



Universitetet
i Stavanger

DET HUMANISTISKE FAKULTET

MASTEROPPGAVE

Studieprogram:

Master i matematikdidaktikk

Vårsemesteret, 2014

Åpen

Forfatter: Øystein Faae

.....
(signatur forfatter)

Veileder: Raymond Bjuland

Tittel på masteroppgaven: Vurdering for læring: En casestudie om hvordan refleksjonslogg kan fremme elevers læring om ligninger på 10. trinn.

Engelsk tittel: Assessment for learning: A case study on how reflection logs can promote year 10 pupil's learning about equations.

Emneord:

Ligninger, vurdering for læring, formativ vurdering, tilbakemeldinger, framovermeldinger, refleksjonslogg, egenvurdering, tilpasset opplæring, metakognitive ferdigheter.

Sidetall: 79

+ vedlegg/annet: 100

Stavanger, 12.05.2014

Forord

De siste seks årene har jeg jobbet som realfagslærer på en ungdomsskole. I tillegg til dette har jeg vært student på masterstudiet i matematikdidaktikk. Både i forkant, og underveis i studiet, har jeg hatt mange tanker om hva jeg har ønsket å skrive om i masteroppgaven. Jeg har hatt et overordnet ønske om å fordype meg i noe jeg kan ta med meg inn i klasserommet, og dermed øke kvaliteten på min undervisning. Etter samtaler med min veileder, professor Raymond Bjuland ved Universitetet i Stavanger, kom vi fram til at jeg kunne se på hvordan refleksjonslogg kan være et redskap for skriftlige tilbakemeldinger fra lærer til elev innen emnet ligninger. Denne problemstillingen har ledet meg inn på en spennende og lærerik sti, og har endret meg som lærer.

Læreren Sara, og skolen som tok imot meg, fortjener en stor takk for å ha deltatt i denne studien. I tillegg har Sara vært en god samtalepartner og vist stor interesse for arbeidsmetoden. Hun har kommet med gode innspill underveis i prosessen og har lagt ned et betydelig arbeid med framovermeldinger i refleksjonsloggene til elevene.

Min veileder, professor Raymond Bjuland, som har øst av sin kunnskap, skal ha en stor takk for god veiledning.

Jeg ønsker også å takke min rektor Anne-Marthe Basso, som har gitt meg mulighet til gjennomføre dette studiet.

Sammendrag

Denne kvalitative casestudien har hatt til hensikt å se på hvordan refleksjonslogg kan være et redskap for å fremme læring om ligninger i 10. klasse ved å fokusere på framovermeldinger fra læreren. Tilbakemeldingen fra læreren er basert på elevenes refleksjoner og egenvurdering knyttet opp til ligninger.

Studien tar utgangspunkt i et sosiokulturelt læringsyn, hvor fokuset er samspillet mellom lærer-elev, og refleksjonslogg er å betrakte som et kulturelt redskap (Säljö, 2006). Videre går studien inn i under terminologien formativ vurdering (Dysthe, 2008; Wiliam, 2011), som ser på vurdering som en rekke aktiviteter som informerer eleven og læreren om hvor eleven befinner seg faglig, men som alltid har til hensikt å bruke denne informasjonen til å fremme læring.

Studiens funn tyder på at refleksjonslogg brukt slik som det blir presentert i denne masteroppgaven kan være et redskap som fremmer læring om ligninger. Ved å arbeide systematisk med refleksjonsloggen, vil elevene kunne arbeide med framovermeldinger underveis i emnet, ikke i etterkant, slik det framkommer av studien er tilfelle nå. Framovermeldingen fra lærer basere seg på elevenes egenvurdering. Dette medfører at den er tilpasset hver enkelt elev. Dette kan gi elevene et eierforhold til oppgaven som blir gitt som framovermelding. Spesielt faglig sterke elever ser ut til å ha utbytte av å arbeide med framovermeldinger i refleksjonsloggen. Elevene som befinner seg på middel måloppnåelse i faget, gir derimot inntrykk av at de trenger mengdetrening for å kunne løse ulike ligninger.

Med tanke på læreren kan bruk av refleksjonslogg gi tilbakemeldingsinformasjon knyttet til lærerens undervisning som igjen kan utvikle og heve kvaliteten på undervisningen.

Videre tyder studiens funn på at det er viktig at elevene utvikler en relasjonsforståelse (Asquith et al., 2007; Knuth et al., 2006; Prediger, 2010) av likhetstegnet før, og til dels underveis, i innføringen av emnet ligninger, for å sikre at elevene har den nødvendige forkunnskapen som er nødvendig for å kunne løse og forstå ligninger fullt ut.

Innhold:

Forord	II
Sammendrag	III
1 Innledning	1
1.1 Problemstilling	3
1.2 Begrepsavklaringer	3
1.3 Oppbygging av oppgaven	4
2 Teoretisk bakgrunn	6
2.1 Et sosiokulturelt læringssyn	6
2.2 Vurdering	8
2.2.1 Vurderingskulturer	9
2.2.2 Formativ vurdering.....	10
2.2.3 Tilbakemeldinger og framovermeldinger.....	13
2.3 Refleksjonsbegrepet	15
2.3.1 Refleksjonslogg som et kulturelt verktøy.....	16
2.3.2 Metakognisjon og refleksjonslogg	17
2.4 Algebra i skolen	19
2.4.1 Historisk oversikt	19
2.4.2 Pre-algebra og early algebra.....	20
2.4.3 Fokus på likhetstegnet og ligninger	22
2.4.4 Likhet som balanse mellom to sider.....	24
3 Metode	26
3.1 Metodisk tilnærming	26
3.2 Forskningsdesign	27
3.2.1 Casestudie.....	27
3.3 Datainnsamling	29
3.3.1 Observasjon	29
3.3.2 Intervju	30
3.3.3 Gruppeintervjuer med elever.....	31
3.3.4 Lærerintervju	31
3.3.5 Utvelgelse av informanter	31
3.3.6 Fremstilling av undervisningsøkter og intervjuer	33

3.3.7 Tilstedeværende observatør.....	36
3.3.8 Refleksjonslogg	37
3.4 Transkribering	38
3.5 Kvaliteten på studien og forskningsetiske prinsipper.....	39
3.5.1 Validitet og reliabilitet	39
3.5.2 Etske betraktninger.....	41
3.6 Tilnærming til materialet	41
4 Resultat og analyse	43
4.1 Undervisningen.....	43
4.1.1 Utdrag fra undervisningen med fokus på ligninger og tilbakemeldinger.....	43
4.1.2 Introduksjon av refleksjonslogg i undervisningen	46
4.2 Anders arbeider med loggbok og ligninger.....	47
4.2.1 Utdrag fra loggboken	47
4.2.2 Tilbakemelding fra lærer i loggboken	48
4.2.3 Anders arbeider med likhetstegnet og ligninger	51
4.3 Kristine arbeider med loggbok og ligninger	54
4.3.1 Utdrag fra loggboken	54
4.3.2 Framovermelding fra lærer i loggboken.....	55
4.3.3 Kristine arbeider med likhetstegnet og ligninger	57
4.4 Elevenes refleksjoner rundt loggskrivning og tilbakemeldinger	59
4.4.1 Elevenes erfaringer med loggskrivning.....	59
4.5 Saras tanker rundt bruk av refleksjonslogg og tilbakemeldinger	63
4.5.1 Saras tanker om refleksjonslogg og metakognisjon	63
4.5.2 Saras tanker om tilbakemeldinger	66
5 Diskusjon.....	68
5.1 Fordeler ved bruk av refleksjonslogg i undervisningen	68
5.1.1 Refleksjonslogg og framovermeldinger til elevene.....	68
5.1.2 Tilbakemelding til læreren	70
5.1.3 Refleksjonslogg og metakognitive ferdigheter	71
5.1.4 Refleksjonslogg og formativ vurdering.....	71
5.2 Refleksjonslogg sammenlignet med andre redskaper for vurdering	73
5.3 utfordringer ved bruk av refleksjonslogg	74
5.4 Anders og Kristine sin forståelse for ligninger	75

6 Konklusjon	77
6.1 Videre forskning	78
6.2 Pedagogiske implikasjoner	78
Referanser:	80
Vedlegg	84
Vedlegg 1 Informasjonsskriv forskningsprosjekt elever	84
Vedlegg 2 Informasjonsskriv forskningsprosjekt lærer	86
Vedlegg 3 Intervjuguide lærer	87
Vedlegg 4 Intervjuguide elever - firergruppe	89
Vedlegg 5 Intervjuguide elever toergruppe: Anders og Marie	90
Vedlegg 6 Intervjuguide elever toergruppe: Ida og Kristine	91
Vedlegg 7 Transkripsjonsnøkkel	92
Vedlegg 8 Oppgaver fra læreverket Sirkel 10B	93
Vedlegg 9 Tilbakemelding fra NSD	94

1 Innledning

Formativ vurdering (Dysthe, 2008; Wiliam, 2011), som også går under navnet vurdering for læring, er et begrep som har kommet sterkt inn i norsk skole de siste årene. I 2007 og 2009 utarbeidet utdanningsdirektoratet en ny forskrift til Opplæringsloven av 2006 som omhandlet vurdering. Denne vinkler seg inn mot det som kan forstås som formativ vurdering. Det framkommer i følgende forskrift (Forskrift til opplæringsloven, 2006, § 3-2) at “Formålet med vurdering i fag er å fremme læring underveis og uttrykke kompetansen til eleven, lærlingen og lære Kandidaten underveis og ved avslutninga av opplæringa i faget“. Formålet er altså todelt: Vurderingen skal fremme læring (formativ vurdering), og den skal uttrykke kompetansen til eleven (summativ vurdering). I tillegg blir det trukket fram at vurderingen skal gi god tilbakemelding og veiledning til elevene.

Internasjonale tester tyder på at norske elever har et anstrengt forhold til algebra. TIMSS-undersøkelsen fra 2011 slår fast at norske 8.klasse-elever ser ut til å ha utfordringer knyttet opp mot forståelsen av algebra. Norge presterer svakere innen algebra, sammenlignet med emnene tall, statistikk og geometri, og andre land det er naturlig å sammenligne seg med (Grønmo et al., 2012).

PISA-undersøkelsen i 2012 langt på vei bekrefter funnene i TIMSS-undersøkelsen (Kjærnsli & Olsen, 2013). Det skal legges til at disse resultatene er kontroversielle. Et poeng er at elever på fjerde trinn i Norge, som lå under gjennomsnittet i matematikk i TIMSS-undersøkelsen fra 2011, har kun gått fire år på skolen, mens de fleste som de sammenlignes med, har gått fem år på skolen. Da norske femteklassinger gjorde den samme testen, havnet Norge på 7. plass i verden, nest best i Europa, og bedre enn Finland. Det er også verd å merke seg at ingen land hadde større framgang enn Norge på barnetrinnet. Disse resultatene gjenspeiles riktignok ikke på ungdomstrinnet (Grønmo et al., 2012).

Et annet moment en skal være oppmerksom på når en tolker resultatene fra OECDs PISA-prosjekt, er at dette ikke er et pedagogisk prosjekt, men et politisk prosjekt. Dette prosjektet har som mål å globalisere utdanningssektoren, og baserer seg på at konkurranse fremmer kvalitet, både mellom skoler, elever, lærere og nasjoner. Målet er

at skolen skal effektiviseres og at den primære målsetningen er å forberede elevene til å bli produktive i en konkurransepreget global økonomi (Sjøberg, 2014).

Det er allikevel ingen grunn til å tro at resultatene fra undersøkelsene om norske elevers nivå i algebra, ikke gir et riktig bilde av elevenes kunnskap. Med dette som bakgrunn, kan det være interessant å se på metoder som kan fremme læring om ligninger underveis i opplæringen slik Forskrift til opplæringsloven (2006) fordrer.

En tidligere masterstudie, Lie (2013), så på dialogiske tilbakemeldingers effekt på underveivurdering, og hvordan dette kunne bidra til å påvirke elevers læring. Dette arbeidet belyste særlig muntlige tilbakemeldinger i undervisningen. Studiens funn tyder på at dialogiske tilbakemeldinger fra lærer kan fremme situasjoner hvor læring synliggjøres, som igjen kan vurderes av læreren. Det tyder på at tilbakemeldinger som går på prosessnivå, gjerne i form av reflekterende spørsmål, i større grad synliggjør elevenes forståelse. Disse tilbakemeldingene kan være med å skape læring hos eleven.

I dag møter elevene skriftlige tilbakemeldinger i hovedsak ved vurdering av prøver. Elevene får i mange tilfeller en skriftlig tilbakemelding i tillegg til en karakter. Forskning tyder på at vurdering fungerer best når kommentarer ikke blir kombinert med karakterer. Dette fordi karakteren tar bort fokuset fra kommentarene (Black & Wiliam, 1998a; Hattie & Timperley, 2007).

Dysthe (2003) trekker fram to utfordringer ved formativ vurdering: Hvordan kan en innføre strategier og redskaper som gir både læreren og elevene god informasjon om elevprestasjoner, og hvordan kan denne informasjonen brukes slik at vurderingen virker formativt for eleven.

I denne studien ønsker jeg å belyse hvordan refleksjonslogg kan være et redskap for å fremme læring ved å fokusere på skriftlige tilbakemeldinger fra lærer til elev. Undervisningsopplegget hvor refleksjonslogg inngår, er et forslag til en strategi som kan gi både lærer og elev informasjon om elevprestasjoner. Ved å bruke denne informasjonene til å gi framovermeldinger fra lærer til elev, kan det medføre at vurderingen vil virke formativt. Refleksjonslogg kan også brukes til å skille kommentar

og karakter, og dermed heve effekten på tilbakemeldingen (Black & Wiliam, 1998a; Hattie & Timperley, 2007).

1.1 Problemstilling

I denne studien ønsker jeg å benytte en arbeidsmetode som går inn under begrepet formativ vurdering (Dysthe, 2008; Wiliam, 2011). Målet er å belyse om, eller hvordan, en slik metode kan fremme læring om ligninger på 10. trinn. Med dette som bakgrunn ble følgende problemstilling utviklet:

Hvordan kan bruk av refleksjonslogg i innlæringen av ligninger på 10. trinn være et redskap for å fremme læring hos elevene ved å fokusere på skriftlige framovermeldinger fra lærer?

For å svare på dette spørsmålet har jeg valgt å samle inn data i en 10.klasse bestående av 27 elever og deres lærer. Jeg har observert seks undervisningsøkter i matematikk. Videre har jeg gjennomført tre gruppeintervjuer med fire utvalgte elever og et intervju med læreren. I tillegg har jeg samlet inn refleksjonsloggene til elevene i klassen.

1.2 Begrepsavklaringer

I dette avsnittet vil jeg definere de overordnede begrepene som blir brukt i studien.

Formativ vurdering er i denne studien synonymt med vurdering for læring. Vurderingen er av en formativ karakter, dersom informasjon om elevprestasjoner som en får gjennom å vurdere elevene, tolkes og brukes til å ta avgjørelser om de neste skrittene i undervisningen, som igjen vil øke sannsynligheten for at undervisningen blir bedre, eller bedre begrunnet, enn om disse avgjørelsene ikke hadde blitt tatt (Wiliam, 2011).

Tilbakemeldinger blir her sett på som informasjon til elevene om hvor de befinner seg faglig, hva de skal lære eller hvordan de skal utvikle seg videre faglig.

Tilbakemeldinger som har til hensikt å videreutvikle elevene faglig refereres til som en framovermelding (Hattie & Timperley, 2007).

Refleksjonsloggen er en loggbok hvor elevene reflekterer over egen læring ut i fra gitte kriterier. Elevene skal skrive i denne loggboken i slutten av hver matematikkøkt. Elevenes egenvurdering i refleksjonsloggen ligger til grunn for framovermeldingen fra læreren. Denne framovermeldingen blir i hovedsak gitt som en oppgave elevene skal arbeide med i undervisningen.

Refleksjonslogg er sterk knyttet til metakognisjon. Dette er et begrep som står sterkt i en kognitiv teori (Dysthe, 2003). Selv om dette ikke er et begrep som normalt hører hjemme i et sosiokulturelt læringssyn, slik som denne studien tar utgangspunkt i, vil det være vanskelig å utelate det, uten at det påvirker studiens kvalitet. Forskningens funn vil dermed bli drøftet i lys av dette begrepet i diskusjonsdelen.

Jeg bruker i denne studien samme definisjon av ligninger som læreverket Sirkel, som brukes i klassen. Dette gjøres for å sikre at elevene legger det samme i begrepet som undertegnede. ”I en likning er det en ukjent verdi. Når vi løser likningen, finner vi verdien til den ukjente. Uttrykkene på hver side av likhetstegnet har lik verdi.” (Torkildsen & Maugesten, 2009, s. 116).

1.3 Oppbygging av oppgaven

Bakgrunnen for studien og dens problemstilling presenteres i dette avsnittet.

Relevant teori blir introdusert i kapittel 2. Her vil først et sosiokulturelt læringssyn bli belyst. Det vil bli sett nærmere på vurdering, hvor to ulike vurderingskulturer blir presentert som bakgrunn for formativ vurdering og tilbakemeldinger. Videre blir refleksjonsbegrepet, refleksjonslogg og metakognitive ferdigheter trukket fram. Til slutt vil jeg se nærmere på algebra i skolen. Her vil det være en historisk tilnærming til emnet, før jeg ser nærmere på likhetstegnet, ligninger og ulike tilnærminger til algebra og ligninger.

I kapittel 3 vil jeg redegjøre for valg av forskningsdesign og hva som kjennetegner et slik design. Jeg vil også belyse datainnsamlingen, transkriberingen, studiens kvalitet, forskningsetiske prinsipper og tilnærming til materialet.

Videre vil jeg i kapittel 4 analysere lærerens undervisning om ligninger. Jeg vil også se nærmere på to utvalgte refleksjonslogger og disse elevenes (Anders og Kristine) forståelse for likhetstegnet og ligninger. Deretter vil fire utvalgte elever og lærerens tanker om refleksjonslogg og framovermeldinger bli belyst.

I diskusjonskapittelet vil jeg diskutere studiens funn sett opp i mot fordeler ved bruk av refleksjonslogg, utfordringer ved bruk av denne type logg, refleksjonslogg sammenlignet med andre redskaper for vurdering og Anders og Kristines forståelse for ligninger.

Til slutt følger konklusjon og implikasjoner.

2 Teoretisk bakgrunn

Jeg vil i dette kapittelet først belyse relevant teori om et sosiokulturelt læringssyn, da studien er knyttet til et slikt læringsperspektiv. Studien fokuserer på samspillet mellom lærer-elev, hvor refleksjonsloggen er å betrakte som et kulturelt redskap (Säljö, 2006). Deretter vil jeg belyse begrepet vurdering, med hovedfokus på formativ vurdering og tilbakemeldinger. Med tanke på at refleksjonslogg utgjør en vesentlig del av denne studien, vil jeg også trekke fram refleksjonsbegrepet. Videre følger en historisk oversikt over hvordan ulike læringssyn har preget opplæringen av algebra i læreplaner. Til slutt blir teori om begrepene pre-algebra og early algebra, fokus på forståelse av likhetstegnet og ligninger presentert. Teoridelen vil ligge som bakgrunn for både analyse- og diskusjonsdelen.

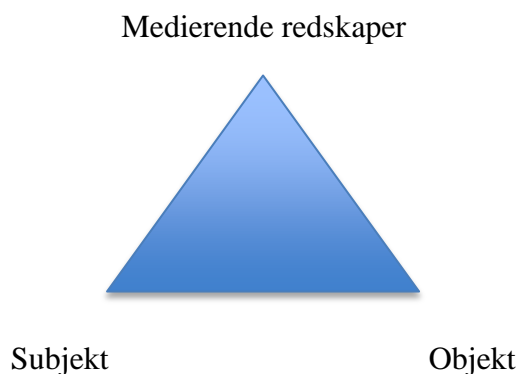
2.1 Et sosiokulturelt læringssyn

Dette læringssynet har sitt utspring fra det russiske psykologmiljøet, hvor Lev Vygotsky var den viktigste representanten. Synet fikk stor oppmerksomhet i Europa på 1990- og 2000-tallet. I likhet med Piaget, mente Vygotsky at kunnskap er noe som konstrueres individuelt. Til forskjell fra Piaget, var Vygotsky mer opptatt av at den sosiale og kulturelle konteksten mennesker befinner seg i, var svært avgjørende for læreprosessene. Da mennesket ikke står alene, skal læring sees på som både kollektive og individuelle prosesser, hvor samspillet mellom disse er avgjørende for læring (Engh, 2011).

Utvikling blir ikke sett på som et resultat av ens egen aktivitet i forhold til omverdenen, men som et resultat av miljøet en tilhører. Mennesker er født inn i og utvikles innenfor rammene av samspill med andre mennesker. Disse medaktørene hjelper oss med å forstå hvordan verden er satt sammen og skal forstås. En kan dermed si at kunnskapstradering skjer gjennom fortolkning av omverdenen, det som i et sosiokulturelt perspektiv kalles mediering (Säljö, 2001).

Mediering innebærer at mennesket samspiller med eksterne redskaper når det agerer og registrerer omverdenen. Säljö (2001, s. 83, min oversettelse) skriver "Begrepet mediere - antyder at vi mennesker ikke står i direkte, umiddelbar og ufortolket kontakt med

omverdenen. Tvert imot håndterer vi den ved hjelp av ulike fysiske og intellektuelle redskaper som utgjør integrerte deler av våre sosiale praksiser.” Hvis en skal forstå læring som en del av sosiale praksiser, der mennesker benytter seg av ulike redskaper, kan vi ikke analysere redskapene for seg og etterpå den rene menneskelige tenkningen. Vi må se og forstå hvordan tenkningen utøves av mennesker som opptrer i sosiale situasjoner ved hjelp av artefakter. Det viktigste medierende redskapet vi har, er de ressursene som finnes i språket vårt (Säljö, 2001). Figur 1 (under) viser Leontiev sin generaliserte beskrivelse av mediering, videreutviklet fra Vygotsky sin opprinnelige idé om mediering.



Figur 1: Leontievs generaliserte beskrivelse av mediering som en relasjon mellom mennesket og objekt (Etter Säljö, 2006)

Vygotsky mente at for å bli i stand til å lære eller for at kulturen skal bli internalisert i en, må vi benytte redskaper. Tradisjonelt skilles det mellom to typer redskaper: de av en fysisk karakter, kalt artefakter, og de som er av en mental eller intellektuell karakter, som for eksempel språket. Artefakter er gjenstander som er laget av mennesker. Det kan for eksempel være alt fra kalkulator, linjal, gradeskive eller passer, til datamaskiner, telefoner og hus. En kombinasjon av fysiske artefakter og intellektuelle eller diskursive redskaper, hvor sistnevnte er innskrevet i de fysiske, kalles en inskripsjon. Eksempler på dette er kart, tekster, notater, bilder, diagrammer og lignende. Inskripsjoner blir dermed fremhevd som en spesiell kategori av kulturelle redskaper hvor intellektuelle eller diskursive redskaper blir fremstilt i fysisk form og benyttet til kommunikasjon (Säljö, 2006).

En av grunntankene i Vygotsky sin idéverden er at mennesket hele tiden utvikler og forandrer seg. I enhver situasjon har vi mulighet til å ta til oss kunnskaper fra mennesker

rundt oss i samspill-situasjoner. Det er dette Säljö (2006) kaller for å appropriere, altså å tilegne seg kunnskap. For best å tilegne seg kunnskap må læringen skje i den proksimale utviklingssonen, også referert til som den nærmeste utviklingssonen. Denne sonen er av Vygotsky (i Säljö, 2001) definert som avstanden mellom det et individ kan prestere på egenhånd og uten støtte, og det individet kan prestere under ledelse av en voksen eller i samarbeid med mer kapable andre. På et mer generelt plan kan en utviklingszone betraktes som en veiledning inn i en bestemt kulturs eller delkulturs måte å oppfatte et fenomen på (Säljö, 2001).

Jerome Bruner, talsmann for sosiokulturell teori, er kjent for blant annet begrepet ”støttende stilas”. Bruner betraktet læreren som et slikt stillas. Dette begrepet knytter seg til den proksimale utviklingssonen. Læreren fungerer her som et støttende stilas i denne utviklingssonen, som flyttes etter hver som eleven har blitt selvstendig (Bruner, 1997). Sonen hvor eleven er blitt selvstendig refereres til som ”den aktuelle sone”, som viser til det nivået elevens innsikt befinner seg på i øyeblikket (Engh, 2011).

I denne studien vil refleksjonsloggen være et medierende redskap av typen inskripsjon. Loggboken vil også være et verktøy for skriftlig kommunikasjon mellom lærer og elev, hvor eleven vil bli veiledet fra sin aktuelle sone inn i den proksimale sonen, ved hjelp av framovermeldinger gitt i hovedsak som oppgaver. Disse oppgavene vil igjen være et medierende redskap, som har til hensikt at eleven skal appropriere kunnskap om ligninger.

2.2 Vurdering

Vurdering er et begrep som har stor plass i skolen. De senere årene har vurderingsdiskusjonen fått en ny vinkling. Det handler nå om hvordan vi kan vurdere elevene slik at de blir mer motiverte og hjelpe dem til å lære mer og utvikle seg faglig og sosialt. Flere nye begreper har blitt lansert i de senere årene, som alle er knyttet til vurdering i en eller annen form: vurdering for læring, framovermeldinger, læringssamtaler, digitale mapper, vurderingslogger, egenvurdering, hverandre-vurdering, elevmedvirkning, kjennetegn på måloppnåelse, underveisvurdering, sluttvurdering, formativ og summativ vurdering, er noen av dem (Engh, 2011).

I 1967 ble det av Michael Scriven trukket et skille mellom formativ og summativ vurdering. Formativ vurdering har læring som hovedmål, og blir ofte referert til som vurdering for læring. Dette begrepet blir beskrevet inngående senere i oppgaven. Summativ vurdering, også omtalt som sluttvurdering og vurdering av læring, handler om å kontrollere og dokumentere kunnskapen som eleven allerede har tilegnet seg (Helle, 2007).

I min oppgave er hovedfokuset formativ vurdering. Dette fordi studien tar sikte på å belyse hvordan en kan bruke refleksjonslogg som et redskap til å gi elevene tilbakemeldinger som fremmer læring underveis i opplæringen.

