



Universitetet
i Stavanger

DET TEKNISK-NATURVITSKAPLEGE FAKULTET

MASTEROPPGAVE

Studieprogram/spesialisering: Konstruksjoner og materialer, Bygg	Vårsemester, 2014 Åpen
Forfatter: Kristoffer Ekornrud (signatur forfatter)
Fagansvarlig: Jasna B. Jakobsen Veileder(e): Jasna B. Jakobsen	
Tittel på masteroppgave: Sammenligning av måledata fra Lysefjordbrua med en eksisterende FE-modell Engelsk tittel: Measured data from the Lysefjord Bridge compared to an existing FE-model	
Studiepoeng: 30	
Emneord: Hengebru Vindanalyse Vindsimulering Dynamisk respons Elementanalyse	Sidetall: + vedlegg/anna: Stavanger, dato/år

Forord

Denne oppgaven markerer slutten på min 5 årig master i konstruksjoner og materialer med fordypning i bygg- og offshorekonstruksjoner ved Universitetet i Stavanger. Oppgaven omhandler analyse av vindmålinger foretatt ved Lysefjordbrua, samt sammenligninger med en FE-modell i Abaqus.

Jeg vil benytte anledningen til å takke min veileder Jasna B. Jakobsen ved Universitetet i Stavanger for god hjelp gjennom hele oppgaven. Jeg vil også yte en stor takk til doktorgradsstudent Etienne ved UiS. Jeg vil også takke Håvard Lunder og Kine Thoresen for innspill og hjelp underveis.

Til slutt vil jeg takke mine medstudenter, og da spesielt gutta på brakka for 5 spennende år, og ønske dem lykke til videre i studier og jobb.

Stavanger, 16. juni 2014

Kristoffer Ekornrud

Sammendrag

Denne oppgaven omhandler en analyse av vindrespons av Lysefjordbrua. Brua har et hovedspenn på 446 m som krysser Lysefjorden i Forsand kommune. Universitetet i Stavanger (UiS) har i samarbeid med blant annet Statens Vegvesen plassert ut måleinstrumenter. Disse fanger opp komplekse vindforhold langs spennet samt respons av brudekket, og er med på å gi grunnlag til å utvikle ekspertise innen overvåking av brukonstruksjoner. I forbindelse med ferjefri E39 vil måledata gi relevante erfaringer ved bygging av lignende brukonstruksjoner.

Basert på målinger har denne oppgaven hatt som hensikt å tilnærme en eksisterende FE-modell med den reelle brua. Gjennom grundige analyser av responsmålinger har det vist at bruas reelle stivhet ligger noe høyere enn den simulerte modellen. Tregghetsmoment er avgjørende for at modellen skal kunne simulere egenfrekvenser fra torsjon. Ved å greie ut om FE-modellens oppbygning er modellen blitt modifisert til å gi tilnærmede resultater. Tregghetsmomentet har vist seg å være i mindre grad knyttet til bidrag fra hovedkabler.

Behandling av måledata er en krevende prosess, som krever et godt teorigrunnlag for å kunne analysere målinger. Hensikten med denne oppgaven er å danne et grunnlag for videre arbeid. Det foretas en grundig gjennomgang av behandling av vinddata og akselerasjoner fra respons, og hvordan analyser kan foretas ved hjelp av Matlab.

Det greies også ut om beregningsmetode av vindindusert dynamisk respons ved kvasi-statisk teori, og tilslutt en forenklet dynamisk vindanalyse basert på simulerte vinddata. Analyser av bruas respons viser at vindindusert respons kan baseres på kvasi-statisk teori.

Innholdsfortegnelse

Sammendrag	i
Forord	i
Figurliste	ix
Tabelliste	xi
1 Innledning.....	1
1.1 Bakgrunn.....	1
1.2 Oppgaven.....	1
2 Lysefjordbrua.....	3
2.1 Hengebruer.....	3
2.2 Geometri.....	3
2.3 Brubjelke.....	4
2.4 Opplagring av brukassen	4
2.5 Hovedkabler.....	4
2.6 Hengestag.....	5
2.7 Tårn.....	5
2.8 Ankerpunkter.....	7
2.9 Dynamiske egenskaper.....	7
3 Måleutstyr	9
3.1 Oppbygning.....	9
3.2 Akselerometer	9
3.3 Anemometer.....	9
3.4 Værstasjon	10
3.5 Loggmodul	10
3.6 Oppsummering	11
4 Vindlaster	13
4.1 Generelt	13
4.1.1 Fluktuerende vindlast.....	13
4.1.2 Statisk vindlast.....	15
4.2 Turbulens.....	17
4.2.1 Turbulensintensitet	17
4.2.2 Ett punkts spektra	18
4.2.3 Integrale lengdeskalaer	19
4.2.4 Koherens.....	19
4.3 Aerodynamiske effekter	20

4.3.1	Galoppering	20
4.3.2	Virvelinduserte svingninger.....	21
4.3.3	Flutter	21
4.3.4	Buffeting respons	21
4.4	Modal buffeting krefter	22
4.5	Modal analyse.....	23
5	Analyse av måledata	25
5.1	MATLAB	25
5.2	Mathcad.....	25
5.3	Fouriertransform	25
5.4	Spekteranalyse.....	26
5.5	Welch's metode.....	27
5.6	Behandling av vinddata	28
5.7	Tidsdominert.....	28
5.7.1	Interessante tidsserier.....	28
5.7.2	Analysedata	31
5.8	Auto-regressive simuleringer	34
5.9	Korrelasjon.....	35
5.10	Behandling av akselerasjoner	37
5.11	Akselerasjonsspektre	39
5.11.1	05.50 5.desember	39
5.11.2	05.40 10.april.....	40
5.11.3	08.40 10.april.....	42
5.11.4	05.10 13.april.....	43
6	FE-modell.....	45
6.1	Abaqus programmet.....	45
6.2	Abaqus modellen.....	45
6.2.1	Definisjon av retning	45
6.2.2	Elementer	46
6.2.3	Geometri	49
6.2.4	Frihetsgrader	50
6.2.5	Stivhetsegneskaper	50
6.2.6	Andre Parametere	51
6.2.7	Dempning	51
6.2.8	Masse	51

6.3	Egenmoder og egenfrekvenser	53
6.4	Modifikasjon av modellen	55
7	Analyse i ABAQUS.....	59
7.1	Karakteristisk egenlast.....	59
7.2	Egenfrekvenser og svingeformer.....	59
7.3	Trafikklast	59
7.4	Vindlast	60
8	Resultater	61
8.1	Verifikasjon av svingemoder	61
8.1.1	Vertikale egenfrekvenser og moder.....	61
8.1.2	Torsjon egenfrekvens moder	64
8.2	Verifikasjon av svingemoder	65
8.3	Simulert vindanalyse	67
9	Konklusjon	69
	Referanser	71
	Vedlegg.....	73

Figurliste

Figur 2-1 - Hovedkomponenter på lysefjordbrua[5]	4
Figur 2-2 - Typisk tverrsnitt av brukassen	4
Figur 2-3 - Typiske opplagerbetingelser for en hengebru[5]	4
Figur 2-4 - Opplagerbetingelser for Lysefjordbrua.....	4
Figur 2-5 - Detalj av kobling mellom hengerkabler og hovedkabler	5
Figur 2-6 - Lysefjordbrua brutårn nord	6
Figur 3-1 - Plassering av måleinstrumenter	9
Figur 4-1 - Relativ momentan vindhastighet ved vinkel α [6].....	14
Figur 4-2 - Linearisering av statisk lastkoeffisient[6]	14
Figur 4-3 - Angrepskrefter, skisse av Ove Mikkelsen[7].....	16
Figur 4-4 - Eksempel fra Windtunnel	17
Figur 4-5 - Turbulens i forhold til høyde.....	18
Figur 4-6 - Normalisert spektre for langsgående vind (Von Karman-Harris) [8].....	19
Figur 4-7 - Normalisert ko-spektra	20
Figur 4-8 - Typisk respons med varierende middelvindhastighet[9]	21
Figur 5-1 - Amplitudespekteret[9].....	26
Figur 5-2 - 10 min middelvindhastighet H18 5. desember.....	29
Figur 5-3 - 10 min middelvind H18 22.desember.....	29
Figur 5-4 - 10 min middelvind H18 28. desember.....	30
Figur 5-5 - 10 min middelvind H18 17. januar.....	30
Figur 5-6 - Fluktuerende vind H18 05.50 5.des - Umiddel = 21,40 m/s	31
Figur 5-7 – Fluktuerende vind H18 05.40 10. apr.14 - Um = 1.44 m/s.....	32
Figur 5-8 – Fluktuerende vind H18 08.40 10.apr.14 - Umiddel = 3,73 m/s	32
Figur 5-9 - Fluktuerende vind H18 05.10 13.apr.14 – Um = 6.64 m/s	33
Figur 5-10 - Korrelasjon mellom målinger i forhold til horisontal avstand.....	36
Figur 5-11 – Korrelasjon mellom simulerte vinddata fra NatHaz i forhold til horisontal avstand	36
Figur 5-12 - Variasjon i middelvind langs bruspenet	37
Figur 5-13 - Plassering av akselerometre	38
Figur 6-1 – Definisjon av retninger på Lysefjordbrua.....	46
Figur 6-2 - FE-modellen i ABAQUS.....	46
Figur 6-3 - Oppbygging av noder, skisse J.Tveiten[2]	47
Figur 6-4 - Nummerering av brukasse, skisse av Jan Tveiten[2]	47
Figur 6-5 - Vertikal geometri for brukasse og kabler	50
Figur 6-6 - Fordeling av masse, skisse av J.Tveiten[2]	52
Figur 6-7 - Modellering av masser i brukasse	53
Figur 7-1 - Skjevstilling av brutårn, eksempel fra Hardangerbrua	59
Figur 7-2 - Påførte laster i FE-modell	60
Figur 8-1 - Vertikale asymmetriske svingemoder	62
Figur 8-2 - Vertikale symmetriske egenmoder.....	63
Figur 8-3 - Torsjonale symmetriske egenmoder	64
Figur 8-4 - Torsjonale asymmetriske egenmoder	65

Figur 8-5 - Sammenligning av målinger og HS1 fra Abaqus	66
Figur 8-6 - Figur 8 8 - Sammenligning av VS1 fra Abaqus og målinger	66
Figur 8-7 - Figur 8 8 - Sammenligning av målinger og TS1 fra Abaqus.....	67
Figur 8-8 - Maksimal vertikal forskyvning	68
Figur 8-9 - Maksimal horisontal forskyvning.....	68

Tabelliste

Tabell 3-1 - Oversikt måleinstrumenter	11
Tabell 4-1 - Formfaktorer for Lysefjordbrua[2]	17
Tabell 5-1 - Oppsummering vinddata 5 des 2013	29
Tabell 5-2 – Oppsummering H18 22. desember	29
Tabell 5-3 – oppsummering vinddata H18 28.desember.....	30
Tabell 5-4 - Oppsummering vinddata H18 17. januar	30
Tabell 5-5 - Vinddata for tidsserie H18 05.50 5.des.13.....	31
Tabell 5-6 - Vinddata for tidsserie H18 05.40 10.apr.14	32
Tabell 5-7 - Vinddata for tidsserie H18 08.40 10.apr.14	33
Tabell 5-8 - Vinddata for tidsserie H18 05.10 13.april.14	33
Tabell 5-9 - Forhold mellom vertikal og horisontal vind	35
Tabell 5-10 - Data fra simulert vind.....	35
Tabell 0-1 – Horisontale egenfrekvenser fra tidsserie 05.50 5.des. 13	39
Tabell 0-2 – Vertikale egenfrekvenser fra tidsserie 05.50 5.des. 13.....	40
Tabell 0-3 – Torsjonale egenfrekvenser fra tidsserie 05.50 5.des. 13	40
Tabell 0-4 – Horisontale egenfrekvenser fra tidsserie 05.40 10.april 14.....	41
Tabell 0-5 – Vertikale egenfrekvenser fra tidsserie 05.40 10.april 14	41
Tabell 0-6 – Torsjonale egenfrekvenser fra tidsserie 05.40 10.april 14.....	41
Tabell 0-7 – Horisontale egenfrekvenser fra tidsserie 08.40 10.april 14.....	42
Tabell 0-8 – Vertikale egenfrekvenser fra tidsserie 08.40 10.april 14	42
Tabell 0-9 – Torsjonale egenfrekvenser fra tidsserie 08.40 10.april 14.....	43
Tabell 0-10 - Ufiltrerte egenfrekvenser.....	43
Tabell 0-11 - Oppsummering egenfrekvenser tidsserie 05.10 13.april 14.....	43
Tabell 6-1 – Tverrsnittsdata for brukasse	51
Tabell 6-2 - Dempningsfaktor ved HS1.....	51
Tabell 6-3 - Fordeling av masse i brukasse, fra J.Tveiten[2].....	52
Tabell 6-4 - Sammenligning av tidligere modeller	54
Tabell 6-5 – Sammenligning av egenfrekvenser	57
Tabell 8-1 - Vertikale asymmetriske egenfrekvenser.....	62
Tabell 8-2 - Vertikale symmetriske egenfrekvenser.....	63
Tabell 8-3 - Torsjonale symmetriske egenfrekvenser	64
Tabell 8-4 - Torsjonale asymmetriske egenfrekvenser	65

1 Innledning

1.1 Bakgrunn

Denne oppgaven omhandler dynamisk respons fra vindkrefter av Lysefjordbrua som krysser Lysefjorden i Forsand kommune, mellom Oanes i nord og Forsand i sør. Universitetet i Stavanger (UiS) har i samarbeid med blant annet Statens Vegvesen plassert ut måleinstrumenter på Lysefjordbrua. Hensikten er å kunne bruke disse måledataene for å få et mer helhetlig bilde av brukonstruksjonens respons, og å observere komplekse vindforhold ved fjordinnløp. Det vil også være interessant å studere bruas respons og hvordan dette eventuelt påvirker problemer med brudd i kabeltrådene. Siden brua åpnet i 1997 har det hyppig blitt påvist tråbrudd i hovedkablene, noe som er mye omtalt i tidligere oppgaver.

Med måledata er det mulig å kalibrere numeriske modeller utsatt for vindindusert respons og sammenligne den med tidligere oppgaver fra R. Steigen[1] og J. Tveiten[2]. Instrumentene vil dessuten gi grunnlag til å utvikle ekspertise innen overvåking av brukonstruksjoner, og data fra instrumentene og erfaringer vil være relevant ved bygging av lignende brukonstruksjoner. Prosjektet vil spesielt være relevant for Stortingets mål om ferjefri E39 mellom Kristiansand og Trondheim, der det vil kreves flere lange fjordkryssinger, noe som økt kunnskap om hengebruer vil bidra til å løse.

1.2 Oppgaven

Registrering og analyse av data er en krevende prosess, og alle registrerte data er langt fra ferdig analysert. Formålet med oppgaven er å danne et grunnlag for senere oppgaver, som forhåpentligvis vil bidra til å lage oversiktlig bilde av modellen, og hvordan data blir registrert, behandlet og analysert.

Ved å analysere registrerte måledata skal oppgaven omhandle vindindusert respons av Lysefjordbrua, og studere hvordan målte verdier stemmer overens med en eksisterende FE-modell laget i ABAQUS. Oppgaven skal i størst mulig grad undersøke de dynamiske egenskapene til denne modellen, og modifisere den for å tilnærme svingemoder og egenfrekvenser.

Følgende punkter skal gjennomgås i oppgaven:

1. Analyse av et utvalg registrerte måledata.
2. Sammenligning og tilnærming av eksisterende FE-modell.
3. Analyse av vindindusert respons.

For å best mulig kunne løse oppgaven skal følgende temaer omtales:

1. Lysefjordbruas dynamiske egenskaper.
2. Generell teori om vindlaster.
3. FEM brumodellen egenfrekvenser og svingemoder.

2 Lysefjordbrua

2.1 Hengebruer

En hengebro består av en brubjelke som holdes oppe av kabler. Bjelken eller brukassen er den lastbærende delen, og laster overføres som strekk til hovedkabler via hengekabler. Kablene er trukket mellom to tårn og forankret på hver side av brua. Dette gjør at hovedkreftene fordeles ved strekk i kablene og trykk i tårnene.

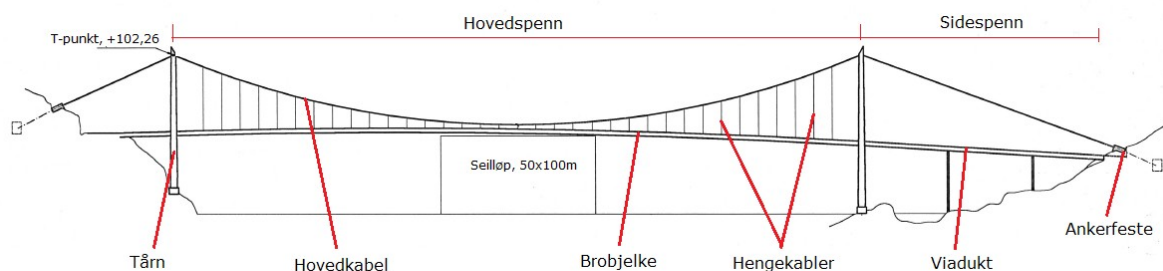
Midtspennet mellom de to tårnene regnes som lengden av en hengebru og blir kalt hovedspennet. Sidespennene er ofte konstruert som en vanlig opplagret betongbru med et eller flere spenn, disse kalles for viadukter. Lysefjordbrua har sidespenn på henholdsvis 34,5 m og 156,5 m og et hovedspenn på 446 meter og har med det per i dag Norges tolvte lengste hovedspenn[3].

Grunnet denne fordeling av strekk og trykk, og en lav egenvekt per lengde meter, er dette den dominerende måten å lage bruer med lange spenn. Den lengste hengebrua i verden er i dag er Akashi-Kaikyo-broen i Japan med et hovedspenn på 1991 meter og brutårn på 282,8 meter. Norges lengste hengebru er Hardangerbrua som åpnet i fjor sommer (2013). Den har et hovedspenn på 1310 meter og brutårn på 202,5 m. Utfordringer med hengebruer i Norge er at trafikkmengden medfører at hengebruer sjelden har mer en et felt i hver retning. Mens Akashi-Kaikyo-broen har tre kjørefelt i hver retning. Dette gir hengebrueene en stor slankhet, noe som i stor grad påvirker bruas aerodynamiske egenskaper. Utformingen av hengebruer har endret seg over tid, spesielt er det utført bedringer i de aerodynamiske egenskapene. I 1923 åpnet Tacoma Narrow Bridge. Denne brua var kun dimensjonert for statiske krefter, og kollapset som et resultat av torsjonssvingninger fra dynamisk respons. Hovedgrunnen var utformingen av brukassen som fanget opp vinden som et seil[4]. Kollapsen som førte til at det i større grad tas hensyn utforming av brukassen, og dens torsjonstivhet. Et eksempel på dette er bruken av lukkede brukasser med avstivende profiler.

2.2 Geometri

Lysefjordbrua er sammensatt av følgende komponenter:

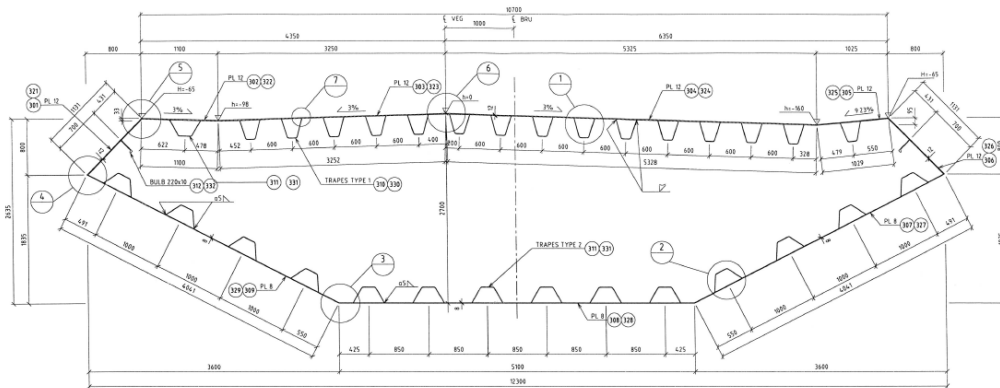
- Brubjelke bestående av en brukasse med dekke.
- Hengekabler som kobler brukassen til hovedkablene.
- Hovedkabler som støtter brukassen.
- Tårn som støtter hovedkablene.
- Ankerfester som støtter kablene vertikal og horisontalt ved forankringene.



Figur 2-1 - Hovedkomponenter på lysefjordbrua[5]

2.3 Brubjelke

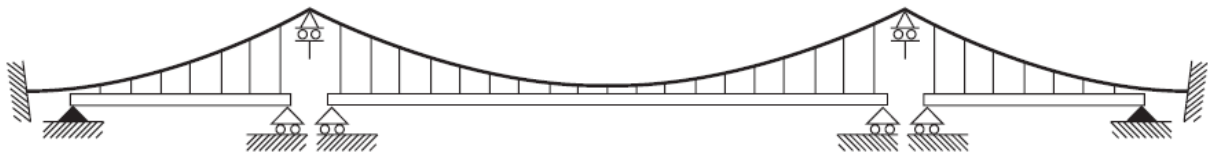
Brukassen har som hovedfunksjon å avstive kjørebanelen og å bære påkjente trafikklaster. På denne måten unngår man store deformasjoner fra konsentrerte laster som f.eks. store lastebiler. Arealet til brukassene er dominerende og er den delen som påkjennes i størst grad av eksterne laster, som trafikk, snø og vind. Brukassen på Lysefjordbrua har en lukket profil med avstivende u-profiler innvendig. I tillegg har den ekstra tverravstivere per 4 lengdemeter, dette gir en god torsjonsstivhet.



Figur 2-2 - Typisk tverrsnitt av brukassen

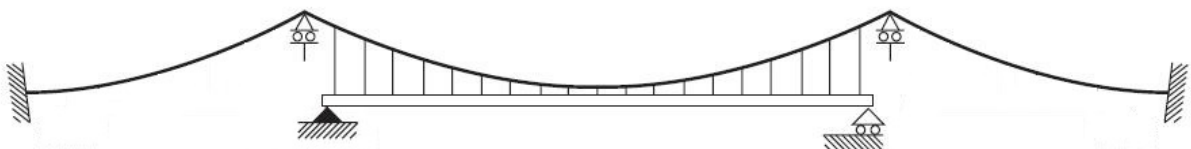
2.4 Opplagring av brukassen

Opplagringen i en hengebru er som oftest utført som fritt opplagt mellom hvert spenn, illustrert i Figur 2-3. På denne måten blir aksiale laster tatt opp i kablene. Dette er særlig gunstig for lange spenn som utsettes for termisk forskyvning.



