



Universitetet  
i Stavanger

DET HUMANISTISKE FAKULTET

## MASTEROPPGAVE

Studieprogram: Master i matematikdidaktikk, MMD	Vårsemesteret, 2014  Åpen
Forfatter: Amalie Ulvund Steinshamn	..... (signatur forfatter)
Veileder: Reidar Mosvold	
Tittel på masteroppgaven: <i>En lærers utfordringer knyttet til bruk av matematikkhistorie i matematikkundervisning.</i>  Engelsk tittel: <i>Challenges experienced by a teacher implementing history of mathematics in mathematics teaching.</i>	
Emneord: Matematikkhistorie Matematikkundervisning Aktivitetsteori Muligheter Utfordringer	Sidetall: 64 + vedlegg/annet: 88  Stavanger, ..... dato/år

## ***Forord***

Jeg opplevde å få et nytt møte med matematikkens historie da jeg begynte på masterutdanningen. Fra egen skolegang var det egentlig bare Pythagoras jeg kunne huske å ha noe særlig forhold til, og det har heller ikke vært noe fokus på matematikkhistorie i min lærerutdanning. I masterutdanningen ble vi imidlertid utfordret til å sette oss inn i og å bruke matematikkhistorien i det didaktiske arbeidet, noe jeg syntes var spennende. Jeg opplevde at min egen forståelse og interesse for matematikken som vitenskap ble utvidet, og dette la grunnlaget for mitt valg av emne og fokus i masteroppgaven.

Arbeidet med oppgaven har vært en spennende og positiv prosess. Dette kan jeg i stor grad takke de jeg har hatt rundt meg for. Først og fremst vil jeg takke Martin (læreren) som sa seg villig til å bruke tid og krefter på dette prosjektet – fra start til slutt. Hans engasjement og omsorg for elevene er forbilledlig, og denne oppgaven hadde ikke vært den samme uten hans innsats, både i og utenom arbeidstid.

Jeg vil takke min veileder, Reidar Mosvold, for oppmuntrende og god veiledning. Samtalene har bidratt til å løfte oppgaven, samtidig som at den fortsatt er min egen.

Sender også en takk til Maria Almberg Størkson, moralsk støtte og en fantastisk samtalepartner gjennom hele masterutdanningen.

Til slutt vil jeg takke min forlovede og min familie, som har tro på meg uansett hva jeg begir meg ut på.

Stavanger, mai 2014

Amalie Ulvund Steinshamn

*”Historisk kunnskap utvider også erfaringer for å sette mål og velge midler i framtiden. Fortrolighet med det mennesker har følt, tenkt og trodd, utvider rommet for innsikt og handling, og minner om at dagens forhold vil endre seg. Opplæringen skal derfor gi kunnskaper som er allsidige og fullstendige. Den skal vise hvordan vår erkjennelse har grodd fram ved et langt skaperverk, som spenner over mange generasjoner og har krysset mange grenser.”* (Utdanningsdirektoratet, 2011, s. 16)

*M: De første eh::... første tanken var jo litt det der... jeg forventet det som er typisk.. når man forsker da*

*A: Ja*

*M: At man eh:: sånn som eh:: står i al.. alle artiklene jeg eh:: jeg leste når jeg, jeg forsket selv og skrev min masteroppgave så var det jo... på en måte forskeren som er den aktive part*

*A: Mmm*

*M: Så det var jo på en måte min forventning atte okei, nå.. blir jeg mer observatør og sånn og så eh:: tok det litt... tid før jeg forstod at åja, nei det er jeg som skal faktisk eh:: sette meg inn i ting (litt lattermild)*

*A: (Ler)*

*M: Eh::... så det var jo litt... det var ikke provoserende men det var jo litt sånn, overraskende da (med et smil om munnen)*

*A: Mmm*

*M: Men eh::... så det var min første tanke, at "åja fillen" det blir jo mer arbeid*

- Martin, i første intervju (Intervju 1 – sekvens 10).

## ***Sammendrag***

Det å implementere matematikkhistorie i matematikkundervisning bærer med seg både muligheter og utfordringer. I denne studien har jeg fulgt én lærer i prosessen med å utvikle et opplegg basert på matematikkhistorie. Fokuset har vært på lærerens aktivitet og de utfordringene han møter gjennom denne. Studiens problemstilling er følgende: Hvilke utfordringer møter en lærer når han skal utarbeide et undervisningsopplegg basert på matematikkens historie?

Gjennom en kvalitativ tilnærming og kasestudie som metode har jeg forsøkt å få tak i og formidle lærerens erfaring i denne prosessen. Intervju, logg og respondentvalidering har vært sentrale verktøy for å formidle lærerens stemme. Kulturhistorisk aktivitetsteori utgjør det analytiske rammeverket, og gjennom denne har jeg satt fokus på faktorer både i og utenfor undervisningen som påvirker lærerens arbeidshverdag.

Læreren utarbeidet et undervisningsopplegg i matematikk basert på problemer nedtegnet på leirtavler i det babylonske riket. Temaet var ligninger med to ukjente. Positive erfaringer med bakgrunn i dette var blant annet at elever med liten interesse for matematikk ble engasjert på grunn av den historiske innfallsvinkelen til problemet. Flere av elevene fikk en ny forståelse for dagens løsningsmetode når de så den i lys av babylonernes metoder. Læreren opplevde også dette som en god mulighet til å jobbe med problemløsning og elevenes ferdigheter innen det.

Samtidig oppdaget vi (jeg og læreren) utfordringer både i relasjon til utviklingen av det faglige opplegget, men også i sammenheng med lærerhverdagen og de arbeidsoppgavene og kravene som møter læreren her. Utfordringene relatert til selve opplegget stemte i stor grad overens med hva forskning på området tidligere har vist, og går blant annet på det å finne relevante historiske kilder, forarbeid knyttet til det å lese seg opp på og å forstå det historiske materialet, tilgang til ressurser og relevans. I tilknytning til den konteksten læreren er en del av så vi at lærerens mål og fokus er underordnet skolens mål og fokus, og at det kan oppstå interessekonflikter her. Krav til måloppnåelse er vesentlig, og mangel på synlige resultater kan bekymre ledelse så vel som foreldre. Her kommer også faktorer knyttet til alle de andre arbeidsoppgavene læreren har inn, og disse kan begrense planleggingstiden.

Studien viser at utfordringene knyttet til et slikt opplegg kan overskygge de positive sidene ved det, og derfor hindre at slike tilnærminger til matematikk blir gjort i praksis. Læreren selv

uttrykker at det har vært en positiv erfaring, og han viser vilje og motivasjon til å benytte seg av slike opplegg. Samtidig sier han at han sjelden gjør det. Selv for en lærer med master i matematikdidaktikk kan det altså bli for omfattende å implementere matematikkhistorie i undervisningen, og det er grunn til å tro at det også vil være tilfelle for mange andre lærere.

## ***Innhold***

<i>Forord</i> .....	<i>i</i>
<i>Sammendrag</i> .....	<i>iv</i>
<i>1 Innledning</i> .....	<i>1</i>
1.1 Oppgavens struktur.....	3
<i>2 Teoretisk rammeverk</i> .....	<i>4</i>
2.1 Matematikkhistorie som en del av matematikkundervisningen.....	4
2.2 Babylonernes matematikk.....	7
2.3 Kulturhistorisk aktivitetsteori.....	9
<i>3 Metodologisk tilnærming</i> .....	<i>13</i>
3.1 Kvalitativ tilnærming.....	13
3.1.1 Kasusstudier.....	14
3.2 Deltakere og design.....	15
3.2.1 Lærer og kontekst.....	16
3.2.2 Intervju.....	17
3.2.3 Observasjon.....	18
3.3 Konstruksjon av data.....	19
3.3.1 Transkripsjon.....	19
3.3.2 Lærerens stemme.....	20
3.4 Analyse av data.....	21
3.4.1 Analytisk rammeverk.....	21
3.4.2 Tilnærming til analysen.....	21
3.4.3 Integritet og validitet.....	22
3.5 Etske vurderinger og valg.....	23
3.5.1 Forskning i møte med mennesker.....	23
<i>4 Presentasjon av resultater</i> .....	<i>26</i>
4.1 Innfallsvinkler i prosjektet.....	26
4.2 Muligheter.....	27
4.2.1 Historie som et medierende redskap.....	29
4.2.2 Matematikken i utvikling.....	32

4.2.3 Nytteverdien av en slik prosess .....	34
4.3 utfordringer.....	35
4.3.1 utfordringer knyttet til utviklingen av det faglige opplegget.....	36
4.3.2 utfordringer i lærerhverdagen .....	46
5 <i>Diskusjon</i> .....	56
6 <i>Konklusjon</i> .....	62
6.1 Implikasjoner for forskning.....	64
6.2 Pedagogiske implikasjoner.....	64
<i>Litteratur</i> .....	65





## ***1 Innledning***

Gjennom forskning får vi stadig nye perspektiver på undervisning og tilrettelegging av undervisning. Lærere oppfordres til kreativitet og nytenkning (jf. Kunnskapsløftet), og forskningen forsøker å bidra med redskaper og ny kunnskap. En kan imidlertid spørre seg om kunnskapen når ut til de som trenger den. Fried (2001, s. 391) sier at historie som en del av matematikkundervisningen ikke er noen ny idé og viser til eksempler helt tilbake fra 1913. Videre understreker han at på tross av alt som har blitt sagt og skrevet, har lite blitt gjort i praksis i skolen selv. Dette mener han inviterer til å ta et kritisk blikk på det å kombinere matematikkhistorie og matematikkundervisning. Her i Norge fikk matematikkhistorie økt fokus i læreplanene som kom på 1990-tallet (Fasanelli et al., 2002; Smestad, 2002). Smestad (2002) poengterer imidlertid at målene for de enkelte trinnene i liten grad gjenspeiler dette, og at det er få matematikkhistoriske elementer som behandles. I ICMI-studien skriver Fasanelli og kolleger (2002, s. 15) at det er tydelig at det historiske aspektet må utvikles videre dersom det for alvor skal bli et integrert område til inspirasjon for lærere og elever.

Gjennom masterstudiet har jeg personlig opplevd en økende interesse for matematikkhistorie og de mulighetene det gir i undervisningssammenheng. Samtidig ser jeg utfordringer knyttet til gjennomføringen av slike opplegg i praksis, da det krever mye av læreren – både i forhold til bakgrunnskunnskap og planlegging. Utfordringer relatert til tid, mål og læreplaner peker også Fried (2007) på. På slutten av 1990-tallet satte Fauvel og van Maanen (1997) fokus på matematikkhistoriens rolle i undervisning og læring i matematikk, og oppfordret forskere til å bidra med studier relatert til nettopp dette. Ti år senere konstaterer Fried (2007) at forskere har presentert mange grunner til å introdusere historie i matematikkundervisningen, og de har også foreslått mange måter å gjøre det på. Likevel kan ikke historie sies å være særlig etablert innen skolematematikken. Matematikkhistorie nevnes ikke direkte i kompetansemålene for matematikk fellesfag i Kunnskapsløftet (Utdanningsdirektoratet, 2006), og har dermed lite fokus i dagens læreplanverk her i Norge. Selv om forskere mener å se klare fordeler ved å implementere matematikkhistorie ser det altså ut til at den har fått begrenset fotfeste i matematikkundervisningen. Dette spenningsforholdet er utgangspunktet for min kasusstudie der jeg utforsker en lærers erfaringer når han skal forsøke å sette forskernes forslag ut i live. Jeg ønsker å undersøke om det å implementere matematikkhistorie i matematikkundervisningen er gjennomførbart og realistisk i den travle hverdagen der lærere blant annet møter tidspress i sammenheng med læreplaner og annen dokumentering (Fried, 2007). Både Smestad (2002) og Burn (1998) uttrykker bekymring over lærernes manglende

kunnskap og forutsetninger på området i sammenheng med at matematikkhistorien får økt fokus i læreplanene på 1990-tallet. Det er derfor interessant å se på hva som kreves av lærerne, hvilken kunnskap de trenger og hvilke hjelpemidler de søker når de skal implementere matematikkhistorie i sin matematikkundervisning.

I de siste årene har det å implementere matematikkhistorie i matematikkundervisningen fått økt fokus og interesse innenfor det matematikdidaktiske fagfeltet. Den empiriske forskningen på området er et relativt nytt felt innen forskning, og de teoretiske rammeverkene er fortsatt under utvikling (Jankvist, 2011). På det tidspunktet Jankvist (2009b) gjennomførte sin PhD-studie, var det begrenset kunnskap om hvordan forskning på dette området bør/kan gjennomføres. Jankvist (2009a) utviklet et rammeverk i tilknytning til bruk av historie i matematikkundervisningen, og jeg kommer til å støtte meg på dette rammeverket. Samtidig er fokuset i studien selve læreren og hans erfaringer i utarbeidelsen av et undervisningsopplegg basert på matematikkens historie. Matematikkhistorien fungerer som et utgangspunkt og et eksempel i denne sammenhengen. Jankvists (ibid.) rammeverk er altså ikke tilstrekkelig når dataene etter hvert skal analyseres. Jeg finner det derfor nødvendig å støtte meg på kulturhistorisk aktivitetsteori i tillegg. Ved å bruke et slikt teoretisk rammeverk kan jeg sette lærerens aktivitet inn i en sammenheng som kan bidra til å systematisere og beskrive de erfaringene vi gjør oss underveis i prosjektet.

Implementering av matematikkhistorie i skolen bærer med seg nye muligheter og tilnærminger til matematikkundervisning, og er et eksempel på nytenkning relatert til undervisning som igjen stiller krav til lærerne. I sin doktoravhandling var det Jankvist selv som konstruerte undervisningsopplegget, for så å videreformidle dette til læreren som gjennomførte undervisningen (Jankvist, 2009b). Et viktig formål for dette prosjektet er å se på hva det kreves av lærerne *selv* dersom de skal ta tak i og benytte seg av den kunnskapen som er beregnet på dem. Studien fokuserer på én lærers erfaringer, og følger ham fra start til slutt i utviklingen og gjennomføringen av et undervisningsopplegg med bakgrunn i matematikkhistorie. Følgende forskningsspørsmål er utgangspunkt for studien:

*Hvilke utfordringer møter en lærer når han skal utarbeide et undervisningsopplegg basert på matematikkens historie?*

## ***1.1 Oppgavens struktur***

Jeg begynner med å presentere den teoretiske bakgrunnen for oppgaven i kapittel 2. Her vil jeg presentere teori i tilknytning til både det å implementere historie i matematikkundervisning og den teorien jeg støtter meg på i analysen av datamaterialet. I kapittel 3 følger en redegjørelse for den metodologiske tilnærmingen i studien. Her presenterer jeg også læreren som har deltatt og etiske vurderinger og valg. Deretter følger presentasjonen av resultatene i kapittel 4, hvor jeg søker å belyse problemstillingen. Kapittel 5 inneholder en diskusjon av resultatene fra studien, og i kapittel 6 besvarer jeg til slutt problemstillingen i en konklusjon.

## **2 Teoretisk rammeverk**

For å kunne utforske et emne/fenomen må forskeren ut og hente informasjon om dette. Gjennom for eksempel observasjon, intervjuer og spørreundersøkelser konstruerer forskeren data som kan brukes til å belyse emnet/fenomenet. Slik Johannessen, Tufte og Christoffersen (2010) påpeker, forutsetter data at man har en forforståelse og et fokus. Data er såkalt teoriladet (Gilje & Grimen, 1993). Dermed er det viktig å være bevisst på hvilke antakelser man gjør i en studie. Teorien er sentral gjennom hele forskningsprosessen, og den danner grunnlag for både utvikling av problemstilling, planlegging og gjennomføring av en studie, konstruksjon og analyse av data og konklusjon. Johannessen med fler (2010, s. 50) understreker at «teorier som ikke er empirisk underbygd, kan lett bli spekulasjon, mens empiriske undersøkelser uten forankring i en teoretisk referanseramme lett kan bli isolerte beskrivelser av enkeltfenomener som har begrenset verdi og ikke gir noen ny innsikt for å forstå samfunnsmessige fenomener.». Vi ser at teori og empiri går hånd i hånd.

Det teoretiske grunnlaget i denne studien er todelt. På den ene siden har vi teori knyttet til matematikkhistorie og det didaktiske aspektet av denne, og på den andre siden aktivitetsteori som et rammeverk for studien og presentasjon av data. Implementeringen av matematikkhistorie i matematikkundervisning er utgangspunktet for problemstillingen. Samtidig ligger fokuset i studien på de utfordringene som læreren erfarer i tilknytning til det å utarbeide og gjennomføre et slikt opplegg, og det er dermed behov for et teoretisk rammeverk som kan sette disse erfaringene i system. Aktivitetsteorien tjener til å strukturere og systematisere erfaringene med utgangspunkt i datamaterialet. Videre presenterer jeg forskning som har blitt gjort i tilknytning til implementering av matematikkhistorie i undervisning og argumenter for dette. Jeg vil òg kort presentere det historiske emnet som læreren i denne studien valgte å ta utgangspunkt i. Til slutt beskriver jeg aktivitetsteorien og dens rolle i denne studien.

### **2.1 Matematikkhistorie som en del av matematikkundervisningen**

I matematikkdiraktikken har historiske elementer i undervisningen vært av økende interesse de siste 3–4 tiårene (Jankvist, 2011). På starten av 2000-tallet organiserte Fauvel og van Maanen (2002) en omfattende studie om historie i matematikkundervisningen på oppfordring fra *the International Commission on Mathematical Instruction* (ICMI). Forfatterne omtaler boka studien resulterte i som en bok skrevet av mennesker som tror historie har en rolle i matematikkundervisning. Også her i Norge har matematikkhistorien fått oppmerksomhet i

sammenheng med skole og undervisning. I læreplanene for 1994 og 1997 fikk matematikkens historie større plass enn tidligere – både i grunnskolen og den videregående skolen. Elevene skulle kjenne til hovedtrekk i matematikkens historie (R94) og utvikle innsikt i matematikkens historie (L97) (Burn, 1998, s. 10). Burn uttrykte i denne sammenhengen bekymring for lærernes manglende etterutdanning nå som et «historieberiket» pensum var innført.

LK06 har ikke fulgt opp sine forgjengere med tanke på matematikkhistorie. Kunnskapsløftet tydeliggjorde hva elevene skulle kunne, og med dette kom et økt fokus på elevenes måloppnåelse (Torkildsen, 2006). Mål for opplæringen er gjort konkret gjennom kompetansemålene, og i kompetansemålene for matematikk fellesfag er matematikkens historie utelatt (Utdanningsdirektoratet, 2006). Likevel er det tydelig i den generelle delen av læreplanverket at matematikkhistorie ses på som en mulig ressurs i matematikkundervisningen. Her står det at «opplæringen skal tuftes på og vise tidligere tiders bidrag» (Utdanningsdirektoratet, 2011, s. 6). Oppgaver basert på matematikkhistorie er en gjenganger på eksamen etter 10. årstrinn, og i for eksempel *Tangenten*<sup>1</sup> blir matematikkhistoriske emner presentert med jevne mellomrom. Som eksempel kan nevnes Lahn-Johannesen (2006) artikkel om «Indisk Algebra» og Holmes (2011) artikkel: «Arkimedes' død».

Forskning på området har gitt mange gode argumenter for å implementere matematikkhistorie i skolens matematikkundervisning og hvordan (Fried, 2007; Jankvist, 2011). Blant gode grunner kan nevnes humanisering av matematikken, gjøre matematikken mer engasjerende og lettere tilnærmelig for elevene og historie som en kilde til ny innsikt i matematiske problemer og konsepter. Måter å introdusere matematikkhistorien på kan være grafiske (tegninger) fremstillinger, undervisningsmoduler med utgangspunkt i historiske emner, presentasjon av de matematiske emnene etter den historiske utviklingen de har hatt og bruk av primærkilder (Fried, 2007, s. 205). Det er ulike måter å sortere/kategorisere bruk av matematikkhistorie på. I det følgende vil jeg gå nærmere inn på dette. Jeg vil også ta for meg argumentene for bruk av matematikkhistorie i undervisningen grundigere, og presentere disse med utgangspunkt i Jankvists kategorisering av disse.

---

<sup>1</sup> Bjørn Smestads artikkel «Norske ressurser om matematikkhistorie» i *Tangenten* 1/2010 gir en oversikt over hva som finnes av norsk litteratur om matematikkhistorie, og viser og til en nettside der han har samlet alt: <http://eleviki.wikidot.com/ressurser-om-matematikkhistorie-pa-norsk>

Siden slutten av 1800-tallet har flere matematikere og matematikklærere vært av den oppfatning at man kan finne en sterk sammenheng mellom matematikkens utvikling og hvordan elever lærer matematikk. Samtidig har forskere vært kritiske til dette (Thomaidis & Tzanakis, 2007). Et slikt syn på læring er i tråd med den biogenetiske lov, frontet av blant andre Ernst Haeckel. *Den biogenetiske lov* statuerer at det enkelte individs utvikling reflekterer den biologiske utviklingen som arten har gjennomgått (Mosvold, 2001). I sammenheng med matematikkundervisning antyder da denne at undervisningen bør følge samme utvikling, og at elevene går igjennom de samme stadiene i sin utvikling som det matematikken har gjort (Jankvist, 2009a). *Det genetiske prinsipp* tar også utgangspunkt i menneskehetens utvikling innen matematikken som grunnlag for læring og betraktes ofte som så å si identisk med den biogenetiske lov (Mosvold, 2001, 2003). I undervisning der man tilnærmer seg historien *indirekte* er disse prinsippene sentrale (Jankvist, 2011). Undervisning som indirekte baserer seg på historie tar ikke for seg konkrete hendelser eller kilder, men lar heller historien være grunnlag for rekkefølgen i presentasjonen av emnet. Matematikkhistorien fungerer som en rettesnor for læreren, og elevene kan være uvitende om at de har møtt matematikkhistorie. Undervisningen er inspirert av historiens gang. Ikke overraskende innebærer en *direkte* tilnærming til historien at man tar utgangspunkt i konkrete historiske hendelser og oppdagelser. Dette kan skje i form av blant annet historiske anekdoter, historiske fakta som supplement til undervisningen, studere primærkilder, elevprosjekter og historiske problem (Fauvel & van Maanen, 2002; Jankvist, 2009a; Mosvold, 2001).

Argumentene for hvorfor man skal benytte historie i matematikkundervisningen er mange. I ICMI-studien presenterer Tzanakis og kolleger (2002) fem hovedområder hvor de mener matematikken kan underbygges og berikes av å integrere matematikkhistorie i undervisningen. Med utgangspunkt i blant annet ICMI-studien, og mange andre studier på området, foreslår Jankvist (2009a) et teoretisk rammeverk for å strukturere diskusjonen rundt hvorfor man skal implementere historie i matematikkundervisningen. Argumentene for bruk av historie (the «whys») deler han i to kategorier: historie som et redskap og historie som et mål. *Historie som redskap* omfatter de argumentene som går på hvordan elever lærer matematikk. Dette er argumenter relatert til motivasjon, affektive effekter og kognitiv utvikling. Jankvist (ibid.) betegner evolusjonsargumentene som svært distinkte argument innenfor historie som et redskap. Argumenter som hevder at det å lære matematikkhistoriske sammenhenger er hensiktsmessig i seg selv faller under kategorien *historie som et mål*. Historiske aspekter ved disiplinen og dens utvikling står sentralt i slike argumenter. Det er

gjerning et mål å vise elevene at matematikken er i konstant utvikling og at det har forekommet mange endringer opp gjennom tidens løp.

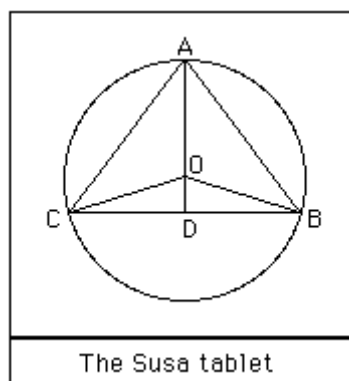
Videre forklarer Jankvist (2009a) hvordan argumentene i ICMI-studien kan plasseres i disse to kategoriene. Jankvist (ibid.) har utviklet kategoriene med bakgrunn i en omfattende mengde studier på området, og de fellestrekkene han mener han ser ut fra disse. Jeg har valgt å trekke fram Jankvists kategorier fordi de er en oversiktlig oppsummering av forskning på området fram til nå, og fordi de er aktuelle med tanke på læreren i denne studien og det opplegget han lager og gjennomfører.

## **2.2 Babylonernes matematikk**

Læreren i min studie valgte å ta utgangspunkt i babylonernes matematikk i sitt undervisningsopplegg. Jeg finner det derfor naturlig å kort presentere det historiske emnet og den tilhørende matematikken.

Sivilisasjonen i Mesopotamia oppstod rundt 3500 år f.Kr. i elvedalene ved Eufrat og Tigris (dagens Irak). Byen Babylon ble etter hvert maktsenteret i dette samfunnet og en av de mest kjente herskerne fra denne tiden er Hammurapi (ca. 1700 f.Kr.). Sivilisasjonen hadde et velutviklet politisk system, byråkrati og militære. De utviklet et skriftspråk som hjelpemiddel for å føre regnskap, og dette ble benyttet av styresmaktene for å opprettholde kontroll over området. Tekst ble formidlet ved hjelp av leirtavler. Skriftegn ble preget inn i leirtavlene ved hjelp av egne pinner utviklet til dette, og i tillegg ble tavlene brent. Dette gjorde at disse tavlene ble ekstremt holdbare og flere tusen bruddstykker av slike tavler har blitt funnet de siste 150 årene. Ved å tyde disse har vi fått tilgang på en mengde informasjon om det babylonske samfunnet. En betydelig andel av tavlene inneholder matematiske problem og løsninger, og beskriver til tider svært avansert matematikk (bl.a. tredjegradslikninger). Et eksempel på en slik tavle er *The Susa Tablet* (se figur 2.1). Denne presenterer et problem som tar utgangspunkt i en likebeint trekant og en omskrevet sirkel. Oppgaven er å finne radiusen av sirkelen ved hjelp av de tre toppunktene i trekanten. Denne tavlen (og flere andre) viser at babylonerne hadde kjennskap til Pythagoras teorem over 1000 år før Pythagoras selv (Katz, 1998; Onstad, 1994).