2.2.1 Vurderingskulturer

Det skilles i hovedsak mellom to ulike vurderingskulturer som reflekterer ulike vurderingsparadigmer. På den ene siden har en testkulturen (testing culture). Denne typen vurderingskultur var mer eller mindre enerådende helt opp til begynnelsen av 1990-tallet. Den var styrt av et behavioristisk læringssyn. Dette til tross for at kognitive og sosio-konstruktivistiske læringsteorier var rådende i diskusjonen rundt læring og utdanning (Birenbaum, 1996). Internasjonale tester som TIMSS, PISA og PIRLS er med på å påvirke de enkelte lands utdanningsretninger mot en slik kultur. Standardiserte tester er brukt til å vurdere læringsutbytte, sett opp i mot et representativt utvalg av den gruppen som testen er laget for. I undervisningskontekster hvor standardiserte prøver er benyttet, kan undervisningen bli påvirket av dette. Det er en fare for at undervisningen vil bære preg av ”teaching-to-the test”. Internasjonal forskning dokumenterer negative innvirkninger av en vurderingskultur som er eksamensfokuseret (se for eksempel Berliner i Smith, 2009). Denne forskningen påpeker at elever som ikke vil nå opp til standarden som settes, kan utvikle et negativt selvbilde, og til slutt gi opp. Et annet poeng er at denne type vurdering kan føre til akademisk uærlighet både hos elev, lærer og skolen, ved at for eksempel de svakeste elevene ikke gjennomføre internasjonale tester (Smith, 2009).

Den andre typen kultur er vurderingskulturen (assessment culture). Denne kulturen har blitt utviklet som en konsekvens av kritikken mot testkulturen. Her blir vurdering sett på som en rekke aktiviteter som informerer om elevens læringsprosesser og elevens

læringsutbytte. Denne kulturen ser på læringsprosessene, ikke utelukkende læringsproduktet. Innenfor denne kulturen blir blant annet tester, mapper, prosjekter, gruppeoppgaver, egen- og medelevvurdering og elevsamtaler brukt som verktøy for å danne et helhetlig bilde av elevens ståsted i læringsprosessen (Birenbaum, 1996).

The Assessment Reform Group (Broadfoot et al., 2002) er en gruppe i Storbritannia som dedikerer seg til å bidra til at vurderingspolitikk og vurderingspraksis blir basert på forskning. Denne gruppen er sett på som det akademiske forskningsmiljøet som er kommet lengst i utviklingen av vurderingskulturen. De har blant annet utarbeidet ti prinsipper om vurdering som de hevder skal fremme læring (Wiliam, 2011). Fire av disse prinsippene er sentrale i forhold til denne studien.

1. Eleven skal være aktivt involvert i sin egen læring.
2. Undervisningen tilpasses informasjon samlet inn ved hjelp av vurdering.
3. Eleven trenger å kunne vurdere sin egen læring og forstå hvordan de skal komme videre.
4. Eleven skal få konstruktive tilbakemeldinger om hvordan han skal videreutvikle seg (Broadfoot et al., 2002).

2.2.2 Formativ vurdering

Formativ vurdering og vurdering for læring blir i denne studien brukt om hverandre. Det som kjennetegner begge er at intensjonene bak vurderingen er å få informasjon som gjør tilbakemeldingene og undervisningen bedre, og dermed fremmer læring. Det er ikke vurderingsformen som er formativ, men hensikten med vurderingen (Dysthe, 2008).

En definisjon av formativ vurdering er at den fungerer formativt når informasjon om elevprestasjoner som en tilegner seg gjennom vurdering, tolkes og brukes til å ta avgjørelser om de neste skrittene i undervisningen. Dette skal igjen øke sannsynligheten for at undervisningen vil bli bedre, eller bedre begrunnet, enn om disse avgjørelsene ikke hadde blitt tatt (Wiliam, 2011).

I en metastudie med fokus på tilbakemeldinger hos deltakere i universitetsalder, så Nyquist, i Wiliam (2011), på cirka 3000 studier, hvorav 86 møtte gitte inklusjonskriterier. Fra de 86 studiene var det mulig å utlede 185 effektstørrelser.

Nyquist utviklet følgende typologi over ulike typer formativ vurdering, hvor effekten økte jo sterkere formativ vurderingen ble. Nyquist sin studien viste tilsvarende resultater som tidligere forskning (Wiliam, 2011).

Svak tilbakemelding alene: Studentene får bare kunnskap om sin egen poengsum eller karakter, ofte beskrevet som "kunnskap om resultater".

Tilbakemelding alene: Studentene får sin egen poengsum eller karakter, sammen med enten klare mål å jobbe mot, eller tilbakemeldinger på de riktige svarene på de spørsmål de besvarte, ofte beskrevet som "kunnskap om riktige resultater".

Svak formativ vurdering: Studenter får informasjon om de riktige resultatene, sammen med noen forklaring.

Moderat formativ vurdering: Studenter får informasjon om de riktige resultatene, noen forklaring, og noen konkrete forslag til forbedringer.

Sterk formativ vurdering: Studenter får informasjon om de riktige resultatene, noen forklaring, og konkrete aktiviteter de skal gjennomføre for å forbedre seg.

(Nyquist, i Wiliam, 2011, s. 7. Min oversettelse)

Annen forskning tyder på at det som gir størst uttelling på elevprestasjoner er samspillet mellom elev og lærer og den kontinuerlige vurderingen læreren gir som en integrert del av den ordinære undervisningen. Vurdering gitt kun som karakterer uten annen tilbakemelding, fremmer ikke læring. Karakter med skriftlig tilbakemelding viser en liten økning av læring, mens informativ verbal tilbakemelding gir det største læringsutbytte (Black & Wiliam, 1998a; Hattie & Timperley, 2007).

Formativ vurdering kan bli oppfattet som tre hovedprosesser: identifisere hvor elever er i deres læring, hvor de skal og hvordan de skal komme seg dit. Dette utøves av tre aktører: lærer, elev og medelev. I matrisen under (Tabell 1) framkommer det fem viktige strategier ved formativ vurdering. Disse strategiene kan også betraktes som strategier for regulering av læringsprosesser. Ethvert forsøk på regulering av læringsprosesser krever minst en tanke om et mål. Dette kan være begrepsfestet som et enkelt læringsmål, eller som flere læringsmål. Lærerens rolle er da å påvise læring, og gjennomføre nødvendige tiltak for å lede læring i den tiltenkte retning (Wiliam, 2011).

	Hvor er jeg?	Hvor skal jeg?	Hvordan skal jeg gå videre?
Lærer	Avklare og dele læringens intensjoner.	Legge til rette for effektiv diskusjoner, oppgaver og aktiviteter som kan gi informasjon om læring.	Gi tilbakemeldinger som fremmer læring.
Likemann/medelev	Forstå og dele læringens intensjoner.	Gjøre at elevene blir læringsressurser for hverandre.	
Eleven	Forstå læringens intensjoner.	Gjøre elevene til eiere av egen læring.	

Tabell 1: Aspekter ved formativ vurdering (Wiliam & Thompson, i Wiliam, 2011, s. 12. Min oversettelse).

Det blir trukket fram at medelever har en unik innsikt i læring. Som en konsekvens av at maktforholdet mellom jevnaldrende er forskjellig fra det mellom lærer og elev, vil en medelev kunne anvende strategier som læreren ikke har tilgang på. Disse strategiene vil være mindre effektive når de brukes av læreren (Wiliam, 2011).

Strategien ”Gjøre elevene til eiere av egen læring” (tabell 1), omhandler metakognisjon, motivasjon, interesse, attribusjon, egenvurdering og selvregulert læring. Disse punktene kan medføre at eleven får et eierforhold til egen læring. Mye av forskningen på selvregulering har hatt en tendens til å prioritere enten kognitive eller motiverende tilnærminger. De senere årene har det riktignok vært flere betydelige forsøk på å trekke disse to tilnærmingene tettere sammen. Boekaerts, i Wiliam (2011), hevder at selvregulert læring er både metakognitivt styrt og affektivt ladet.

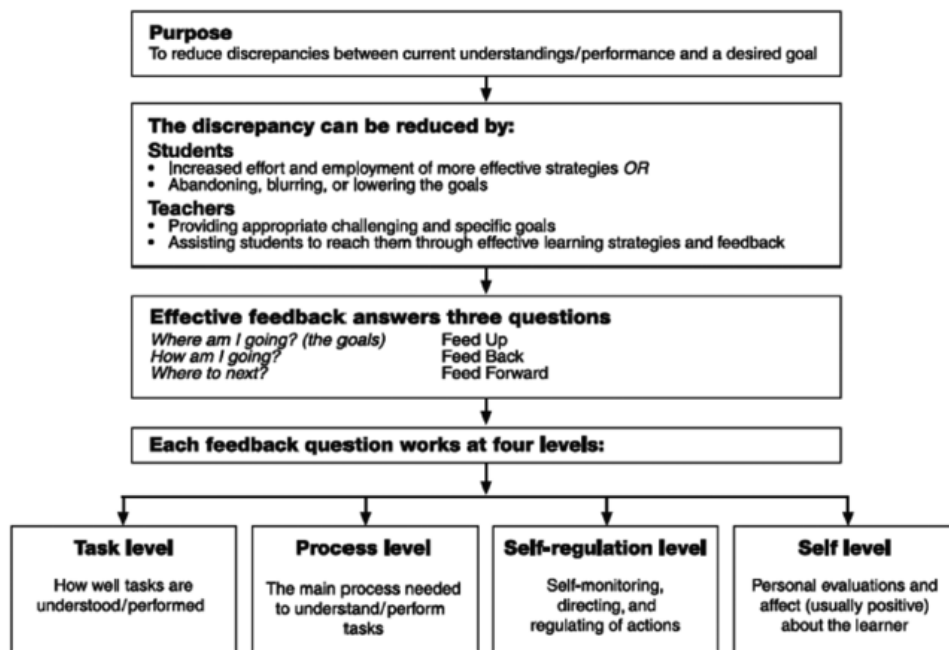
Selv om formativ vurdering tyder på å gi høyere læringsutbytte, er det, som nevnt i innledningen, utfordringer knyttet til dette. Dysthe (2008) trekker fram to utfordringer med tanke på formativ vurdering: Innføring av strategier og verktøy som gir læreren og

elevene god informasjon, og hvordan en kan bruke slik informasjon konstruktivt slik at vurderingen kan fungere formativt for eleven. Dette medfører at læreren først må vurdere hva eleven allerede kan, for så å bruke denne informasjonen til å hjelpe eleven videre. I min studie vil refleksjonslogg være et verktøy som både skal gi læreren og eleven god informasjon om hvor eleven befinner seg faglig, og gi informasjon om hvordan elevene kan gå videre i læringsprosessen hvor fokuset er ligninger.

2.2.3 Tilbakemeldinger og framovermeldinger

Tilbakemeldinger, oversatt fra feedback, er forstått som informasjon gitt av en agent, som for eksempel en lærer, medelev, bok, foresatt eller selvet, om aspektene i ens prestasjoner eller forståelse. Det er således en følge av en prestasjon, og har ingen effekt hvis den ikke tar utgangspunkt i en lærings situasjon (Hattie & Timperley, 2007).

Tre komponenter kjennetegner en god tilbakemelding: ”Feed up” (Hvor skal jeg?), ”Feed back” (Hvor er jeg?) og ”Feed forward” (Hvordan skal jeg gå videre?). ”Hvor skal jeg?” handler om hvilke konkrete mål og kriterier som ligger til grunn for læringen. ”Hvor er jeg?” viser til hva eleven kan på et gitt tidspunkt og hva som for eksempel kan forbedres i et bestemt arbeid. Dette er tradisjonelt å oppfatte som en tilbakemelding. ”Hvordan skal jeg gå videre?” dreier seg om hva eleven må gjøre for å videreutvikle seg faglig. Dette er synonymt med framovermelding (Hattie & Timperley, 2007). Figur 2 (se under) viser en modell av hvordan tilbakemeldinger kan fremme læring.



Figur 2: En modell av hvordan tilbakemeldinger kan fremme læring (Hattie & Timperley, 2007, s. 87).

Ifølge figur 2 er hensikten å redusere uoverensstemmelsen mellom hva eleven allerede kan, og hva vedkommende ønsker å lære seg. Dette kan skje ved at eleven arbeider mer med stoffet, benytter seg av mer effektive strategier eller at eleven senker læringsmålene sine. Læreren kan bidra til å redusere gapet ved å gi oppgaver som utfordrer eleven, fokusere på spesifikke mål, introdusere effektive læringsstrategier eller ved å gi tilbakemeldinger (Hattie & Timperley, 2007).

De tre tilbakemeldingsspørsmålene i figur 2 virker på fire nivåer: oppgave-, prosess-, selvreguleringsnivå og på selvet. Det første nivået viser til tilbakemeldinger gitt på en oppgave eller et produkt. Det kan være informasjon om oppgaven er løst rett eller galt, om det er mangler, eller om det er mer som burde være med i besvarelsen (Hattie & Timperley, 2007).

Neste nivå omhandler tilbakemeldinger som ser på prosessen ved å løse en oppgave. Det handler om å gi elevene en forståelse av egen læring. Elevene kan da sette i gang de rette prosessene, slik at de kommer videre. I slike tilbakemeldinger kan læreren stille elevene spørsmål, vise en retning, gi dem hint og la elevene bestemme selv hvordan de mener det er best å bygge opp positive læringsprosesser (Hattie & Timperley, 2007).

Tilbakemelding på selvreguleringsnivå handler om hvordan elevene styrer, kontrollerer og regulerer handlinger mot læringsmål, slik at de kan sette i gang de rette prosessene for å komme videre. Dette innebærer at elevene utvikler autonomi og selvkontroll. Det kreves at eleven har opparbeidet seg en læringskompetanse bestående av egenvurdering og evnen til å søke informasjon om eget arbeid, for å nyttiggjøre seg av denne type tilbakemelding (Hattie & Timperley, 2007).

Tilbakemeldinger på selvet er av en mer personlig karakter. De er ofte ikke relatert til arbeidet eleven har lagt ned i oppgaven. Eksempler kan være ”Du er en flink elev” eller ”Det var lurt svart, bra!” (Hattie & Timperley, 2007).

De fire ulike nivåene tilbakemeldinger kan virke på, har forskjellig effekt. Minst effektiv er den siste kategorien, som går på selvet. De andre tre kategoriene er mer virkningsfulle. Tilbakemelding på prosess og selvregulering er effektive med tanke på mestring av oppgaven og læringsprosessen. Tilbakemelding på oppgaven er hensiktsmessig fordi oppgaveinformasjonen senere er nyttig for å forbedre strategier eller utvikle selvregulering. Det kan legges til at tilbakemeldinger som har som mål å flytte elevene fra oppgavenivå til prosessnivå og deretter fra prosessnivå til selvreguleringsnivå er mest effektive (Hattie & Timperley, 2007).

Det kan legges til at hvis eleven mangler grunnleggende kunnskap nødvendig for å lære, er instruksjon mer nyttig enn tilbakemeldingsinformasjon (Hattie & Timperley, 2007).

2.3 Refleksjonsbegrepet

Målet med denne studien er å se på hvordan refleksjonslogg kan brukes som et redskap som fremmer læring ved å fokusere på tilbakemeldinger. I den forbindelse er det naturlig å belyse selve refleksjonsbegrepet. Ifølge Hatton og Smith (1995) er det den amerikanske filosofen og psykologen John Dewey som er kjent for å ha gitt opphav til begrepet refleksjon på 1900-tallet. Han bygde på antakelser fra blant annet Platon, Aristoteles, Confucius, Lao Tzu, Salomon og Buddha. Dewey anså refleksjon som en spesiell form for problemløsning hvor en løser et problem som involverer at en binder idéer sammen med tidligere idéer. Ut i fra Dewey sitt arbeid med refleksjon, kan en

trekke ut fire nøkkelemner. Det første dreier seg om refleksjon er begrenset til tankeprosesser om handling, eller om den er mer bundet til handling. Det andre nøkkelemnet omhandler tiden hvor det reflekteres, om det er en relativt raskt prosess som går over en kortere periode, eller om det foregår systematisk over en lengre periode. Det tredje emnet handler om refleksjon er koblet til problemer eller ikke, mens det siste nøkkelemnet går på hvor bevisst den som reflekterer tar i betraktning kulturelle og politiske verdier i utformingen og videreutvikling av praktiske problemer (Hatton & Smith, 1995).

Refleksjon har også hatt et stor fokus innen problemløsning de siste 30 årene. Mason og Davis (1991), definerer begrepet som ”å sende” eller ”gå tilbake”. Polyas ”looking back step”, i Bjuland (2004), er sett på som en refleksjonsaktivitet i en matematisk problemløsningsprosess, siden det er mulig å forbedre løsninger eller forståelsen av løsninger knyttet til et problem.

I denne studien blir refleksjonsbegrepet knyttet til refleksjon over egen læring og læringsprosesser, som refereres til som metakognisjon (Mer om begrepet metakognisjon i avsnitt 2.3.2).

2.3.1 Refleksjonslogg som et kulturelt verktøy

Logg har sin opprinnelse i den maritime verden, og er en eldre betegnelse på en skipsdagbok. I pedagogisk sammenheng brukes begrepet om en bok hvor en skriver ned private notater om, for eksempel, sin egen faglige utvikling. Det er stort spenn i hva loggboken kan brukes til. Den kan blant annet brukes av eleven til å reflektere over egne prosesser og læring eller den kan legge grunnlag for vurderingsdialoger. Det er likevel mest vanlig å bruke den som et instrument i veiledningsprosessen. Ut av det store spennet av bruksområder, har den også fått ulike navn. Eksempler er lærelogg, elevlogg, gruppelogg, spørrelogg, tankelogg, refleksjonslogg og kommentarlogg (Høihilder, 2011).

Det skilles mellom to typer logg: spontanlogg og refleksjonslogg. En spontanlogg er gjerne mer knyttet til en bestemt situasjon, observasjon eller et inntrykk som en skriver ned der og da. Notatene bærer også preg av å være mer ustrukturerte. I refleksjonslogger

er skrivearbeidet lagt til en situasjon hvor en har bedre tid. Her kan en for eksempel konsentrere seg om en utvalgt del av en situasjon, hvor en kan tolke og prøve å se sammenhenger (Løkensgard Hoel, 2008).

To spørsmål læreren bør stille seg før hun innfører logg som et vanlig instrument i undervisningen, blir trukket fram som viktige: ”Hva er hensikten med at elevene skal skrive logg?” og ”Hva slags informasjon har jeg bruk for?” (Engh, 2011, s. 126). I vurderingssammenheng skal hensikten til loggen være å bidra til elevenes læring. Logg blir fremhevet som et godt hjelpemiddel for å gjennomføre underveisvurdering. Målet bør derfor være å stimulere de metakognitive ferdighetene til elevene. Eksempler på spørsmål som har en slik funksjon er ”Hva har du lært i dag/denne uka?” eller ”Hvilke erfaringer gjorde du deg denne uken som er verd å ta vare på?” (Engh, 2011, s. 126).

Hvilken informasjon læreren trenger og kan få ut i fra en logg, kan styrke prinsippet om tilpasset opplæring ved å gi læreren informasjon om hvordan elevene opplever undervisningen. Loggboken kan fortelle læreren om undervisningen er engasjerende nok, om den styrker elevens selvtillit, om det er gode elevaktiviteter og om læringsutbytte er optimalt. Informasjonen kan brukes til å justere undervisningen, utbedre de punktene som elevene synes er lite tilfredsstillende og forsøke å videreutvikle metoder som elevene setter pris på. Informasjonen vil også gi læreren et bilde av hvilket nivå eleven befinner seg på, og dermed tilrettelegge for tilpasset undervisning til hver elev (Engh, 2011).

2.3.2 Metakognisjon og refleksjonslogg

Metakognisjon er et begrep som har hatt stort fokus på 1980- og 1990-tallet, og er mye brukt i forhold til problemløsning. En definisjon av begrepet er presentert av Flavell (i Barkatsas & Hunting, 1996, s. 16):

Metacognition refers to one's knowledge concerning one's own cognitive processes and products or anything related to them, e.g., the learning-relevant properties of information or data. Metacognition refers, among other things to the active monitoring and consequent regulation and orchestration of these processes in relation to the cognitive objects on which they bear, usually in the service of some concrete goal or objective.

Andre definerer også metakognisjon. Helle (2007) skriver at "meta" betyr over, utenfor, bortenfor eller høyere teoretisk nivå. I sammenhengen metakognisjon betyr det å reflektere over egen læringsprosess. Dysthe (2003) definerer begrepet som det å kunne reflektere over sin egen tenking, forståelse og læring og å bli bevisst hvordan en selv lærer best.

I en metakognitiv logg fungerer loggen som et analyseredskap. Eksempler på spørsmål, som tar utgangspunkt i en situasjon hvor eleven mener han har lært noe, er "Hva skjedde?", "Hva lærte jeg?" og "Hvorfor lærte jeg det?". Ved å fokusere på metakognisjon vil eleven få hjelp til å distansere seg fra sin egen tolkning av en gitt situasjon, som igjen kan føre til utvikling (Bjørndal, 2002).

Språket i samspillet mellom individ og omgivelser blir påpekt som viktig. Dette kan ses i sammenheng med det sosiokulturelle perspektivet på læring. Språk har vist seg å være vårt viktigste hjelpemiddel og kommunikasjonsmiddel for problemløsning og tenking. Skrivning vil derfor være viktig i en slik læreprosess (Løkensgard Hoel & Haugaløkken, 2003). Logg er i tillegg et viktig verktøy for kommunikasjon mellom lærer og elev, og kan øke bevisstheten til elevene rundt eget arbeid. Som en konsekvens av dette kan det medføre at de blir mer motiverte til å ta ansvar for sin egen læring (Engh, 2011).

To studier på selvregulering av læring, herunder egenkontroll og egenvurdering, tyder på at studenter som deltar i slike aktiviteter har økt sannsynlighet for å ha tiltro til egne evner og til å utvikle interne attribusjoner. Dette kan ikke bare hjelpe elevene til å ta ansvar for egen læring, men kan øke kvaliteten på elevenes prestasjoner (Brookhart, Andolina, Zuza, & Furman, 2004; Fernandes & Fontana, 1996).

Fernandes og Fontana (1996) utviklet et opplæringsprogram for egenvurderingsstrategier med 25 grunnskolelærere. Over en periode på åtte måneder implementerte lærerne disse strategiene i sine klasserom. Disse elevene ble sammenlignet med elevene til 20 andre lærere. Resultatene viste at elevene som fikk muligheten, og ble oppmuntret, til å engasjere seg i egen vurdering hadde større sannsynlighet til å tillegge sin læring til indre oppfatninger. Det vil si at elevene tror de kan ha innvirkning på sin egen læring. Disse elevene hadde mindre sannsynlighet for å

tilskrive egen læring til flaks eller andre ukjente variabler og hadde høyere sannsynlighet til å forstå de virkelige årsakene til sin faglige utvikling, som læring og innsats.

En annen studie undersøkte effekten av elevenes egenkontroll. I denne studien deltok 41 elever i to klasser. Elevene ble utstyrt med verktøy som logger, grafer, refleksjonsark og lignende, for ukentlig å reflektere over sin framgang i forhold til egen læring og problemløsningsstrategier. En analyse av elevenes refleksjonsark viste at når lærere involverte elevene i å overvåke sin egen fremgang, var de mer selvstendige og i stand til å forutsi sine resultater på prøver. I tillegg kom det fram at de fleste studentene satte pris på å delta i sin egen vurdering (Brookhart et al., 2004).

2.4 Algebra i skolen

I dette avsnittet vil jeg presentere en historisk oversikt over hvordan ulike oppfatninger og læringssyn har påvirket algebraopplæringen i læreplanene. Videre vil jeg utdype begrepene pre-algebra og early algebra. Til slutt vil jeg se på ulike oppfatninger av likhetstegnet, og viktigheten av å utvikle en relasjonsforståelse av dette tegnet for å kunne forstå ligninger fullt ut.

2.4.1 Historisk oversikt

Ligninger har hatt en sentral plass i utviklingen av matematikkfaget, og er et emne som har blitt viet mye oppmerksomhet de siste fire tusen årene. Hvis en studerer historien bak det som har ledet fram til det symbolske språket som vi bruker i dag for å løse ligninger, finner vi en spennende og rik beretning om ulike sivilisasjoner og det viktige arbeidet til enkeltpersoner som har satt dype spor i matematikkhistorien (Onstad, 1994).

Historisk sett handlet algebra om fremgangsmåter, notasjoner og manipulering av symboluttrykk for å løse problemer (Onstad, 1994). Dette synet har blitt reflektert i læreplaner fra 1800-tallet og godt inn i 1900-tallet, da algebra i skolen ble sett på som et verktøy for manipulering av symboler og problemløsning (Kieran, 2007).

Fra slutten av 1970-tallet ble fokuset i forskningen flyttet til hvilken mening elevene fikk av algebraen. Det ble viktig å se på ulike måter algebra kunne bli meningsfull for eleven. Dette var påvirket av Piaget sine teorier fra 1960- og 70-tallet om kognitiv utvikling. Studier over flere tiår som hadde fokusert på manipuleringsferdigheter i undervisning og læring av algebraiske uttrykk, viste at denne type undervisning ikke førte til økte prestasjoner. Fokuset ble på 80-tallet flyttet til forståelsen av algebra i et konstruktivistisk læringsperspektiv. Det ble i forskningen lagt mindre vekt på for eksempel løsningsfeilene til elevene. I stedet ble det sett på hvordan elevene konstruerte sin forståelse av algebraiske konsepter og utførelsen av dette. 1990-tallet ble preget av det sosiokulturelle læringsynet. Her var det interessant å se på de kulturelle verktøyene som hjelpemidler i innlæringen, deriblant bruk av data. Overgangen fra et kognitivt læringsyn til et sosiokulturelt læringsyn førte til et økt forskningsfokus på samspillet mellom lærer-elev og elev-elev. Nyere studier har hatt et preg av et sterkere teoretisk rammeverk for å støtte opp om det empiriske grunnlaget, men også et større mangfold av teorier (Kieran, 2007).