Figur 2-3 - Typiske opplagerbetingelser for en hengebru[5]

Lysefjordbrua har sidespenn av betongbjelke opplagret på betongsøyler. Hovedspennet er fritt opplagt mellom brutårnene. Nordsiden er fastholdt mot forskyvning langs 3 akser. På sørsiden er brua fastholdt for sideveis forskyvning og har en pendel i x-aksen. I tillegg er brubjelken fastholdt for torsjon i begge ender. Opplagrene av hengebrua illustreres i Figur 2-4.



Figur 2-4 - Opplagerbetingelser for Lysefjordbrua

2.5 Hovedkabler

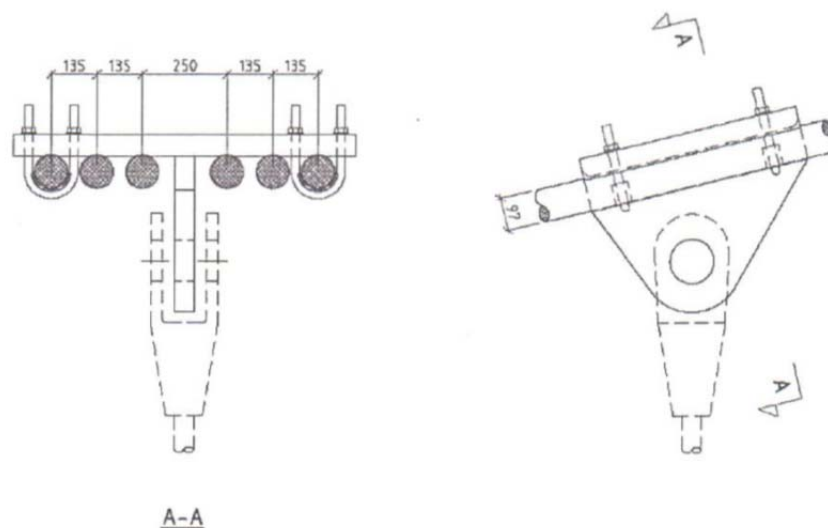
Hovedkablene er den viktigste komponenten for bæring av vertikale laster i en hengebru. De vertikale lastene blir som tidligere omtalt overført fra brukassen gjennom hengekablene

til kablene som strekk, og overføres som trykk i tårnene. Kablene er så forankret ved ankerpunkt i hver ende.

Kablene må kunne motstå deformasjoner fra varierende laster og temperasjonssvingninger, samt kunne motstå vibrasjoner fra dynamisk respons. Derfor har kablene et høyere karboninnhold enn vanlig konstruksjonsstål, opptil 2-4 ganger så mye. Dette gir følgelig en bedret styrke på opptil 2-4 ganger, men reduserer duktiliteten til en femtedel av konstruksjonsstål. Lysefjordbrua har totalt 12 hovedkabler, 6 stykker på hver av side av brukassen, illustrert i Figur 2-5.

2.6 Hengestag

Hengestag er koblingene mellom brukassen og kablene. Lengden på hengestagene varierer med den relative avstanden, som styres av bruparabelen. Avstanden mellom hvert hengestag er 12 meter, og 19 meter ved brutårnet. Koblingen avhenger av utformingen av hovedkablene. Koblingen er illustrert i Figur 2-5.

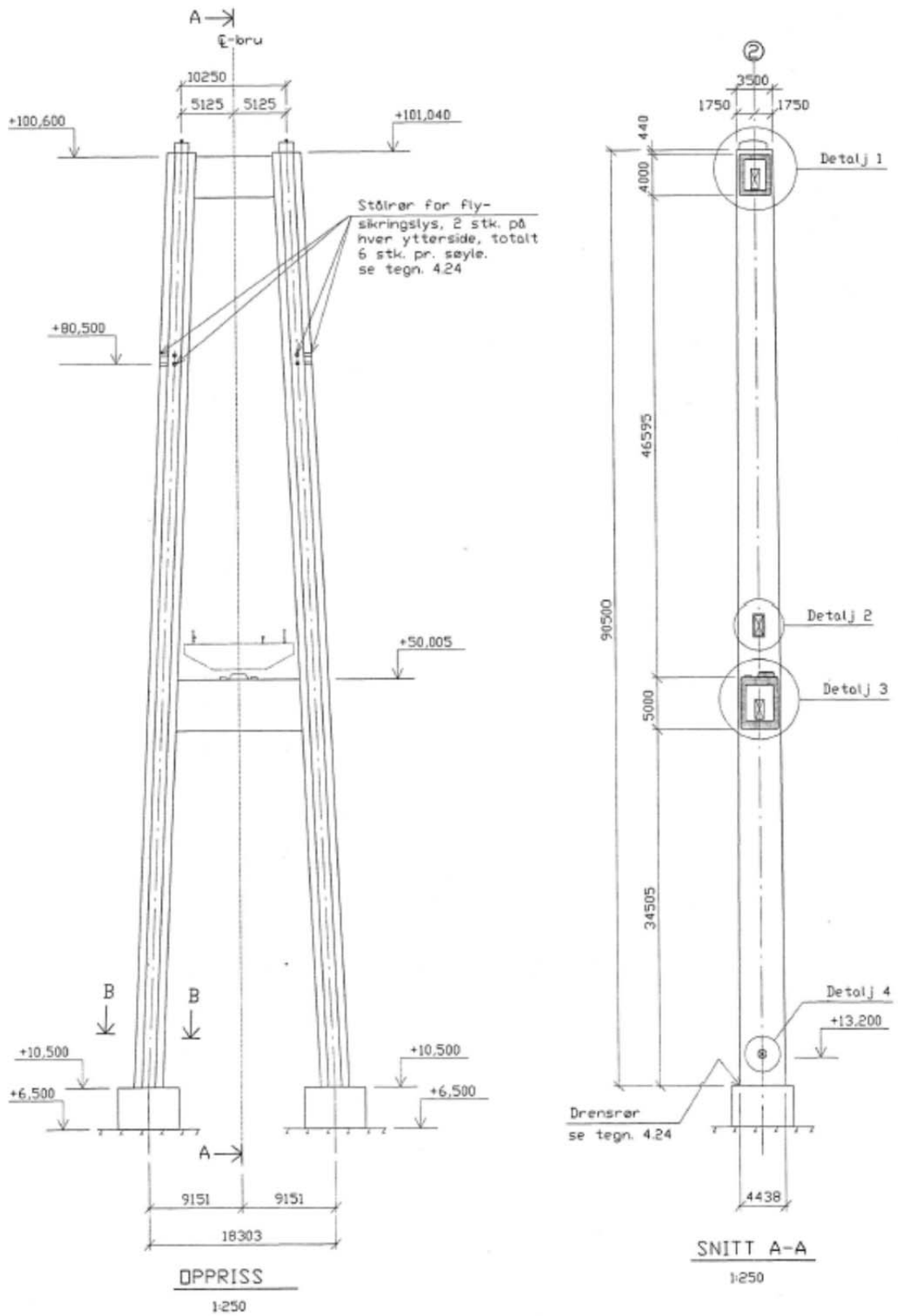


Figur 2-5 - Detalj av kobling mellom hengerkabler og hovedkabler

2.7 Tårn

De fleste hengebruer er bygd opp av to tårn. Hvert tårn består vanligvis av to søyler med to avstivede bjelker, en for å opplagre brukassen og en i toppen. Hovedkablene overfører en trykkraft på tårnene via en tårnsadel. Lysefjordbrua har tårn av betong noe som er vanlig for norske hengebruer grunnet betongens gode egenskaper i trykk.

Tårnene er da ofte direktefundamentert og stabilisert av tårnets egenvekt. Utformingen er slik at arealet varierer med høyden. Utformingen er illustrert i Figur 2-6. Tårnene i Lysefjordbrua er forankret til fjellet, som gjør tårnet fastholdt mot forskyvning og rotasjon.



Figur 2-6 - Lysefjordbrua brutårn nord

2.8 Ankerpunkter

Hovedkablene er forankret i en ankerkonstruksjon på hver side av brua. Ankeret består av et eller flere spredekammer før et forankringskammer. Kablene føres inn i et spredekammer fordeles ut over et større areal før det forankres direkte i berget. Ankerpunktene er ofte i form av en fjellhall som tillater tilsyn og vedlikehold av forankringen.

2.9 Dynamiske egenskaper

En hengebru er en kompleks ikke-lineær tredimensjonal konstruksjon. Som konsekvens av dette benyttes det en rekke forenklinger, særlig ved beregning av dynamisk respons. Den generelle ligningen for et dynamisk system er gitt av følgende likning.

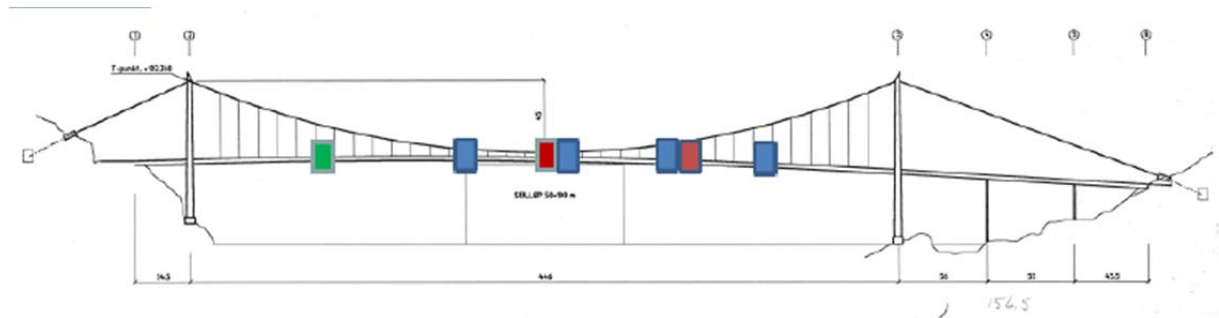
$$M \ddot{q}(t) + C \dot{q}(t) + K q(t) = F(t) \quad (2-1)$$

Der $q(t)$ henholdsvis er akselerasjon, hastighet og forskyvning, M er masse, C er dempning, K er stivheten og F er den påførte lasten. En hver konstruksjon kan beskrives ved hjelp av dette uttrykket. Hengebruer har en kompleks stivhet grunnet bidraget fra kablene, og beregnes derfor i stor ved en forenklet numeriskmodellering.

3 Måleutstyr

3.1 Oppbygning

Måleinstrumenter er plassert som illustrert i figuren under:



Figur 3-1 - Plassering av måleinstrumenter

- 4 stykk akselerometer ved to posisjoner
- 4 stykk anemometer ved fire posisjoner
- 1 stykk værstasjon ved en posisjon
- 3 loggemoduler med backup og livefeed via 3G

Totalt er det 5 posisjoner for måling av vind.

3.2 Akselerometer

Akselerometeret er koblet opp mot loggemodulen, og er av typen CUSP3.

Instrumentet logger med en hastighet på 200 Hz. Det vil si 200 målinger i sekundet noe som sikrer en høy nøyaktighet. Etter analyser av måledata er det imidlertid funnet ut at instrumentet har noen feilmålinger, som omtales som støy. Denne støyen kan være hopp i akselerasjonen på flere 100 ganger middelveiden for tidsserien. For å kunne analysere rene måledata må denne type målinger kunne filtreres bort. En kan imidlertid ikke være helt sikker på at registrerte målinger rundt middelveidene er helt rene for støy.

Det er totalt 4 akselerometre, hvor 2 stykker er plassert midt på hovedspennet ved henger 18 og 2 stykker er plassert cirka ved 1/3 av hovedspennet ved henger 24. Hvert apparat er plassert i hver sin side av brukassen, på henholdsvis østsiden og vestsiden, med en avstand på 7,15 meter. På denne måten kan vridningen av brukassen måles.

3.3 Anemometer

Anemometrene er av typen Windmaster Pro 3-Axis. Instrumentet måler vindhastighet i 3 dimensjoner, x-, y- og z-retning. Der x er langs spennet, y er vinkelrett på spennet og z er forskyvningen vertikalt. I tillegg til å måle hastighet måler det også vindretningen. I denne

oppgaven gjennomføres kun analyser med utgangspunkt i målinger med retningsverdi for y og z. Vindretning antas å virke vinkelrett på hovedspennet.

Instrumentet logger med en hastighet på 200 Hz, som for akselerometeret.

3.4 Værstasjon

Værstasjonen er av typen Vaisala WXT520. Den gir som anemometeret informasjon om vindhastighet og vindretning, i tillegg gir den informasjon om lufttrykk og temperatur. Instrumentet måler vindhastigheter i to retninger, x og y, og ikke i vertikal retning som anemometrene. I motsetning til anemometrene og akselerometrene logger værstasjonen med en hastighet på 100 Hz. For å best kunne sammenligne målingene av vind versus akselerasjon, er hastighetsloggingen den samme. Dette kompenseres med at dataene blir oppskalert til 200 Hz. Det vil si at halvparten av dataene er identiske. Værstasjonen er plassert ulikt i forhold til anemometeret, siden begge gir samme informasjon, på hengerkabel 10.

3.5 Loggemodul

Loggemodulen er av typen CUSP-3x3 og er direkte knyttet til akselerometeret. Loggemodulen er knyttet til en strømforsyning og en harddisk. Registrerte data lagres på harddisken, for så å bli lastet opp til UNIX-servere som finnes på UiS. Oppkoblingen mot UNIX går via mobilt nettverk. Oppsettet gir direkte kontakt og sanntidsavlesninger via en egen nettside.

I startfasen lagret denne alle data lokalt uten å overskrive. Dette førte til problemer med at nye data ikke ble lastet til UNIX. Harddisken måtte da tømmes manuelt og det ble et opphold i registrerte data. I januar ble modulen satt til å laste opp data til serveren. I april ble apparatet satt til kontinuerlig å laste opp data til UiS sin server. Måledata fra perioden før april inneholder derfor noen mangler og til tider usammenhengende data.

Mappestrukturen for dataene er delt inn i tre mapper, for de tre dataloggere (tre CUSP enheter). CUSP1 dekker to 3-D soniske anemometre, henholdsvis på henger 16 og 18, og et 2-D sonisk anemometer på henger 10. CUSP2 dekker 3-D sonisk anemometer på henger 24, og akselerasjoner henger 24 vest og 24 øst. CUSP3 akselerasjoner på henger 18, øst side og vest side og 3-D sonisk anemometer henger 20.

3.6 Oppsummering

Måleinstrumentene kan oppsummeres i tabellen under. Hvert måleinstrument er gitt et navn som oppsummerer dens informasjon, og vil heretter bli omtalt deretter.

Tabell 3-1 - Oversikt måleinstrumenter

Type	Plassering	Navn	Loggemodul
Akselerometer	Henger 24 Øst	H24E	CUSP2-UiS2
Akselerometer	Henger 24 Vest	H24W	CUSP2-UiS2
Akselerometer	Henger 18 Øst	H18E	CUSP3-UiS3
Akselerometer	Henger 18 Vest	H18W	CUSP3-UiS3
Anenometer 3D	Henger 16	H16	CUSP1-UiS1
Anenometer 3D	Henger 18	H18	CUSP1-UiS1
Værstasjon 2D	Henger 10	H10	CUSP1-UiS1
Anenometer 3D	Henger 24	H24	CUSP2-UiS2
Anenometer 3D	Henger 20	H20	CUSP3-UiS3

4 Vindlaster

4.1 Generelt

Vindlasten som virker på brua deles inn i en statisk og en dynamisk del. Den statiske vindkraften beregnes ut i fra middelvindhastigheten. Den dynamiske er avhengig av den fluktuerende delen av vinden. Som avhenger av aerodynamiske effekter fra hengebrua. Kreftene kommer fra buffeting vind, vortex induced turbulence og galoppering.

Den totale vindlasten kan beskrives på følgende måte:

$$q_{tot} = \bar{q} + q(t) \quad (4-1)$$

Der det tidsavhengige hastighetstrykket er den fluktuerende delen. De statiske komponentene av vindlasten med middelhastighetstrykket, for henholdsvis drag, løft og torsjon, beskrives med følgende uttrykk:

$$Q_D = qC_D H \quad (4-2)$$

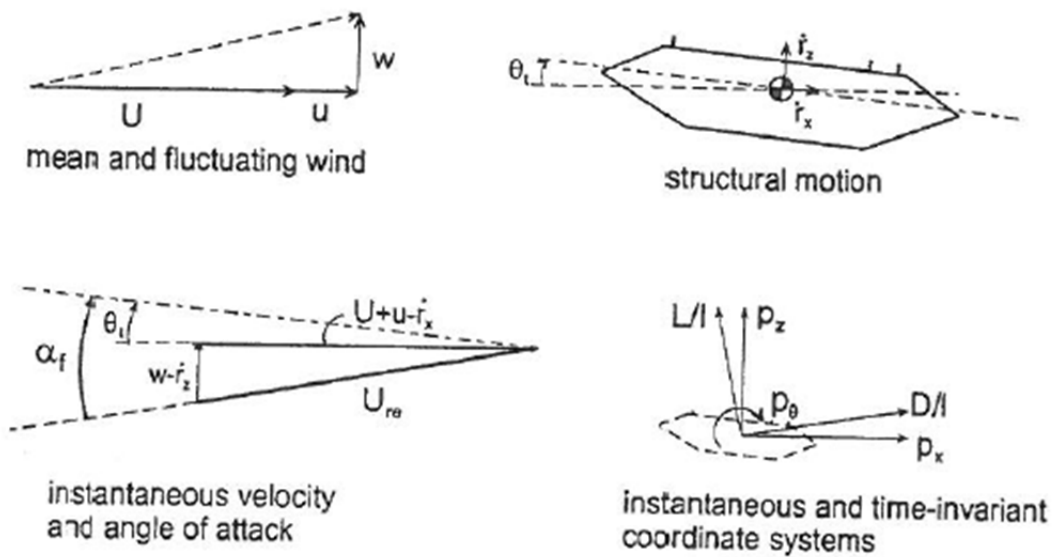
Der C_D er dimensjonsløse formfaktorer, også kalt lastkoeffisient, for henholdsvis Drag, løft og torsjon, ρ er lufttettheten, H er høyde og B er bredde av brukassen. U er middelvindhastighet.

Hastighetstrykket beskrives på følgende måte:

$$q = \frac{1}{2} \rho U^2 \quad (4-3)$$

4.1.1 Fluktuerende vindlast

Den fluktuerende delen er i tillegg til å være avhengig av tidsvarierende vindhastighet, også avhengig av den relative angrepvinkelen. Figur 4-1 illustrerer hvordan den fluktuerende vindhastigheten varierer med vinkelen angrepvinkel α .



Figur 4-1 - Relativ momentan vindhastighet ved vinkel α [6]

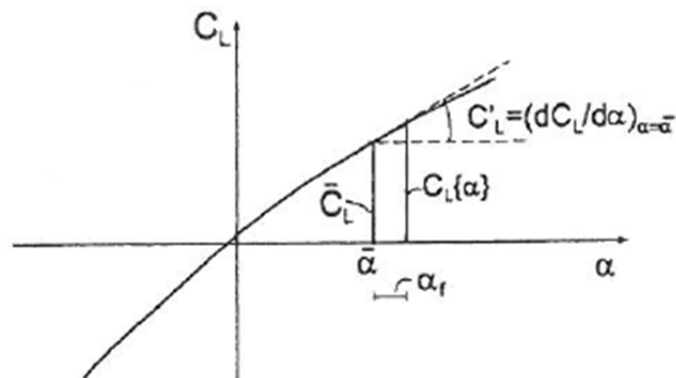
Fra figuren over er uttrykket for den relative vindhastigheten følgende:

$$U_{re} = \sqrt{(U + u - \dot{r}_x)^2 + (w - \dot{r}_z)^2} \approx \sqrt{U^2 + 2Uu - 2U\dot{r}_x} \quad (4-4)$$

Som virker ved den relative innfallsvinkelen α . Middelinfallsvinkel $\bar{\alpha}$ er lik brukassens middelinfallsvinkel $\bar{\theta}$. Den fluktuerende innfallsvinkelen er gitt av følgende uttrykk:

$$\alpha_f = \theta + \tan^{-1} \frac{(w - \dot{r}_z)}{U + u - \dot{r}_x} \approx \theta + \frac{w - \dot{r}_z}{U} \quad (4-5)$$

I begge uttrykkene er det foretatt noen forenklinger på høyre side. Dette er fordi middelvindhastigheten U er dominerende for relativt små vinkler, og mye større enn u og w . Fluctuating wind load and response[6] viser at dette en forenkling som er plausibel for småvinkler. I kvasi-steady teorien antar man at tidsvarierende laster kan beregnes fra tilsvarende forhold. Som vil si at de statiske lastkoeffisientene gjelder til enhver tid.