Figur 2.1 – Illustrasjon av problemet på The Susa Tablet

Babylonerne benyttet to forskjellige baser for å organisere sine tallsymbol. Til sammenligning er basen i vårt tallsystem 10. For tallene opp til 59 benytter også babylonerne 10 som base, med egne tegn for 1 og 10 som de grupperer for å skrive et tall.

$$\Upsilon = 1 \quad \langle = 10$$

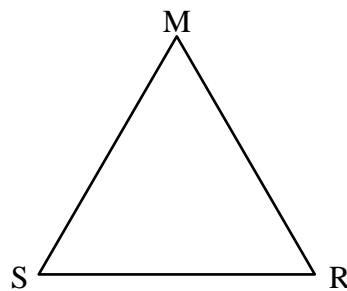
Babylonernes tallsystem var i utgangspunktet et additivt system, men etter hvert utviklet de et posisjonssystem for tallene over 59. Tallene i dette systemet blir da potenser av 60, og tallene representeres ved hjelp av plassering og ikke bare symboler. Tallet 13329 vil da se slik ut:



Skrevet med mer moderne notasjon blir dette:  $3 \times 60^2 + 42 \times 60^1 + 9 \times 60^0$ . Vi kan bruke notasjonen 3,42,09 for å beskrive dette med våre egne tall istedenfor de babylonske symbolene. Babylonerne hadde ingen symbol for verdien 0. Dersom en potens av 60 (f.eks.  $60^1$ ) var fraværende, satte de ofte et ekstra åpent rom for å markere dette. I enden av et tall vil det imidlertid være vanskelig å markere dette med et ekstra åpent rom. Hvis dette var tilfelle supplerte ofte babylonerne ved å skrive et adekvat ord som ga en indikasjon på tallets størrelse. Babylonernes *heksagesimale* (vi bruker det *desimale*) tallsystem er fortsatt i bruk på enkelte områder den dag i dag. Vi kjenner det for eksempel igjen i klokka og enheten for måling av vinkler. Babylonsk matematikk har altså satt sitt preg på vår kultur i dag (Katz, 1998; Onstad, 1994).

### 2.3 Kulturhistorisk aktivitetsteori

Aktivitetsteorien, eller kulturhistorisk aktivitetsteori, har sin bakgrunn i Vygotsky og det sosiokulturelle læringssynet (Postholm, 2010). En grunntanke innenfor dette synet er at mennesket kontinuerlig former og blir formet av den sosiale konteksten det er en del av. Vygotsky stilte seg kritisk til behaviorismens beskrivelse av læring som et resultat av stimuli og respons, og han innførte språk og sosial samhandling som viktige medierende redskaper (Roth & Lee, 2007; Roth & Radford, 2011).



Figur 2.2 – Den medierende trekanten etter Vygotsky

Teorien slik den er presentert av Vygotsky regnes som første generasjon av aktivitetsteori. To av hans studenter, Luria og Leontjev, videreutviklet denne til å involvere samfunnsmessige, kulturelle og historiske dimensjoner i en forklaring av menneskets mentale prosesser. Dette regnes som andregenerasjons aktivitetsteori. Leontjev satte praktisk arbeidsaktivitet og bevissthet i et dialektisk forhold, der aktiviteten legger grunnlag for forståelse men samtidig påvirkes av tenkning (Hegerholm, 2003; Roth & Lee, 2007). Aktivitet slik Leontjev beskriver den er en prosess i et system av relasjoner som realiserer menneskets samfunnsmessige natur (Roth & Radford, 2011, s. 5). «Individets aktivitet utgjør et system som integreres inn i systemet av sosiale relasjoner. Utenom disse relasjonene er det ingen menneskelig aktivitet.» (Leontjev i Roth & Radford, 2011, s. 6).

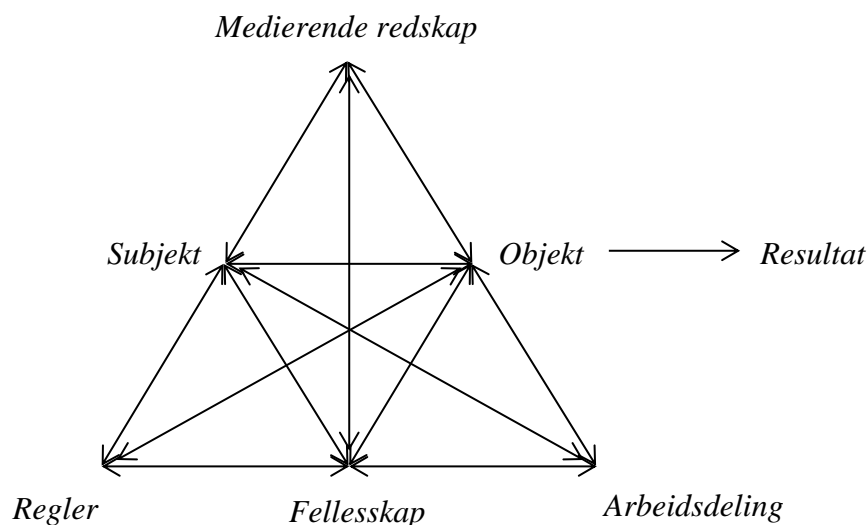
Leontjev (1978) vektlegger subjekt-objekt relasjonen i Vygotskys modell. Det er objektet som gir aktiviteten sin egenart (Hegerholm, 2003). Videre beskriver Leont'ev (2002)<sup>2</sup> tre nivåer i aktiviteten. Objektet/motivet er det som gir aktiviteten en spesifikk *hensikt*. Hensikten med aktiviteten realiseres ved hjelp av konkrete *handlinger* som er rettet mot individuelle mål. Disse målene er igjen underordnet formålet med aktiviteten. *Operasjoner* er de grunnleggende bestanddelene som gjør det mulig å utføre handlingene. Disse igjen er ubevisste,

---

<sup>2</sup> Russiske navn kan ofte ha flere skrivemåter. Jeg har valgt den vanligste norske skrivemåten, Leontjev, men beholder skrivemåten Leont'ev her ettersom det er det referansen bruker.

automatiserte handlinger som realiserer målene (Junge, 2013; Roth & Lee, 2007; Roth & Radford, 2011). De tre nivåene er altså: 1) aktivitetens hensikt/motiv, 2) handlingsnivået og 3) operasjonsnivået. Mellom disse tre nivåene for menneskelig aktivitet finner vi et gjensidig forhold. Aktiviteten realiseres av de konkrete målrettede handlingene, og samtidig utformes målene som handlingene rettes mot bare fordi det allerede finnes en hensikt for aktiviteten. Det samme forholdet ser vi mellom handlinger og operasjoner. Handlingene realiseres av en serie ubevisste operasjoner som igjen initieres av de målrettede handlingene (Roth & Radford, 2011, s. 7). Vi ser altså tydelig en dialektisk relasjon mellom disse.

Engeström (1987) vektlegger aktivitetens strukturelle og systematiske dimensjoner, og med dette nådde et utspring av sovjets aktivitetsteori også Vesten (Roth & Radford, 2011). Aktiviteten som et system skildres av modellen konstruert av Engeström (ibid.), ofte referert til som aktivitetstrekanten eller aktivitetssystemet. Her inkluderer også Engeström fellesskapet, og modellen viser ulike faktorer som har en gjensidig og kontinuerlig påvirkning på hverandre (Junge, 2013).



Figur 2.3: Aktivitetssystemet etter Engeström (1987)

Den øverste trekanten i aktivitetssystemet kjenner vi igjen hos Vygotsky og Leontjev, og denne danner grunnlaget for aktiviteten. Postholm (2010) kaller denne for handlingstrekanten. Aktivitetens formål presiseres gjennom *objektet*. Det er dette som er grunnen til at aktivitetssystemet eksisterer. *Subjektet* kan være en enkeltperson eller en gruppe, og tar i bruk *medierende redskaper* for å nå sine overordnede mål (objektet). De medierende redskapene er verktøy/hjelpemidler og metoder som det handlende subjektet har til rådighet i prosessen med

å nærme seg objektet (Junge, 2013; Postholm, 2010). Dette utgjør altså handlingstrekanten, og kan sies å være kjernen i aktiviteten.

Den konteksten handlingen foregår i er imidlertid også sentral, og faktorene knyttet til dette finner vi på grunnlinjen i trekanten. Faktorene vi finner her er regler, fellesskap og arbeidsdeling, og disse kan legge føringer for eller mulige begrensninger for hvilke handlinger som kan utføres i aktivitetssystemet. *Reglene* legger retningslinjene for handlingene i aktivitetssystemet og regulerer subjektets forhold til fellesskapet. For en lærer vil dette for eksempel være læreplanverk og lovverk, men også uskrevne normer og regler for undervisning og samhandling i skolekonteksten. Andre personer/grupper som subjektet og aktiviteten er forankret i utgjør det overordnede *fellesskapet*. Fellesskapet har også en relasjon til objektet. Lærere må for eksempel forholde seg til elever og foreldre, som også har et forhold til og er interessert i hvordan undervisningen foregår. Gjennom *arbeidsdeling* blir de målrettede handlingene fordelt mellom de ulike personene/gruppene som utgjør fellesskapet i aktivitetssystemet. I undervisningen kan for eksempel handlingene være fordelt mellom læreren, en assistent og elevene, men også foreldrene gjennom oppfølging av lekser (Engeström, 1987; Junge, 2013, s. 23; Postholm, 2010, s. 30).

Faktorene vi finner på grunnlinjen i trekanten kan altså legge føringer for og være avgjørende for handlingene som gjennomføres i aktivitetssystemet. Begrensninger på hvilke handlinger som kan gjennomføres kan imidlertid også oppstå på bakgrunn av interessekonflikter. De forskjellige gruppene aktører man finner i fellesskapet kan ha ulike behov og vektlegge målene ulikt. Det vil derfor være fare for at disse definerer ulike objekt, og det oppstår da en interessekonflikt. Dermed kan det være interessant og hensiktsmessig å se på møtet mellom forskjellige aktivitetssystem. Med dette beveger vi oss over i tredje generasjons aktivitetsteori. Denne ser på aktivitetssystem som en del av et nettverk av aktivitetssystemer som til sammen utgjør samfunnet som en helhet. Et slikt nettverk av systemer oppstår når et enkelt system utveksler enheter som for eksempel objekt og mennesker, og dermed ekspanderer (Roth & Lee, 2007, s. 200). Et aktivitetssystem med bakgrunn i en lærers aktivitet kan ekspandere til å involvere skolen og dens overordnede mål som en helhet ettersom disse har mange felles enheter (læreplanverk, elever, lærerkollegium, pensum, kompetansemål). Et individ som bidrar i ett enkelt aktivitetssystem kan på dette viset også bidra i og opprettholde flere andre aktivitetssystemer som til sammen opprettholder samfunnet. Dermed oppstår mulige motsetninger som overskrider det individuelle subjektet og dets forhold til de andre faktorene i aktivitetssystemet (Roth & Lee, 2007). Et eksempel kan være en lærer som ønsker å

gjennomføre en ekskursjon med sine elever, men skolen har ikke råd og ledelsen sier nei. Den sentrale aktiviteten i ett system kan altså være i konflikt med nærliggende aktivitet i nabosystemer (ibid).

I denne studien er både andregenerasjons aktivitetsteori, representert ved Engeströms modell, og tredjegerasjons aktivitetsteori aktuell. Lærerens aktivitet foregår i kontekst av skolen som organisasjon, og utfordringer kan oppstå både innad i det enkelte aktivitetssystemet, men også på tvers av aktivitetssystemer som er knyttet sammen ved felles enheter. Lærerens aktivitet er rettet mot det konkrete undervisningsopplegget med bakgrunn i matematikkhistorie, men han har også andre oppgaver og objekt han må fullføre. Det er dermed interessant å se på både indre motsetninger i aktivitetssystemet og overordnede motsetninger med bakgrunn i møtet mellom aktivitetssystemer.

### ***3 Metodologisk tilnærming***

Som forskere påvirkes vi av våre personlige verdier og overbevisninger (Atkins, Wallace & Spenceley, 2012; Gall, Gall & Borg, 2007), og våre verdier og overbevisninger er avgjørende for de valgene vi tar i en studie og dermed også for metodiske tilnærminger og teoretisk rammeverk (Atkins, et al., 2012, s. 2). Ulike forskere vil gjøre ulike epistemologiske antakelser, og på bakgrunn av dette vil de også gjennomføre ulike typer utdanningsrelatert forskning. Epistemologi handler om hvordan vi ser på kunnskap. I forskning skiller vi ofte mellom kvantitative og kvalitative metoder, og disse metodene har sammenheng med henholdsvis positivistiske og konstruktivistiske tilnærminger og syn på kunnskap (Gall, et al., 2007). Det paradigmat en velger å orientere seg mot har betydning for de valgene en tar og de funn en gjør i en studie. Atkins med flere (2012, s. 2) trekker fram to ting som absolutt nødvendige i utførelsen av forskning. For det første er det viktig at studien er nøyaktig/presis og at de påstander man kommer med er vel fundert i data som er konstruert ved hjelp av pålitelige instrumenter. Dernest er det like viktig at forskningen er gjennomført på en etisk forsvarlig måte.

For at andre skal kunne undersøke disse to tingene må en dokumentere og begrunne de valgene en tar. I det følgende vil jeg redegjøre for mine valg med tanke på metode, konstruksjon av data og etiske problemstillinger.

#### ***3.1 Kvalitativ tilnærming***

Som nevnt er et kvalitativt utgangspunkt ofte nært knyttet til konstruktivisme. Konstruktivisme er et epistemologisk paradigme der det sosiale står sentralt i utvikling av kunnskap. Posisjonen baserer seg på antakelsen om at den sosiale virkeligheten konstrueres av de individene som deltar i den. Dermed vil ulike individer konstruere ulik sosial virkelighet, som igjen formidles til andre medlemmer av gruppen gjennom forskjellige sosiale handlinger og prosesser. Det er nettopp dette kvalitativ forskning søker å forstå. Kvalitativ forskning «... study things in their natural settings, attempting to make sense of, or interpret, phenomena in terms of the meanings people bring to them.» (Denzin & Lincoln i Gall, et al., 2007, s. 31).

Mitt mål er å undersøke de utfordringene en lærer møter når han skal utarbeide et undervisningsopplegg basert på matematikkens historie. Jeg ønsker å høre hans stemme i denne prosessen, og jeg vil forsøke å sette dette inn i en helhet. En kvalitativ kasusstudie er derfor en naturlig tilnærming.

### **3.1.1 Kasusstudier**

Flere forskere har de siste tiårene bidratt til å fremme kasusstudier som et anerkjent forskningsdesign (Johannessen, et al., 2010; Kruuse, 2007). I sin definisjon av kasusstudier tar Yin (2014) for seg både selve designet, teknikker for innsamling av data og spesifikke analysetilnærminger, og poengterer gjennom dette kasusstudiets posisjon som en helhetlig forskningsstrategi. Kasusstudier i seg selv definerer han som følger:

A case study is an empirical inquiry that investigates a contemporary phenomenon within its real-life context, especially when the boundaries between phenomenon and context are not clearly evident (Yin, 2014, s. 16).

Videre forklarer han undersøkelsen slik:

A case study inquiry copes with the technically distinctive situation in which there will be many more variables of interest than data points, and as one result relies on multiple sources of evidence, with data needing to converge in a triangulating fashion, and as another result benefits from the prior development of theoretical propositions to guide data collection and analysis (Yin, 2014, s. 17).

Dette er en omfattende definisjon som ikke bare forklarer hva kasusstudier er, men også adresserer utfordringer knyttet til det å gjennomføre slike studier. Videre påpeker han også at kasusstudier ikke må forveksles med kvalitativ forskning. Både kvalitative og kvantitative data kan fungere som base i kasusstudier, og kasusstudier er dermed ikke synonymt med kvalitative metoder (Yin, 2014). Gall og kolleger (2007, s. 447) definerer kasusstudier som «the in-depth study of one or more instances of a phenomenon in its real-life context that reflects the perspective of the participants involved in the phenomenon». Hos Gall med flere (2007) omtales kasusstudier under kvalitative tilnærminger til forskning, men også de trekker fram positivistiske orienteringer i denne sammenhengen. Disse definisjonene har vært aktuelle i min tilnærming til kasusstudier. I møte med en kompleks virkelighet har jeg støttet meg på ulike kvalitative metoder og teori for konstruksjon av data og analyse, der målet har vært å reflektere lærerens perspektiv og erfaringer. Dette vil også komme fram gjennom de følgende beskrivelsene av valg og metode.

I denne studien benyttes kasusstudie som et kvalitativt forskningsdesign. Studiens mål og hensikt er imidlertid også avgjørende med tanke på valg av forskningsdesign, og en kan spørre seg om et kasusstudie er hensiktsmessig med tanke på dette. Fokuset er på lærerens

aktivitet og de utfordringene han møter i skolehverdagen. Fenomenet er den prosessen læreren går igjennom under utviklingen av et undervisningsopplegg basert på matematikkhistorie, og jeg går i dybden på de erfaringene og opplevelsene læreren gjør seg i denne sammenhengen. Prosessen foregår i lærerens jobbkontekst, da han skal utvikle opplegget som en del av sin undervisning, og det vil dermed inngå i konteksten av hans undervisningshverdag. Altså er mitt fokus forenelig med definisjonene av kasusstudie og dets hensikt, og kasus synes å være en hensiktsmessig metode.

Yin (2014) trekker fram forskningsspørsmålet som en avgjørende faktor i valg av metode. Ifølge Yin egner kasusstudier seg først og fremst når forskningsspørsmålet er av typen *hvordan* eller *hvorfor*. Han mener imidlertid at kasusstudier også kan benyttes når spørsmålet er utforskende, noe som her er tilfelle. Studien utforsker prosessen læreren går igjennom når han lager og gjennomfører undervisningsopplegget, og eventuelle utfordringer som oppstår undervegs. Ettersom jeg forholder meg til kun én kontekst, læreren i skolehverdagen, vil dette være det Yin kaller *single case design*. Det ville fortsatt vært et single case design dersom flere enn én lærer deltok i studien, for konteksten er den samme for hver av dem. Fokuset her er imidlertid på én lærers prosess.

Kasusstudier har vært utsatt for fordommer og kritikk, mye fordi de kan synes ustrukturerte og lite generaliserbare (Silverman, 2011; Yin, 2014). Ifølge Yin (2014) er det mange eksempler på at forskeren har vært unøyaktig, ikke følger systematiske prosedyrer eller lar personlige interesser og flertydighet påvirke resultatet. Vi ser at Yins definisjon av kasusstudier tar tak i noe av dette ved å vektlegge blant annet teoretisk rammeverk og metodetriangulering. Under etiske vurderinger og valg vil jeg diskutere dette ytterligere.

### **3.2 Deltakere og design**

Både Yin (2014), Gall med flere (2007) og Silverman (2010) vektlegger metodetriangulering i sammenheng med kvalitativ forskning. Samtidig advarer de mot en overdreven tro på at man ved å bruke flere forskjellige metoder vil få et mer helhetlig bilde av «sannheten». Atkins og kolleger (2012, s. 60) sier at triangulering er mer enn bare det å bruke flere metoder. Man må ta utgangspunkt i et bestemt teoretisk perspektiv, og innenfor dette ta i bruk metoder og data som kan forklare strukturer og mening (Atkins, et al., 2012; Silverman, 2010). Dermed ser vi også her at et teoretisk rammeverk er viktig, og at det legger føringer i hele forskningsprosessen.



Forskningsspørsmålet og den teorien jeg har valgt å ta utgangspunkt i er avgjørende for valg av metoder i datagenereringsprosessen. Ettersom jeg ønsker at lærerens stemme og erfaringer skal komme tydelig fram, er det naturlig å be læreren formidle sine personlige refleksjoner. For å få tak i dette har jeg valgt å gjennomføre intervju, og å be læreren om å føre en egen logg fra prosessen. Jeg er imidlertid også interessert i lærerens erfaringer i denne prosessen i sammenheng med hans jobbhverdag og andre ting som krever hans oppmerksomhet i den konteksten. Dette understrekes ved at jeg har valgt aktivitetsteori som mitt rammeverk, og ved at jeg har valgt å observere læreren i denne konteksten.

I de følgende avsnittene skal jeg gå nærmere inn på hver av de metodene jeg har benyttet for å samle inn data, og hvordan jeg konkret har gjennomført denne innsamlingen. Først vil jeg imidlertid presentere læreren, hans bakgrunn og hvorfor han er et godt eksempel for mitt kasus.

### ***3.2.1 Lærer og kontekst***

Kasusstudier er situerte – det vil si at det en forsker på er bundet av tid og sted (Postholm, 2010). Lærerens utvikling og gjennomføring av undervisningsopplegget har foregått over et tidsrom på ca. 5–6 uker. Utover dette har han vært involvert i hele forskningsprosessen gjennom blant annet respondentvalidering. Dermed er det snakk om en prosess på totalt 5–6 måneder.

I et slikt kasusstudie er konteksten vesentlig, for det er innenfor denne rammen fenomenet har blitt studert. Det kasus som står i fokus hos forskeren må situeres gjennom en beskrivelse av konteksten (Postholm, 2010, s. 50). Lærerens aktivitet ses i sammenheng med hans hverdag som lærer. Han er en del av et kollegium og en del av skolesystemet, der både lokale og landsdekkende interesser skal fremmes. I denne sammenhengen må han forholde seg til elevene, andre lærere, ledelsen på skolen og overordnede mål og læreplanverk. Det er i denne konteksten han utøver sin profesjon.

Martin (pseudonym) er en engasjert ung mann i slutten av 20-årene. Han har selv tatt master i matematikdidaktikk og har nå jobbet i snart 3 år. Martin underviser matematikk i en 7. klasse og en 10. klasse på en privat grunnskole (trinn 1–10). Han meldte sin interesse for prosjektet selv, skjønt han da trodde at forskeren skulle gjøre mer av jobben (se sitat s. iii). Med sin bakgrunn, og med det engasjementet han viser ved å stille opp på eget initiativ, er han ideell for å belyse forskningsspørsmålet i mitt kasus. Han har selv hatt matematikkhistorie, og står

dermed ikke på bar bakke når han skal i gang med prosjektet. Samtidig tjener hans eksempel godt til å vise at de eventuelle utfordringene som møtes undervegs må tas på alvor, nettopp fordi selv en så ressurssterk lærer erfarer dem. Han synes dermed å være et hensiktsmessig utvalg for studien (se Postholm, 2010, s. 39).

### **3.2.2 Intervju**

Intervju er en av de vanligste teknikkene innen kvalitative forskningsdesign (Johannessen, et al., 2010). Det kvalitative intervjuet står sentralt i datainnsamlingsprosessen, da jeg har gjennomført tre intervjuer med Martin. Intervjuet er viktig, da dette vil bidra til å beskrive prosessen før, etter og undervegs. Gjennom intervju vil Martin få anledning til å forklare og formidle erfaringene sine i samspill med meg, og på sett og vis utvikle en felles forståelse for de fenomenene vi undersøker.

Kvale og Brinkmann (2009) beskriver to perspektiver man kan ha som intervjuer, henholdsvis intervjueren som gruvearbeider og intervjueren som reisende. Går man inn i samtalen som «gruvearbeider» er man gjerne ute etter å grave fram en objektiv kunnskap, og intervjuet ses på som et datainnsamlingssted atskilt fra den senere analysen. Som «reisende» intervjuer går intervju og analyse mer hånd i hånd i en prosess der kunnskap konstrueres. Jeg har gått inn i dette prosjektet som en «reisende», der ønsket har vært å oppdage ny kunnskap sammen med læreren som deltar. Derfor var det hensiktsmessig å benytte det Kvale og Brinkmann (2009) kaller et semistrukturert intervju, der man legger føringer for hvilke tema man vil snakke om, men ellers har en ganske åpen samtale.

Gjennom det første intervjuet ønsket jeg å etablere noen hypoteser rundt hvilke utfordringer vi (jeg og Martin) forventet å møte. Dette intervjuet planla jeg å ha før Martin satte i gang med sin del, men da han var ivrig etter å komme i gang, og ivrig etter å benytte den tiden han hadde til rådighet i juleferien, ble dette intervjuet gjennomført litt etter oppstart. På sett og vis har en forventet utfordring dukket opp allerede på grunn av dette – nemlig tid. Dette kommer jeg imidlertid tilbake til i analysen. Vi tok likevel for oss noen tanker Martin hadde hatt på forhånd, og forventninger han hadde til prosjektet.

Andre intervju fant sted to uker etter første intervju. Denne gangen hadde vi fått etablert litt mer hva jeg var ute etter, og hva som var fokus, og gikk derfor ganske rett på sak. På dette tidspunktet var Martin godt i gang, og så ganske konkret for seg hva han ville gjøre. Her begynte jeg også å legge merke til noen tendenser med tanke på utfordringer i prosessen.

Siste intervju tok jeg etter Martin hadde gjennomført undervisningen og jeg hadde observert. Jeg måtte vente til Martin fikk fritime. Hans kommentar til dette var at nå fikk jeg se litt hvor hektisk det til tider kunne være. Jeg hadde ikke forberedt noen spørsmål på forhånd til dette intervjuet, men ønsket heller å ta utgangspunkt i timen og det han erfarte i gjennomføringen av denne. Dermed var det enda mer fritt og åpent enn de to forrige. Utgangspunktet for samtalen ble noen stikkord som jeg skrev i feltnotatene under observasjonen.

I alle intervjuene hadde jeg aktivitetsteorien og forskningsspørsmålet i bakhodet. I tråd med en utforskende tilnærming til intervjurollen ser vi dermed at analysen allerede er i gang her, og tanker jeg har gjort meg undervegs er dokumentert ved hjelp av feltnotater. Det har og vært en viss progresjon i intervjuene, da neste intervju plukker opp trådene fra det forrige og tar utgangspunkt i de erfaringene som ble gjort der.

### **3.2.3 Observasjon**

Martins subjektive holdninger og meninger har kommet fram gjennom intervjuene og gjennom hans egen loggføring av prosessen. Subjektiviteten i informasjonen gitt av læreren selv er både verdifull og utfordrende. Det har vært et mål for meg at hans erfaringer og hans stemme skal komme frem, men subjektiviteten gjør det vanskelig å bekrefte eller avkrefte det som formidles. Observasjon av Martins atferd og fysiske miljø kan bidra til å gi et mer utfyllende bilde (Gall, et al., 2007). En forskers observasjoner skal ha et tydelig fokus, og de skal være systematiske og hensiktsmessige. Forskeren har og sine subjektive holdninger og teorier, men disse skal gis til kjenne i rapporteringen av observasjonene (Postholm, 2010). I tillegg bør forskeren, som profesjonell, kjenne til begrensninger og mulige feilkilder i egen observasjon. Det er viktig å være kritisk til påvirkning fra ens egne verdier og oppfatninger, og å reflektere over dette i etterkant av en observasjon (Atkins, et al., 2012; Gjørund & Huseby, 2007).

Jeg observerte Martins undervisning for å få innsyn i hans hverdag ut over det han selv fortalte. Samtidig var det også viktig med tanke på den konteksten hans aktivitetssystem er en del av. Observasjonen la grunnlaget for det tredje intervjuet, der vi sammen reflekterte over og diskuterte det vi hadde sett og opplevd. Slik ble Martin også invitert til å komme med egne meninger rundt det som hadde skjedd under observasjonen. Ved å åpne for denne typen tilbakemelding styrkes objektiviteten og reliabiliteten i data oppnådd ved observasjon (Atkins, et al., 2012), og vi får en form for respondentvalidering også i observasjonsdataene.

