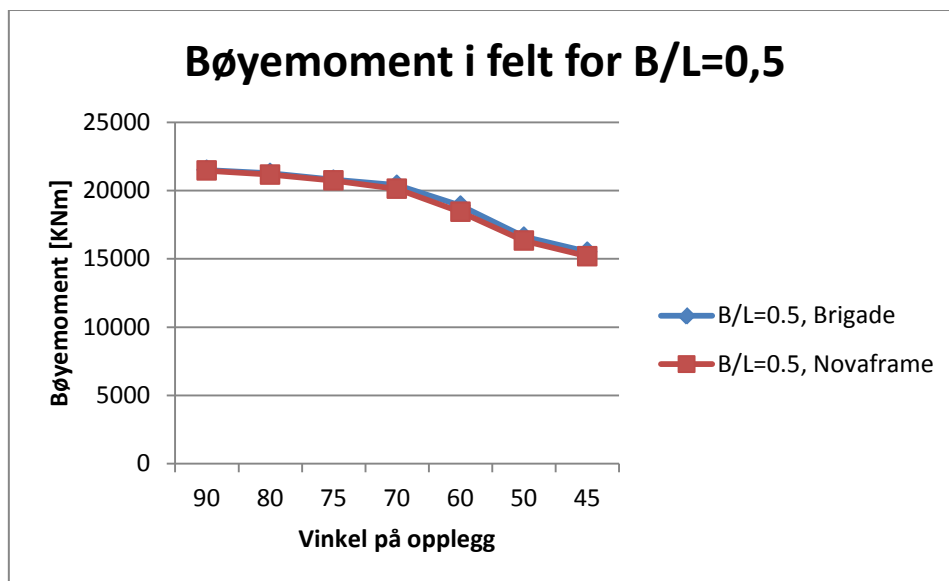
Her ser man at det maksimale bøyemomentet reduseres når oppleggsvinkelen reduseres, noe som er forventet. For B/L=1 og B/L=0.67 virker det som det er en del plate effekter som kommer inn, mens for B/L=0.5 og B/L=0.33 ser man at avviket er mindre noe som antyder at systemet oppfører seg mer som en bjelke.



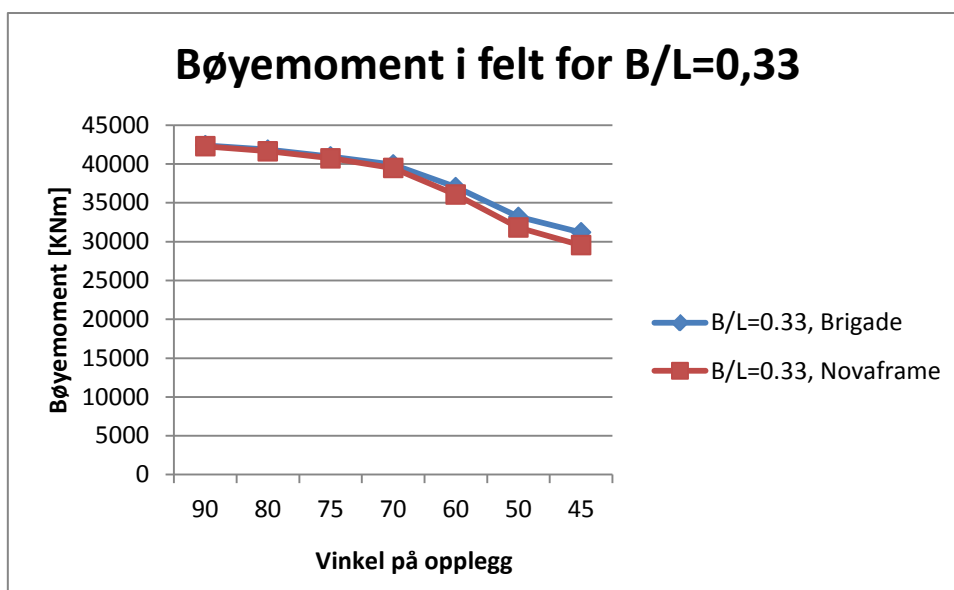
Figur 8-5 Bøyemomentet for spennlengde L=B over forskjellige oppleggs vinkler



Figur 8-6 Bøyemomentet for spennlengde $L=1.5B$ over forskjellige oppleggs vinkler



Figur 8-7 Bøyemomentet for spennlengde $L=2B$ over forskjellige oppleggs vinkler



Figur 8-8 Bøyemomentet for spennlengde $L=3B$ over forskjellige oppleggs vinkler

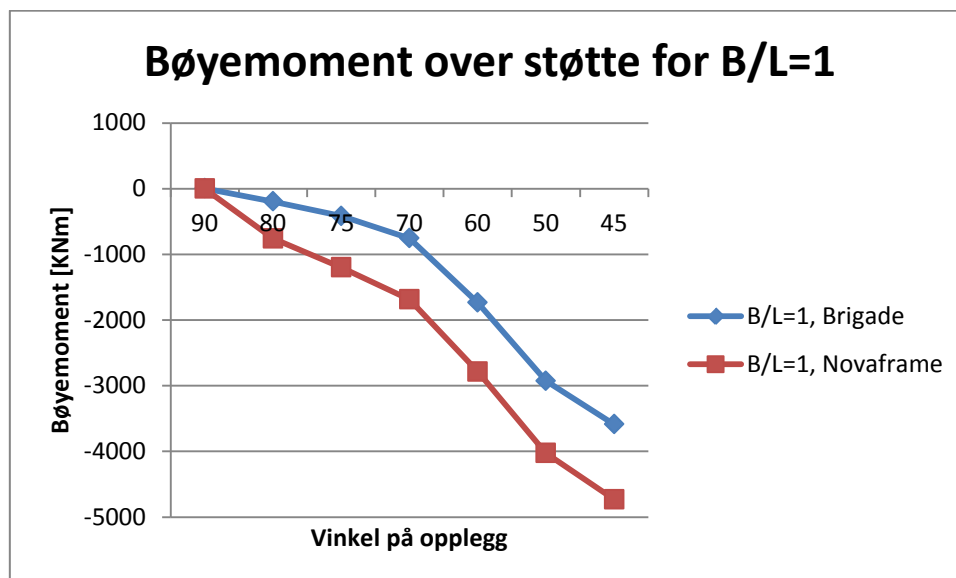
8.2.2.2 Bøyemoment over støttene:

Minimums bøyemoment forekommer ved endeoppleggene ved bruk av lastkombinasjon 6.10b som består av både egenlast og trafikklast. Her er aksellastene plassert ganske nærme opplager.

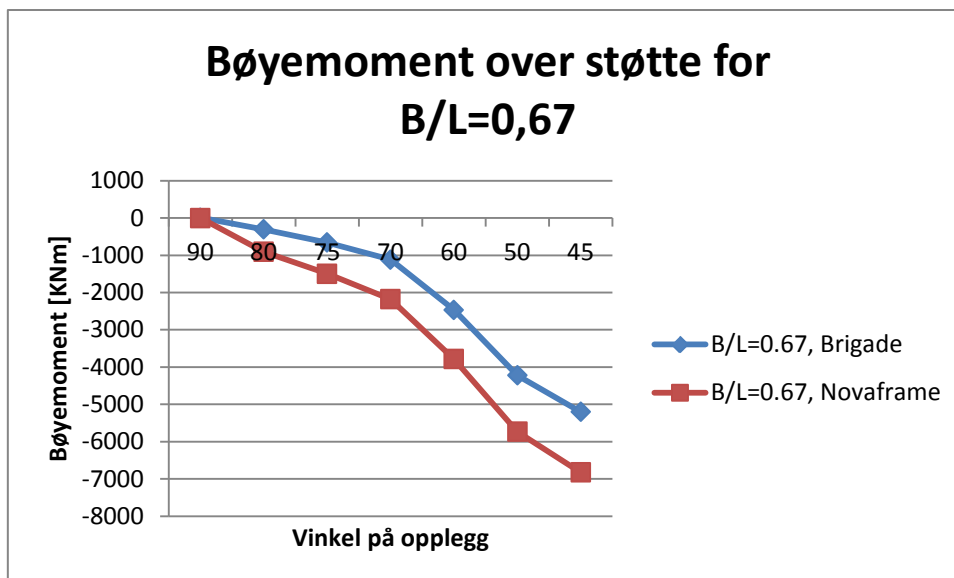
Tabell 8-2 Min. bøyemoment over støtte for alle spennlengder og vinkler

Vinkel:	90	80	75	70	60	50	45
Min støtte moment:							
B/L=1, Brigade	5.8	-195.8	-415.4	-755	-1733.9	-2927.1	-3586.9
B/L=1, Novaframe	0	-758	-1199.6	-1686.1	-2784.5	-4026.8	-4729.2
Avvik i %	0	74.17	65.37	55.22	37.73	27.31	24.15
B/L=0.67, Brigade	6.1	-304	-659.4	-1115.4	-2465.8	-4223.3	-5201.7
B/L=0.67, Novafram	-0.1	-904.8	-1495.4	-2177.1	-3783.9	-5734.4	-6825.2
Avvik i %	0	66.40	55.90	48.77	34.83	26.35	23.79
B/L=0.5, Brigade	6.2	-446.6	-978.8	-1665.5	-3449.7	-5860.5	-7166.1
B/L=0.5, Novaframe	0	-1083	-1861.5	-2788.8	-5102.5	-7938.9	-9507.6
Avvik i %	0	58.76	47.42	40.28	32.39	26.18	24.63
B/L=0.33, Brigade	6.2	-832.2	-1841.8	-3168.7	-6582.3	-10629.8	-12721.3
B/L=0.33, Novafram	0	-1535.9	-2811	-4435.7	-8619.1	-13747.8	-16546.6
Avvik i %	0	45.82	34.48	28.56	23.63	22.68	23.12

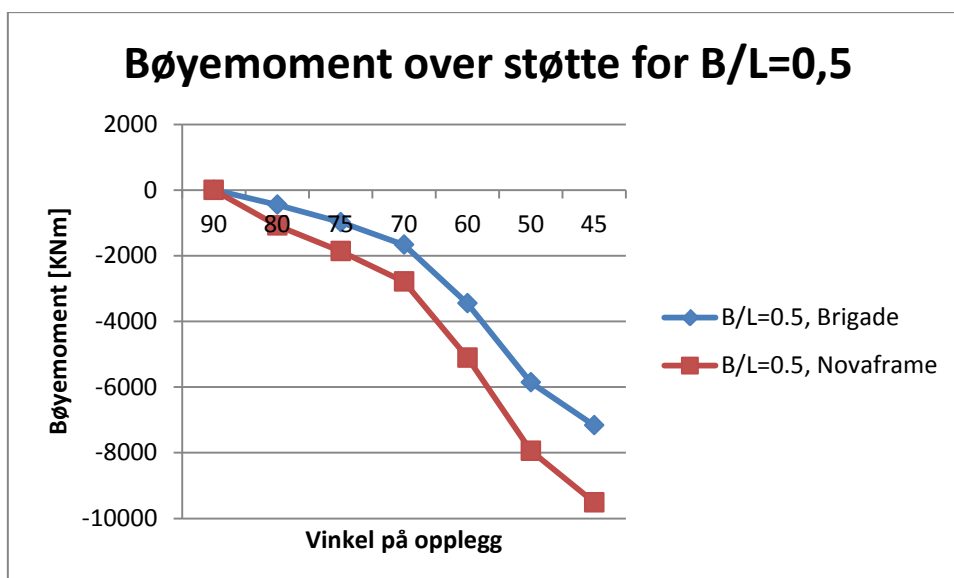
Bøyemomentet er ganske mye mindre i Novaframe enn det er i Brigade, men det blir mer likt ettersom oppleggsvinkelen reduseres. Grunnen til at bøyemomentet over støttene er mindre i Brigade er fordi når oppleggsvinkelen $\neq 90^0$ vil det kun være torsjonen M_{Tb} som gir bidrag til det sammenlignbare bøyemomentet M_s . Det ville vært mindre avvik i resultatene hvis opplagrene hadde blitt satt helt ute i endene av tverrsnittet, fordi det fører til et mye høyere torsjonsmoment, og dermed et høyere støttemoment. På grafene under kan man se hvor stor forskjell det er når oppleggene roteres.



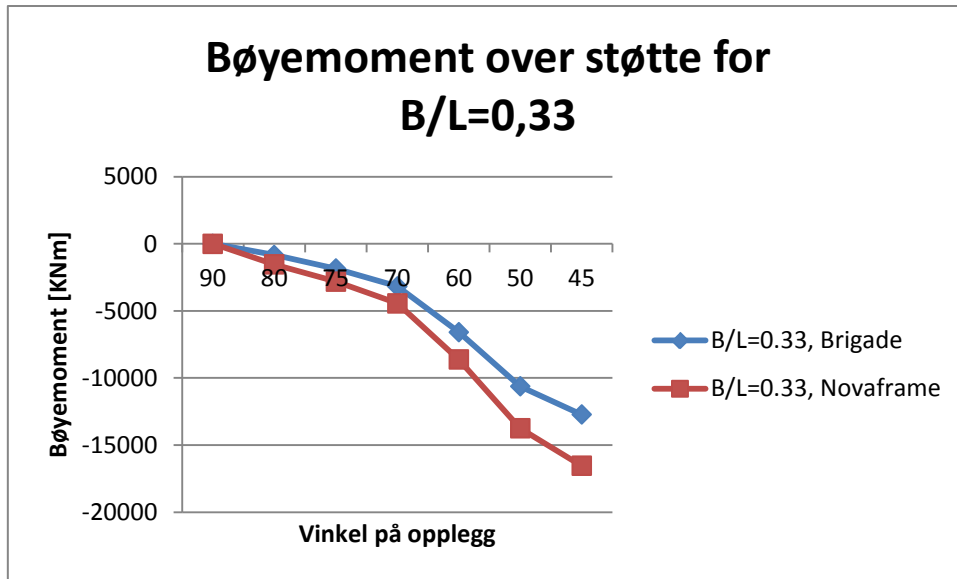
Figur 8-9 Bøyemoment over støtte for spennlengde L=B over forskjellige oppleggs vinkler



Figur 8-10 Bøyemoment over støtte for spennlengde $L=1.5B$ over forskjellige oppleggs vinkler



Figur 8-11 Bøyemoment over støtte for spennlengde $L=2B$ over forskjellige oppleggs vinkler



Figur 8-12 Bøyemoment over støtte for spennlengde $L=3B$ over forskjellige oppleggs vinkler

8.2.2.3 Torsjonsmoment

Maksimum og minimum torsjonsmoment forekommer ved endeoppleggene ved bruk av lastkombinasjon 6.10b som består av både egenlast og trafikklast. Her er aksellastene plassert nærme opplager.