Figur 4-2 - Linearisering av statisk lastkoeffisient[6]

Lastkoeffisientene varierer også med varierende relativ angrepsvinkel. Vinkelen kan forenkles ved hjelp av linearisering av den aktuelle kurven vist på figuren over, $\bar{\alpha} = \alpha_f + \bar{\theta}$. Det er vanlig å foreta linearisering ved $\bar{\alpha} = \bar{\theta}$. Dermed inkluderes bidrag fra u , w , r_x og r_z . Følgende uttrykk for formfaktorene kan da benyttes.

$$C'_D = \frac{\partial C_D}{\partial \alpha} \quad C'_L = \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \quad C'_M = \frac{\partial C_M}{\partial \alpha} \quad (4-6)$$

Turbulens av den fluktuerende delen av vindlasten er da gitt for henholdsvis drag, lift og moment, som følgende uttrykk per lengde enhet:

$$\begin{bmatrix} q_D(t) \\ q_L(t) \\ q_M(t) \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \rho U^2 \begin{bmatrix} 2\bar{C}_D H & (C'_D H - \bar{C}_L B) \\ 2\bar{C}_L B & (C'_L B + \bar{C}_D H) \\ \bar{C}_M B^2 & C'_M B^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{u}{U} \\ \frac{w}{U} \\ \frac{\theta}{U} \end{bmatrix} \quad (4-7)$$

I tillegg til turbulens er det også en del knyttet bevegelsesavhengige krefter. Som er gitt av uttrykket:

$$\begin{bmatrix} q_D(t)' \\ q_L(t)' \\ q_M(t)' \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \rho U^2 \begin{bmatrix} -2\bar{C}_D H & (C'_D H - \bar{C}_L B) & C'_D H \\ -2\bar{C}_L B & (\bar{C}'_D H + C'_L B) & C'_L B \\ -2\bar{C}_M B^2 & C'_M B^2 & C'_M B^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{r_x}{U} \\ \frac{r_z}{U} \\ \theta \end{bmatrix} \quad (4-8)$$

Den totale fluktuerende vindlasten per lengdeenhet blir da følgende uttrykk:

$$q(t) = \begin{bmatrix} q_D(t) \\ q_L(t) \\ q_M(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} q_D(t)' \\ q_L(t)' \\ q_M(t)' \end{bmatrix} \quad (4-9)$$

4.1.2 Statisk vindlast

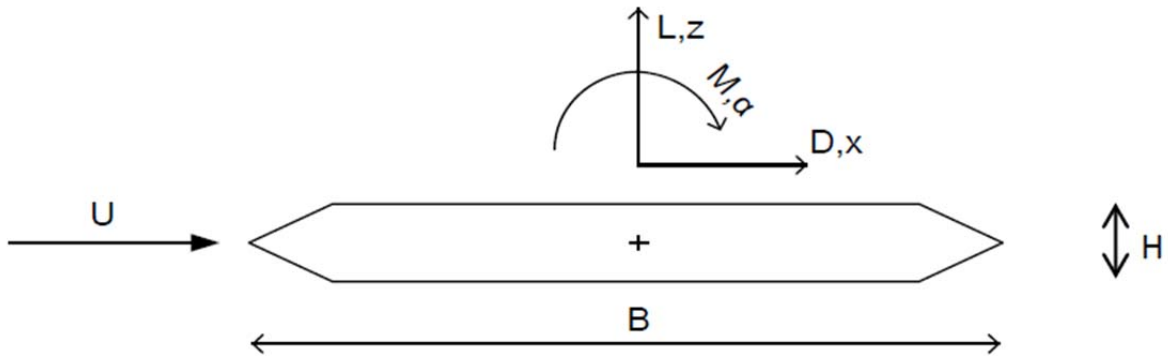
Den statiske delen av vindlasten har tre kraftkomponenter

Drag: $F_D = \frac{1}{2} \rho C_D U^2 A \quad (4-10)$

Løft: $F_L = \frac{1}{2} \rho C_L U^2 A \quad (4-11)$

Moment: $M = \frac{1}{2} \rho C_M U^2 A L \quad (4-12)$

Der U er middelvind, A er det eksponerte arealet, ρ er tettheten til luft og C er den dimensjonsløse formfaktoren for henholdsvis drag, løft og moment. Skrevet om kan de dimensjonsløse formfaktorene skrives på følgende måte:



Figur 4-3 - Angrepskrefter, skisse av Ove Mikkelsen[7]

C_D uttrykkes ved den statiske kraftkomponenten for langsgående vind, normalisert med hastighetstrykket og høyden H , som er det vindeksponerte arealet per meter ($H \times 1m$).

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho U^2 H} \quad (4-13)$$

C_L uttrykkes som for drag med kraftkomponenten for tversgående vind, normalisert med hastighetstrykket og arealet som vil løfte brukassen, B , per meter ($B \times 1m$).

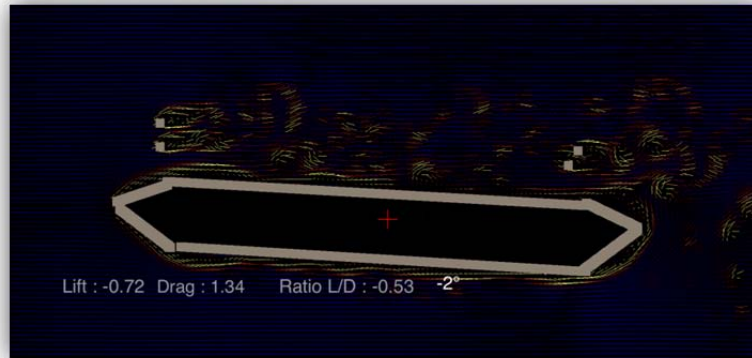
$$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2}\rho U^2 B} \quad (4-14)$$

Brukassens aerodynamiske egenskaper gjør at kraftkomponentene ikke nødvendigvis angriper i bruas skjærsenter. Det resulterer i at kraftkomponentene lager et moment.

C_M uttrykkes ved en momentkraft om skjærsenteret i brukassen, normalisert med hastighetstrykket og arealet som vil lage momentet per meter, B^2 ($B^2 \times 1m$).

$$C_M = \frac{M}{\frac{1}{2}\rho U^2 B^2} \quad (4-15)$$

Formfaktorene er avhengige av brukassens geometriske egenskaper. Tekniske detaljer som brukassens form, rekkverk og skovler, samt vindens innfallsvinkel spiller en viktig rolle. Faktorene er ofte bestemt med vindtunnelforsøk, og kan sammenlignes med tidligere forsøk på lignende tverrsnitt, enten ved å direkte lese av kraftmålinger eller ved integrering av overflatetrykket. I tillegg finnes det også enkle simuleringsprogrammer som kan brukes til å finne formfaktorer. Figuren under viser et eksempel fra iPad appen Windtunnel, som baserer seg på Nove-Stokes teorem.



Figur 4-4 - Eksempel fra Windtunnel

Formfaktorer vil endre seg med bruas rotasjon. For å forenkle arbeidet benyttes faktorer fra tidligere oppgaver[2].

Tabell 4-1 - Formfaktorer for Lysefjordbrua[2]

Koeffisient	Faktor
C_D	1.0
C'_D	0.0
C_L	0.1
C'_L	3.0
C_M	0.1
C'_M	1.12
C_{Cable}	1.5

4.2 Turbulens

Turbulens er den fluktuerende delen av vindhastigheten. Den kan beskrives av turbulensintensitet, integrale lengdeskalaer, ko-koherens og ettpunkts spektra.

4.2.1 Turbulensintensitet

Turbulensintensitet i langs vind-, tverr vind- og vertikal vindretning er definert som standardavviket σ delt på middelvindhastigheten U , med notasjon for henholdsvis langs-, tverr- og vertikalretning (u , v og w). Gitt et homogent terreng vil de statistiske egenskapene til turbulensintensiteten bare variere med høyden. De kan da uttrykkes på følgende måte:

$$I_u(z) = \frac{\sigma_u(z)}{U(z)} \quad I_w(z) = \frac{\sigma_w(z)}{U(z)} \quad I_v(z) = \frac{\sigma_v(z)}{U(z)} \quad (4-16)$$

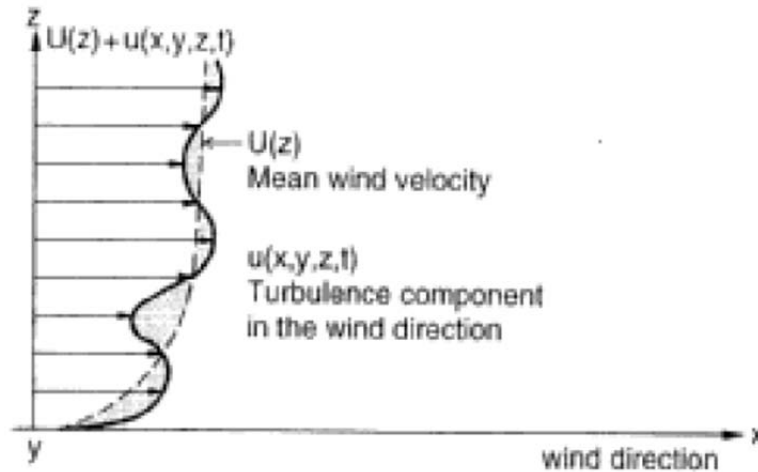
Storskalamålinger av turbulensintensiteten har vist at standardavviket for langsgående vindhastighet kan σ_u tilnærmes $2.5u_*$, der u_* er friksjonsvindhastigheten[8]. Turbulensen avtar ved økende høyde. For flatt terreng kan turbulensen forenkles til uttrykket:

$$I_u(z) = \frac{2.5u_*}{\left(\frac{u_*}{0.4}\right) \log\left(\frac{z}{z_0}\right)} = \frac{1}{\ln(z/z_0)} \quad (4-17)$$

Der z_0 er ruhetslengden.

For høyder opptil 100-200 meter over homogent terreng kan forholdet mellom standardavvikene forenkles: $\sigma_v \approx 0.75\sigma_u$ og $\sigma_w \approx 0.50\sigma_u$

Det er vanlig å anta at turbulenskomponentene har en tilnærmet normalfordeling. Slik at forholdet ved økende høyde kan beskrives av figuren under. Turbulens har også en tendens til å øke ved lav vindhastighet[7], som i stor grad skyldes påvirkning fra terrenget.



Figur 4-5 - Turbulens i forhold til høyde

4.2.2 Ett punkts spektra

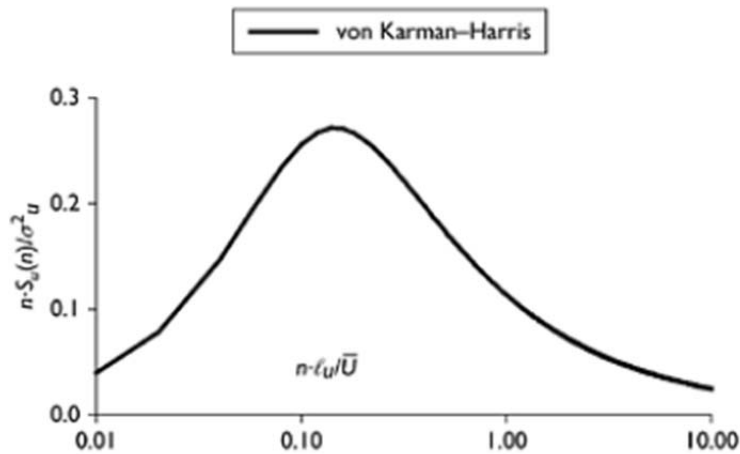
En sannsynlighetsfordeling basert på weibull illustrerer magnituden på vinden, men ikke hvordan vinden varierer med tid. For å illustrere turbulens over tid benyttes tidsserier med fluktuerende vind. Spektraltetthet av turbulenskomponentene viser fordelingen som et bilde av frekvens, og viser hvilke frekvensområder som er dominerende. Det defineres av variansen σ_u^2 i frekvensområdet fra n til $n+dn$, og er gitt som $S_u(n) \cdot dn$, der $S_u(n)$ er spektral densitet funksjon for $u(t)$. Integreres dette over alle frekvenser får man følgende uttrykk.

$$\sigma_u^2 = \int_0^{\infty} S_u(n) dn \quad (4-18)$$

Det finnes flere matematiske modeller som beskriver spektre av vind. Den mest brukte er den såkalte Von Karman ligning:

$$\frac{n \cdot S_u(n)}{\sigma_u^2} = \frac{4 \left(\frac{nl_u}{\bar{U}} \right)}{\left[1 + 70.8 \left(\frac{nl_u}{\bar{U}} \right)^2 \right]^{5/6}} \quad (4-19)$$

Der l_u er turbulens lengdeskala.



Figur 4-6 - Normalisert spektre for langsgående vind (Von Karman-Harris) [8]

Turbulens lengdeskala avhenger av både terrengkoeffisienter og høyden over terrenget. For von Karman-Harris spektre illustrert i figuren over, er den maksimale verdien eller maksimale bølgelengde gitt som $6.85/l_u$. I de tilfeller der terrengkoeffisienten er en ubetydelig variabel, som for glatte overflater eller høyt over terrenget, varierer lengdeskalaen kun med høyden over terrenget. Uttrykket over kan da skrives om på følgende form[8].

$$\frac{n \cdot S_u(n)}{\sigma_u^2} = \frac{2.15 \left(\frac{nz}{U} \right)}{\left[1 + 11.16 \left(\frac{nz}{U} \right)^{5/3} \right]} \quad (4-20)$$

4.2.3 Integrale lengdeskalaer

Korrelasjonsegenskaper for de langsgående hastighetskomponentene ved punkter med vertikal eller horisontal separasjon er viktige for å illustrere variasjon i den fluktuerende vinden på tårn, lange bygninger eller for eksempel et langt bruspenne.

Synkronisering av turbulens reduseres med økende avstand. Og kan beskrives som en eksponential avtagende funksjon:

$$\rho \approx \exp[-C|y_1 - y_2|] \quad (4-21)$$

Det såkalte integrale lengdeskala beskriver kompakt omfanget av turbulenskorrelasjonen:

$$L_u^y = \int_0^\infty \rho_u(s_y) d(s_y), \quad s_y \equiv \Delta y \quad (4-22)$$

4.2.4 Koherens

Frekvensdistribusjonen av den sporadiske turbulensen er interessant for fleksible konstruksjoner. Korrelasjonen av vindturbulens blir da uttrykt ved et såkalt kryss-spektre, som er en Fouriertransform av kryss-kovarians funksjonen.

$$S_x(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^\infty R_x(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (4-23)$$

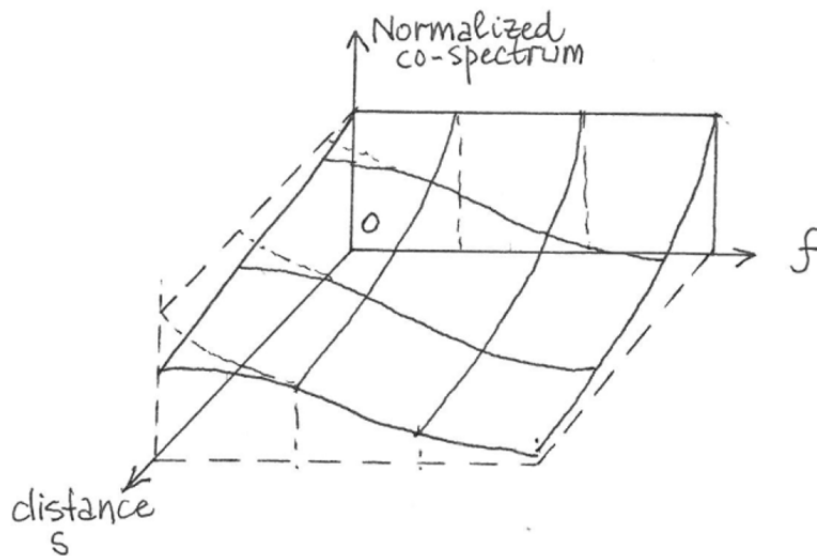
Som også kan uttrykkes som:

$$S_{xy} = X^*(\omega)Y(\omega) \quad (4-24)$$

Siden kryss-kovariansen ikke er symmetrisk ved $\tau = 0$, er denne en kompleks funksjon. Den normaliserte reelle delen av funksjonen er den som er av interesse for å finne turbulensfasen til en konstruksjon. Denne kalles kvadrat ko-koherens funksjonen og uttrykkes følgende:

$$R. C. Coh(\omega) = \frac{|S_{xy}(\omega)|}{\sqrt{S_x(\omega)}\sqrt{S_y(\omega)}} \cos \phi_\omega \quad (4-25)$$

Ko-spektra S_{ij} og S_{ji} på normalisert form for separasjon normalt på vindens hovedretning, horisontalt, y, eller vertikalt, z, kan beskrives slik som Figur 4-7.



Figur 4-7 - Normalisert ko-spektra

Ett punkts spektra forteller om fordelingen til vinden i et frekvensområde og kospektra forteller noe om hvor sannsynlig det er at turbulens ved to punkter med gitt avstand har innvirkning på hverandre.

4.3 Aerodynamiske effekter

4.3.1 Galoppering

Galoppering er et aerodynamisk fenomen som oppstår når angrepsvinkelen fra vinden endres. Noe som inntreffer når brukassen settes i bevegelse. Når brukassen beveger seg for eksempel i negativ vertikal retning vil luften lage en tilsvarende motreaksjon. En får en negativ vertikal hastighet i brukassen, så en positiv vertikal luftstrømhastighet. Dette gir da et tilskudd til den opprinnelige luftstrømmen. Den relative luftstrømmen vil danne en vinkel med det horisontale planet. Galoppering avhenger i stor grad av de aerodynamiske egenskapene som konstruksjonen har. Dersom brukassen er designet slik at vindhastigheten

forsetter å skyve den ned, og ikke trekke den tilbake til sin naturlige posisjon, vil konstruksjonen være ustabil og være utsatt for galoppering. Et eksempel på dette er kollapsen av Tacoma Narrow Bridge[4].

4.3.2 Virvelinduserte svingninger

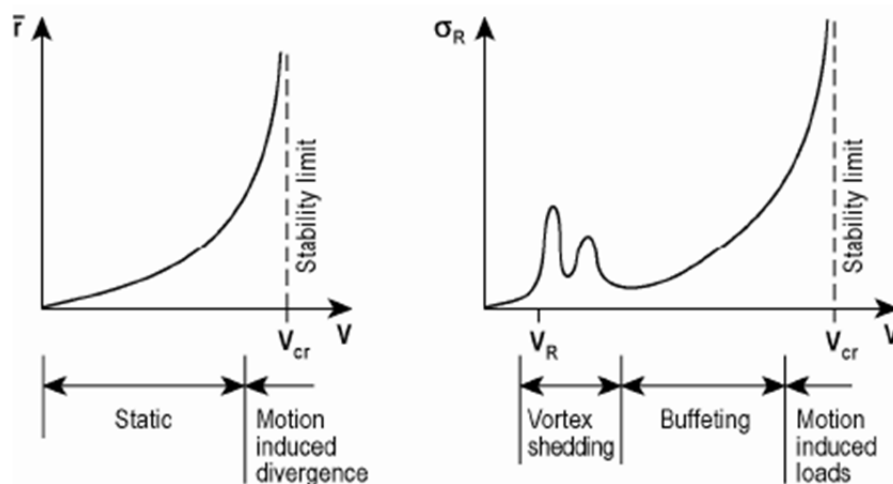
Virvelinduserte svingninger i konstruksjon er et resultat av en påført last med samme frekvens som egenfrekvensen til konstruksjonen. Denne resonansen gir en kraftig økning i forskyvning. Ved en dynamisk vindlast inntreffer virvelinduserte svingninger ved en kritisk vindhastighet. Responsen opptrer i et område med lavere vindhastigheter enn for buffeting vind og flutter, se Figur 4-8. Den kritiske vindhastigheten kan skrives med følgende uttrykk:

$$U_{cr} = \frac{f_s D}{S_t} \quad (4-26)$$

Der f_s er bruas egenfrekvens, D er høyden av brukassen og S_t er Strouhalsnummeret som avhenger av brukassens utforming. For å redusere effekten av svingningene benyttes det tiltak ved utforming av brukassen for å øke dens egenfrekvens, for eksempel ved å ta i bruk vindskovler[7]

4.3.3 Flutter

Flutter er et aerodynamisk fenomen som spesielt rammer fleksible og relativt flate konstruksjoner. Flutter er svingninger med en stigende amplitude som kan føre til konstruksjonssvikt. Den består enten av torsjonssvingninger eller en kombinasjon av torsjon og vertikale svingninger, og vil øke når vindhastigheten er over en kritisk verdi. Så lenge vindhastigheten holder seg under den kritiske verdien vil svingningene avta, og broen bli nøytralt stabil. Svingningene danner som ved galoppering negative aerodynamiske dempinger. Ved bare torsjon dannes det virvler som lager ugunstig trykkvariasjon. Flutter opptrer ved høye vindhastigheter, og konvergerer mot en kritisk vindhastighet, se Figur 4-8.



Figur 4-8 - Typisk respons med varierende middelvindhastighet[9]

4.3.4 Buffeting respons

Buffeting respons kan beskrives som kvasi-statisk, siden den oppfører seg som en respons tilnærmet lik en statisk respons. Fra teori beskrevet i JBJ[6] er buffeting responsspektre gitt av følgende uttrykk:

$$\begin{bmatrix} S_{p_x}\{f\} \\ S_{p_z}\{f\} \\ S_{p_\theta}\{f\} \end{bmatrix} \approx \left(\frac{1}{2}\rho U\right)^2 \begin{bmatrix} (2\bar{C}_D H)^2 |A_{xu}\{f\}|^2 & 0 \\ 0 & (\bar{C}'_D H + C'_L B)^2 |A_{zw}\{f\}|^2 \\ 0 & (C'_M B^2)^2 |A_{\theta w}\{f\}|^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_u\{f\} \\ S_w\{f\} \end{bmatrix} \quad (4-27)$$

Her introduseres såkalte tverrsnitts «admittance» funksjoner A_{xu} . Funksjonene er et sammendrag av flere faktorer som alle styres av finitte størrelse av tverrsnittet.

4.4 Modal buffeting krefter

En lineær beregningsmodell for konstruksjonens respons kan effektivt kalkuleres som en sum av forskyvningsbidrag fra forskjellige moder, det vil si forskyvningsmønstret avhengig av massen, stivheten og demping.

$$\begin{bmatrix} r_x\{y, t\} \\ r_z\{y, t\} \\ \theta\{y, t\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_x\{y\} & 0 & 0 \\ 0 & \varphi_z\{y\} & 0 \\ 0 & 0 & \varphi_\theta\{y\} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_x\{t\} \\ r_z\{t\} \\ \theta\{t\} \end{bmatrix} \quad (4-28)$$

Hvor ϕ er modeformene og r er de modale forskyvningene. De korresponderende modalkreftene beregnes ved integrasjon over den eksponerte lengden. De modale vindkreftene fordeles da med modeformen.

Et uttrykk for spekter av en modalkraft må inneholde korreksjon for inhomogenitet av turbulens langs spennet av brukassen. Fluktuerende vind virker ikke uniformt langs bruas spenn. Den varierer systematisk ved at korrelasjonen øker ved økende avstand mellom punktene og minker med minkende avstand. Den varierer også av frekvensen til turbulensen. Denne funksjonen kalles kvadratrot ko-korrelasjon, i JBJ[6] beskrives relasjonen på følgende måte:

$$\sqrt{\text{coh}_u\{\Delta y, f\}} \cos\phi = \frac{\Re\{S_{u_1 u_2}\{\Delta y, f\}\}}{\sqrt{S_{u_1}\{f\} S_{u_2}\{f\}}} = \frac{\Re\{S_{u_1 u_2}\{\Delta y, f\}\}}{S_u\{f\}} \quad (4-29)$$

Faktoren $\cos\phi$ tar hensyn til den samtidige spennvise effekten av fluktuerende vind, mens R tar hensyn til kryss spektraltettheten. For å kunne estimere PSD av den modale lasten kombineres ko-korrelasjonen med mode form for å lage en admittance funksjon. For to uavhengige punkter, y_1 og y_2 , kan funksjonen ved horisontal along vind turbulens eksempelvis skrives:

$$F_{xu}\{f\} = \int_0^{l_e} \int_0^{l_e} \sqrt{\text{coh}_u\{\Delta y, f\}} \cos\phi \varphi_x\{y_1\} \varphi_x\{y_2\} dy_1 dy_2 \quad (4-30)$$

Den resulterende spekter for modalkrefter med et konstant tverrsnitt langs spennet skrives da på følgende måte:

$$\begin{bmatrix} S_{p_x}\{f\} \\ S_{p_z}\{f\} \\ S_{p_\theta}\{f\} \end{bmatrix} \approx \left(\frac{1}{2}\rho U\right)^2 \begin{bmatrix} (2\bar{C}_D H)^2 |A_{xu}\{f\}|^2 F_{xu}\{f\} & 0 \\ 0 & (\bar{C}'_D H + C'_L B)^2 |A_{zw}\{f\}|^2 F_{zw}\{f\} \\ 0 & (C'_M B^2)^2 |A_{\theta w}\{f\}|^2 F_{\theta w}\{f\} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_u\{f\} \\ S_w\{f\} \end{bmatrix} \quad (4-31)$$

Teorien er hentet fra JBJ[6] og viser teorien for modalkrefter av buffeting vindrespons på linjeformede konstruksjoner.