### **3.3 Konstruksjon av data**

Analysen blir drevet fram av dataene man har tilgjengelig – utviklet fra fenomener som på ulike måter kommer fram gjennom interaksjon med dataene (Heritage i Silverman, 2010, s. 185). Altså er det viktig å se på hvordan disse dataene har blitt konstruert i interaksjon med forskeren. Å bearbeide dataene er en viktig del av analysen og er en pågående prosess gjennom hele studien (Atkins, et al., 2012). Videre vil jeg beskrive hvordan data har blitt konstruert

#### **3.3.1 Transkripsjon**

Transkripsjonsfasen og dens rolle blir ifølge Kvale og Brinkmann (2009) ofte oversett i intervjuforskning. Å oversette et intervju fra talespråk til skriftspråk er en fortolkningsprosess der man blir nødt til å gjøre en rekke vurderinger og beslutninger. En redegjørelse for dette er dermed på sin plass, for som Kvale og Brinkmann (2009) sier er det ikke bare kvaliteten på intervjuet som bør diskuteres. Kvaliteten på transkripsjonene bør og vurderes. Det er viktig å være bevisst på at en transkripsjon av et intervju er en abstrahering av en fysisk kontekst, og i en slik oversettelsesprosess vil mye informasjon gå tapt. Den som leser en transkripsjon ser ikke kroppsspråket og hører ikke toneleiet til den som intervjues.

Samtidig åpner lydopptak og transkripsjon for å kunne gå inn i dataene gang på gang for å hente ut ny eller utfyllende informasjon. Transkripsjoner er også offentlige i den forstand at andre forskere, og den som leser en rapport, kan gå inn og selv vurdere om de er enige i de tolkningene som er blitt gjort i relasjon til et utsagn. Man er ikke begrenset til ytringene som har blitt trukket fram i selve studien, men har mulighet til å finne fram hele sekvenser for å få et bedre bilde av sammenheng og kontekst (Kvale & Brinkmann, 2009; Silverman, 2010).

Transkriberingen i denne studien ble gjort tett etter hvert enkelt intervju. Da satt samtalen friskt i minne, og jeg kunne bedre gjengi hvilken stemning utsagn ble ytret i. Jeg har valgt å transkribere ordrett slik at pauser, nøling og lignende kommer fram. Dermed er det viktig å være seg bevisst at det muntlige språket kan *fremstå* noe usammenhengende og lite gjennomtenkt i skriftlig format.

Jeg husket altså mye av hvordan ting ble sagt, uttrykk og kroppsspråk når jeg transkriberte så tett etter intervjuet. Johannessen og kolleger (2010) påpeker at man under transkripsjonen ofte gjør seg tanker om de sosiale og emosjonelle aspektene ved selve intervjusituasjonen. I så måte er selve transkriberingen en del av analysen. Man legger merke til utsagn som kan

knyttet til det man forsker på, og har gjerne det teoretiske rammeverket i bakhodet. Transkriberingen<sup>3</sup> ble gjort i Nvivo, og jeg brukte også Nvivo til å kode intervjuene. I denne prosessen tok jeg utgangspunkt i aktivitetstrekanten og spennene mellom faktorene i denne.

### **3.3.2 Lærerens stemme**

Postholm (2010) beskriver forholdet mellom forsker og forskningsdeltakere innenfor kulturhistorisk aktivitetsteori som intersubjektiv. Med dette mener hun at det opprettes et samarbeidsforhold forskeren og informanten imellom som innebærer både interaksjon, samarbeid og likeverdighet. Et slikt samarbeid har vært mitt utgangspunkt gjennom hele studien, da lærerens observasjoner og bidrag anses som verdifulle og ønsket. Når jeg her i oppgaven skriver «vi» tenker jeg på meg og Martin, fordi jeg hele veien har sett på oss som samarbeidspartnere i dette prosjektet.

Hvordan får jeg så tak i Martins observasjoner? Roth (2005) mener at en legitim metode for å opprette intersubjektivitet er det han kaller auto/biografi og auto/etnografi. For å understreke det dialektiske forholdet mellom individet og dets samfunn bruker Roth (ibid.) en skråstrek for å skille mellom auto på den ene siden, og biografi og etnografi på den andre. En auto/biografi er en persons gjengivelse av egne erfaringer og kan være både muntlig og skriftlig. Martin ble bedt om å loggføre prosessen med å utvikle opplegget. I denne loggen har han skrevet ned ideer, når han jobber, hvor han henter stoff og noen korte refleksjoner. Samtidig har han gjennom tre intervjuer presentert seg selv og gitt uttrykk for sine erfaringer. Til sammen utgjør dette hans fortelling.

Samtidig observeres og beskrives Martin av en utenforstående, nemlig meg. Roth (2005, s. 14) beskriver etnografi som møter mellom aktører som er integrert i forskjellige sosiale/kulturelle miljøer. Den historien forskeren formidler er dermed like mye en refleksjon av hennes egen kulturelle posisjon som den er en beskrivelse av lærerens posisjon. Når vi forteller vår historie er det alltid en mottaker, og den som forteller antar at det han/hun sier kan forstås av mottakeren. Dermed har leseren (mottakeren) også en form for ansvar når det kommer til mening som konstrueres (Roth, 2005). For en forsker som ønsker å gjøre en robust og seriøs studie er dette viktig. Som forsker vil jeg at Martin skal oppleve å bli forstått og å bli tatt på alvor. For å oppnå dette har jeg benyttet respondentvalidering. Det vil si at Martin har fått mulighet til å respondere på påstander og funn som har blitt hentet ut fra hans rapporterte

---

<sup>3</sup> Fullstendige transkripsjoner fra hvert intervju ligger ikke vedlagt her, men kan oppgis på forespørsel.

erfaringer. Martin og hans stemme har altså vært deltakende gjennom hele prosjektet – fra start til slutt.

### ***3.4 Analyse av data***

Grunnlaget for analysen er de transkriberte intervjuene, lærerens egen logg fra prosessen, og mine observasjoner. Atkins med flere (2012, s. 163) understreker at analyse av data handler om å forsøke å forstå en bestemt sosial verden og de forhold og den praksis som gjelder innenfor denne. Videre konkluderer de med at det er en sterk relasjon mellom det å innhente data og det å analysere data, og at analysen ikke er en separat del av en studie, men en pågående prosess. Konstruksjon av data, som det foregående kapitlet omhandler, er en viktig del av denne prosessen. Dette gjelder også valg av teori. Slik Gall og kolleger (2007) påpeker kan det bli vanskelig å analysere dataene slik man ønsker dersom man ikke har tenkt gjennom analysen før man har begynt konstruksjonen av data. I mitt valg av aktivitetsteori legger jeg altså føringer for analysen og dens struktur.

#### ***3.4.1 Analytisk rammeverk***

Aktivitetsteorien fungerer som analytisk rammeverk. Spennene i aktivitetstrekanten (f.eks. subjekt-objekt) utgjør kategoriene lagt til grunn for kodingen av datamaterialet. Det analytiske rammeverket er viktig med tanke på struktur og sammenheng, men må også gi rom for å trekke fram informasjon man kanskje ikke venter å finne ut fra datamaterialet. Aktivitetsteorien er et verktøy for å strukturere og konkretisere de erfaringene Martin forteller om, og den gjør det mulig å sette de ulike erfaringene i sammenheng med hverandre. Gjennom å se på aktivitetssystemer får vi også et konkret bilde av hva det er som møter Martin i hverdagen, og hvilke faktorer han må forholde seg til. Samtidig åpner disse for muligheten av å sammenligne ulike aktiviteter som foregår i samme kontekst, og hvordan disse eventuelt legger begrensninger for hverandre.

#### ***3.4.2 Tilnærming til analysen***

Jeg har valgt å ha en narrativ tilnærming til analysen. Et narrativ er en historie fortalt av en person. En narrativ analyse kan ha fokus på hvordan disse historiene bygges opp, altså fokus på form. Fokuset kan også ligge på innholdet i kommunikasjonen med tanke på hvordan dette kan belyse et fenomen av interesse (Gall, et al., 2007; Kvale & Brinkmann, 2009). I denne sammenhengen er det innholdet i narrativene som danner grunnlaget for analysen. Gall med flere (2007, s. 519) definerer narrative handlinger som det å benytte seg av en kommunikasjonsform for å organisere fortolkende representasjoner og forklaringer av

personlig og sosial erfaring. Martin presenterer sine erfaringer gjennom intervjuene og i den loggen han fører fra prosessen. I analysen ser jeg på fragmenter, altså utdrag, fra disse narrativene, men også på det de forteller som en helhet. Man kan si at analysen og tolkningen av narrativene er blitt gjort i hermeneutisk ånd, slik den hermeneutiske sirkelen beskriver prosessen. Analysen er en kontinuerlig prosess som veksler mellom å se på og tolke deler av teksten og teksten som helhet (Gall, et al., 2007; Gilje & Grimen, 1993).

### **3.4.3 Integritet og validitet**

Atkins og kolleger (2012) understreker at etikk i forskningssammenheng ikke bare dreier seg om de etiske utfordringene som kan oppstå med utgangspunkt i studien selv. Etikk handler også om forskeren og forskningens egen integritet. Jeg vil derfor trekke frem noen etiske problemstillinger i forhold til gjennomføringen av studien.

Validitet er utfordrende når det kommer til kvalitative metoder. I kasusstudier har mangel på struktur, vage tolkninger eller forutinntatthet ofte ført til problemer (Yin, 2014). Silverman (2011) påpeker at kritikken ofte knyttes til at resultater presenteres og analyseres med utgangspunkt i noen få utvalgte eksempler, kanskje uten forsøk på å trekke fram uklare eller motstridende data. Jeg vil definitivt være utsatt for en slik form for kritikk i denne sammenhengen, da min studie tar for seg ett enkelt tilfelle for å beskrive et fenomen. Ifølge Atkins og kolleger (2012) kan man i midlertid motvirke dette og styrke sin forskning gjennom blant annet å ha et klart definert forskningsspørsmål og ved metodetrianglering. En oppfordring jeg har tatt til følge. Jeg støtter meg på intervju, observasjon og lærerens egne notater. I analysen av disse har jeg forsøkt å åpne for at mine tolkninger kan etterprøves, som NESH (2013) poengterer er viktig. Slik styrker jeg min integritet som forsker.

En kritisk leser vil alltid lure på om jeg har valgt kun de eksemplene som støtter mine argumenter. Dersom jeg også viser til avvikende eksempler og forsøker å forklare disse, vil leseren kanskje føle seg mer overbevist, men man vil likevel måtte stille seg kritisk til konklusjoner basert på noen få utvalgte eksempler (Silverman, 2001). Ved å gjøre respondentvalidering og ved å la andre forskere få innsyn i data (så lenge det ikke bryter med personvern hensyn eller krav til konfidensialitet) kan man motvirke dette. Det har vært et mål å inkludere Martin i hele studien. Han har fått mulighet til å respondere på påstander og funn som hentes ut fra dataene, noe som bidrar til å styrke studiens interne validitet (Gall, et al., 2007)

Et viktig tankekors i kassstudier er faren ved det å generalisere fra det spesifikke (Atkins, et al., 2012). Ifølge Flyvbjerg (2011) er kassstudier hyppig brukt for å beskrive den empiriske virkeligheten, men likevel lavt ansett som metode innen akademia. Dette kaller han kassstudiets paradoks, og mener at en dårlig forståelse for metoden er noe av årsaken. Videre trekker Flyvbjerg (ibid.) frem fem misforståelser knyttet til kassstudier, hvorav en av disse (nr.2) konfronterer problematikken rundt det å generalisere fra det spesifikke. Flyvbjerg (ibid.) mener at formell generalisering er overvurdert som kilde til vitenskapelig utvikling, og argumenterer for at dette kun er én av mange nødvendig praktiske ferdigheter i forskning. Han påpeker videre at kunnskap kan være overførbart selv om den ikke formelt kan generaliseres, og at den i så måte er et verdifullt bidrag i akkumuleringen av kunnskap innen et gitt felt.

Ved å være strategisk i valg av kass kan en òg underbygge muligheten til å generalisere ut fra det spesifikke. Flyvbjerg (2011) kaller det å se på ekstreme tilfeller for et kritisk kass. Ved å vise at en hypotese gjelder/ikke gjelder for et ekstremt tilfelle vil man med stor sannsynlighet kunne si at det også gjelder/ikke gjelder for mer gjennomsnittlige tilfeller. Flyvbjerg (ibid.) mener at et slikt strategisk valg av kass kan øke generaliserbarheten av en kassstudie også innenfor humaniora og samfunnsvitenskapelig forskning. I mitt tilfelle har jeg valgt en høyt utdannet lærer som er engasjert og motivert, og som har en viss bakgrunnskunnskap innen emnet matematikkens historie. En mulig hypotese på bakgrunn av dette kan være at dersom denne læreren finner det utfordrende å implementere matematikkens historie i matematikkundervisningen, vil det høyst sannsynlig også være slik for lærere med allmenn utdanning.

### ***3.5 Etiske vurderinger og valg***

Det er ikke slik at forskning foregår i et sosialt vakuum. Også forskere kjenner mer eller mindre på presset fra grunnleggende normer som ifølge Merton utgjør vitenskapens ånd (Ringdal, 2013, s. 452). På siste halvdel av 1900-tallet ble disse normene i større grad gjort formelle og nedtegnet i lovverk, og her i Norge ble de forskningsetiske komiteer opprettet i 1990. Disse har ansvar for å utarbeide forskningsetiske retningslinjer (Ringdal, 2013). Jeg som forsker har ansvar for å innrette meg etter disse.

#### ***3.5.1 Forskning i møte med mennesker***

Postholm (2010, s. 148) understreker at forskeren først og fremst må utvise ansvarlighet overfor forskningsdeltakerne, dernest overfor undersøkelsen, og til sist overfor seg selv. Man kan med andre ord ikke utfordre den beskyttelsen informantene har krav på, selv om dette



kanskje hindrer selve forskningsarbeidet. NESH (2013) har utarbeidet konkrete retningslinjer for hvordan man skal ivareta og beskytte personer i forskning. Deltakerne i studien har blant annet krav på informert samtykke, og forskeren må forholde seg til konsesjon og meldeplikt. Dette blant annet på grunn av de personopplysningene man får tilgang til gjennom for eksempel observasjon (Gjørund & Huseby, 2007; Ringdal, 2013). I denne studien har jeg fått godkjenning både fra læreren selv, rektor på skolen og elevenes foresatte. Prosjektet er og meldt til NSD (Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste), ettersom prosjekter som innebærer behandling av personopplysninger i henhold til personopplysningsloven må meldes fra om og godkjennes (NESH, 2013).

Informanten (Martin) har krav på at all informasjon han gir om personlige forhold blir behandlet konfidensielt (NESH, 2013). Dermed er det viktig at anonymiteten sikres ved blant annet pseudonymer (Postholm, 2010). Læreren har i dette prosjektet fått navnet Martin, noe han selv ble informert om og har godkjent. Under intervjuene hendte det også at Martin gav opplysninger om for eksempel sitt hjemsted, ting han er engasjert i osv., som kan bidra til å identifisere ham som privatperson. Disse utsagnene har blitt fjernet fra transkripsjonene av hensyn til personvern. Det er og slik at Martin har en gjenkjennelig og utpreget dialekt, og transkripsjonene ble derfor gjort på bokmål. Dette ble gjort både med tanke på leseren og med tanke på Martins anonymitet.

Under punkt 47, *krav om å tilbakeføre forskningsresultater*, understreker NESH (2013) informantenes rett til å korrigere eventuelle misforståelser. Mitt fokus på respondentvalidering er altså ikke kun med tanke på studiens validitet, men også med tanke på at Martin skal oppleve å bli hørt og respektert. Postholm (2010, s. 149) sier at det er viktig å oppklare misforståelser slik at det som blir sagt ikke blir referert feil. Hun understreker at forskeren, hvis mulig, bør dele sine funn med informanten for å få tilbakemelding. Viser det seg at forskeren og deltakerens tolkninger er ulike bør begge partenes oppfatninger komme frem. Respondentvalidering er med andre ord verdifullt både med tanke på validitet og i relasjon til informanten, og har vært viktig gjennom hele denne studien.

Ettersom hensikten med studien har vært å se på en lærers erfaringer i utarbeidelsen av et undervisningsopplegg, er det nokså naturlig at utvalget består av én lærer. I observasjonen vil imidlertid også elevene bli involvert, og man kan spørre seg om det er nødvendig i denne sammenhengen. Her kommer validitet igjen inn i bildet. Både intervju og logg baserer seg på informantens egen rapportering av fenomenet, altså hans subjektive holdninger og meninger.

Observasjon av Martins atferd og fysiske miljø kan delvis gjøre opp for subjektiviteten i informasjonen gitt av ham selv (Gall, et al., 2007). Det å observere Martin i klasserommet vil også være viktig fordi jeg har valgt å forstå Martin og hans erfaringer i lys av aktivitetsteori. Dermed er skolen og klasserommet en sentral del av helheten.

## ***4 Presentasjon av resultater***

I kapitlet om kulturhistorisk aktivitetsteori så vi at spennet mellom subjekt og objekt er senteret i aktiviteten. Gjennom kodingen av datamaterialet var det også dette spennet som ble mest vektet, og de andre faktorene i aktivitetstrekanten oppstår med bakgrunn i relasjonen mellom subjekt og objekt. Naturlig nok står dette også sentralt i presentasjonen av resultatene, da fokuset er på de erfaringene Martin (subjekt) gjør seg i arbeidet med å lage et undervisningsopplegg basert på matematikkens historie (objekt).

Ettersom det er Martins erfaringer jeg er ute etter her, er det viktig å si noe om hvordan han har forholdt seg til oppgaven og hvordan han har grepet den an. Jeg innleder derfor presentasjonen av resultatene med å beskrive Martins fokus i sammenligning med mitt. Videre går jeg inn i de positive sidene og erfaringene ved det å utarbeide et slikt opplegg, før jeg til slutt tar tak i utfordringene Martin har møtt.

### ***4.1 Innfallsvinkler i prosjektet***

Jeg ønsket helt fra starten av at Martin skulle stå ganske fritt med tanke på hvor han valgte å legge fokus, og hvordan han benyttet seg av historien. Da hensikten var å følge læreren i denne prosessen var det også viktig at prosessen tilhørte nettopp læreren, og ikke meg som forsker. Opplegget skulle lages av Martin og være en del av hans hverdag som lærer. Likevel var det viktig at Martin forstod hva det å si ja til prosjektet innebar, og hva som krevdes av ham. Helt i oppstarten av studien fikk derfor Martin lese en av mine tidligere oppgaver om direkte og indirekte bruk av historie. Hensikten med dette var at vi skulle være på bølgelengde i forhold til hva prosjektet gikk ut på, og at Martin skulle få en oppfatning av historiens rolle i det hele.

Martin har valgt en direkte tilnærming til historien i sin undervisning. Han tar utgangspunkt i et problem formulert på en babylonsk leirtavle for over 3000 år siden, og han leder med utgangspunkt i dette elevene inn på å løse ligninger med to ukjente. I det første intervjuet blir det imidlertid tydelig for meg at Martin ikke fokuserer på eller vurderer om hans opplegg kan kategoriseres som direkte eller indirekte bruk av historie. Hans fokus er på elevene, deres måloppnåelse og hvorvidt matematikken han presenterer har relevans for dem. Dermed har allerede våre innfallsvinkler i prosjektet skilt veg, men på en positiv måte. Martin har gjort seg opp en egen personlig mening om hva dette skal dreie seg om og hvordan han skal gjennomføre det, som vi kan se i de følgende narrativene.

### *Intervju 1 – sekvens 13*

M: Men eh:... Mer fr.. det jeg har eh:: det jeg tenker selv og det, det er en utfordring fordi at jeg må... Jeg må tenke etter hva... hvordan... kan jeg gjøre oppgaven tydelig nok til at elevene klarer... å skjønne hva de skal gjøre, og se.. at de får bruk for det og så må jeg... eh...tenke..må jeg tenke..så er det liksom skal jeg... for jeg kommer og sier "sånn og sånn gjorde Bab.. Egypterne det, se at det funker" sånn som mange lærebøker gjør da

A: Ja

M: sånn, Pythagoras er jo sånn.. her er formelen.. bruk.. se at det stemmer liksom

A: Ja, mmm

M: Så eh:: utfordringen er litt å finn.. hvordan kan vi.. hvordan kan jeg gjøre det til:: en utforskningsoppgave... eh:: og ivareta det matematiske i det og.. uten at... å gi dem for mye, samtidig som jeg ikke.. tar motet fra dem

### *Intervju 2 – sekvens 17*

M: eh:... men det var, det er på en måte... den oppgaven... det... ja det, du kan liksom gi den som en helt annen oppgave, så det var vanskelig å på en måte tenke hvordan kan vi...relatere dette her til historien annet enn å si at det er en eldgammel oppgave liksom

A: ja... at det, det skal være mer mening i historien enn som så bare?

M: ja:: det tenkte jeg iallfall det... for akkurat den er jo ferdig (ler litt)

Martin gir uttrykk for at han ønsker historien skal være mer enn bare en faktaopplysning i forbifarten; han ønsker at den skal underbygge det elevene skal lære. Dermed er Martin på sporet av et av argumentene som føres *for* bruk av matematikkhistorie i undervisningen. Jeg vil komme tilbake til dette i kapitlet om muligheter. Dette synet på hvordan historien skal integreres i undervisningen kommer også fram i sekvens 17. Her snakker Martin om en oppgave som ble gitt til eksamen for et par års tid siden, og som han har vurdert å ta utgangspunkt i. Han oppdager imidlertid at potensialet til historien forsvinner litt når oppgaven er så «ferdig» som han sier. Med dette har han gitt uttrykk for en personlig oppfatning om hva han ønsker elevene skal få ut av dette. Undervisningsopplegget er ikke bare et oppdrag fra meg, men Martin ønsker å oppnå noe ved å gjennomføre det. Dette var viktig for at jeg skulle kunne besvare problemstillingen i det hele tatt. For at Martins stemme skulle komme fram i vårt samarbeid måtte det bli personlig for ham (auto/biografi, auto/etnografi). Han måtte gripe oppgaven an i egenskap av å være lærer, og ikke bare deltager i et forskningsprosjekt.

## **4.2 Muligheter**

En forutsetning for at problemstillingen skal være aktuell er at det må være muligheter og fordeler knyttet til det å bruke matematikkens historie i matematikkundervisningen. I matematikkplanen i Kunnskapsløftet (Utdanningsdirektoratet, 2006) er historien lite framtreddende, noe Martin selv også kommenterer. Opplæringen skal i midlertid tuftes på tidligere tiders bidrag (Utdanningsdirektoratet, 2006, s. 6), og historiens potensiale i relasjon

til matematikkundervisning har fått større og større fokus i forskning gjennom blant annet ICMI-studien (Fauvel & van Maanen, 2002). Et viktig element er også hva som forventes av elevene på området. Martin trekker fram følgende problemstilling:

*Intervju 1 – sekvens 10*

M: Eh og:... ja, så derfor tenkte jeg ja nei det... synes jeg var viktig og så ser vi... alle eksamener som jeg har gått igjennom, tidligere eksamener så er det alltid noe historisk

A: Mmm

M: alltid som:: en rød tråd

A: Mmm

M: som teller nesten en fjerdedel av eksamen

A: Mmm

M: er historisk oppbundet, så det... det:: er:: nesten, alle lærebøker vi har så er det liksom:: Pythagoras som er den historiske fyren

A: Mmm

M: Punktum

A: Ja

M: Ja

A: That's it

M: Det er ofte det man har sett (ukjent tekst)

A: Mmm

M: Veldig lite... (knipser) veldig lite historie, det de møter får de jo til eksamen

Her kommenterer Martin en ubalanse mellom fokuset historien har på eksamen sammenlignet med den daglige undervisningen i matematikk. Han sier at historien alltid kommer igjen på eksamen, som en rød tråd, og at oppgavene som er basert på matematikkhistorie er store og mye vektet i forhold til totalen. Elevene vil altså med stor sannsynlighet møte historie i relasjon til matematikk minst én gang i sitt skoleløp, og de kan også risikere at nettopp dette i stor grad påvirker hva slags resultat de sitter igjen med etter ti års skolegang. Altså må man kunne si at matematikkhistorie er aktuelt.

Slik vi så i kapittel 4.1 var Martin hele tiden opptatt av at historien skulle være relevant, og videre var han opptatt av å ivareta det matematiske. Samtidig uttrykte han også et ønske om at historien skulle ha en mening utover bare det å si at «slik gjorde babylonerne det». Dette gjenspeiles i de narrative der Martin reflekterer over det positive ved å implementere historie i matematikkundervisningen. Martin trekker fram muligheter matematikkhistorien gir som et medierende redskap i tilknytning til prosessen med å lage dette opplegget. Dette er altså argumenter som går på matematikk og matematikkhistorie i skolesammenheng og det aktivitetssystemet som denne aktiviteten foregår i. Disse har jeg derfor presentert som argumenter med utgangspunkt i historie som et medierende redskap.

I tillegg til dette reflekterer Martin også rundt matematikken som vitenskap og den utviklingen som har skjedd gjennom mange tusen år på dette området. Det igjen er et annet aktivitetssystem som har andre objekt og mål enn skolematematikken. Disse to aktivitetssystemene møtes imidlertid når Martin argumenterer for bruk av matematikkhistorie i skolen i et bredere vitenskapelig perspektiv. Martins tanker rundt dette presenteres som argumenter knyttet til matematikkens utvikling. Til sist vil jeg trekke fram noen positive tanker som kan sies å være litt mer generelle og som ikke er direkte knyttet til historien, men som jeg likevel opplever som viktig og relevant.

#### **4.2.1 Historie som et medierende redskap**

I narrativet over (*intervju 1 – sekvens 10*) uttrykker Martin sin skepsis til lærebøkens måte å trekke inn historie på. Historien behandles som et slags «krydder» som fungerer som supplement til det stoffet som skal læres. Martin nevner dette flere ganger, og han trekker fram Pythagoras som det historiske navnet elevene først og fremst møter. Dette har klare fellestrekk med det Jankvist (2009a) betegner som opplysende tilnærminger («illumination approaches») til historie. Her kommer ofte historien inn som isolerte fakta som presenterer f.eks. navn, kjente problemer, berømte arbeider eller lignende (Jankvist, 2009a). Dette er ikke alltid negativt, men det kan oppleves litt meningsløst hvis det er den eneste tilnærmingen til historie som benyttes. Dette kommer også fram i *Intervju 1 – sekvens 13* (se kapittel 4.1). Martin ønsker at historien skal være mer enn som så, han ønsker at elevene skal få en opplevelse av relevans og mening (se også *Intervju 2 – sekvens 17* i kapittel 4.1). Dette er argumenter relatert til hvordan elevene lærer matematikk, og historien fungerer som et medierende redskap.

Martins fokus i prosjektet er hele tiden på elevenes læring og måloppnåelse. Etter gjennomført undervisningsøkt sier han følgende:

##### *Intervju 3 – sekvens 29*

A: så du føler ikke at du er helt ferdig enda rett og slett

M: nei jeg føler ikke at jeg er helt ferdig men det var jeg på en måte klar over og... for:: tanken min med å gjøre det var jo det der... å til..å vise dem en måte å løse, ligninger med to ukjente på

A: mm

M: og gi dem litt sånn... eh:: ja... vi bru..altså det:: det her hjalp oss..menneskeheten i gang med å løse, problem (ler litt)... og:: vi..ja sånn at, videre nå så blir det på en måte å... ta i..at vi kan prøve å ta i bruk det beste fra den, måten å gjøre det på og så at vi kan, sammenligne det med sånn som..en annen måte å gjøre det på

A: ja mmm

M: og det:: så det var bare en sånn start tim..fase, en starttime

Martins mål er at elevene skal lære å løse ligninger med to ukjente, og et av redskapene han bruker for å nå dette målet er historien. Han argumenterer for hvordan historien kan ha affektiv verdi ved at den illustrerer for elevene at dette var en utfordring for flere tusen år siden, og at det har tatt lang tid å gå fra babylonernes metoder og til våre egne. Dette argumentet kjenner vi igjen fra Jankvist (2009a) og historie som redskap («whys»). De utfordringene elevene nå møter har også vært utfordrende for menneskeheten opp igjennom historien, og et innblikk i dette kan bidra til å ufarliggjøre elevenes egne kamper for å forstå.