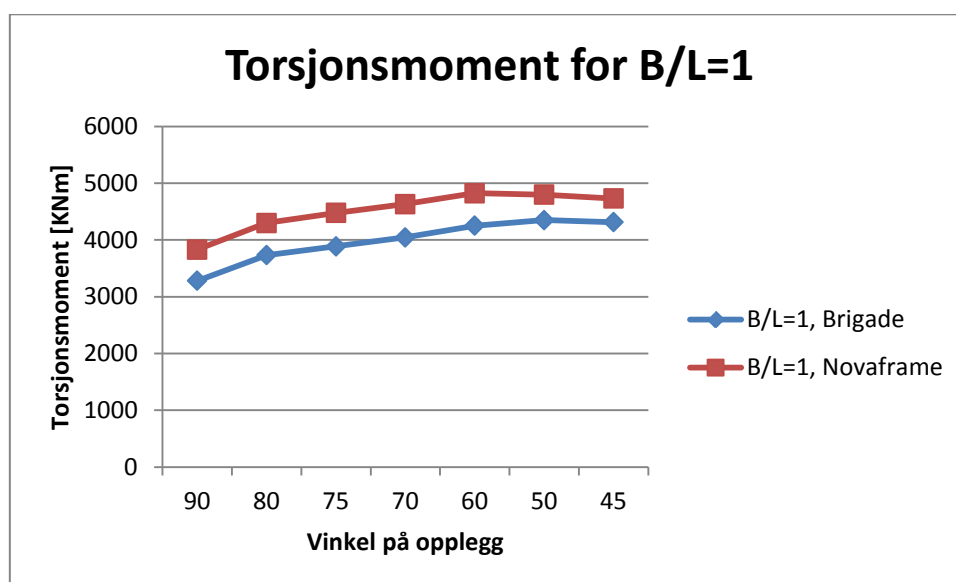
Tabell 8-3 Maks torsjonsmoment for alle spennlengder og vinkler

vinkel:	90	80	75	70	60	50	45
Max torsjons moment:							
B/L=1, Brigade	3282.3	3731	3887.6	4046	4249.9	4350.5	4314.2
B/L=1, Novaframe	3830.1	4297.7	4477	4632.5	4822.9	4799	4729.2
Avvik i %	14.30	13.19	13.17	12.66	11.88	9.35	8.78
B/L=0.67, Brigade	3710.4	4652.1	5029.5	5394.4	5894.7	6155	6147.8
B/L=0.67, Novafram	4158.2	5131	5580.72	5981.4	6553.8	6833.9	6826.2
Avvik i %	10.77	9.33	9.88	9.81	10.06	9.93	9.94
B/L=0.5, Brigade	4046.1	5661.12	6353.2	6897.6	7886.5	8350.2	8318
B/L=0.5, Novaframe	4458.4	6141.9	6947.2	7662.1	8837.8	9461.2	9507.6
Avvik i %	9.25	7.83	8.55	9.98	10.76	11.74	12.51
B/L=0.33, Brigade	4621.4	8156.8	9758.1	11189.8	13241.1	14216.5	14242.2
B/L=0.33, Novafram	5003.2	8710.6	10490.7	12187	14928.7	16384	16546.6
Avvik i %	7.63	6.36	6.98	8.18	11.30	13.23	13.93

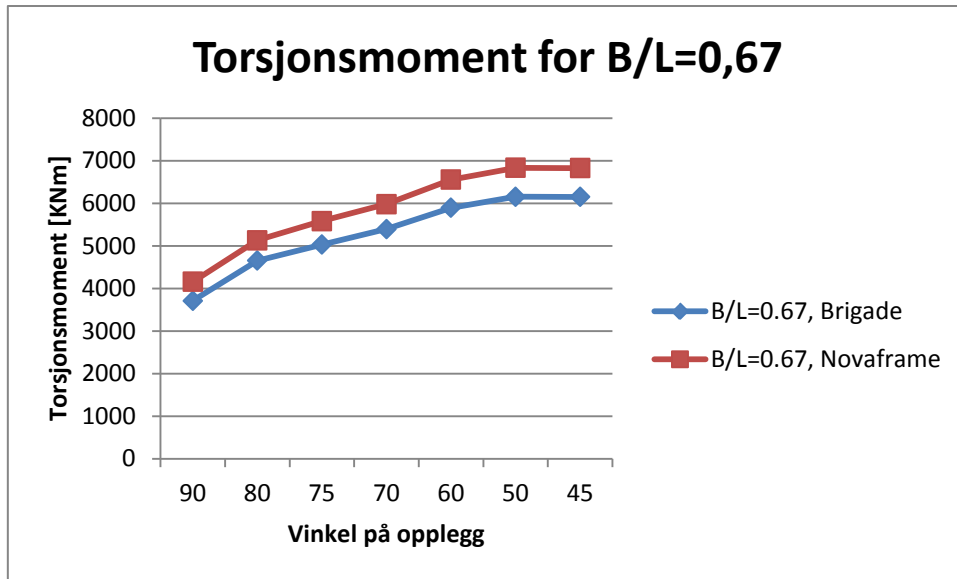
Torsjonsmomentet er generelt ca 10% større i Novaframe enn i Brigade, noe som kan virke lite da man kanskje kunne forvente at mer av kreftene gikk inn som bøyemoment og ikke torsjonsmoment.

I kapittel 7 kan man se forskjellen på torsjonsmomentet for egenlasten ved opplager plassering som er brukt i oppgaven og med opplager plassering på 2.8meter fra senter av brubanen og helt ute ved enden av brutvernsnittet for 90⁰, 70⁰ og 45⁰.

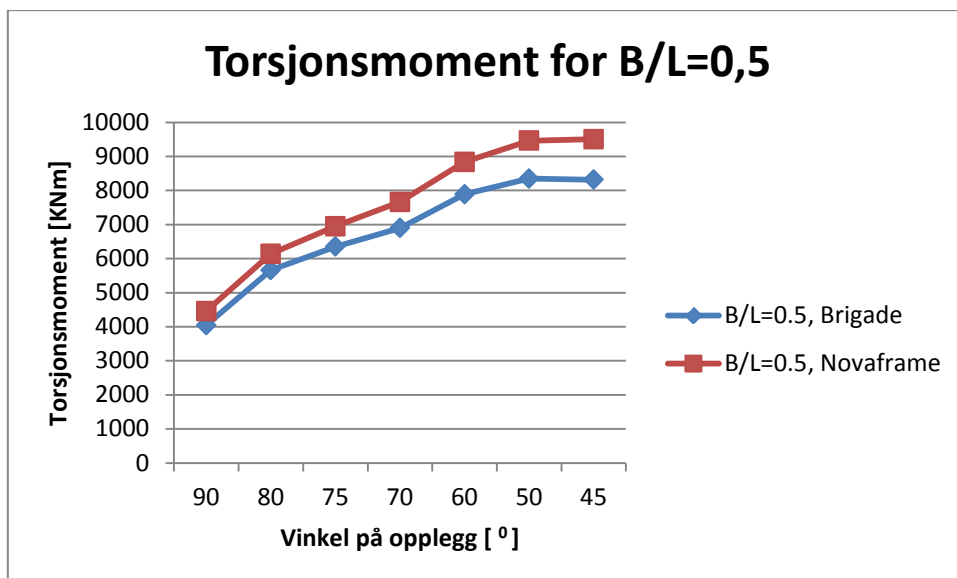
For å se den virkelige differansen her tror jeg det ville vært enklest se forskjellen på armeringen som kreves fra de forskjellige program ved opplagrene.



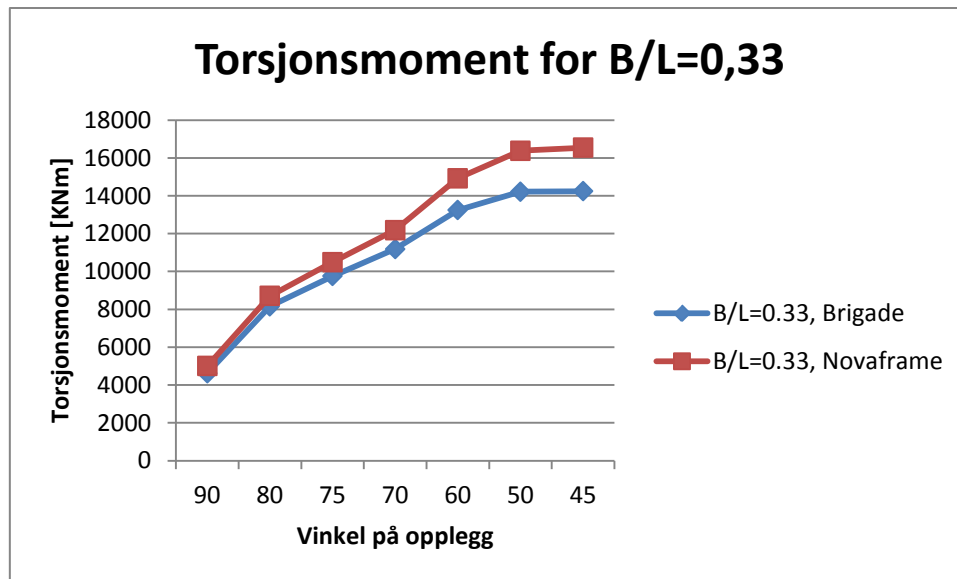
Figur 8-13 Maks torsjonsmoment for spennlengde L=B over forskjellige oppleggs vinkler



Figur 8-14 Maks torsjonsmoment for spennlengde $L=1.5B$ over forskjellige oppleggs vinkler



Figur 8-15 Maks torsjonsmoment for spennlengde $L=2B$ over forskjellige oppleggs vinkler



Figur 8-16 Maks torsjonsmoment for spennlengde $L=3B$ over forskjellige oppleggs vinkler

8.2.3 Trespenns brua

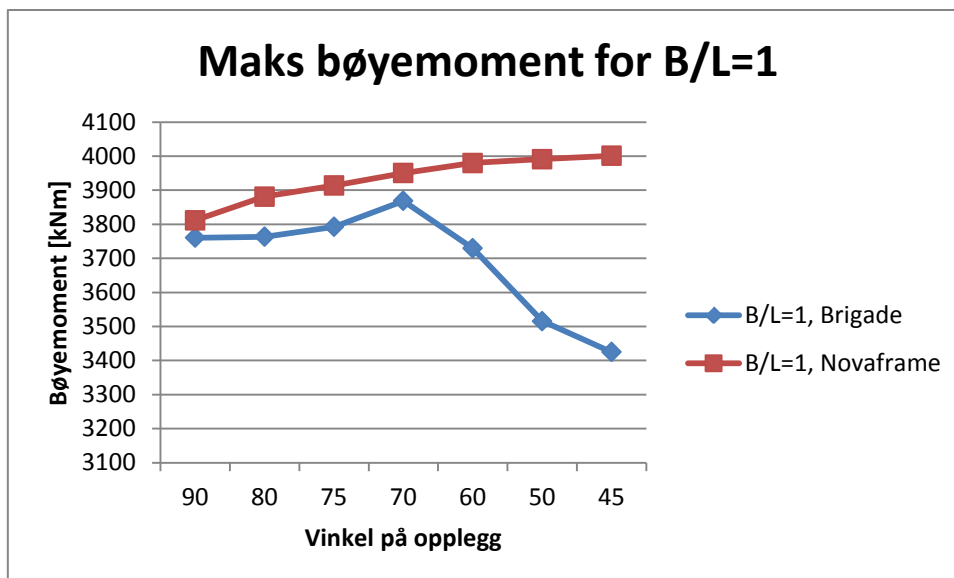
Her ses det på de forskjellige kritiske momentene for tre spenns bruene. Hvis det er et positivt avvik så betyr det at Novaframe verdien er høyere enn verdien fra Brigade. Vurdering og tolkning av resultatene er gjort i kapittel 9.2

8.2.3.1 Feltmoment

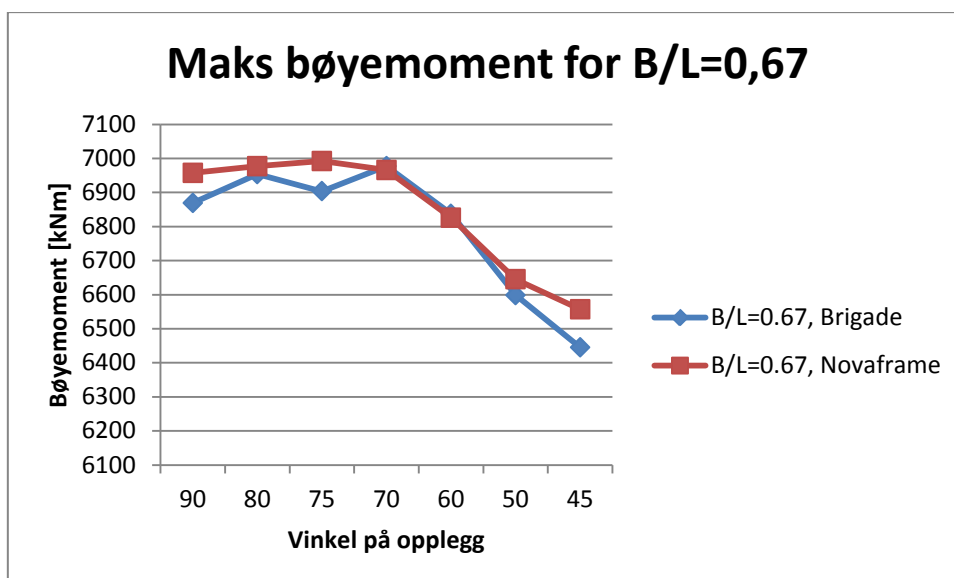
Det maksimale bøyemomentet forekommer på midten av midtspennet ved bruk av lastkombinasjon 6.10b som består av både egenlast og trafikklast. Med trafikklast kun på midtspennet. Grafene viser at bøyemomentet stiger når oppleggsvinkelen reduseres, dette er på grunn av torsjonsbidraget, og skjer helt til en oppleggsvinkel på 70° oppnås. Deretter stiger ikke bøyemomentet i Brigade lenger, men begynner å synke. Hvis man bare analyserer bøyemomentet i Brigade fra den transverselle linjen (altså det bøyemomentet som blir dekomponert, også sett tidligere som M_{sb}) viser det seg at bøyemomentet synker ettersom oppleggsvinkelen reduseres. Det vil si at uten torsjonsbidraget synker bøyemomentet ettersom oppleggsvinkelen reduseres, som er slik først antatt. Men det trenger ikke bare være torsjonsbidraget som gjør at bøyemomentet stiger, det kan også være at reduksjonen av den frie spennvidden til sidespenn har mer å si enn reduksjonen av den frie spennvidden til midtspennet. For desto mindre sidespenn fører til høyere bøyemoment i midtspennet på grunn av egenlasten.