2.4.2 Pre-algebra og early algebra

I norsk skole blir algebra og ligninger innført allerede på mellomtrinnet. Ifølge Kunnskapsløftet (LK-06), er målet for opplæringen at elevene etter 7. års-trinn skal kunne ”*stille opp og løse enkle likninger og rekne med paranteser i addisjon, subtraksjon og multiplikasjon av tal*” (Utdanningsdirektoratet, 2006, s. 43). Det er i forskningsmiljøene påpekt flere grunner for å innføre algebra på et så tidlig stadium, og det er to ulike syn på hvordan denne innføringen bør foregå. Carraher og Schliemann (2007) skiller mellom det som omtales som ”Pre-algebra” og ”Early algebra”. Pre-algebra har fokus på grunnleggende aritmetikk som skal forberede elevene på algebra. En del av elevenes vansker knyttet til algebra, kan skyldes at de har problemer med enkel tallregning. Målet med pre-algebra er å lette overgangen mellom aritmetikk og algebra. Eksempler på dette kan være regnestykker hvor de må prioritere regnearter, faktorisering av naturlige tall og lignende aritmetiske stykker. Knuth, Stephens, McNeil og Alibali (2006) skiller mellom pre-algebraiske strategier og algebraiske strategier når det gjelder løsning av ligninger. I førstnevnte strategi blir blant annet ”gjetting og prøv” trukket fram som en pre-algebraisk strategi. Dette fordi denne metoden ikke betrakter symmetrien i ligninger, men forholder seg til ligningen på en aritmetisk måte. I

algebraiske strategier derimot, ser en på sammenhengen mellom de ulike sidene av likhetstegnet. Et eksempel på en slik strategi, er å gjøre det samme på begge sider av likhetstegnet, for å isolere den ukjente. En viktig forskjell mellom disse synene er at pre-algebra kan føre til at elevene opplever en diskontinuitet mellom aritmetikk og algebra, mens early algebra prøver å bygge bro over denne diskontinuiteten.

I early algebra, som er en algebraisk tilnærming til algebra, påpeker Carraher og Schliemann (2007) at matematiske symboler er brukt annerledes i algebra enn i aritmetikk. Et eksempel på dette er hvordan en oppfatter likhetstegnet når en jobber med ligninger kontra aritmetikk. Denne måten å jobbe på vektlegger at en uttrykker algebraiske idéer og relasjoner med tabeller, grafer og spesielle lingvistiske strukturer for å lette overgangen fra aritmetikk til algebra (Carraher & Schliemann, 2007).

Flere land har de senere år innført early algebra med en sosio-konstruktivistisk tilnærming i læreplaner knyttet til barnetrinnet. I dette ligger det ikke at de typiske syntaktiske oppgavene fra ungdomskolen skal flyttes ned til barnetrinnet, men mer at det skal være rom for aktiviteter i elementær aritmetikk. Dette kan være aktiviteter som handler om å sammenligne ulike representasjoner med tilsvarende representasjoner av det samme matematiske objektet, å oppdage analogier eller å generalisere og identifisere egenskaper (Cusi, Malara, & Navarra, 2011). Med en sosio-konstruktivistisk tilnærming, menes det i dette tilfelle at elevene skal konstruerer sin egen kunnskap, som utvikles gjennom argumentasjoner, meningsutveksling og felles systematisering av løsninger, og refleksjoner knyttet til dette.

Cusi et al. (2011) mener early algebra ikke refererer til verken aritmetikk eller algebra. Det tar utgangspunkt i begge disipliner, men ender opp med å definere seg som en egen disiplin, forskjellig fra utgangspunktet. Ut i fra dette hevder de, slik jeg forstår det, at early algebra er basert på følgende fundamentale prinsipper:

- En framskyndelse av pre-algebraiske aktiviteter til begynnelse av barneskolen, eller tidligere, for å starte på utviklingen av et algebraisk språk, samtidig som elevene reflekterer over sitt naturlige språk i andre fag.
- Den sosiale konstruksjonen av kunnskap, som for eksempel den felles tolkning av ny forståelse som en får på bakgrunn av felles kulturelle redskaper som er tilgjengelig for elev og lærer.

- Den sentrale rollen vårt naturlige språk har som en opplærende mediator i den gradvise konstruksjonen av å utvikle et algebraisk språk, både syntaktisk og semantisk.
- Identifisere og gjøre eksplisitt algebraisk tenkning som en finner i aritmetiske konsepter og representasjoner. Elevene begynner å snakke om matematikk med et naturlig språk, løsrevet fra fokus på tall, men heller opptatt av forholdet i strukturen på setningene. For eksempel når eleven begynner å beskrive et regnestykket som $4 \cdot 2 + 1 = 9$ ikke bare som en fremgangsmåte av type ”Jeg ganger fire med to, legger til en og får ni”, men mer som en sammenheng som ”Summen av produktet fire ganger to og en er lik ni”.

2.4.3 Fokus på likhetstegnet og ligninger

Matematikere fra mange kulturer har prøvd å bruke symboler for å representere likhet. I tidlige papyrusskrifter fra Egypt har de brukt et lignende symbol som i dag for likhet. Diofantos brukte i det tredje århundret symbolet ”i”, og Pacioli, med flere, brukte senere ae, forkortet av latinske ”aequales”, som betyr lik (Ball, 1960). Er-lik-symbolet, slik vi kjenner det i dag, stammer i fra Robert Recorde i 1557. Disse to parallelle linjene, var ifølge Recorde, en bra representasjon, da to ting vanskelig kunne bli likere (Groza, i Essien & Setati, 2006).

For at eleven skal kunne forstå og anvende ligninger, er det en forutsetning at eleven har forståelse og kunnskap om en del grunnleggende begreper. En av disse begrepene er likhetstegnet. Knuth et al. (2006) antyder med sin forskning at mange elever fra sjetten til åttende klasse mangler en sofistikert forståelse av likhetstegnet, og at forståelsen av dette tegnet påvirker prestasjonen på hvordan de løser ligninger.

Språket som brukes i aritmetikken, fokuserer på svaret. I oppgaver som $5 + 2 =$, står likhetstegnet for ”blir lik”. Tegnet er altså et signal om at noe skal utføres. På lommeregneren er likhetstegnet et tegn på at noe skal utføres. Det får på den måten det en kan kalle en ”venstre til høyre-effekt” (Brekke, Grønmo, & Rosén, 2000). Det er vist at elever fra barnetrinnet, og faktisk helt opp til videregående, oppfatter likhetstegnet som et operasjonelt tegn, et tegn som utfører noe. På barnetrinnet blir likhetstegnet

tolket som et skille mellom problemet og svaret. Dette er en oppfatning som i stor grad følger eleven videre i skoleløpet (Kieran, 1981; Knuth et al., 2006).

Det skilles i hovedsak mellom tre ulike oppfatninger av likhetstegnet. Det kan oppfattes som: et prosesstegn, et relasjonstegn (Asquith, Stephens, Knuth, & Alibali, 2007; Knuth et al., 2006; Prediger, 2010) eller som en spesifisering (Cortes et al., i Prediger, 2010). Å betrakte likhetstegnet som et prosesstegn er en asymmetriske måten å betrakte det på, hvor den ene siden produserer den andre siden. Den andre kategorien, hvor en oppfatter det som et relasjonstegn, har fire underkategorier og fokuserer på en symmetrisk oppfattelse av likhetstegnet. Med tanke på denne studien er punkt 2c i figur 3 verd å merke seg. Her framkommer det at ved å løse en ligning hvor den ukjente opptrer på begge sider av likhetstegnet, tolkes likhetstegnet som et relasjonstegn (Prediger, 2010).

Det har blitt foreslått å innføre en tredje kategori, spesifisering, hvor identiteter ikke er beskrevet, men er angitt, som i definisjonene. Forskjellen mellom, for eksempel en kontekstuell identitet og en epistemologisk, er at den bidrar til å skille mellom definisjoner og påstander (Cortes et al., i Prediger, 2010). (Se figur 3).

Different meanings for equality

1. Operational meaning: operation equals answer, e.g. " $24:6-3 = 1$ " or " $f(x) = (3x^2) = 6x$ ".

2. Relational meaning:

2a. symmetric arithmetic identity, e.g. " $5+7 = 7+5$ " or " $19 = 10^2 - 9^2$ ";

2b. formal equivalence describing equivalent terms, e.g. " $x^2+x-6 = (x-2)(x+3)$ ", " $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$ ";

2c. conditional equation characterizing unknowns, e.g. "Solve $x^2=-x+6$ ";

2d. contextual identities in formulae, e.g. volume formula for a cone: " $V = \frac{1}{3}\pi \cdot r^2 \cdot h$ " or

"Right triangles with hypotenuse c and legs a, b satisfy $a^2+b^2=c^2$ ".

3. Specification, e.g. " $m := \frac{1}{2}(a+b)$ " or " $y := 2x + 52$ ".

Figur 3: Kategorisering av hvordan likhetstegnet kan oppfattes (Prediger, 2010, s. 81).

Det er forsket på hvilke konseptuelle hindringer som elevene kan møte på i overgangen fra enkle ligninger med en ukjent til mer komplekse ligninger hvor den ukjente opptrer på begge sider av likhetstegnet. En studie gjort av Filloy og Rojano (1989) tyder på at overgangen mellom ligninger av formen $Ax + B = C$ og ligninger på formen $Ax + B = Cx + D$ er krevende for eleven. Dette begrunnes med at elevene ikke kan anvende den operasjonelle forståelsen av likhetstegnet de har lært i aritmetikken på ligningen hvor

den ukjente opptrer på begge sider av likhetstegnet. Dette blir omtalt som et didaktisk brudd (didactic cut). Begrepet blir definert som det øyeblikk eleven for første gang møter lineære ligninger med den ukjente på begge sider av likhetstegnet. Ligninger hvor den ukjente opptrer på begge sider av likhetstegnet, kalles en ikke-aritmetisk ligning. For å løse slike ligninger, trenger eleven å tilegne seg en algebraisk forståelse, slik at de forstår at uttrykkene på begge sider av likhetstegnet er av samme natur.

Herscovics og Linchevski (1994) har gjort en lignende studie med fokus på overgangen fra enkle ligninger til ligninger med den ukjente på begge sider av likhetstegnet. Denne studien var inspirert av Filloy og Rojano (1989) sitt forskningsarbeid, men et didaktisk brudd ble ikke identifisert. Dette kan skyldes at elevene som deltok i undersøkelsen var plukket ut av skolen, og viste seg å være faglig sterke. Resultatene i studien tyder riktignok på at det foreligger et kognitivt gap mellom aritmetikk og algebra. Dette kognitive gapet kan karakteriseres som elevenes manglende evne til å operere spontant med eller på den ukjente. Videre avdekket studien andre vansker av en pre-algebraisk natur som blant annet at en del elever hadde problemer med å forstå ligninger som for eksempel $23 = 37 - n$. Dette førte til at noen elever leste ligningen fra høyre til venstre og dermed ga likhetstegnet en operasjonell betydning. Behovet for å utvide betydningen av likhetstegnet har ytterligere blitt bekreftet fra denne studien.

2.4.4 Likhet som balanse mellom to sider

Når elevene løser ligninger er det viktig at de har en relasjonsforståelse av likhetstegnet (Filloy & Rojano, 1989; Herscovics & Linchevski, 1994; Knuth et al., 2006; Prediger, 2010). Selvik, Rinvold og Høines (1998) skriver at det er viktig at elevene får erfaring med å oppfatte likhet som balanse før de begynner med algebra. Forståelsen det er ønskelig at elevene utvikler, kan illustreres med en skålvekt. Ligningen $2x + 3 = x + 5$ kan illustreres ved at en har flere like lodd med samme vekt, men vekten er ukjent. For eksempel kan en betrakte 100 gram som enhet. Hvis en da legger tre lodd på 100 gram i venstre skål og fem lodd av samme vekt i høyre skål, kan ligningen løses ved å finne den massen som balanserer vekten ved å legge to lodd i den venstre skålen og ett lodd i den høyre skålen. Et annet eksempel som blir trukket fram, er å illustrerer likheten ved å betrakte det som om en har tre konvolutter med penger. På venstre side har en to

konvolutter og tre kronestykker, og det er like mye som i høyre skål, hvor en har en konvolutt og fem kronestykker (Selvik et al., 1998).

En tilnærming til å la elevene få andre erfaringer om hva likhetstegnet kan bety, er for eksempel å la dem finne to varer i en butikk som skal koste nøyaktig 100 kroner til sammen. Ved å sette opp regnestykker som $54 + 46 = 100$ og deretter gå videre til å sette $54 + 46 = 49 + 51$, kan dette bidra til at elevene får en annen forståelse av likhetstegnet. I tillegg til dette tvinges elevene til å tenke over hva de driver med, slik at de ikke kun blindt følger regler (Selvik et al., 1998).

Kort oppsummert har jeg i dette kapitlet prøvd å plassere studien inn i et sosiokulturelt læringssyn. Jeg har belyst vurderingsbegrepet, med hovedvekt på formativ vurdering. Refleksjonsbegrepet er også løftet fram, selv om det er koblet til metakognisjon, som hører inn under en kognitiv teori (Dysthe, 2003). Til slutt har jeg presentert de matematikdidaktiske begrepene som jeg har valgt å trekke inn i studien for å kunne påvise læring eller eventuelle misoppfatninger og vansker knyttet til læring om ligninger. Teorien som er presentert her vil i hovedsak bli anvendt i studiens analyse- og diskusjonsdel.

3 Metode

I dette kapittelet vil jeg redegjøre for det metodiske grunnlaget for denne kvalitative casestudie. Jeg vil belyse hvilke valg som ligger til grunn for forskningsdesignet. Datainnsamlingen, som bestod av klasseromsobservasjon med videoopptak av seks undervisningsøkter, intervju av lærer, tre gruppeintervju av elever, samt refleksjonsloggene til elevene (se oversikt over datamaterialet i tabell 2-4), vil bli belyst. Videre vil jeg presentere hvilke valg som ligger bak transkriberingen av lyd- og videoopptak, og hvordan jeg har ivaretatt studiens kvalitet og forskningsetiske prinsipper. Arbeidsprosessen vil også bli innlemmet i dette kapittelet.

3.1 Metodisk tilnærming

Samfunnsvitenskapelig metode handler om hvordan en skal gå fram for å innhente informasjon om den sosiale virkeligheten, om hvordan denne informasjonene skal analyseres og hva den forteller oss om samfunnsmessige forhold og prosesser. Det dreier seg om å samle inn, analysere og tolke data. Dette er en sentral del av empirisk forskning. Det som blant annet kjennetegner empirisk forskning er systematikk, grundighet og åpenhet (Johannessen, Tufte, & Christoffersen, 2011).

Denne studien bruker kvalitativ metode for å belyse forskningsspørsmålet. Svært forenklet kan en si at kvalitative metoder forholder seg til data i form av tekster, lyd og bilde og legger vekt på fortolkning av dataene. Det som bestemmer hvilken metode forskningene skal ta, er i hovedsak forskningsspørsmålet. Ressurser, som tid og penger, kan også selvsagt sette begrensninger på hva som er mulig å gjennomføre (Johannessen et al., 2011).

I min studie ønsker jeg i hovedsak å belyse hvordan bruk av refleksjonslogg kan fremme læring om ligninger ved å bruke refleksjonslogg som instrument for framovermeldinger fra lærer til elev. Ut i fra denne problemstillingen, er det naturlig å velge en kvalitativ tilnærming, hvor jeg vil forsøke å få mye informasjon ut i fra et begrenset antall personer.

3.2 Forskningsdesign

Begrepet forskningsdesign viser til alt som knytter seg til en undersøkelse. Det ligger mange overveielser og valg bak en undersøkelse som skal gjennomføres: Hvem skal undersøkes? Hvordan skal undersøkelsen gjennomføres? Hvor lang tid har en tilgjengelig? Hvilke ressurser har en tilgang på? For å bestemme forskningsdesignet må forskeren først utarbeide en problemstilling. Ut i fra denne må vedkommende bestemme seg for hvilket design som best mulig vil belyse problemstillingen (Johannessen et al., 2011). Jeg har valgt å benytte meg av et casedesign. Bakgrunnen for dette vil jeg gjøre rede for i avsnitt 3.2.1.

Denne studie er, som tidligere nevnt, av en kvalitativ karakter. Hvis data til en slik studien må innhentes av forskeren selv, er det naturlig å benytte seg av en tverrsnittsundersøkelse. Dette fordi tidsaspektet for denne masteroppgaven er begrenset til et semester. Johannessen et al. (2011) skriver at tverrsnittsundersøkelser benytter seg av data fra et bestemt tidspunkt eller fra en avgrenset periode. En slik undersøkelse vil gi et øyeblikksbilde av det fenomenet vi undersøker.

Datainnsamling i denne studien strekker seg over fire uker, fordelt på seks undervisningsøkter, et lærerintervju og tre gruppeintervju av elever, samt refleksjonslogger fra elevene som inneholder framovermeldinger fra læreren produsert i samme periode. Denne type undersøkelse kan gi informasjon om hvordan et fenomen varierer, eller si noe om sammenhengen mellom fenomener, på det aktuelle tidspunktet. Tverrsnittdesign har sine begrensinger i og med at det er problematisk å avdekke årsakssammenhenger mellom fenomener. En skal også være forsiktig med å trekke konklusjoner som sier noe om utvikling over tid. Det kan legges til at motsatsen til denne type studier er longitudinelle undersøkelser. Det som kjennetegner sistnevnte type studie, er at data samles inn på flere tidspunkt, over en lengre periode. Det er nok dette designet som er mest attraktivt for de fleste forskere, men det krever en større tilgang av ressurser (Johannessen et al., 2011).

3.2.1 Casestudie

Det som kjennetegner en casestudie er i følge Yin (2014) at forskeren innhenter mye informasjon om noen få enheter eller caser over et kortere eller lengre tidsspenn

gjennom detaljert og omfattende datainnsamling. Det skal også benyttes flere datakilder, hvor disse skal være knyttet til samme tid eller sted. Kvalitative tilnærminger, som åpne intervjuer og observasjon, benyttes ofte i gjennomføringen av slike studier, men ikke eksklusivt. Casestudier kan med hensikt gjennomføres med ulike metoder for å fremskaffe et grundig og detaljerte datagrunnlag.

Ifølge Johannessen et al. (2011) er det særlig to kjennetegn på en casestudie innenfor samfunnsforskningen. Fokuset skal avgrenses til den spesielle casen, og det skal gi en mest mulig grundig og detaljer beskrivelse av casen. En kan trekke fram at ordet "case" både refererer til et studieobjekt og en forskningsdesign, og at case henspiller på at det er ett eller noen få tilfeller som studeres. Yin (2014) trekker fram fem komponenter som er viktige ved gjennomføringen av et casestudium. Disse har også gjort seg gjeldende i min studie.

1. Problemstilling: De fleste kvalitative casestudier starter med et problem hentet fra praksis. Forskeren stiller seg deretter noen spesifikke spørsmål, som leder til en problemstilling. Spørsmål av typen hvorfor eller hvordan noe skjer, og spørsmål som handler om forståelse som hva, hvordan eller hvorfor, styrer normalt forskeren.
2. Teoretiske antakelser: Etter å ha stilt noen grunnleggende spørsmål, gjør forskeren seg noen antakelser. Det er disse antakelsene som ligger til grunn for videre undersøkelser.
3. Analyseenheter: Etter at problemstillingen er definert, avgrenses enheten som skal studeres. Analyseenheten eller casen kan være et individ, et program, en gruppe eller lignende. Definisjonen av enheten henger sammen med hvordan den opprinnelige problemstillingen var.
4. Den logiske sammenhengen mellom data og antakelsene: Det opereres med to analysestrategier her: teoretiske antakelser og beskrivende casestudier. Yin anbefaler å benytte den første strategien. Bruk av beskrivende casestudier anbefales kun hvis en ikke har noen teoretiske antakelser på forhånd.
5. Kriterier for å tolke funnene: Det er viktig å tolke funnene opp mot allerede eksisterende teori på området. En ser av punkt fire, at Yin er opptatt av at man har en foreløpig teori før datainnsamlingen finner sted. Med utgangspunkt i

punktene over, kan funnene relateres til eksisterende teori. Man kan da velge enten å beholde, modifisere, videreutvikle eller bygge helt ny teori (Yin, 2014).

3.3 Datainnsamling

Etter at data var samlet inn, satt jeg igjen med en stor mengde informasjon. Jeg hadde data fra seks undervisningsøkter. Videre hadde jeg 27 refleksjonslogger, hvor alle hadde én framovermelding fra lærer, og seks av dem hadde to framovermeldinger. Jeg hadde også et gruppeintervju med fire elever som omhandler hvordan de har jobbet med refleksjonsloggen og framovermeldinger i denne perioden og tidligere. I tillegg har jeg gjennomført to gruppeintervjuer hvor elevene i det foregående gruppeintervjuet var delt inn etter middels og høy måloppnåelse. I de to intervjuene var hovedfokuset matematisk forståelse for ligninger og likhetstegnet. Til slutt hadde jeg et intervju av læreren, som delte sine erfaringer og tanker rundt bruk av refleksjonslogg i undervisningen (se tabell 2-4 for oversikt over datainnsamling).

De er i hovedsak fire måter å samle inn kvalitative data på. En kan bruke intervju med åpne spørsmål, direkte observasjon, skrevne dokumenter og lyd- og bildemateriale (Johannessen et al., 2011). Disse fire metodene vil alle ligge til grunn for empirien i min studie.

3.3.1 Observasjon

Observasjon som metode egner seg godt når forskeren ønsker direkte tilgang til det han undersøker. I situasjoner med samhandling mellom mennesker, som for eksempel i et klasserom, hvor forskeren kan studere hvordan sosiale fenomener oppstår og utfolder seg, er observasjon en god metode for innhenting av data. På den andre siden er denne metoden vanligvis tid- og ressurskrevende, og forskeren må i etterkant transkribere relevant data. For å registrere data, er bruk av video- eller lydopptak gode hjelpemidler (Johannessen et al., 2011).

I min studie brukte jeg direkte observasjon som metode. Data ble registrert ved hjelp av et videokamera plassert slik at det filmet læreren og tavlen, og en lydopptaker festet på læreren. Kameraet fulgte læreren rundt i klasserommet, etter at hun var ferdig med fellesundervisning. I tillegg benyttet jeg meg av feltnotater for å få bedre oversikt over

materialet som skulle transkriberes og analyseres. Jeg ønsket å få innsikt i hvordan læreren innførte refleksjonslogg for elevene og hvordan eleven jobbet med denne i klassen. I tillegg ønsket jeg å observere undervisningen om ligninger slik at jeg bedre kan forstå hva elevene har skrevet i refleksjonsloggene sine. Det vil også være interessant å se om, eller hvordan, læreren justerer undervisningen ut i fra informasjon fra loggbøkene. Situasjoner som har forekommet i klasserommet, kan også være utgangspunkt for spørsmål i intervjuene. Med dette som bakgrunn, vurderer jeg det som at klasseromsobservasjon er et naturlig valg av metode å bruke for å belyse min problemstillingen.

3.3.2 Intervju

Intervju som datainnsamlingsmetode er den som er mest brukt innenfor kvalitativ forskning. Metoden er fleksibel, kan gjennomføres nesten over alt, og gjør det mulig å få gode og detaljerte beskrivelser, så sant informanten føler seg komfortabel med situasjonen. Fordelen ved å benytte intervju er at informanten har stor frihet til å uttrykke seg. Sosiale fenomener har også stor kompleksitet, og et slik intervju gjør det mulig å få fram kompleksiteten og nyansene. Det kan også brukes som en supplerende metode til andre tilnærminger (Johannessen et al., 2011).

For å innhente data til å belyse studiens problemstillingen, gjennomførte jeg tre gruppeintervjuer og et intervju: et gruppeintervju med fire elever, to gruppeintervju med to elever og et lærerintervju. Hensikten med intervjuene var å få supplerende informasjon om arbeidet med refleksjonsloggen, og eventuelt undervisningssituasjoner, samt hente ut nye data til studien. For å gjøre elevene tryggest mulig i situasjonen, valgte jeg å gjennomføre intervjuene som gruppeintervju. Johannessen et al. (2011) trekker fram flere fordeler ved å benytte en slik metode. Blant annet kan det føre til at når en person i gruppen deler sine tanker, vil de andre i gruppen også bli oppmuntret til dette. Lyd- og videoopptaker ble benyttet for å dokumentere situasjonene og for å kunne analysere dataene grundig. Samtlige intervjuer ble transkribert i sin helhet.

3.3.3 Gruppeintervjuer med elever

Intervjuene som ble gjennomført var semi-strukturerte. Det som kjennetegner et semi-strukturert intervju er at spørsmålene, og rekkefølgen, ikke er nøyaktig nedtegnet, men mer formulert som stikkord (Johannessen et al., 2011). I det første intervjuet, referert til som firergruppeintervjuet, var det fire elever som deltok. To av disse elevene, Maria og Anders, lå på høy måloppnåelse, og de to andre, Kristine og Ida, befant seg på middels måloppnåelse i matematikk. Hensikten med dette intervjuet var å få informasjon om hvordan de oppfattet matematikk, hvordan de jobbet med refleksjonsloggen og framovermeldingene fra lærer, og deres refleksjoner rundt denne prosessen. I de to andre gruppeintervjuene, referert til som toergruppeintervjuene, var hensikten å få fram elevenes forståelse for ligninger og likhetstegnet. I tillegg ønsket jeg empiriske data som kunne si noe om denne metoden å arbeide med refleksjonslogg hadde fremmet læring om ligninger. For å innhente denne informasjonen, ble elevene delt inn etter høy og middels måloppnåelse. De fikk spørsmål om å løse oppgaver som lignet, eller var identiske med, de oppgavene de hadde skrevet om i loggen, og som læreren hadde gitt dem som framovermelding. I tillegg fikk elevene en oppgave, som jeg selv har laget, hvor de skulle reflektere rundt hvordan de oppfattet likhetstegnet i en aritmetisk oppgave og en ligning (se avsnitt 4.2.3 for oppgaven og vedlegg 4-6 for gruppeintervjuguidene).

3.3.4 Lærerintervju

Dette intervjuet hadde til hensikt å kartlegge lærerens bakgrunn og hennes refleksjoner rundt arbeidet med refleksjonslogg. I tillegg ønsket jeg å innhente data på hva som var viktig for henne når hun underviste om ligninger, hvordan hun hadde arbeidet med loggbøkene og tilhørende tilbakemeldinger, samt litt bakgrunnsinformasjon om de fire utvalgte elevene. Intervjuet ble gjennomført i etterkant av elevintervjuene og perioden hvor refleksjonslogg ble brukt som metode (for lærerintervjuguide, se vedlegg 3).