Martin argumenterer også for at historien kan være et kognitivt redskap. Babylonernes metoder gir en alternativ innfallsvinkel til det å løse ligninger med to ukjente. Martin åpner for muligheten av å sammenligne de to, og la elevene finne sine preferanser. Ved å ta utgangspunkt i babylonernes løsningsmetode kan elevenes forståelse for vår egen metode og hvorfor vi gjør som vi gjør styrkes. Igjen ser vi at Martins argumentasjon er i tråd med det Jankvist (2009a) kategoriserer som argumenter for hvorfor bruke historie i matematikkundervisning, knyttet til historien som redskap. Interessant i denne sammenhengen er det at Martin opplever at nettopp det han argumenterer for skjer i oppfølgingsøkten han har en ukes tid senere.

*Fra lærerens logg, 11.02.14*

Det som jeg tenker var mest interessant er at mange faktisk synes «vår» algebraiske skrivemåte ble lettere å forstå etter at vi hadde gått så grundig gjennom hva vi gjorde, for som de sa «den var mer samlet». Mange var også lettet over at de kunne bruke babylonerne sin fremgangsmåte.

Noen av elevene erfarer at vår algebraiske løsningsmetode gjør løsningsprosessen enklere fordi den er oversiktlig. Samtidig er det viktig å merke seg at en del elever foretrekker den babylonske fremgangsmåten, noe som muligens forenkler inngangen i det å løse ligninger med to ukjente for dem. Kanskje har Martin klart å treffe flere elever med denne innfallsvinkelen enn hvis han bare hadde presentert vår metode.

Et annet argument som Martin ikke nevner selv, men som kan være interessant å legge merke til, er knyttet til at historien kan være et redskap for læreren. Den kan hjelpe læreren med å sette seg inn i elevenes situasjon, «å se gjennom deres øyne», og forberede ham/henne på et mulig læringsforløp (Jankvist, 2009a, s. 238). Martin fikk sjansen til å erfare elevenes situasjon da han så på en historisk oppgave han vurderte å bruke i starten av prosjektet. Denne var basert på noe kalt *Tell Dhibayi Tablet*, som er et annet babylonsk problem. Martin forteller at han ikke greide å følge babylonernes løsningsmetode – blant annet fordi det ble for

vanskelig med det babylonske tallsystemet – og syntes dette var veldig frustrerende (se vedlegg 3). Dermed fikk han en erfaring med hvordan det matematiske språket kan oppleves for en som skal lære det for første gang.

Historie som motiverende faktor er ofte brukt som argument for å bruke historie i matematikkundervisning (Thomaidis & Tzanakis, 2007). Også her kan undervisningsopplegget Martin gjennomførte stille med et eksempel.

*Intervju 3 – sekvens 9/10*

M: ja..eh:: men:: det er noe av det..jeg synes var veldig gledelig at:: ei av de som, er interessert i historie altså hun er ikke noe særlig flink i matematikk

A: mmm

M: men hun var den som kom fram til at det er jo sekstitalssystemet og, startet: liksom hele akt..elevaktiviteten hun som var helt i starten (forklarer for meg hvem han mener)

A: ja::

M: Kari (fiktivt navn)

A: så:: så [det var]:: det var [rett og slett]

M: [det var]... [så det kan ha vært et] det vet du ikke, for det kan godt hende at hun ikke har fattet så mye men det kan ha vært, kan ha vært et løft for henne, der hun følte at "yes nå fikk jeg faktisk til noe"

A: ja... så det ble litt sånn annen inngangsvinkel for henne:: det rett og slett

M: ja

A: fikk brukt noen styrker hun har... i, generelt det som kategoriseres som andre fag på en måte

M: mmm

A: så kult, eller så bra

M: Eller hun fikk bruke sin interesse til å liksom... vise at "ja faktisk har litt, kan litt jeg og"

Martin forteller engasjert og entusiastisk om ei jente («Kari») i klassen som vanligvis ikke er så aktiv i matematikktimene, men som gjennom denne tilnærmingen får briljert med kunnskap om noe hun interesserer seg for. I selve undervisningsøkten bidro Martin til å bygge opp under denne elevens bidrag ved å respondere med at han hadde håpet hun skulle rekke opp hånda, og han var tydelig fornøyd med det svaret han fikk. Dermed var hun «koblet på», og rakk ivrig opp hånda flere ganger under lærerens introduksjon og gjennomgang. Martin påpeker også hvordan hun engasjerte de andre, og gjennom sitt bidrag satte i gang en diskusjon i hele klassen. Hennes engasjement og bidrag fungerte altså som et medierende redskap i undervisningsopplegget, og Martin fikk den dialogen med elevene han hadde lagt opp til.

Dette er et godt eksempel på argument som går på elevenes motivasjon. Historien bidro til å vekke og opprettholde Karis interesse og engasjement i emnet. I tillegg fikk hun en ny erfaring med matematikkfaget der hun opplevde mestring. En slik erfaring kan være viktig for



selvtilliten til Kari – særlig knyttet til matematikkfaget. Matematikken er ikke bare uforståelig og uopnåelig, men har også områder som hun føler at hun behersker.

Martin argumenterer også for at historien kan bidra til å gi elevene en utvidet forståelse av det emnet de skal lære. Slik vi kan se i det følgende narrativet mener han at dette kan være et godt alternativ til den ofte brukte «slik gjør du det»-presentasjonen der elevene ikke forstår hva som egentlig skjer.

#### *Intervju 3 – sekvens 30*

M: [og så er det litt] jeg synes..altså det er jo f..altså det er mye mer fascinerende at de får bryne seg litt på sånt isteden for å, "ja og så bruker du innsettingsmetoden og så fungerer den og så var vi fornøyd og så skjønner vi ikke hva vi gjorde" (smilende)

A: ja (ler litt), men det gikk

M: ja

A: hvis du fulgte oppskriften liksom

M: mmm

Martin bruker historien som en alternativ innfallsvinkel til et nytt emne og gjør den derfor igjen til et kognitivt redskap. Her gjør han imidlertid også historien til et medierende redskap i egen undervisning generelt fordi den blir en inngangsport til en mer problemorientert undervisning. I så måte argumenterer han for historiens bidrag til elevens kognitive utvikling både i det matematiske emnet, men også i problemløsningsferdigheter.

#### **4.2.2 Matematikken i utvikling**

Martins argumenter for det å bruke historie i matematikkundervisning går også på matematikkens utvikling som disiplin og aspekter knyttet til dette. I denne sammenhengen trekker han fram egne erfaringer som elev og senere lærerstudent.

#### *Intervju 1 – sekvens 14*

M: Ja... For vi lærte matriseregning første.. og så fikk vi en oppgave som var... helt så avsindig lang... jeg skrev, jeg skrev ganske smått og jeg brukte liksom fire sider på den.. fire A4 sider... så lærte vi Gauss-Jordan eliminasjon så plutselig var det (leende)... ei halv side (ler)

A: (ler litt)

M: Som effektiviserte det mye mer da

A: mmm

M: Eh::... og det på.. jeg husker vi ble ganske provosert...

A: (ler)

M: men:: det var artig å se...eh::

A: samtidig så du det hensiktsmessige i det liksom?

M: Jo i effektiviseringa og så se den utviklinga

A: Ja

M: Så det, tenkte på, det kan være noe for elevene å se... for... klart babylonerne... de artiklene jeg leste i jula de tar jo fram det at.. de hadde en tungvint skrivemåte for eksempel

A: mmm

M: de har et helt annet tallsystem... at:: vår... det går mye fortere sånn som vi løser ligninger i dag for eksempel hvis jeg velger å se på... ligninger med to ukjente

Martin forteller hvordan han fikk erfaring med historien som et mål i seg selv ved å oppleve hvordan matematikken har utviklet seg. Gjennom den utviklingen som matematikken har gjennomgått – som mennesker har tatt del i og bidratt til (her bl.a. C.F. Gauss og W. Jordan) – oppdaget Martin at han hadde mulighet til å benytte seg av enklere og mer effektive metoder i matriseregning. Han opplevde det interessant å få se denne utviklingen og uttrykker dermed videre et ønske om at elevene kan få oppleve noe av det samme gjennom sitt møte med babylonernes ligningsløsning. Dette er i tråd med hvordan Jankvist (2009a) beskriver at historien kan være et mål i seg selv, og hvordan fokuset da ligger på de mer overordnede aspektene ved matematikkhistorien.

Martin er tydelig fasinert over babylonernes tankegang og hvordan denne kan være aktuell over 3000 år senere. Dette kommer blant annet fram når han snakker om den eksamensoppgaven han så på (*The Susa Tablet*).

#### *Intervju 2 – sekvens 35/36*

M: eh:... og så at:... på en måte det er jo litt, jeg, det er jo litt kult at:, en oppgave som er gitt som de har funnet på en steintavle... i Irak for, som er 3700 år gammel og så er det liksom relevant den dag i dag

A: ja

M: selv om de får lov til å bruke data

A: mmm

M: så er den, oppgaven blir bare gitt som den er

A: ja

M: de bare, du kan:: det står hvordan du skal konstruere...figuren men:... altså...ligningen er akkurat likeens i dag som (ukjent tekst)... det er litt fasinerende

M: ja, og det er jo litt fasinerende for det sier jo litt om hvor... de sier jo matematikk er det som ikke endrer seg

A: mmm

M: at det på mange vis så viser jo den at, på noen felt så gjør den ikke det

A: mmm

M: ja

A: ja det er veldig ulike syn på akkurat det der, om, om matematikken er statisk eller::

M: ja den er jo ikke det (ganske bastant)

A: det er, mange, som vil si at den absolutt ikke er det ja

M: ja men jeg, det er litt kult at... akkurat sånne ting kan faktisk:...være statisk da

Ulike kulturers deltakelse og påvirkning på matematikkens utvikling er et aspekt ved historien som mål, og vi ser at Martin også trekker inn dette i sine refleksjoner. Samtidig er det interessant at Martin påpeker hvordan matematikken kan være statisk, når argumentene i denne kategorien som oftest går på evolusjonsaspektet ved matematikken. Martin synes

imidlertid det er interessant at matematikken faktisk kan være så godt som uforandret gjennom 3700 år, og likevel være aktuell. Han sier videre at han har lyst til å gi elevene denne oppgaven en annen gang. Det kan se ut som at han oppdager positive sider ved det å benytte historie i matematikken underveis i sin prosess.

#### **4.2.3 Nytteverdien av en slik prosess**

Martin nevner positive sider ved det å sette av tid til opplegg som krever mer forarbeid og planlegging. Her går han ut over vårt kasus der vi tar utgangspunkt i matematikkhistorie, og reflekterer rundt denne typen opplegg generelt.

##### *Intervju 3 – sekvens 32/33*

M: ja:: ja eller... eh:: det var jo..det var jo..det er jo kjekt, det var jo mye arbeid, eh:: men:: det er noe jeg..nå har..det som er så bra med ting man har laget da

A: mm

M: nå kan jeg end..forbed..tenke igjennom det og så:: kommer jeg garantert til å undervise tiende..ungdomsskoleelever igjen

(...)

M: og så::... kan jeg ha en litt annerledes time der jeg:: vet hva jeg vil og, har, en hel time med: gode opplegg, som jeg ikke trenger å forberede meg så mye til, fordi at jeg har lagd det selv, så jeg har et eierskap til oppgaven selv liksom

A: jajaja mmm, skjønner

M: så sånn sett er det verdt det fordi at det:: det er noe du kan bruke om igjen

Martin trekker fram den mer varige nytteverdien ved det å investere i slike opplegg, og det er et interessant moment. Ikke bare kan opplegget være nyttig der og da, men det kan hentes fram igjen ved flere anledninger. Opplegget blir en del av lærerens repertoar; en slags Portfolio der han kan hente fram igjen ferdige undervisningsøkter. Han har oversikt over hensikten med disse oppleggene og hvilke mål han ønsker å oppnå. Dermed kan han implementere det i andre klasser han skal undervise i det samme emnet. Slik Martin selv sa, kan han tilpasse oppleggene til nye klasser bare ved å gjøre en liten justering i hvilke mål han vektlegger. Dette er et moment som underbygger det å bruke tid på dette.

Men timene må også være nyttige der og da. Hvis ikke de er nyttige, så er det foregående argumentet ugyldig. Å videreføre et opplegg som ikke gir noen god måloppnåelse for elevene er lite hensiktsmessig. Martins erfaringer tilsier imidlertid at dette ikke er tilfelle.

##### *Intervju 3 – sekvens 34*

M: men hvertfall så:: har jeg god erfaring med:: med ting jeg har lagt mye, tid ned i, og andre oppgaver... så er det ofte de timene jeg sitter igjen med "yes det her var gode timer"

A: ja

M: når jeg har fått brukt det opplegget første gang og har fått brukt det andre gang så funker det igjen, det gir ganske trygghet da

A: mmm

M: for at det var verdt... det var verdt å investere i

Her legger han effektivt bekymringen på dette området død. Etter hans erfaring gir oppleggene nyttige og gode undervisningsøkter, og de gir også han som lærer trygghet – trygghet på at det ikke var bortkastet tid og trygghet til å gå inn i nye timer med en forventning om at det blir bra. Altså er et slikt opplegg ifølge Martin verdt å investere i. Samtidig er Martin klar på at dette ikke er noe som blir gjort særlig ofte. En kan spørre seg hva det er som hindrer Martin i å lage slike opplegg på jevnlig basis når han tydelig opplever at det kan være hensiktsmessig og positivt. Vi skal videre se på noen utfordringer Martin har opplevd å møte på når han har jobbet med dette undervisningsopplegget.

### **4.3 Utfordringer**

I oppstarten av prosjektet korresponderte jeg med Martin på mail, og jeg forklarte hva det var jeg ønsket å gjøre. Martins respons, da han begynte å forstå mer av hva som kom til å kreves av ham, var som følger:

Du tenker altså å forske på hvordan jeg som lærer skal lage et opplegg med utgangspunkt i en historisk kilde, noe lignende det eksempelet du hadde i di oppgave?

Jeg ser en utfordring allerede, og at det er jo at jeg da må selv finne en historisk kilde som jeg synes er relevant å bruke. Bare det at jeg solgte pensumbøkene fra faget matematikkens historie vanskeliggjør dette en smule. Det betyr jo at jeg må gå på biblioteket, kanskje jeg må til SIS sitt bibliotek, lese meg opp osv. Jeg er villig til å gjøre dette, men må nok være ærlig å si at det er ytterst få som ville gjort det. Men jeg kan se på det og sende deg noen forslag til opplegg jeg kan tenke meg. Det betyr vel at du ikke kommer til å gjennomføre noe opplegg i mine klasser, men at jeg selv gjennomfører de? (Email fra Martin til meg, 14.10.13)

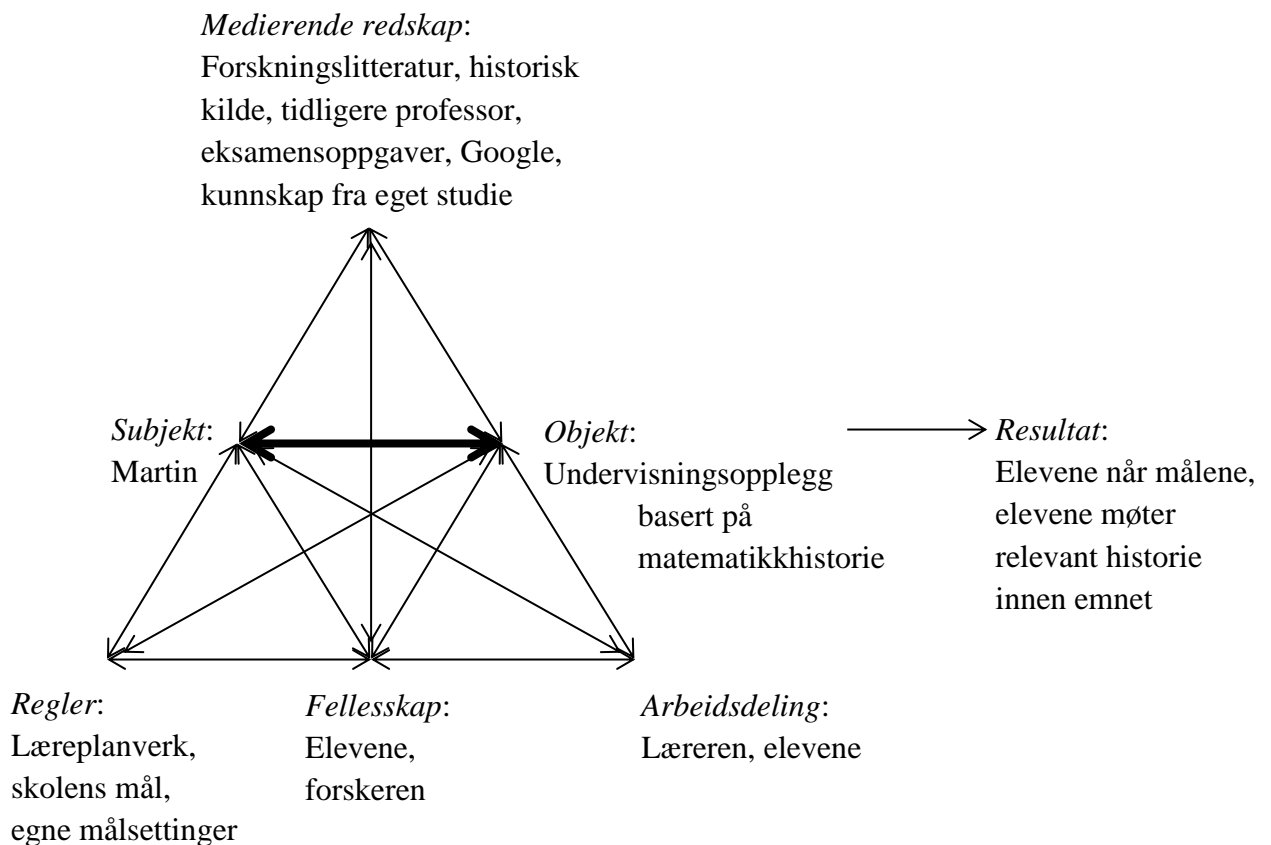
Martin trodde i utgangpunktet at jeg skulle komme og gjennomføre et opplegg jeg hadde laget i hans klasse. Det er interessant at Martin reagerer på denne måten når han oppdager at det er han som må gjøre arbeidet, for dersom forskningen på området skal kunne komme lærere og elever til gode er det lærerne selv som må ta det i bruk. Martin går så langt som å si at han tror det er «ytterst få som ville gjort det» – en observasjon det er verdt å merke seg. Dersom forskning og utvikling ikke når de det er tenkt å være til hjelp for, begrenses nytteverdien av den betydelig.

Jeg vil videre sette søkelyset på utfordringer Martin opplevde å møte i utviklingen av opplegget. Slik problemstillingen og Martin selv antyder, er de absolutt til stede. I denne sammenhengen har matematikkhistorie vært en inngangsport til å reflektere rundt disse utfordringene, men svært mange utfordringer knyttet til Martins hverdag mer generelt har og

gjort seg gjeldene. Jeg har derfor valgt å presentere resultatene som følger i to deler: utfordringer knyttet til utviklingen av det faglige opplegget, og kontekstuelle utfordringer.

#### 4.3.1 Utfordringer knyttet til utviklingen av det faglige opplegget

Som vi ser i utdraget fra emailen Martin sendte til meg, er han ikke vant til å fokusere på matematikkhistorien eller ta utgangspunkt i denne når han underviser. Han opplever dette som en utfordring og ser for seg at det kommer til å bli krevende. I det følgende retter jeg fokuset mot Martins møte med historien i undervisningssammenheng og hvilke utfordringer han opplever å støte på. Spennet mellom subjekt og objekt er på en måte «sentrum» for aktiviteten. Utfordringene oppstår når Martin (*subjekt*) skal lage undervisningsopplegget (*objekt*) basert på matematikkens historie. Rundt denne aktiviteten ligger det flere faktorer som Martin må forholde seg til:



Figur 4.1 – Aktivitetstrekanten sentrert rundt aktiviteten

Jeg vil først trekke fram noen narrativer som går på hvordan Martin griper oppgaven an, altså selve subjekt-objekt relasjonen. Deretter vil jeg fokusere på hvilke hjelpemidler Martin

opplevde å ha bruk for og deres tilgjengelighet. Videre vil jeg se på utfordringer knyttet til de andre faktorene i aktivitetstrekanten.

### *Subjekt vs. objekt*

Martin var ivrig etter å komme i gang med oppgaven allerede før jul, for da kunne han få utnyttet ferien. Dette i seg selv sier noe om hvordan han tenkte prosessen kom til å bli. Martin forventer at dette vil bli så arbeidskrevende at han er nødt til å ta av sin fritid for å komme i havn. I loggen ser vi at Martin benytter juleferien til å lese seg opp på en del litteratur på emnet: «Har nettopp hjulpet familien med å vaske ferdig huset til jul, og har endelig tid til å sette meg ned og lese.» (Fra lærerens logg 23.12.13). Han har tre artikler og en ressurside han tenker å lese igjennom. For hver artikkel noterer han ned ting han tror han kan bruke, og noen refleksjoner og tanker rundt stoffet han finner. Når han kommer til siden med linker til diverse ressurser sier det stopp: «Leste kort over noen av referansene til Jens. Det ble rett og slett for mye til at jeg orker å lese det» (Fra lærerens logg 23.12.13). Dette er krevende litteratur med tidvis vanskelig tilgjengelig språk. Mye av litteraturen er også på engelsk. Martin leser også noen kapitler i boken *Fra Babel til Abel*, og viser en imponerende arbeidskapasitet. Han har jobbet seg gjennom store mengder litteratur og begynner å peile seg inn på matematikken fra babylonernes tid.

Litt senere i jula (27.12.13) ser vi at han går igjennom noen gamle eksamensoppgaver for å se om han kan få noen tips der. Også her noterer han ned hva han finner i de ulike oppgavene. Til slutt kommenterer han (med et smil) at det «Tok faktisk bare 20 min å sjekke gjennom alle tidligere eksamener:».

Over jul er prosessen for alvor i gang og Martins tid begrenses i møte med den travle hverdagen. I det andre intervjuet kommer det fram at han har støtt på noen hindringer undervegs, og han begynner med å fortelle om den oppgaven han oppdager at han ikke kan bruke likevel, *The Susa Tablet*. Tanken hans var å sammenligne løsningen av oppgaven slik den var presentert i artikkelen med oppgaven slik den ble presentert på eksamen i 2012. Han gjør imidlertid følgende oppdagelse:

#### *Fra Martins logg 22.01.14:*

Etter å ha lest gjennom artikkelen for andre gang, og sett over oppgaven ser jeg at det ikke er noen forskjell. Altså at det er veldig vanskelig å bruke «matematikkens historie» for å løse oppgaven. Altså kan jeg gå gjennom oppgaven som om det var en helt vanlig oppgave. Dessverre. Da er jeg litt tilbake til bar bakke.

Martin oppdager i andre runde at oppgaven ikke passer til å gjennomføre det opplegget han har tenkt seg, og må begynne litt fra grunnen igjen. Vi følger loggen hans og ser at han har funnet et annet babylonsk problem, nemlig *The Tell Dhibayi Tablet* (se vedlegg 3). Her møter han imidlertid en ny utfordring: at det å sette seg inn i og å forstå de historiske kildenes løsninger kan være vanskelig.

#### *Intervju 2 – sekvens 4*

M: Det er problemet ja... jeg klarte ik... jeg klarte å formulere det... men jeg klarer ikke å skjønne hvordan de har gått fram

A: Okei så, så det som var vanskelig eller utfordrende med det det var rett og slett å gripe an, den historiske løsningen? Altså som babylonerne har [brukt]

M: [ja::] ja... jeg syns... jeg synes den var litt vanskelig å::=

A: =forstå? henge med på?

M: ja... og:: så tror jeg det blir vanskelig for elevene og når det er to, to ledd som er opp..i andre da

Her er det den historiske matematikken i seg selv som skaper problemer for Martin. Løsningsmetoden som babylonerne har brukt er vanskelig å følge, og han gir opp å forstå den. Dermed blir det naturlig nok for vanskelig for elevene også. Både Jankvist (2009a) og Mosvold (2003) trekker fram kritikk mot bruk av historie i matematikken som går på at historien kan være et hinder i seg selv. Enkelte funn tyder på at elever som finner matematikk utfordrende i utgangspunktet kan oppleve historie i denne sammenhengen som forvirrende og vanskelig (Jankvist, 2009a). I dette tilfellet stoppet det opp allerede hos læreren. Etter å ha forsøkt seg på denne oppgaven konkluderer Martin med følgende: «Jeg fattet ikke båret. Så, da vet jeg igjen ikke helt hva jeg skal gjøre» (Fra Martins logg, 22.01.14).

Han er tilbake til start igjen. En kombinasjon av flere ting kan kanskje være en løsning, og Martin peiler seg inn på den tabellen som presenterer det babylonske tallsystemet.

#### *Intervju 2 – sekvens 5*

M: ut fra den::... den tabellen der det rett og slett er, markert... og så... gi dem en oppgave der de kjenner igjen det der med... så og så mange minutter er lik så og så mange timer og minutt...så, så mange sekunder er lik så mange timer og så mange minutter og så mange sekunder liksom

Han henter inspirasjon fra eksamensoppgavene og tenker å gi elevene en oppgave som viderefører tankegangen i det babylonske tallsystemet, der de fyller ut en tabell selv. I tillegg til dette har han lyst til at de skal få en utfordring og prøve seg litt selv.

#### *Intervju 2 – sekvens 8*

M: og så kanskje prøve seg litt selv, og så kan..tenkte jeg vi kan gi dem, hvordan: vi skriver

det i våre dager

A: ja

M: sånn at de kan sammenligne det etterpå

Martin tar frem igjen boka *Fra Babel til Abel* hvor han finner en oppgave han tenker han kan bruke (oppgave 3 fra kapittelet om babylonsk ligningsløsning). Denne bruker han som utgangspunkt for elevaktiviteten i grupper. Martin tenker, som vi ser, å sammenligne babylonernes løsningsmetoder med dem vi bruker i dag. I den første økten rekker han ikke å gå særlig inn på dette, men i oppfølgingsøkten har han tatt dette videre (se vedlegg 4).