Tabell 8-4 Maks bøyemoment i felt for alle spennvidder og oppleggsvinkler

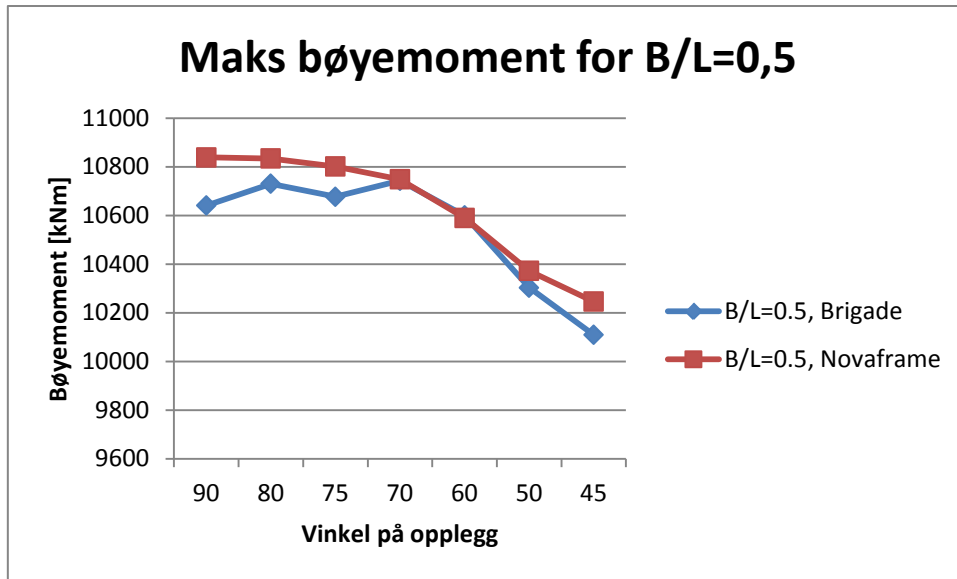
vinkel: Max felt moment:	90	80	75	70	60	50	45
B/L=1, Brigade	3760.6	3763.4	3792.7	3868.5	3729.7	3515.8	3425.2
B/L=1, Novaframe	3811.7	3881.2	3913.7	3950.4	3979.9	3991.5	4001.1
Avvik i %	1.34	3.04	3.09	2.07	6.29	11.92	14.39
B/L=0.67, Brigade	6869	6953.8	6903.3	6977.3	6837	6598.4	6445.4
B/L=0.67, Novaframe	6957.5	6977.2	6992.5	6966.1	6825.7	6644.9	6557.2
Avvik i %	1.27	0.34	1.28	-0.16	-0.17	0.70	1.70
B/L=0.5, Brigade	10640.5	10730.2	10677	10742.7	10600	10303.4	10109.1
B/L=0.5, Novaframe	10838.7	10834	10801.1	10748.6	10590.2	10372.1	10245.8
Avvik i %	1.83	0.96	1.15	0.05	-0.09	0.66	1.33
B/L=0.33, Brigade	19988	20124	20133.1	20275.3	20377.4	20309.8	20228
B/L=0.33, Novaframe	20463.1	20447.2	20390.6	20302.9	20042	19683	19472.6
Avvik i %	2.32	1.58	1.26	0.14	-1.67	-3.18	-3.88



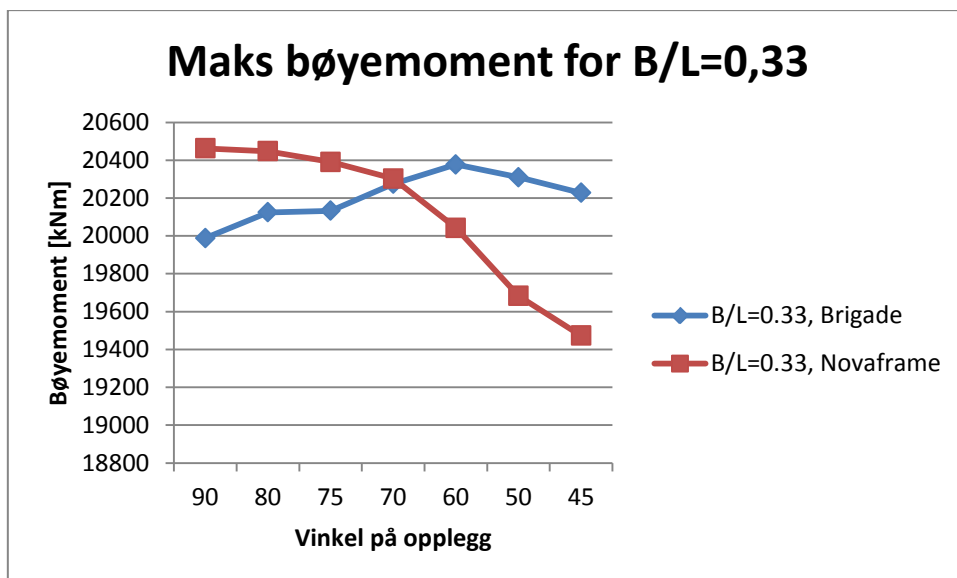
Figur 8-17 Maks bøyemoment for spennlengde L=B over forskjellige oppleggsvinkler



Figur 8-18 Maks bøyemoment for spennlengde L=1.5B over forskjellige oppleggsvinkler



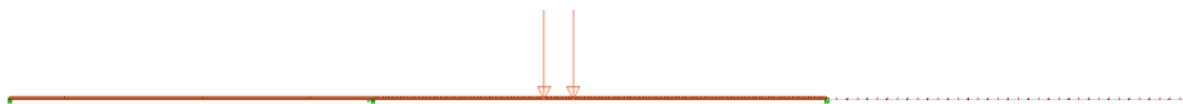
Figur 8-19 Maks bøyemoment for spennlengde $L=2B$ over forskjellige oppleggsvinkler



Figur 8-20 Maks bøyemoment for spennlengde $L=3B$ over forskjellige oppleggsvinkler

8.2.3.2 Støttemoment

Det minimale støttemomentet forekommer over støttene i akse 2 og 3 ved bruk av lastkombinasjon 6.10b som består av både egenlast og trafikklaster. For at minimums bøyemoment skal oppstå, lastes det ene sidespennet og midtspennet med trafikklaster, der aksellastene er plassert i midtspennet i nærheten av støtten. Slik som vist i Figur 8-21

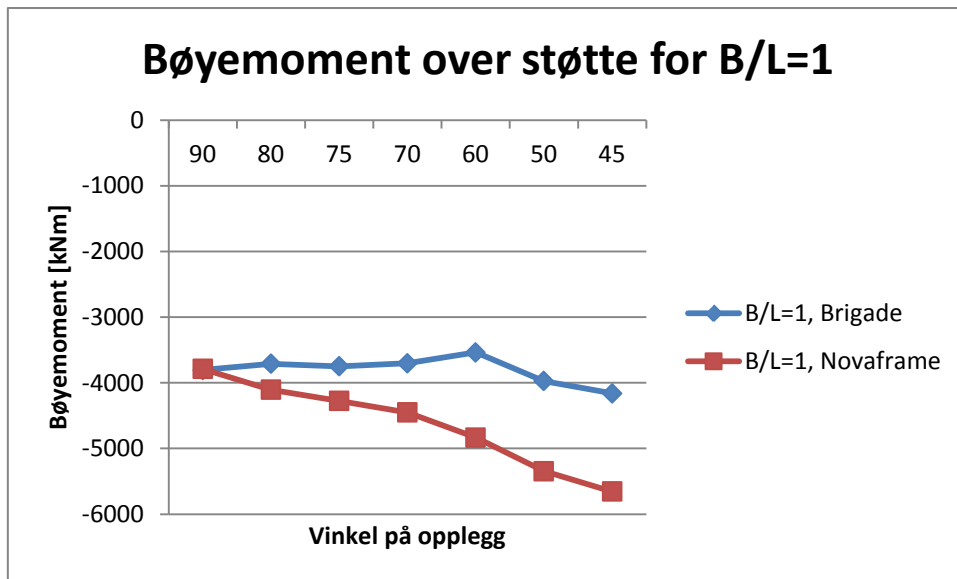


Figur 8-21 Plassering av lastmodell 1 for minimum bøyemoment i akse 2 for spennlengde L=2B

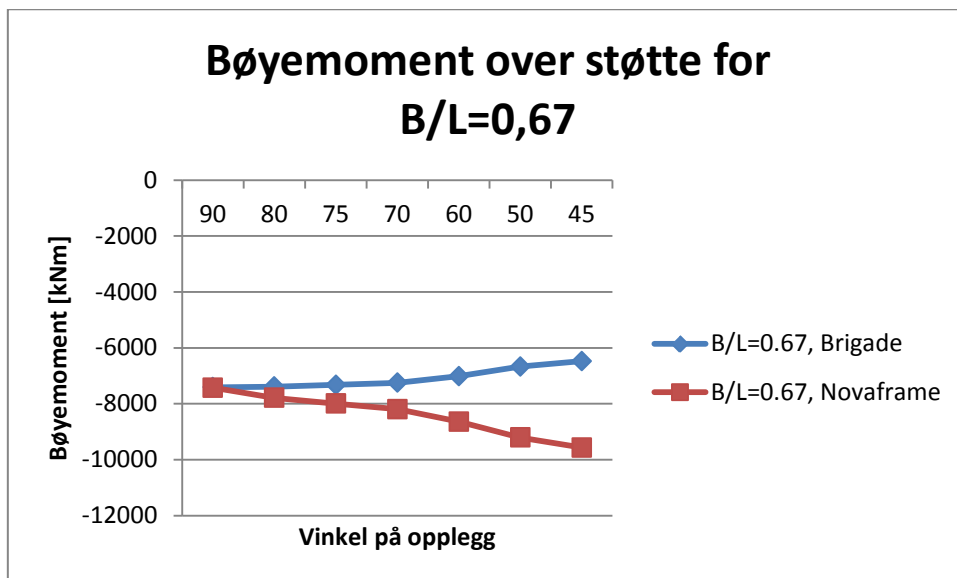
Reduksjonen av bøyemoment verdien over støtte når oppleggsvinkelen endres, er mest sannsynlig på grunn av reduksjonen i spennlengdene. Trenden resultatene fra Brigade har med at de synker i verdi når oppleggsvinkelen endres er sjekket ved bare å bruke egenlasten som lasttilfelle, det gav også en reduksjon i verdien til bøyemomentet over støtte, noe som støtter opp om teorien med at forandringen skjer i spennlengde reduksjonen.