3.3.5 Utvelgelse av informanter

I motsetning til kvantitative undersøkelser, hvor utvalget ofte trekkes tilfeldig, er ikke dette vanlig i kvalitative undersøkelser. Hensikten med sistnevnte metode er å få mest mulig kunnskap om fenomenet som studeres, ikke å foreta statistiske generaliseringer. Rekruttering av informanter har et klart mål i kvalitative undersøkelser. Dette kalles i

metodelitteraturen for strategisk utvelgelse. Med dette begrepet menes det at forskeren må tenke nøye igjennom hvilken målgruppe som må delta for å samle inn nødvendig data, for så i andre omgang å velge ut personer fra målgruppen. I tillegg må forskeren bestemme seg for hvor mange han vil ha med i utvalget. Det er med andre ord ikke et representativt utvalg en ønsker å finne, men et hensiktsmessig utvalg (Johannessen et al., 2011).

Studiens utvalg består av en 10.klasse med 27 elever og deres lærer, ved en relativ stor 1-10-skole på Vestlandet. 10. trinn ble valgt på grunn av at elevene skulle reflektere over egen læring og uttrykke dette skriftlig. For yngre elever kunne den skriftlige delen blitt krevende. Jeg kontaktet en lærer med forespørsel om hun ville delta i studien min. Dette var hun positiv til, og rektor ved skolen godkjente at jeg kunne gjennomføre studien hos dem.

Læreren, Sara, er en kvinne i førtiårene med 18 års erfaring som matematikklærer. Av utdanning har hun gjennomført et treårig faglærerstudium i naturfag med matematikk. I tillegg har hun to grunnfag i humanistiske fag. I faglærerutdanningen hennes, er det 30 studiepoeng matematikk. Sara jobber i en 100 prosent stilling, hvor matematikk, naturfag og noen andre fag inngår. I tillegg til dette er hun kontaktlærer i samme klasse.

Jeg valgte ut fire elever fra klassen som jeg ønsket å studere nærmere. Disse elevene hadde fått to tilbakemeldinger i loggboken fra Sara. Av disse fire ønsket jeg to elever på middels måloppnåelse, Kristine og Ida, og to på høy måloppnåelse, Anders og Marie. Anders, Marie, Kristine og Ida deltok i firegruppeintervjuet hvor de ble intervjuet om hvilke erfaringer de hadde gjort seg ved å bruke refleksjonslogg som arbeidsmetode, samt hvordan de jobbet med framovermeldinger fra læreren i andre sammenhenger.

For å analysere refleksjonsloggene valgte jeg ut to elever jeg ville se nærmere på: Anders og Kristine. Elevene ble valgt ut med utgangspunkt i hvilket matematisk nivå de befant seg på. I tillegg ønsket jeg elever som hadde arbeidet godt med loggboken og som hadde fått to tilbakemeldinger fra Sara.

3.3.6 Fremstilling av undervisningsøkter og intervjuer

Jeg fulgte klassen over en periode på omtrent fire uker. Denne perioden ble avbrutt av en yrkesmesse som elevene skulle arrangere. Dette medførte at elevene mistet noen matematikktimer. I hele perioden har det vært elleve matematikktimer og elevene har skrevet i loggboken syv av disse timene. Observasjonen av undervisningen er delt inn i to sykluser. En syklus er her en periode hvor elevene skriver i refleksjonsloggen, får en tilbakemelding fra læreren og jobber med denne tilbakemeldingen i timen. I matrisene under følger en oversikt over observasjonene og intervjuene som ble gjennomført.

Tabell 2 viser en oversikt over syklus 1, tabell 3 viser tilsvarende for syklus 2, mens tabell 4 gir en framstilling av intervjuene som ble gjennomført i perioden.

Tidspunkt	Hva	Varighet	Innhold
21.01.14 – 28.01.14	Syklus 1:	Åtte dager	Undervisningstime 1-3
Tirsdag 5.t 21.01.14	1. undervisningstime	45 min.	<ul style="list-style-type: none"> • Mål for timen: Repetere/lære hvordan vi løser ligninger med <i>en</i> ukjent. • Tavleundervisning: Eksempler på ulike framgangsmåter for å løse enkle ligninger med en ukjent og ligninger med x i teller. • Egenarbeid med oppgave 4.26 (se vedlegg 8) og arbeidsplan. • Introduksjon og utlevering av refleksjonslogg.
Fredag 1.t 24.01.14	2. undervisningstime	45 min.	<ul style="list-style-type: none"> • Mål for timen: Repetere å løse ligninger med parenteser. Lære å sette opp ligninger fra tekstoppgaver. Repetere/lære å sette prøve på svaret. • Gjennomgang av leksene på tavlen. • Skrivning i loggen de siste åtte minuttene.
Tirsdag 5.t 28.01.14	3. undervisningstime	45 min.	<ul style="list-style-type: none"> • Samtale rundt bruk av refleksjonslogg i plenum. • Utlevering av logg med tilbakemeldinger. • Arbeid med tilbakemeldingene individuelt og loggskriving.

Tabell 2: Framstilling av undervisningsøkter og innhold syklus 1

Når	Hva	Varighet	Innhold
04.02.14 – 11.02.14	Syklus 2:	Ti dager	Undervisningstime 4-6
Tirsdag 5.t 04.02.14	4. undervisningstime	45 min.	<ul style="list-style-type: none"> Gjennomgang av hvordan en representerer tekstoppgaver som ligninger. Oppgave 4.164 på tavle. Jobbe med oppgave 4.159, Diofantos sin alder, i loggboken.
Torsdag 4.t 06.02.14	5. undervisningstime	45 min.	<p>Geogebra: På datarommet.</p> <ul style="list-style-type: none"> Mål for timen: Lære å løse ligninger med to ukjente – grafisk. Gjennomgang av eksempel s. 44. i Sirkel 10B Elevene jobber med oppgave 4.171 og 4.172 i Sirkel 10B Loggskrivning de siste fem minuttene.
Fredag 1.t 14.02.14	6. undervisningstime	45 min.	<p>Seks stykker har fått tilbakemelding i loggen. Disse jobber med tilbakemeldingen.</p> <p>De andre jobber med egenvurderingsskjema som en forberedelse til prøve onsdag neste uke.</p>

Tabell 3: Framstilling av undervisningsøkter og innhold syklus 2

Intervjuer:			
Når	Hva	Varighet	Innhold
Fredag 2.t 14.02.14	Gruppeintervju med firergruppe: Kristine, Ida, Anders og Marie	20 min.	Fire utvalgte elever blir intervjuet med hensyn på refleksjonsloggen og framovermeldinger.
Fredag 2. og 3. time 14.02.14	Gruppeintervju med to elever: Kristine og Ida	20 min.	Elevintervju med fokus på matematisk forståelse av ligninger.
Fredag 2. og 3. time 14.02.14	Gruppeintervju med to elever: Anders og Marie	20 min.	Elevintervju med fokus på matematisk forståelse av ligninger.
Tirsdag 18.02.14	Intervju av lærer	25 min.	Intervju av lærer med fokus på studiens problemstillingen.

Tabell 4: Framstilling av intervjuer og innhold

3.3.7 Tilstedeværende observatør

I min studie har jeg har valgt å opptre som en tilstedeværende observatør. I Johannessen et al. (2011) beskrives dette som at forskeren er tilstede under observasjonen, men deltar i liten grad i den ordinære samhandlingen. Forskeren engasjerer seg gjennom samtaler og intervjuer og ikke som deltaker.

Jeg har observert og filmet undervisningen fra en statisk plassering i klasserommet. I tillegg har jeg fulgt læreren med kameraet når hun har veiledet elevene i klasserommet. Ved én anledning har jeg fått spørsmål fra elev om jeg kunne hjelpe vedkommende med en oppgave. Dette ble ikke etterkommet, da jeg ønsket å inneha en rolle kun som observatør.

I gruppeintervjuet av elevene har jeg hatt rolle som forsker ved å stille spørsmål og oppfølgingsspørsmål med mål om å innhente mest mulig informasjon om studiens problemstilling. Jeg har valgt ikke å veilede elevene med hensikt på læring, men har

bidratt i løsningsprosessen av en oppgave i toergruppeintervjuet med Kristine og Ida, for å kunne hente ut mest mulig data fra situasjonen.

3.3.8 Refleksjonslogg

Skrevne tekster produsert av elever som data har sine fordeler og ulemper. Det kan være problematisk at ord kan tillegges flere meninger, enn for eksempel tall. Dette kan by på problemer i forhold til tolkningen av innholdet (Johannessen et al., 2011). I denne studien vil refleksjonsloggene være en slik type tekst som skal analyseres opp i mot studiens problemstilling. For å øke sannsynligheten for at det som skrives i refleksjonsloggene, ikke mistolkes, vil gruppeintervjuene gjennomføres i etterkant av at refleksjonsloggene er analysert. Elevene vil dermed få mulighet til å utdype sine skriftlige ytringer.

Spørsmålene i refleksjonsloggen har jeg utarbeidet i samarbeid med læreren i klassen. Jeg har ønsket å gjøre spørsmålene så spesifikke som mulig knyttet opp til emnet ligninger. Dette har jeg gjort for at elevene skal reflektere rundt studiens emne. Spørsmålene er limt inn i permen på refleksjonsloggen som elevene har fått utlevert, slik at de alltid er tilgjengelige og korrekt gjengitt for elevene. Spørsmålene i refleksjonsloggen (S1-S7) var som følger:

- S1 Dato:
- S2 Hva har jeg lært om ligninger?
- S3 Hvorfor lærte jeg det?
- S4 Hva var vanskelig med ligninger?
- S5 Hva trenger jeg å jobbe mer med?
- S6 Hvordan har jeg jobbet med tilbakemeldingen fra lærer?
- S7 Hva lærte jeg av å jobbe med tilbakemelding fra lærer?

Tanken med refleksjonsloggen var at elevene skulle bruke de siste fem minuttene av matematikktimen til å svare på spørsmålene over. Læreren skulle så samle inn denne loggen hver fredag, hvor hun deretter skulle gi en framovermelding på hva elevene hadde beskrevet som vanskelig og hadde behov for å arbeide mer med. Denne framovermeldingen skulle så elevene jobbe med i neste matematikktime. I tillegg skulle de i slutten av denne timen svare på hvordan de hadde jobbet med framovermeldingen

(S6), og hva de hadde lært av denne (S7). I starten av prosjektet tenkte vi at det kun ville være de elevene som skilte seg ut i fra flertallet i klassen med tanke på hva de oppfattet som vanskelig, som skulle få en personlig tilbakemelding. Flertallet skulle få en tilbakemelding i form av justering av undervisningen, da vi regnet med at mange ville skrive at de oppfattet de samme delemnene som vanskelige. Sara valgte allikevel å gi alle elevene en framovermelding første gang hun samlet inn refleksjonsloggen. Andre gang var det seks elever som fikk tilbakemelding.

Framovermeldingen ble i hovedsak gitt som en konkret oppgave som elevene skulle arbeide med, og var kopiert opp og festet i loggboken med en binders. I tillegg til dette ble eleven, i de fleste tilfeller, henvist til et eksempel som de skulle studere før de begynte å jobbe med framovermeldingen. Oppgaven ble gitt ut i fra hva elevene selv oppga som vanskelig og trengte å arbeide mer med.

Videre var utgangspunktet at loggboken skulle være et instrument for å utvikle metakognitive ferdigheter (Dysthe, 2003; Flavell, i Barkatsas & Hunting, 1996; Helle, 2007) hos elevene. Spørsmålene som ble limt inn i loggboken er derfor av en metakognitiv karakter. Med tanke på oppgavens lengdebegrensninger, ble dette fokus tonet ned underveis i prosessen. Sett ut i fra at refleksjonsloggens hovedhensikt skulle være et redskap for framovermeldinger, kunne spørsmålene fortonet seg annerledes. Da ville det kanskje vært nok med ”Hva har jeg lært?”, ”Hva var vanskelig?” og ”Hva trenger jeg å jobbe mer med?”.

3.4 Transkribering

I kvalitative undersøkelser foreligger data ofte i form av lyd og/eller bilder. Transkribering viser til prosessen ved å skrive ut lyd- og/eller bildeopptak som tekst. Dette gjøres for å dokumentere datainnsamlingen (Johannessen et al., 2011). Da Personvernombudet har strenge føringer til hvordan data skal oppbevares, og når det skal slettes eller anonymiseres, er transkribering et godt alternativ for å bevare dataene, også etter denne fristen har gått ut.

I denne studien, hvor jeg observerte, tok feltnotater og gjorde lyd- og videoopptak, har jeg fra undervisningen valgt kun å transkribere det som var relevant med tanke på min

problemstilling. Jeg har transkribert det læreren har gått igjennom på tavlen og de relevante elevinnspillene i forbindelse med dette. Jeg har ikke transkribert alt som skjedde når læreren hjalp elevene individuelt. Intervjuene har jeg derimot transkribert i sin helhet. I denne prosessen har jeg benyttet en enkel transkripsjonsnøkkel. Denne ligger som vedlegg nummer 7.

3.5 Kvaliteten på studien og forskningsetiske prinsipper

For å måle kvaliteten på en kvalitativ studie, er det flere begreper som er gjeldene. I kvantitativ forskning benyttes begrepene reliabilitet og validitet som kriterier for å måle kvalitet. Yin (2014) benytter seg også av disse begrepene for å bestemme gyldigheten til kvalitative data. Guba og Lincoln (1985) hevder derimot at kvalitative undersøkelser må vurderes annerledes. De benytter begrepene pålitelighet, troverdighet, overførbarhet og bekreftbarhet for å måle kvaliteten i kvalitative undersøkelser. I dette avsnittet vil jeg drøfte kvaliteten på min studie. I tillegg vil jeg se på hvordan jeg har overholdt mitt etiske ansvar som forsker.

3.5.1 Validitet og reliabilitet

Yin (2014) opererer med fire kriterier for å bedømme forskningsdesignens kvalitet: begrepsvaliditet, intern validitet, ekstern validitet og reliabilitet.

Begrepsvaliditet (troverdighet) dreier seg om i hvilken grad forskerens fremgangsmåter og funn reflekterer formålet til studien og representerer virkeligheten. ”Måler vi det vi tror vi måler?” (Johannessen et al., 2011, s. 230). Dette kriteriet er gjeldende under datainnsamlingen og ferdigstillingen av studien. Det blir trukket fram tre aktuelle tilnærminger i en casestudie: Anvende flere kilder når det gjelder data og belegg, formulere en beviskjede og la nøkkelinformanter lese gjennom et utkast til forskningsrapporten (Yin, 2014).

Lincoln og Guba (1985) skriver om to teknikker som kan øke sannsynligheten for at forskningen frembringer troverdige resultater: observasjon over tid og metodetriangulering. Det fremheves at det er viktig å bruke nok tid på observasjonen, slik at en forstår feltet en skal forske på. Hvis en skal forstå et fenomen, må en ha god

kjennskap til konteksten. Metodetriangulering handler om å benytte ulike metoder i datainnsamlingen.

I min studie har jeg anvendt flere kilder ved innhenting av data. Jeg har observert seks undervisningstimer. I tillegg har jeg foretatt et gruppeintervju av utvalgte elever, hvor refleksjonsloggen har vært grunnlaget for utvelgelsen. Denne loggen har også vært en vesentlig del av datamaterialet som har blitt analysert. Videre har jeg intervjuet læreren. Disse kildene har jeg forsøkt å se i sammenheng med hverandre.

Læreren har fått anledning til å lese gjennom et utkast av resultat og analysedelen. Elevene som ble intervjuet har, av anonymiserende hensyn, ikke fått denne muligheten, men de har fått anledning i gruppeintervjuet til å utdype det som framkommer av refleksjonsloggen sin.

Intern validitet omhandler i hovedsak kausale studier hvor en ønsker å vise at visse betingelser fører til andre betingelser. Det dreier seg om å sammenligne mønster, bygge opp forklaringer, drøfte tidligere forskning som ikke trekker samme slutninger som egen forskning og å anvende logiske modeller i analysen av data (Yin, 2014). I min oppgave er det den eksterne validiteten som er mest relevant å begrunne kvaliteten mot.

Med tanke på ekstern validitet (overførbarhet), er det vanskelig å si noe om resultatet fra en undersøkelse kan generaliseres til å gjelde ut over den aktuelle case-studien (Yin, 2014). Kun basert på min undersøkelse kan jeg ikke si at bruk av refleksjonslogg vil fremme læring i alle klasserom i alle kulturer, men det er heller ikke hensikten med studien. Allikevel er det naturlig å anta, slik jeg ser det, at refleksjonslogg med hensikt kan benyttes som et redskap i andre klasserom for å fremme læring om matematiske emner ved å fokusere på framovermeldinger.

Et spørsmål en kan stille seg for å bedømme reliabiliteten (påliteligheten) til en studie er: Ville en annen forsker kunne gjennomført den samme undersøkelsen med, i mitt tilfelle, de samme elevene og læreren, og fått samme resultater? I kvalitative undersøkelser er det i følge Johannessen et al. (2011) vanskelig, og lite hensiktsmessig, å benytte slike krav om reliabilitet. Dette blant annet fordi det ofte er samtaler og

observasjon som benyttes for å samle inn data, som igjen er verdiladet og kontekstavhengig. Yin (2014) hevder derimot at visse tilnærminger, som for eksempel å benytte et regelverk for case-studier, kan anvendes for å øke reliabiliteten til en case-studie. Det blir også trukket fram at å gi leseren en åpen og detaljert beskrivelse av forskningsprosessen, vil øke reliabiliteten. I min studie vil jeg, så godt det lar seg gjøre, beskrive hvordan hele prosessen har foregått fra start til slutt, slik at reliabiliteten ivaretas.

3.5.2 Etiske betraktninger

Jeg har i denne studien ivaretatt mitt etiske ansvar som forsker ved å underlegge meg til gitte etiske prinsipper og juridiske retningslinjer. Jeg har forholdt meg til Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi gitt av De nasjonale forskningsetiske komiteer (2006). Jeg har også i forkant av gjennomføringen av studiet sendt meldeskjema til Personvernombudet for forskning ved Norsk samfunnsvitenskapelige datatjeneste (NSD) (se vedlegg 8). I forhold til gitte retningslinjer har jeg informert foresatte - og lærer - i et skriv, som ble returnert med signatur, om prosjektets formål (vedlegg 1 og 2). Her framkommer det at deltakeren står fritt til å trekke seg fra forskningen på et hvilket som helst tidspunkt, uten begrunnelse. I tillegg har alle elevene i klassen som jeg observerte deltatt i undervisningsopplegget, uavhengig om de var deltakere i prosjektet.

Alle data i undersøkelsen er anonymisert. Både elever og lærere har fått fiktive navn. Skolen hvor undersøkelsen ble gjennomført på er heller ikke oppgitt i studien.

3.6 Tilnærming til materialet

På grunn av oppgavens begrensninger har jeg valgt å belyse utvalgte deler av datamaterialet. Jeg har valgt å analysere lærerens undervisning om ligninger for best mulig å kunne tolke funnene i refleksjonsloggene og elevintervjuene. I analysen av undervisningen blir det i hovedsak lagt vekt på: muntlige tilbakemeldinger fra lærer (Hattie & Timperley, 2007), likhetstegnet (Asquith et al., 2007; Filloy & Rojano, 1989; Herscovics & Linchevski, 1994; Knuth et al., 2006; Prediger, 2010), pre-algebraiske og early-algebraiske strategier (Knuth et al., 2006; Cusi et al., 2011), og algebraiske

strategier (Carraher & Schliemann, 2007). Dette blir sett i lys av et sosiokulturelt læringssyn (Säljö, 2001; 2006).

Videre har jeg gått grundig inn i refleksjonsloggene til to utvalgte elever, Anders og Kristine. Her har jeg analysert hva de har skrevet og sett på lærerens tilbakemeldinger i loggboken. Analysen av lærerens tilbakemelding har blitt sett opp i mot de fire nivåene (oppgave-, prosess-, selvreguleringsnivå og selvet) tilbakemeldingsspørsmålene kan virke på (Hattie & Timperley, 2007). Elevenes forståelse av likhetstegnet og ligninger har blitt analysert i lys av relevant teori presentert i kapittel 2. Lignende oppgaver som elevene i loggboken har oppgitt som krevende og fått framovermelding fra lærer på, har blitt presentert for dem i toergruppeintervjuet i et forsøk på å identifisere indikasjoner på læring.

For å belyse tanker og refleksjoner rundt bruk av refleksjonslogg hos elevene og læreren, har jeg tatt utgangspunkt i firergruppeintervjuet og lærerintervjuet. Data herfra baserer seg på utsagnene til de fire elevene Andres, Marie, Kristine og Ida og læreren Sara. Ytringene som kommer fram her, har blitt analysert opp i mot relevant teori i kapittel 2, og blitt systematisert på en slik måte at de belyser studiens problemstilling best mulig.

4 Resultat og analyse

I dette kapittelet vil jeg først se på lærerens undervisning knyttet opp til ligninger. Dette vil være av interesse for å kunne få en best mulig forståelse for hva elevene skriver i refleksjonsloggene sine. Data for å bygge opp under overnevnte er hentet fra observasjon av undervisningen til Sara. Videre vil jeg i denne studien særlig fokusere på to elever: Anders og Kristine. Jeg vil her se på hvordan disse to elevene har arbeidet med refleksjonsloggen, tilbakemeldingene fra Sara og hvordan de forstår emnet ligninger. Utgangspunktet for analysen av refleksjonsloggen og tilbakemeldingene fra Sara vil være elevenes loggbøker og firergruppeintervjuet. Elevenes forståelse av ligninger vil ta utgangspunkt i data hentet fra toergruppeintervjuene. Til slutt vil data fra lærerintervjuet og firergruppeintervjuet bli analysert med hensyn på elevene og Saras tanker og erfaringer om refleksjonslogg og framovermeldinger.

4.1 Undervisningen

For best mulig å kunne forstå hva elevene skriver i loggboken sin, vil jeg i dette avsnittet se nærmere på hvordan Sara introduserte ligninger, og hvilke tilnærminger hun hadde til dette emnet i undervisningen.

4.1.1 Utdrag fra undervisningen med fokus på ligninger og tilbakemeldinger

I første undervisningstime presenterer Sara arbeidsmetoden hvor refleksjonslogg inngår. Deretter starter hun med gjennomgangen av lærestoffet: ligninger med én ukjent. Hun skriver opp målet for timen på tavlen, som er ”Repetere/lære hvordan vi løser ligninger med en ukjent” og refererer til målene for de neste tre ukene som står på arbeidsplanen.

Det er tre komponenter som kjennetegner en god tilbakemelding: ”Hvor skal jeg?”, ”Hvor er jeg?” og ”Hvordan skal jeg gå videre?” (Hattie & Timperley, 2007). Ved å skrive opp målet for timen på tavlen og deretter vise til målene for perioden, gir Sara elevene en tilbakemelding på hvor de skal. I denne perioden, hvor elevene skal jobbe med refleksjonslogg, skal de i tillegg vurdere og reflektere over egen læring. Da er det også et viktig poeng at elevene vet hva at de skal lære, da det er en forutsetning å vite hva en skal lære, for å kunne vurdere egen læring (Black & Wiliam, 1998b).

Før læreren går videre til å undervise spesifikt om ligninger forteller hun litt om hva de skal jobbe med i perioden:

- 4 Sara: Nå skal vi over til det som går på ligninger med én og to ukjente. Vi skal se på hvordan vi kan løse de, slik det står på planen, algebraisk og grafisk. Og så er det noen som får panikk når de hører ordet algebraisk. Men å løse en ligning algebraisk vil rett og slett bare si å regne ut svaret for å finne x- og y-verdier. Grafisk vil si at da tegner vi grafer i et koordinatsystem eller som vi skal gjøre òg, se en del på hvordan vi kan bruke Geogebra til å løse ligninger.

Det kan tyde på at elevene får en bred tilnærming til ligninger. I perioden som ble observert var elevene innom ulike tilnærminger til emnet. De lærte å representere - og løse - ligninger algebraisk, som funksjoner, grafisk, og ved bruk av dataprogrammet Geogebra. Dette dataprogrammet er et hjelpemiddel som er tillatt for elevene ved eksamen og heldagsprøver, og kan være tidsbesparende for de elevene som mestrer Geogebra. I tillegg til dette kan det også fungere som et medierende redskap (Säljö, 2006) i innlæringen av ligninger. Ved å representere ligninger og ligningssett i Geogebra, kan eleven få et innblikk i hvilke egenskaper grafen til de ulike ligningene besitter, som igjen kan bidra til å fremme forståelse og læring for ligninger og likhetstegnet.

Etter denne introduksjonen til emnet, går Sara i gang med å undervise om ligninger med én ukjent på tavlen.

- 5 Sara: Nå må alle konsentrerer seg. Hvis vi tar et tall, ganger det med tre, så legger vi til fire. Svaret blir ti. Jeg har et tall som jeg ganger med tre.
- 6 Elev 1: To
- 7 Sara: Hva er to?
- 8 Elev 1: Den ukjente er to.
- 9 Sara: Ja, hvordan fant dere ut det da?
- 10 Elev 1: To er x og seks pluss fire er ti.
- 11 Sara: Det er ligningen egentlig, slik den ville sett ut på papiret, ikke sant. (Sara skriver opp ligningen $3x + 4 = 10$ på tavlen). Tre ganger et tall, legger til fire, svaret blir ti. Det var flere som så ganske kjapt at svaret var to.

Sara uttrykker her en ligning uten å bruke matematiske begreper som vanligvis hører hjemme i algebra. Fokuset på likhetstegnet er operasjonelt, som er et kjennetegn på en pre-algebraisk tilnærming (Knuth et al., 2006).

I andre undervisningstime er målet ”repetere å løse ligninger med parenteser” og ”å lære å sette opp ligninger fra tekstoppgaver”. For å repetere hvordan ligninger med parenteser løses, gjennomgår læreren oppgave 4.27 fra leksen. Denne oppgaven skriver hun opp på tavlen: $2x + (3 - x) - (2x + 5) = 5x - 20$.

- 3 Sara: Det første vi gjør når vi har en ligning med parenteser, hva er det? Steg nummer én?
- 4 Kari: Løser opp parentesene.
- 5 Sara: Løser opp parentesene, ikke sant. Og når det står pluss foran parentesen, er det noe da?
- 6 Mari: Nei, da skifter det ikke inni.
- 7 Sara: Da er det bare til å ta vekk parantesen.
- 8 Kåre: Er det vits i å skrive opp parentesen da?
- 9 Sara: Vi skal se litt etterpå hvorfor det gjerne dukker opp parenteser noen ganger. Men når det står minus foran parentesen?
- 10 Kari: Da tar vi og skifter fortegn inni.
- 11 Sara: Når det er minus foran parentesen, må vi passe på at fortegnene inni parentesen bytter. Så pluss fem, blir minus fem. Var det det du skulle si? Da har vi gjort steg én. Steg to da, når vi har en ligning med mange ledd på den ene siden?
- 12 Tor: Du trekker i sammen det som kan trekkes i sammen.
- 13 Sara: Da trekke vi sammen ja (Sara skriver opp stegene på tavlen).