4.5 Modal analyse

Modal analyse er en metode for å analysere dynamisk respons av en eller flere masser m med en gitt stivhet k . For å kunne beskrive de dynamiske egenskapene til et system, benyttes ofte en transfer funksjon. Funksjonen beskriver forholdet mellom input og output, omtales ofte som en mekanisk overføringsfunksjon. For et dynamisk system er uttrykket gitt av forholdet gitt som:

$$S_R = S_F \cdot |H(\omega)|^2 \quad (4-32)$$

Der S_R er spekter av responsen i systemet, S_F er spekter av påført last og $|H(\omega)|$ er transferfunksjonen. For et dempet system er uttrykket gitt som:

$$|H(\omega)| = \frac{1}{K} DFF \quad (4-33)$$

K er konstruksjonens stivhet og DFF er dynamisk forsterkningsfaktor gitt som:

$$DFF = \frac{1}{\sqrt{(1-(\omega/\omega_e)^2)^2 + (2\zeta(\omega/\omega_e))^2}} \quad (4-34)$$

Der ω_e er konstruksjonens egenfrekvens og ζ er konstruksjonens dempningsforhold[7]. Modal analyse kan gjennomføres med manuelle beregninger i for eksempel Matlab. Videre analyser av det dynamiske systemet vil gjennomføres ved hjelp av Abaqus.

5 Analyse av måledata

5.1 MATLAB

I oppgaven er det benyttet Matlab[10] for behandling av data. Matlab klarer å behandle store datamengder på en oversiktlig måte. Formålet med programmet er å lese måledata og lage relevante plot. Programmet beregner ved hjelp av matriser og alle funksjoner oppgis som skalarer eller vektorer.

Matlab leser data med hjelp fra ulike skript. De fleste skriptene er laget med hjelp fra doktorgradsstudent Etienne Cheynet og veileder Jasna B. Jakobsen, med noen omskrivninger. Skriptene som er brukt dekomponerer og behandler måledataene til funksjoner for vind- og akselerasjonskomponenter. Ved beregning av PSD benyttes egenkomponerte skript som filtrerer for støy. Et utvalg av benyttede skript er vedlagt i Vedlegg E.

5.2 Mathcad

Mathcad er et beregningsprogram som i beregner på en oversiktlig metode. Der avanserte uttrykk og enkle kombinasjoner av tekst og formler kan skrives om hverandre. Den er ikke like god til å behandle store datamengder, men er imidlertid oversiktlig. Mathcad benyttes til å beregne karakteristiske svingemoder etter teori fra Bleich[11] og Steinman[12], da denne har innebygde funksjoner for å løse ligninger av ulik grad. Det vil også bli brukt til beregne enkle data som skjærcenter og andre geometriske egenskaper der det er nødvendig. Utførte beregninger er vedlagt Vedlegg D.

5.3 Fouriertransform

Fourier-analyse går ut på å dekomponere datasignal til å passe kjente fourierrekker, beskrevet av enkle trigonometriske funksjoner. En gitt periodisk funksjon kan beskrives ved en fourierrekke som går mot uendelig[9].

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos \omega_n t + b_n \sin \omega_n t) \quad (5-1)$$

Der a_0 , a_n og b_n er gitt som:

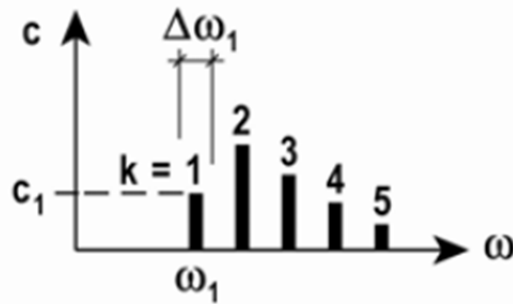
$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) dt \quad (5-2)$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{T/2}^{T/2} x(t) \cos(\omega_n t) dt \quad (5-3)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{T/2}^{T/2} x(t) \sin(\omega_n t) dt \quad (5-4)$$

En grafisk fremstilling av størrelse mot frekvens vil gi et amplitudespekter. På denne måten kan et hvilken som helst tidsavhengig signal beskrives som frekvensavhengig. Noe som er

nyttig for å bestemme egenfrekvenser til et system. Figuren under beskriver et amplitudespekter for periodiske utslag av et signal.



Figur 5-1 - Amplitudespekteret[9].

Ved å la T gå mot uendelig vil funksjonen ikke lenger være diskret, men kontinuerlig. Fouriertransform er den matematiske operatoren som transformerer signal mellom tidsdomene og frekvensdomene ved hjelp av integrasjon. Formålet med transformasjonen er å kunne avbilde en funksjon som er frekvensavhengig basert på måledata som er tidsavhengig, uten å miste informasjonen fra det opprinnelige signalet.

Den komplekse:

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-i\omega t} dt \quad (5-5)$$

Den inverse:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega)e^{i\omega t} dt \quad (5-6)$$

Discrete Fourier Transform (DFT) er en numerisk tilnærming til Fouriertransformen. DFT forenkler uttrykket ved å gi integralet en endelig sum.

Den komplekse:

$$X(\omega)_k \triangleq \sum_{n=0}^{N-1} x(t_n)e^{-i\omega_k t_n}, k = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (5-7)$$

Den inverse:

$$x(t)_n = \sum_{k=0}^{N-1} X(\omega_k)e^{i\omega_k t_n}, k = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (5-8)$$

I digital spekteranalyse brukes en algoritme kalt Fast Fourier Transform (FFT) til å anslå spekter. Metoden beregner DFT fra et signal direkte uten bruk korrelasjonsfunksjoner. Dette gjør FFT til en effektiv teknikk som sparer dermed tid[9].

5.4 Spekteranalyse

I statistisk signal prosessering er det relevant å finne frekvensen av input. En spekteranalyse tolker signal om til forståelige verdier, eksempelvis målte akselerasjoner i en konstruksjon som følge av vind. Fra de registrerte dataene kan det direkte avleses informasjon om maksimum, minimum og gjennomsnittlig akselerasjon. Med en spekteranalyse vil det i tillegg være mulig å fremstille både egenfrekvenser og egensvingeformer til konstruksjonen. På den måten vil en få bedre oversikt over konstruksjonens dynamiske egenskaper.

Vindkomponenter regnes å være en stasjonær prosess som inneholder tilfeldige periodiske signaler. Power Spectral Density (PSD) av vindkomponenter viser spektrale magnituder i

forhold til frekvens. I digital spekteranalyse vil PSD bli estimert direkte fra målte data basert på Fast Fourier Transform. Teoretisk vil derimot de registrerte tilfeldige dataene overføres fra tids-dominert til frekvens-dominert ved hjelp en autokorrelasjon. Et tilfeldig signal $x(t)$ er en stokastisk prosess som ikke vil være periodisk, og kan dermed ikke beskrives med Fourier-analyse. Autokorrelasjon er et matematisk verktøy som finner gjentakende mønstre, som et periodisk signal som er gjemt under støy.

Autokorrelasjon funksjonen av et signal $x(t)$ er:

$$R(t_1, t_2) = E[x(t_1)x(t_2)] \quad (5-9)$$

For en svak stasjonær prosess:

1. $E[x(t_1)] = E[x(t_2)]$
2. $R_x(t_1, t_2) = R_x(\tau)$
 $R_x(\tau) = E[x(t)x(t + \tau)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t)x(t + \tau)dt \quad (5-10)$

Autokorrelasjonen varierer ikke med tid, men avhenger av tidsintervallet, $\tau = t_2 - t_1$. Det fanger dermed opp forsinkede perioder, og relaterer dem med hverandre. På denne måten fanges det dominerende frekvensmønsteret gjennom hele tidsserien.

PSD $S_x(\omega)$ er Fouriertransformen av autokorrelasjonens funksjon $R_x(\tau)$:

$$S_x(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (5-11)$$

$$R_x(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \quad (5-12)$$

Når $\tau = 0$ fås uttrykket:

$$R_x(\tau) = E[x(t)^2] = \sigma_x^2 = \int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega) d\omega \quad (5-13)$$

Ved å utføre en Fouriertransform av tidsserie $x(t)$ om til $X(\omega)$ kan PSD beskrives ved følgende uttrykk:

$$S_x = X^*(\omega) X(\omega) = |X(\omega)|^2 \quad (5-14)$$

5.5 Welch's metode

Welch's metode estimerer kraften av et signal ved ulike frekvenser, basert på å benytte spektre av periodogram. Metoden deler opp sekvensen i overlappende segmenter, for så å sette dem sammen igjen. Og på denne måten beregne de gjennomsnittlige inputfrekvensene. Welch benytter en «windowfunksjon» for å sette sammen de overlappende segmentene. Funksjonene sikrer at alle verdier utenfor et gitt intervall er lik null. Dermed vil kun den overlappende delen sitte igjen. Spektrene er gitt ved en frekvens langs x og en kraft per frekvens. I Matlab benyttes funksjonen `pwelch` for å finne PSD, denne funksjonen benytter FFT. Det benyttes innebygde variabler for «windowfunksjonen».

5.6 Behandling av vinddata

Måledata er samlet med en Nyquist Frekvens på 100 Hz. Det vil si at instrumentene registrerer 200 data per sekund. Data blir lagret i komprimerte csv-filer i form av 47999 rader. Det tilsvarer altså en tidsserie på 240 sekunder, altså 4 minutter. Det er ønskelig å lage en tidsserie på 10 minutter, da det er en vanlig måte å presentere vinddata. Slik er det også lettere å hente data som 10 minutter middelvindhastighet. Analysen steg for steg går ut på å benytte et Matlab-program laget for å hente ut en ønsket tidsserie. Dataene organiseres etter dato og klokkeslett. Siden samplingsraten er 200 Hz fører det til at data inneholder noe støy. For å filtrere bort denne støyen i dataene er det tatt i bruk desimering slik at frekvensen reduseres. I tillegg benyttes det høy-pass filter som bevarer måledata innenfor et vindu, i denne oppgaven er vinduet begrenset til 10 Hz.

5.7 Tidsdominert

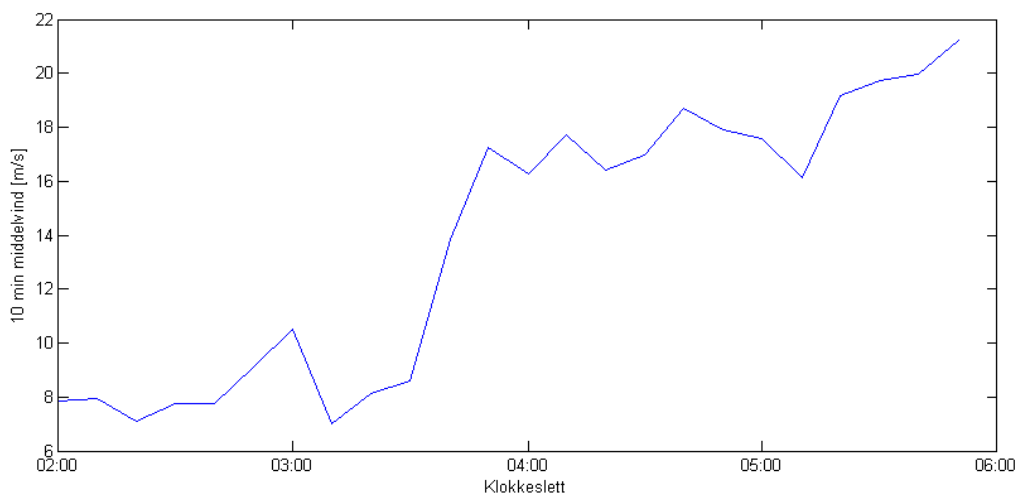
Tidsdominert vindanalyse tar for seg en vindlast med en fluktuerende del. Denne spennes ofte over korte perioder for å se hvordan brua oppfører seg. I denne oppgaven benyttes det tidsserier på 600 sekund eller 10 minutter. Analyser av vindlaster er forenklet til å kun gjelde langsgående vindhastigheter.

5.7.1 Interessante tidsserier

For å finne noen interessante tidsperioder er det tatt utgangspunkt i det stormfulle årsskiftet 2013/2014. Over hele landet og spesielt i Sør-Norge var det generelt 40 prosent høyere middelvindhastigheter enn normalen, og da spesielt i desember måned[13]. Under er det laget oversikt over vindmålinger fra noen interessante datoer. Datoene er basert på henvisninger og tips fra veileder Jasna B. Jakobsen og doktorgradsstudent Etienne Cheynet. De har jobbet med avleste vindmålinger, og har godt grunnlag til å si noe om hvilke datoer som vil være av interesse.

5. desember 2013

Vinddata fra midterste henger 18 er brukt som referanse. Det antas vindlaster midt på spennet representerer vindhastigheter for de aktuelle tidsserier størrelsen, siden det er det høyeste målepunktet og at det er her topografien skaper minst hindringer. Nattdata anses som renere da sjansen for forstyrrelser fra trafikklaster er liten. Tidsrommet som da er aktuelt er 02.00 til 06.00. Sammen med middelvindhastigheten ligger den totale vindhastigheten i område mellom full og sterk storm. Noen karakteristiske egenskaper fra stormen 5. desember er oppsummert i tabellen under.



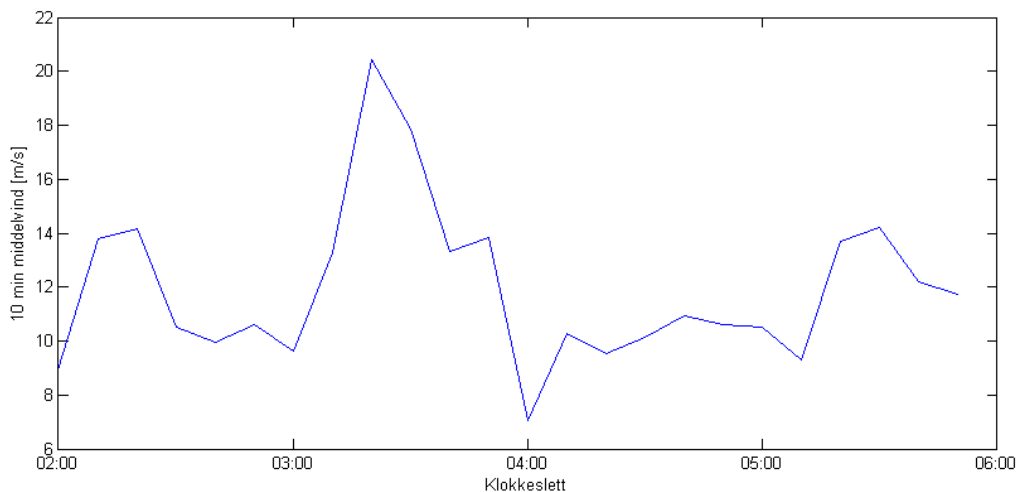
Figur 5-2 - 10 min middelvindhastighet H18 5. desember

Tabell 5-1 - Oppsummering vinddata 5 des 2013

	Vindhastighet
Største 10 min middelvind	20,44 m/s
Max vind	37.04 m/s

22. desember 2013

Natt til 22. desember var vinden oppe i storm styrke med orkan i kastene. Under vises måledata tatt mellom 02.00 til 06.00

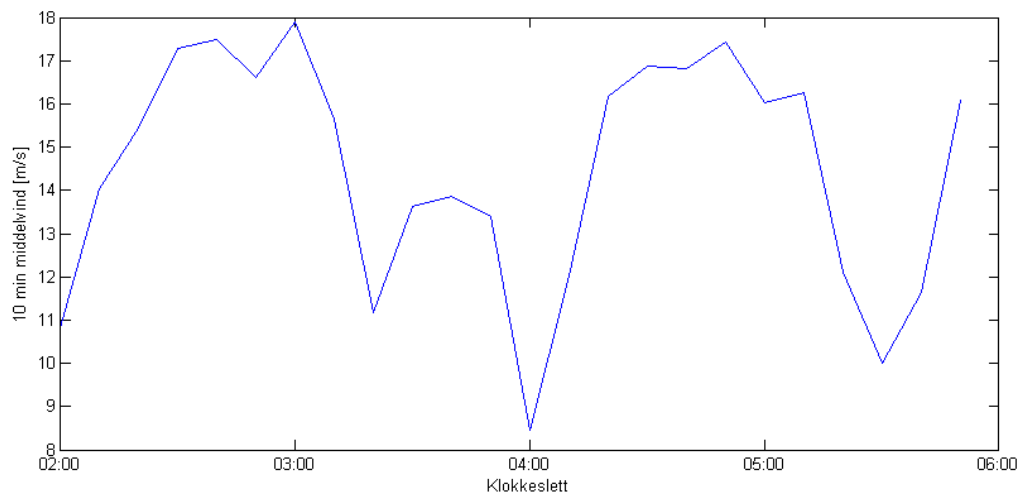


Figur 5-3 - 10 min middelvind H18 22.desember

Tabell 5-2 – Oppsummering H18 22. desember

	Vindhastighet
Største 10 min middelvind	20,44 m/s
Max vind	37.04 m/s

28. desember 2013

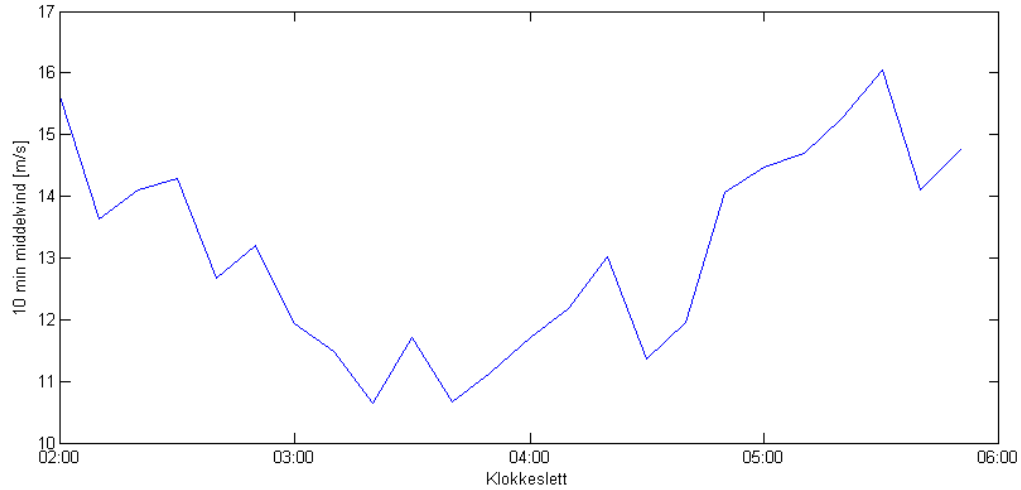


Figur 5-4 - 10 min middelvind H18 28. desember

Tabell 5-3 – oppsummering vinddata H18 28. desember

	Vindhastighet
Største 10 min middelvind	20,44 m/s
Max vind	28.99 m/s

17. januar 2014



Figur 5-5 - 10 min middelvind H18 17. januar

Tabell 5-4 - Oppsummering vinddata H18 17. januar

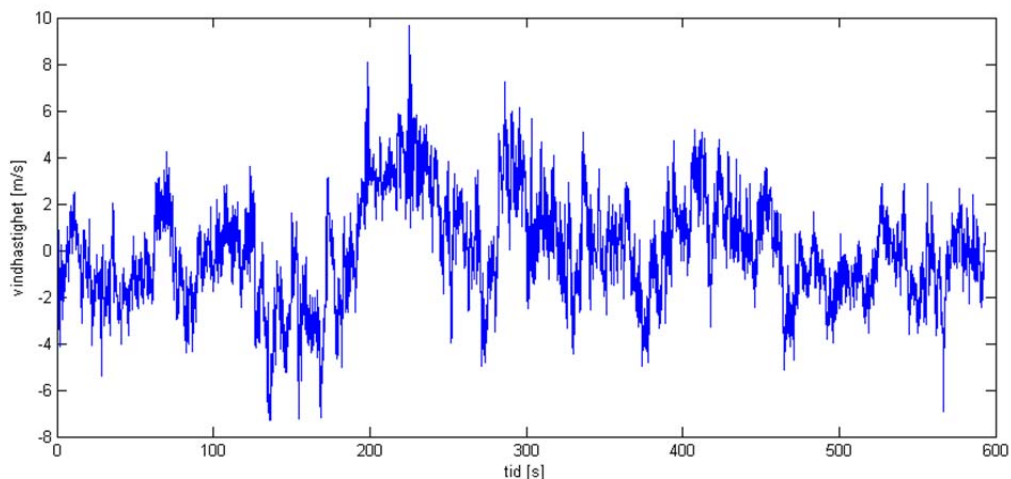
	Vindhastighet
Største 10 min middelvind	16,05 m/s
Max vind	30,34 m/s

5.7.2 Analysedata

Problemet med noen av de foregående seriene er at mye data er tapt som resultat av feilmålinger i instrumentene. Det kan være i form av hopp i data på opptil 100 ganger høyere målinger, eller at loggemoduler ikke har lagret tidsserier. Som følge av dette har det gått med mye tid til å finne samsvarende data fra de tre loggemodulene. Dette ble utbedret i målinger etter april, og målinger blir i tillegg lagret direkte som serier på 10 minutt. Noe som forenkler analyse av måledata. Selv om det forekommer noen feil er data fra april betydelig mer pålitelige. Dermed analyseres følgende data:

- i) Rene måledata fra 05.50 05.12.2013. Denne tidsserien antas å være måledata rene for trafikk. Siden det er i et tidlig tidsrom og opp mot full storm er sannsynligheten liten for at de er tilfeller av kryssende trafikk.
- ii) Rene måledata fra 05.40 10.04.2014. Denne datoen er valgt siden det er relativt liten vindhastighet. Tidsrommet tilsier at det er rene vinddata.
- iii) Måledata fra 08.40 10.04.2014. Dette tidsrommet er utsatt for trafikkdata. Av akselerasjoner er det utslag som tilsier at trafikklaster er til stede. Dette tidsrommet har i tillegg en lav vindhastighet.
- iv) Rene måledata fra 05.10 13.04.2014. Denne tidsserien har uforstyrrede vinddata fra alle måleinstrumenter, og kan dermed benyttes for korrelasjonsanalyse.