Tabell 8-5 Minimum bøyemoment over støtte

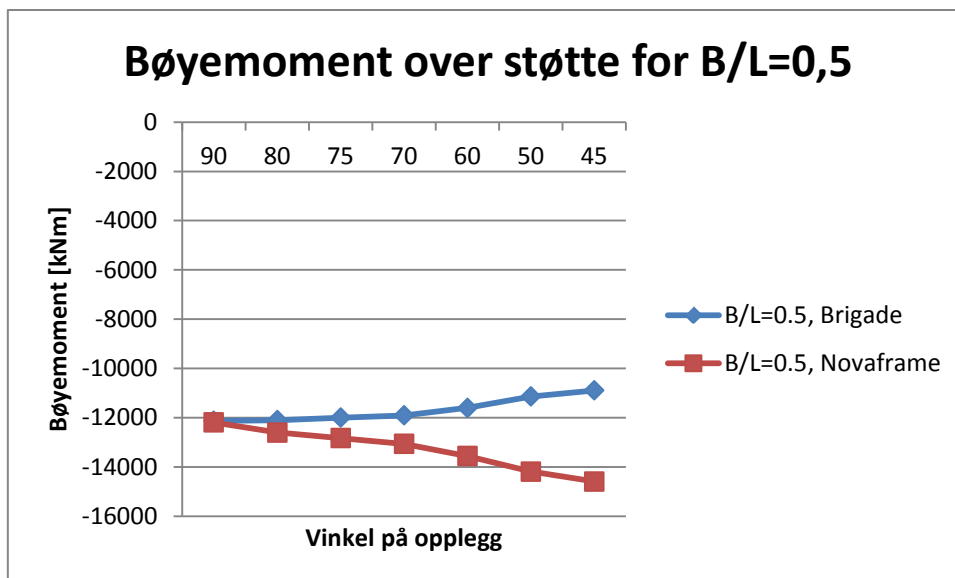
Vinkel:	90	80	75	70	60	50	45
Min støtte moment:							
B/L=1, Brigade	-3804.9	-3709.8	-3748.7	-3702.4	-3536.3	-3972.2	-4160.4
B/L=1, Novaframe	-3788	-4103.8	-4275.2	-4450.5	-4832.5	-5345.6	-5654
Avvik i %	-0.45	9.60	12.32	16.81	26.82	25.69	26.42
B/L=0.67, Brigade	-7408.2	-7386.8	-7324.3	-7251.3	-7012.8	-6670.6	-6475.6
B/L=0.67, Novaframe	-7424.7	-7789.3	-7990.5	-8195.7	-8638.4	-9205.6	-9566.6
Avvik i %	0.22	5.17	8.34	11.52	18.82	27.54	32.31
B/L=0.5, Brigade	-12127.5	-12101.4	-11997.8	-11907	-11603.2	-11140.6	-10894.6
B/L=0.5, Novaframe	-12195.9	-12605.4	-12831.1	-13063.5	-13555	-14186.8	-14590.3
Avvik i %	0.56	4.00	6.49	8.85	14.40	21.47	25.33
B/L=0.33, Brigade	-24684.9	-24684.3	-24633.9	-24566.7	-24362.8	-23818.1	-23426
B/L=0.33, Novaframe	-25149.1	-25638.3	-25900.7	-26171.5	-26739	-27533	-28009.1
Avvik i %	1.85	3.72	4.89	6.13	8.89	13.49	16.36



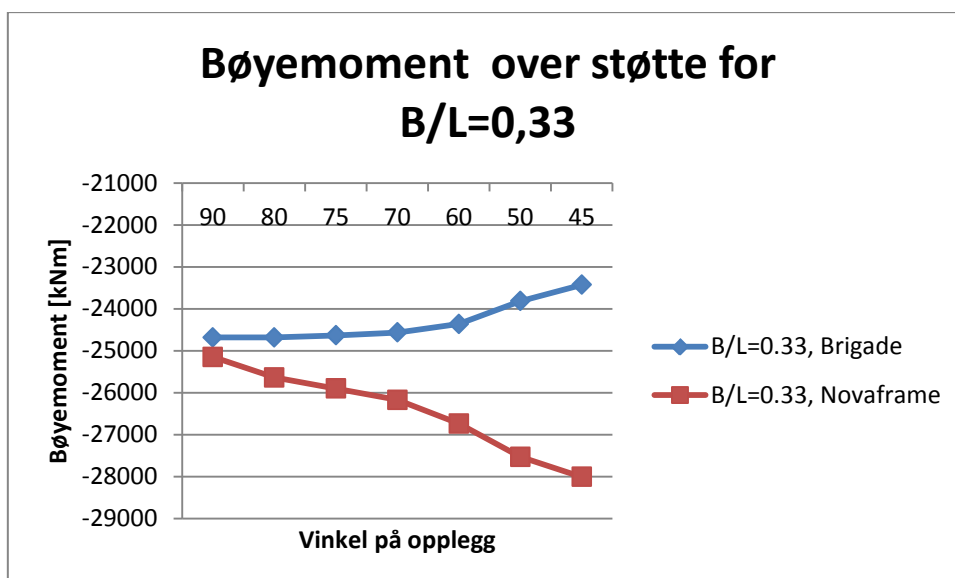
Figur 8-22 Min bøyemoment for spennlengde $L=B$ over forskjellige oppleggsvinkler



Figur 8-23 Min bøyemoment for spennlengde $L=1.5B$ over forskjellige oppleggsvinkler



Figur 8-24 Min bøyemoment for spennlengde L=2B over forskjellige oppleggsvinkler



Figur 8-25 Min bøyemoment for spennlengde L=3B over forskjellige oppleggsvinkler

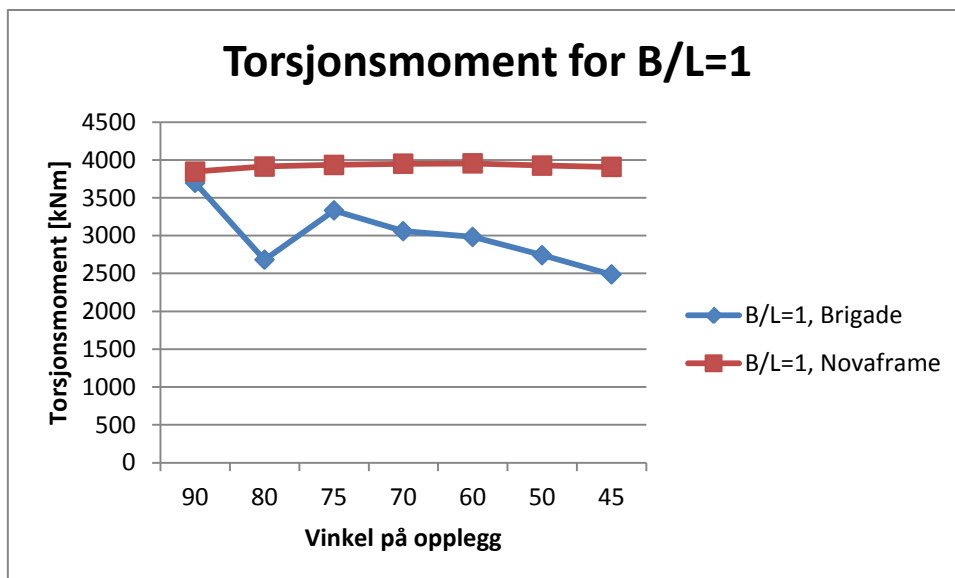
8.2.4 Torsjonsmoment

Maksimum og minimum torsjonsmoment forekommer over støttene i akse 2 og 3 ved bruk av lastkombinasjon 6.10b som består av både egenlast og trafikklast. Her er aksellastene plassert i nærheten av støtten i akse 2 eller 3 med resten av trafikklasten kun virkende i midtfeltet.

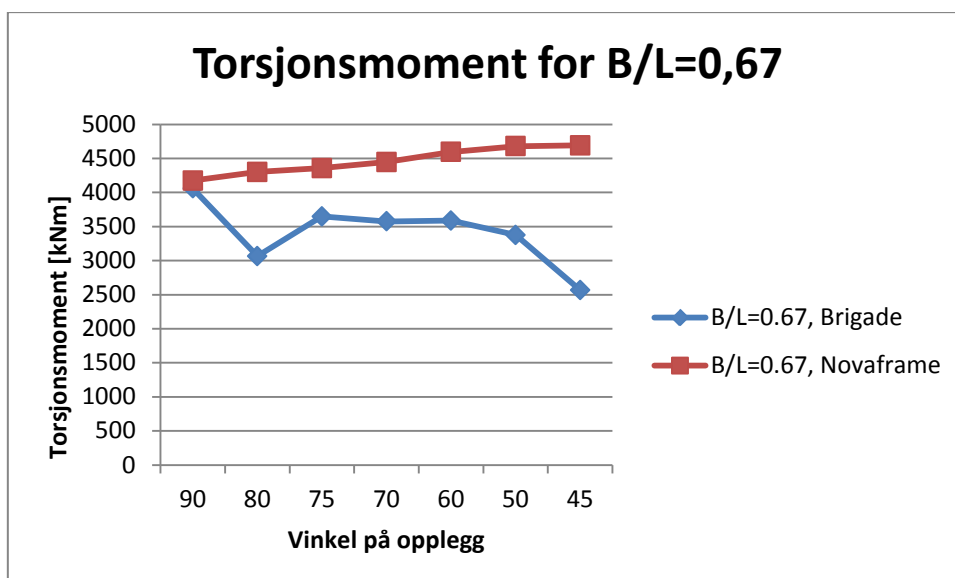
Torsjonsmomentet er ganske likt mellom programmene for en bru med en oppleggsvinkel på 90° , men har en tydelig reduksjon ettersom oppleggsvinkelen reduseres. Når oppleggsvinkelen er 80° ser det ut som det er noe feil med torsjonsmomentet i Brigade. Her ser man at det er et gap mellom programmene som virker unaturlig, og dette gjelder for alle bredde/lengde forhold. Det har blitt testet med punktlaster og egenlast for å finne hva som skjer når oppleggsvinkelen er 80 grader. For både punktlaster og egenlast stiger torsjonsmomentet når oppleggsvinkelen endres. Det er også sjekket med kjørelaster og egenvekt i kombinasjon, her viste det seg at torsjonsmomentet steg helt til det traff 82.5° . Der raste det ned ca 1300kNm, noe som det gjør for alle bredde/lengde forhold. Årsaken til dette er antagelig det negative bidraget fra bøyemomentet over støtten (M_{SB}) og de reduserte spennlengdene.

Tabell 8-6 Maks torsjonsmoment for alle spennvidder og oppleggsvinkler for en tre spenns bru

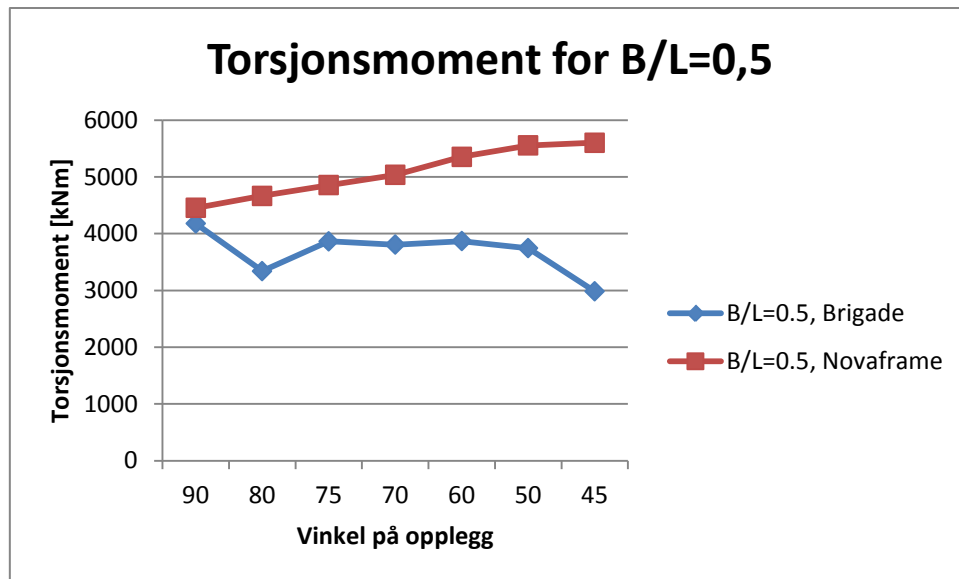
Vinkel:	90	80	75	70	60	50	45
Max torsjons moment:							
B/L=1, Brigade	3696.3	2680.3	3331.4	3059.4	2982.2	2742.8	2485.4
B/L=1, Novaframe	3846.2	3914	3935.5	3949.1	3953.1	3927.4	3907.4
Avvik i %	3.90	31.52	15.35	22.53	24.56	30.16	36.39
B/L=0.67, Brigade	4060.5	3066.1	3649.2	3574.6	3587.8	3375.7	2567.4
B/L=0.67, Novaframe	4175.8	4300.7	4358.2	4446.5	4595.3	4679	4690.9
Avvik i %	2.76	28.71	16.27	19.61	21.92	27.85	45.27
B/L=0.5, Brigade	4177.9	3339.7	3865.9	3805	3866.7	3742.6	2981.9
B/L=0.5, Novaframe	4453.6	4665.4	4853.4	5035.1	5354.3	5554.5	5602.8
Avvik i %	6.19	28.42	20.35	24.43	27.78	32.62	46.78
B/L=0.33, Brigade	4875.5	4313.6	5143.5	5251.6	5707.7	5805.2	5152.9
B/L=0.33, Novaframe	5007.9	5593.4	6038.1	6466.6	7202.1	7770.6	7984.1
Avvik i %	2.64	22.88	14.82	18.79	20.75	25.29	35.46



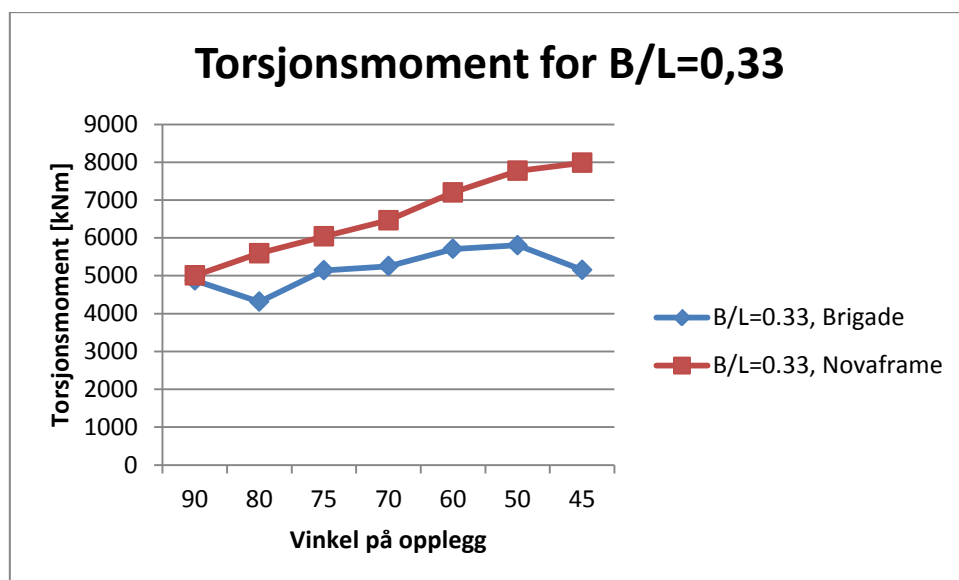
Figur 8-26 Maks torsjonsmoment for spennlengde L=B over forskjellige oppleggsvinkler



Figur 8-27 Maks torsjonsmoment for spennlengde L=1.5B over forskjellige oppleggsvinkler



Figur 8-28 Maks torsjonsmoment for spennlengde $L=2B$ over forskjellige oppleggsvinkler



Figur 8-29 Maks torsjonsmoment for spennlengde $L=3B$ over forskjellige oppleggsvinkler

9. Konklusjon

9.1 Ettspenns brua

For maks bøyemomentet er formen på momentutviklingen veldig lik for begge programmene, den største forskjellen skjer etter at en oppleggsvinkel på 70 grader er passert. Den eneste av de fire bredde/lengde forholdene som har litt forskjellig resultater mellom programmene er $L=B$, her er den største forskjellen på 10.9%. For de andre bredde/lengde forholdene er den største forskjellen på 5.6%. Grunnen til den store forskjellen for $L=B$ er på grunn av plateeffekter. Resultatene er som forventet.