Proessen med å finne en historisk kilde/ historiske emner han kan ta utgangspunkt i er krevende på mange måter. Det krever tid, men også evne til å hente fram og sette seg inn i omfattende litteratur. Alt dette arbeidet er i utgangspunktet rettet mot én undervisningsøkt, som etter hvert blir to siden han mener det er nødvendig å følge opp med enda en økt uka etterpå. I det andre intervjuet spurte jeg Martin hva han trodde kom til å bli utfordrende i det videre arbeidet med opplegget. Han sa følgende:

#### *Intervju 2 – sekvens 23*

M: [nå har jeg jo] jobbet med det i to timer og det er jo::, jeg planlegger ikke alle timer så mye

A: nei

M: så da er det på en måte mye::... nå føler jeg, nå føler jeg at nå er det finpussen som er igjen liksom

Martin snakker her om de fritimene han har brukt for å planlegge opplegget (se også Martins logg). Dette sammenligner han med planleggingstiden han vanligvis legger ned i undervisningsøktene sine og gir uttrykk for at dette opplegget har tatt betydelig mer tid å planlegge. Etter disse to timene med arbeid synes han at han nærmer seg ferdig og klar til gjennomføring. Det er imidlertid viktig å huske alt forarbeidet som ble gjort ved å lese seg opp på fagstoff – han la mye av grunnlaget i juleferien da han leste og gikk igjennom de forskjellige artiklene, og ved å se igjennom de gamle eksamensoppgavene. Dermed vil den totale summen av arbeidstimer lagt ned i dette være betydelig større enn de to fritimene han fikk brukt på jobb.

#### *Intervju 2 – sekvens 24*

M: ja: men eh:: nå har jeg jo brukt såpass mye..gjort så mye forarbeid i::... i jula da sist eh: og... foran sist intervju

A: mmm

M: at det var... det er ikke så mye arbeid nå liksom

A: mmm

M: det som tok tid var egentlig bare å finne ut hvilken oppgave de skulle gjøre



Slik vi ser fra Martins logg og de narrative som er presentert her, er det utfordrende å finne gode oppgaver. Martin måtte forsøke tre ganger før han fant en løsning han var fornøyd med. Den historiske matematikken skal tjene som et godt og relevant eksempel og samtidig ikke være for vanskelig for elevene (og læreren). Dette er krevende for en lærer som ikke er ekspert på matematikkhistorie. Nettopp dette med manglende ekspertise har vært et argument mot å implementere historie i matematikkundervisningen (Jankvist, 2009a). Slike argument knyttes også til faren ved at manglende kunnskap kan føre til at læreren gjør feil i den historiske presentasjonen. Et eksempel på dette finner vi i Martins undervisningsøkt.

*Intervju 3 – sekvens 1*

M: det som var::, det som var dårlig det var min forb..altså at jeg... jeg hadde jo sett på det (ukjent tekst) i går kveld, og i dag tidlig men:: rett og slett... gle..jeg glemte..gikk på en måte feil, selv så jeg forvirret jo elevene maksimalt...ehm::

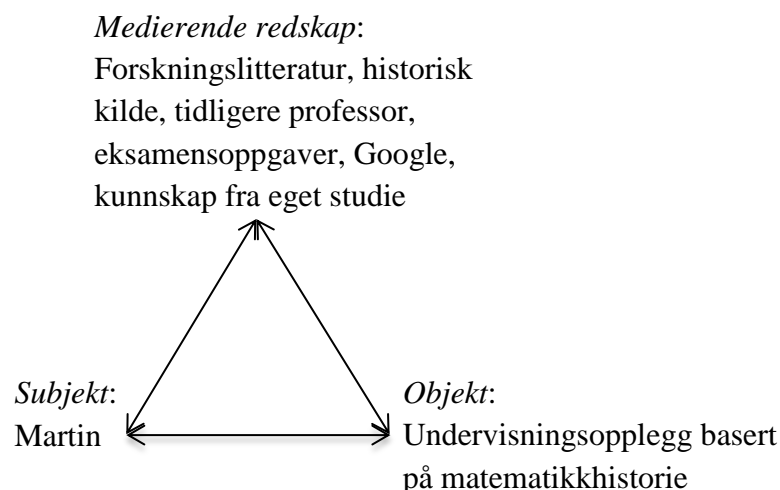
A: ja på den ene oppgaven tenker [du?]

M: [ja]

A: ja skjønner

Da de jobbet med det babylonske tallsystemet og tabellen relatert til dette, gjorde Martin en feil i sin forklaring. Han oppdaget imidlertid dette selv, og fikk korrigert feilen. Slik han selv påpeker ble dette en kilde til forvirring hos elevene, men ettersom han var kjapt ute med å innrømme feilen kom de inn på riktig spor igjen med en gang. Feil i en slik sammenheng kan også gå på kronologien i historien og faktafeil. Dermed ser vi at dette er et sammensatt landskap å bevege seg i som lærer, og det finnes helt klart noen fallgruver.

Det ligger en omstendelig prosess i spennet mellom *subjekt* (Martin) og *objekt* (undervisningsopplegget). Foreløpig har vi kun sett på Martins konkrete møte med historien i denne sammenheng. Som vi ser av aktivitetstrekanten er det imidlertid mange andre faktorer Martin må forholde seg til når han planlegger undervisning. I utarbeidingen av opplegget har Martin benyttet seg av diverse hjelpemidler (*medierende redskaper*). Sammen med *subjekt-objekt* utgjør disse den øverste delen av aktivitetstrekanten, som er aktiviteten slik Vygotsky opprinnelig beskrev den. Samspillet mellom disse kommer tydelig fram i Martins prosess.



*Figur 4.2: Handlingstrekanten*

I det følgende kapitlet vil jeg trekke fram hvordan Martin har hentet fram og benyttet disse hjelpemidlene, og om han opplever disse som tilgjengelige og nyttige.

#### *Medierende redskaper i aktiviteten*

Martins utdannelse kommer ham utvilsomt til gode når han skal finne relevante historiske tema og kilder til undervisningen. Han starter ikke helt med blanke ark, men han vet hvor han kan begynne å lete. Å ta kontakt med en tidligere lærer fra masterutdanninga er noe av det første Martin gjør når han skal sette i gang arbeidet.

#### *Intervju 1 – sekvens 21*

M: Det er ikke det... men eh::... jeg synes, jeg, jeg har ikke, jeg har sett litt på udir og sånt og men jeg synes, til at det er så:: vektet på eksamen

A: mmm

M: synes jeg det er veldig:: vans.. veldig, det hadde vært veldig vanskelig å finne... hadde det ikke vært for at jeg har, jeg har hatt andre å spille på, så hadde det vært litt vanskelig:: å finne ting selv... (ukjent tekst)

A: Ja, ja, ja i forhold til::... med bakgrunn i matematikkhistorien liksom nå spesifikt i=

M: =ja:: nå:: fordi jeg har hatt matematikkhistorie selv og hadde... da hadde jeg jo en faglærer å henvende meg til, eller en professor... på lærerskolen

A: ja... så da har du noen ressurser å spille på

M: Ja... eh:: det hadde jeg, og så... viste det seg jo og at:: biblioteket og.. i Sandnes og:: var ganske behjelpelig og... faktisk

A: ja

M: ja, så det::... men da var det jo:: fordi jeg:: spurte etter noen konkrete bøker så de sa "ja dem har vi på nett"

A: ja, du visste litt hva du skulle spørre etter [rett og slett]

M: [ja]

Gjennom en lærer han har hatt tidligere får han tips til et utvalg relevante artikler han kan se på. Dermed har han fått noe stoff å jobbe ut ifra som og kan være en inngangsport til å finne ytterligere litteratur gjennom blant annet kildehenvisninger.

Martin drar fordel av sin utdanningsbakgrunn på flere måter. Han har selv hatt et fag som gikk på matematikkhistorie, og fra dette husker han en bok han muligens kan bruke i denne situasjonen. Boka *Fra Babel til Abel* finner han ved hjelp av biblioteket, og som Martin sier selv: «Boka var den jeg husket, og som fikk tankene mine inn på å se på babylonske steintavler». I forrige kapittel så vi at han endte opp med å basere mye av opplegget sitt på en oppgave han fant i nettopp denne boka.

*Intervju 2 – sekvens 13 (snakker om boka Fra Babel til Abel)*

M: så det er bare... men det å sammenligne framgangsmåter for li..løsning av ligning synes jeg absolutt... er relevant da

A: ja mmm

M: så oppgaven er hentet rett ut derifra

A: ja

M: den gjør jo at, jeg har jo... det gjør det litt lettere for meg å sette meg inn i hvordan... .. hvordan det:: bevis..bevises da hvis jeg trenger det liksom

A: ja jeg skjønner

M: så det er en utrolig "ålreit" bok

Martin opplever at det å kunne hente oppgaven ut fra denne boka er til god hjelp for ham selv i møte med historien. Det forenkler prosessen med å sette seg inn i og forstå matematikken som blir presentert, noe Martin fant utfordrende i forhold til en annen babylonsk ligning. Trygghet i undervisningen er et viktig element i klasseledelse, og tydelighet og struktur er viktige faktorer relatert til elevenes læringsutbytte (Hattie, 2012). At Martin kan støtte seg på denne boka forenkler dermed prosessen for ham, og er viktig for hans trygghet i undervisningen. Også med tanke på hvorfor han skal bruke tid på å implementere historie i matematikkundervisningen finner Martin hjelp i denne boka: «Jeg starter med å lese forordet side 5: Absolutt god som argumentasjon for hvorfor vi skal ha noe fra matematikkens historie i klassen» (Fra Martins logg, 23.12.13).

Det er imidlertid ikke alle som har en master i matematikdidaktikk og behjelpelige professorer å henvende seg til. Vi ser i *sekvens 21* over at Martin sier det hadde vært veldig vanskelig å finne materiale dersom han ikke hadde hatt noen andre han kunne henvende seg til. Også når det gjelder å bruke biblioteket trekker han fram dette med at han visste hva han skulle spørre etter. Martin har altså et ganske annet utgangspunkt enn mange andre lærere når han skal orientere seg i matematikkhistorien.

### *Intervju 1 – sekvens 23/24*

A: Kan du ser for deg eh:: kan du se for deg en gjengs lærer kom på å på en måte.. kom på noe sånn som det her, og skulle:: sette i gang et sånn.. greie på egen hånd liksom?

M: Ja:: ikke en gjengs.. den, men det f.. heldig vis så finnes det:: på de fleste skoler alltid en matematikknerd (smilende)

A: (ler)

M: eller matematikk eh: sånn:: skikkelig engasjert da

A: ja mm

M: Som eh:: kunne funnet på å gjøre det

A: mmm

M: ja, absolutt

A: Så for de fleste, når du sier det da så får jeg jo inntrykk av at for de fleste så er det ganske viktig å ha... ressurser å spille på

M: [mmm]

A: [altså] både:: egen bakgrunn og kunnskap for noen men også andre ressurspersoner eventuelt på en måte

M: mmm

Martin beskriver det å begi seg ut på å lage et opplegg av denne typen som særegent, og beskriver også den læreren som eventuelt ville gjort det som en lærer litt utenom det vanlige. Gjennom dette utsagnet ser vi også betydningen av enkeltlæreres engasjement. Få ville satt i gang med å lage et slikt opplegg, men om én er villig kan han/hun dra med seg flere. Martin understreker likevel at han opplever en mangel på resurser knyttet til historiske oppgaver:

### *Intervju 1 – sekvens 22*

A: Så::... så hvis du::... hvis du ikke hadde hatt den bakgrunnen du hadde hatt og:: på en [måte ikke]

M: [hvis jeg] skulle funnet fram... bare på udir eller eh:: tenkt, okei eh:: matematikkens historie og så funnet fram selv...

A: ja

M: så hadde jo det krevd at jeg:: hadde... dratt på biblioteket eller tatt kontakt med dem kanskje og hørt litt hva som skjedde, og lett fram på udir og sånn.... og jeg synes ikke det... nei, jeg synes ikke det var noe lett å finne frem.... der

A: nei... selv med den bakgrunnen [du har]

M: [selv med den], Ja selv med min bakgrunn så syntes jeg ikke::... så synes jeg de har gjort... det er "mis match"

A: ja (ler litt)

M: rett og slett, mellom eksamen og:: ... og på en måte hjelp da, det er veldig sånn...

Som vi har sett tidligere sier Martin at historiske oppgaver er viktige på eksamen. Han opplever imidlertid at det er lite hjelp å finne hos Utdanningsdirektoratet, og ser for seg at dette også ville vært vanskelig for andre om de skulle lete seg fram her og eventuelt på biblioteket. Martin beskriver Utdanningsdirektoratet som et utilstrekkelig hjelpemiddel i denne sammenhengen, men det er tydeligvis en logisk plass å vende seg til. Han sier forholdet mellom den vekten historiske oppgaver har på eksamen og den hjelpen han finner tilgjengelig knyttet til dette, er ujevnt. Martin savner tydelig resurser på dette området fra

Utdanningssektorens side. Dette kan og ses i sammenheng med historiens plass i lærebøkene for matematikkfaget. Slik Martin sier i blant annet *Intervju 1 – sekvens 13* (se kap.4.1) er det ting som Pythagoras som går igjen, og da er det ofte bare en presentasjon av hvordan denne historiske personen tenkte. Det kan se ut som at det er lite hjelp å hente i de resursene lærerne allerede har tilgjengelig, dermed blir opplegg av denne typen desto mer krevende.

#### *Aktiviteten i utvidet perspektiv*

I utvidelsen av handlingstrekanten, altså aktivitetstrekanten slik Engeström (1987) presenterte den (se figur 4.1), ser vi at Martin også må ta hensyn til flere elementer når han skal planlegge og gjennomføre undervisning. Han må tenke på hvem undervisningen skal nå, om det er andre som bidrar til utviklingen av opplegget og hvilke regler og føringer han må forholde seg til.

Når Martin snakker om at du må vite hva du vil med det du gjør, at det matematiske må ivaretas og at det skal være relevant, er det fordi han må forholde seg til regler som legger føringer for hva elevene skal oppnå og kunne.

#### *Intervju 2 – sekvens 26*

A: du tenker::, pleier du å tenke ganske konkret opp imot læringsmål alltid, på en måte?

M: vi har ganske...vi har gans..nå har jo, jeg en ganske dyktig kollega som har laget læringsmål til hver... hvert, eh:: tema vi har, og gradert det

A: ja

Her ser vi *objekt* (undervisningsopplegget)-*regler* (læreplaner) relasjonen og hvordan den påvirker fokuset i planleggingsprosessen. Læreplanverket beskriver konkrete læringsmål for elevene (kompetansemål) og når de skal ha oppnådd disse. Et undervisningsopplegg basert på historie er ikke fritatt fra dette. Martin har konkrete mål å gå etter for hvert eneste emne han skal undervise i, dermed er også denne prosessen underlagt disse. Slik vi så i *Intervju 1 – sekvens 21* (s.41) var Martin tidlig inne på tanken å se etter hjelp på Utdanningsdirektoratets hjemmeside, og *regler* har dermed vært en faktor helt fra starten av.

Vi ser at Martin har fått hjelp fra en dyktig kollega når det gjelder de konkrete læringsmålene til hvert emne. Når han har jobbet med dette undervisningsopplegget har han imidlertid vært ganske alene.

#### *Intervju 2 – sekvens 18*

A: ja, sant!...ehm:: har du:: henvendt deg til:: noen andre lærere:: og sånne ting nå i den prosessen her, for hjelp eller...?

M: Nei, jeg har ikke:: nei jeg har ikke det

Martin har stått på egne ben og jobbet med utviklingen av opplegget på egen hånd. Kategoriene *felleskap* og *arbeidsdeling* i tilknytning til *objektet* inkluderer derfor ikke Martins kollegaer og andre aktører i skolesammenhengen. Disse skal vi etter hvert se at kommer inn i denne sammenhengen gjennom et annet aktivitetssystem. Elevene har jeg imidlertid inkludert i begge disse kategoriene. I spennet *objekt-felleskap* er elevene inkludert fordi de påvirker hvordan Martin strukturerer opplegget sitt:

*Intervju 2 – sekvens 22*

A: Hva:: hva tror du, eller tenker du kommer til å bli utfordrende, videre, framover, nå... i forhold til dette her opplegget?

M: Nei det::... .. nei det er egentlig bare klar gjør..gjøre det helt klart, og tenkte igjennom hvordan::... må tenke igjennom litt... hvordan:: om jeg skal sette sammen elevene i grupper, det må jeg gjøre tenker jeg...og tenke over hvem jeg skal sett i sammen med, for at det er en veldig veldig varierende klasse

A: mmm

M: veldig, noen tydelig seksere noen, nesten motsatt ende som

A: mmm

M: som neste gir katta uansett hva vi jobber med, så

A: mmm

M: prøver å tenke på hvordan vi kan, jeg kan motivere... alle da, det blir det som blir utfordrende

A: mmm

M: for å få dem til å se relevansen i det tror jeg ikke det skal være noe... det tror jeg ikke skal være så vanskelig

Her ser vi at presentasjon og tilrettelegging i undervisningen er en viktig del av planleggingen, og at hensynet til elevene er avgjørende for dette. Martin må ta hensyn til hva elevene kan, hvordan de fungerer sammen som gruppe og elevenes ulike nivå seg imellom. I tillegg kommer et annet viktig element inn, nemlig elevenes samarbeid med læreren. Slik Martin selv sier det er det noen elever «som neste gir katta uansett hva vi jobber med». Om elevene velger å delta i undervisningen eller ikke er en viktig faktor for hvordan undervisningstimen utarter seg. Derfor har jeg inkludert elevene i spennet *objekt-arbeidsdeling*. Også under observasjonen av selve undervisningsøkten kom dette tydelig fram. Når elevene velger å vende oppmerksomheten mot andre ting, som for eksempel de to elevene som begynte å se på bilder på smarttelefonene sine (se Martins logg, 05.02.14), legger dette begrensninger på undervisningen fordi Martin må bruke tid og krefter på å sette elevene tilbake på riktig spor. Når elevene derimot velger å bidra ved å være engasjerte i undervisningen er dette veldig positivt. Martin nevner for eksempel flere ganger hvordan han setter pris på akkurat denne klassens evne til å engasjere seg i matematiske diskusjoner med ønske om å finne en løsning sammen. På denne måten er altså elevene lærerens samarbeidspartnere.

Vi ser også hvordan Martin tar utgangspunkt i elevene når han reflekterer over gjennomført undervisning og hvordan han kan bygge videre på det han har gjort så langt:

*Intervju 3 – sekvens*

M: så da ønsker jeg å..da, da må..det blir bare mer arbeid, for meg men jeg: nå vet jeg liksom "okei" nå vet jeg litt..har jeg litt bilde av hvor elevene er, og så ønsker jeg å hale det i land, hvis ikke blir det helt bortkastet

A: mm

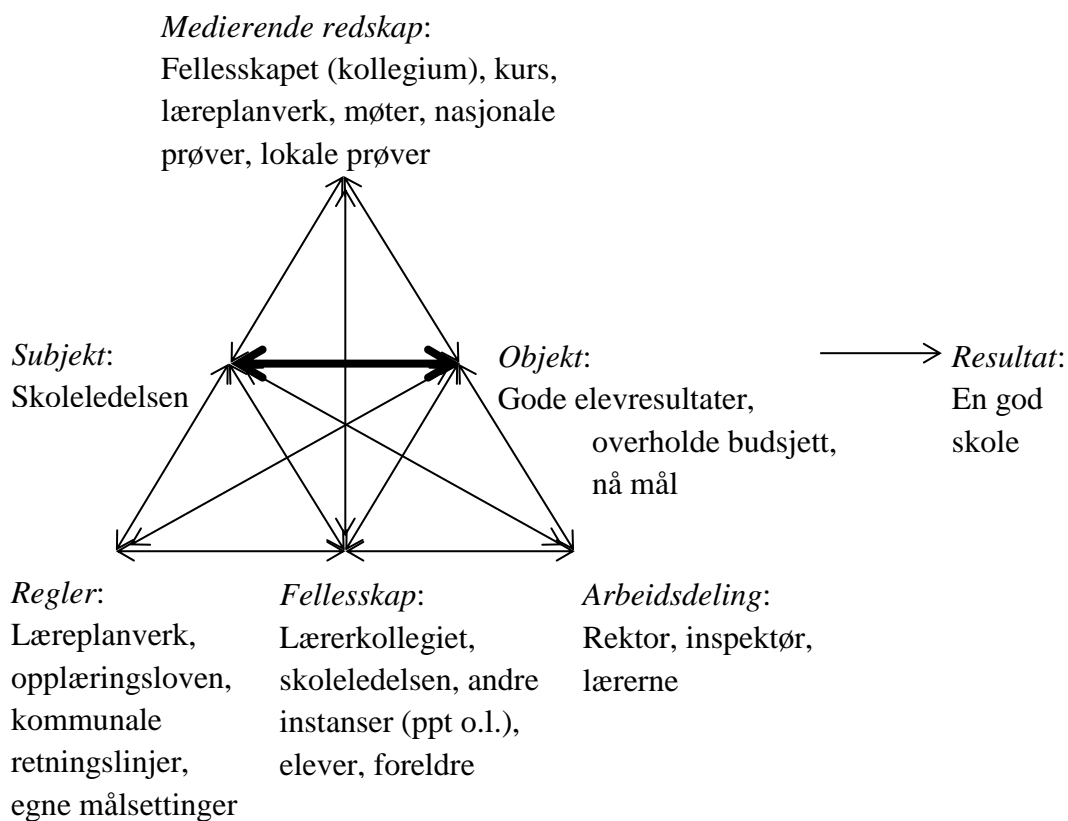
M: det må:: på en måte, avsluttes og gi dem litt mening, for nå er det mange som..noen fattet "okei kult, det funket" og noen er liksom, "hva i all verden var det for noe?"

Her kommer *resultat* som en videreføring av *objektet* inn i bildet. Martin ser på hva han har oppnådd og hvordan han kan følge opp dette videre i undervisningen. Vi ser i denne sekvensen at Martin mener det er viktig «å hale det i land», og går så langt som å si at timen vil være bortkastet hvis han ikke gjør det. Han påpeker at en del av elevene fikk et visst inntrykk av hva dette handlet om, mens andre igjen sitter der som spørsmålstegn, usikre på hva dette egentlig dreide seg om. Forklaring, repetisjon og oppsummering er også faktorer som Hattie (2012) mener har stor effekt på elevenes læringsutbytte

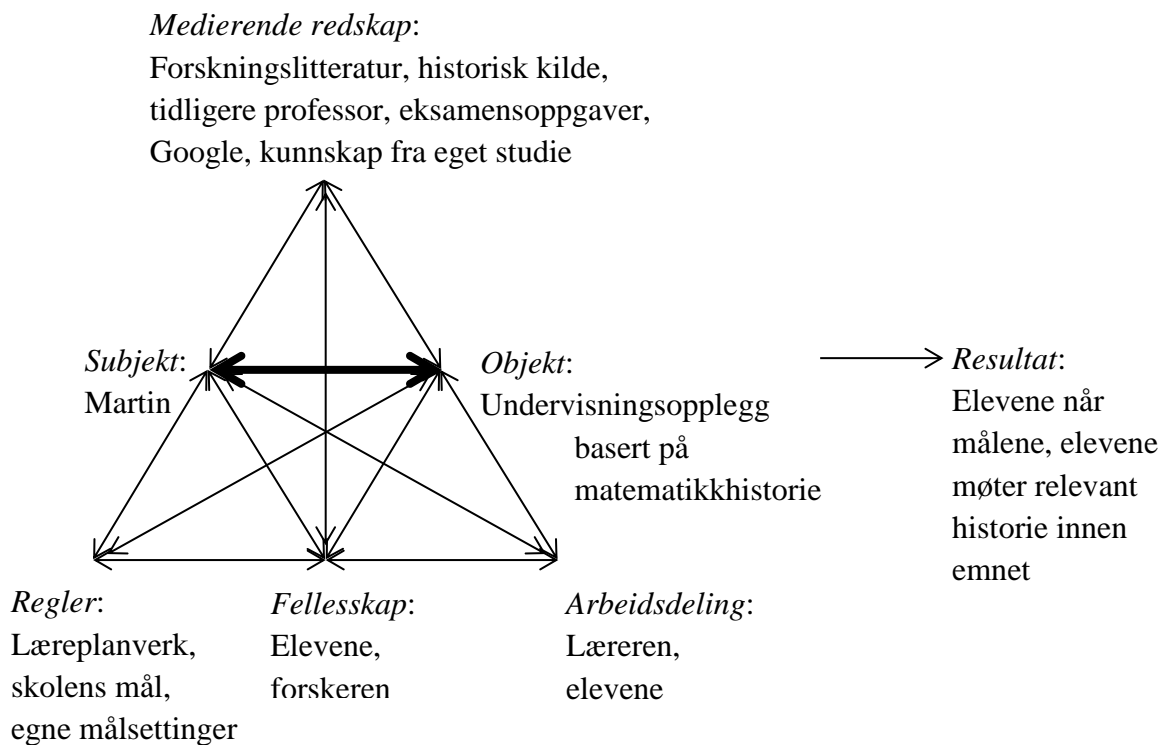
Det samlede systemet rundt aktiviteten fører med seg utfordringer, men også muligheter slik vi har sett. Martin må forholde seg til regler, sine elever og tilgjengelige hjelpemidler. Mange av utfordringene Martin møtte går imidlertid på faktorer som ikke er direkte knyttet til akkurat denne aktiviteten. Disse oppstår fordi Martins aktivitetssystem er en del av en større helhet, nemlig skolens aktivitetssystem. Jeg vil videre se på noen av de utfordringene som oppstår når disse to aktivitetssystemene møtes og samhandler i en felles kontekst.

#### **4.3.2 Utfordringer i lærerhverdagen**

Martins aktivitet, altså det å utarbeide undervisningsopplegget, foregår i en større helhet som Martin er en del av og må forholde seg til. Denne helheten er selvfølgelig skolen. Skolen som aktivitetssystem favner Martins aktivitetssystem, og i møtet mellom disse to systemene oppstår det utfordringer og til tider en interessekonflikt. Skolen har sine overordnede mål og hensikter, og Martins (og de andre lærernes) undervisning skal bidra til at disse blir nådd. Dermed er det også naturlig å se på aktiviteten, altså Martins utarbeidelse av et undervisningsopplegg basert på matematikkens historie, i konteksten av skolehverdagen. Videre følger en presentasjon av de utfordringene som oppstår når Martins aktivitetssystem møter skolens aktivitetssystem.



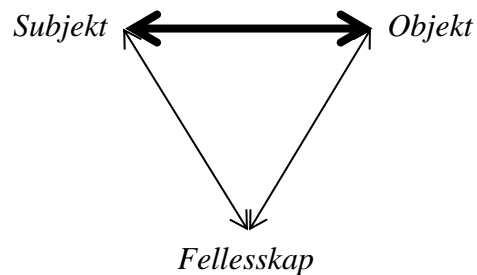
Figur 4.3: Skolens aktivitetssystem



Figur 4.4: Martins aktivitetssystem



I møtet mellom disse to aktivitetssystemene er den midterste trekanten sentral, og spennene mellom disse faktorene ble tungt vektet (mange narrativer) gjennom kodingen.