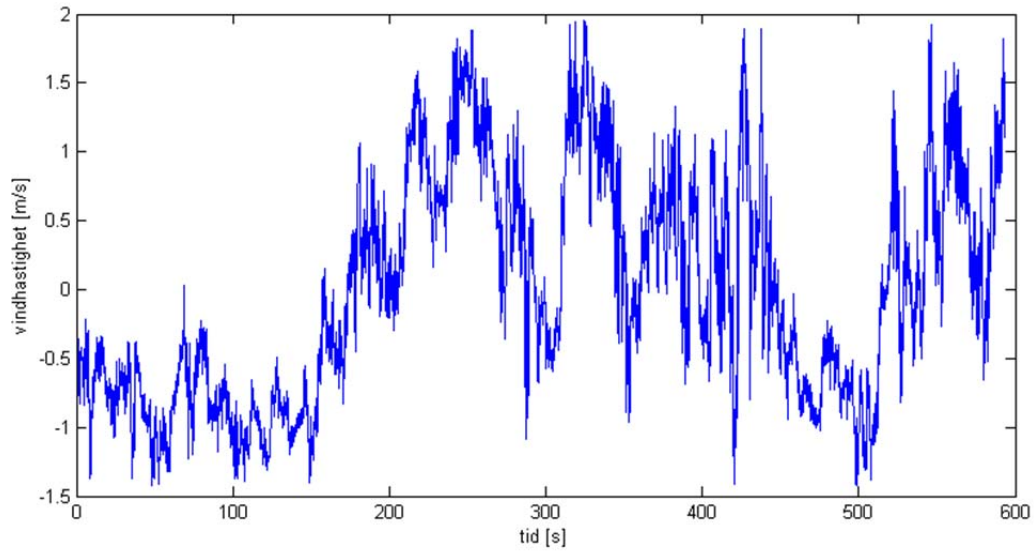
På denne måten sikres et godt mulig grunnlag for sammenligning av dynamiske vinddata. Under følger vinddata fra de aktuelle tidsseriene, for plot av akselerasjoner vises det til vedlegg A.



Figur 5-6 - Fluktuerende vind H18 05.50 5.des - Umiddel = 21,40 m/s

Tabell 5-5 - Vinddata for tidsserie H18 05.50 5.des.13

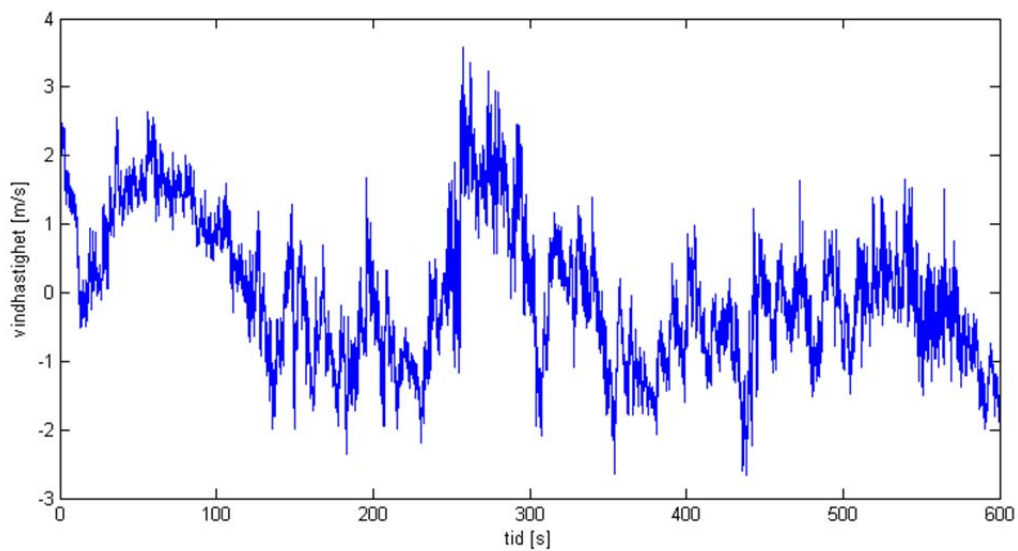
Karakteristiske verdier	Vindhastighet
Middelvind, U_m	21.40 m/s
Max vind, U_{maks}	31.66 m/s
Standard avvik, σ_u	2.23 m/s
Turbulensintensitet, I_u	0.10
Peak faktor, k_p	4.59



Figur 5-7 – Fluktuerende vind H18 05.40 10. apr.14 - $U_m = 1.44$ m/s

Tabell 5-6 - Vinddata for tidsserie H18 05.40 10.apr.14

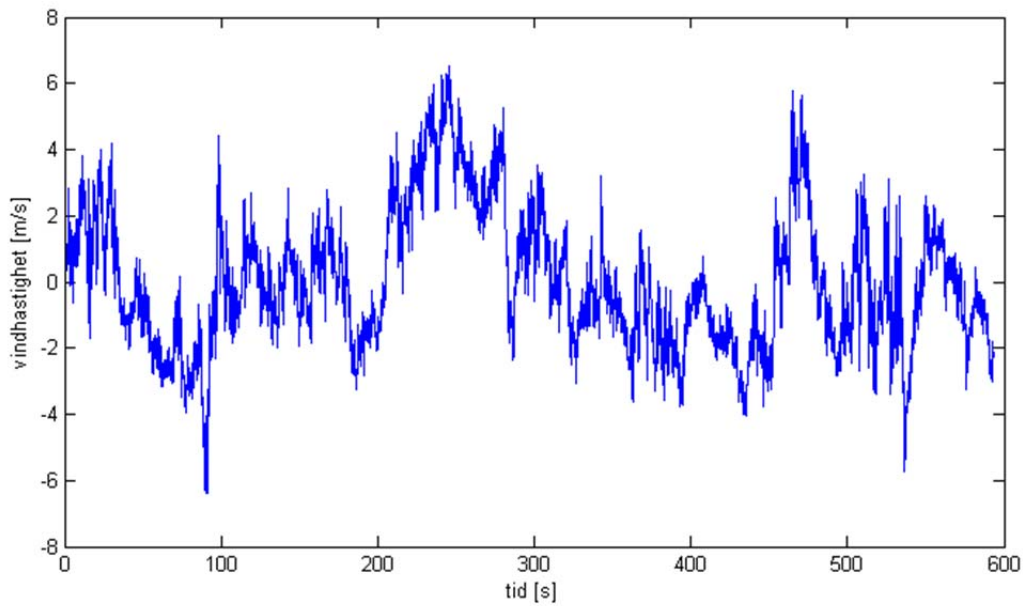
Karakteristiske verdier	Vindhastighet
Middelvind, U_m	1,44 m/s
Max vind, U_{maks}	3,39 m/s
Standard avvik, σ_u	0,804 m/s
Turbulensintensitet, I_u	0,56
Peak faktor, k_p	2,42



Figur 5-8 – Fluktuerende vind H18 08.40 10.apr.14 - $U_{middel} = 3,73$ m/s

Tabell 5-7 - Vinndata for tidsserie H18 08.40 10.apr.14

Karakteristiske verdier	
Middelvind, U_m	3,73 m/s
Max vind, U_{maks}	7,32 m/s
Standard avvik, σ_u	1,04 m/s
Turbulensintensitet, I_u	0,278
Peak faktor, k_p	3,46



Figur 5-9 - Fluktuerende vind H18 05.10 13.apr.14 – $U_m = 6.64$ m/s

Tabell 5-8 - Vinndata for tidsserie H18 05.10 13.april.14

Karakteristiske verdier	
Middelvind, U_m	6,64 m/s
Max vind, U_{maks}	13,18 m/s
Standard avvik, σ_u	2,06 m/s
Turbulensintensitet, I_u	0,31
Peak faktor, k_p	3,18

5.8 Auto-regressive simuleringer

For å lage et sammenliknings grunnlag for de målte dataene vil det utføres en auto-regressiv simulering av vindlast, som en tidsvarierende parameter. Dette er en tilnærming av tidsavhengige vindlaster basert på Monte-Carlo-simuleringer. Simuleringene definerer mulige inndata for ulike probabilistiske egenskaper i et system, og lager deretter inndata basert på sannsynlighetsfordeling. Inndataene blir så beregnet ved en deterministisk analyse for så å gi et resultat for et tidsrom. Metoden som er mest brukt til vindanalyse kalles for autoregressive-moving-average-modell (ARMA), og kan best beskrives ved at den har en ukorrelert hvitstøy.

En enkel måte å få en slik vindlast er å benytte seg av siden NatHaz. Ved å definere vindprofil kan man få tidsavhengig vindhastighet simulert etter følgende ulike metoder:

- Diskret frekvens funksjoner med cholesky dekomponering og FFT
- Schur dekomponering av AR-modell og polynomial tilnærming
- Ergodic spectral representasjon med cholesky dekomponering og FFT
- Ordinær spektral representasjons metode

NatHaz[14] krever opplysninger om vertikalt og horisontalt angrepspunkt, total frekvens og avskjæringsfrekvens, samt terrengkategori og tre sekunders gust vindhastighet, også kalt gustvind. Gustvind er standard som referansevind i USA, dette skyldes metoden å samle måledata. Vinden er den høyeste målingen per tre sekunder, og kan da sammenlignes med maksimalvind for et intervall[15]. Forholdet mellom middelvind og 3-sek er gitt av forholdet:

$$U_{3sek\,gust} = \bar{U} + k_p \cdot \sigma_u \quad (5-15)$$

Der U er middelvind, k_p er peakfaktor og σ_u er standardavviket.

For å forenkle arbeidet er input gustvinden satt slik at det gir middelvind tilnærmet lik det ønskelige. På denne måten vil den fluktuerende delen være representativ for ønskede verdier. Simulerte verdier lastes ned som Matlab-filer. Filene består av en fluktuerende vindhastighet, tid og middelvindhastighet. Middelvindhastigheten kan dermed endres til ønskede verdier.

Hensikten med simulerte vindlaster er å undersøke hvordan denne oppfører seg i forhold til reelle målinger, og å sammenlikne de med spektre av vindmålinger. De benyttes også til å finne måledata som skal benyttes for å beregne buffeting vind til å belaste FE-modellen i Abaqus. Resultater fra simulert vind i henger H18 oppsummeres i 8.3.

NatHaz simulerer ikke en vertikal vindkomponent. For høyhus og f.eks. vindturbiner er den langsgående vindkomponenten u den viktigste delen av vindlasten. For lange konstruksjoner som en hengebru er den vertikale vindkomponenten også viktig. Komponentene er ulike i oppbygning og korrelasjonen mellom dem kan f.eks. være negativ. For å inkludere w simuleres denne derfor ved hjelp av et forhold mellom standardavvikene. Som omtalt i kapittel 4.2.1, kan forholdet beskrives som $\sigma_w \approx 0.50\sigma_u$. Dette er gyldig for høyder på 100-200 m. For å finne et forhold som kan antas som gyldig for en høyde på 54 meter, beregnes forholdet fra måledata i H18.

Tabell 5-9 - Forhold mellom vertikal og horisontal vind

Tidsserie	σ_u [m/s]	σ_w [m/s]	Forhold	Middelvind [m/s]
05.50 5.des	2.294	1.372	0.60	21.40
05.40 10.apr	0.814	0.386	0.47	1.44
08.40 10.apr	1.037	0.391	0.38	3.73
05.10 13.apr	2.082	1.228	0.59	6.64

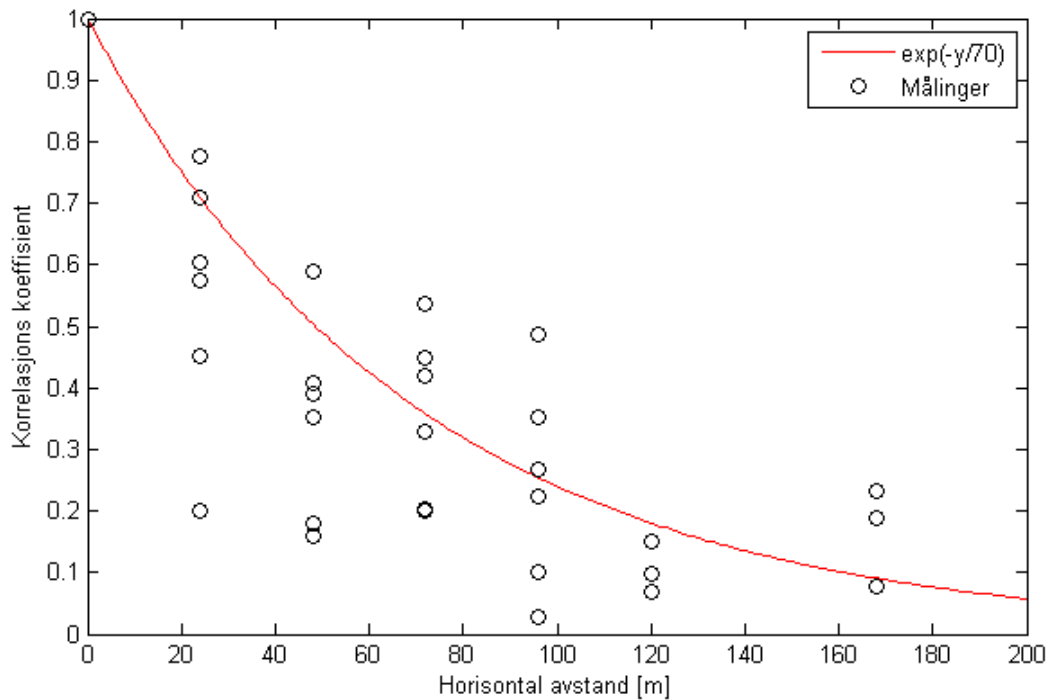
Fra beregninger viser det at forholdet øker med økende middelvindhastighet. For lave vindhastigheter er fluktuerende mer turbulent, og standardavvikene er ikke helt sammenhengende. For høyere vindhastigheter ser det ut til at forholdet konverterer mot 0.6. Den vertikale komponenten består av mindre lavfrekvente komponenter enn den langsgående. En direkte sammenheng mellom de to vil derfor være vanskelig å beskrive. For å inkludere w i beregninger benyttes det, som en sterk forenkling, forholdet mellom standardavviket. De simulerte vindhastighetene oppsummeres da i tabellen under:

Tabell 5-10 - Data fra simulert vind

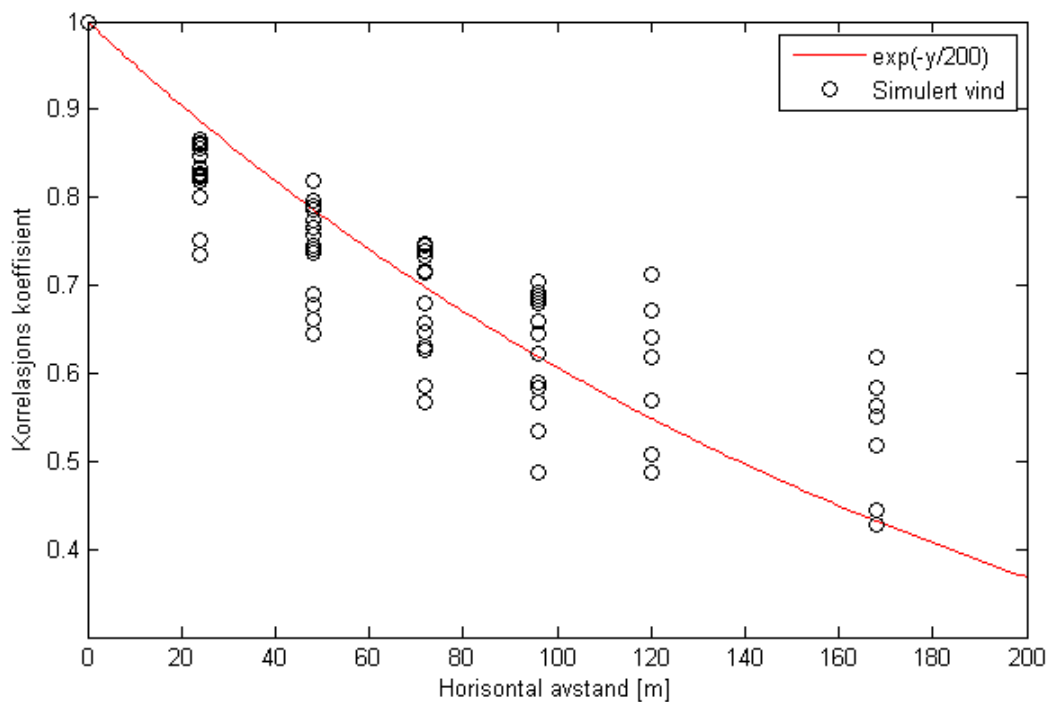
Middelvind [m/s]	σ_u [m/s]	l_u	k_p	w [m/s]
5	0.526	0.105	3.09	0.5u
10	1.24	0.124	3.01	0.6u
15	1.36	0.090	3.48	0.6u
20	2.32	0.116	3.04	0.6u
25	2.64	0.106	4.02	0.6u
30	3.14	0.105	3.08	0.6u
38	4.55	0.120	3.63	0.6u

5.9 Korrelasjon

For å se hvordan måledata oppfører seg langs brua er det beregnet korrelasjon mellom de forskjellige måleinstrumentene. Korrelasjonen kan som tidligere omtalt beskrives som en tilnærmet eksponential funksjon. Måledata fra 5 måleinstrumenter tidsserie 05.40 og 08.40 10.april, og 05.10 13.april. Det er også foretatt en korrelasjon mellom simulerte vinddata fra NatHaz er korrelert for å illustrere korrelasjonen langs brukassen. Figur 5-10 illustrerer korrelasjon mellom måledata og Figur 5-11 illustrerer korrelasjon mellom simulerte vinddata.



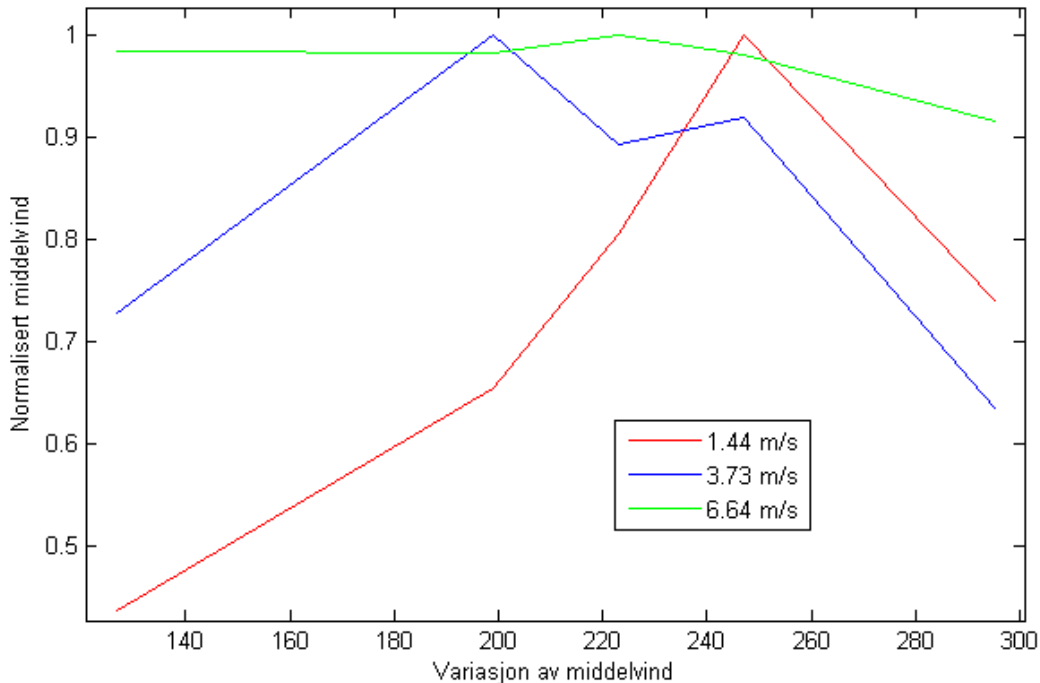
Figur 5-10 - Korrelasjon mellom målinger i forhold til horisontal avstand



Figur 5-11 – Korrelasjon mellom simulerte vinddata fra NatHaz i forhold til horisontal avstand

Det vil i tillegg være interessant å se på hvordan vindhastighet varierer langs spennet. For å undersøke dette benyttes samme målte tidsserier som for korrelasjon. Middelvindhastigheter fra fem måleinstrument sammenlignes i forhold til plassering langs bruspennet. Figur 5-12 under viser at ved lave middelvindhastigheter, fra 10.april, er vinden

sterkest midt på spennet. Når middelvindhastigheten øker, i måling fra 13. april, ser det ut til at fordelingen langs spennet er mer uniform. Selv om dette imidlertid er et begrenset utvalg målinger, antas det at fordeling av vindhastigheter for $U_{\text{middel}} > 5 \text{ m/s}$ er tilnærmet uniform.