Bøyemomentet over støtte er mye større i Novaframe, dette har sin grunn i at det eneste som gir et bidrag til det negative bøyemoment over støtte (M_s) i Brigade er torsjonsmomentet (M_{TB} , se ligning for M_s i kapittel Sammenligninger av resultater 8.2). Men fra 80° og ned mot 45° minsker forskjellen, og resultatene blir mer og mer like. Dette er grunnet at bidraget fra torsjonsmomentet (M_{TB}) til bøyemomentet over støtte øker nedover mot 45° . Resultatene er altså styrt av torsjonsmomentet (M_{TB}), det gjør at bøyemomentet over støtten lett kan reguleres dersom opplagrene plasseres i andre posisjoner, det er derfor litt vanskelig å si at dette er resultatet er det som kommer til å forekomme på alle bruer med bredde/lengde forhold og vinkel innenfor det som er beregnet.

Torsjonsmomentet (M_T) er noe større i Novaframe for 90° oppleggsvinkel, noe som er forventet etter modell forskjellene i de to programmene. Forskjellen mellom programmene minker ettersom B/L forholdet minker for en oppleggsvinkel på 90 grader. Dette er på grunn av at når lengden er en del større enn bredden vil brubanen oppføre seg mer som en bjelke istedenfor som en plate. Når oppleggsvinkelen blir mindre enn 90 grader varierer forskjellen mellom programmene fra 8% til 15%. Formen på avviket på torsjonsmomentets i de forskjellige programmene ettersom oppleggsvinkelen endres er som forventet, det eneste som er litt underlig er at forskjellen ikke er større mellom programmene.

Beregning av platebruer av betong: effekt av skjeve opplegg og usymmetrisk trafikklast

Her er en tabell med faktorer for å kompensere forskjellene i Novaframe, det vil si at disse faktorene kan brukes til å kompensere for plateeffektene som ikke tas med i Novaframe. Maksimum og minimums resultatene for støtte og felt fra Novaframe multipliseres med den faktoren som stemmer overens med oppleggsvinkelen og bredde/lengde forholdet som er gitt i tabell 9.1.

Tabell 9-1 Faktorer fra sammenligninger av Novaframe og Brigade resultater for ettspenns bruer

	Faktorer for bøyemoment ved midt spenn, ett spenn						
	90	80	75	70	60	50	45
B/L=1	1.01	1.01	0.99	1.00	0.96	0.91	0.89
B/L=0.67	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	0.99	0.97
B/L=0.5	1.01	1.01	1.01	1.01	1.02	1.02	1.02
B/L=0.33	1.01	1.01	1.01	1.01	1.03	1.04	1.06

	Faktorer for bøyemoment over støtte, ett spenn						
	90	80	75	70	60	50	45
B/L=1	1.00	0.26	0.35	0.45	0.62	0.73	0.76
B/L=0.67	1.00	0.34	0.44	0.51	0.65	0.74	0.76
B/L=0.5	1.00	0.41	0.53	0.60	0.68	0.74	0.75
B/L=0.33	1.00	0.54	0.66	0.71	0.76	0.77	0.77

	Faktorer for torsjonsmoment, ett spenn						
	90	80	75	70	60	50	45
B/L=1	0.86	0.87	0.87	0.87	0.88	0.91	0.91
B/L=0.67	0.89	0.91	0.90	0.90	0.90	0.90	0.90
B/L=0.5	0.91	0.92	0.91	0.90	0.89	0.88	0.87
B/L=0.33	0.92	0.94	0.93	0.92	0.89	0.87	0.86

Det er også laget en formel som skal kunne brukes for å kompensere for forskjellene i Novaframe. Formelen er laget av et tredjegrads polynom, og baserer seg på bredde/lengde forhold og oppleggsvinkelen.

Maksimum bøyemoment:

$$M_{maks} = -0.0234 * \left(\varphi * \frac{\pi}{180}\right)^3 + 0.0663 * \left(\varphi * \frac{\pi}{180}\right)^2 * \frac{B}{L} + 0.0143 * \left(\varphi * \frac{\pi}{180}\right) * \left(\frac{B}{L}\right)^2 - 0.1246 * \left(\frac{B}{L}\right)^3 + 1.0536$$

Minimum Bøyemoment:

$$M_{min} = -0.1352 * \left(\varphi * \frac{\pi}{180}\right)^3 - 0.299 * \left(\varphi * \frac{\pi}{180}\right)^2 * \frac{B}{L} + 0.3963 * \left(\varphi * \frac{\pi}{180}\right) * \left(\frac{B}{L}\right)^2 - 0.2449 * \left(\frac{B}{L}\right)^3 + 1.0807$$

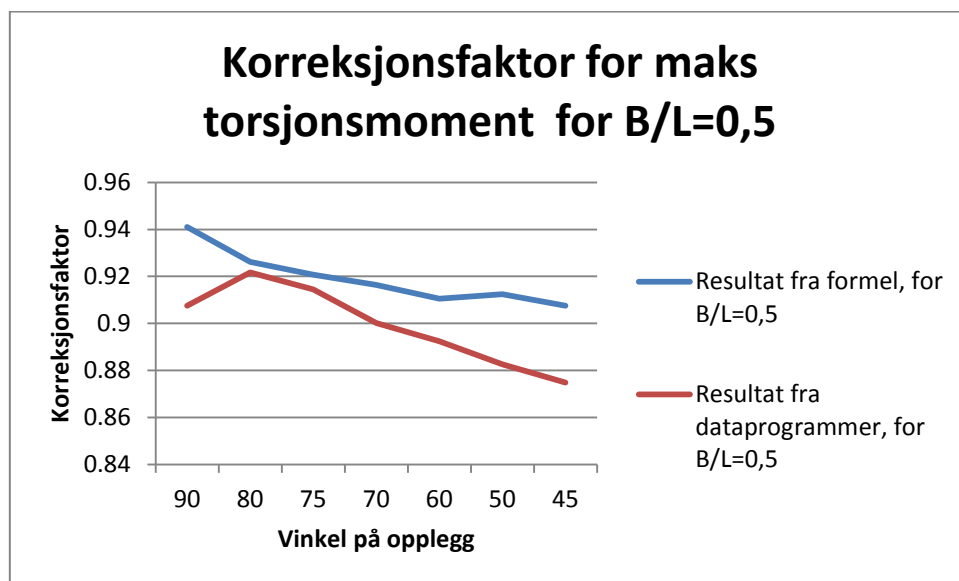
Maksimums torsjonsmoment:

$$T_{maks} = 0.0272 * \left(\varphi * \frac{\pi}{180}\right)^3 - 0.0665 * \left(\varphi * \frac{\pi}{180}\right)^2 * \frac{B}{L} + 0.0132 * \left(\varphi * \frac{\pi}{180}\right) * \left(\frac{B}{L}\right)^2 + 0.0208 * \left(\frac{B}{L}\right)^3 + 0.9097$$

Der

- φ er oppleggsvinkelen i grader.

- $\frac{B}{L} = \frac{\text{Bredde av tverrsnitt}}{\text{Lengde på spenn}}$



Figur 9-1 Korreksjons graf for maksimum torsjonsmoment for ett spenns bruer med maksimum spennlengde på L=2B med forskjellige oppleggsvinkler.

9.2 Trespenns Brua

Det maksimale bøyemomentet befinner seg i midtspennet og er i grunnen ganske likt både i Novaframe og Brigade. Novaframe har på det meste 15% høyere bøyemoment enn Brigade, og Brigade har på det meste 4% høyere bøyemoment enn Novaframe. Resultatene fra de forskjellige programmene for maks bøyemoment som vises i grafene har ganske forskjellig form for $L=B$ og $L=3B$, men den eneste av de fire bredde/lengde forholdene som har litt betydelig forskjell på resultatene mellom Novaframe og Brigade er $L=B$. Dette skyldes plateeffekter som ikke kommer med i resultatene fra Novaframe.

Bøyemomentet over støtten er relativt likt når oppleggsvinkelen er 90^0 , men når oppleggsvinkelen reduseres vokser forskjellen mellom Novaframe og Brigade. Brigade resultatene reduseres mens Novaframe resultatene øker. Dette er mest sannsynligvis på grunn av at den frie spennlengden reduseres når oppleggsvinkelen endres i Brigade. For å være sikker ble det testet grundig med kun egenlasten, og det viste seg også her at bøyemomentet over støtten minsket når oppleggsvinkelen endres. Her er det nok en av de plateeffektene rammeprogrammet ikke klarer å ta opp med den enkle bjelkemodellen. For når oppleggsvinkelen i Novaframe endres forandrer aldri den frie spennlengden seg, og det er mest sannsynlig dette som gjør at bøyemomentet over støtte i Novaframe stiger når oppleggsvinkelen reduseres. I figuren under kan man se hvordan de frie spennlengdene blir redusert når oppleggsvinkelen blir redusert i Brigade.



Figur 9-2 Spennlengder ved forskjellige opplagingsvinkler, screenshot fra Autocad

Torsjonsmomentet ved oppleggsvinkel på 90^0 for en tre spenns bru er ikke så forskjellig mellom de to programmene som først antatt. Men med en gang oppleggsvinkelen er $<90^0$ øker forskjellen mellom programmene drastisk, dette kan være to ting. Den ene er spennvidden som teoretisk reduseres med $L = L_{total} - \frac{B}{2} * \tan(90 - \alpha)$. Den andre er at det negative bøyemomentet over støtte (M_{sb}) drar ned torsjonsmomentet (M_T) siden dette er med å bidrar til det sammenlignbare torsjonsmomentet (M_T). Formlene for de sammenlignbare kreftene finnes i kapittel 8.2.

Formen på grafene som viser hvordan torsjonsmomentet forandrer seg ved vinkelendring i Brigade og Novaframe er ikke så veldig forskjellige, men ved 80° er det noe rart som skjer med torsjonsmomentet i Brigade. Det får et dropp i størrelse ved som virker veldig unaturlig og som stiger opp igjen i verdi når oppleggsvinkelen reduseres til 75° . Verdien på torsjonsmomentet synker ca 1300kNm for alle bredde/lengde forhold når oppleggsvinkelen reduseres fra 90° til 80° . Hvorfor dette skjer er mest sannsynlig på grunn av det høye negative bøyemomentet (M_{sb} se kapittel 8.2) sitt bidrag til det sammenlignbare torsjonsmomentet M_T og det at torsjonsmomentet (M_{Tb} fra kapittel 8.2) ved 80° fortsatt er ganske lite. Forskjellen på torsjonsmomentet mellom Novaframe og Brigade forblir relativ stor etter at oppleggsvinkelen er blitt $< 90^\circ$.

De store forskjellene er mest sannsynlig en kombinasjon mellom bidraget fra det negative bøyemomentet (M_{Tb}) og reduksjonen av de frie spennlengdene som årsaken til at torsjonsmomentet synker i Brigade og ikke stiger som i Novaframe når oppleggsvinkelen.

Her er en tabell med faktorer for å kompensere forskjellene i Novaframe, det vil si at disse faktorene kan brukes til å kompensere for plateeffektene som ikke tas med i Novaframe. Maksimum og minimums resultatene for støtte og felt fra Novaframe multipliseres med den faktoren som stemmer overens med oppleggsvinkelen og bredde/lengde forholdet som er gitt i tabell 9.1.

Tabell 9-2 Faktorer fra sammenligninger av Novaframe og Brigade for trespenns bruer

	Faktorer for bøyemoment ved midt spenn, tre spenn						
	90	80	75	70	60	50	45
B/L=1	0.99	0.97	0.97	0.98	0.94	0.88	0.86
B/L=0.67	0.99	1.00	0.99	1.01	1.01	0.99	0.98
B/L=0.5	0.98	0.99	0.99	1.00	1.01	0.99	0.99
B/L=0.33	0.98	0.98	0.99	1.00	1.02	1.03	1.04

	Faktorer for bøyemoment over støtte, tre spenn						
	90	80	75	70	60	50	45
B/L=1	1.01	0.90	0.88	0.83	0.73	0.74	0.74
B/L=0.67	1.00	0.95	0.92	0.88	0.81	0.72	0.68
B/L=0.5	0.99	0.96	0.94	0.91	0.86	0.79	0.75
B/L=0.33	0.98	0.96	0.95	0.94	0.91	0.87	0.84

	Faktorer for torsjonsmoment, tre spenn						
	90	80	75	70	60	50	45
B/L=1	0.96	0.68	0.85	0.77	0.75	0.70	0.64
B/L=0.67	0.97	0.71	0.84	0.80	0.78	0.72	0.55
B/L=0.5	0.94	0.72	0.80	0.76	0.72	0.67	0.53
B/L=0.33	0.97	0.77	0.85	0.81	0.79	0.75	0.65

Det er også laget en formel som skal kunne brukes for å kompensere for forskjellene i Novaframe. Formelen er laget av et tredjegrads polynom, og baserer seg på bredde/lengde forhold og oppleggsvinkelen.