Sara gir elevene en oppskrift på hvordan ligninger med parenteser skal løses hvor rekkefølgen blir presisert på tavlen som ulike steg mot løsningen. Etter at Sara i samarbeid med eleven har trukket sammen x-ene og tallene, ønsker hun å samle x-ene og tallene på hver sin side av likhetstegnet. Det står nå $-x - 2 = 5x - 20$ på tavlen.

- 20 Sara: Da vil jeg prøve å få kun x, eller andre ukjente, på venstre side. Og det er ikke en regel at den må være på venstre side. De kan også være på høyre side, men på den ene siden. Hvordan skal jeg da få vekk minus to som ikke passer inn her?
- 21 Marie: Du må ta bort, nei, du må plusse på to på begge sider.
- 22 Sara: Bra, måten å få bort minus to, er å legge til to. 5x minus 20 pluss to. Da står det igjen bare minus x på venstre side, mens på høyre side står det 5x minus

18. Du sa egentlig to steg på en gang du, Kåre. Hva var det neste du sa, på høyre side. Hva vil du ha der?

Det som er interessant å merke seg her, er at Sara, og elevene, konsekvent gjør det samme på begge sider av likhetstegnet. På denne måten har de videreutviklet forståelsen av likhetstegnet fra aritmetikken, hvor likhetstegnet kan bli oppfattet som et prosessstegn. Ved å gjøre samme operasjon på begge sider av likhetstegnet, ser de på tegnet som et relasjonstegn, noe som i følge Knuth et al. (2006) er en forutsetning for at eleven skal kunne forstå ligninger fullt ut. Dette var tankegangen som ble brukt i hele observasjonsperioden. Læreren nevnte aldri regler som ”flytt og bytt” i forbindelse med løsning av ligninger. Dette er et kjennetegn på en algebraisk strategi ved løsning av ligninger (Carraher & Schliemann, 2007).

4.1.2 Introduksjon av refleksjonslogg i undervisningen

Sara introduserer metoden som elevene skal jobbe med i denne perioden i det som blir referert til som 1. undervisningstime. Hun forteller elevene at loggboken skal brukes de siste minuttene av hver time. Elevene skal da svare på fem spørsmål, og syv spørsmål når de har fått tilbakemelding fra læreren. Sara skal samle inn loggboken hver fredag og levere den ut igjen neste matematikktime, med en tilbakemelding. Elevene skal da jobbe med denne tilbakemelding.

- 1 Sara: Poenget er at jeg har lyst til å fange opp, hva dere har fått med dere, hva har dere ikke fått med dere. Det vil jo kunne gi mye bedre tilbakemelding til meg òg, hver uke, helt konkret, er det noe jeg da på starten av neste uke, altså tirsdag som jeg må ha noe mer om, for det var det mange som synes ble vanskelig, eller hvis det bare var noen få som synes det var vanskelig, så kan jeg tipse dere om hva eventuelt dere må jobbe med. Så det er altså meningen med disse bøkene her.

Hun legger vekt på at bruk av loggboken ikke bare vil hjelpe læreren med å kartlegge hva de ulike elevene har fått med seg (1), men at det også vil hjelpe elevene (1) ved at de får en tilbakemelding som kan hjelpe dem videre. Det kan legges til at Sara aldri bruker begrepet refleksjonslogg, men refererer til det som en loggbok.

4.2 Anders arbeider med loggbok og ligninger

I dette avsnittet skal jeg se nærmere på Anders. Sara forteller i lærerintervjuet at Anders er en faglig sterk elev som ligger på toppen av høy måloppnåelse i matematikk.

Samtidig er han en elev som ikke nødvendigvis jobber veldig mye med faget og kanskje utsetter en del av arbeidet han skal gjøre. Ifølge Sara er dette fordi han har funnet ut at han kan gjøre det slik, og allikevel prestere bra. Hun legger til at i denne perioden har Anders arbeidet veldig bra. Anders selv sier i firergruppeintervjuet at han synes det er kjekt å arbeide med matematikk, men vet ikke helt hva han kommer til å bruke av det senere, når han begynner i et framtidig yrke. I forhold til ligninger uttrykker Anders at han forstår emnet, men at han synes det er frustrerende når han ikke klarer å løse oppgaver knyttet til dette.

4.2.1 Utdrag fra loggboken

Anders har skrevet i loggboken syv ganger, og han har fått to framovermeldinger fra Sara. I fem av øktene skriver Anders at det de arbeidet med ”ikke var så vanskelig” eller at han ”kunne det fra før”. I to av øktene, 22.01.14, hvor han arbeidet med å sette opp et problem som en ligning, og 28.01.14, da han arbeidet med framovermeldingen fra Sara, uttrykker han at han synes det de jobber med er vanskelig. Under følger hva Anders skrev i loggboken 21.01.14, hvor S refererer til spørsmålet fra loggboken og tallet bak til spørsmålsnummeret (Se avsnitt 3.3.8 for spørsmålene i refleksjonsloggen).

- S1 Dato: 21.01.2014
- S2 I dag lærte vi med praktiske eksempler hvordan vi skulle løse diverse likninger ved hjelp av divisjon, multiplikasjon, subtraksjon og addisjon. (kunne fra før)
- S4 Dette lærte vi for å kunne løse likninger.
- S5 Det er lett å gjøre feil når det er mange negative tall
- S6 Jeg trenger å jobbe mer med praktiske eksempler og bare øve mer for å få det til å sitte bedre.

Det var i denne timen Sara introduserte ligninger. Hun gikk igjennom ulike framgangsmåter på tavlen for å løse enkle ligninger med én ukjent og ligninger med brøk hvor den ukjente var i telleren. Deretter skulle elevene jobbe med oppgave 4.26 (se vedlegg 8) og oppgaver fra arbeidsplanen i matematikk.

Det som ble gjennomgått i undervisningen, oppgir Anders at han kunne fra før (S2). Allikevel kan det se ut som om han fikk en viss grad av utfordringer da han jobbet med den differensierte arbeidsplanen (S5). Anders bruker matematiske begreper som multiplikasjon, divisjon, subtraksjon og divisjon når han skriver om matematikk og egen læring (S2). På spørsmålet om hva han trenger å jobbe mer med (S6), er han ikke veldig konkret. Mulige forklaringer på dette, kan være at han ikke har hatt de store utfordringene i denne timen, eller at han finner det krevende å reflektere over egen læring.

4.2.2 Tilbakemelding fra lærer i loggboken

Tredje undervisningstime (28.01.14) ble i sin helhet brukt til å jobbe med refleksjonsloggen og framovermeldingen fra Sara. Anders fikk følgende tilbakemelding (T1) på det han hadde skrevet (S 1-5) i loggboken sin.

S1 24.01.2014

S2 I dag har jeg ikke lært så mye nytt, mest repetisjon.

S3 Jeg kunne det fra før.

S4 Må holde styr på når man skal bruke minuser.

S5 Må jobbe mer med å holde tunga rett i munnen.

T1 Dette høres bra ut. Klarer du å holde tunga rett i munnen på vedlagt oppgave?

4.150 Løs likningen og sett prøve:

a)

$$\frac{3}{x+3} - \frac{3}{x-3} = 4 - \frac{3}{x^2-9}$$

b)

$$\frac{1}{x-2} + \frac{3}{x^2-4} = \frac{2}{x+2}$$

c)

$$\frac{2}{x-4} + \frac{4}{x^2-16} = 1 + \frac{4}{x+4}$$

Ut i fra hva Anders skriver (S3) kan det tyde på at han ikke får nok utfordringer fra undervisningen. Det han oppgir som vanskelig (S4), bruk av minus, ser ut til å være i samme kategori som det han oppga som vanskelig (S5) i loggen 21.01.14, nemlig negative tall.

Tilbakemeldingen fra Sara startet med en positiv respons (T1) ”Dette høres bra ut”. En mulig tolkning av tilbakemeldingen, er at den går på selvet. Hver av de tre tilbakemeldingsspørsmålene presentert i avsnitt 2.2.3, virker på fire nivåer, hvor selvet er en av dem. Tilbakemeldinger gitt på dette nivået fremmer sjelden læring (Hattie og Timperley, 2007). I tillegg til dette får eleven en direkte framovermelding (T1). Framovermeldingen kommer i form av en oppgave som Anders skal jobbe med i timen. Denne oppgaven er ikke et direkte resultat av hva Anders selv har oppgitt som vanskelig (S4) eller trenger å jobbe videre med (S5), men en mulig forklaring kan være at oppgaven er gitt for å gi han faglige utfordringer, da han i tre av de fire loggøktene så langt i prosessen, har oppgitt at han opplever undervisningen som lite utfordrende.

Oppgaven Anders blir veiledet til å jobbe med, er interessant. Det er en oppgave som går ut over pensumet i grunnskolen, da det kan være hensiktsmessig å bruke konjugatsetningen (3. kvadratsetning) for å finne fellesnevneren. Det vil være naturlig, med den opplæringen som er gitt om ligninger, at Anders løser ligningen ved å gjøre det samme på begge sider av likhetstegnet. Ved å benytte en slik framgangsmåte vil han måtte betrakte likhetstegnet som et relasjonstegn. I tillegg er det nyttig å kunne konjugatsetningen for å faktorisere fellesnevneren. Dette gjør forståelsen av likhetstegnet mer komplekst, da flere mellomregning i løsningsprosessen av $(x+3)(x-3) = (x^2-9)$ er utelatt. Det er heller ikke henvisning til et eksempel som Anders kan studere i forkant.

Etter å ha jobbet med framovermeldingen i timen, skriver Anders i loggen sin:

- S1 Dato: 28.01.2014
- S2 I dag lærte vi masse om kvadratsetninger og brøk i likninger.
- S3 Jeg lærte det for å få en utfordring.
- S4 Oppgaven var vanskelig.
- S5 Jeg må jobbe mer med likninger og å finne fellesnevner.
- S6 Jeg jobbet godt med tilbakemeldingen.
- S7 Jeg lærte at jeg var x antall ganger dummere enn tidligere antatt.

Etter denne økten oppgir Anders at han har lært masse om kvadratsetninger og brøk i ligninger (S2). Dette kan tyde på at Sara traff godt med den tilpassede oppgaven han fikk. Han skriver også at han lærte at han ”var x antall dummere enn tidligere antatt”

(S7). En mulig tolkning av dette utsagnet, kan være at Anders ikke er vant til å arbeide med så krevende oppgaver. Han oppgir at han må jobbe mer med ligninger og å finne fellesnevner (S5). Det er nyttig å kunne 3. kvadratsetning for å finne fellesnevneren i slike oppgaver Anders fikk som framovermelding. Det kan bety at problemet til Anders ikke var å løse en ligning med brøk, men at problemet var å finne fellesnevneren ut fra de tre leddene i nevnerne i oppgave 4.150 a.

Den andre tilbakemeldingen Anders fikk av Sara var etter å ha skrevet logg den 13.02.14:

- S2 Jeg lærte addisjons- og subtraksjonsmetoden
- S3 (Navn på lærer) gikk igjennom det på tavla
- S4 Det var ikke så mye vanskelig. Sliter med 4.223b
- S5 Må jobbe med oppgaver jevnt over
- S6 Syns jeg har jobbet bra.

- T2 Du har jobbet bra, ja, og jeg håper du får til 4.223b. Husk at det er ikke alltid løsningen blir hele tall, og at du kan sjekke dine egne svar ved å sette prøve på svaret. Jeg vil at du skal prøve igjen på oppgaven 4.150 (fra loggboka), og se om du får den til nå.

Tilbakemeldingen fra lærer (T2) starter med en positiv respons som går på arbeidsinnsatsen. Deretter får Anders noen tips og hint i forhold til oppgave 4.223 b (se vedlegg 8 for oppgave 4.223 b), som han oppgir han sliter med. Tilbakemeldinger hvor læreren gir eleven hint, stiller spørsmål eller viser eleven en retning, virker på prosessnivå med tanke på å løse en oppgave (Hattie & Timperley, 2007). Den andre framovermeldingen, å jobbe videre med oppgave 4.150 fra forrige tilbakemelding (T1), kan bære preg av å være på prosess- og selvreguleringsnivå, siden den viser til en tilsvarende oppgave som eleven allerede har jobbet med.

I gruppeintervjuet med Anders og Marie sier de følgende om første tilbakemelding:

- 54 Forsker: Dere fikk jo en tilbakemelding om at dere skulle jobbe med dette her i loggen. Kan jeg sitere det Anders? Du skrev jo at du fant ut at du var x antall dummere etter å ha løst oppgave 4.150 a. Morsom formulering. Du fant den krevende? Klarte du å løse den?
- 55 Anders: Ikke før læreren hjalp meg.

- 56 Forsker: Du Marie, skrev i loggen din at du måtte jobbe mer med avanserte ligninger, så fikk du denne ligningen med konjugatsetningen. Hvordan opplevde du det? Kom du helt i mål?
- 57 Marie: Nei, ikke før læreren hjalp oss.
- 58 Forsker: Nå, føler dere at dere har lært noe av tilbakemeldingen?
- 59 Marie: Ja.
- 60 Anders: Ja.

Det kan tyde på at Anders har hatt utbytte av framovermeldingen fra lærer (58, 60). Allikevel er det interessant å se at Anders må ha hjelp fra læreren for å løse oppgaven (55). Sara gir Anders en framovermelding som beveger han inn i den proksimale utviklingssonen (Säljö, 2001), og hun fungerer som et støttende stillas (Bruner, 1997) når hun gir instruksjoner (55) om hvordan han kan løse oppgaven. I tillegg viser forskning at dersom elevene mangler kunnskap nødvendig for å lære, er instruksjon mer nyttig enn tilbakemeldingsinformasjon (Hattie & Timperley, 2007).

4.2.3 Anders arbeider med likhetstegnet og ligninger

For å se på hvordan Anders oppfattet likhetstegnet, ble han i toergruppeintervjuet presentert for to oppgaver han skulle reflektere rundt. Da dette var et gruppeintervju hvor Marie også deltok, blir data om henne også tatt med her.

Se på denne ligningen og dette regnestykket:

$$150 + 55 = 205$$

$$3x + 4 = 8 + 2x$$

- 26 Forsker: Hva kan dere si om likhetstegnet her?
- 27 Anders: Alt som står på den siden, skal være like mye som det som står på den siden.
- 28 Forsker: Kunne du for eksempel lest det andre vei, 205 er lik 55 pluss 150?
- 29 Anders: Ja.
- 30 Forsker: Kan du lese ligningen Marie?
- 31 Marie: Tre x pluss fire er lik åtte pluss to x.
- 32 Forsker: Hva tenker du om likhetstegnet her?
- 33 Marie: Det betyr at det som står på venstre siden er det som står på høyre siden.
- 34 Forsker: I forhold til disse to oppgavene, ser dere noen forskjell på hvordan dere kan forstå likhetstegnet?
- 35 Marie: Det er mer tydelig på den første. En ser at det stemmer med en gang.

- 36 Forsker: Hva kan du gjøre på begge sider av likhetstegnet i ligningen?
- 37 Marie: Legge til og trekke i fra, multiplisere og dividere.
- 38 Anders: Alt du vil egentlig.
- 39 Forsker: Hva må du huske på hvis du gjør noe på ene siden?
- 40 Anders: Gjøre det samme på begge sider.
- 41 Forsker: I første stykke, gjelder samme regelen der?
- 42 Anders: Ja.
- 43 Marie: Ja.

Det kan tyde på at Anders ikke oppfatter likhetstegnet (28, 29, 41, 42) i den aritmetiske oppgaven som et operasjonelt tegn (Asquith et al., 2007; Knuth et al., 2006; Prediger, 2010). Anders og Marie blir i intervjuet utfordret til å si noe om hva en kan gjøre på begge sider av likhetstegnet i en ligning (36) og i en aritmetisk oppgave (41). Marie sin respons (37) blir fulgt opp av Anders der han understreker at en kan gjøre hva en vil (38, 40), så lenge en gjør det samme på begge sider av likhetstegnet. Også i denne oppgaven kan det tyde på at han betrakter likhetstegnet som et relasjonstegn (Asquith et al., 2007; Knuth et al., 2006; Prediger, 2010). Anders ser heller ikke ut til å uttrykke vansker med hvordan han skal gå fram (36, 38) for å løse ligningen hvor den ukjente opptrer på begge sider av likhetstegnet. Dette indikerer at det ikke er oppdaget et didaktisk brudd (Fillooy & Rojano, 1989) eller et kognitivt gap (Herscovics & Linchevski, 1994). Det må imidlertid understrekes at det heller ikke var forventet å finne et didaktisk brudd eller et kognitivt gap, da intervjuet med Anders er gjennomført i etterkant av perioden hvor han har arbeidet med ligninger, og eleven i tillegg er på 10. trinn. Det kan tyde på at Anders har utviklet en god forståelse av likhetstegnet og dermed har de nødvendige forutsetningen som kreves om dette tegnet (Knuth et al., 2006) for å kunne løse og forstå ligninger.

I gruppeintervjuet med Anders og Marie fikk de i oppgave å løse oppgave 4.150 b fra tilbakemeldingen (T1) i loggboken. Denne oppgaven hadde de ikke hatt tid til å arbeide med i timene.

- 44 Forsker: Jeg har lyst at dere skal løse oppgave 4.150 b for meg. Dere fikk jo begge til oppgave 4.150 a, som òg omhandler kvadratsetninger. Gjerne samarbeid og snakk underveis.
- 45 Marie: Om det er de konjugatsetningene, eller er det kvadratsetningene?

- 46 Anders: Ehm, samme som den over. X i andre minus fire. (Anders arbeider med oppgaven) Stemmer det at x er 9?
- 47 Forsker: Det gjør det. Hvordan går det med deg Marie?
- 48 Marie: Jeg har fått x lik 9 jeg òg.
- 49 Forsker: Hvordan har dere tenkt nå?
- 50 Marie: Jeg stilte det opp på samme måte, fjernet nevneren der og begge to der, og der, så ganget jeg ut parentesene. Så trakk jeg fra fire på begge to, nei, jeg la til fire, så trakk jeg fra x og fikk at x var ni.
- 52 Forsker: Har du gjort det på samme måte Anders?
- 53 Anders: Ja, bortsett fra at jeg tok x på andre siden, og da ble det litt annerledes.

Selv om Anders og Marie ble oppfordret til å samarbeide (44), løste de ligningen hver for seg, med et unntak (45-46). De løste oppgaven raskt og effektiv og kom fram til rett løsning uten å gjøre feil underveis i prosessen. At denne oppgaven nå gikk så lett å løse, i forhold til første framovermelding fra lærer, kan tyde på at Anders, og Marie, har tilegnet seg kunnskap som er nødvendig for å løse oppgaver hvor en bruker konjugatsetningen for å finne felles nevner.

Framgangsmåten de brukte for å løse ligningen var den samme, men Anders satt x -ene på høyre side av likhetstegnet. Læreren presiserte i andre undervisningstime at ”det er ikke en regel at den (ukjente) må være på venstre side. De kan også være på høyre side, men på den ene siden”. Anders velger i denne oppgaven å jobbe med x -ene på høyre side. Det kan underbygge antakelsen om at han har en godt utviklet forståelse for likhetstegnet.

Ved å arbeide med framovermeldingene fra læreren, kan det tyde på at Anders har appropriert (Säljö, 2006) ny kunnskap og videreutviklet sin matematiske forståelse for ligninger. Dette kan skyldes at Anders fikk arbeide med oppgaver gitt som framovermeldinger av en slik karakter at han arbeidet innen sin proksimale utviklingszone (Säljö, 2001), hvor refleksjonsloggen og oppgaven gitt som framovermelding hadde funksjon som et medierende redskap (Säljö, 2006).

4.3 Kristine arbeider med loggbok og ligninger

I intervjuet med Sara kommer det fram at Kristine er en elev som ligger på middels høy måloppnåelse i matematikk. Hun viser motivasjon i faget og jobber godt. I firergruppeintervjuet sier Kristine at hun synes matematikk er veldig gøy når hun får det til, men ikke når hun ikke mestrer det. Det er også det faget hun må arbeide mest med for å henge med. På spørsmål om hva matematikk er, sier Kristine at det er noe hun har bruk for i en fremtidig utdanning og videre i livet.

4.3.1 Utdrag fra loggboken

Kristine har skrevet i refleksjonsloggen syv ganger og fått to framovermeldinger fra læreren. I fem av loggøktene skriver hun at det de jobber med er vanskelig, mens i to av loggene oppgir hun det som lite krevende. Under følger det hun skrev etter første undervisningstime.

- S1 Dato: 21.01.2014
- S2 Jeg har lært hvordan man regner ut x i en ligning. Fingermetoden.
- S3 Fordi vi må, haha☺ Læreren gikk igjennom på tavla. Fikk hjelp av medelev.
- S4 Det vanskeligste var å huske oppskriften på rekkefølgen på regnestykket.
- S5 Jeg trenger å kunne ”oppskriften” utenat. For å kunne dette må jeg gjøre flere oppgaver.

I denne timen introduserte læreren ligninger. Sara gjennomgikk på tavlen ulike framgangsmåter for å løse enkle ligninger med en ukjent og ligninger med brøk hvor den ukjente var i telleren. Deretter skulle elevene arbeide med oppgave 4.26 (se vedlegg 8) og differensierte oppgaver fra arbeidsplanen i matematikk.

Kristine gir en god beskrivelse av hva hun har lært (S2) i denne timen. Siden hun her bruker fingermetoden (S2) for å løse en ligning, kan det tyde på at hun har en viss forståelse for hva den ukjente representerer. Kristine påpeker to ganger (S4, S5) at hun trenger å huske/kunne oppskriften for å løse ligningen. En mulig tolkning av dette, kan være at hun mangler den aritmetiske kunnskapen, som for eksempel prioritering av regnearter, som anvendes ved å løse en slik oppgave. En kan også stille seg spørsmål ved om hun oppfatter likhetstegnet som et relasjonstegn (Asquith et al., 2007; Knuth et al., 2006; Prediger, 2010), da hun er opptatt av å følge en oppskrift, i stedet for å fokusere på å gjøre det samme på begge sider av likhetstegnet. Hun viser allikevel god

innsikt i hva hun trenger å arbeide videre med (S5), og kommer med konkrete forslag til seg selv om hva som må jobbes mer med, og hvordan dette kan gjøres (S5). Denne innsikten baserer seg riktignok på å lære seg en framgangsmåte for å løse ligninger, og fokusere ikke på å forstå emnet. En mulig tolkning av dette kan være at Kristine er motivert av å prestere godt i vurderingssituasjoner, mer enn å utvikle en forståelse av emnet som kan anvendes utenfor skolesystemet.

4.3.2 Framovermelding fra lærer i loggboken

I den tredje undervisningstimen, som i sin helhet ble viet til å jobbe med framovermeldingen fra Sara i loggboken og loggskrivning, fikk Kristine en tilbakemelding basert på hva hun hadde skrevet i timen før dette.

- S1 Dato: 24.1 Fredag
- S2 I dag lærte jeg å sette prøve på svaret og å sette opp en likning i tekstoppgaver. Repetere rekkefølgen på hvordan man løser en likning.
- S3 (Navn på lærer) gikk gjennom stoffet bra på tavla.
- S4 Må jobbe mer med brøk i likninger.
- S5 Brøk var vanskelig i likninger, og å huske rekkefølgen helt.

- T1 Det er lurt å ha skrevet ned rekkefølgen når du jobber i starten. For å få bedre kontroll på brøk i likninger, jobb med vedlagt oppgave, etter å ha lest eksempelet s. 40.

4.75 Løs likningene:

a)

$$\frac{2x}{3} + \frac{x}{2} = 2$$

b)

$$\frac{x}{3} - \frac{x}{4} = 1$$

c)

$$\frac{5x}{7} - \frac{2}{7} = 2(1 - x) + \frac{4}{7}$$

d)

$$2x + \frac{x}{3} - 8 = \frac{1}{3} + 2$$

e)

$$5 + \frac{2x}{9} = \frac{x}{3}$$

f)

$$\frac{x}{10} - \frac{2x}{5} = 3$$

Kristine svarer godt og konkret på hva hun opplever som vanskelig (S5) og på hva hun trenger å jobbe mer med (S4). Dette kan gjøre det lettere for Sara å gi henne en konkret oppgave som framovermelding, slik at Kristine kan arbeide videre i sin proksimale utviklingssone.

I tilbakemeldingen fra Sara får Kristine tips om å skrive ned rekkefølgen i starten (S6). Dette kan oppfattes som en framovermelding gitt på prosessnivå (Hattie & Timperley, 2007) knyttet til hvordan en kan løse en ligning. I tillegg får Kristine en framovermelding i form av en oppgave (T1) som hun skal arbeide med, ut i fra hva hun har oppgitt som vanskelig (S5) og hva hun må arbeide mer med (S4). Før hun skal jobbe med denne oppgaven, skal hun studere et eksempel (T1). Eksempelet som ble gitt kan sees på som en inskripsjon (Säljö, 2006). Ved at eleven bruker dette som et medierende redskap (Säljö, 2001), kan det medføre at Kristine kan arbeide mer selvstendig, uten at læreren trenger å veilede henne direkte.

For å løse oppgaven som blir gitt som framovermelding (T1), må eleven mestre en del grunnleggende aritmetikk. Blant annet må eleven kunne løse addisjonsoppgaver med brøk som ikke har felles nevner. I tillegg må hun kunne trekke sammen leddene og isolere den ukjente i ligningen.

Etter å ha arbeidet med framovermeldingen fra læreren, skriver Kristine i loggboken sin:

S1 28.1 Tirsdag

S6 Jeg har jobbet godt med oppgaven og eksempelet.

S7 Har lært grundigere likninger. Må gjennomgå mer av den oppgaven jeg fikk.

Kristine skriver ikke noe konkret hva hun har lært. Hun oppgir å ha jobbet godt med oppgaven fra lærer (S6), og å ha lært mer om ligninger (S7). Allikevel virker det ikke som om hun er helt i mål (S7). En mulig tolkning av dette, kan være at Kristine trenger å arbeide mer med ligninger med brøk, siden hun fokuserer på å løse ligninger etter en gitt framgangsmåte, og ikke på forståelse.