Figur 5-12 - Variasjon i middelvind langs bruspennet

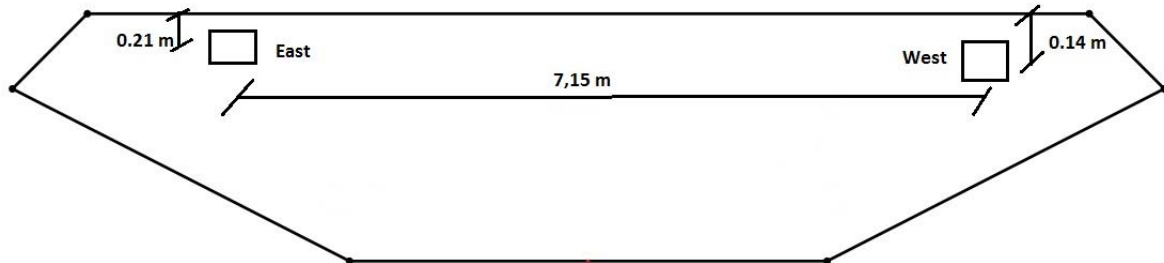
5.10 Behandling av akselerasjoner

Måledata fra akselerometeret viser bruas respons kontinuerlig. Dermed er det en god del av måledataene som inneholder trafikkmålinger. Trafikkmålingene er ikke interessante for sammenligning med analyser av vind. Da det kan dannes kombinasjonslaster av vind og trafikklaster som kan være forstyrrende for analyser. Det er derfor viktig å kunne identifisere om akselerasjoner kommer fra vind eller trafikk. I analyser av akselerasjon benyttes det tidsserier som er omtalt tidligere. På denne måten er det mulig å kartlegge hvilke egenfrekvenser som er dominerende for påførte laster. Karakteristisk for trafikkmålinger er et synkront akselerasjonsbilde med en topp i midten. Vind gir et mer tilfeldig bilde, som ligner den fluktuerende delen. Trafikkmålinger har en tendens til å aktivere høyere egenfrekvenser, mens vindmålinger gir lavere. Som for vinddata anses målinger foretatt på nattetid som rene vindmålinger, siden det er liten sjanse for trafikk på denne tiden av døgnet.

Som omtalt i kapittel 0 er to og to akselerometre paret sammen, og målinger er hentet fra H18W og H18E, H24W og H24W. Ved å se på den relative differansen i akselerasjonene mellom de to finner man den totale akselerasjonen. Akselerasjoner for horisontale, vertikale og torsjon blir gitt av følgende sammenheng:

$$H = \frac{h_1+h_2}{2} \quad V = \frac{v_1+v_2}{2} \quad T = \frac{v_2-v_1}{7,15} g \quad (5-16)$$

Der H , V og T er den totale akselerasjonen og h_1 , v_1 og h_2 , v_2 er akselerasjonen for de to instrumentene, g er tyngdekraftkonstanten. For torsjon er 7,15 m avstanden mellom apparatene, se Figur 5-13. Horisontale og vertikale akselerasjoner er oppgitt som et forhold av tyngdekraftkonstanten, g . Torsjonale er oppgitt som rad/s^2 .



Figur 5-13 - Plassering av akselerometre

Akselerometrene H18W og H18E er plassert med noe ulik høyde vertikalt. H18W er plassert 0.24 m fra toppen og ned mens H18E er plassert 0.14 m. Dermed gir horisontale akselerasjoner også et bidrag til de torsjonale akselerasjonene. Dette vil ikke påvirke de torsjonale akselerasjonene i stor grad. Skjevstillingen fører også til at horisontale påvirkes ved vertikale akselerasjoner. Det er imidlertid ikke tatt hensyn til dette, og uttrykkene beskrevet over anses for å være tilstrekkelige.

For bare å få utslag fra vibrasjoner, er akselerasjoner korrigeret og består kun av den varierende delen. På denne måten kommer svingende variasjoner i brudekket tydeligere frem.

For å se på forskyvninger i brukassen kan det tas det utgangspunkt i akselerasjoner. I Teori om mekaniske svingninger er sammenhengen mellom forskyvning og akselerasjon gitt av uttrykkene[16]:

$$X(t) = A \cdot e^{\omega_k t} \quad (5-17)$$

$$\dot{X}(t) = A \cdot \omega_k e^{\omega_k t} \quad (5-18)$$

$$\ddot{X}(t) = A \cdot \omega_k^2 e^{\omega_k t} \quad (5-19)$$

Der $X(t)$, $\dot{X}(t)$ og $\ddot{X}(t)$ er respons, for henholdsvis forskyvning, hastighet og akselerasjon, og ω_k er egenfrekvens.

Forholdet mellom akselerasjon og forskyvning kan da skrives som:

$$X(t) = \frac{\ddot{X}(t)}{\omega_k^2} \quad (5-20)$$

Følgende uttrykk fra Strømmen[9] viser sammenhengen mellom spektre.

$$S_{\dot{x}}(\bar{\omega}_k) = \omega_k^2 S_x(\bar{\omega}_k) \quad (5-21)$$

$$S_{\ddot{x}}(\overline{\mp}\omega_k) = \omega_k^2 S_{\dot{x}}(\overline{\mp}\omega_k) \quad (5-22)$$

Der S_x , $S_{\dot{x}}$ og $S_{\ddot{x}}$ er spektraltetthetsfunksjonen, for henholdsvis forskyvning, hastighet og akselerasjon, og ω_k er frekvens.

Forholdet mellom akselerasjons- og forskyvningsspektre kan da beskrives som:

$$S_x(\overline{\mp}\omega_k) = \frac{S_{\ddot{x}}(\overline{\mp}\omega_k)}{\omega_k^4} \quad (5-23)$$

5.11 Akselerasjonsspektre

Ved å ta utgangspunkt i aktuelle tidsserier som omtalt tidligere, fremstilles målinger av akselerasjon Matlab metode beskrevet i forrige kapittel. PSD beregnes etter Welch metode. Nyquist-frekvensen er redusert til 25 Hz ved hjelp av desimeringsfunksjon, og det er benyttet filter for å ekskludere høyere frekvenser enn 10 Hz. Hensikten med dette er å finne de første egenfrekvensene. Måledata blir presentert med overlappende akselerasjoner fra H18 og H24. Figurer for akselerasjon fra tidsserier samt PSD av akselerasjoner fra henholdsvis horisontal, vertikal og rotasjon er vedlagt i vedlegg A.

5.11.1 05.50 5.desember

Figur A - 1 viser at akselerasjoner gir større utslag vertikalt enn horisontalt. PSD av de horisontale akselerasjoner viser hvilke frekvenser som er dominerende. Siden måledataene for denne tidsserien antas å være rene, kun utsatt for vindlast, kan frekvenser antas å være et resultat av vindlaster. Magnituden ved de ulike akselerometrene viser hvilke frekvenser som aktiveres. Frekvenser hvor magnituden fra begge akselerometerpar gir utslag, kan antas å være symmetriske moder. Mens magnituder der bare et akselerometerpar gir utslag antas å være asymmetriske. Dette kan forsvares med formene på svingemoder, som er nærmere omtalt i kapittel 8.2. Fra figur A - 2 PSD av horisontale akselerasjoner, er det funnet følgende egenfrekvenser:

Tabell 5-11 – Horisontale egenfrekvenser fra tidsserie 05.50 5.des. 13

Frekvens [Hz]	Magnitudo H18 [dB/Hz]	Magnitudo H24 [dB/Hz]	Svingemode
0.1318	10.16e-4	7.802e-4	symmetrisk
0.4528	1.03e-7	1.372e-4	asymmetrisk
0.5914	9.095e-6	3.152e-6	symmetrisk
0.642	2.429e-6	1.78e-6	symmetrisk
0.7553	2.103e-5	4.31e-6	symmetrisk
0.887	5.675e-5	5.071e-6	symmetrisk
1.046	7.883e-5	1.68e-6	symmetrisk
1.664	1.152e-6	2.157e-5	asymmetrisk

PSD av de vertikale akselerasjoner viser større utslag enn for den horisontale. De tre første magnitudene er også større enn for den første horisontale. Forholdene mellom magnitudene

viser at den første vertikale svingemoden ser ut til å være asymmetrisk, mens den andre er symmetrisk. Fra figur A - 3 PSD av vertikale akselerasjoner er det funnet følgende egenfrekvenser:

Tabell 5-12 – Vertikale egenfrekvenser fra tidsserie 05.50 5.des. 13

Frekvens [Hz]	Magnitudo H18 [dB/Hz]	Magnitudo H24 [dB/Hz]	Svingemode
0.2298	7.648e-5	2.933e-3	Asymmetrisk
0.3007	8.218e-3	2.995e-3	Symmetrisk
0.3430	3.752e-4	1.353e-4	Symmetrisk
0.4156	1.736e-3	6.574e-4	Symmetrisk
0.6015	6.847e-6	1.06e-3	Asymmetrisk
0.8752	1.516e-3	8.886e-4	Symmetrisk
1.551	1.995e-4	1.605e-4	Symmetrisk

PSD av torsjonale akselerasjoner viser lave magnituder i forhold til horisontale og vertikale. Forholdene mellom magnitudene viser at den første torsjonale svingemoden ser ut til å være symmetrisk, mens den andre er asymmetrisk. Fra figur A - 4 PSD av vertikale akselerasjoner, er det funnet følgende egenfrekvenser:

Tabell 5-13 – Torsjonale egenfrekvenser fra tidsserie 05.50 5.des. 13

Frekvens [Hz]	Magnitudo H18 [dB/Hz]	Magnitudo H24 [dB/Hz]	Svingemode
1.266	1.68e-3	1.29e-3	Symmetrisk
2.225	1.615e-4	7.802e-7	Asymmetrisk
3.281	3.398e-5	9.045e-7	Symmetrisk

Som det kommer frem av PSD av akselerasjoner kommer ikke de 3 første symmetriske og asymmetriske tydelig fram. Tidligere oppgaver har valgt å fremstille de tre første svingningene av hver type. I stedet vil det være mer hensiktsmessig å illustrere de målte svingemodene fra målinger. Ved hjelp av Abaqus vil svingemodene diskuteres mer i kapittel 7.2.

5.11.2 05.40 10.april

Målinger fra 10. april er for relativt lave vindhastigheter. Akselerasjon fra tidsperioder samt PSD av henholdsvis horisontal, vertikal og torsjonal akselerasjon finnes i vedlegg A. Horisontale egenfrekvenser er preget av lave amplituder grunnet lave vindhastigheter. Det gjør at høyere egenfrekvenser som ellers har en lav magnitudo viser bedre igjen. Egenfrekvenser fra figur A - 6 PSD av horisontale akselerasjonene oppsummeres i Tabell 5-14

Tabell 5-14 – Horisontale egenfrekvenser fra tidsserie 05.40 10.april 14

Frekvens [Hz]	Magnitudo H18 [dB/Hz]	Magnitudo H24 [dB/Hz]	Svingemode
0.1402	2.343e-9	1.747e-9	symmetrisk
0.4579	2.937e-12	1.2313e-10	asymmetrisk
0.5846	3.487e-9	1.193e-9	symmetrisk
0.637	9.543e-11	6.426e-11	asymmetrisk
0.8887	3.394e-11	3e-12	symmetrisk
1.044	7.444e-11	2.8e-12	symmetrisk
1.325	1.29e-10	3.5e-11	symmetrisk
1.585	3.5e-11	2e-10	asymmetrisk
2.695	2.8e-10	1.145e-10	symmetrisk

PSD av vertikale akselerasjoner viser svake magnituder. Lav påført vindlast ser ut til å gi svake utslag for den første symmetriske vertikale, mens de to første asymmetriske viser liten, men tydelig amplitude. Egenfrekvenser fra figur A - 8 PSD av vertikale akselerasjoner presenteres i Tabell 5-15.

Tabell 5-15 – Vertikale egenfrekvenser fra tidsserie 05.40 10.april 14

Frekvens [Hz]	Magnitudo H18 [dB/Hz]	Magnitudo H24 [dB/Hz]	Svingemode
0.2332	2.821e-10	3.67e-8	Asymmetrisk
0.2991	3.547e-7	1.221e-7	Symmetrisk
0.6049	9.777e-10	3e-12	Asymmetrisk

Figur A - 8 PSD av torsjonale akselerasjoner viser utslag for flere frekvenser. Spektret gir utslag ved to og to relativt like frekvenser, noe som kan skyldes at torsjon avhenger direkte av vertikale egenfrekvenser, men ser ut til å bli påvirket av mange svake utslag fra den horisontale. Egenfrekvenser PSD av torsjonale akselerasjoner presenteres i Tabell 5-16.

Tabell 5-16 – Torsjonale egenfrekvenser fra tidsserie 05.40 10.april 14

Frekvens [Hz]	Magnitudo H18 [dB/Hz]	Magnitudo H24 [dB/Hz]	Svingemode
1.264	1.054e-9	9.117e-10	Symmetrisk
1.325	6.16e-10	3.8e-10	Symmetrisk
2.102	1.355e-10	7.35e-12	Asymmetrisk
2.229	1.615e-4	7.802e-7	Asymmetrisk
3.273	3.596e-10	1.3e-11	Symmetrisk
3.47	9.2e-10	1e-11	Symmetrisk
4.023	4.245e-11	1.088e-9	Asymmetrisk
4.246	9.87e-11	5.542e-10	Asymmetrisk

5.11.3 08.40 10.april

Fra figur A - 9 fra tidsserie 08.40 er det registrert akselerasjoner som ser ut til å være trafikk. Vibrasjonen er synkron og tydelig med en amplitude ved midten av vibrasjon. Dette i tillegg til at vindlaster er lave og tidsrommet ligger innenfor rushtid styrker opp om at det skyldes en trafikklast. PSD av de horisontale akselerasjonene viser utslag for de tre første horisontale egenfrekvensene. Egenfrekvenser fra figur A - 10 PSD av horisontale akselerasjoner, oppsummeres i Tabell 5-17.

Tabell 5-17 – Horisontale egenfrekvenser fra tidsserie 08.40 10.april 14

Frekvens [Hz]	Magnitudo H18 [dB/Hz]	Magnitudo H24 [dB/Hz]	Svingemode
0.1385	4.991e-7	3.849e-7	Symmetrisk
0.4545	1.708e-10	9.023e-8	Asymmetrisk
0.5863	1.05e-8	3.02e-8	Symmetrisk
1.042	2.176e-8	8.11e-10	Symmetrisk
1.642	2.662e-8	3.373e-9	Asymmetrisk

Figur A - 11 PSD av vertikale akselerasjoner viser at trafikkklaster gir utslag på flere høye vertikale egenfrekvenser. Egenfrekvenser fra PSD av vertikale akselerasjoner, oppsummeres i Tabell 5-18.

Tabell 5-18 – Vertikale egenfrekvenser fra tidsserie 08.40 10.april 14

Frekvens [Hz]	Magnitudo H18 [dB/Hz]	Magnitudo H24 [dB/Hz]	Svingemode
0.2298	7.47e-9	1.277e-5	Asymmetrisk
0.2991	2.382e-6	7.886e-7	Symmetrisk
0.4156	3.636e-7	1.896e-7	Symmetrisk
0.5964	1.056e-9	1.115e-6	Asymmetrisk
0.8685	2.858e-7	1.657e-7	Symmetrisk
1.548	8.833e-7	7.204e-7	Symmetrisk
1.984	1.843e-8	4.567e-7	Asymmetrisk
2.416	1.154e-6	4.916e-8	Symmetrisk
2.879	2.631e-9	8.59e-7	Asymmetrisk
3.393	1.037e-6	6.296e-7	Symmetrisk
4.40	3.135e-6	2.986e-6	Symmetrisk

Figur A - 12 PSD av torsjonale akselerasjoner viser utslag for flere frekvenser. Spektret gir utslag ved to og to relativt like frekvenser. Det kan da antas at egenfrekvens ligger i det målte intervallet. Egenfrekvenser fra PSD av torsjonale akselerasjoner, er oppsummert i Tabell 5-19.

Tabell 5-19 – Torsjonale egenfrekvenser fra tidsserie 08.40 10.april 14

Frekvens [Hz]	Magnitudo H18 [dB/Hz]	Magnitudo H24 [dB/Hz]	Svingemode
1.264	8.705e-7	6.628e-7	Symmetrisk
2.227	3.04e-9	9.571e-7	Asymmetrisk
3.28	1.031e-7	2.849e-9	Symmetrisk
4.042	4e-8	9.52e-10	Asymmetrisk
4.379	7.27e-9	8.185e-8	Asymmetrisk
4.915	9.856e-8	1.233e-8	Symmetrisk
5.157	8.961e-9	2.635e-8	Asymmetrisk
5.456	8.27e-9	2.3e-9	Symmetrisk

For å vise frekvenser utenfor det filtrerte vinduet benyttes det logaritmisk plot, av en serie som har nyquist-frekvens på 25 Hz. Vedlegg A. Fra PSD av ufiltrerte akselerasjoner er det tre verdier som er verdt å merke seg. Disse er oppsummert i tabellen under.

Tabell 5-20 - Ufiltrerte egenfrekvenser

Frekvens [Hz]	Type	Figur
8.519	Horisontal	A - 13
6.008	Vertikal	A - 14
6.172	Torsjonal	A - 15

5.11.4 05.10 13.april

Fra figur A - 16 av tidsserien 05.10 13.april, viser akselerasjoner en vibrasjon som ligner på den fluktuerende delen til vindlasten. PSD av akselerasjoner viser at bare den første egenfrekvensen aktiveres. PSD av den vertikale akselerasjonen utslag i de 5 første egenfrekvensene. PSD av de torsjonale akselerasjonene viser utslag de tre første. Akselerasjoner samt PSD for tidsserien er vedlagt Vedlegg A. Avleste resultater oppsummeres i Tabell 5-21.

Tabell 5-21 - Oppsummering egenfrekvenser tidsserie 05.10 13.april 14

Frekvens [Hz]	Magnitudo H18 [dB/Hz]	Magnitudo H24 [dB/Hz]	Svingemode	Type
0.1352	1.84e-4	1.424e-4	Symmetrisk	Horisontal
0.2264	2.72e-6	2.705e-4	asymmetrisk	Vertikal
0.2974	5.174e-4	2.014e-4	Symmetrisk	Vertikal
0.419	3.92e-5	1.5e-5	Symmetrisk	Vertikal
0.5947	8e-8	6.5e-5	Asymmetrisk	Vertikal
0.8701	2.5e-5	1.55e-5	Symmetrisk	Vertikal
1.262	1.54e-5	1.9e-5	Symmetrisk	Torsjonal
2.232	4.1e-9	5.6e-7	asymmetrisk	Torsjonal
3.285	2.689e-7	8e-9	Symmetrisk	Torsjonal

6 FE-modell

Lysefjordbrua ble dimensjonert etter beregninger i FEM-programmet Alvsat[17]. I en tidligere oppgave av R. Steigen[1] ble det laget en modell i ABAQUS basert på input fra Alvsat. Grunnlaget for min FE-modell baseres på input fra denne og modifikasjoner utført i en påfølgende oppgave av J. Tveiten[2]. Denne oppgaven har som hensikt å foreta modifikasjoner for å tilnærme modellen opp mot reelle målinger. Derfor vil modellen beskrives i sin helhet gjennom dette kapittelet.

6.1 Abaqus programmet

Abaqus/cae[18] er et program som baserer seg på elementmetoden (FEM). Programmet blir i stor grad brukt til beregning av ikke-lineære problemer. Det kan beskrive flere typer konstruksjoner, flere elementtyper, fra Euler-Bernoulli bjelker til skallkonstruksjoner, og beregne både statiske og dynamiske ikke-lineære problemer. Den største ikke-lineære problemstillingen med en hengebru er den geometriske stivhetsmatrisen knyttet til kablene. Abaqus oppdaterer kontinuerlig stivhetsmatrisen, noe som gir et reelt lastbilde av oppførselen til konstruksjonen. Den tillater også enkelt å fjerne elementer for å se på redistribusjon av krefter. Abaqus kan kjøres med såkalte sub-rutiner gjennom for eksempel fortran eller python. Dette krever en del forkunnskap til programmering og tilgang til kompatible programmer. Siden forfatteren ikke har slik forkunnskap benyttes i stedet brukergrensesnittet i Abaqus/cae.

I programmet benyttes det ikke enheter. Brukeren må derfor være konsekvent med dimensjoner og enheter, og behandle disse utenfor programmet. Alle enheter som brukes i oppgaven er oppgitt i SI-enheter. I oppgaven benyttes en student versjon av programmet. Denne er begrenset til 1000 elementer, noe som er godt nok til å kjøre stavmodellen.

6.2 Abaqus modellen

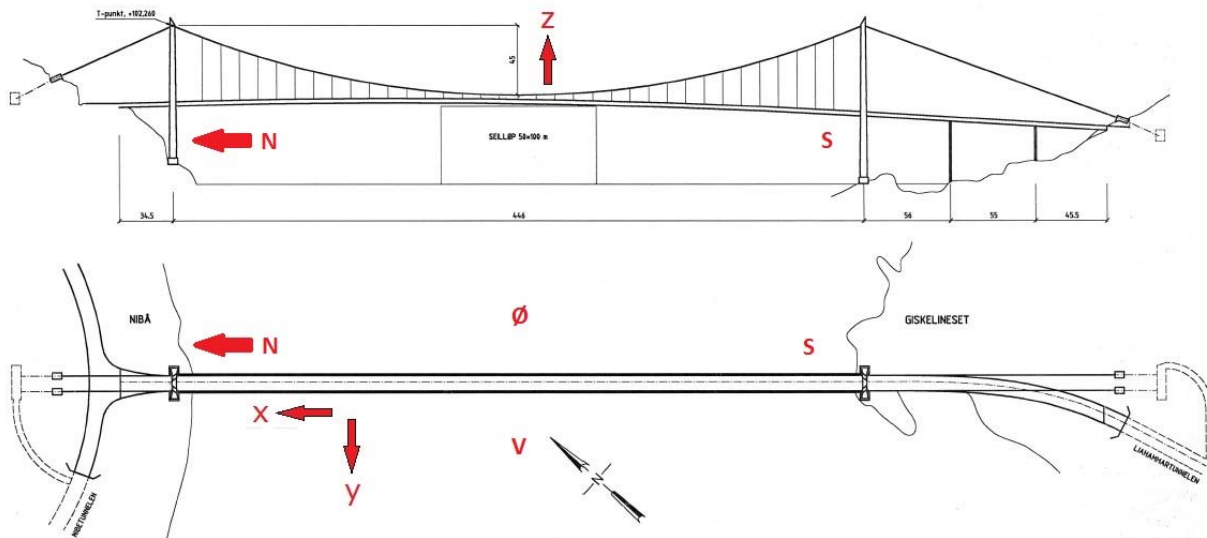
Finite Element (FE) modellen er basert på numerisk modellering. Der stavelementer er knyttet sammen med noder, og der nodene er tilegnet masse og plassert for å best mulig representere de geometriske egenskapene. Modellen antar at deformasjon av brukassen er svært liten i forhold til den globale forskyvningen. Denne måten å modellere på er i stor grad benyttet til beregninger av hengebruer, blant annet i beregning av Hardangerfjordbrua.

Utgangsmodellen er hentet fra en input-fil, dermed må geometriske endringer av modellen redigeres i input-filen. Ulempen med dette er at modifikasjoner dermed er tidkrevende og krever grundighet. Fordelen er imidlertid at modellen ikke trenger å bygges opp fra bunn og analyser kan settes i gang tidlig. Dessuten har oppgaven som hensikt å modifisere en eksisterende modell.