Figur 4.5: «Episenteret» i møtet mellom aktivitetssystemene

Igjen er subjekt-objekt relasjonen et slags senter hvor utfordringer oppstår knyttet til de andre faktorene i aktivitetssystemet. Jeg vil derfor begynne med å se på hvordan skolens subjekt-objekt relasjon og Martins subjekt-objekt relasjon forholder seg til hverandre, og hvilke spenninger som ligger her. Videre vil jeg trekke inn fellesskapsfaktoren knyttet til både lærerværelset og klasserommet. Under hver av disse delene kommer de andre faktorene inn etter hvert som de gjør seg gjeldende, og setter på den måten delene inn i det helhetlige systemet.

#### *Subjekt (skoleledelsen)-objekt VS. subjekt (Martin)-objekt*

Slik Imsen (2009, s. 119) beskriver, har skolen og samfunnet et gjensidig avhengighetsforhold. Videre forklarer hun at skolens tre hovedfunksjoner er den reproduktive, den produktive og den identitetsskapende funksjon. Skolen eksisterer i kraft av de oppgavene den har i forhold til samfunnet. Skoleledelsens mål og objekt er derfor av en annen karakter enn Martins. Den har et mer overordnet fokus og mål om å imøtekomme de krav og forventninger som settes til skolen gjennom lovverk og læreplaner. Dette igjen legger føringer for lærernes spillerom. Når Martin skal bruke tid og krefter på å utarbeide dette undervisningsopplegget er han nødt til å tilpasse seg skolens rammer og de krav som settes til ham som lærer:

#### *Intervju 2 – sekvens 20*

A: ja... synes du at det har gått::, synes du at det har gått utover noen andre arbeidsoppgaver på noen måte?

M: nei, eh:: det er heller sånn at de andre arbeidsoppgavene har gått utover det her

A: ja okei

M: det er mer sånn at det andre føler jeg at det må jeg gjøre

A: mmm

M: og det her...har blitt tatt når jeg får tiden til det

A: mmm=

M: =men det, det er dessverre hverdagen, med alle ting... når du skal planlegge timer at det... det er ganske mange ting vi må gjøre, som:: går utover planleggingstiden

Martin beskriver en hverdag hvor enkelte krav ikke kan ignoreres. Han opplever at disse kravene har gått på bekostning av planleggingsprosessen, og at de begrenser arbeidet han får lagt ned i å forberede undervisningsopplegget. Samtidig trekker han linjene videre til planleggingstiden generelt. Martin uttrykker at tid han gjerne skulle brukt til å planlegge og forberede undervisning ofte går med til andre ting som han opplever han er nødt til å gjøre. I første intervju gir han følgende eksempel:

*Intervju 1 – sekvens 18*

M: ofte eh: og så er det sånn... når jeg først har fritimer så går de enten i å:: da går det ofte i at jeg må... si at jeg må gjøre ferdig ukeplanene fordi jeg ikke har fått tid til det

A: mmm

M: tidligere i uka... og så kommer plutselig inspektør og spør om jeg kan være vikar... så eh...

A: mmm [ja]

M: [oft..] ja, det er litt for ofte at det du... du tenker at jeg skal f.. "åh jeg skal få gjort det" og så plutselig var klokka fem (ler litt)

A: Ja... okei så tiden da i forhold til::... ja, andre... altså litt sånn «utenforfaktorer», eller ikke utenfor [men altså andre faktorer som]

M: [ja:: det er andre faktorer som]... for skolen.. sin del er viktigere

A: ja mmm

M: enn... enn at jeg har:: eh en sånn, et sånt opplegg

A: ja mmm

M: for eh::..... for eh::..... ja det er jo litt... det sk..de legger seg jo ikke oppi hvordan jeg:: underviser så lenge jeg f:: det funker på en måte

Her ser vi et eksempel på hvordan Martins objekt kolliderer med skolens objekt. Han setter seg ned for å planlegge med den hensikt å forberede undervisning (*objekt*) der elevene (*felleskap*) skal nå mål (*regler*) innen det emnet som undervises. Et eller annet forhold gjør imidlertid at en annen lærer (*felleskap*) ikke kan gjennomføre sin undervisningstime. Inspektør er da nødt til å sørge for at elevene får den undervisningen de har krav på (*regler*), og Martin må forholde seg til de prioriteringene ledelsen gjør på grunnlag av denne situasjonen. Skolen må forholde seg til regler, og fordi Martin er en del av dette fellesskapet må også han forholde seg til disse reglene. Dermed «overstyrer» skolens aktivitetssystem Martin sitt aktivitetssystem i denne situasjonen, og Martin må forholde seg til skoleledelsens *objekt, fellesskap* og *regler* istedenfor *fellesskapet* og *reglene* som er der på grunnlag av hans eget *objekt*.

Vi ser videre Martin forklare hvordan han er svært autonom i sin undervisning så lenge elevene når de målene de skal nå. Denne autonomien er en del av lærernes profesjonalitet, og

betyr at lærerne, innenfor visse rammer, har stor frihet til selv å fatte beslutninger om hvordan arbeidet skal utføres. Tradisjonelt sett har lærere og læreryrket hatt stor grad av metodefrihet (Imsen, 2009). Samtidig er begrensningene kanskje større enn vi tror, for slik Martin selv beskriver det: «det er andre faktorer som for skolen sin del er viktigere enn at jeg har et sånt opplegg». Videre gir Martin uttrykk for hvordan han ønsker å undervise:

*Intervju 1 – sekvens 19*

M: eh og det::, det er utfordringa at eh::... å synes jeg, å:: få:: undervise sånn som jeg ønsker er::... det er en utfordring fordi at.. det krever mye planlegging.. eh::... og så er det så mange:: andre ting som dukker opp, så mange faktorer undervegs fra, kollegaer med... foreldre, (ukjent tekst), sånne ting... som eh::... de gir tydelig uttrykk om at du må prioritere og du selv føler at det må jeg faktisk prioritere

A: mmm

M: altså det med karakterene er jo på en måte greit for det må jeg faktisk prioritere (ler litt)

A: mmm... ja.. selvfølgelig (ler)

M: ja.. eh::... så det er utfordringen

Martin opplever føringer som legges på ham fra ledelse, foreldre og lovverk som en begrensning av hans frihet i sin undervisningspraksis. Han uttrykker at det å undervise slik som han egentlig ønsker krever mye planlegging, og at dette fort kan være uforenelig med krav stilt fra ledelse, kollegaer og foreldre. Et eksempel han nevner er dette medføring av karakterer, noe lærere på ungdomstrinnet og videregående er nødt til å forholde seg til. Igjen ser vi hvordan det utvidede systemet på sett og vis sluker læreren på den måten at han i sitt *objekt* ikke bare må forholde seg til *regler* og *fellesskap* direkte knyttet til dette, men også regler og fellesskap som er aktuelle fordi lærerens aktivitet foregår i konteksten av skolens aktivitetssystem.

Martin er en engasjert og tiltaksfull lærer, og uvilje fra hans side har aldri vært en begrensning i dette prosjektet. Han tar på seg verv og oppgaver (som jeg har valgt å utelate av hensyn til personvern) ut over sine vanlige arbeidsoppgaver, og er reflektert når det kommer til egen undervisningspraksis. Det er åpenbart viktig for ham å gjøre en god jobb og å være en god lærer:

*Intervju 1 – sekvens 15*

M: men eh:: det er:: det er utfordrende, det krever... når eh:: det er det som på en måte, det er jo det som er litt bra med det opplegget her er at... ja det krever mye av meg men samtidig så:: er det alltid sånn hvis jeg skal gjør... hvis jeg skal gjøre noe annet enn det læreboka, for eksempel.. så krever det mye av meg... ja, så det er jo noe jeg har gjort før.. på en måte... eh

A: Så du på en måte eh::... du har alle rede litt erfaring med å på en måte:: eh

M: Ja med å ha... lage til et opplegg til... et eller annet tema da

A: Og som er noe utenom det vanlige på en måte

M: eh ja.. der man likevel oppnår kompetansemålene

A: mmm, jaja, selvfølgelig (ler litt) mmm... [og det..]  
M: [det er en utfordring]... det var mye større utfordring en hva jeg hadde forventet da jeg skulle begynne å jobbe.. jeg tenkte, jeg tenkte når jeg:: gikk på master'n iallfall at  
A: ja  
M: jeg skal ikke bruke, jeg skal nesten ikke bruke lærebok jeg! men eh::... det krever mye av deg hvis du skal klare å gjøre det til hver time..det krever enormt mye av deg  
A: mmm...ja, det er jo... eh::  
M: for det blir å lage sånne opplegg som det her... [hver, hver uke]  
A: [hele, hele tiden] ja  
M: hvis du ikke skal bruke læreboka så blir det faktisk det  
A: Ja... og det:: ... sånn i forhold til ulike.... altså, i forhold til hverdagen så ser du på en måte det som:: noen ting som kanskje krever for masse, eller? er det det du mener?  
M: Eh ja:: i::... ja:: jeg vet ikke om det krever for m.. men altså::... det spørs veldig.. det spørs på om du er kontaktlærer, det spørs på:: det er så mange variabler som ikke jeg hadde tenkt på, når jeg var student

Martin er en av mange lærere som opplever at møtet med lærerhverdagen kan være utfordrende (Caspersen og Raaen, 2014). Han forteller her hvordan han har hatt et bilde av seg selv som lærer, og hvordan han tenkte han skulle utøve sitt yrke. I jobbsituasjonen oppdager han og erfarer utfordringer som han ikke var forberedt på i sitt bilde av hvordan livet som lærer skulle bli. Han fortsetter med å nevne noen av disse såkalte variablene:

#### *Intervju 1 – sekvens 16*

M: En ting er om du er kontaktlærer men det spørs... det spørs på hvordan klassen er, det spørs på foreldrene, ehm:: det spørs på:: litt på:: ..ehm kollegaene dine... står du alene? har du noen å spille på? det står på::... det står en del på ledelsen på skolen din, altså... er det en skole, er det en ledelse som på en måte veldig backer opp og:: stiller med materiell og liksom, hvis du sier, jeg ønsker å kjøpe den læreboka for eksempel bare for å se...  
A: mmm  
M: er det:: sånne ting om det... det er jo ja (ler litt)

Vi ser at Martin igjen beskriver en interessekonflikt, hvor ulike *objekt* skaper spenninger. Mange av de variablene Martin trekker inn i «ligningen» er ulike samfunnsgrupper som har interesse i og tilknytning til skolen. Foreldrene er et eksempel, og i en samtale jeg og Martin hadde «off the record» forklarte Martin hvordan foreldre kunne være en årsak til at han finner det utfordrende å gjennomføre en problemløsende undervisning. Foreldrene forholder seg også til *reglene* som er fastsatt for skolens praksis, og er opptatt av sine barns rettigheter. De er altså en viktig faktor i spennet mellom *regler* og *felleskap* som igjen er tilknyttet Martin gjennom spennet *subjekt-felleskap*. Martin fortalte om erfaringer knyttet til det å ha problemorientert undervisning hvor han har blitt kontaktet av foreldre som blir urolige for at barna ikke skal nå målene i læreplanen. Han forklarte at det ofte blir vanskeligere for foreldrene og barna å se hva de faktisk har lært i en time hvor problemløsning har vært i fokus. Foreldrene opplever at det kan være vanskelig å ha kontroll på måloppnåelsen, og

uttrykker sin bekymring. Dette kan også gjelde ledelsen som har behov for å se konkrete resultater på samme måte som foreldrene. Dermed begrenses Martin i sin undervisning fra flere hold, og det å for eksempel implementere historie i matematikkundervisningen kan oppleves som en kamp. Det vi ser her er hvordan blant andre foreldre og skoleledelse (*fellesskap*) er med å påvirke *reglene* Martin må forholde seg til i undervisningen (*objekt*). Martin er en del av et komplekst system som mange har interesse av at skal fungere. Dermed kommer det krav og forventinger fra mange ulike hold, som igjen begrenser hans autonomi.

Martin trekker i narrativet over inn sine kollegaer som mulige resurser (medierende redskap) for seg og sin undervisning. Han stiller spørsmålene «Står du alene? Har du noen å spille på?». Lærerne som fellesskap og medierende redskap for hverandre i hverdagen vil jeg gå inn på i det følgende kapitlet.

### *Fellesskap på lærerværelset*

Spennene *regler-arbeidsdeling* og *arbeidsdeling-medierende redskap* har ingen narrativer kodet til seg. Da jeg spurte Martin om han hadde snakket med noen andre lærere i tilknytning til dette undervisningsopplegget svarte han nei (*Se intervju 2 – sekvens 18*, s. 44). Han har i stor grad stått alene, og gir inntrykk av at han i undervisningen stort sett gjør det.

#### *Intervju 2 – sekvens 33*

A: men ellers så er du mye:, overlatt til deg selv da, egentlig?

M: ja

A: mmm

M: hvertfall hvis det... jeg føler det er mer nå hvis du blir satt på en enkelt elev, så er det litt mer samarbeid men når det gjelder undervisning i hel..hele klassen så er du for deg selv ja

A: ja, mmm... .. det er utfordrende (smilende)

M: ja...men det er kjekt og (ler litt)

A: ja så bra (ler)

Her bekrefter Martin at det sjelden er andre enn ham selv som er involvert i selve undervisningen. Han forklarer også at når det foregår et samarbeid mellom lærerne er det gjerne på grunn av enkeltelever som har særskilte krav ut over vanlig undervisning (IOP), og utfordringer knyttet til enkeltelever. Martin gir følgende eksempel i loggen fra den dagen jeg observerte hans undervisning:

#### *Fra lærerens logg, 05.02.14*

Jeg foretrekker altså å spise egen lunsj på lærerrommet, med avisen og kaffien foran meg. I dag fikk jeg ikke sitte i fred siden en annen lærer kom bort for å rådføre seg med meg om hvordan vi skulle løse situasjoner som oppstår rundt en elev i en av klassene jeg underviser i.

Her ser vi et eksempel på en situasjon som innskrenker den delen av arbeidsdagen som ikke brukes til direkte produksjon. En av Martins kollegaer benytter matpausen til å formidle informasjon og til å løse en situasjon som har oppstått utenom selve undervisningen. Ifølge Hargreaves (1992) går dette utover de uformelle kollegatreffene og tid til fornyelse og utvikling av ferdigheter. Med tanke på samarbeid lærere imellom sier også Martin følgende:

*Intervju 2 – sekvens 30, 31 og 32*

M: så det:: er ikke så ofte vi får samarbeidet på sånne oppgaver

A: nei=

M: =men vi::, vi utveksler liksom hva::... hvis vi har hatt noe powerpointopplegg da... altså oppgaver på PowerPoint=

A: =ja=

M: =så utveksler vi dem liksom

A: ja, mmm... men er det, hva er det som på en måte:: begrenser dere skulle til å si eller::

M: det:: det er jo tiden, og det er det at vi, når jeg har fritime så har jo gje..ikke de andre fritime=

A: =ja=

M: =sånn at vi har ikke tid:: fritime samtidig, og så... er det jo da et::... ja vi har kanskje fagseksjonsmøte... en gang i halvåret

A: ja

M: da st..eh::, da:: snakker vi ikke om sånne enkelte undervisningsopplegg da

(...)

M: det er veldig lite på tvers av fag... det går mer på, det er sosiale ting, hvordan det er med elevene noen..om noen elever får karakterer eller ikke...sånne ting, veldig lite sånn der... matematikklærerne samles for å diskutere

(...)

M: Men det:: det er ikke satt av noe tid til det

A: nei

M: og derfor blir det for vanskelig å sette av tid til det for vår egen del da

Vi ser at Martin og hans kollegaer begrenses av andre forhold i skolehverdagen. Planleggingstiden de har til rådighet fra dag til dag er vanskelig å koordinere med hverandre da de har undervisning på hver sin kant. I tillegg brukes ofte denne tiden til å diskutere sosiale utfordringer i tilknytning til elevene, som vi så i eksemplet over og som Martin også presiserer her. Når de først kommer sammen i fagseksjonsmøter sier han at det går mer på økonomi, om de skal kjøpe inn noe materiell og å skaffe oversikt over hva de har fra før.

Ettersom Martin i undervisningen jobber mye på egen hånd, er det naturlig at spennet mellom *arbeidsdeling-medierende redskap* ikke blir særlig framtrædende. I tillegg ser vi at han sier at det ikke er satt av noe tid til et slikt samarbeid mellom lærerne, og at det dermed er vanskelig for dem å gjennomføre dette på egen hånd. Det kan se ut som at det er lite tilrettelagt for faglig samarbeid lærerne imellom, og få føringer på dette, dermed er det også naturlig at spennet mellom *regler og arbeidsdeling* er lite vektet. Den enkelte lærer er ansvarlig for sin

undervisning og de målene elevene skal nå gjennom denne. Her ser vi en annen side av lærernes autonomi, nemlig ensomheten. Fellesskapet som medierende redskap begrenses også av faktorer utenom selve undervisningen og lærerne går glipp av en viktig ressurs: hverandre.

### *Fellesskap i klasserommet*

Som vi har sett er Martin relativt alene i planlegging og gjennomføring av undervisning. Likevel er det noen faktorer i klasserommet han må forholde seg til som er verdt å nevne. Martin sier det best selv:

#### *Intervju 1 – sekvens 12*

M: Ja det er litt utenom det vanlige men sånn, asså du sk... idealistisk sett skal du være:: godt forberedt til hver time og du skal liksom ha gått igjennom alle::... du skal jo tenke til hvordan du skal tilrettelegge til hver enkelt elev og

A: Mmm

M: I klassene mine så har jeg jo noen som... asså spør dem hva 6 ganger 7 er så bruker de resten av timen på det, nesten og du har noen som kan... ligge i:: klarer seks'er nesten uten å eh::... jobbe noe særlig for det

A: Mmm

M: Så det, det er ekstremt.. varierende da

A: Mmm

M: Så det er litt sånn... Ja... det er, en utfordring hver dag

A: Mmm

M: Alle matematikktimer er egentlig omfattende sånn

A: Mmm

M: Men det er::.. hverdagen ikke alltid sånn at du får tid til det...

A: Nei

M: Planlegge sånn som du ønsker det

Martin kommer her inn på noen overordnede regler for undervisning slik skolen er organisert i Norge. Prinsippet om tilpasset opplæring er hjemlet i Opplæringslova (1998) og er en grunnpilar i den norske enhetsskolen (Imsen, 2005). Dette er regler Martin må forholde seg til i alle sine undervisningstimer og som setter krav til ham i sin yrkesutøvelse. Uansett hva Martins objekt i klasserommet er, vil dette være et krav som legger føringer for gjennomføringen av undervisningen. Igjen trekker Martin inn dette med hvordan han ønsker å planlegge/undervise kontra den tiden han har til rådighet, og vi ser et spenningsforhold som oppstår med utgangspunkt i fellesskapet i klasserommet og overordnede regler og føringer for undervisningen. Imsen (2005) betegner individuelt tilpassede undervisningsopplegg for store elevgrupper som kanskje en av de største utfordringene skolen står overfor i dag. Martin opplever også dette som utfordrende:

#### *Intervju 3 – sekvens 19/20*

M: liksom det er ikke:: trenger ikke legge lista høyere for en god del elever, selv om de går i tiende

A: ja, mmm skjønner

M: det er::, det er jo det som er litt bra med at vi har det sånn når vi er nødt i Norge til å ha alle elever i ett klasserom

A: ja

M: for det er en utfordring..det er utfordringa at, spriket er så stort da, i det samme klasserommet

Martin snakker om hvordan han setter opp noen enkle mål for at alle elevene skal ha nådd et mål knyttet til undervisningen den timen. Han sier det er bra han kan gjøre det på den måten «når vi er nødt i Norge til å ha alle elever i ett klasserom». Vi ser at Martin har et bevisst forhold til måloppnåelse og hva han skal kreve av elevene i sin undervisning. Dette er utfordrende når elevene innad i gruppa er i stand til å nå mål på så ulike nivå. Som Martin selv sier: «det hjelper ikke å ha en master i.., du vet du er like fortvilet likevel (smilende)».



## **5 Diskusjon**

Vi har sett at Jankvist (2009a) har delt argumentene for bruk av matematikkhistorie i matematikkundervisning i to kategorier: historie som et mål og historie som et redskap. Martin koblet ikke sine argumenter til Jankvists kategorier selv, men gjennom analysen ble det tydelig at mange av narrativene som gikk på dette kunne plasseres under enten historie som et redskap eller historie som et mål. Med elevenes læring og måloppnåelse for øyet brukte Martin matematikkhistorien som en inngang til løsning av ligninger med to ukjente. Historien fungerte som et kognitivt redskap, der noen av elevene opplevde å forstå og sette pris på vår moderne løsningsmetode og andre igjen opplevde at de foretrakk babylonernes løsningsmetode. Enkelte fikk en ny giv gjennom at Martin brukte historien som inngangsport, og viste fornyet engasjement for matematikken (Kari). Fokuset er på elevenes læring av matematikk, og historien tjener som redskap.

Samtidig ser vi at matematikkhistoriens utvikling også har vært i fokus, og dette har bidratt til å gi elevene et utvidet perspektiv på det emnet de har lært om. I egen utdanning har Martin opplevd dette som positivt, og det igjen medfører et ønske om at elevene skal få den samme positive erfaringen. Martin legger opp til at elevene skal få sammenligne vår metode for løsning av ligninger med to ukjente med babylonernes løsningsmetode. Dette bidrar til at noen av elevene konkluderer med at vår løsningsmetode er mye enklere og mer oversiktlig, mens andre opplever det som en lettelse at de kan få bruke babylonernes metode. Den historien Martin presenterer for elevene tjener til å illustrere hvordan utviklingen av matematikken har vært til hjelp for oss, og dermed er matematikkhistorien også et mål i seg selv. Martins argumenter for bruk av matematikkhistorie er i tråd med argumentene for bruk av matematikkhistorie i matematikkundervisningen slik forskning har vist gjennom blant annet ICMI-studien (Tzanakis, et al., 2002), og slik Jankvist (2009a) har oppsummert dem.

En presentasjon av de mulighetene Martin opplevde å få gjennom en slik tilnærming til matematikken ble gjort med bakgrunn i at disse må være tilstede for at problemstillingen i det hele tatt skal være relevant. I tillegg er det interessant å vurdere disse mulighetene opp mot de utfordringene som har kommet fram gjennom denne studien. Man kan spørre seg om mulighetene er tilstrekkelige til å overkomme utfordringene på området. Tar vi utgangspunkt i den observasjonen Fried (2001) har gjort – at matematikkhistorie i matematikkundervisningen i praksis har hatt lite gjennomslagskraft – kan det se ut som at dette ikke er tilfelle.

I sin artikkel fra 2007 tar Fried opp tråden fra 2001 og setter fingeren på noen spenningsforhold som oppstår når man kombinerer matematikkhistorie og matematikkundervisning. Først løfter han frem læreren og hvordan han/hun er nødt til å forholde seg til overordnede mål og læreplaner som legger føringer for matematikkundervisningen i skolen. Lærerne må vurdere hva som er relevant og hensiktsmessig å hente fram med utgangspunkt i den moderne matematikken som de underviser. Dette tvinger lærerne til å underordne historien den essensielle matematikken de er nødt til å undervise. Videre trekker han fram hvordan historikere er interessert i å «glemme» den moderne matematikken, og med utgangspunkt i den historiske konteksten ser på hvordan den historiske matematikken skiller seg ut fra vår egen tankegang. I motsetning til dette skal historien i en matematikers perspektiv «avkles» slik at man kan oppdage de indre matematiske ideene i sin renhet (Fried, 2007). I møtet mellom disse ulike perspektivene oppstår det en interessekonflikt. Matematikkhistorie i et skoleperspektiv, historikerperspektiv og matematikerperspektiv kan ses på som tre ulike aktivitetssystemer med ulike objekter og rammer for aktiviteten.

I utviklingen av det faglige opplegget møter Martin utfordringer med bakgrunn i alle disse tre perspektivene. Også Martins opplegg må underordnes de overordnede matematikkfaglige målene, og for eksempel kronologisk presentasjon må vike til fordel for relevans og måloppnåelse. I valg av det historiske materialet som skal underbygge den matematikken som undervises legger nåtiden føringer for behandlingen av fortiden, noe blant andre Butterfield (1931/1951) argumenterer sterkt imot. Han mener dette skaper et forvrengt bilde av historien ettersom man bare tar utgangspunkt i de historiske aspektene som har ledet fram til det som i dag vurderes som signifikant. I Siu (2007) sin liste over faktorer som kan hindre lærere i å benytte matematikkhistorie, peker også han på denne utfordringen. Lærerne er ikke historikere så hvordan kan de være sikre på at deres presentasjon av historien er korrekt, spør Siu seg. Burn (1998) setter fokus på nettopp dette. Han er sterkt kritisk til historie av typen morsomme anekdoter (som i mange tilfeller ikke er sanne), og vektlegger hvordan elevene er prisgitt læreren og hans presentasjon av historien. Da Martin forklarte et eksempel feil i sin undervisning, hadde elevene i utgangspunktet ingen forutsetninger for å være kritiske til det han sa. Samtidig var de avhengige av å få matematikken i det eksemplet på plass for å kunne gå videre, og dermed oppdaget både Martin og elevene ganske kjapt at noe ikke stemte. Med utgangspunkt i matematikken oppdaget de feilen. Eventuelle feil i den historiske framstillingen er imidlertid ikke lett å korrigere.

Denne mangelen på ekspertise hos lærerne trekker også Tzanakis, et al. (2002) frem og påpeker manglende opplæring i dette fra lærerutdanningens side. De mener tverrfaglig kunnskap er nødvendig i en slik undervisningstilnærming, kunnskap som går langt ut over det matematikklærere på det jevne er utstyrt med. Når Martin kommenterer ubalansen mellom matematikkhistorie på eksamen og den hjelp og støtte han finner tilgjengelig, er det nettopp dette han er inne på. Selv med en master i matematikkdiraktikk kommer hans kunnskap til kort. Dette kan også knyttes til et annet punkt som har vært kilde til kritikk mot bruk av historie i matematikkundervisning: mangel på ressurser (Tzanakis, et al., 2002). Martin vet til en viss grad hvor han skal lete, og han har mulighet til å kontakte tidligere lærere på lærerskolen. Han får hjelp og støtte herfra, men han må likevel gjennom en omstendelig prosess før han finner fram til noe som er hensiktsmessig å bruke i undervisningen. I denne sammenhengen er også tid en utfordring. Tid er en praktisk begrensning som bidrar til at matematikkhistorien blir underordnet de matematiske emnene som skal undervises (Fried, 2007). Martin brukte både ferie og fritid for å få gjennomført dette – noe som ikke er realistisk å forvente av en lærer i det lange løp. Når det imidlertid ikke er satt av tid til dette hverken fra læreplanens eller skoleledelsens side, faller ansvaret på læreren selv. De har allerede mange emner de må jobbe igjennom, og som elevene testes i. Å bruke planleggingstid langt utover det vanlige for å lage et slikt opplegg som dette er dermed også risikabelt, for læreren må selv argumentere for nytten av det når han ikke har læreplanen i ryggen.