4.3.3 Kristine arbeider med likhetstegnet og ligninger

For å få innblikk i hvordan Kristine oppfattet likhetstegnet, ble hun, i toergruppeintervjuet, presentert for en oppgave hun skulle reflektere over. Dette var den samme oppgaven som Anders og Marie reflekterte over (se avsnitt 4.2.3). I denne samtalen er det Ida som er mest aktiv. Det er vanskelig ut i fra denne samtalen å si noe om hvordan Kristine oppfatter likhetstegnet. Hun indikerer imidlertid at hun oppfatter det som et relasjonstegn, siden hun sier seg enig i deler av det Ida ytrer, som oppfatter likhetstegnet som et relasjonstegn.

I toergruppeintervjuet fikk Ida og Kristine samme oppgave som de hadde fått som framovermeldingen fra læreren, oppgave 4.75 a (se avsnitt 4.3.2), som de skulle løse. Nedenfor er et lite utdrag fra denne samtalen, etter at Kristine har, med veiledning fra forsker, konkludert med at det kan være interessant å vite hva fellesnevneren er.

- 90 Forsker: Ja, hvis du ganger den, $2x$, med to, hva må du da gjøre under? Hva er det egentlig vi gjør med brøken?
- 91 Ida: Vi utvider den.
- 92 Forsker: Ja, det er det vi gjør. Så hvis vi utvider en brøk, så må den ha samme verdi. Så hvis du ganger oppe med to, og ingenting nede. Har den samme verdi da?
- 93 Kristine: Å-ja, skal du gange begge?
- 94 Forsker: Ja, hva tenker du? Hvis den skal ha samme verdi og du ganger $2x$ med to. Er $4x$ tredjedeler det samme som $2x$ tredjedeler?
- 95 Kristine: Nei, da må du gange begge.
- 96 Ida: Da blir det $3x$ der oppe?
- 97 Kristine: Men skal du gange høyre side òg, den bak er-lik?
- 98 Forsker: Tenk på hva du har gjort med den brøken. Har den samme verdi?
- 99 Kristine: Ja, da trenger jeg ikke det. Hva er det du gjør nå?

Med tanke på at Kristine hadde fått tilbakemelding i loggen om å arbeide med ligninger med brøk, og i tillegg har løst samme oppgave tidligere, kan det virke som om hun ennå ikke er blitt helt fortrolig med å løse denne type ligninger (93, 97, 99). Hele prosessen bærer preg av usikkerhet, både når Ida og Kristine samarbeider, og når Kristine spør forskeren om hjelp (93, 97, 99). Dette kan være en konsekvens av at forskeren går inn i en veilederrolle underveis i prosessen. En annen mulig tolkning kan være at Kristine og Ida mangler de grunnleggende aritmetiske ferdighetene som denne ligningen krever.

Under er et utdrag fra toergruppeintervjuet hvor Ida og Kristine, i samarbeid, skal løse en ligning på formen $Ax + B = Cx + D$.

- 69 Forsker: Jada, dere må bare snakke. Dere skal løse ligning a her: $3x + 5 = 8x - 10$. Dere må veldig gjerne fortelle hva dere tenker underveis.
- 70 Ida: At der skal det være x og der tall kanskje (Peker på hver side av likhetstegnet)?
- 71 Kristine: Ja, skal vi ta vekk femmeren der. Da blir det $3x + 5 - 5 = 8x - 10 - 5$, da blir det $3x$. Blir det ikke?
- 72 Forsker: Jo.
- 73 Kristine: Så må vi få $8x$ over, bli kvitt den.
- 74 Ida: Hvis vi tar minus $8x$ må vi gjøre det på andre siden og.
- 75 Kristine: Men hadde det ikke gått og fått $8x$ på den siden, ja, det blir jo minus x da på venstre siden. Da er det $3x - 8x$. Minus $5x$. Er-lik -15 , og så må vi dele, nei, jo, på minus fem siden det er foran x. Det blir bare x og femten del på fem blir tre.

Kristine og Ida løser ligningen i samarbeid ved å bruke prinsippet om å gjøre det samme på begge sider av likhetstegnet. Det blir ikke identifisert et didaktisk brudd (Filloy & Rojano, 1989) eller et kognitivt gap (Herscovics & Linchevski, 1994) som gjør at Kristine og Ida ikke klarer å løse oppgaven. Dette var heller ikke å forvente, da elevene har arbeidet med ligninger i undervisningen de siste fire ukene, og i tillegg er elever på 10. trinn.

Selv om Kristine viser at hun kan løse en ligning hvor den ukjente opptrer på begge sider av likhetstegnet, kan det ut i fra oppgave 4.75 a (se T1, avsnitt 4.3.2), være interessant å spørre seg om Kristine har appropriert (Säljö, 2006) kunnskap av å jobbe med denne framovermeldingen hun fikk av Sara. Kristine klarte ikke å løse oppgaven selvstendig, men hun oppga i loggboken sin (24.01.14 og 28.01.14) at hun trengte å jobbe mer med brøk i ligninger. Ut i fra dette, vil det være naturlig å anta at det å jobbe med framovermeldinger som er gitt slik at hun arbeider i den proksimale utviklingssonen (Säljö, 2001), vil bidra til å føre Kristine nærmere målet, selv om det på dette tidspunktet ikke er oppnådd.

4.4 Elevenes refleksjoner rundt loggskrivning og tilbakemeldinger

I dette avsnittet er det elevenes ytringer fra firergruppeintervjuet om bruk av refleksjonslogg og arbeid med tilbakemeldinger som ligger til grunn for analysen.

4.4.1 Elevenes erfaringer med loggskrivning

I dette gruppeintervjuet fikk elevene anledningen til å snakke om ulike sider av hvordan de opplevde bruk av refleksjonslogg. Videre fikk de reflektere over hvilke erfaringer de har hatt med logg tidligere og i denne perioden. Her framkommer det at elevene ikke har erfaring fra logg knyttet opp mot fag. De har riktignok brukt logg i 8. klasse, men da knyttet opp mot trivsel. Med tanke på refleksjonsloggen som ble brukt i denne studien, sier elevene:

- 45 Forsker: I forhold til denne loggen da, er det noe som har vært bra?
46 Kristine: Du får jo mer oversikt over hva du har lært.
47 Forsker: Hvordan fikk du den oversikten?
48 Ida: De spør jo spørsmål og da må du jo liksom. De kommer jo til å sjekke det, så da må du jo liksom svare på det.
49 Kristine: Så må du tenke over det, og så får du mer tilbakemeldinger.
50 Anders: Det var veldig greit med de tilbakemeldingene.
51 Forsker: Ja, du får en direkte tilbakemelding til deg personlig.
52 Anders: Ja.

I hovedsak er det to positive elementer som blir trukket fram av elevene ved bruk av refleksjonslogg i denne studien: tilbakemeldinger (49, 50), og refleksjon over egen læring (46, 49), referert til som metakognisjon (Dysthe, 2003; Flavell, i Barkatsas & Hunting, 1996; Helle, 2007). Dette er ikke overraskende siden hovedhensikten ved bruk av loggbok i denne studien, var å bruke den som et redskap til å gi framovermeldinger til elevene. I tillegg er spørsmålene i loggboken av en slik karakter at elevene må reflektere over egen læring. Slik kan spørsmålene i refleksjonsloggen bidra til å utvikle elevenes metakognitive evner (Dysthe, 2003; Flavell, i Barkatsas & Hunting, 1996; Helle, 2007).

4.4.2 Elevenes refleksjoner om tilbakemeldinger og refleksjonslogg

I løpet av intervjuet blir elevgruppen spurt om sine tanker rundt tilbakemeldingene fra Sara.

- 69 Forsker: De tilbakemeldingene dere har fått. Dere har fått to tilbakemeldinger fra læreren. Hva tenker dere om de?
- 70 Anders: Greit å få.
- 71 Forsker: Har dere lært noe av det?
- 72 Anders: Ja, har lært at det går an å løse opp de kvadratsetningene så ble det mye lettere å løse.
- 73 Forsker: Er dere enig i det hun skrev. Følte dere hun traff i forhold til det dere hadde skrevet og den tilbakemeldingen dere fikk?
- 74 Ida: Ja, den var veldig grundig, og så prøver hun å hjelpe med å gi sider og oppgaver.

Anders trekker her fram et konkret tilfelle av hva han har lært av å jobbe med framovermeldingen fra Sara (72). Denne oppgaven er forholdsvis vanskelig for en 10.klassing. Ved å arbeide med denne framovermeldingen har Anders, ifølge loggboken den 28.01.14, fått en utfordrende oppgave. Videre sier elevene noe om hva de har lært av disse framovermeldingene:

- 85 Ida: Jeg lærte, hun ga meg sider til å se på eksempelet og så prøvde jeg å løse oppgavene med eksempelet.
- 86 Kristine: Ja, du lærer hver gang du går igjennom det på en måte. Hvor flere ganger du gjør det, jo bedre er det.
- 87 Marie: Ja, vi har jo ikke løst oppgaver med den type fellesnevner før, så det var jo nytt.

Ida og Kristine var ikke så konkrete (85, 86) som Anders var, på spørsmål om hva de lærte av å jobbe med framovermeldingen. En mulig tolkning av dette kan være at Kristine har en læringsstrategi som fokuserer på mengden av oppgaver som skal løses, altså jo flere oppgaver hun gjør, jo mer lærer hun.

På spørsmål om elevene har blitt mer bevisst på hva de må arbeide med av å bruke refleksjonslogg, sier de følgende:

- 107 Marie: De oppgavene har hjulpet meg.

- 108 Anders: Når du får noe tilbake som du ikke klarer å løse, så er det jo greit å vite hva du ikke kan.
- 109 Marie: Men det å skrive loggen, har ikke gjort så mye for det.
- 110 Forsker: Det er tilbakemeldingen som har vært best?
- 111 Marie: Ja.
- 112 Ida: Hun velger jo oppgaver som passer perfekt til hva vi ikke kan, så når vi får dem til, så forstår vi jo litt av konseptet med de andre oppgavene òg.

Marie oppgir at det mest lærerrike med refleksjonsloggen, har vært tilbakemeldingene fra Sara (109 - 111). I tillegg blir det framhevet at det var positivt at oppgavene var tilpasset til den enkelte elev (112). Anders derimot, sier at han har blitt mer bevisst på hva han ikke kan, og trekker fram dette som positivt (108).

I forhold til hvordan elevene har jobbet med tilbakemeldingen, sier de:

- 75 Forsker: Hvordan har dere jobbet med loggen. Dere har skrevet i timen og så har dere fått en tilbakemelding. Hvordan har dere jobbet med den?
- 76 Anders: Vi brukte jo tid i timen til å gjøre oppgavene. Så hjalp jo læreren de som trengte det.
- 77 Forsker: Var det greit at dere fikk tid i timen?
- 78 Ida: Ja.
- 79 Kristine: Ja.
- 80 Forsker: Hadde dere jobbet like mye med den hvis dere ikke hadde fått tid i timen?
- 81 Ida: Tror ikke det.
- 82 Anders : Nei.
- 83 Ida: Og så var det bra at vi fikk gjort de oppgavene i stede for leksen, og så fikk vi hjelp til å forstå dem.

Elevene sier i intervjuet at det var viktig at de fikk anledning til å bruke timen til å jobbe med framovermeldingen (77 - 82). Da har de også mulighet til å spørre læreren om hjelp. De sier at hvis det ikke hadde vært tilrettelagt for å jobbe i timene med dette, så ville de med stor sannsynlighet ikke ha arbeidet så godt med oppgavene i refleksjonsloggen (81, 82). I tillegg trekkes det fram som viktig at læreren også ga beskjed om at de kunne fokusere på framovermeldingen i stedet for å jobbe med leksen (83). Hvis ikke dette hadde vært en mulighet, ville de av elevene som ikke prioriterte å

arbeide med arbeidsplanen, fått en ekstrabyrde i form av mindre tid til å arbeide med lekser på skolen.

Et interessant moment i studien var å se på hvordan elevene arbeidet med framovermeldinger i matematikk i det daglige, før denne perioden med refleksjonslogg.

- 142 Forsker: Dere har jo fått tilbakemeldinger, det som kalles en framovermelding, hva må jeg jobbe videre med, tidligere. I hvilke sammenhenger har dere møtt en direkte framovermelding før?
- 143 Ida: Elevsamtaler. Ikke i en time før i alle fall.
- 144 Forsker: Prøver, får dere tilbakemelding der?
- 145 Anders: Ja, hun skriver på en kommentar der.
- 146 Forsker: Ja, men når du får en prøve tilbake så får du en karakter, og noe skriftlig.
- 147 Ida: Ja, tilbakemelding på prøven, hva vi fikk til, hva vi må jobbe mer med.
- 148 Forsker: Hvordan jobber dere med den tilbakemeldingen?
- 149 Anders: Lite.
- 150 Kristine: Med en gang vi er ferdig med en prøve begynner vi på nytt kapittel, så begynner vi på noe helt nytt igjen, så da hjelper det ikke å se på noe helt nytt igjen.
- 153 Forsker: Hvis dere hadde fått ti minutter med å jobbe med tilbakemelding på prøven. Hadde det hjulpet?
- 154 Anders: Jeg tror de fleste ikke hadde brydd seg noe særlig. Når det bare er ti minutter så får en ikke tid til så mye.
- 155 Ida: Vi får jo tid til å rette heldagsprøvene, men du er jo gjerne så lei av oppgavene at du egentlig har gitt opp før da har startet.

Ida og Anders sier de møter framovermeldinger i elevsamtaler og når de får igjen prøver (143, 145). Med tanke på arbeid med framovermeldinger som blir gitt sammen med en karakter på prøver, sier de at det arbeides lite med disse (149, 150). Kristine problematiserer tidspunktet hvor denne framovermeldingen blir gitt (150). Veiledningen kommer etter at elevene er ferdig med emnet og de er allerede i gang med et nytt kapittel. Selv om matematikk er et fag med heldagsprøver, og både muntlig og skriftlig eksamen, ser det ikke ut til at elevene klarer å motivere seg til å gå tilbake til forrige kapittel for å arbeide med framovermeldingene. Selv om det skulle bli satt av tid til dette, tyder det ikke på at de er motiverte til å arbeide på en slik måte (154, 155).

En fordel ved bruke av refleksjonslogg, kan være at elevene jobber med framovermeldinger underveis i opplæringen.

- 151 Forsker: Hvordan vil du si du jobber med en tilbakemelding i denne loggboken kontra en prøve?
- 152 Kristine: Det er jo mye lettere for vi får jo tid i timen til å skrive inn i boken, men når vi får tilbakemelding på prøven, er det vanskelig å bruke fritiden sin på matte fra forrige kapittel.
- 156 Anders : Her fikk du jo konkrete oppgaver å jobbe med, så du vet hva du skal gjøre.
- 157 Forsker: Så det var bra at du fikk konkrete oppgaver å jobbe med?
- 158 Anders: Ja.

Kristine trekke fram at det er positivt at det blir gitt tid i undervisningen til å jobbe med framovermeldingene (152). I tillegg, sammenlignet med prøver, er ikke lærestoffet fra et tidligere kapittel (152). Elevene virker også positive til at framovermeldingen er så konkret (156) at de vet hva de skal gjøre når de får dem.

4.5 Saras tanker rundt bruk av refleksjonslogg og tilbakemeldinger

I dette avsnittet vil lærerintervjuet være utgangspunktet for analysen. Hovedfokuset vil være Saras tanker om framovermeldinger og refleksjonslogg som redskap.

4.5.1 Saras tanker om refleksjonslogg og metakognisjon

I intervjuet får Sara anledning til å reflektere og dele erfaringene hun har gjort seg rundt bruk av loggbok i denne perioden. I forhold til hvordan elevene har jobbet med loggen sier Sara:

- 41 Forsker: Hva tenker du om måten elevene jobbet med refleksjonsloggen på?
- 42 Sara: Det er jo veldig avhengig av elevene. Det er jo alltid noen som på en måte ikke orker å skrive noe der en gang, og bruke den muligheten de har. Hadde vi jobbet med den over lengre tid, så hadde vi kanskje fått til noe der. Men når de svakest svarer på hva de har fått med seg, ingenting, ingenting. Hva skal du jobbe mer med, alt, alt. Så har de enten ikke forstått poenget, eller så har de bare gitt opp. Og de har jeg

heller ikke fått anledning til å ta tak i akkurat nå, men det er klart at de også må gjøres noe med.

Sara fokuserer her på de faglig svakeste elevene (42). Det er verd å merke seg at disse, ifølge Sara, ikke har hatt samme utbytte av å arbeide med refleksjonslogg, som Anders og Kristine. For å kunne nyttiggjøre seg av en slik type logg, forutsetter det at elevene klarer å uttrykke seg skriftlig. Hvis eleven ikke klarer å formidle hva som er vanskelig, blir det problematisk for læreren å gi en tilpasset framovermelding til eleven.

Med tanke på om refleksjonsloggen har vært et redskap som har bidratt til å fremme læring om ligninger hos elevene, sier Sara:

- 48 Forsker: Hva tenker du i forhold til elevens del. Har bruk av refleksjonsloggen fremmet læring om ligninger?
- 49 Sara: Jeg tror de har vært nødt til å tenke mye mer underveis over hva de har fått til og ikke. Det vi gjerne har kjørt litt før, er at en uke eller to før prøven, har de vurdert seg selv, og da skal de ta stilling til alt vi har gått igjennom, og si litt om hvordan de føler de kan om de enkelte emnene. Nå måtte de gjøre det mer underveis, og det tror jeg de har mye igjen for, for da husker de bedre om dette var noe de synes var greit eller ikke. Så ja, i den grad tror jeg det fremmer læring, for da kan de ta en ting om gangen, i stedet å vurdere seg selv i mange forskjellige biter. Hvor fyller begynner du, og innen du kommer til den femte biten de var litt usikre på, har de nærmest glemt hva de gjorde på den første, fordi det handler bare om å komme gjennom.

Som et positivt moment, trekker Sara fram at elevene har vært nødt til å reflektere over egen læring underveis (49), det som kan oppfattes som metakognisjon (Dysthe, 2003; Flavell, i Barkatsas & Hunting, 1996; Helle, 2007). Ved å fokusere på metakognisjon vil eleven få hjelp til å distansere seg fra sin egen tolkning av en gitt situasjon, som kan føre til at eleven utvikler seg (Bjørndal, 2002). Å bruke refleksjonslogg på denne måten, kan også medføre at elevene arbeider med en ting om gangen (49). Dette er ulikt slik elevene har reflektert over egen læring tidligere, da fokuset har vært å se på hva en har lært i hele perioden under ett, som en oppsummering av emnet (49).

Med tanke på hva som har vært positivt for Sara som lærer ved å bruke refleksjonslogg, sier hun:

- 58 Forsker: Hva har vært bra for din del som lærer ved bruk av refleksjonslogg? Vi snakket litt om framovermeldinger. Er det andre ting du har tenkt på?
- 59 Sara: Bortsett fra det at jeg kunne gi konkrete tilbakemelding til alle elevene, det synes jeg at er bra, fordi ofte er det de samme som sitter å rekker opp hånden, men nå blir jeg og tvunget til å ta stilling til hver enkelt elev, uansett hva de har gjort eller ikke gjort. Så gjør det jo at det er litt kjekt å se hvor mange som får med seg noe, og eventuelt hvor mange som ikke får med seg noe. Så en får jo litt tilbakemelding på sitt eget arbeid, og det er veldig greit. Spesielt når du har hatt tavleundervisning.

Bortsett fra tilbakemeldingene, som blir omtalt i avsnitt 4.5.2, har loggboken også hatt en annen funksjon for Sara. Ved at elevene skriver i loggboken, kan den informasjonen bidra til at Sara kan kartlegge hvor elevene befinner seg, og hva elevene får med seg i undervisningen. Det er viktig å vite hvor eleven befinner seg faglig, for å kunne gi en framovermelding som sikrer at eleven får utviklet seg faglig (Hattie & Timperley, 2007). Et annet moment som trekkes fram, er at læreren kan få informasjon om alle elevene, ikke bare de som er muntlig aktive og ber om hjelp i timen. De elevene som ikke deltar aktivt i undervisningen vil dermed kunne kommunisere med læreren, og slik få en framovermelding som kan føre dem videre. I tillegg kan læreren bruke denne informasjonen som utgangspunkt for tilbakemeldinger i plenum, og dermed gjennomgå oppgaver som er vanskelige for mange av elevene.

Sara får spørsmål om det er noe ved prosjektet som har overrasket henne.

- 64 Forsker: Er det noe som overrasker deg med dette prosjektet?
- 65 Sara: Egentlig er jeg jo litt overrasket over hvor mange som tok tak i det jeg hadde gitt til dem. For det var tross alt ikke på noen planer at de var nødt til å gjøre det. Men at så pass mange tok tak og hadde lyst til å få til det jeg hadde gitt dem av en konkret oppgave, det synes jeg var kjekt.

Elevene jobbet med en konkret oppgave, tilpasset deres egen nivå. Utgangspunktet for oppgaven, var hva elevene selv hadde formidlet som vanskelig. En mulig tolkning til at elevene jobbet så godt med nettopp dette kan være at de fikk et større eierforhold til

framovermeldingen, da den var basert på elevens egne refleksjoner. Denne tolkningen blir styrket av Engh (2011) som hevder at logg er et viktig verktøy til kommunikasjon mellom lærer og elev, og kan øke bevisstheten til elevene rundt eget arbeid. Som en konsekvens av dette kan det føre til at de blir mer motiverte til å ta ansvar for sin egen læring. Et annet poeng, slik jeg ser det, er at en framovermelding gitt som en oppgave er såpass konkret at alle elevene vet hva de skal gjøre. En slik oppgave, gitt som en framovermelding, er også et kjennetegn på en sterk formativ vurdering, hvor eleven får konkret informasjon om hva han må arbeide videre med (Nyquist, i Wiliam, 2011).

Sara har i hovedsak ytret seg positivt til erfaringene hun har gjort seg ved å bruke refleksjonslogg i undervisningen. Det kan da være interessant å se om hun vil bruke denne metoden på egenhånd ved en senere anledning:

- 66 Forsker: Kommer du til å bruke refleksjonslogg ved en senere anledning?
67 Sara: Ja, det tror jeg faktisk.

Det at Sara ønsker å benytte seg av metoden ved en senere anledning (66, 67) kan tyde på at arbeidet som blir lagt ned i å vurdere elevens loggbøker, veier opp for det læringsutbytte læreren mener elevene får ved å bruke refleksjonsloggen på en slik måte som denne studien har lagt opp til.

4.5.2 Saras tanker om tilbakemeldinger

Et viktig moment i studien var å se på hvordan refleksjonslogg kan være et redskap som fremmer forståelse for ligninger ved å fokusere på framovermeldinger. Det er derfor interessant å se på hvordan læreren arbeidet med disse framovermeldingene.

- 43 Forsker: Hvordan jobbet du med de tilbakemeldingene du ga til elevene?
44 Sara: Ut i fra hva de sa de måtte jobbe mer med, tok jeg utgangspunkt i det. Og da fant jeg oppgaver som lignet, men som kanskje ikke var i læreverket og kopierte opp og ga til dem, pluss at jeg stort sett ba dem lese et eksempel først, for å tvinge dem til å prøve å tilnærme, gå videre selv, i stedet for at jeg skulle stå over dem og hjelpe dem med alt.

Utgangspunktet for tilbakemeldingene var hva elevene selv oppga som det de trengte å arbeide videre med. Metakognisjon, egenvurdering og selvregulert læring kan være med på å gjøre at elevene får et eierforhold til egen læring (Wiliam, 2011). Ut i fra dette, ga

Sara dem en framovermelding i form av en oppgave som de ikke hadde sett før. I tillegg fikk de fleste en henvisning til et eksempel som de skulle lese igjennom før de startet arbeidet med oppgaven. Det blir av Hattie og Timperley (2007) påpekt at hvis elevene mangler nødvendig kunnskap for å lære, er instruksjon mer nyttig enn tilbakemeldingsinformasjon. Ved å kombinere en oppgave gitt som en framovermelding med et eksempel, gir læreren eleven både en tilbakemelding og en instruksjon. Dette kan hjelpe eleven til å arbeide mer selvstendig med oppgaven.

Sara ble konfrontert med hvordan elevene oppga at de jobbet med framovermeldinger gitt på prøver fra firergruppeintervjuet:

- 72 Forsker: I intervju med den elevgruppen, da kom det fram at tilbakemelding på prøven ble jobbet lite med, blant annet fordi de er ferdig med kapittelet og midt inne i et nytt kapittel. Hva tenker du om det?
- 73 Sara: Det ser jeg jo, men derfor er jeg veldig bevisst at jeg notere ned selv det jeg har skrevet til eleven, så jeg i elevsamtaler, det er jo fordelen med å være kontaktlærer, at jeg i elevsamtaler når foreldrene er med og de skal sette opp mål, så kan jeg komme trekkende med det, altså jeg purrer litt på de framovermeldingene jeg vil de skal jobbe med. Det dukker òg opp på perioderapporten, men jeg ser jo den at de tenker seg litt ferdige, men det er jo det som er med matematikk, du blir ikke ferdige. Det kommer igjen på heldagsprøvene om igjen, så det er derfor jeg har vært ganske på hogget der. Jeg ser jo det når jeg snakker med dem, husker du hva du skulle jobbe med, eh nei, at de ikke gjør det.

Sara ser at elevene jobber lite med framovermeldinger fra prøver, og at denne tilbakemeldingen kommer i etterkant av prøvene. Det at Sara noterer ned hva hun skriver på prøver og tar det fram ved andre anledninger, framstår som en god kvalitetssikring på at eleven faktisk jobber med denne framovermeldingen, men allikevel kan det virker som en tidkrevende prosess.

5 Diskusjon

I denne studie har jeg sett på hvordan refleksjonslogg kan være et redskap som kan fremme læring om ligninger ved å fokusere på framovermeldinger fra læreren til elever på 10. trinn. I dette kapitlet vil jeg drøfte forskningsspørsmålet mitt i lys av relevant teori presentert i kapittel 2 og funnene i resultat- og analysekapitlet. I sistnevnte kapittel har jeg spesielt sett på hvordan Sara presenterte ligninger. Jeg har også hatt fokus på Anders og Kristine sine refleksjonslogger, deres forståelse for ligninger og hvordan de arbeidet med framovermeldinger fra læreren. I tillegg har elevene og lærerens tanker om framovermeldinger og bruk av refleksjonslogg blitt trukket fram.