6.2.1 Definisjon av retning

Stavelementene i modellen er nummerert fra en og opp. Nummereringen starter på nordsiden av brua og går mot sørsiden. Med nordsiden menes det den lokale nord, Figur 2-1 under viser hvordan den lokale nordsida orienteres om brua. Koordinatene er orientert med x-aksen langs bruspennet med positiv retning mot sør. Y-aksen er på tvers av brukassen og

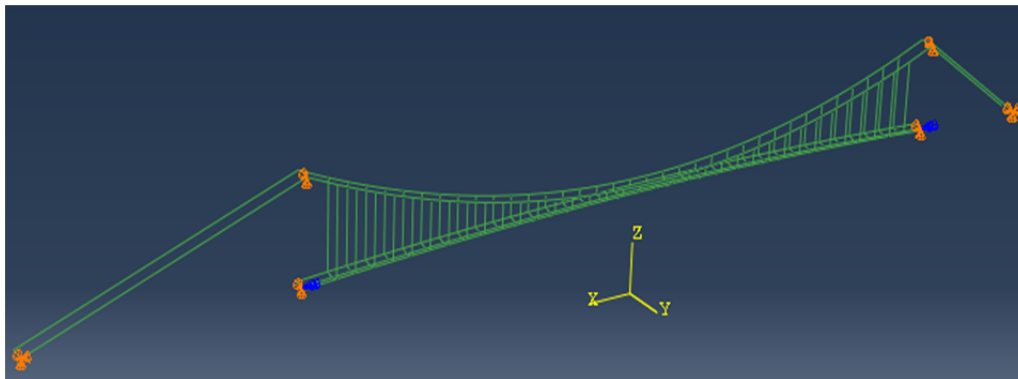
positiv i lokal øst og negativ i lokal vest. Følgelig er z-retning i orientert med positiv retning opp og negativ retning ned, illustrert i Figur 6-1.



Figur 6-1 – Definisjon av retninger på Lysefjordbrua

6.2.2 Elementer

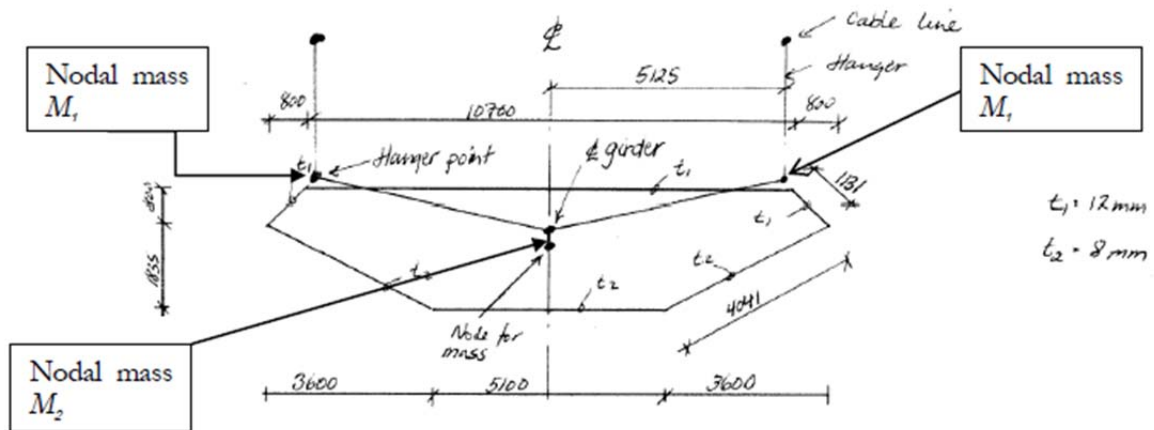
I Figur 6-2 illustreres oppbygningen av FE-modellen. For å kunne kjøre modellen må den modifieres. Utførte endringer av elementer i den eksisterende modellen er kommentert i hvert avsnitt nedenfor.



Figur 6-2 - FE-modellen i ABAQUS

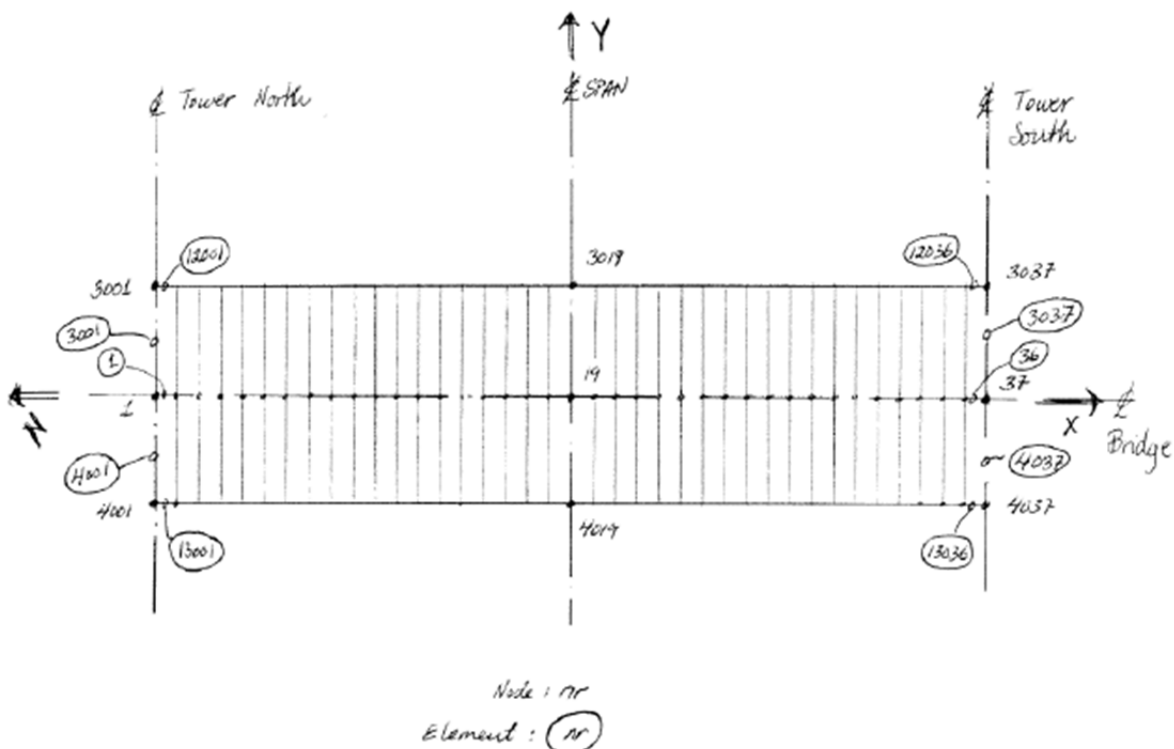
Brukassen

Brukassen er bygd opp ved hjelp av fire noder. Sidenoder er plassert i koblingspunktet mellom brukassen og hengekablene. Den midterste noden er plassert i nøytralaksen og i midten av bredden til brukassen. Den nederste noden har som brukes for å tilegne plassering av masse. Stavelementer med høy stivhet knytter sammen sidenoder med de midterste nodene, se Figur 6-3.



Figur 6-3 - Oppbygging av noder, skisse J.Tveiten[2]

Brukassen er modellert med totalt 37 noder i x-retning i hovedspennet. Hver av nodene har en avstand på 12 meter, utenom den første og siste som er på 19 meter. Hovedspennet er da på totalt 446 meter. Avstanden mellom hver node er den samme som avstanden mellom hver hengekabel. For å binde nodene sammen langs spennet benyttes stavelementer med tverrsnittsdata fra brukassen. Nummereringen av brukassen er den samme i Steigen og Tveiten, og kan oppsummeres av figuren under:



Figur 6-4 - Nummerering av brukasse, skisse av Jan Tveiten[2]

Stivhetsmatrisen er avhengig av plasseringen av skjæraksen, noe som er særlig viktig for torsjonsvridninger. Skjæraksen defineres ved en kommando, som orienterer aksene i forhold

til nøytralaksen. Beregninger viser at plasseringen av nøytralaksen er noe ulik den i Steigen[1]. Det er derfor foretatt modifikasjoner av plasseringen av midtnoden. Ytterligere justeringer av noder utføres for å tilnærme modellen med målte egenfrekvenser, endringene omtales mer i kapittel 6.3.

Elementene som er brukt i modellen er av typen B31. Dette er et 2 node lineært bjelkesegment med skjærdeformasjon. Fordelen med denne er dens enkle geometriske form som har få frihetsgrader. Forenklingen kan forsvares med at brukassens materielle egenskaper antas å være neglisjerbare, sammenlignet med målte verdier. Forskyvninger i nodene alene vil være nok til å sammenligne relevante resultater.

Hovedkabler

Hovedkablene er knyttet til hengekablene med en node for hver hengerkobling. Dette gir totalt 37 noder fordelt langs kabelkurven. I original-input får den første og siste noden en unormal helning mot brutårnene, dette skyldes at brutårnene smalner litt inn ved toppen. Dermed er den siste og første noden i hver av hovedkablene justert med 0,11 m i x-retning.

Hovedkablene er modellert med et segment mellom hver node. I forhold til originalen er det foretatt en vesentlig endring. For å best mulig modellere kablene er de laget som sirkulærbjelker med $r = 0.118$ m, som ikke kan ta opp trykk. Dette oppnås med å definere en materialtype for kablene. Arealet av kabelen blir da 0.044 m^2 , det samme som er benyttet i original-input. Kablene beholder dermed samme densitet som er benyttet tidligere. I original-input er de bakre hovedkablene modellert som et element. For å oppnå en mer reel fleksibilitet er disse delt opp i flere segmenter. Hovedkablene er modellert med elementer av type B31.

Hengekabler

Hengekablene er modellert med et element mellom hver node i hovedkablene og sidenodene i brukassen. Hver kabel har en ulik lengde tilsvarende avstanden mellom kurven av brubjelken og hovedkabelbanen. På samme måte som for hovedkablene er også hengekablene modellert som sirkulærbjelker med en diameter på 58 mm, som ikke kan ta opp trykk. For å sikre at modellen kjører riktig tilegnes de også en densitet på 7850 kg/m^3 . Segmentene er på samme måte som hovedkablene modellert med typen B31.

Brutårn

Brutårnene er modellert med 29 bjelkesegmenter i hvert bein, med to kryssende bjelker mellom hvert bein, rett under brukassen og i toppen. Kryssene er modellert med 7 noder, med 6 elementer hver. Brutårnene er noe ulike i størrelse, tårnet på sørsiden er høyere enn nordsiden og den kryssende bjelken under brukassen ligger 7 meter lavere enn for tårnet på nordsiden. Antall noder er det samme, men avstanden mellom er justert i forhold til dette.

I originalmodellen er elementtypen FRAME3D brukt til å modellere tårnene. Dette er et element som er ment til å beskrive rammer, som for eksempel store betongkonstruksjoner. Ved kjøring i nåværende Abaqus/cae støttes ikke denne typen element. Det ble derfor foretatt en modifikasjon av denne. Elementtypen ble forsøkt endret til B31H for å få analysert modellen. FRAME3D er et 4.ordens element, mens B31H er basert på 1.ordens

integrasjon. Ved å bruke tilleggskommando TAPER så modelleres elementet som et varierende tverrsnitt mellom to referanse tverrsnitt. For å modellere interaksjonen mellom brukasse og brutårn benyttes kommandoen RELEASE. Denne har som hensikt å illustrere hvordan opplagrene til brukassen hviler på brutårnet. Denne kommandoen er heller ikke støttet i Abaqus/cae, og forsøk med å bruke en bjelke med en stivhet tilnærmet et slikt opplager har vist seg å ikke gi tilfredsstillende resultater. Dermed er ikke brutårnene modellert i modellen. Resultater fra Steigen har vist at FE-modellen ikke avviker i stor grad fra modellen med brutårn. Det ser heller ikke ut som originalberegninger fra Alvsat tar særlig hensyn til disse. For enkelhetsskyld velges det derfor å benytte en FE-modell uten brutårn. Dette forenkler beregningstiden og siden det heller ikke er foretatt målinger ved brutårnene, så vil ikke respons av brutårnene bli omtalt i denne oppgaven.

6.2.3 Geometri

Geometrien til FE-modellen kan oppsummeres med følgende punkter:

- Hovedspenn: 446 m
- Avstand fra topp kabel til bunn av kabel: 45 m
- Avstand mellom hovedkabler: 10,25 m
- Lengde på bruspenet på nordsiden: 73,906 m
- Lengde på bruspenet på sørsiden: 166.046 m
- Korteste hengekabel: 3,0 m
- Lengste hengekabel: 47,2 m
- Avstand mellom hengekabelkoblingen og brukassens nøytralakse: 1,004 m
- Høyde brukasse ved brutårn nord: 54. 465 m
- Høyde brukasse ved midtspenn: 54.472 m
- Høyde brukasse ved brutårn sør: 46.001 m

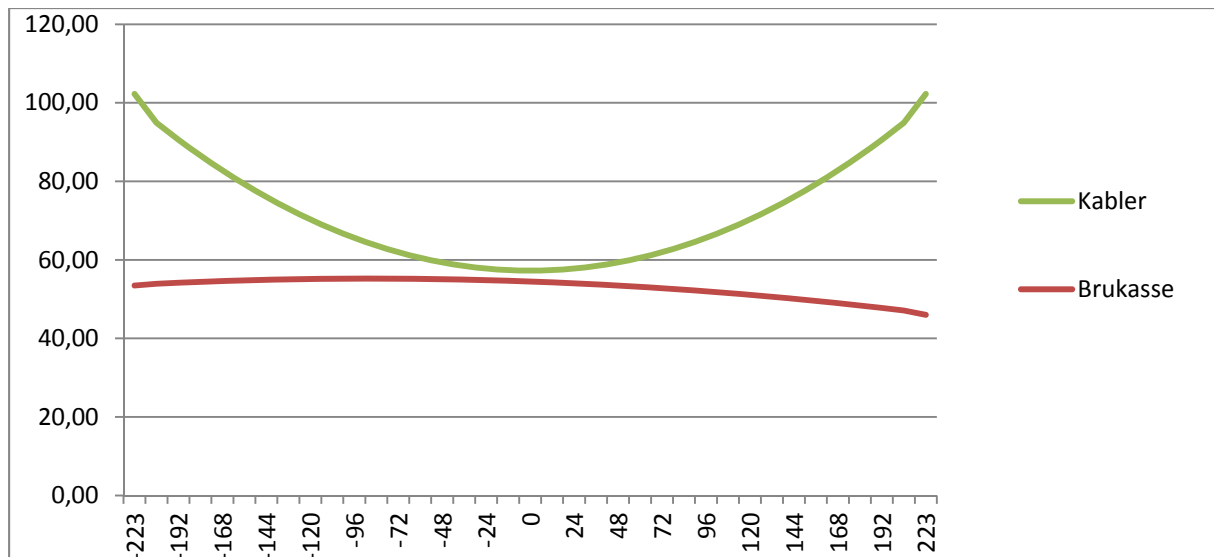
På hengebruer er det vanlig å ha kurve på spennet fordi dette er gunstig for fordeling av krefter. Den eksisterende brua har en kurvet senterlinje langs hovedspennet. Geometrien av denne kan beskrives som en sirkel med utgangspunkt i tre kjente punkter, et punkt ved midten av hovedspennet og to ved brutårnene. Hovedkablene har en kurvet geometri som kan beskrives som en parabel. Uttrykkene er beregnet i Mathcad og excel, og resulterende kurver er illustrert i Figur 6-5 på neste side.

Generelt uttrykk for sirkel med to kjente punkter:

$$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0 \quad (6-1)$$

Generelt uttrykk for parabel:

$$Y = ax^2 + b \quad (6-2)$$



Figur 6-5 - Vertikal geometri for brukasse og kabler

Dette er den eksisterende geometrien som inkluderer deformasjon av egenlast. Dermed må det i input-filen lages det en kurvatur som modifisert for å oppnå geometrien etter påført egenlast. Dette er nærmere omtalt i kapittel 7.1.

6.2.4 Frihetsgrader

Modellen uten brutårn laget av Steigen[1] er ikke fastholdt for forskyvning i x-aksen. Dette medfører at modellen gir flere vertikale svingemoder i tillegg til de Steigen har presentert. I henhold til beskrivelse av opplageret velges denne ekstra fastholdingen. Resultater viser også at egenfrekvenser blir på denne måten mer tilnærmet reelle målinger.

- Bakre hovedkabler er innspent der kablene treffer fjellet.
- Hovedkabler er fritt opplagt i toppen av tårnene.
- Brukassen er fritt opplagt, med fastholdning av x-aksen på nordsiden. Den fastholdes i tillegg mot vridning om x-aksen i begge ender.

6.2.5 Stivhetsegneskaper

Tverrsnittsdata er i hovedsak basert på originalinput fra Alvsat og beregninger fra tidligere oppgaver. Både Tveiten[2] og Steigen[1] har beregnet nøytralakse, arealmoment, areal og skjærsenter, med tilnærmet like resultater. En forenklet kontrollberegning er utført i vedlegg D. Beregning av skjærsenter er utført i tverrsnittsprogrammet CrossX. Programmet kan i prinsippet brukes til å beregne hele tverrsnittet, men studentversjonen som har blitt benyttet i dette tilfellet har begrensninger når det gjelder dette. Derfor er det foretatt beregning av brukassen uten avstivende trapesprofilene og en individuell analyse av de ulike trapesprofilene i programmet. Resultatene kombineres i Mathcad, og resultater er listet opp, beregninger er vedlagt i vedlegg D.

Tabell 6-1 – Tverrsnittsdata for brukasse

		Tveiten[2]	Steigen[1]
Nøytralakse Y(m)	1.720	1.704	1.776
Annet arealmoment I _y (m ⁴)	0.436	0.457	0.429
Areal A (m ²)	0.389	0.387	0.343
Skjærcenter Y _s (m)	1.529	1.433	1.776

Skjærcenter er en avgjørende dynamisk egenskap fordi rotasjon ikke nødvendigvis finner sted i massesenterets akse, men i skjærcenter. Spesielt er dette avgjørende for torsjonssvingninger, og tidligere oppgaver har vist at egenfrekvensene for torsjon er vanskelige til å stemme med originalberegninger fra Alvsat. Sammenligninger av torsjonssvingninger viser store avvik, opptil 25 %. Justering av skjærcenter er en viktig faktor for å tilnærme seg resultater enklere. Det vil derfor foretas modifikasjoner av tverrsnittsdata for å tilstrebe en mest mulig reell FE-modell.

6.2.6 Andre Parametere

Tyngde akselerasjonen er 9,81 m/s²

6.2.7 Dempning

Dempning av en konstruksjon satt i bevegelse beskrives med følgende bevegelsesligning:

$$M \ddot{q}(t) + C \dot{q}(t) + K q(t) = F(t) \quad (6-3)$$

Hvor C er dempningen av systemet. Dempningen uttrykkes best med et dempningsforhold, ζ . ABAQUS tilbyr Rayleigh dempning til å beskrive den dynamiske dempningen. Denne metoden kalles også for viskøs dempning, og forutsetter at dempningsmatrisen er proporsjonal med masse- og stivhetsmatrisen. Dempningen og dempningsforholdet kan da uttrykkes på følgende måte:

$$C = \alpha M + \beta K$$

Høyfrekvente moder vil i stor grad dempes med α , mens lavfrekvente moder vil dempes med β . For et frihetsgradssystem gjelder følgende.

$$\zeta_n = \frac{\alpha}{2\omega_n} + \frac{\beta}{2} \omega_n \quad (6-4)$$

Ved å benytte den første egensvingefrekvensen HS1 beregnes dempningsfaktorer i forhold til dempningsforhold. I FE-modellen benyttes den dempningsfaktorene for $\zeta = 0.005$.

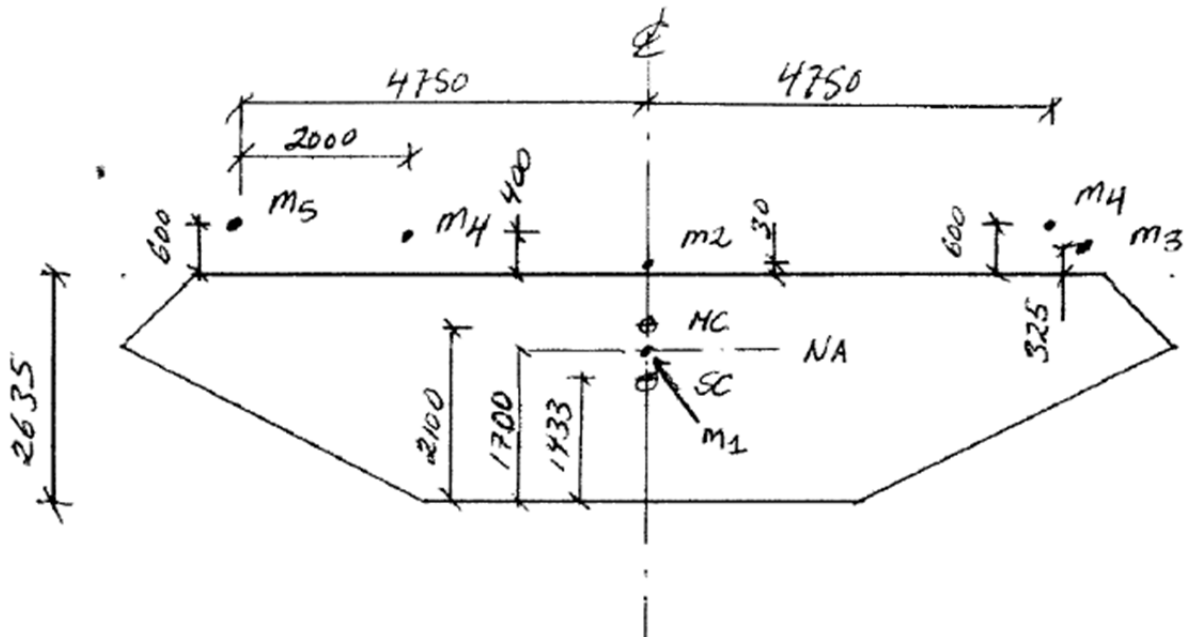
Tabell 6-2 - Dempningsfaktor ved HS1

ζ_n	α	β
0.005	0.0109	0.0024

6.2.8 Masse

Vekten av brukassen, hengestagene og hovedkablene er hentet fra Alvsat. Verdiene og resultatene er gjengitt i eget Mathcad vedlegg, og er basert på beregninger for modellen til

Steigen. Lengden på hovedspennet er 446 meter. Vekten av brukassen er 5350 kg/m som gir en totalvekt på 2386 tonn. Lengden på kablene i hovedspennet er beregnet i excel, med utgangspunkt i den gitte parabel, til å være 458.6 meter. Vekten av kablene er fra Alvsat er 816 kg/m som gir en total masse på 375 tonn. De bakre kablene har en masse på 181 tonn. Den totale vekten av modellen blir da 2942 tonn. Beregning av massesenter er utført etter metode beskrevet i Tveiten[2]. Der massen 5350 kg/m er fordelt i forhold til montert utstyr på bjelken. Figur 6-6 med tilhørende Tabell 6-3 beskriver fordelingen på en god måte og vil derfor benyttes videre i oppgaven.