Mange av mulighetene og utfordringene Martin opplever i relasjon til det å implementere matematikkhistorie i matematikkundervisningen opplever også Lisa, en lærer som har undervist matematikk i 18 år (i USA). I studien gjennomført av Clark og Phillips (2013) presenterer Lisa sitt perspektiv på det å bruke historie i matematikkundervisning. Hun har, i likhet med Martin, en oppfatning om at matematikkhistorien kan gi kognitiv gevinst ved at den gir nye innfallsvinkler og nytt innhold til matematiske konsept. Samtidig trekker også Lisa (ibid.) inn de mer affektive sidene ved matematikkhistorie, og håper at hennes elever kan relatere seg til de store tenkernes utfordringer og kamper opp igjennom tidene. Interessant er det også at både Martin og Lisa opplever matematikkhistorien som en god inngangsport til problemløsning. Begge uttrykker et ønske om at deres elever skal få mer erfaring innen problemløsning, og historie i matematikkundervisning ses på som en potensiell strategi for å utvikle elevenes evner i dette. To lærere, en med kortere og en med lengre erfaring innen

matematikkundervisning, ser altså mye potensiale i det å implementere matematikkhistoriske emner.

Samtidig opplever begge at det kan være utfordrende. Lisa innrømmer at selv etter å ha tatt et kurs i det å implementere matematikkhistorie går det tregt i praksis (Clark & Phillips, 2013). En fellesfaktor hos Lisa og Martin er at de understreker tilgjengelighet til ressurser som en utfordring. Vi har sett at Martin møter utfordringer når han skal finne relevante historiske kilder både i relasjon til egen forståelse av disse og med tanke på hvor han skal lete. Spørsmålet om tilgjengelighet berører altså flere sider av det å finne en historisk kilde som kan brukes i undervisningen.

Mange av utfordringene Martin opplevde å møte i utarbeidelsen og gjennomføringen av opplegget har sitt utspring i en interessekonflikt mellom ulike aktivitetssystem. Martins aktivitet foregår i konteksten av skolehverdagen, og hans aktivitetssystem er underordnet skolens aktivitetssystem. I sin doktorgradsavhandling viser Junge (2013) til flere undersøkelser som indikerer at organiseringen av skolens virksomhet legger føringer for lærernes yrkesutøvelse. For Martins del møter han utfordringer med tanke på fellesskapet han er en del av og disse fellesskapenes ulike objekt og mål og regler som gjelder ut over den enkelte undervisningsøkten. Thomaidis og Tzanakis (2007, s. 181) erfarer at alternative tilnærminger til undervisning begrenses av det de kaller konvensjonell undervisning. I den sammenhengen nevner de faktorer som lite homogene elevgrupper, behovet for å forberede elevene til eksterne eksamener, ansvar knyttet til vurdering av elevene og tidsbegrensning som kommer av forpliktelsen til å undervise det offisielle pensumet i alle fag i skoleperioden. Dette er faktorer som også gjør seg gjeldende i denne studien som årsaker til utfordringer Martin møter i prosessen med å utvikle opplegget. Han skal sette karakterer, han må være vikar, han har ansvar for arrangement på skolen, han må håndtere situasjoner som oppstår rundt elever både i og utenfor klasserommet, han må underordne opplegget de mål som skolen har utarbeidet for matematikkundervisning og han står ansvarlig overfor ledelsen og foreldrene. Forventninger fra de to sistnevnte gjør òg at Martin opplever utfordringer rundt det å ha en problemorientert undervisning og å tilnærme seg fagstoffet på nye måter. Dersom undervisningen gir tilsynelatende mindre konkrete resultater kan dette bli kilde til bekymring både hos foreldre og ledelse. Dette igjen begrenser Martins kreativitet i undervisningen. Et ekstremt fokus på testresultater fra internasjonale vurderinger som f.eks. PISA, bidrar til å sette umiddelbart synlige resultater i en sterkere posisjon (Sjøberg, 2014), og gjør det vanskeligere å velge alternative og varierte undervisningsformer. Utfordringene ligger altså

ikke kun i matematikkhistorien og implementeringen av denne, men også i rammene rundt den enkelte undervisningsøkten og forventninger og interesser i alle de ulike samfunnsgruppene som har et forhold til skolen.

Jeg oppfatter Martin som en lærer som er villig til å gjøre det lille ekstra for å lage og gjennomføre god undervisning. Han er engasjert og søker ny kunnskap for å utvikle seg selv som lærer. Likevel opplever han at han ikke får undervist slik han ønsker, og at drømmene fra lærerskolen blekner i møtet med en travel hverdag. Som han selv sier, er det mange faktorer involvert i denne hverdagen som han ikke hadde forestilt seg på forhånd. Forventninger fra foreldre, ledelse og andre aktører gjør at Martins arbeidsoppgaver strekker seg langt utover det å undervise. Ofte går disse ansvarsområdene ut over Martins planleggingstid. Ifølge Sjøberg (2014) har skolen gjennomgått store forandringer i løpet av kort tid, og i denne prosessen har rapportering og testing fått økende fokus og krever mer og mer tid. Dette går ut over tiden lærerne har til undervisning og læring. Vi har sett at Martins undervisning begrenses av mange ulike faktorer i møte med skolen som helhet og dens formål og hensikter. Han har evne og vilje til å utvikle et godt undervisningsopplegg basert på matematikkens historie, men bruker av fritiden og resurser han har utenom arbeidsplassen for å komme i havn. Dersom vi ønsker at lærere og elever skal få bedre nytte av matematikkhistorie i skolen, kan vi ikke legge opp til at de må bruke kunnskap og ressurser de ikke har. Å benytte seg av matematikkhistorie i undervisningen kan føre mye positivt med seg, og opplegg av denne typen kan ha nytteverdi over lengre tid ettersom de kan brukes igjen. Likevel gjennomfører Martin sjelden slike undervisningsøkter. Det å utøve selve «lærerhandlingen» ser ut til å være en mindre og mindre del av lærerhverdagen (Junge, 2013; Sjøberg, 2014). Arbeidsoppgaver utenfor klasserommet krever stadig mer av arbeidstiden, og en slik prosess som Martin har jobbet seg igjennom her passer ikke inn i ligningen.

### *Aktivitetsteori som hjelpemiddel*

Under kodingsprosessen erfarte jeg raskt at det var utilstrekkelig å bruke de enkelte punktene i aktivitetstrekanten som kategorier. Mange av narrativene forteller om situasjoner og erfaringer som foregår i *spennet* mellom de forskjellige punktene, og dermed ble det disse som dannet grunnlaget for kategoriene. Slik Roth og Lee (2007) påpeker er aktivitetstrekanten best sett som et nyttig hjelpemiddel, som ikke er foruten problemer. Når jeg i første omgang prøver å analysere dataene ut fra de enkelte faktorene i aktivitetstrekanten, er jeg i ferd med å gå i en felle som kan lede til feiltolkning av mine data. Ved å isolere for eksempel redskaper som en separat analytisk enhet går man glipp av de ulike relasjonene mellom subjekt, redskap

og objekt (Roth & Lee, 2007, s. 202). I de forskjellige stadiene i aktiviteten vil redskapene være mer eller mindre konkrete og mer eller mindre bevisste, derfor er det viktig å se på spennene i aktivitetstrekanten.

Jeg erfarte også at ikke alle narrativer er like lette å plassere. Dermed er det også klart at om en annen forsker skulle kodet datamaterialet ville ikke han/hun nødvendigvis i alle tilfeller valgt å plassere narrativene i samme kategori som jeg har gjort. Postholm (2010) sier at det er forskningsstedet som gir de ulike faktorene i aktivitetssystemet innhold. Definisjonen for hva hver enkelt kategori inneholder er dermed særegen for akkurat denne studien.

## **6 Konklusjon**

I denne studien har jeg fulgt Martin, en høyt utdannet og engasjert lærer, i prosessen med å utvikle et undervisningsopplegg basert på matematikkens historie. Utgangspunktet for studien var at jeg ville undersøke hvilke utfordringer som møter læreren i en slik sammenheng. Gjennom Martins egne beskrivelser i intervju og loggføring, og gjennom observasjon, har jeg fått et innblikk i Martins erfaringer i denne prosessen. Martin møter ulike utfordringer i planleggingen av opplegget. Noen av utfordringene oppstår i direkte sammenheng med utviklingen av det faglige opplegget; andre utfordringer kan i større grad sies å være en del av hverdagen som lærer. Han forteller imidlertid også om positive erfaringer og muligheter ved det å utarbeide og implementere et slikt opplegg.

*Utfordringer knyttet til utviklingen av det faglige opplegget* er i stor grad i tråd med det annen forskning på området har vist (Fried, 2007; Siu, 2007; Tzanakis, et al., 2002). Martin opplever en mangelfull tilgang på hjelp og ressurser, og han påpeker i den sammenhengen en ujevn balanse mellom matematikkhistoriens vekt på eksamen og støtte til lærerne på området. Selv med bakgrunn fra masterstudiet – der han selv hadde fag som tok for seg matematikkhistorie – synes Martin at det er krevende å finne relevante historiske kilder for sin undervisning. Martin har benyttet ferie og fritid for å komme i havn med opplegget, og mangel på tid er en stor utfordring som blir nevnt i mange sammenhenger.

*Utfordringer som oppstår fordi Martin er en del av en større helhet* har og vist seg å være vesentlige. Det stilles krav til skolen som organisasjon med tanke på resultater og måloppnåelse, og dette involverer lærerne. Lærerne har liten tid til å støtte opp om hverandre i dette, og samarbeid dem i mellom må i mange tilfeller ha fokus på enkeltelever og sosiale utfordringer i klasserommet. I møtet med lovverk, IOP-er, rapportering og testing begrenses Martins planleggingstid. Martin har ikke mulighet til å «bare være lærer», men han må også involvere seg i sosialarbeid og dokumentere resultater fra undervisningen.

*Muligheter* ved og argumenter for bruk av historie i matematikkundervisning i denne sammenhengen kan vi kjenne igjen i resultater fra blant annet ICMI-studien (Fauvel & van Maanen, 2002) og i Jankvists (2009a) kategorier basert på denne. Mulighetene ser imidlertid ut til å komme litt i skyggen av de utfordringene som oppstår i tilknytning til utarbeidelsen av et slikt opplegg. Disse er mange og av variert opprinnelse, og de møter læreren gjennom hele prosessen. Det kan se ut som at fordelene og mulighetene Martin og elevene får gjennom et

slikt opplegg ikke er nok til å gjøre opp for utfordringene knyttet til å forberede det; vinningen går opp i spinningen.

Fra slutten av 1990-tallet og ut over 2000-tallet har forskning på området argumentert for bruk av historie i matematikkundervisning og vist til positive sider ved dette (Fauvel & van Maanen, 2002; Fried, 2001; Jankvist, 2009a). Forskere går ut i felten med opplegg de ønsker å prøve ut, som lærerne tilpasser seg eller eventuelt blir opplært i. Dette ser vi eksempel på hos blant andre Jankvist (2011). I de fleste tilfeller står imidlertid lærerne alene i planlegging og gjennomføring av undervisning, slik vi også har sett gjennom denne studien. Martin er en engasjert, motivert og høyt utdannet lærer med mastergrad i matematikdidaktikk. I utdannelsen har han selv blitt undervist i matematikkhistorie, og han stiller sterkt i forhold til mange andre når han skal i gang med dette prosjektet. Likevel finner han det tidkrevende og utfordrende å implementere historie i matematikkundervisningen. Dermed er det grunn til å tro at andre lærere som ikke har mer enn grunnskolelærerutdanning også vil finne dette vanskelig og krevende i en travel hverdag (Flyvbjerg, 2011). Hvis utfordringene og begrensningene ved det å bruke tid og krefter på å lage et slikt opplegg overskygger de gode intensjonene og grunnene som forskning peker på, vil matematikkens historie vanskelig kunne integreres i den vanlige matematikkundervisningen.

Dersom matematikkens historie skal bli en reell del av matematikkundervisningen, så er det lærerne selv som må implementere den. For å få til dette må lærerne få tilgang til resurser og den hjelp og støtte de trenger for ikke å drukne i arbeid. Dette kan forskningen bidra med, men da må man ta utgangspunkt i lærerne og deres praksis. Lærerne er en del av et fellesskap som strekker seg langt utover klasserommets fire vegger, og med dette kommer regler og føringer som utgjør rammene for deres yrkespraksis. Dette må forskning, men også styresmakter ta høyde for dersom endringer og nye pedagogiske tilnærminger skal kunne gjennomføres i praksis. Dersom rammene lærerne er nødt til å forholde seg til ignoreres i forskning, vil lærerne i mange tilfeller oppleve det forskningen bidrar med som urealistisk og fjernt. Man får responser av typen «Det er vel og bra, men hvordan har du tenkt at jeg skal få tid til å gjennomføre dette?» (jf. Siu, 2007). Innføring av nye pedagogiske opplegg og strategier bør skje på lærernes premisser. Dette igjen legger føringer for den forskeren som ønsker å nå ut til dem han/hun forsker for.

Arcavi og Isoda (2007) argumenterer for bruk av historiske tekster for å hjelpe lærerne til å sette seg inn i andres perspektiv. Kanskje har forskere og styresmakter behov for en



tilsvarende øvelse? Undersøkelser de gjennomfører og avgjørelser de tar får konsekvenser for en stor yrkesgruppe. Da er det viktig at de vet hva lærere står ovenfor i sin daglige yrkesutøvelse. Dette er også dagsaktuelt med tanke på det fokuset dagens regjering har på å løfte lærernes kompetanse, for hva er vel vitsen med å øke kompetansen hvis de ikke har tid til å utøve denne i klasserommene på grunn av andre krav og arbeidsoppgaver i skolehverdagen? Gjennom hele denne studien har jeg fokusert på å få fram Martins stemme som lærer. Ingen vet bedre enn lærerne selv hva de står overfor av utfordringer i sin hverdag. Allerede på 1990-tallet poengterte Avital (1997) at dersom man ønsker å endre den nåværende situasjonen må det skje gjennom lærerne. Å lytte til lærernes stemmer er viktig både for politikere og forskere dersom de ønsker å se endring i praksis.

### **6.1 Implikasjoner for forskning**

«Det er nok mange lærere i grunnskolen som kunne tenke seg å inkludere matematikkhistorie. Hvis alle disse skal få muligheten til det uten å være nødt til å finne opp kruttet alle sammen, må det idéinnsamling og idéspredning til. Her ligger det en stor jobb.» (Smestad, 2002, s. 55). Det er nå 12 år siden Smestad skrev dette, men oppfordringen ser ut til å være aktuell fortsatt. Videre kan det være interessant å se på om en lærer med lengre fartstid i skoleverket opplever å møte de samme utfordringene som vi har sett her. Det er òg tydelig at lærerne har behov for tilgang på resurser. For å tilrettelegge for dette er det viktig å ta hensyn til hva lærerne opplever at de har behov for av støtte og redskaper dersom de skal føle det overkommelig å implementere matematikkhistorie i matematikkundervisningen. Til sist mener jeg også at et viktig og hensiktsmessig område for forskning er hvordan kunnskap oppnådd gjennom forskning i større grad kan nå ut til lærerne og komme dem til gode.

### **6.2 Pedagogiske implikasjoner**

Det kommer tydelig fram at læreren i denne studien er positiv til de mulighetene som ligger i det å implementere matematikkhistorie i matematikkundervisningen. Samtidig er det klart at å lage slike opplegg som dette ikke er en dagligdags syssel i skolehverdagen. Faktorer som berører lærerne i og utenfor undervisning gjør det til en tidkrevende prosess å forberede timer som ikke er basert på lærebøker. Det kan være krevende både med tanke på å hente inn og bearbeide stoff, men også i tilknytning til regler og forventninger til resultater. Likevel uttrykker læreren i denne studien et ønske om å praktisere en mer utforskende undervisning. Det står altså ikke på innsatsvilje, men heller tilrettelegging for denne typen undervisning både gjennom tilgang til resurser og strukturering av skolehverdagen.

## Litteratur

- Arcavi, A. & Isoda, M. (2007). Learning to listen: From historical sources to classroom practice. *Educational Studies in Mathematics*, 66(2), 111–129 .
- Atkins, L., Wallace, S. & Spenceley, L. (2012). *Qualitative research in education*. London: Sage.
- Avital, S. (1997). History of mathematics can help instruction and learning. I F. Swetz, J. Fauvel, B. Johansson, V. Katz, & O. Bekken (Red.), *Learn from the masters* (s. 3–12). Washington, DC: The Mathematical Association of America.
- Burn, B. (1998). Matematikkens historie – blindspor eller skattekiste? *Tangenten*, 9(2), 10–14
- Butterfield, H. (1931/1951). *The whig interpretation of history*. New York: Charles Scribner's Sons.
- Caspersen, J. og Raaen, F. D. (2014, 21. mars). Hvorfor er det så vanskelig å være nyutdannet lærer? *Aftenposten*. Lokalisert på <http://www.aftenposten.no/viten/>
- Clark, K. M. & Phillips, L. G. (2013). «I was amazed at how many refused to give up»: Describing one teacher's first experience with including history. I B. Ubuz, C. Haser & M. A. Mariotti (Red.), *Proceedings of the eighteenth congress of the european society for research in mathematics education* (s. 1980–1989). Ankara, Turkey: European Society for Research in Mathematics Education.
- Engeström, Y. (1987). *Learning by expanding: An activity-theoretical approach to developmental research*. Helsinki: Orienta-Konsultit Oy.
- Fasanelli, F., Arcavi, A., Bekken, O., Carvalho E Silva, J., Daniel, C., Furinghetti, F., . . . Zhang, D. (2002). The political context. I J. Fauvel & J. Maanen (Red.), *History in mathematics education* (vol. 6, s. 1–38): Springer Netherlands.
- Fauvel, J. & van Maanen, J. (1997). The role of the history of mathematics in the teaching and learning of mathematics: Discussion document for an icmi study (1997–2000). *Educational studies in mathematics*, 34(3), 255–259.
- Fauvel, J. & van Maanen, J. A. (2002). *History in mathematics education: An icmi study* (vol. 6). New York, Boston, Dordrecht, London, Moscow: Kluwer Academic Publishers.
- Flyvbjerg, B. (2011). Case study. I N. K. Denzin & Y. S. Lincoln (Red.), *The Sage handbook of qualitative research* (4. utg., s. 301–316). Thousand Oaks, CA: Sage.
- Fried, M. N. (2001). Can mathematics education and history of mathematics coexist? *Science & Education*, 10(4), 391–408.

- Fried, M. N. (2007). Didactics and history of mathematics: Knowledge and self-knowledge. *Educational Studies in Mathematics*, 66(2), 203–223.
- Gall, M. D., Gall, J. P. & Borg, W. R. (2007). *Educational research: An introduction*. Boston: Allyn and Bacon.
- Gilje, N. & Grimen, H. (1993). *Samfunnsvitenskapenes forutsetninger: Innføring i samfunnsvitenskapenes vitenskapsfilosofi*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Gjørund, P. & Huseby, R. (2007). *I fokus: Observasjonsarbeid i skolen*. [Oslo]: Damm.
- Hargreaves, A. (1992). Time and teachers' work: Teacher preparation time and intensification thesis. *The Teachers College Record*, 94(1), 87–108.
- Hattie, J. (2012). *Visible learning for teachers: Maximizing impact on learning*. London: Routledge.
- Hegerholm, H. (2003). Teori og praksis i lærerutdanning. Fredrikke (Nesna:online) (pp. book). Nesna: Høgskolen Nesna.
- Holme, A. (2011). Matematikkloftet: Arkimedes' død. *Tangenten*, 22(1), 37–39.
- Imsen, G. (2005). *Elevens verden: Innføring i pedagogisk psykologi*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Imsen, G. (2009). *Lærerenes verden: Innføring i generell didaktikk*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Jankvist, U. T. (2009a). A categorization of the “whys” and “hows” of using history in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 71(3), 235–261.
- Jankvist, U. T. (2009b). *Using history as a 'goal' in mathematics education*. Roskilde: Roskilde University.
- Jankvist, U. T. (2011). Anchoring students' metaperspective discussions of history in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 42(4), 346–385.
- Johannessen, A., Tufte, P. A. & Christoffersen, L. (2010). *Introduksjon til samfunnsvitenskapelig metode*. Oslo: Abstrakt.
- Junge, J. (2013). *Læreres kollegasamtaler – et rom for læring?: En studie av samtaler i en studiegruppe med fire ungdomsskolelærere*. Doktoravhandling, Universitetet i Stavanger, Stavanger.
- Katz, V. J. (1998). *A history of mathematics: An introduction*. Reading, Mass.: Addison-Wesley Longman.
- Kruuse, E. (2007). *Kvantitative forskningsmetoder: I psykologi og tilgrænsende fag*. [København]: Dansk psykologisk Forlag.
- Kvale, S. & Brinkmann, S. (2009). *Det kvalitative forskningsintervju* (T. M. Anderssen & J. f. Rygge, Overs.). Oslo: Gyldendal akademisk.

- Lahn-Johannesen, M. (2006). Indisk algebra. *Tangenten*, 17(1), 2–4 og 41.
- Leontjev, A. N. (1978) *Activity, consciousness and personality*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
- Leont'ev, A. N. (2002). *Virksomhed, bevidsthed, personlighed*. København: H. Reitzel.
- Mosvold, R. (2001). *Det genetiske prinsipp i matematikdidaktikk*. Hovedfagsoppgave, Høgskolen i Agder, Kristiansand.
- Mosvold, R. (2003). Genesis principles in mathematics education. I O. B. Bekken & R. Mosvold (Red.), *Study the masters!* (s. 85–96). Göteborg: Nationellt centrum för matematikutbildning.
- NESH (Red.). (2013). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi*. Oslo: Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsfag og humaniora.
- Onstad, T. (1994). *Fra Babel til Abel: Likningenes historie*. Oslo: NKS-forlaget.
- Lov om grunnskolen og den vidaregåande opplæringa (opplæringslova). LOV-1998-07-17-61. §1. C.F.R. (1998).
- Postholm, M. B. (2010). *Kvalitativ metode: En innføring med fokus på fenomenologi, etnografi og kasesstudier*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Ringdal, K. (2013). *Enhet og mangfold : Samfunnsvitenskapelig forskning og kvantitativ metode*. Bergen: Fagbokforlaget.
- Roth, W.-M. (2005). *Auto/biography and auto/ethnography: Praxis of research method*. Rotterdam: Sense publishers.
- Roth, W.-M. & Lee, Y.-J. (2007). “Vygotsky’s neglected legacy”: Cultural-historical activity theory. *Review of Educational Research*, 77(2), 186–232.
- Roth, W.-M. & Radford, L. (2011). *A cultural-historical perspective on mathematics teaching and learning* (vol. 2). Rotterdam/Boston/Taipei: Sense Publishers.
- Silverman, D. (2010). *Doing qualitative research: A practical handbook*. Los Angeles, CA: Sage.
- Silverman, D. (2011). *Interpreting qualitative data*. London/Thousand Oaks/New Delhi/Singapore: SAGE Publications Ltd.
- Siu, M.-K. (2007). No, I don’t use history of mathematics in my class. Why? I F. Furinghetti, S. Kaijser, & C. Tzanakis (Red.), *Proceedings HPM2004 & ESU4* (revidert utgave, s. 268–277). Uppsala: Uppsala Universitet.
- Sjøberg, S. (2014). Pisa-syndromet. *Nytt Norsk Tidsskrift*, 31(1), 30–43.

- Smestad, B. (2002). Matematikkhistorie i grunnskolens lærebøker: En kritisk vurdering. HIF-rapport (online). Alta: Høgskolen i Finnmark, Avdeling for nærings- og sosialfag.
- Thomaidis, Y. & Tzanakis, C. (2007). The notion of historical “parallelism” revisited: Historical evolution and students’ conception of the order relation on the number line. *Educational Studies in Mathematics*, 66(2), 165–183.
- Torkildsen, S. H. (2006). Kunnskapsløftet LK06, mål og måloppnåelse. *Tangenten*, 17(4), 76–80
- Tzanakis, C., Arcavi, A., Sa, C., Isoda, M., Lit, C.-K., Niss, M., . . . Siu, M.-K. (2002). Integrating history of mathematics in the classroom: An analytic survey. I J. Fauvel & J. van Maanen (Red.), *History in mathematics education* (vol. 6, s. 201–240): Springer Netherlands.
- Utdanningsdirektoratet. (2006). *Læreplanverket for Kunnskapsløftet*. [Oslo]: Kunnskapsdepartementet; Utdanningsdirektoratet.
- Utdanningsdirektoratet, (2011). *Generell del av læreplanen*. Hentet fra [www.udir.no](http://www.udir.no) [09.04.2014].
- Yin, R. K. (2014). *Case study research: Design and methods*. Los Angeles, CA: SAGE.

### Vedlegg 1 – transkripsjonsnøkkel

<b>Funksjon</b>	<b>Tegn</b>	<b>Beskrivelse</b>
Overlapp	[tekst] [tekst]	Blir brukt når to personer sier noe samtidig.
Overtakelse	tekst≈ ≈tekst	Indikerer når en person overtar og fortsetter å snakke uten at det er pause imellom.
Pause ( $\geq 1$ s)	...	Lang pause.
Kort pause ( $\leq 1$ s)	,	Pauser på under et sekund.
Konklusjon	.	Som punktum.
Spørsmål	?	Indikerer et spørsmål.
Forlengelse	: eller :: for lengre	Indikerer at ordet forlenges (drar på ordet).
Omformulering	tekst..tekst	Indikerer at personen som snakker avbryter seg selv med en ny formulering.
Forsterkning	<u>Tekst</u>	Indikerer at ord eller setninger blir forsterket
Ukjent tekst	(ukjent tekst)	Indikerer når det som blir sagt er helt ugjenkjennelig og blir ikke transkribert.
Tilleggsinformasjon	(tekst)	Presiserer gestikulering eller ansiktsuttrykk som anses som viktig for betydningen av en ytring. Kan også angi sammenheng.

A: = Amalie

M: = Martin

## *Vedlegg 2 – Intervjuguider*

### *Første intervju – før oppstart*

Hvilke forventninger/tanker har du rundt prosjektet?

Har du noen håp/ønsker for opplegget/erfaringen? (Eget utbytte?)

Tror du at du kommer til å møte noen utfordringer? (Hvilke?)

Kunne du gjennomført noe slikt på eget initiativ om du ikke hadde vært en del av dette prosjektet? (hvorfor/hvorfor ikke?)

*Andre intervju – i prosessen*

Hvordan har planleggingen vært til nå? Hvilke hjelpemidler har du benyttet deg av?

Hva har vært utfordrende/uventet/spennende?

Hva tror du kommer til å bli utfordrende videre i prosessen?

Føler du at opplegget har gått utover andre arbeidsoppgaver? I så fall hvordan?

Hvem/hva må du forholde deg til når du forbereder undervisning på denne måten?



### *Tredje intervju – etter fullført undervisningsøkt*

(Spørsmålene ble formulert etter observasjonene av timen, med utgangspunkt i feltnotater.)

Snakke om timen og resultatet av jobben som er blitt gjort.

- Var det verdt det?
- Måloppnåelse

Engasjement? (både elever og lærer)

- Var dette som en vanlig time?

Hva sitter du igjen med etter denne erfaringen?

Ville du gjort noe annerledes?

Hva var utfordrende i selve gjennomføringen?

### ***Vedlegg 3 – Martins logg***

(Dette er Martins notater fra prosessen i den form han gav dem til meg. Jeg har altså ikke endret hverken farger eller strukturen i teksten.)