Maksimum bøyemoment:

$$M_{maks} = -0.0343 * \left(\varphi * \frac{\pi}{180}\right)^3 + 0.1037 * \left(\varphi * \frac{\pi}{180}\right)^2 * \frac{B}{L} - 0.0142 * \left(\varphi * \frac{\pi}{180}\right) * \left(\frac{B}{L}\right)^2 - 0.1390 * \left(\frac{B}{L}\right)^3 + 1.0434$$

Minimum Bøyemoment:

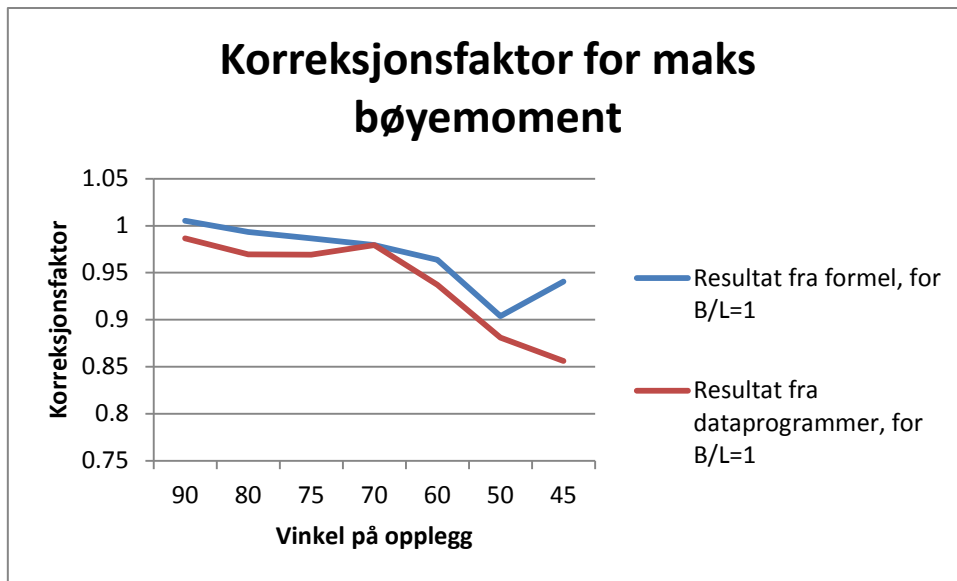
$$M_{min} = 0.0323 * \left(\varphi * \frac{\pi}{180}\right)^3 + 0.1586 * \left(\varphi * \frac{\pi}{180}\right)^2 * \frac{B}{L} - 0.1839 * \left(\varphi * \frac{\pi}{180}\right) * \left(\frac{B}{L}\right)^2 - 0.0347 * \left(\frac{B}{L}\right)^3 + 0.8677$$

Maksimums torsjonsmoment:

$$T_{maks} = 0.0739 * \left(\varphi * \frac{\pi}{180}\right)^3 + 0.0932 * \left(\varphi * \frac{\pi}{180}\right)^2 * \frac{B}{L} - 0.1769 * \left(\varphi * \frac{\pi}{180}\right) * \left(\frac{B}{L}\right)^2 + 0.0933 * \left(\frac{B}{L}\right)^3 + 0.7450$$

Der

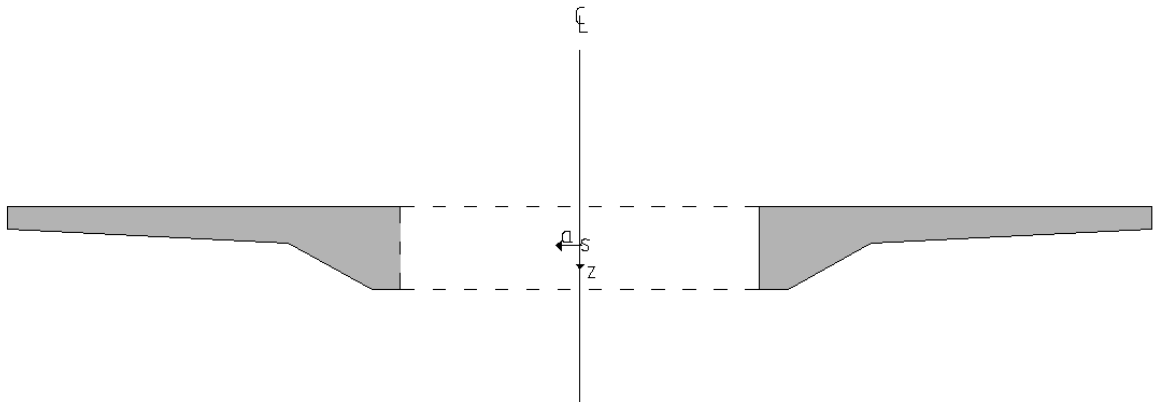
- φ er oppleggsvinkelen i grader.
- $\frac{B}{L} = \frac{\text{Bredde av tverrsnitt}}{\text{Lengde på spenn}}$



Figur 9-3 Korreksjons graf for maksimum bøyemoment for tre spenns bruer med maksimum spennlengde på $L=B$ med forskjellige oppleggsvinkler.

10. Videre arbeid

- For videreutviklingen av denne oppgaven tror jeg det ville vært interessant å bruke Brigade Plus. Med dette programmet har man mulighet til å bestemme elementtype samt bruke 3D elementer som integrerer opp momenter som virker over hele tverrsnittet, noe som gjør at du er sikker på at resultatene som kommer ut er helt korrekte. Det ville vært veldig interessant med tanke på torsjonsmomentet som virker over tverrsnittet. Her ville jeg ha forventet et enda mindre torsjonsmoment enn det som man får i et bjelkeprogram og det som er funnet i denne oppgaven, det hadde ikke overrasket meg om nesten alle kreftene innenfor steget hadde gått inn som bøyemoment. Noe torsjonsmoment ville det jo være på grunn av opplager plasseringene og lignende.
- En annen ting som kunne vært interessant å se på er hvor stor forskjell det er på armerings mengde for dimensjonering av bruer med skjeve opplegg etter plateprogram og rammeprogram. Her vil du se forskjell på armerings mengder som trengs, men mest interessant hadde vært å sett forskjell på armerings mengde over støtter der torsjonsmoment, skjærkrefter og bøyemoment om lengde aksen skal tas opp av transvers armering. Her vil jeg tro vi vil få en redusert tverrarmerings mengde ut fra Brigade i forhold til Novaframe. Metoden for å regne hvor mye armering som skal brukes her ved hjelp av et rammeprogram, krever at man må bruke konservative håndberegninger og selvfølgelig Torsjons og skjær resultatene fra Novaframe. Det gjør at du får skikkelig tettpakking av armering nær støtter/opplager.
- Å ta med spennarmering i beregningene hadde også vært interessant for å se om det hadde hatt stor påvirkning på hvordan momentfordelingen i platen ble. Dette ville nok ha vært mest interessant for bruer med tre spenn.
- Et annet godt utgangspunkt ut fra denne oppgaven ville vært å kun fokusert på tre spenns bruer, siden det er mindre dokumentasjon på tre spenns bruer og siden det er mest normalt å bygge tre spenns bruer nå til dags.
- Å lage modellene i Novaframe annerledes slik at torsjonsmomentet og bøyemomentet over støtte ikke blir så stort. Dette kan gjøres ved å dele tverrsnittet opp i 2 deler som vist på figuren under.



Figur 10-1 Alternativ tverrsnitts oppbygging i Novaframe, screenshot fra Autocad

Altså ved å dele tverrsnittet opp i to deler som vist i Figur 10-1 vil man unngå å få de store torsjonsmomentene og bøyemomentene over oppleggene. Dette tverrsnittet er bedre fordi armen til de eksentriske lastene blir redusert. Å lage et slikt system i Novaframe hadde vært en effektiv måte for å få mer korrekte verdier ut av Novaframe. Det vil være komplisert og tidkrevende å lage et slikt oppsett i Novaframe, det er derfor ikke gjort tidligere.

En annen måte dette kan gjøres på er ved å gå fra en enkel bjelke over til en bjelkerist i nærheten av oppleggene, men denne metoden krever nok en del forskning for å finne ut hvor bjelkeristen skal begynne og så videre.

Det er enklere å dele tverrsnittet i to som vist i Figur 10-1 og si at alle krefter som forekommer i steget går inn som bøyemoment og har ingen påvirkning på torsjonsmomentet. Så et prosjekt der det lages en bra måte å få inn et slikt tverrsnitt på ville vært nyttig.

11. Referanser

Aven, S. Byggtabeller

Boresi, A. P. and R. J. Schmidt (2003). Advanced mechanics of materials. New York, Wiley.

Børde, Ø. (2011). Beregning av platebruer av betong: effekt av skjeve opplegg og usymmetrisk trafikklast, NTNU.

Mondorf, P. E. (1981). Betonbroer. [København], Polyteknisk Forlag.

Nilsen, T. (2008). Beregning av platebruer av betong: Effekt av skeive opplegg og usymmetrisk last, NTNU.

NS-EN (1990:2002/NA:2008). Eurokode: Grunnlag for prosjektering av konstruksjoner. Lysaker, Standard Norge.

NS-EN (1991-2:2003+NA:2010). Eurokode 1: laster på konstruksjoner, Del 2, trafikklast på bruer. Oslo, Standard Norge: 164 s., flere pag.

Reddy, J. N. (2006). An introduction to the finite element method. Boston, McGraw-Hill Higher Education.

Scanscot (2010). Brigade Standard Theory manual.

Scanscot (2010). Brigade Standard User's manual.

Statens vegvesen, N. (2011). Bruprosjektering Håndbok 185.

T.Bjørvik og T.Kirkevold (2010). Beregning av plate- og bjelkebruer av betong: effekt av skeive opplegg og usymmetrisk trafikklast, NTNU.

Tage Petersson, H. S. (2001). Vridning och Lastfördelning.

I. Vedlegg A - Mathcad kalkulasjoner for beregning av skjeve plater

Material

Elastitets modul $E := 1 \text{ Pa}$

Skjærelastitets modul $G := 0.30 \cdot E = 0.3 \text{ Pa}$

Tverrsnitts data:

Areal $A := 5.659 \text{ m}^2$

Tregghets moment $I := 2.828 \cdot 10^{11} \text{ mm}^4$

Torsjons tregghets moment $I_t := 6.803 \cdot 10^{11} \text{ mm}^4$

Vekt $q := 25$

Data

Skjevhet $\beta := 45 \text{ grader}$

Skevhet i radianer $\text{rad} := \beta \cdot \frac{\pi}{180} = 0.785$

Bredde $b := 11 \text{ m}$

Spennlengde $L := \sin(\text{rad}) \cdot 33 \text{ m}$

Lengde i bru retning $L_{\text{spenn}} := \frac{L}{\sin(\text{rad})} = 33 \text{ m}$

Bredde langs rand $B := \frac{b}{\sin(\text{rad})} = 15.556 \text{ m}$

LAST

Linje last $Q_e := q \cdot A = 141.475 \frac{\text{KN}}{\text{m}}$

Areal last $q_a := 2.5 \frac{\text{KN}}{\text{m}^2}$

Beregning av platebruer av betong: effekt av skjeve opplegg og usymmetrisk trafikklast

Samlet lastareal $A_q := L_{\text{spenn}} \cdot b = 363 \text{ m}^2$

Egenlast

Endemoment $T_q := Q_e \cdot \frac{L_{\text{spenn}}^2}{8} \cdot \frac{1}{\cos(\text{rad}) \cdot \left[1 + (\tan(\text{rad}))^2 \cdot E \cdot \frac{I}{G \cdot I_t} \right]} = 1.142 \times 10^4 \text{ KNm}$

Støtte moment $M_{qs} := T_q \cdot \cos(\text{rad}) = 8.073 \times 10^3 \text{ KNm}$

Torsjonsmoment $M_{qt} := T_q \cdot \sin(\text{rad}) = 8.073 \times 10^3 \text{ KNm}$

Feltmoment $M_{qf} := Q_e \cdot \frac{L_{\text{spenn}}^2}{8} - M_{qs} = 1.119 \times 10^4 \text{ KNm}$

II. Vedlegg B – Håndberegninger vist i Mathcad

Bøyemoment:

Bøyemoment for egenvekt

$$\text{Egenvekt betong } \text{egenvekt} := 25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$$

$$\text{Areal av tverrsnitt } \text{Areal} := 5.659 \cdot \text{m}^2$$

$$\text{Bredde av tverrsnitt } B := 11 \cdot \text{m}$$

$$\text{Spennvidde} := \begin{pmatrix} B \\ 1.5B \\ 2B \\ 3B \end{pmatrix}$$

Maks bøyemoment på grunn av egenlast:

$$M_{\text{egenvekt}} := \text{egenvekt} \cdot \text{Areal} \cdot \frac{\text{Spennvidde}^2}{8}$$

$$M_{\text{egenvekt}} = \begin{pmatrix} 2.14 \times 10^3 \\ 4.815 \times 10^3 \\ 8.559 \times 10^3 \\ 1.926 \times 10^4 \end{pmatrix} \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Bøyemoment for trafikklast, lastmodell 1

Laster for kjørebane 1

Aksellast $A_1 := 300 \text{ kN}$

Jevnt fordelt last $q_1 := 5.4 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$

Laster for kjørebane 2

Aksellast $A_2 := 200 \text{ kN}$

Jevnt fordelt last $q_2 := 2.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$

Laster for kjørebane 3

Aksellast $A_3 := 100 \text{ kN}$

Jevnt fordelt last $q_3 := 2.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$

Jevnt fordelt last $q_4 := 2.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$

Moment på grunn av trafikklast:

$$M_{\text{trafikk}} := (A_1 + A_2 + A_3) \cdot \left(\frac{\text{Spennvidde}}{2} - 0.6 \text{ m} \right) + q_1 \cdot 3 \text{ m} \cdot \frac{\text{Spennvidde}^2}{8} + q_2 \cdot 3 \text{ m} \cdot \frac{\text{Spennvidde}^2}{8} + q_3 \cdot 3 \text{ m} \cdot \frac{\text{Spennvidde}^2}{8} + q_4 \cdot (B - 3 \cdot 3 \text{ m} - 0.35 \text{ m} \cdot 2) \cdot \frac{\text{Spennvidde}^2}{8}$$

$$M_{\text{trafikk}} = \begin{pmatrix} 3.461 \times 10^3 \\ 5.762 \times 10^3 \\ 8.324 \times 10^3 \\ 1.423 \times 10^4 \end{pmatrix} \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Lastkombinasjon for verst bøyemoment:

Faktor for egenlast $\gamma_1 := 1.2$

Faktor for egenlast $\gamma_2 := 1.35$

$$M_{\text{total}} := \gamma_1 \cdot M_{\text{egenvekt}} + \gamma_2 \cdot M_{\text{trafikk}}$$

$$M_{\text{total}} = \begin{pmatrix} 7.24 \times 10^3 \\ 1.356 \times 10^4 \\ 2.151 \times 10^4 \\ 4.232 \times 10^4 \end{pmatrix} \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Torsjonsmoment:**Torsjon**

Eksentrisitet :

For aksellast 1: $e_1 := 3.65 \cdot m$ For aksellast 2: $e_2 := 1.15 \cdot m$ **Torsjons for kjørebane 1:**

$$T_1 := A_1 \cdot \frac{\text{Spennvidde}}{\text{Spennvidde}} \cdot e_1 + A_1 \cdot \frac{\text{Spennvidde} - 1.2 \cdot m}{\text{Spennvidde}} \cdot e_1 + q_1 \cdot 3m \cdot e_1 \cdot \frac{\text{Spennvidde}}{2}$$

Torsjons for kjørebane 2:

$$T_2 := A_2 \cdot \frac{\text{Spennvidde}}{\text{Spennvidde}} \cdot e_2 + A_2 \cdot \frac{\text{Spennvidde} - 1.2 \cdot m}{\text{Spennvidde}} \cdot e_2 + q_2 \cdot 3m \cdot e_2 \cdot \frac{\text{Spennvidde}}{2}$$

Maks torsjonsmoment:

$$T_{\text{total}} := (T_1 + T_2) \cdot \gamma_2 = \begin{pmatrix} 3.885 \times 10^3 \\ 4.202 \times 10^3 \\ 4.486 \times 10^3 \\ 5.022 \times 10^3 \end{pmatrix} \text{ kN} \cdot \text{m}$$

III. Vedlegg C – Modell i Novaframe

Modell:

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Project: Masteroppgave
% Date: 24.03.2012
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%
% PROJECT IDENTIFICATION
% PROJECT, 1, NS_EN_1992, NS3472_3, Masteroppgave
% ALIAS INPUT
% KONSTANTER
% Akser A1=Akse 1, A2= Akse 2.....osv.
% = 100.000
% A1=17.6
% A2=22.6
% A3=
% A4= A3+17.6
%
% Avstand fra akse til støpeskjøt ss (Bruker 0.2*spennvidden høyre felt)
% SS2 = 1.000
% SS3 = 1.000
%
% MWL = 50.000
%
% Bunn søyle BP2.... (MWL-Verdi = 88.5)
% MWL
% BP2
% BP3
%
% REFLINE , No , ; , ;
% REFLINE , 1 , ; , ;
% REFLINE , 10 , ; , ;
% REFLINE , 11 , ; , ;
% REFLINE , 12 , ; , ;
% REFLINE , 21 , ; , ;
% REFLINE , 22 , ; , ;
% REFLINE , 23 , ; , ;
% REFLINE , 31 , ; , ;
% REFLINE , 32 , ; , ;
% REFLINE , 33 , ; , ;
% REFLINE , 100 , ; , ;
% REFLINE , 101 , ; , ;
% REFLINE , 102 , ; , ;
%
% REFERENCE LINE AXIS
% No , RefLineNo , StationNo
% 1 , 1 , A1
% 2 , 1 , A2
% 3 , 1 , A3
% 4 , 1 , A4
%
% REFERENCELINE HORIZONTAL SEGMENTS
% No RFLNo Type Stat1
% 1 1 100.000
%
% REFERENCE LINE VERTICAL SEGMENTS %%
% VerSegno RFLNo Type Stat1
% 1 1 100.000 MWL+50
%
% NB! Lengdeakse bru i y-retning
% X1 Y1 X2 Y2 R1 R2
% 100.000 0.000 300.000 300.000 0.000 0.000
%
% REFERENCE LINE VERTICAL SEGMENTS %%
% VerSegno RFLNo Type Stat1
% 1 1 100.000 MWL+50
%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```


COLREFNO	RFLNO	TYR6	ST/AX	OFF5	ANGLE	TOP	BOT	Name
REFCOLUM	10.000	2.000	1.000	0.00	20.000	0.000	MWL+45	Landkar akse 1 Sentre
REFCOLUM	11.000	2.000	1.000	3.0	20.000	0.000	MWL+45	Landkar akse 1 Høyre
REFCOLUM	12.000	2.000	1.000	-3.0	20.000	0.000	MWL+45	Landkar akse 1 Venstre
REFCOLUM	21.000	2.000	2.000	0.0	20.000	0.000	MWL+45	Søyle Akse 2 CL
REFCOLUM	22.000	2.000	2.000	1.9	20.000	0.000	MWL+45	Søyle Akse 2 Høyre
REFCOLUM	23.000	2.000	2.000	-1.9	20.000	0.000	MWL+45	Søyle Akse 2 Venstre
REFCOLUM	31.000	2.000	3.000	0.0	20.000	0.000	MWL+45	Søyle Akse 3 CL
REFCOLUM	32.000	2.000	3.000	1.9	20.000	0.000	MWL+45	Søyle Akse 3 Høyre
REFCOLUM	33.000	2.000	3.000	-1.9	20.000	0.000	MWL+45	Søyle Akse 3 Venstre
REFCOLUM	100.000	2.000	4.000	0.0	20.000	0.000	MWL+45	Landkar akse 4 Sentre
REFCOLUM	101.000	2.000	4.000	3.0	20.000	0.000	MWL+45	Landkar akse 4 Høyre
REFCOLUM	102.000	2.000	4.000	-3.0	20.000	0.000	MWL+45	Landkar akse 4 Venstre
CONCR	1	53.00	RHO	VFRAME	EFRAME	CEM	Name	
MCONCR	1	53.00	2200	0.20	56583	1	"Brubane"	
MCONCR	2	53.00	2200	0.20	21770	1	"Søyler 0,6 av stivhet"	
MREINF	1	500.0	INPUT	DUKTLITETSKLASSE	FT	520	Name	
MREINF	1	500.0	30.00	3	"B500NC"			
MTEND	1	1670.0	INPUT	CLASS	FT	1736.8	Name	
MTEND	1	1670.0	10.00	1	"I670"			
MSTEEL	1	355	INPUT	FU	EPSU	ALFA	VFRAME	EY
MSTEEL	1	355	7850	490	12	0.0000120	0.30	210000
DPCONCR	1	1.30	INPUT	EPS-ULS	EPS-PLS	EPS-SLS	Name	
DPCONCR	1	1.30	1.20	3.500	3.500	3.500	"Default	values"
DPSTEEL	1	1.15	INPUT	EPS-PLS	Name	values"		
DPSTEEL	1	1.15	12.000	12.000	"Default			
DPREINF	1	0.8	INPUT	ULS	PLS	ULS	EPS-ULS	EPS-PLS
DPREINF	1	0.8	0.34	1.15	1.00	1.15	5.00	5.00
DPTEND	1	1.6	INPUT	ULS	PLS	ULS	EPS-ULS	EPS-PLS
DPTEND	1	1.6	0.20	1.15	1.00	1.15	5.00	5.00
DPSECT	1	Type	Lex	Lex	Lex	Lex	Lex	Lex
DPSECT	1	CONCR	0.000	0.000	0.000	0.000	0.4	1.00
DPSECT	2	Type	Class	Lex	Lex	Lex	LXX	LXX
DPSECT	2	STEEL	1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Lex=om x-aksen (i N-retning), (Euler-N), Lengderetning bru, (svak søyle akse), Lex=om y-aksen (i L-retning), (Euler-L), Tverretning bru, (sterk søyle akse)
 Reduksjonsfaktor for torsjonsstivhet KIT= 1.0=Urfisset betong 0.33=Urfisset betong fra moment 0.16= riss fra skjær og torsjon
 Creep Beta Toi Name
 1.520 0.4 1.00 2, , , "Brubane"

Beregning av platebruer av betong: effekt av skjeve opplegg og usymmetrisk trafikklast

SECTION INPUT									
REL	PRO	TYPE	MAT	MATNO	DESNO	SDESNO	NAME		
1	A1	MASSIVE	CONCR,	1	1	1	"Brubjelke start"		
1	A3	MASSIVE	CONCR,	1	1	1	"Brubjelke start"		
1	A4	MASSIVE	CONCR,	1	1	1	"Brubjelke start"		
0	PRO	TYPE	MAT	MATNO	DESNO	SDESNO	NAME		
0	1	MSTIFF,	30000		0,2		"Lager akse 1 & 4"		
0	10	RECT,	CONCR,	1	1	1	"Landkar akse 1"		
0	11	RECT,	CONCR,	1	1	1	"Tverrbjelke akse 1"		
0	100	RECT,	CONCR,	1	1	1	"Landkar akse 4"		
0	101	RECT,	CONCR,	1	1	1	"Tverrbjelke akse 4"		
SECTION MEASURE INPUT									
REL	PRO	DIM1	DIM2	DIM3	DIM4				
0	1	1,0	1,0	1,0					
Landkar tverrbjelke akse 1/4									
0	10	7200,0	800,0						
0	11	10000,0	10000,0						
0	100	7200,0	800,0						
0	101	10000,0	10000,0						
SECTION POINT INPUT									
REL	PRO	ID	TYPE	X-coord	Y-coord				
1	A1	1	ABS	0	0				
1	A1	2	ABS	2000	0				
1	A1	3	ABS	2800	0				
1	A1	4	ABS	3500	450				
1	A1	5	ABS	3700	800				
1	A1	6	ABS	2800	800				
1	A1	7	ABS	0	800				
1	A1	8	ABS	-2800	800				
1	A1	9	ABS	-5500	800				
1	A1	10	ABS	-5500	580				
1	A1	11	ABS	-2800	580				
1	A1	12	ABS	-2000	450				
1	A1	13	ABS	0	0				
1	A2	1	ABS	0	0				
1	A2	2	ABS	2000	0				
1	A2	3	ABS	2800	0				
1	A2	4	ABS	3500	450				
1	A2	5	ABS	3700	800				
1	A2	6	ABS	2800	800				
1	A2	7	ABS	0	800				
1	A2	8	ABS	-2800	800				
1	A2	9	ABS	-5500	800				
1	A2	10	ABS	-5500	580				
1	A2	11	ABS	-2800	580				
1	A2	12	ABS	-2000	450				
1	A2	13	ABS	0	0				
1	A3	1	ABS	0	0				
1	A3	2	ABS	2000	0				
1	A3	3	ABS	2800	0				
1	A3	4	ABS	3500	450				
1	A3	5	ABS	3700	800				
1	A3	6	ABS	2800	800				
1	A3	7	ABS	0	800				
1	A3	8	ABS	-2800	800				
1	A3	9	ABS	-5500	800				
1	A3	10	ABS	-5500	580				
1	A3	11	ABS	-2800	580				
1	A3	12	ABS	-2000	450				
1	A3	13	ABS	0	0				

%Lager, Landkar, Tverrbjelke og Fiktive bjelker
 %Tverrsnitt definert generelt pr. element for å få varierende armeringsmengde når en stepper på armering

7200 vinkelrett
 %% stor stivhet på tverrbjelken
 %% stor stivhet på tverrbjelken

SHEAR AREA INPUT									
Brubjelke									
%									
%	SHEAR,	1		A1,	1				1
%	SHEAR,	1		A2,	2				1
%	SHEAR,	1		A3,	2				1
%	SHEAR,	1		A4,	2				1
%	SHEAR,	2			1				2
%	SHEAR,	1		A1,	1				2
%	SHEAR,	1		A2,	2				2
%	SHEAR,	1		A3,	2				2
%	SHEAR,	1		A4,	2				2
TORSION AREA INPUT									
Brubane									
%	TORAR,	1		A1,	2				1
%	TORAR,	1		A2,	2				1
%	TORAR,	1		A3,	2				1
%	TORAR,	1		A4,	2				1
DESIGN SETUP INPUT									
%	ID	SECTTYPE	COMBTYP	NAME					
%	DCSETUP,	1,	1,	"Reference line 0"					
%	DCSETUP,	2,	1,	"All frame elements"					
%	DCSETUP,	10,	2,	"ULS/u st/All elements"					
%	DCSETUP,	11,	2,	"SLS/u st/All elements"					
%	DCSETUP,	12,	2,	"PLS/u st/All elements"					
%	DCSETUP,	15,	2,	"ULS/m st/All elements"					
%	DCSETUP,	16,	2,	"SLS/m st/All elements"					
%	DCSETUP,	17,	2,	"PLS/m st/All elements"					
%	DCSETUP,	20,	2,	"ULS,SLS,PLS/u st søyler"					
%	DCSETUP,	21,	2,	"ULS,SLS,PLS/u st Brubane"					
%	DCSETUP,	25,	2,	"ULS,SLS,PLS/m st søyler"					
%	DCSETUP,	26,	2,	"ULS,SLS,PLS/m st Brubane"					

Beregning av platebruer av betong: effekt av skjeve opplagg og usymmetrisk trafikklast