I diskusjonsdelen vil jeg belyse fordeler og ulemper ved bruk av refleksjonslogg og se på hvordan denne metoden skiller seg fra hvordan elevene møter skriftlige framovermeldinger fra læreren i ordinære undervisningsøkter. I tillegg vil elevens forståelse av likhetstegnet bli drøftet i lys av ligninger. Data blir her sammenflettet fra alle de ulike avsnittene i resultat og analysekapitlet.

5.1 Fordeler ved bruk av refleksjonslogg i undervisningen

Det er flere momenter som har utmerket seg som positive ved bruk av refleksjonslogg. I dette avsnittet vil det bli oppsummert og diskutert hvilke positive sider bruk av refleksjonslogg kan ha knyttet opp mot framovermeldinger til elevene, tilbakemelding til læreren, utvikling av metakognitive ferdigheter og hvordan den kan brukes som et redskap for å gjøre vurderingen formativ.

5.1.1 Refleksjonslogg og framovermeldinger til elevene

I denne studien er det bruk av refleksjonslogg som et redskap til å gi framovermeldinger som har blitt trukket fram som det mest læringsfremmende ved metoden av både læreren og elevene. Sara tok utgangspunkt i hva elevene selv oppga som vanskelig og trengte å arbeide mer med, og ut i fra dette ga hun dem en framovermelding i form av en oppgave tilpasset hver enkelt elev. I tillegg til dette viste hun i de fleste tilbakemeldingene til et eksempel eleven skulle studere i forkant. Hattie og Timperley (2007) trekker fram at hvis eleven mangler den nødvendige forkunnskapen, er instruksjoner mer lærerike enn tilbakemeldinger. Ved å vise til et eksempel i tillegg til å

gi elevene en oppgave som framovermelding, kombinerer læreren instruksjon og framovermelding. Med tanke på at elevene arbeidet med ulike oppgaver gitt som framovermeldinger i undervisningsøkten, kan dette, slik jeg ser det, bidra til at elevene arbeider mer selvstendig og at læreren dermed har mulighet til å veilede de av elevene som likevel skulle ha behov for det.

Anders og Kristine fikk oppgaver i refleksjonsloggen tilpasset eget nivå til å arbeide med. Ifølge Hattie og Timperley (2007) er hensikten med opplæringen å redusere uoverensstemmelsen mellom hva eleven allerede kan, og hva vedkommende ønsker å lære seg. Læreren kan bidra til dette ved å gi elevene oppgaver som utfordrer dem og direkte tilbakemeldinger. Ved å bruke refleksjonslogg på en slik måte som ble gjort i denne studien, kan læreren oppfylle begge disse kriteriene. Anders fikk oppgaver som nok hadde vært for krevende for det store flertallet i klassen. Faglig sterke elever som Anders, som ikke nødvendigvis får de store utfordringene i ordinær undervisning, kan få tilpasset undervisning og dermed jobbe med oppgaver slik at han blir veiledet inn i den proksimale utviklingssonen (Säljö, 2001).

Kristine framstår som god til å reflektere over egen læring, og trenger, ifølge henne selv, å arbeide mer med bestemte typer ligninger med fokus på framgangsmåten. Læreren kan dermed veilede henne med tanke på hvordan hun kan utvikle strategier som gjør at hun blir fortrolig med prosessen ved å løse ligninger, da tilbakemeldinger som har som mål å flytte elevene fra oppgavenivå til prosessnivå og deretter fra prosessnivå til selvreguleringsnivå er mest effektive (Hattie & Timperley, 2007).

Videre blir det trukket fram som positivt at elevene og læreren arbeidet med vurderingen underveis i emnet og ikke i etterkant, slik de har arbeidet i den ordinære undervisningen tidligere. I tillegg har også elevene samlet alle framovermeldingene på et sted. Dette kan bidra til at det er lettere å arbeide med disse oppgavene i etterkant av de ulike emnene som en repetisjon til for eksempel en tentamen eller en eksamen.

Det ble også trukket fram at framovermeldingene var veldig konkrete, slik at elevene slipper å lure på hva de skal gjøre, eller hvor de kan finne eksempler på lignende oppgaver. Dette er et kjennetegn på en vurdering av en sterk formativ karakter (Nyquist,

i Wiliam, 2011), da eleven skal få tilbakemeldinger om konkrete aktiviteter de skal arbeide med for å videreutvikle seg (mer om formativ vurdering i avsnitt 5.1.4).

5.1.2 Tilbakemelding til læreren

Et annet poeng ved bruk av refleksjonslogg, er at læreren får en oversikt over hvor eleven befinner seg i forhold til målene i undervisningen. For å kunne gi en god framovermelding må læreren vite hvor eleven befinner seg (Hattie & Timperley, 2007). Læreren har brukt denne kunnskapen til å gi elevene en best mulig framovermelding, tilpasset hver enkelt. Selv om læreren i mange tilfeller har et inntrykk hvor de fleste elevene befinner faglig, kan refleksjonsloggen styrke dette inntrykket. De elevene som er lite muntlig aktive i timen, kan kommuniserer med læreren gjennom refleksjonsloggen, og dermed vil læreren få et innblikk i hva disse elevene finner krevende i faget. Dette kan øke kvaliteten på veiledningen som gis.

Læreren vil også få et innblikk på om eleven arbeider i sin proksimale utviklingszone (Säljö, 2001), eller om det de arbeider med er for lett eller for krevende. I Anders sitt tilfelle tydet det på at han ble gitt oppgaver som var for lite utfordrende i forhold til hans faglige nivå i emnet ligninger. Ved å vurdere Anders sine ytringer i refleksjonsloggen, vil det gi læreren muligheter til å justere dette ved å gi oppgaver som vil utfordre han faglig. I Kristine sitt tilfelle, kan det tyde på at hun hadde stort fokus på framgangsmåter og mindre fokus på forståelse. Her kunne Sara, hvis hun ønsket det, veiledet eleven slik at det ble fokusert mer på forståelse, eller gitt andre tilbakemeldinger som kunne fremme læring og forståelse for ligninger.

I tillegg til dette får læreren en tilbakemelding på hva elevene faktisk får med seg av undervisningen. Hun kan dermed endre undervisningen underveis hvis det er mange som ikke har forstått hva hun har gjennomgått, eller hun kan velge en annen metode neste gang hun skal undervise i dette emnet. Engh (2011) skriver at læreren i tillegg kan bruke informasjonen til å justere undervisningen, utbedre de punktene som elevene synes er lite tilfredsstillende og forsøke å videreutvikle metoder som elevene setter pris på. Altså kan refleksjonsloggen også bidra til å utvikle lærerens undervisningspraksis, og refleksjonslogg kan dermed betraktes som et redskap som kan videreutvikle og heve kvaliteten på undervisningen.

5.1.3 Refleksjonslogg og metakognitive ferdigheter

En studie gjennomført av Brookhart et al. (2004) tyder på at elever som ble utstyrt med verktøy som logger, grafer, refleksjonsark og lignende, for å ukentlig reflektere over sin egen framgang i forhold til egen læring og problemløsningsstrategier, var mer selvstendige og i stand til å forutsi sine resultater på prøver. I tillegg viste det seg at de fleste studentene verdsatt å arbeide med egenvurdering.

En strategi innenfor formativ vurdering, er å gjøre elevene til eiere av egen læring. Dette omhandler blant annet metakognisjon, egenvurdering og selvregulert læring, og kan medføre at eleven får et eierforhold til egen læring (Engh, 2011; Wiliam, 2011). Det at elevene, ifølge læreren, arbeidet overraskende godt med framovermeldingen i loggboken, kan tyde på at de oppfattet det som motiverende å arbeide på denne måten. Det ble også trukket fram som positivt at framovermeldingen var av en personlig karakter, basert på hva eleven selv hadde beskrevet som vanskelig og trengte å arbeide mer med. Dette kan tyde på at elevene hadde fått et eierforhold til egen læring, og således støtter mine funn tidligere forskning på området.

I tillegg viser forskning at elever som fikk mulighet og ble oppmuntret til å engasjere seg i egen vurdering, slik refleksjonsloggen blant annet hadde til formål til i denne studien, hadde større sannsynlighet til å tillegge egen læring til indre oppfatninger, og ikke ytre faktorer som for eksempel flaks (Fernandes & Fontana, 1996).

5.1.4 Refleksjonslogg og formativ vurdering

Bruk av refleksjonslogg i undervisningen kan knyttes opp til formativ vurdering (Dysthe, 2008; Wiliam, 2011). Det er utarbeidet ti prinsipper på vurdering som skal fremme læring (Broadfoot et al., 2002). I denne studien var det i hovedsak fire prinsipper som var aktuelle: Eleven skal være aktivt involvert i sin egen læring, undervisningen tilpasses informasjon samlet inn ved hjelp av vurdering, eleven trenger å kunne vurdere sin egen læring og forstå hvordan de skal komme videre, og eleven skal få konstruktive tilbakemeldinger om hvordan han skal videreutvikle seg.

I denne studien har disse gjort seg gjeldene ved blant annet at elevene har brukt refleksjonslogg til å vurdere egen læring. Dette medfører at eleven blir aktivt involvert i egen læring. I tillegg har læreren brukt informasjon innhentet fra refleksjonsloggen til å

tilpasse undervisningen til elevene ved å gi dem framovermeldinger i form av en oppgave som har til hensikt til å videreutvikle eleven.

Med tanke på Wiliam (2011) sin definisjon av begrepet formativ vurdering, vil bruk av refleksjonslogg, slik den er anvendt i denne studien, fungere formativt ved at informasjonen om elevprestasjoner som ble tilegnet gjennom vurdering av refleksjonsloggen, ble tolket og brukt til å gi elevene en framovermelding, altså til å ta avgjørelser om de neste skrittene i undervisningen, som igjen førte til økt sannsynlighet for at undervisningen ble bedre, eller bedre begrunnet, enn om disse avgjørelsene ikke hadde blitt tatt.

Videre ser en at forskning tyder på at vurdering av en sterk formativ karakter (Nyquist, i Wiliam, 2011), hvor elevene får informasjon om de riktige resultatene, noen forklaringer og konkrete aktiviteter de skal gjennomføre for å forbedre seg, gir høyest læringsutbytte for elevene. Forskningen til Nyquist er riktignok gjennomført på elever som er eldre enn deltakerne i denne studien. Den er heller ikke direkte overførbart, da refleksjonslogg ikke var redskapet som ble brukt til å gi tilbakemeldinger i nevnte studie. Elevene fikk i min studie ingen tilbakemeldinger på om resultatene i loggen var riktige, da innholdet var av en metakognitiv karakter (Dysthe, 2003; Flavell, i Barkatsas & Hunting, 1996; Helle, 2007). Allikevel fikk de fleste elevene en framovermelding om en konkret aktivitet som skulle gjennomføres. Det er dermed en plausibel slutning, slik jeg ser det, å si at vurderingene gitt i loggbøkene var av en sterk formativ karakter.

Som nevnt i innledningen, blir det av Dysthe (2008) trukket fram to utfordringer med tanke på formativ vurdering: Innføring av strategier og verktøy som gir læreren og elevene god informasjon, og hvordan bruke slik informasjon konstruktivt slik at den kan fungere formativt for eleven. Resultatene i denne studien tyder på at slik refleksjonslogg er brukt her, kan være en god metode for å gi læreren informasjon om elevenes faglige nivå og at denne informasjonen i tillegg kan brukes på en slik måte at den fremmer læring ved å fokusere på framovermeldinger. Refleksjonslogg kan dermed være et redskap som tilfredsstillende de to utfordringene som blir trukket fram av Dysthe (2008), og oppfyller de kriteriene som kjennetegner formativ vurdering (Dysthe 2008; Wiliam, 2011).

5.2 Refleksjonslogg sammenlignet med andre redskaper for vurdering

Elevene og læreren bekreftet i firegruppeintervjuet og lærerintervjuet at de, i ordinære undervisningssituasjoner, møter framovermeldinger i matematikk som tilbakemelding på prøver, i elevsamtaler hvor foreldre er tilstede og på perioderapporter. Et viktig moment ved å bruke refleksjonslogg, er at elevene jobber med framovermeldinger underveis i opplæringen, og ikke i etterkant, slik som prøver, elevsamtaler og perioderapporten legger opp til. Elevene oppga at de arbeidet i liten grad med tilbakemeldinger gitt på prøver, fordi de da allerede var i gang med et nytt emne. Det kommer fram at også er tilfelle i stor grad for framovermeldinger gitt på perioderapporten og i elevsamtaler. Videre tyder det på at elevene synes det var lite motiverende, selv om det blir satt av tid i timen, til å arbeide med framovermeldingene fra prøven. Dette fordi de allerede hadde arbeidet mye med oppgavene på prøven og ikke var motiverte til å gå tilbake og arbeide mer med et emnet som de opplevde seg ferdige med. Et annet poeng med vurdering av prøver som redskap for å gi framovermeldinger, er at i vurderingssituasjoner som kombinerer en karakter med en skriftlig kommentarer, vil karakteren ta fokuset bort fra framovermeldingen og denne tilbakemeldingen vil dermed ha mindre effekt enn om den var gitt som en framovermelding uten karakter (Black & Wiliam, 1998a; Hattie & Timperley, 2007).

Det forutsetter normalt at en er kontaktlærer hvis en skal gjennomføre elevsamtaler hvor foreldrene er tilstede. En faglærer kan selvsagt gi innspill til kontaktlærer om mål som eleven bør prioritere, men i mange tilfeller, slik som denne studien her viser, vil eleven ha møtt disse tilbakemeldingene tidligere ved for eksempel vurdering av prøver. Ut i fra dette, tyder det på at refleksjonslogg kan være et viktig redskap til å bruke i underveisvurderingen, og kan således fremme læring og forståelse, både for ligninger og antageligvis andre matematiske emner.

Til slutt kan det trekkes fram at arbeidsmetoden med refleksjonslogg som ble brukt i denne studien, systematisk ga elevene tid til å jobbe med framovermeldingene i timen. Da kunne læreren veilede de som trengte hjelp med oppgavene i undervisningen. Det er selvsagt mulig å gjøre noe tilsvarende med framovermeldingene gitt på periodemeldingen, i elevsamtalene og på prøver, men i firergruppeintervjuet med

elevene kom det fram at elevene ikke viste motivasjon til å jobbe med vurdering på prøver, da denne kom i etterkant av undervisning om emnet.

5.3 utfordringer ved bruk av refleksjonslogg

For å kunne benytte seg av refleksjonslogg, forutsetter det at elevene er i stand til å uttrykke seg tilfredsstillende skriftlig. I tillegg til dette må eleven kunne reflektere over egen læring. Resultatet av denne studien, kan tyde på at faglig svake elever vil trenge ekstra hjelp i denne prosessen. Studiens funn tyder også på at faglig sterke elever har størst utbytte av arbeidsmåten. Det kan også se ut som eleven på middels nivå, Kristine, ikke hadde samme læringseffekt av å arbeide med framovermeldingen fra Sara, som den faglig sterke eleven, Anders.

Elevene bruker tid av matematikktimen til å skrive i loggboken. I denne studien var planen at de siste fem minuttene av undervisningsøkten skulle bli brukt til å skrive i loggboken. Dette vil ta tid fra lærerens undervisning eller annet arbeid satt av til matematikk. At dette er negativt, trenger selvsagt ikke være tilfelle. Det må bli sett opp i mot hvilket utbytte elevene får av å jobbe med refleksjonslogg, kontra konvensjonelle eller andre undervisningsformer i matematikk.

Tiden som læreren bruker på å vurdere og gi tilbakemeldinger i loggboken, kan være et hinder for gjennomføringen av et slikt type opplegg. På den andre siden trenger ikke opplegget være så tidkrevende. For eksempel kan læreren velge kun å gi skriftlig tilbakemelding i loggen til de som avviker fra det faglige nivået i klassen, og i stedet justerer undervisningen etter hva flertallet oppgir som vanskelig. Det er også mulig å se på om tiden som allerede blir brukt til å gi framovermeldinger på prøver og lignende, kan brukes mer effektivt i refleksjonsloggen, hvis dette skulle vise seg å gi økt læring. Ved å gi en framovermelding i loggboken som eleven skal arbeide med, vil læreren allerede ha planlagt undervisningstimen, og slipper dermed å bruke tid på dette.

5.4 Anders og Kristine sin forståelse for ligninger

Anders og Kristine befinner seg på ulike faglige nivåer. Da Anders arbeidet med ligninger i toergruppeintervjuet, jobbet han selvstendig, uten å samarbeide med Marie. Oppgavene som blir presentert for elevene, blir her løst raskt og korrekt, uten veiledning. Dette kan tyde på at Anders har utviklet gode strategier for å løse ligninger som han hadde vansker med å løse uten veiledning som framovermelding i loggboken. Da Anders reflekterer over likhetstegnet i oppgaven hvor de skulle sammenligne en regneoppgave og en ligning (se avsnitt 4.2.3), tyder det på at han oppfattet likhetstegnet som et relasjonstegn (Asquith et al., 2007; Knuth et al., 2006; Prediger, 2010). Dette inntrykket ble forsterket da han løste oppgave 4.150 b (se avsnitt 4.2.2). Han velger her å samle x-ene på høyre siden av likhetstegnet. Ved å bruke denne framgangsmåten, viser han at han ikke er opptatt av å lese ligningen fra venstre til høyre, som er vanlig for elever som har en operasjonell forståelse for likhetstegnet (Asquith et al., 2007; Knuth et al., 2006; Prediger, 2010).

Det kan tyde på at Anders, da toergruppeintervjuet ble gjennomført, har arbeidet såpass mye med ligninger, at det ikke er mulig å identifisere et didaktisk brudd (Filloy & Rojano, 1989), da han blir presentert for ligningen på formen $Ax + B = Cx + D$. Dette kan skyldes at han har utviklet seg langt over dette nivået hvor slike brudd kan komme til syne. I tillegg tyder analysen av Anders sin forståelse for likhetstegnet, at han har en velutviklet oppfattelse av dette tegnet. Det er ikke utenkelig at Anders har utviklet denne forståelsen av likhetstegnet før han startet arbeidet med ligninger. En kan dermed spørre seg, om elever som Anders, i det heletatt vil oppleve et didaktisk brudd, eller et kognitiv gap (Herscovics & Linchevski, 1994). Det kan ut i fra resultatene i studien til Herscovics og Linchevski (1994), tyde på at faglig sterke elever ikke møter dette bruddet, eller gapet, i samme grad som elever som ikke har utviklet en relasjonsforståelse av likhetstegnet.

Kristine, som befinner seg på middels måloppnåelse i matematikk, arbeidet ikke like selvstendig da hun ble presentert for oppgavene hun skulle løse i toergruppeintervjuet. Selv om hun blir presentert for en oppgave (4.75 a, se avsnitt 4.3.2) hun allerede har løst som framovermelding fra Sara, klarer hun ikke å løse denne selvstendig. Dette kan tyde på at hun ikke er blitt fortrolig med ligninger med brøk på dette tidspunktet. En annen

mulig tolkning er at hun ikke er komfortabel med å løse matematiske oppgaver i en slik situasjon som toergruppeintervjuet legger opp til.

Da Kristine skulle løse en ligning på formen $Ax + B = Cx + D$, løser hun denne i samarbeid med Ida, ved å gjøre det samme på begge sider av likhetstegnet. Dette kan tyde på at hun har utviklet en relasjonsforståelse (Asquith et al., 2007; Knuth et al., 2006; Prediger, 2010) av likhetstegnet. På en annen side er det mulig at hun følger en framgangsmåte, slik som læreren presenterte i undervisningen, og ikke har utviklet denne forståelsen fullt ut.

Heller ikke hos Kristine identifiseres noe didaktisk brudd (Fillooy & Rojano, 1989). Dette kan skyldes at hun har arbeidet en del med ligninger hvor den ukjente opptrer på begge sider av likhetstegnet, og dermed utviklet en strategi som gjør henne i stand til å løse slike ligninger. Det kan tyde på at det er identifisert et kognitiv gap (Herscovics & Linchevski, 1994) når hun løser denne type ligninger. Dette karakteriseres i dette tilfellet ved at det kan framstå som Kristine har en manglende evne til å operere spontant med eller på den ukjente. Selv om Kristine løser ligningen, bærer prosessen preg av å være nølende og spørrende. En kan dermed spørre seg om Kristine har utviklet den nødvendige relasjonsforståelsen av likhetstegnet, som kreves for å fullt ut forstå ligninger (Knuth et al., 2006), og om hun besitter de grunnleggende aritmetiske ferdighetene som kreves (Herscovics & Linchevski, 1994).

Funnene i denne studien kan tyde på at det er viktig å ha utviklet en relasjonsforståelse for likhetstegnet før ligninger blir introdusert for eleven. Det blir dermed viktig å innføre strategier som fremmer en slik forståelse. Selvik et al. (1998) presenterer en metode som kan være hensiktsmessig på yngre elever hvor de ber eleven om å finne to varer i en butikk som til sammen skal koste for eksempel 100 kroner. Ved å sette flere slike eksempler lik hverandre, kan det føre til at eleven får andre erfaringer om hvordan likhetstegnet kan benyttes. Dette kan føre til at eleven får utviklet sin oppfattelse av likhetstegnet fra en operasjonell forståelse mot en relasjonsforståelse. I tillegg kan metoden hvor Selvik et al. (1998) presenterer likhet som en balanse mellom to sider, være en hensiktsmessig tilnærming til ligninger.

6 Konklusjon

I denne studien har jeg sett på hvordan refleksjonslogg i et sosiokulturelt læringsyn kan være et redskap for å fremme læring og forståelse for ligninger i 10. klasse ved å fokusere på framovermeldinger fra læreren. Tilbakemeldingen fra læreren er basert på elevenes refleksjoner og egenvurdering knyttet opp til emnet. Studien går inn i underterminologien formativ vurdering (Wiliam, 2011), som ser på vurdering som en rekke aktiviteter som informerer eleven og læreren om hvor eleven befinner seg faglig, men som alltid har til hensikt å bruke denne informasjonen til å fremme læring.

Studiens funn tyder på at refleksjonslogg brukt slik som det blir presentert i denne masteroppgaven, kan være et redskap som fremmer læring og forståelse for ligninger. Ved å arbeide systematisk med loggboken, vil elevene kunne arbeide med framovermeldinger underveis i emnet, ikke i etterkant, slik som det kommer fram i studien er tilfelle nå. I tillegg vil framovermeldingen basere seg på elevenes egenvurdering, slik at den er tilpasset hver enkelt elev. Dette kan gi elevene et eierforhold til oppgaven som blir gitt som framovermelding. Videre ser en at det er viktig at elevene får anledning til å arbeide med denne tilbakemeldingen i undervisningen, da de kan bli veiledet av en mer kapabel annen (Säljö, 2001). Det tyder også på at framovermeldinger, gitt som en oppgave sammen med en henvisning til et eksempel, gjør det lettere for eleven å arbeide selvstendig.

Spesielt faglig sterke elever ser ut til å ha utbytte av å arbeide med framovermeldinger i refleksjonsloggen. Dette kan forklares med at oppgavene som gis er tilpasset den enkelte elev. Studien tyder på at faglig sterke elever raskt tilegner seg lærdom av å arbeide med en tilpasset framovermelding fra læreren. Elevene som befinner seg på middels måloppnåelse i faget, gir derimot inntrykk av at de trenger mengdetrening for å løse ulike ligninger selvstendig.

Med tanke på læreren, kan bruk av refleksjonslogg gi tilbakemeldingsinformasjon knyttet til lærerens undervisning. Refleksjonslogg kan dermed sees på som et redskap som kan brukes til å utvikle og dermed heve kvaliteten på undervisningen. I tillegg til dette, kan læreren endre undervisningen underveis i opplæringen av emnet, hvis det for eksempel er mange elever som har de samme vanskene. Læreren kan også få en oversikt

over elevenes faglige nivå, også til de av elevene som ikke deltar aktivt i undervisningssituasjonene.

Videre tyder studiens funn på at det er viktig at elevene utvikler en relasjonsforståelse (Asquith et al., 2007; Knuth et al., 2006; Prediger, 2010) for likhetstegnet før, og til dels underveis, i innføringen av ligninger, for å sikre at elevene har den nødvendige forkunnskapen de trenger for å kunne beherske og forstå ligninger fullt ut.

6.1 Videre forskning

I denne casestudien ble det sett nærmere på hvordan bruk av refleksjonslogg kan fremme læring hos elever som befinner seg på middels og høy måloppnåelse i matematikk. Det kan være av interesse å se på hvilket utbytte elever som befinner seg på lav måloppnåelse i matematikk kan ha av å bruke refleksjonslogg som redskap for framovermeldinger fra lærer til elev. I den sammenheng kan det også være av interesse å vurdere andre metoder, hvor eleven ikke trenger å kunne uttrykke seg skriftlig, for å få informasjon til å gi framovermeldinger basert på elevens egenvurdering.

Videre kan det være spennende å se på om refleksjonslogg kan være et redskap for å gi framovermeldinger - og dermed tilpasse opplæringen - til såkalte evnerike elever. Med evnerike elever menes det i dette tilfelle, barn som oppfattes å ha høy yteevne innenfor intellektuelle, kreative og kunstneriske områder, eller som gjør det eksepsjonelt bra innenfor forskjellige fagområder (Skogen & Idsøe, 2011).

6.2 Pedagogiske implikasjoner

I denne masteroppgaven er det presentert og gjennomført et undervisningsopplegg hvor refleksjonslogg brukes som et redskap for å gi framovermeldinger fra læreren til elev ut i fra elevens egenvurdering. En videreutvikling av denne metoden kan være at de elevene som har fått den samme framovermeldingen fra læreren, samarbeider i smågrupper. Dette kan føre til at elevene blir læringsressurser for hverandre som er et

aspekt ved formativ vurdering (Wiliam, 2011) og et viktig moment i et sosiokulturelt læringssyn (Säljö, 2001).

Videre kan refleksjonsloggen brukes til å gi framovermeldinger fra vurdering av prøver. Denne studien, og annen forskning, tyder på at karakterer gitt sammen med framovermeldinger, ikke gir samme læringseffekt, som framovermeldinger gitt uten karakter (Black & Wiliam, 1998a; Hattie & Timperley, 2007). Ved å skille karakter og framovermelding, samt gi tid i undervisningen til å arbeide med disse, kan det føre til økt læringsutbytte. Elevene vil også da ha samlet alle skriftlige framovermeldinger på et sted, slik at de kan se tilbake på dem med tanke på forberedelse til tentamen eller en eventuell eksamen.