Det er den 23.12.2013.

Har nettopp hjulpet familien med å vaske ferdig huset til jul, og har endelig tid til å sette meg ned og lese.

Jeg begynte med å lese disse artiklene:

[http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/HistTopics/Babylonian\\_mathematics.html](http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/HistTopics/Babylonian_mathematics.html)

[http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/HistTopics/Babylonian\\_numerals.html](http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/HistTopics/Babylonian_numerals.html)

[http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/HistTopics/Babylonian\\_Pythagoras.html](http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/HistTopics/Babylonian_Pythagoras.html)

<http://akira.ruc.dk/~jensh/Selected%20themes/Mesopotamian%20mathematics/>

Her kopierer jeg ting jeg syns kan brukes til opplegget.

Fra første artikkel:

$$ab = [(a + b)^2 - a^2 - b^2]/2$$

to make multiplication easier. Even better is their formula

$$ab = [(a + b)^2 - (a - b)^2]/4. \text{ Kan dette være noe å la elevene utforske?}$$

Division is a harder process. The Babylonians did not have an algorithm for long division. Instead they based their method on the fact that

$$a/b = a \times (1/b)$$

A problem on a tablet from Old Babylonian times states that the area of a rectangle is 1, 0 and its length exceeds its breadth by 7. The equation

$$x^2 + 7x = 1, 0$$

is, of course, not given by the scribe who finds the answer as follows. Compute half of 7, namely 3; 30, square it to get 12; 15. To this the scribe adds 1, 0 to get 1; 12, 15. Take its square root (from a table of squares) to get 8; 30. From this subtract 3; 30 to give the answer 5 for the breadth of the triangle. Notice that the scribe has effectively solved an equation of the type  $x^2 + bx = c$  by using  $x = \sqrt{[(b/2)^2 + c]} - (b/2)$ .

Ting å bruke fra 2 artikkel:

Often when told that the Babylonian number system was base 60 people's first reaction is: what a lot of special number symbols they must have had to learn. Now of course this comment is based on knowledge of our own decimal system which is a positional system with nine special symbols and a zero symbol to denote an empty place. However, rather than have to learn 10 symbols as we do to use our decimal numbers, the Babylonians only had to learn two symbols to produce their base 60 positional system.

1	𐎶	11	𐎶𐎵	21	𐎶𐎵𐎶	31	𐎶𐎵𐎶𐎵	41	𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶	51	𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵
2	𐎶𐎶	12	𐎶𐎵𐎶𐎶	22	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶	32	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶	42	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	52	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶
3	𐎶𐎶𐎶	13	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶	23	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶	33	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	43	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	53	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶
4	𐎶𐎶𐎶𐎶	14	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶	24	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	34	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	44	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	54	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶
5	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	15	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	25	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	35	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	45	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	55	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶
6	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	16	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	26	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	36	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	46	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	56	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶
7	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	17	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	27	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	37	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	47	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	57	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶
8	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	18	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	28	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	38	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	48	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	58	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶
9	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	19	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	29	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	39	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	49	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	59	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶
10	𐎶	20	𐎶𐎶	30	𐎶𐎶𐎶	40	𐎶𐎶𐎶𐎶	50	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶		

Her kan vi se kanskje se på hvordan tallene er oppbygd og se på sammenhenger til vårt eget titalssystem?

If one thinks about it this is perhaps illogical for we read from left to right so when we read the first digit we do not know its value until we have read the complete number to find out how many powers of 10 are associated with this first place. The Babylonian sexagesimal positional system places numbers with the same convention, so the right most position is for the units up to 59, the position one to the left is for  $60 \times n$  where  $1 \leq n \leq 59$ , etc. Now we adopt a notation where we separate the numerals by commas so, for example, 1,57,46,40 represents the sexagesimal number  $1 \times 60^3 + 57 \times 60^2 + 46 \times 60 + 40$  which, in decimal notation is 424000.

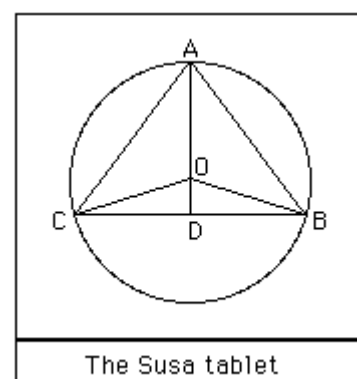
In the symbol for 2 the two characters representing the unit touch each other and become a single symbol. In the number 1,1 there is a space between them. (Bare en notasjonsforklaring).

Fra den tredje artikkelen (om Pythagoras)

For avansert matematikk er jeg sterkt redd for. Krever mye forståelse av kvadratrøtter. Men diagrammet av "The Susa tablet" ble faktisk gitt som eksamensoppgave. Må se nærmere på dette!

The Susa tablet sets out a problem about an isosceles triangle with sides 50, 50 and 60. The problem is to find the radius of the circle through the three vertices.

Here is a **Diagram of Susa tablet**



Here we have labelled the triangle  $A, B, C$  and the centre of the circle is  $O$ . The perpendicular  $AD$  is drawn from  $A$  to meet the side  $BC$ . Now the triangle  $ABD$  is a right angled triangle so, using [Pythagoras's](#) theorem  $AD^2 = AB^2 - BD^2$ , so  $AD = 40$ . Let the radius of the circle be  $x$ . Then  $AO = OB = x$  and  $OD = 40 - x$ . Using [Pythagoras's](#) theorem again on the triangle  $OBD$  we have

$$x^2 = OD^2 + DB^2.$$

So

$$x^2 = (40-x)^2 + 30^2$$

$$\text{giving } x^2 = 40^2 - 80x + x^2 + 30^2$$

and so  $80x = 2500$  or, in sexagesimal,  $x = 31;15$ .

Leste kort over noen av referansene til Jens. Det ble rett og slett for mye til at jeg orker å lese det.

Jeg hadde sendt mail til biblioteket om de kunne hjelpe meg å finne ei bok, og fikk svar same dag:

Boka du spør etter ligger gratis på nett for norske IP-adresser:

<http://ask.bibsys.no/ask/action/show?pid=101168659&kid=biblio>

Mvh

Sandnes bibliotek, FAKTA-avd., fjernlån

Boka var den jeg husket, og som fikk tankene mine inn på å se på babylonske steintavler.

Jeg starter med å lese forordet side 5:

Absolutt god som argumentasjon for hvorfor vi skal ha noe fra matematikkens historie i klassen.

Så leste jeg kapitlet om babylonsk ligningsløsning:

Kommer fort til avsnitt om pytagoreiske talltrippler som elevene hadde til tentamen. Det vil si at det er kjent stoff. Kanskje dette kan være noe?

Også summen av kvadrattall har elevene hatt til tentamen. Dette kan brukes for å vise hvorfor vi skal lære om dette!

De møter andregradsligninger! Fantastisk. De kan jeg ta med. Jeg har både oppgaver som er hentet fra tavlene, og fasit. Det jeg da må tenke på er hva som blir oppgaven til elevene.

Kopierer jeg oppgaven slik den står vil de ikke forstå hva som skal bli gjort. Og da kreves det at elevene er drillet i vår måte å løse ligninger på.

Kanskje kan dette være målet? Å la de se hvorfor vi løser det slik vi gjør i dag.

I morgen er det juleaften, så da blir det ikke gjort noe mer.  
Men før nyttår skal jeg gå gjennom tidligere eksamener for å se dobbeltsjekke hva slags oppgaver som er aktuelle.

**Det er 27 desember, og jeg ser igjennom gamle eksamensoppgaver for å finne noen er som er relatert til babel.**

Jeg går gjennom eksamener gitt på våren fra 2009 til 2012. (2013 er ennå ikke tilgjengelig for meg)

Fra 2009 er det Arkimedes som er i fokus, og da går det på å beregne arealet av figurer med hjelp av areal av sirkler og halvsirkler.

Fra 2010 er det Teano og det gyldne snitt og Fibonacci tallene.

Fra 2011 er det Thales og formlikhet. Dette har elevene nettopp hatt om, og det vil nok derfor virke mer de motiverende enn motiverende.

Fra 2012 er det pytagoreiske talltripler fra en steintavle fra Mesopotamia! I tillegg er overskriften for del 2 "Matematikken i Mesopotamia".

Første oppgave går på å gjøre om et antall minutter til timer og minutter.

Så er det å sammenligne roten av 2 med kalkulator og babylonernes fremgangsmåte.

I tillegg blir Diagrammet of Susa tablet gitt som egen oppgave. Kanskje vi skal la elevene løse den og så gi dem babylonerne sin løsning? I alle fall er dette og babylonernes lignings-sett som er mest interessant å gi elevene i oppgave.

Det var det. Tok faktisk bare 20 min å sjekke gjennom alle tidligere eksamener:)

### Sendt på mail 22.01.14:

Det er tirsdag igjen, og jeg har endelig fritimer slik at jeg får tid til å se på opplegget for matematikktimen.

Jeg starter med å finne fram artikkelen som omtalte «the diagram of Susa tablet», og slik den ble presentert på eksamen 2012. Jeg ønsker altså å sammenligne disse.

Etter å ha lest gjennom artikkelen for andre gang, og sett over oppgaven ser jeg at det ikke er noen forskjell. Altså at det er veldig vanskelig å bruke «matematikkens historie» for å løse oppgaven. Altså kan jeg gå gjennom oppgaven som om det var en helt vanlig oppgave.

Dessverre.

Da er jeg litt tilbake til bar bakke.

Så jeg starter med å se på dette problemet:

Finally consider the problem from the Tell Dhibayi tablet. It asks for the sides of a rectangle whose area is 0;45 and whose diagonal is 1;15. Now this to us is quite an easy exercise in solving equations. If the sides are  $x$ ,  $y$  we have  $xy = 0.75$  and  $x^2 + y^2 = (1.25)^2$ . We would substitute  $y = 0.75/x$  into the second equation to obtain a quadratic in  $x^2$  which is easily solved. This however is not the method of solution given by the Babylonians and really that is not surprising since it rests heavily on our algebraic understanding of equations. The way the Tell Dhibayi tablet solves the problem is, I would suggest, actually much more interesting than the modern method.

Here is the method from the Tell Dhibayi tablet. We preserve the modern notation  $x$  and  $y$  as each step for clarity but we do the calculations in sexagesimal notation (as of course does the tablet).

Compute  $2xy = 1;30$ .

Subtract from  $x^2 + y^2 = 1;33,45$  to get  $x^2 + y^2 - 2xy = 0;3,45$ .

Take the square root to obtain  $x - y = 0;15$ .

Divide by 2 to get  $(x - y)/2 = 0;7,30$ .

Divide  $x^2 + y^2 - 2xy = 0;3,45$  by 4 to get  $x^2/4 + y^2/4 - xy/2 = 0;0,56,15$ .

Add  $xy = 0;45$  to get  $x^2/4 + y^2/4 + xy/2 = 0;45,56,15$ .

Take the square root to obtain  $(x + y)/2 = 0;52,30$ .

Add  $(x + y)/2 = 0;52,30$  to  $(x - y)/2 = 0;7,30$  to get  $x = 1$ .

Subtract  $(x - y)/2 = 0;7,30$  from  $(x + y)/2 = 0;52,30$  to get  $y = 0;45$ .

Hence the rectangle has sides  $x = 1$  and  $y = 0;45$ .

Is this not a beautiful piece of mathematics! Remember that it is 3750 years old. We should be grateful to the Babylonians for recording this little masterpiece on tablets of clay for us to appreciate today.

Jeg fattet ikke bæret. Så, da vet jeg igjen ikke helt hva jeg skal gjøre.

Ser igjen gjennom «Fra Babel til Abel»

Kan jeg bare la elevene få teksten til oppgave 3?

Jeg lager da en presentasjon i powerpoint!

Tenker at jeg starter med å introdusere tallsystemet for de. (Kan gjerne koble det opp mot vårt timesystem).

Gir de så noen enkle oppgaver som å finne ut hvilket av «våre tall» f.eks. 11 er, 123 0;45 osv.

Så kan de prøve med våre tall formelen for å regne ut ab. Altså  $[(a+b)^2 - (a-b)^2]/4$

Men nå meg jeg stikke, for jeg skal ha gym.

**Sendt på mail 11.02.14:**

**Refleksjonsnotat** 05.02.2014 og 11.02.2014

Klokken er 1200 og jeg og Amalie har nettopp avsluttet samtalen etter 1 time.

I friminuttet måtte jeg bare gå videre til undervisning i 2 time og klargjøre den timen.

De første 10 minuttene av lunsjen var jeg med elevene, deretter var det vakt i 15 min før jeg fikk satt meg ned med egen lunsj. Jeg foretrekker altså å spise egen lunsj på lærerrommet, med avisen og kaffien foran meg. I dag fikk jeg ikke sitte i fred siden en annen lærer kom bort for å rådføre seg med meg om hvordan vi skulle løse situasjoner som oppstår rundt en elev i en av klassene jeg underviser i.

3 timen i dag har jeg fritime, og fikk derfor anledning til å snakke med Amalie. Nå er det 15 min igjen av den timen, og jeg skal forsøke å notere ned hva jeg sitter igjen med etter timen. Først av alt er jeg takknemlig for at elevene er såpass direkte og engasjerte som de faktisk er. Jeg er også takknemlig for at den som oppførte seg mest unormalt og nervøs var meg selv. Det gjorde nok kanskje at jeg gikk slik i lås når elevene f.eks. skulle gjøre 1,57 om til 117. Jeg ser at jeg burde, som assistenten påpekte, hatt med flere eksempler før jeg lot elevene regne selv. Det hadde nok gjorde de og meg selv tryggere. Det hadde kanskje tydeliggjort mer for elevene hva de skulle gjort, samt at det hadde vært en hjelp for meg selv til å sortere tankene mine.

Det frustrerer meg at den ene eleven gikk ut uten at jeg merket det, heldigvis var assistenten på alerten så hun gikk etter. Det var og fortvilet at to av elevene brukte mobilen til å viser hverandre bilder, måtte be de legge den bort og sette seg med resten av gruppa.

Nå har jeg et vagt bilde av hvor elevene er hen. De klarte å forstå at 03;30 var det samme som 3,5 på desimalform og klarte ved hjelp av det i stor grad å løse ligningen slik den var presentert. Veien videre blir nå å finne en oppgave hvor elevene skal løse ligninger med 2 ukjente, forklare fremgangsmåten en gang til (med vanlige tall) og la de se om løsningen stemmer. Jeg forsikre meg om at jeg har vært tydelig Deretter kan jeg gi de en ny oppgave som de må løse i gruppene selv. Mer tror jeg ikke vi rekker på de 30 minuttene vi har disponibelt fredag. Særlig siden det også er første time, så det fort i realiteten blir bare 20 min. En av oppgavene i boka er: Summen av to tall er 97. Differensen mellom de samme tallene er 11. Hvilke tall er det? Kan denne brukes?

Det var det jeg rakk nå i denne timen. Nå er det undervisning igjen.



**11.02.2014.**

Da har elevene fått prøvd å lage sine egne likninger og løst de. Det som jeg tenker var mest interessant er at mange faktisk synes «vår» algebraiske skrivemåte ble lettere å forstå etter at vi hadde gått så grundig gjennom hva vi gjorde, for som de sa «den var mer samlet». Mange var også lettet over at de kunne bruke babylonerne sin fremgangsmåte. Etterpå gav jeg de en moderne tolkning av oppgaven og lot de løse den. Mange fant fort da at sidene i rektangelet var 23 og 31 m. Jeg ba de om å skrive ned hvordan de skulle gå frem, slik at de har det tilgjengelig om de får lignende oppgaver.

Det som jeg sitter med som mest positivt er at opplegget lettet overgangen til vår algebraiske notasjon. Det som er mest negativt er at de ble gitt en algoritme, og ikke hadde forutsetninger for å klare å løse den selv. I fjor brukte vi et opplegg, vedlagt, for å lære de å gange to parenteser. Opplegget vi nå har gjort er en naturlig videreføring av dette (selv om babylonerne bare regnet med de positive) da oppgaven kan skrives  $x^2 - 7x - 60 = 0$ . Elevene kan altså få hjelp til å se at dette kan skrives som  $(x+5)(x-12)$ . Og det er jo en gevinst 😊

## Vedlegg 4 – PowerPoint fra undervisningsøkten

# Babylonsk matematikk

Et historisk dypdykk

## Læringsmål

	Svært god kompetanse	God kompetanse	Noe kompetanse
Løse et historisk gitt problem	Klarer å løse problemet og forklare egen løsning	Klare å løse problemet	Klarer å skrive tallene i problemet på moderne måte

Babylonsk leirtavle



1	┐	11	┐┐	21	┐┐┐	31	┐┐┐┐	41	┐┐┐┐┐	51	┐┐┐┐┐┐
2	┐┐	12	┐┐┐	22	┐┐┐┐	32	┐┐┐┐┐	42	┐┐┐┐┐┐	52	┐┐┐┐┐┐┐
3	┐┐┐	13	┐┐┐┐	23	┐┐┐┐┐	33	┐┐┐┐┐┐	43	┐┐┐┐┐┐┐	53	┐┐┐┐┐┐┐┐
4	┐┐┐┐	14	┐┐┐┐┐	24	┐┐┐┐┐┐	34	┐┐┐┐┐┐┐	44	┐┐┐┐┐┐┐┐	54	┐┐┐┐┐┐┐┐┐
5	┐┐┐┐┐	15	┐┐┐┐┐┐	25	┐┐┐┐┐┐┐	35	┐┐┐┐┐┐┐┐	45	┐┐┐┐┐┐┐┐┐	55	┐┐┐┐┐┐┐┐┐┐
6	┐┐┐┐┐┐	16	┐┐┐┐┐┐┐	26	┐┐┐┐┐┐┐┐	36	┐┐┐┐┐┐┐┐┐	46	┐┐┐┐┐┐┐┐┐┐	56	┐┐┐┐┐┐┐┐┐┐┐
7	┐┐┐┐┐┐┐	17	┐┐┐┐┐┐┐┐	27	┐┐┐┐┐┐┐┐┐	37	┐┐┐┐┐┐┐┐┐┐	47	┐┐┐┐┐┐┐┐┐┐┐	57	┐┐┐┐┐┐┐┐┐┐┐┐
8	┐┐┐┐┐┐┐┐	18	┐┐┐┐┐┐┐┐┐	28	┐┐┐┐┐┐┐┐┐┐	38	┐┐┐┐┐┐┐┐┐┐┐	48	┐┐┐┐┐┐┐┐┐┐┐┐	58	┐┐┐┐┐┐┐┐┐┐┐┐┐
9	┐┐┐┐┐┐┐┐┐	19	┐┐┐┐┐┐┐┐┐┐	29	┐┐┐┐┐┐┐┐┐┐┐	39	┐┐┐┐┐┐┐┐┐┐┐┐	49	┐┐┐┐┐┐┐┐┐┐┐┐┐	59	┐┐┐┐┐┐┐┐┐┐┐┐┐┐
10	┐	20	┐┐	30	┐┐┐	40	┐┐┐┐	50	┐┐┐┐┐		

Hva av dette bruker vi i dag?

- 60-tallssystemet
- 10-tallssystemet
- inndeling av sirkelen i 360°
- de første kalenderne, kunnskap om planeter og stjerner
- historiens første likninger, algebra, måling og geometri
- «Pytagoras-setningen»

Skriv av tabellen nedenfor og fyll inn det som mangler

Tid	Timer	Min	S
2,5 timer	2	30	0
4, 60 timer			
4565 s			
64, 55 min			
Fra kl. 09.50 til kl. 11. 37			

## Finn tallene

- Når vi bruker babylonsk notasjon skriver vi  $1;45,00$ . Dette er det samme som  $1,75$  når vi bruker desimaltall eller  $7/4$  om vi bruker brøk. Altså er viser ; det samme som når vi bruker komma
- Hvilke tall er da:
  - $0;30$  ?
  - $1,57$  ?
  - $1,57,46$  ?
  - $1,13;12$  ?

## Les gjennom denne teksten nøye (fra en babylonsk steintavle)

- Igibum er 7 større enn igum. Hva er igibum og igum?
- Du halverer 7, som var det igibum var større enn igum, og får  $03;30$ . Multipliser  $03;30$  med  $03;30$ , det er  $12;15$ . Legg til produktet  $01,00$  og få  $01,12;15$ . Hva er kvadratroten av  $01,12;15$ ? Det er  $08;30$ . Ta  $08;30$  og  $08;30$ , det er det samme, og subtraher så  $03;30$  fra det ene og adder  $03;30$  til det andre. Den ene er da 5 og det andre er da 12. Det er igum og igibum

## Kontroller

- Kall igibum  $x$  og igum  $y$ . Regn gjennom og kontroller den babylonske løsningen. Stemmer svarene? Forsøk å formulere hva som er gjort.
- Klarer du å løse ligningen på en annen måte?

## Løs ligningen

- Differansen mellom to tall er 6. Produktet av de samme tallene er 187.
- Vi starter med å halvere differansen:  $(\frac{6}{2} = 3)$
- Dette kvadrerer vi:  $3^2 = 9$
- Deretter legger vi til produktet:  $9 + 187 = 196$
- Så finner vi kvadratroten:  $\sqrt{196} = 14$ .
- Deretter legger vi til og trekker fra halve differansen:  $14 + 3 = 17$  og  $14 - 3 = 11$ .
- Sjekk at det stemmer!

## Løs ligningen

- Differansen mellom to tall er 2. Produktet av samme tallet er 35.
- Vi halverer først differansen. Det er 1 ( $1/2 = 1$ )
- Så kvadrer vi.  $1^2 = 1$ .
- Deretter legger vi til produktet.  $1 + 35 = 36$ .
- Dette kvadrer vi.  $\sqrt{36} = 6$ .
- Deretter legger og trekker vi fra den halve differansen:  
 $6 - 1 = 5$  og  $6 + 1 = 7$ . Stemmer løsningen?

## Lag deres egen ligning og løs den

- Dere skal nå lage deres egen ligning. Dere tar velger 2 tall, finner differansen mellom dem og produktet av tallene.
- Løs så ligningen etter babylonsk fremgangsmåte: Stemmer løsningen?
- Klarer dere å beskrive løsningen generelt? Slik at dere kan løse alle ligninger som ligner på dette?

## Algebraisk løsning av ligningen

- $x-y=7$
- $x*y=60$

---

- $x = \sqrt{\left(\frac{7}{2}\right)^2 + 60} + \left(\frac{7}{2}\right)$
- $Y = \sqrt{\left(\frac{7}{2}\right)^2 + 60} - \left(\frac{7}{2}\right)$
- Sjekk løsningen med deres egen.
- Klarer dere å formulere den til en generell fremgangsmåte?
- Hvilken måte synes dere var enklest?

## Finn sidene

- 
- Et rektangel har areal  $713\text{m}^2$ . Lengden er 8 lengre enn bredden.
  - Hva er lengden og hva er bredden til rektangelet?

## **Informasjonsskriv vedrørende mastergradsstudie, våren 2014**

Jeg vil her informere deg/dere som foreldre til barn i (navn på klasse/skole) om forskningsprosjektet vi ønsker å gjøre i klassen. Prosjektet er en mastergradsstudie på Masterstudiet i matematikdidaktikk ved Universitetet i Stavanger (UiS). Målet med prosjektet er å tilegne seg kunnskaper og erfaringer om læring og undervisning i matematikk. Arbeidet vil i hovedsak fokusere på læreren og lærerens praksis.

Det er derfor ønskelig at jeg får anledning til å observere klassen (1 skoletime) og samle inn data som feltnotater, lydopptak og video. Alle observasjoner og kommentarer fra lærer og elever vil bli behandlet konfidensielt og anonymisert slik at de ikke vil kunne spores tilbake til elevene. Gjennom hele prosessen (innsamling, bearbeidelse, analyse og presentasjon av data) vil jeg være bevisst på å anonymisere dataene. Det vil derfor ikke være mulig å vite hvem som har gjort eller sagt hva eller hvilken klasse og skole forskningen har foregått ved.

All medvirkning i dette prosjektet er basert på frivillighet, og dere står selvsagt helt fritt til å velge om deres barn skal være med eller avstå fra å delta i prosjektet.

Observasjonen vil foregå 03. februar. Prosjektet er meldt til Personvernombudet for forskning ved NSD. Alle involverte parter fra UiS er underlagt taushetsplikt, og data vil bli behandlet deretter. Alle opptak vil bli slettet/destruert når prosjektet er avsluttet. (Dato for prosjektets slutt er satt til 31. juli 2014.)

Det ferdige arbeidet vil bli presentert i en skriftlig rapport som senere kan videreutvikles til en publiserbar artikkel. Nærmere informasjon om prosjektet kan fås ved henvendelse til meg, Amalie Steinshamn, på telefon 482 84 620. Veileder for prosjektet er Reidar Mosvold ved UiS, som kan nås på telefon 986 23 866. Håper på positiv tilbakemelding fra deg/dere.

Mvh,

Amalie Steinshamn

Student på masterstudiet for matematikdidaktikk ved UiS.

Svarslipp:

Jeg tillater at studenten i masterprosjektet fra UiS observerer vårt barn.

Underskrift av foresatt(e): .....

Jeg godtar også at det blir samlet inn data som beskrevet ovenfor.

Ja

Nei

(sett ring rundt valg)



## Forespørsel om deltakelse i forskningsprosjektet

### *”En lærers erfaringer knyttet til det å utarbeide et undervisningsopplegg med utgangspunkt i matematikkens historie.”*

#### **Bakgrunn og formål**

Formålet med studien er å kartlegge utfordringer og erfaringer knyttet til prosessen å utvikle et undervisningsopplegg basert på matematikkens historie. Prosjektet er en mastergradsstudie ved UiS.

#### **Hva innebærer deltakelse i studien?**

Lærer vil måtte utvikle et undervisningsopplegg basert på en historisk kilde, og gjennomføre opplegget i den aktuelle klassen. Undervegs skal lærer skrive notater og logg fra prosessen. Lærer vil også bli intervjuet angående sine erfaringer. Det vil bli tatt notater, lyd og filmopptak.

#### **Hva skjer med informasjonen om deg?**

Alle personopplysninger vil bli behandlet konfidensielt. Kun studenten som gjennomfører studien vil ha tilgang på personopplysninger. Opplysningene lagres adskilt fra øvrige data.

Deltakerne vil ikke kunne identifiseres ved en eventuell publikasjon av masteroppgaven.

Prosjektet skal etter planen avsluttes 31.07.2014. Ved prosjektets slutt slettes alle lyd og filmopptak, og kun de anonymiserte transkripsjonene vil gjenvære.

#### **Frivillig deltakelse**

Det er frivillig å delta i studien, og du kan når som helst trekke ditt samtykke uten å oppgi noen grunn. Dersom du trekker deg, vil alle opplysninger om deg bli anonymisert.

Dersom du ønsker å delta eller har spørsmål til studien, ta kontakt med Amalie Steinshamn, tlf: 48284620. Veileder for prosjektet er Reidar Mosvold ved UiS, tlf: 51832342.

Studien er meldt til Personvernombudet for forskning, Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste AS.

## **Samtykke til deltakelse i studien**

Jeg har mottatt informasjon om studien, og er villig til å delta

-----  
(Signert av prosjektdeltaker, dato)