Laster:

```

-25.0 Egenlast
10.0 oppdrift søyler

Type:
1=Dead weight
2=Temperature
3=Massed load
4=Concentrated load
13=tensions

A1 Weight (kN/m3)
Temp.Increase (DegTemp., gradient L, (dt/L-wTemp., gradient N, (dt/N-wwidth)) Temp. coefficient on alfa *10E-5
Load kN/m Distance From Left node (m)
Load kN/m Distance From Left node (m)
13=tension 0=total

A2 A3 A4 A5
Dir: 1=X 2=Y 3=Z 4=L 5=M 6=N

Egenvekt brubane uten etapper
No E1 E2 de Type Dir A1 A2 A3 A4 A5 Egenvekt-Total Brubane
10 201 258 1 1 -25.0

TRAFFIC LINE INPUT
Ferdigbru
LineNo E1 E2 de PosNo MinPosDis. "Name"
1 201 201 1 10.0 0.2 "CL-BRU"

%#E1 t1 E2Endres her dersom breddeutvidelse. Må også tilpasse eksentrisiteter.

TRAFFIC LOAD INPUT (Se temping nederst på arket)
Trafikklast vertikale ferdigbru (Z2Se 201 - 210 over på LOADINS
LoadNoAcktrafLi Type E-min Emax Q P1 P2 P3 A-dist %Av punktlast og jevnt fordelte laster blir det kun tatt med den som er mest ugunstig av de ulike felt.
%Sett er lagt inn 4 felt=gangbane som standard. Felter som ikke brukes settes til 0. E-min og E-maks må tilpasses hver bru.
221 1 1 -3.65 3.65 16.2 300.0 0.0 1.2 0.0 "PLM1 Trafik Felt 1"
241 1 1 -3.65 3.65 16.2 300.0 0.0 1.2 0.0 "PLM1 Trafik Felt 1"
261 1 1 -1.15 1.15 7.5 200.0 0.0 1.2 0.0 "PLM1 Trafik Felt 2"
281 1 1 -1.15 1.15 7.5 200.0 0.0 1.2 0.0 "PLM1 Trafik Felt 2"
301 1 1 0.00 0.00 7.5 100.0 0.0 1.2 0.0 "PLM1 Trafik Felt 3"
321 1 1 0.00 0.00 7.5 100.0 0.0 1.2 0.0 "PLM1 Trafik Felt 3"
341 1 1 0.00 0.00 7.5 100.0 0.0 1.2 0.0 "PLM1 Trafik Felt 4"
361 1 1 -3.25 3.65 0.0 400.0 0.0 1.2 0.0 "PLM1 Trafik Felt 4"
381 1 1 -3.65 3.65 0.0 400.0 0.0 1.2 0.0 "PLM2 Trafik Felt 1-4"
401 1 1 -3.65 3.65 0.0 400.0 0.0 1.2 0.0 "PLM2 Trafik Felt 1-4"
421 1 1 0.00 0.00 2.5 0.0 0.0 0.0 0.0 "GIGS Trafik Felt CL"
441 1 1 0.00 0.00 2.5 0.0 0.0 0.0 0.0 "GIGS Trafik Felt CL"
461 1 1 -3.65 3.65 16.2 0.0 0.0 0.0 0.0 "g Trafik Felt 1-4"
481 1 2 1 -3.65 3.65 16.2 0.0 0.0 0.0 0.0 "g Trafik Felt 1-4"

% Vi setter g5-lasten sentrisk på brua, og tar kjørefeltene gå ut på gangbanene. Da tar vi høyde for fremtidig endring i bruken av brua. 65 Last er 5/2 siden vi har samtidig trafikklast.

Resultat forskyvning søyle akse 2 og 3
TRAFFDISP 23 0
TRAFFDISP 20 0
TRAFFDISP 30 0
TRAFFDISP 33 1
TRAFFDISP 40 0
TRAFFDISP 43 1

Resultat forskyvning Brubane lager akse 1 og 10
TRAFFDISP 201 0
TRAFFDISP 241 1
    
```


Kombinasjoner:

ORDINARY COMBINATION INPUT											
%	Egenvekt										
%	Brubane										
%	Ferdig bru	NA	LC	10	1.0					"Ferdig bru"	
%	1010										
%	Total egenvekt, Starter med 1020	NA	OC	1010	1.0	0	1.0			"Sum total egenlast"	
%	1020										
%	EGENLAST ULS A										
%	Egenlast	ULS A									
%	Totalt	Starter med 1110	OC	WORST	1020	1.0	1020	0.9		"ULS A - Egenvekt bru total"	
%	1110										
%	Egenlast ULS B/C/ SLS / PLS										
%	Egenlast	ULS	OC	ADD	1020	1.0				"ULS B/C/SLS/PLS-Egenvekt bru total"	
%	Totalt	1130									
%	TRAFIKK										
%	Starter med 1301										
%	1311	NA	TL	ADD	221	1				"LM1 FELT 1"	
%	1311	NA	TL	ADD	421	1.00	441	1.00		"LM1 FELT 2"	
%	1311	NA	TL	ADD	421	1.00	441	1.00		"LM1 FELT 3"	
%	1311	NA	TL	ADD	301	1.00	441	1.00		"Resterende bredde"	
%	1311	NA	TL	ADD	421	1.00	441	1.00		"LM2 FELT 1-4"	
%	1311	NA	TL	ADD	341	1.00	441	1.00		"Bare q LM1"	
%	1311	NA	TL	ADD	421	1.00	441	1.00			
%	1312	NA	TL	ADD	381	1.00	401	1.05			
%	1312	NA	TL	ADD	421	1.00	441	1.00			
%	1320	NA	TL	ADD	461	1.00					
%	Ferdig bru										
%	1330	NA	SC	WORST	1311	1.0	1320	1.0		"DIM TRAFIKK"	
%	1330	NA	SC	WORST	1311	1.0				"DIM TRAFIKK"	
%	1330	NA	SC	WORST							
%	Ferdig bru (FB)										
%	1410	NA	SC	ADD	1330	1.0				"DIM TRAFIKK P+q (FB)"	
%	1420	NA	SC	ADD	1320	1.0				"DIM TRAFIKK (Bare Jevnt q) Landkar (FB)"	
%	KOMBI ULS BRUDDRENSE										
%	1110"ULS A - Egenvekt bru total"										
%	1410"DIM TRAFIKK P+q (FB)"										
%	1420"DIM TRAFIKK (Bare Jevnt q) Landkar (FB)"										
%	1997	ULS	SC	ADD	1110	1.0	0	1.0	1410	1.35	"ULS A Trafikk(Ammen dom. last)"
%	DIM. ULS A m/ P+q (Vind dom. last)										
%	2011	ULS	SC	ADD	1997	1.0					"DIM. ULS A m/P+q (FB) (Ammen dom. last)"
%	DIM. ULS A m bare q										
%	2015	ULS	SC	ADD	1110	1.0	0	1.0	1420	1.3	"DIM. ULS A m/ bare q (FB)"% ER ULS B som brukes til kontroll av Landkar , Jfr. HBI85 4.3.2.2
%	DIM. ULS A Ferdigbru										
%	2100	ULS	SC	ADD	2011	1.0					"DIM. ULS A (FB)"

%	Sortline	Sortcomb	Hjelpekomb for skjærberegning	ULS	SC	ADD	2100	1.00	2690	1.00	2700	1.00	"DIM ULS A (Full oppsp)"
%	2680	ULS	SC	ADD	2100	1.00							"DIM ULS A (Full oppsp)"
%	2690	ULS	SC	ADD	2570	1.00							"DIM ULS B (Full oppsp)"
%	2700	ULS	SC	ADD	2620	1.00							"DIM ULS C (Full oppsp)"
%	2710	ULS	SC	WORST	2680	1.00							"DIM ULS A/B/C (Full oppsp)"
%	23	Sortline	LINE COMBINATION	E1	INPUT								
%	24	Sortline	LState	SLS	SLS	10	10	10	1410	1410	111111	1	"Dim. Traf. p+q FB"
%	115	Sortline	ULS	10	9999	1	2100	2100	1420	1420	111111	1	"Dim. Traf. Bare q FB"
%	135	Sortline	ULS	10	9999	1	2570	2570					"ULS-A FB"
%	145	Sortline	ULS	10	9999	1	2620	2620					"ULS-B FB"
%	155	Sortline	ULS	10	9999	1	2670	2670					"ULS-C FB"
%	156	Sortline	ULS	20	90	1	2670	2670					"MAX ULS A/B/C FB"
%	159	Sortline	ULS	10	9999	1	2560	2560					"MAX ULS søyler A/B/C FB"
%	160	Sortline	ULS	10	9999	1	2710	2710					"DIM ULS B m/ bare q (FB)"
%		Sortline	ULS	10	9999	1	2710	2710					"MAX ULS A/B/C skjærkontroll"

IV. Vedlegg D – Mail fra Scanscot Brigade

-- do not edit --

Hej Erik,

Jag har översiktligt tittat igenom filen "Beregning" och jag tolkar det som att totala momentet över snittet beräknas enligt följande:

- Ma i vardera utdatapunkt viktas map. tillhörande element-sidlängder.
- Ns i vardera utdatapunkt viktas map. tillhörande element-sidlängd samt multipliceras med tillhörande hävarm map. totala tvärsnittets tyngdpunkt.
- Därefter summeras bidrag av Ma resp. Ns från samtliga utdatapunkter.

Har jag förstått beräkningen korrekt?

Denna metod kan användas för baslastfall. Däremot går den inte att använda för trafiklaster eller lastkombinationer.

Anledningen till detta är att resultaten i vardera utdatapunkt generellt är beräknade utifrån olika lastställningar. Dvs. under trafiklastanalysen kontrolleras de mest ogynnsamma lastställningarna för vardera utdatapunkt. Detta innebär att det totala momentet i detta fall har beräknats utifrån lokala moment som kommer från olika lastställningar. Således blir också det totala momentet som beräknats utifrån BRIGADE-resultaten i detta fall högre än det som fås vid handberäkningen.

Vilken avvikelse fick du för egenvikt? Där borde beräkningen stämma bättre.

Mvh
//linus

V. Vedlegg E - Lastplasseringer i Brigade

Landkar i akse 1 starter på 100m langs «stake-out» linjen for alle modellene.

Ett spenns bruene:

Plasseringer for aksellaster som gir maksimum torsjonsmoment og minimum bøyemoment over landkar i akse 1.

	x1	3.65	Høyre side					
	x2	1.15						
	Grader	90	80	75	70	60	50	45
Last 1	Avstand 1	101	101.643593	101.978015	102.328491	103.107328	104.062714	104.65
	Avstand 2	102.2	102.843593	103.178015	103.528491	104.307328	105.262714	105.85
Last 2	Avstand 1	101	101.202776	101.308142	101.418566	101.663953	101.964965	102.15
	Avstand 2	102.2	102.402776	102.508142	102.618566	102.863953	103.164965	103.35

Last 1 er for aksellastene i kjørefelt 1, og Last 2 er for aksellastene i kjørefelt 2.

Tre spenns bruene:

Plasseringer for aksellaster som gir maksimum torsjonsmoment over støtte i akse 2 for aksellast:

Torsjonsmoment										
LASTFELT 1	B/L=1		B/L=0.67		B/L=0.5		B/L=0.33			
Grader	A1	A2	A1	A2	A1	A2	A1	A2	A1	A2
90	109.8	111	114.2	115.4	118.6	119.8	127.4	128.6		
80	110.443593	111.643593	114.843593	116.043593	119.243593	120.443593	128.043593	129.243593		
75	110.778015	111.978015	115.178015	116.378015	119.578015	120.778015	128.378015	129.578015		
70	111.128491	112.328491	115.528491	116.728491	119.928491	121.128491	128.728491	129.928491		
60	111.907328	113.107328	116.307328	117.507328	120.707328	121.907328	129.507328	130.707328		
50	112.862714	114.062714	117.262714	118.462714	121.662714	122.862714	130.462714	131.662714		
45	113.45	114.65	117.85	119.05	122.25	123.45	131.05	132.25		
LASTFELT 2										
Grader	A1	A2	A1	A2	A1	A2	A1	A2	A1	A2
90	109.8	111	114.2	115.4	118.6	119.8	127.4	128.6		
80	110.002776	111.202776	114.402776	115.602776	118.802776	120.002776	127.602776	128.802776		
75	110.108142	111.308142	114.508142	115.708142	118.908142	120.108142	127.708142	128.908142		
70	110.218566	111.418566	114.618566	115.818566	119.018566	120.218566	127.818566	129.018566		
60	110.463953	111.663953	114.863953	116.063953	119.263953	120.463953	128.063953	129.263953		
50	110.764965	111.964965	115.164965	116.364965	119.564965	120.764965	128.364965	129.564965		
45	110.95	112.15	115.35	116.55	119.75	120.95	128.55	129.75		

Beregning av platebruer av betong: effekt av skjeve opplegg og usymmetrisk trafikklast

Plasseringer for aksellaster som gir minimum bøyemoment over støtte i akse 2:

Bøyemomentet over støtte									
Positiv side	B/L=1		B/L=0.67		B/L=0.5		B/L=0.33		
	A1	A2	A1	A2	A1	A2	A1	A2	
90	112.1	113.3	118.45	119.65	124.8	126	137.5	138.7	
80	112.540817	113.740817	118.890817	120.090817	125.240817	126.440817	137.940817	139.140817	
75	112.769873	113.969873	119.119873	120.319873	125.469873	126.669873	138.169873	139.369873	
70	113.009926	114.209926	119.359926	120.559926	125.709926	126.909926	138.409926	139.609926	
60	113.543376	114.743376	119.893376	121.093376	126.243376	127.443376	138.943376	140.143376	
50	114.197749	115.397749	120.547749	121.747749	126.897749	128.097749	139.597749	140.797749	
45	114.6	115.8	120.95	122.15	127.3	128.5	140	141.2	

Her plasseres lasttogene/aksellastene likt langs «stake-out» linjen, men med forskjellige eksentrisiteter for de forskjellige kjørefelt.

VI. Elektroniske vedlegg

1. Input filer i Brigade for en tre spenns bru: Brigade modell.txt og Brigade last.txt
2. Excel filen som brukes for å beregne momentet som virker over tverrsnittet: Beregning av torsjon og moment.xlsx
3. Lastplasseringer for aksellaster for ett og tre spenns bruer.
4. Resultat for Novaframe og Brigade.
5. Excel ark brukt for å lage formlene til kurve tilpasningen: formel for kurver.xlsx