Referanser:

- Andreassen, R. A. & Gamlem, S. M. (2009). Arbeid med elevvurdering som utvikling av skolens læringskultur. I S. Dobson, A. B. Eggen, & K. Smith (Red.). *Vurdering, prinsipper og praksis: nye perspektiver på elev- og læringsvurdering* (s. 112–128). Oslo: Gyldendal Norsk Forlag AS.
- Asquith, P., Stephens, A. C., Knuth, E. J., & Alibali, M. W. (2007). Middle school mathematics teachers knowledge of students' understanding of core algebraic concepts: equal sign and variable. *Mathematical Thinking and Learning* 9(3), 249–272.
- Ball, R. (1960). *A short account of the history of mathematics*. New York: Dover Publications, Inc.
- Barkatsas, A. & Hunting, R. P. (1996). A review of recent research on cognitive, metacognitive, and affective aspects of problem solving. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 4(4), 7–29.
- Birenbaum, M. (1996). Assessment 2000: Towards a pluralistic approach to assessment. I M. Birenbaum & F. Dochy (Red.). *Alternative in assessment of achievements, learning processes and prior knowledge* (s. 3–29). Nederland: Kluwer Academic Publisher.
- Bjuland, R. (2004). Students teachers' reflections on their learning process through collaborative problem solving in geometry. *Educational Studies in Mathematics* 55(1), 199–225.
- Bjørndal, C.R.P. (2002). *Det vurderende øyet: observasjon, vurdering og utvikling i undervisning og veiledning*. Oslo: Gyldendal Akademisk.
- Black, P. & Wiliam, D. (1998a). Assessment and classroom learning. *Assessment in Education* 5(1), 7–77.
- Black, P. & Wiliam, D. (1998b). *Inside the black box. Raising standards through classroom assessment*. London: King's college.
- Brekke, G., Grønmo, L. S., & Rosén, B. (2000). *Kartlegging av matematikkforståelse: Veiledning til algebra*. Oslo: Nasjonalt Læremiddelsenter (NLS).
- Broadfoot, P., Daugherty, R., Gardner, J., Harlen, W., James, M., & Stobart, G. (2002). *Assessment for learning: 10 principles*. Cambridge U.K: University of Cambridge.
- Brookhart, S. M., Andolina, M., Zuza, M., & Furman, R. (2004). Minute math: An action research study of student self-assessment. *Educational Studies in Mathematics*, 57(2), 213–227.
- Bruner, J. (1997). *Utdanningskultur og læring*. Oslo: Ad Notam Gyldendal.

- Carraher, D. & Schliemann A. (2007). Early algebra and algebraic reasoning. I F. K. Lester (Red.). *Handbook of research in mathematics education* (s. 669–705). Greenwich, CT: Information Age Publishing.
- Cusi, A., Malara, N., & Navarra, G. (2011). Theoretical issues and educational strategies for encouraging teachers to promote a linguistic and metakognitive approach to early algebra. I J. Cai & E. Knuth (Red.). *Early algebraization, advances in mathematics education* (s. 483–507). Berlin: Springer Verlag.
- De nasjonale forskningsetiske komiteer (2006). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi*. Hentet 2. februar 2014 fra: <https://www.etikkom.no>.
- Dysthe, O. (2003) Teoretiske perspektiver. I O. Dysthe & K. S. Engelsen (Red.). *Mapper som pedagogisk redskap: Perspektiver og erfaringer* (s. 37–60). Oslo: Abstrakt Forlag.
- Dysthe, O. (2008). Klasseromsvurdering og læring. *Bedre Skole 4*, 16–23.
- Dysthe, O. (2009). Læringssyn og vurderingspraksis. I J. Frost (Red.). *Evaluering i et dialogisk perspektiv* (s. 33–53). Oslo: Cappelen Damm AS.
- Engh, R. (2011). *Vurdering for læring i skolen. På vei mot en bærekraftig vurderingskultur*. Kristiansand: Høyskoleforlaget.
- Essien, A. & Setati, M. (2006). Revisiting the equal sign: Some grade 8 and 9 learners' interpretations. *African Journal of Research in SMT Education* 10(1), 47–58.
- Fernandes, M. & Fontana, D. (1996). Changes in control beliefs in Portuguese primary school pupils as a consequence of the employment of self-assessment strategies. *British Journal of Educational Psychology* 66(3), 301–313.
- Fillooy, E. & Rojano, T. (1989) Solving equations: The transition from arithmetic to algebra. *For the Learning of Mathematics*, 9(2), 19–25.
- Forskrift til opplæringsloven* (2006). Hentet 30. januar 2014 fra: <http://lovdata.no/dokument/SF/forskrift/2006-06-23-724>.
- Grønmo, L. S. & Onstad, T. (2013). *Opptur og nedtur: Analyser av TIMSS-data for Norge og Sverige*. Oslo: Akademika Forlag.
- Grønmo, L. S., Onstad, T., Nilsen, T., Hole, A., Aslaksen, H., & Borge I. C. (2012). *Framgang, men langt fram: Norske elevers prestasjoner i matematikk og naturfag i TIMSS 2011*. Oslo: Akademika Forlag.
- Hattie, J. & Timperley, H. (2007). The power of feedback. *Review of Educational Research*, 77(1), 81–112.
- Hatton, N. & Smith, D. (1995). Reflection in teacher education: Towards definition and implementation. *Teaching & Teacher Education* 11(1), 33–49.

- Helle, L. (2007). *Læringsrettet vurdering*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Herscovics, N. & Linchevski, L. (1994). A cognitive gap between arithmetic and algebra. *Educational Studies in Mathematics* 27(1), 59–78.
- Høihilder, E. (2011). Vurderingslogg. I E. Høihilder (Red.). *Elevvurdering: Metodebok for lærere i grunnskolen*. Oslo: Pedlex Norsk Skoleinformasjon.
- Johannessen, A., Tufte, P. A., & Christoffersen, L. (2011). *Introduksjon til samfunnsvitenskapelig metode*. Oslo: Abstrakt Forlag.
- Kieran, C. (1981). Concepts associated with the equality symbol. *Educational Studies in Mathematics* 12, 317–326.
- Kieran, C. (2007). Learning and teaching algebra at the middle school through college levels. I F. K. Lester (Red.). *Handbook of research in mathematics education* (s. 707–749). Greenwich, CT: Information Age Publishing.
- Kjærnsli, M. & Olsen, V. (2013). *Fortsatt en vei å gå - Norske elevers kompetanse i matematikk, naturfag og lesing i PISA 2012*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Knuth, E., Stephens, A., McNeil, N., & Alibali, M. (2006). Does understanding the equal sign matter? Evidence from solving equations. *Journal for Research in Mathematics Education* 37(4), 297–312.
- Lie, J. (2013). *Dialogiske tilbakemeldingers betydning for undervisningsvurdering og læring: En studie av lærer-elev dialogen fra to klasser i matematikk*. Masteroppgave. Stavanger: Universitetet i Stavanger.
- Lincoln, Y. & Guba, E. (1985). *Naturalistic inquiry*. California: Sage Publications.
- Løkensgard Hoel, T. & Haugaløkken, O. K. (2003). Responsgrupper som læringsressurs i arbeidet med mapper. I O. Dysthe & K. S. Engelsen (Red.). *Mapper som pedagogisk redskap: Perspektiver og erfaringer* (s. 257–274). Oslo: Abstrakt Forlag.
- Løkensgard Hoel, T. (2008). Jeg skriver, altså er jeg. Om skriving i profesjonsutdanninger. I S. V. Knudsen & B. Aamotsbakken (Red.). *Tekst som flytter grenser* (s. 130–143). Novus Forlag.
- Mason, J. & Davis, J. (1991). *Fostering and sustaining mathematics thinking through problem solving*. Victoria: Deakin University Press.
- Onstad, T. (1994). *Fra Babel til Abel: Likningenes historie*. Oslo: NKS-Forlaget.
- Prediger, S. (2010). How to develop mathematics-for-teaching and for understanding: The case of meaning of the equal sign. *Journal of Mathematics Teacher Education* 13(1), 73–93.

- Selvik, B. K., Rinvold, R., & Høines, M. J. (1998). *Matematiske sammenhenger: Algebra og funksjonslære*. Bergen: Caspar Forlag AS.
- Sjøberg, S. (2014). Pisa-syndromet: Hvordan norsk skolepolitikk blir styrt av OECD. *Nytt norsk tidsskrift 1*, 30–43.
- Skogen, E. C. & Idsøe, K. (2011). *Våre evnerike barn: En utfordring for skolen*. Oslo: Høyskoleforlaget.
- Smith, K. (2009). Vurdering i et dialogperspektiv. I J. Frost (Red.). *Evaluering i et dialogisk perspektiv* (s. 19–33). Oslo: Cappelen Damm AS.
- Säljö, R. (2001). *Læring i praksis: Er sosiokulturelt perspektiv*. Oslo: Cappelen Akademisk.
- Säljö, R. (2006). *Læring og kulturelle redskaper: Om læreprosesser og den kollektive hukommelsen*. Oslo: Cappelen Akademisk.
- Torkildsen, S. & Maugesten, M. (2009). *Sirkel 9B: Grunnbok*. Aschehoug.
- Torkildsen, S. & Maugesten, M. (2010). *Sirkel 10B: Grunnbok*. Aschehoug.
- Utdanningsdirektoratet (2006). *Kunnskapsløftet: Mål og innhold i grunnskolen*. Oslo: PEDLEX Norsk Skoleinformasjon 2013.
- William, D. (2011). What is assessment for learning? *Studies in Educational Evaluation*, 37(1), 3–14.
- Yin, R. (2014). *Case study research: Design and methods*. California: Sage Publications.

Vedlegg

Vedlegg 1 Informasjonsskriv forskningsprosjekt elever

Informasjonsskriv vedrørende forskningsprosjekt i skolen, våren 2014

Jeg vil her informere deg/dere som foreldre til barn i (Sensurert) om forskningsprosjektet som vi ønsker å gjøre i klassen. Prosjektet er en del av min masteroppgave på Masterstudiet i matematikdidaktikk ved Universitetet i Stavanger (UiS). Målet med prosjektet er å tilegne seg kunnskaper og erfaringer om læring og undervisning i matematikk. Arbeidet vil dreie seg om hvordan bruk av refleksjonslogg kan fremme læring og utvikle metakognitive ferdigheter hos elevene.

Det er derfor ønskelig at jeg får anledning til å observere klassen cirka seks skoletimer og samle inn data som feltnotater, intervju, refleksjonslogg og oppgaveanalyse. Det vil bli gjort video- og lydopptak fra undervisningen og intervjuene. Alle observasjoner og kommentarer fra lærer og elever vil bli behandlet konfidensielt og anonymisert slik at de ikke vil kunne spores tilbake til elevene. Gjennom hele prosessen (innsamling, bearbeidelse, analyse og presentasjon av data) vil vi være bevisste på å anonymisere dataene. Det vil derfor ikke være mulig å vite hvem som har gjort eller sagt hva eller hvilken klasse og skole forskningen har foregått ved.

All medvirkning i dette prosjektet er basert på frivillighet, og dere står selvsagt helt fritt til å velge om deres barn skal være med eller avstå fra å delta i prosjektet eller ikke.

Observasjonene vil fortrinnsvis foregå i løpet av januar og februar, etter nærmere avtale med klassens matematikklærer. Video- og lydopptak vil bli oppbevart på en sikker måte. Prosjektet er meldt til Personvernombudet for forskning ved NSD. Alle involverte parter fra UiS er underlagt taushetsplikt, og data vil bli behandlet deretter. Alle opptak vil bli slettet/destruert når prosjektet er avsluttet. (Dato for prosjektets slutt er satt til 31. juli 2014.)

Det ferdige arbeidet vil bli presentert i en skriftlig masteroppgave som senere kan videreutvikles til en publiserbar artikkel. Nærmere informasjon om prosjektet kan fås ved henvendelse til Raymond Bjuland (Sensurert), som er ansvarlige for dette prosjektet, eller Øystein Faae (Sensurert). Vi håper på positiv tilbakemelding fra deg/dere.

Vennlig hilsen

Øystein Faae
Masterstudent i matematikdidaktikk

Svarslipp:

Jeg tillater at deltakere i forskningsprosjektet fra UiS observerer (og eventuelt intervjuer) vårt barn.

Underskrift av foresatt(e):

.....

Jeg godtar også at det blir samlet inn data som beskrevet ovenfor.

Ja

Nei (sett ring rundt valg)

Vedlegg 2 Informasjonsskriv forskningsprosjekt lærer

Informasjonsskriv til lærere vedrørende forskningsprosjekt i skolen, våren 2014

Jeg vil her informere om forskningsprosjektet som jeg ønsker å gjøre i klassen din. Prosjektet er en del av masteroppgaven min på Masterstudiet i matematikkdiraktikk ved Universitetet i Stavanger (UiS).

Målet med prosjektet er å tilegne seg kunnskaper og erfaringer om læring og undervisning i matematikk. Arbeidet vil dreie seg om hvordan bruk av refleksjonslogg kan fremme læring og utvikle metakognitive ferdigheter hos elevene.

Det er derfor ønskelig at vi får anledning til å observere klassen cirka seks skoletimer og samle inn data som feltnotater, intervju, refleksjonslogger og oppgaveanalyse. Det vil bli gjort video- og lydopptak fra undervisningen og intervjuene. Alle observasjoner og kommentarer fra lærer og elever vil bli behandlet konfidensielt og anonymisert slik at de ikke vil kunne spores tilbake til elevene. Gjennom hele prosessen (innsamling, bearbeidelse, analyse og presentasjon av data) vil vi være bevisste på å anonymisere dataene. Det vil derfor ikke være mulig å vite hvem som har gjort eller sagt hva eller hvilken klasse og skole forskningen har foregått ved.

All medvirkning i dette prosjektet er basert på frivillighet, og deltakerne har mulighet til å trekke seg fra prosjektet når som helst.

Observasjonene vil fortrinnsvis foregå i løpet av januar og februar, etter nærmere avtale med deg som lærer. Video- og lydopptak vil bli oppbevart på en sikker måte. Prosjektet er meldt til Personvernombudet for forskning ved NSD. Alle involverte parter fra UiS er underlagt taushetsplikt, og data vil bli behandlet deretter. Alle opptak vil bli slettet/destruert når prosjektet er avsluttet. (Dato for prosjektets slutt er satt til 31. juli 2014.)

Det ferdige arbeidet vil bli presentert i en masteroppgave som senere kan videreutvikles til en publiserbar artikkel. Dersom du ønsker å se den ferdige masteroppgaven kan du avtale dette med meg. Nærmere informasjon om prosjektet kan fås ved henvendelse til Raymond Bjuland (Sensurert), som er ansvarlig for dette prosjektet. Vi håper på positiv tilbakemelding fra deg/dere.

Vennlig hilsen

Øystein Faae

Masterstudent i matematikkdiraktikk

Vedlegg 3 Intervjuguide lærer

Intervjuguide lærer

Intervjuet er av typen semi-strukturert. Spørsmålene nedenfor vil danne utgangspunkt for intervjuet.

Bakgrunn:

- Alder
- Utdannelse
- Arbeidserfaring
- Arbeidsstilling/beskrivelse
- Samarbeid på laget

Hva er matematikk for deg?

Hva tenker du om din egen undervisningsform om ligninger?

Hva tenker du er viktig at elevene skal forstå/lære om ligninger?

Hvor mye har eleven jobbet med ligninger tidligere?

Hva tenker du om læreverket som dere bruker?

Det har i denne perioden vært mye tavleundervisning. Hva tenker du om det

LOGG:

Hvordan har det vært å jobbe med refleksjonslogg i innføringen av ligninger?

Hvordan jobbet du med tilbakemeldingen til elevene?

Hvordan valgte du oppgaver?

Hva tenker du om måten elevene jobbet med refleksjonsloggen?

Er det noe du ville gjort annerledes?

Hva har vært bra for elevenes del?

Fremmer det læring om ligninger?

Utvikler det metakognitive ferdigheter?

Er det effektivt redskap for framovermeldinger?

Passer det seg å bruke til ligninger?

Er det for tidkrevende?

Hva har vært bra for din del?

Forteller det deg noe om hvor elevene ligger faglig?

Hva har vært negativt?

Tidkrevende?

Hva har logg i dette tilfellet gjort med måten du kan kommuniserer med elevene dine på?

Tror du refleksjonslogg kan brukes hensiktsmessig på andre emner inne matematikk?

Er det noe som overrasker deg ved dette prosjektet?

Kommer du til å bruke refleksjonslogg ved en senere anledning?

Hvordan?

Når har elevene møtt framovermeldinger tidligere i matematikk?

Hvordan jobber de med disse?

I intervjuet med elevene kommer det fram at tilbakemeldinger gitt på prøve blir jobbet lite med, fordi de er ferdige med kapitlet. Hva tenker du om det?

Beskriv elevene faglig nivå:

Anders

Marie

Ida

Kristine

Vedlegg 4 Intervjuguide elever - firergruppe

Intervjuguide: Gruppeintervju elevgruppe på fire.

Intervjuet er av typen semi-strukturert. Spørsmålene nedenfor vil danne utgangspunkt for intervjuet.

Liker dere faget matematikk?

Hva er matematikk for dere?

Hva syns dere om emnet ligninger?

Synes dere det er vanskelig?

Hva er det som er vanskelig med ligninger?

Hva har vært bra med å jobbe med denne refleksjonsloggen?
Utdyp?

Hva har vært negativt med å jobbe med refleksjonslogg?
Utdyp?

Hva har vært vanskelig i forhold til loggen??
Utdyp?

Refleksjonslogg:

Hva er refleksjon?

Hva tenker du om tilbakemelding fra lærer?
Lærte du noe av det?

Er du enig i hva hun skrev?

Hvordan jobbet du med dem?

Lærte du noe av tilbakemeldingen?

Hva har du lært av å jobbe med denne loggen?

Er du blitt mer bevisst egne læringsstrategier?

Er du blitt mer bevisst hva du trenger jobbe med for å bli flinkere til å løse ligninger?

Hvordan forstår dere spørsmålene i loggen?

Vedlegg 5 Intervjuguide elever toergruppe: Anders og Marie

Gruppeintervju toergruppe: Anders og Marie

Husker dere ligningen om Diofantos alder?

Se på ligningen om Diofantos alder:

Hva er x i oppgaven?

Kan dere forklare de ulike leddene i stykke?

Kan dere forklare hva dere har tenkt?

Se på denne ligningen og dette regnestykket:

$$150 + 55 = 205$$

$$3x + 4 = 8 + 2x$$

Hvordan oppfatter du likhetstegnet

Kan du si noe mer om dette?

Hva er likhetstegnet?

Hva kan du gjøre på begge sider av likhetstegnet i ligningen?

Kan du gjøre det samme på begge sider i det første stykke også?

Spørsmål fra loggen:

Marie:

Du skreiv i loggen din 21.01 at du trengte å jobbe mer med avanserte ligninger. Så fikk du en oppgave av Sara med ligninger og kvadratsetningene. Hvordan var det? Utdyp?

Anders:

Du skreiv at du fant ut du var x -antall dummere etter å ha løst 4.150 a

Kan dere prøve å løse 4.150 b?

Hvordan tenkte dere?

Vedlegg 6 Intervjuguide elever toergruppe: Ida og Kristine

Gruppeintervju toergruppe: Ida og Kristine

Husker dere ligningen om Diofantos alder?

Se på ligningen om Diofantos alder:

Hva er x i oppgaven?

Kan dere forklare de ulike leddene i stykke?

Kan dere forklare hva dere har tenkt?

Kristine: Du fikk tilbakemelding om å jobbe mer med oppgaver om brøk, og andre gang ligninger med to ukjente.

Hva tenker du om det?

Hvilken metode foretrekker du?

Har du lært noe av tilbakemeldingen?

Ida: Du fikk tilbakemelding på å løse ligninger og sette prøve på svaret og ligninger med to ukjente.

Hva tenker du om det?

Kan du flere regler nå? Hvilke? Oppsett? Kan du løse en ligning nå?

Hvilken metode foretrekker du?

Har du lært noe av tilbakemeldingen?

Løs disse oppgavene nå fra arket. Dere kan samarbeide:

4.75 a

Se på denne ligningen og dette regnestykket:

$$150 + 55 = 205$$

$$3x + 4 = 8 + 2x$$

Hvordan oppfatter du likhetstegnet

Kan du si noe mer om dette?

Hva er likhetstegnet?

Hva kan du gjøre på begge sider av ligningen?

Kan du gjøre det samme på begge sider i første stykke også?

Vedlegg 7 Transkripsjonsnøkkel

Tegn	Beskrivelse
/tekst/ /tekst/	Brukes når to personer sier noe samtidig.
(tekst)	Brukes til å forklare noe læreren gjør, eller noe som skjer.
tekst~ ~tekst	Brukes når en person avbryter av en annen person
[uklar]	Brukes når det blir sagt noe som ikke kunne høres på lydopptaket eller filmen

Vedlegg 8 Oppgaver fra læreverket Sirkel 10B

Likninger

EKSEMPEL

Løs likningen $3x + 4 = 10$.

Tuva: I en likning kan vi gjøre det samme på hver side. Jeg **subtraherer 4** på hver side:

$$3x + 4 - 4 = 10 - 4$$
$$3x = 6$$

Nå kan jeg dividere med tallet foran x på begge sider.

Olav: Jeg bruker fingermetoden og holder over leddet med x i.



$$+ 4 = 10$$

Det jeg holder over, må være 6.
 $3 \cdot x = 6$

4.26 Se på eksemplet.

- Hva blir x ? Får Tuva og Olav samme svar?
- Bruk begge framgangsmåtene og løs likningen $5x + 3 = 18$.
- Løs likningen $\frac{5}{3} + 4 = 1$.

I en likning kan vi addere, subtrahere, multiplisere og dividere med samme tall eller uttrykk på begge sider av likningen. Da løser vi likningen **algebraisk**.

EKSEMPEL

$$10x + 30 = 2x + 38$$

$$10x + 30 - 30 = 2x + 38 - 30 \quad | - 30 \text{ Subtraher } 30 \text{ på hver side.}$$

$$10x = 2x + 8$$

$$10x - 2x = 2x - 2x + 8 \quad | - 2x \text{ Subtraher } 2x \text{ på hver side.}$$

HER ER DET x -ER
PÅ BEGGE SIDER
AV LIKNINGEN.

4.27 a Se på eksemplet. Hva blir løsningen til likningen?

- Løs likningen $12x - 15 = 5 - 2x - 6$.
- Løs likningen $2x + (3 - x) - (2x + 5) = 5x - 20$.
- Løs likningen $3x + 2 - (3x - 4) = 3x - 21$.



KAPITTEL 4

(Torkildsen & Maugesten, 2010, s. 53)

4.223 b: Løs likningssettene:

1 $5(x-5) + 3(2y-5) = 4(x+2) - 3y + 2$

2 $-3(2-4x) + 2(5-3y) = 42 - 4(x-2y)$

(Torkildsen & Maugesten, 2010, s. 59)

Vedlegg 9 Tilbakemelding fra NSD

Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste AS
NORWEGIAN SOCIAL SCIENCE DATA SERVICES



Havstøl Høfloges gate 29
N-5007 Bergen
Norway
Tel: +47 55 58 21 57
Fax: +47 55 58 96 50
nsd@nsd.uib.no
www.nsd.uib.no
Org.no: 985 321 884

Raymond Bjuland
Institutt for grunnskolelærerutdanning, idrett og spesialpedagogikk Universitetet i Stavanger

4036 STAVANGER

Vår dato: 18.12.2013

Vår ref: 36502 / 2 / LMR

Deres dato:

Deres ref:

TILBAKEMELDING PÅ MELDING OM BEHANDLING AV PERSONOPPLYSNINGER

Vi viser til melding om behandling av personopplysninger, mottatt 03.12.2013. Meldingen gjelder prosjektet:

36502	<i>Hvordan kan bruk av refleksjonslogg i innlæring av ligninger på tiende trinn være et instrument for å utvikle metakognitive ferdigheter og fremme læring hos elevene ved å fokusere på skriftlige tilbakemeldinger fra lærer</i>
Behandlingsansvarlig	Universitetet i Stavanger, ved institusjonens øverste leder
Daglig ansvarlig	Raymond Bjuland
Student	Øystein Faae

Personvernombudet har vurdert prosjektet og finner at behandlingen av personopplysninger er meldepliktig i henhold til personopplysningsloven § 31. Behandlingen tilfredsstiller kravene i personopplysningsloven.

Personvernombudets vurdering forutsetter at prosjektet gjennomføres i tråd med opplysningene gitt i melde skjemaet, korrespondanse med ombudet, ombudets kommentarer samt personopplysningsloven og helseregisterloven med forskrifter. Behandlingen av personopplysninger kan settes i gang.

Det gjøres oppmerksom på at det skal gis ny melding dersom behandlingen endres i forhold til de opplysninger som ligger til grunn for personvernombudets vurdering. Endringsmeldinger gis via et eget skjema, <http://www.nsd.uib.no/personvern/meldeplikt/skjema.html>. Det skal også gis melding etter tre år dersom prosjektet fortsatt pågår. Meldinger skal skje skriftlig til ombudet.

Personvernombudet har lagt ut opplysninger om prosjektet i en offentlig database, <http://pvo.nsd.no/prosjekt>.

Personvernombudet vil ved prosjektets avslutning, 30.07.2014, rette en henvendelse angående status for behandlingen av personopplysninger.

Vennlig hilsen

Vigdis Namtvedt Kvalheim

Linn-Merethe Rød

Kontaktperson: Linn-Merethe Rød tlf: 55 58 89 11

Dokumentet er elektronisk produsert og godkjent ved NSDs rutiner for elektronisk godkjenning.

Avdelingskontorer / District Offices

OSLO: NSD, Universitetet i Oslo, Postboks 1055 Blindern, 0316 Oslo. Tel: +47 22 85 52 11. nsd@uio.no
TRONDHEIM: NSD, Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet, 7491 Trondheim. Tel: +47 73 59 19 07. lynn.vanvaldet@ntnu.no
TROMSØ: NSD, SVI, Universitetet i Tromsø, 9107 Tromsø. Tel: +47 77 64 43 36. nsd@svi.uib.no