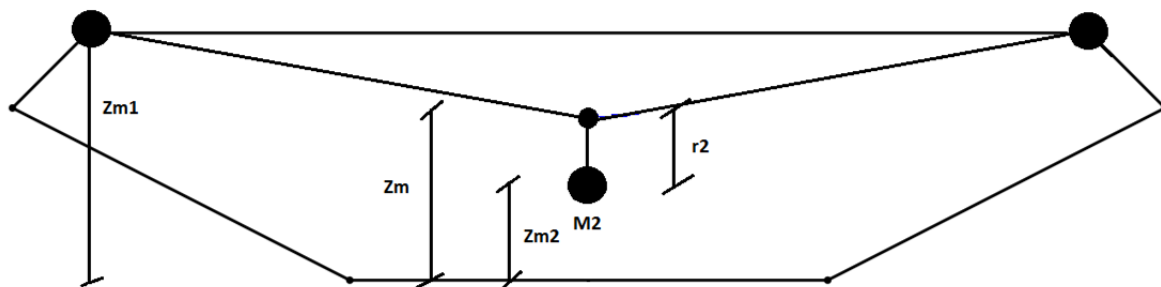
Figur 6-6 - Fordeling av masse, skisse av J.Tveiten[2]

Der massene er som følger:

Tabell 6-3 - Fordeling av masse i brukasse, fra J.Tveiten[2]

Mass tag	Mass type	Mass[kg/m]
m1	Mass of girder	3466
m2	Mass of asphalt	1286
m3	Mass of hangers (symmetric about centerline)	95
m4	Railing type 1	150
m5	Railing type 2	100
Mass of cable	All main cables	816

Basert på plassering av massesenter beregnes fordeling av masse i den modellerte brukassen. Beregninger foretas med hensyn til likevekt av treghetsmomentet. Som tidligere omtalt er brukassen modellert ved hjelp av tre masser. Fra beregninger i Mathcad er avstandene og masse 1 og 2 beregnet til å være følgende, se vedlegg D:



Figur 6-7 - Modellering av masser i brukasse

$$Z_{m1} = 2760 \text{ mm}$$

$$Z_m = 1720 \text{ mm (Nøytralakse)}$$

$$Z_{m2} = 1040 \text{ mm}$$

$$r_2 = 460 \text{ mm}$$

$$M_1 = 1498 \text{ kg/m}$$

$$M_2 = 2354 \text{ kg/m}$$

6.3 Egenmoder og egenfrekvenser

Svingemoder og svingefrekvenser spiller en stor rolle på dynamisk respons. Det er disse som avgjør hvilken form for bevegelse som brua vil ta. Abaqus utfører en vibrasjonsanalyse av modellen for å finne disse. Basert på foregående beskrivelse av FE-modellen kan svingeformene oppsummeres i oversikten under. Framgangsmåten ved å identifisere svingemoder er å observere frekvenser i resultatvindu i Abaqus. Modellen viser egenfrekvens samt en svingeform. Steigen har utført ulike forsøk i forbindelse med oppbyggingen av modellen. Basert på dette viser resultater at det er liten forskjell på svingeformer og egenfrekvenser i hovedspennet med og uten brutårn, noe som viser at det er forsvarlig å fjerne tårnene, som tidligere omtalt.

Egenfrekvenser er beskrevet med de 3 første modene av hver type. Modene er som følger:

- Type 1
 - HS-1: Horisontal symmetrisk 1. mode
 - HS-2: Horisontal symmetrisk 2. mode
 - HS-3: Horisontal symmetrisk 3. mode
- Type 2
 - HA-1: Horisontal asymmetrisk 1. mode
 - HA-2: Horisontal asymmetrisk 2. mode
 - HA-3: Horisontal asymmetrisk 3. mode
- Type 3
 - VS-1: Vertikal symmetrisk 1. mode
 - VS-2: Vertikal symmetrisk 2. mode
 - VS-3: Vertikal symmetrisk 3. mode
- Type 4
 - VA-1: Vertikal asymmetrisk 1. mode
 - VA-2: Vertikal asymmetrisk 2. mode
 - VA-3: Vertikal asymmetrisk 3. mode
- Type 5
 - TS-1: Torsjon symmetrisk 1. mode
 - TS-2: Torsjon symmetrisk 2. mode

- TS-3: Torsjon symmetrisk 3. mode
- Type 6
 - TA-1: Torsjon asymmetrisk 1. mode
 - TA-2: Torsjon asymmetrisk 2. mode
 - TA-3: Torsjon asymmetrisk 3. mode

Svingemoder fra tidligere oppgaver er sammenlignet med originalanalysen i Alvsat. Tidligere har det vært hensiktsmessig å lage en modell som gir resultater nærmest resultatene fra Alvsat. Det vil imidlertid være interessant å se hvilke som ligger nærmest den målte responsen. Analyser av modellen viser at de fleste svingeformene inneholder variasjoner i hovedkablene. Det vil si at det finnes flere svingemoder der kablene har ulike svingeformer enn der selve brudekket svinger. Noe som gir en indikasjon på at hovedkablene er mer sensitive for svingninger enn selve brudekket.

Tabell 6-4 - Sammenligning av tidligere modeller

	Alvsat	Uten brutårn Steigen	Tveiten	Målinger 5.des	Målinger 10.apr
	frekvens (Hz)	Frekvens (Hz)	Frekvens (Hz)	Frekvens (Hz)	Frekvens (Hz)
HS-1	0.1297	0.1287	0.1276	0.1318	0.1402
HS-2	0.5556	0.5376	0.5334	0.5914	0.5846
HS-3	0.8333	0.8130	0.8333	0.887	0.8887
HA-1	0.4425	0.4386	0.4311	0.4528	0.4579
HA-2	0.5988	0.5882	0,5834	-	0.637
HA-3	1.0000	0.9709	0.9737	1.042	1.047
VS-1	0.2865	0.3049	0,3020	0.3007	0.2991
VS-2	0.4000	0.4115	0.4070	0.4156	0.4156
VS-3	0.8696	0.8621	0.8559	0.8752	0.8685
VA-1	0.2132	0.2212	0.2143	0.2298	0.2332
VA-2	0.5882	0.5848	0.5830	0.6015	0.6049
VA-3	1.2048	1.1905	1.1905	1.551	1.548
TS-1	1.1494	1.0309	1.0862	1.266	1.264
TS-2	3.2258	2.7027	2.8482	3.281	3.273
TS-3	5.5556	5.0000	4.5167	-	-
TA-1	2.1277	1.8182	1.8577	2.225	2.227
TA-2	4.3478	3.5714	3.6846	-	4.379
TA-3	6.6667	5.8824	5.0839		6.172

Målte egenfrekvenser viser at den eksisterende FE-modellen har god tilnærming til reelle egenfrekvenser. Særlig de første vertikale og horisontale stemmer bra med Abaqus. Resultater fra Alvsat viser seg å være bedre på tilnærming av torsjon. Som tidligere omtalt er tilnærming av torsjonsfrekvenser utfordrende å modellere. For å tilnærme resultatene må egenskaper som påvirker følgende frekvenser modifieres.

- Litt høyere symmetrisk og asymmetrisk horisontalfrekvens

- Litt høyere asymmetrisk vertikalfrekvens
- Høyere symmetrisk og asymmetrisk torsjonsfrekvens

Som man ser fra målinger er det særlig egenfrekvenser av torsjon som avviker i størst grad. Målingene tilsier at den eksisterende FE-modellen er litt stivere enn den reelle hengebrua. Ved å utføre valideringsanalyser i Mathcad ved hjelp av teori fra Bleich/Steinmann, omtalt i kapittel 8.1, kan det undersøkes hvilke parametere som kan gi en bedre tilnærming.

6.4 Modifikasjon av modellen

Frekvenser for symmetriske torsjonssvingninger knyttes direkte til treghetsmoment I_m . Dersom det reduseres økes egenfrekvensen. Tveiten[2] har med utgangspunkt i Figur 6-6 beregnet et treghetsmoment uten vekten av hovedkablene. Beregninger gir en ny $I_m = 58\,420\text{ kgm}^2/\text{m}$. Fordelingen av M_1 og M_2 med nytt treghetsmoment er beregnet i Mathcad, og fordelingen er som følger:

$$Z_{m1} = 2760\text{ mm}$$

$$Z_m = 1720\text{ mm (Nøytralakse)}$$

$$Z_{m2} = 1040\text{ mm}$$

$$r_2 = 62\text{ mm}$$

$$M_1 = 1074\text{ kg/m}$$

$$M_2 = 3203\text{ kg/m}$$

Denne konfigurasjonen legger den fiktive massen tilnærmet plassert i den nøytrale aksene.

Endringer i treghetsmoment påvirker ikke de vertikale frekvensene. Da den totale vertikale massen forblir den samme. Frekvensene avhenger direkte av bøyestivheten om den svake aksene. Med å øke annet arealmoment I_y vil også konstruksjonenes vertikale egenfrekvenser øke. At brukassen er stivere enn først antatt kan skyldes innvirkningen av tverravstivere som er lagt inn per fjerde lengdemeter. Disse ser ut til å gi et større bidrag til stivhet enn tidligere antatt. stivheter økes med 10 % for å ta hensyn til bidraget.

Bleich og Steinman har ikke definert en metode for å finne horisontale egenfrekvenser. Dermed er det vanskelig å se hvilke variabler som kan øke frekvensen. Men det vil være hensiktsmessig å anta at variablene er de samme som for vertikale svingninger. Hovedparameteren ser ut til å være horisontal masse, og stivhet fra kabler og stavelementer. Som for vertikale egenfrekvenser avhenger horisontale egenfrekvenser av bøyestivhet, om den sterke aksene I_z . For å være konsekvent økes også denne med 15 % for å ta hensyn til bidraget av tverravstivere.

Modellen modifiseres som omtalt i foregående kapitler. Det modelleres to modeller etter følgende beskrivelser:

Test 1

Uten brutårn, alle kabler kan bare ta opp strekk. Skjærsenter lik 1529 mm. Bøyestivhet økes med 15 %. Treghetsmoment lik 82 340 kg m²/m.

Test 2

Uten brutårn, alle kabler kan bare ta opp strekk. Skjærsenter satt til 1529 mm. Bøystivhet økes med 15 %. Masser er fordelt med treghetsmoment lik $58\,420 \text{ kg m}^2/\text{m}$.

Resultater av modeller og sammenligning med egenfrekvenser oppsummeres i Tabell 6-5 på neste side.

Tabell 6-5 – Sammenligning av egenfrekvenser

	Steigen (Hz)	Test 1 (Hz)	Test 2 (Hz)	Måling 05.12 (ren vind)	Målinger 10.04 (ren vind)	Målinger 10.04 (med trafikk)
HS1	0,129	0,132	0,133	0,132	0,140	0,139
HS2	0,538	0,537	0,544	0,591	0,585	0,586
HS3	0,813	0,832	0,845	0,887	0,889	-
HS4	-	1,047	1,051	1,046	1,044	1,042
HA1	0,439	0,455	0,456	0,453	0,458	0,455
HA2	0,588	0,584	0,594	0,642	0,637	-
HA3	0,971	0,957	0,980	-	-	-
HA4	-	1,347	1,385	1,664	1,585	1,642
VS1	0,305	0,307	0,297	0,301	0,299	0,299
VS2	0,412	0,416	0,413	0,416	-	0,416
VS3	0,862	0,905	0,845	0,852	-	0,869
VS4	-	1,685	1,691	1,551	-	1,548
VS5	-	2,451	2,452	-	-	2,416
VA1	0,221	0,219	0,223	0,230	0,233	0,230
VA2	0,585	0,609	0,614	0,602	0,605	0,596
VA3	1,190	1,261	1,266	-	-	-
VA4	-	2,172	2,178	-	-	2,416
VA5	-	3,345	3,343	-	-	3,393
TS1	1,031	1,106	1,269	1,266	1,264	1,264
TS2	2,703	2,989	3,411	3,281	3,470	3,280
TS3	5,000	4,793	5,218	-	-	4,915
TA1	1,818	1,965	2,221	2,225	2,229	2,227
TA2	3,571	3,961	4,491	-	4,246	4,042
TA3	5,882	5,558	5,985	-	-	5,157

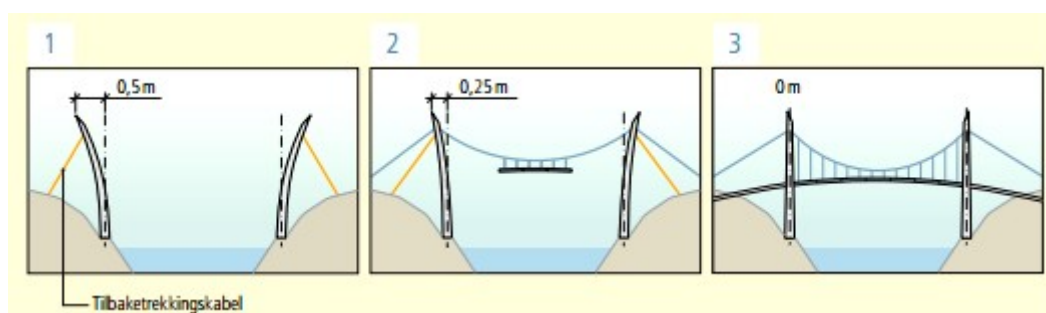
De første egenfrekvenser av hver type ser ikke ut til å gi utslag i alle målingene. Som det kommer frem av Tabell 6-5 samsvarer de første egenfrekvenser bra med målte verdier. Ser man på flere enn de 3 første av hver svingeform, avviker resultater i større grad. Det skyldes i hovedgrad av begrensningene med 37 noder til å måle forskyvning langs spennet. Svingeformer av høyere grad krever dermed større nøyaktighet for å simulere fullt ut. Tar en utgangspunkt i de første målingene av hver egenfrekvens samsvarer test 2 best med målt torsjon. Senket treghetsmoment samt en økning i bøyestivhet ser ut til å gi et mer tilnærmet resultat. Det er også foretatt forsøk med justering av skjærsenter i begge modellen, men det ser ikke ut til påvirke resultater. FE-modellen test 2 vil derfor benyttes for videre analyser. Egensvingemoder som gir utslag på målinger presenteres er vedlagt i Vedlegg B.

7 Analyse i ABAQUS

FEM-analysen deles inn i tre forskjellige steg. Det første er å påføre konstruksjonen en egenlast, andre steg er en vibrasjonsanalyse konstruksjonens naturlige egenfrekvenser og tilslutt å påføre konstruksjonen vindlaster.

7.1 Karakteristisk egenlast

Hengebruene får sin endelige kurvatur ved å påføre en skjevstilling i brutårnene. Etter egenvekten fra hovedspennet er påført slakkes tilbaketrekkingskabelen hengebrua får sin ønskelige kurvatur. Figur 7-1 illustrerer fremgangsmåten.



Figur 7-1 - Skjevstilling av brutårn, eksempel fra Hardangerbrua

Parablene beregnet i kapittel 6.2.2 er medregnet egenlast. Det vil si at parablen er medregnet forskyvningen egenlasten gir konstruksjonen. For å oppnå den ønskede parablen med belastning fra egenlast. Metoden går ut på å henge deformasjonen for så å beregne en korrigert parabel. Input modellen til FE-modellen er modifisert flere ganger ved hjelp av beregninger i excel.

7.2 Egenfrekvenser og svingeformer

ABAQUS gjennomfører en bevegelsesanalyse for å fastslå egenfrekvenser og egsvingemoder. Som tidligere omtalt gjennomføres analysen for FE-modellen test 1 og test 2. sammenlegninger med måledata viser at den sistnevnte har best tilnærming. I for å se på de høye egenfrekvensene forårsaket av trafikklast, gjennomføres analysen med 128 moder, noe egenfrekvenser til og med 8.8587 Hz. Identifisering av svingemoder og grafisk fremstilling de første 10 horisontale, 10 vertikale og 10 torsjonale, samt noen høyfrekvente som gir utslag på målinger, er vedlagt i Vedlegg B. De høyfrekvente er vanskelige å identifisere siden egenfrekvensene avviker i større grad enn for de lavfrekvente. Det er derfor ikke foretatt noen nummerering av disse, men er navngitt etter type svingemode.

7.3 Trafikklast

Lysefjordbrua forbinder Oanes i sør med Forsand i nord. Veien er en riksvei med en del tungtrafikk, hovedsakelig på grunn av sanddrift i Forsand. Det vil være interessant å

sammenlikne egenfrekvensspekter fra perioden med kun vindlast og egenfrekvenser på dagtid der trafikklast kan forekomme. I denne oppgaven begrenses det til å påføre modellen vindlast, og trafikklast er ikke beregnet videre.

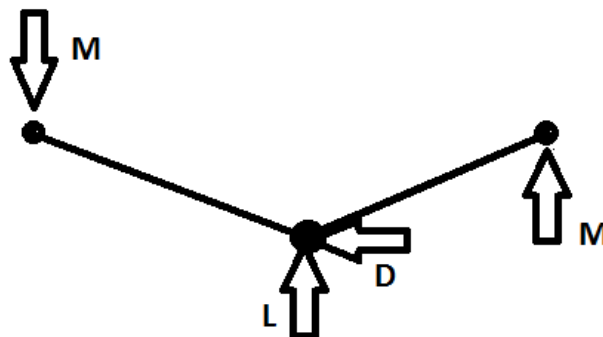
7.4 Vindlast

Vindhastigheter beregnet fra NatHaz benyttes til å beregne buffeting vindlast. For å forenkle arbeidet er kun simulert last fra H18, den gis ved en middelvindhastighet og den fluktuerende turbulensen. Simuleringsperioden er 10 min, $t=600$ s, med frekvens på 5 Hz. For å illustrere bruas oppførsel simuleres det 7 ulike tidsserier med middelvindhastighet på henholdsvis 5 m/s, 10 m/s, 15 m/s, 20 m/s, 25 m/s, 30 m/s og den dimensjonerte middelvindhastigheten på 38 m/s.

Beregning av de resulterende vindlastene gjennomføres ved hjelp av buffeting vind teori. Som omtalt tidligere avhenger denne av to ledd, vindlast fra fluktuerende del og de bevegelsesavhengige kreftene. Sistnevnte krever at lastene oppdateres for hvert steg, siden lastbidraget fra den relative angrepvinkelen er med på å endre de påførte vindlastene. For å simulere dette i Abaqus kreves det en subrutine, som tidligere omtalt innehar ikke forfatter disse programmeringskunnskapene. Selv om dette ikke gir et helt riktig bilde beregnes den påførte dynamiske vindlasten kun med bidrag fra de førstnevnte leddet, etter uttrykk (4-7). Den relative vinkelen vil da bare variere med bidrag fra den vertikale vindkomponenten. Det gjennomføres derfor to sett analyser, en uten vertikalkomponenten og en med.

Vindlast i kablene vil få en annen turbulensintensitet på grunn av høydeforskjellen. I tillegg vil denne endre langs seg langs spennet med den varierende høyden. Dette er ikke tatt hensyn til i beregninger, og for å forenkle arbeidet benyttes den samme simulerte vindlasten ved høyde 54 m som for brudekket. Siden lastarealet er veldig lite i forhold til brukassen, antas denne metoden å være tilstrekkelig.

Vindlasten beregnes i Matlab og legges inn i Abaqus med som AMPLITUDE, og belastes som tidligere omtalt som en uniform linjelast, noe som forsvares med analyser foretatt i kapittel 5.9. Den påførte lasten deles inn i tre deler der M er en last for å gi moment i brukassen, L gir vertikalkraft og D er den horisontale lasten, illustrert av Figur 6-2. Kablene blir kun belastet en horisontallast. For beregninger i Matlab vises det til vedlegg E.



Figur 7-2 - Påførte laster i FE-modell

8 Resultater

8.1 Verifikasjon av svingemoder

For å få en pekepinn på om svingenodene som er funnet i ABAQUS er korrekte, gjennomføres en verifikasjon ved hjelp av manuelle beregninger basert på teori fra Bleich[11] og Steinman[12]. Teorien er basert på bruken av lineære differensialligninger med grensebetingelser for hengebruer til å finne ligninger for sirkulære frekvenser. Tidligere oppgaver har også beregnet disse som en verifikasjon, men svingemoder beregnes allikevel. Dette gjøres for å få et mer helhetlig bilde over de dynamiske egenskapene til konstruksjonen, og det vil være hensiktsmessig å se på forskjellige metoder for å beregne den. Teorien til Bleich er en forenklet tilnærming, og vil avvike noe fra ABAQUS. Form og faser på modene vil imidlertid gi en verifikasjon av svingemoder.

8.1.1 Vertikale egenfrekvenser og moder

Svingenodene er beregnet i Mathcad utfra uttrykk fra [12] & [11]. Formlene baseres seg på at følgende forenklinger kan gjøres:

- Amplitudene er små, og at kreftene forårsaket av arealmomentet er relativt lite i forhold til den totale egenvekten. Denne forenklingen er nødvendig for at uttrykket skal baseres på teori om lineær differensialligninger.
- Egenvekten og arealmomentene er konstante innenfor ett spenn, men endres mellom spennene.
- Den totale massen av brua er konsentrert langs senterlinjen til brukassen, som er fastspent i en retning.
- Hengerne antas å være uendelig stive, slik at vertikal deformasjonen i brukassen er lik deformasjonen i hengerne.

Vertikale asymmetriske moder

Følgende uttrykk brukes til å beregne de asymmetriske modene [11]:

$$m \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 \eta}{\partial x^4} - H_w \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{w}{H_w} h = 0 \quad (8-1)$$

- m: massen i hovedspennet
- w: vekten til hovedspennet per meter
- g: gravitasjonskonstanten
- E: elastitetsmodulen til brukassen
- I: arealmomentet om den svake aksel
- η : amplituden ved x ved tiden t
- H_w : horisontalkraften i hovedkablene fra egenvekten.
- h: tilleggs kraft i kablene

Fra uttrykket over finner man ligningen for vertikale vibrasjonsmoder:

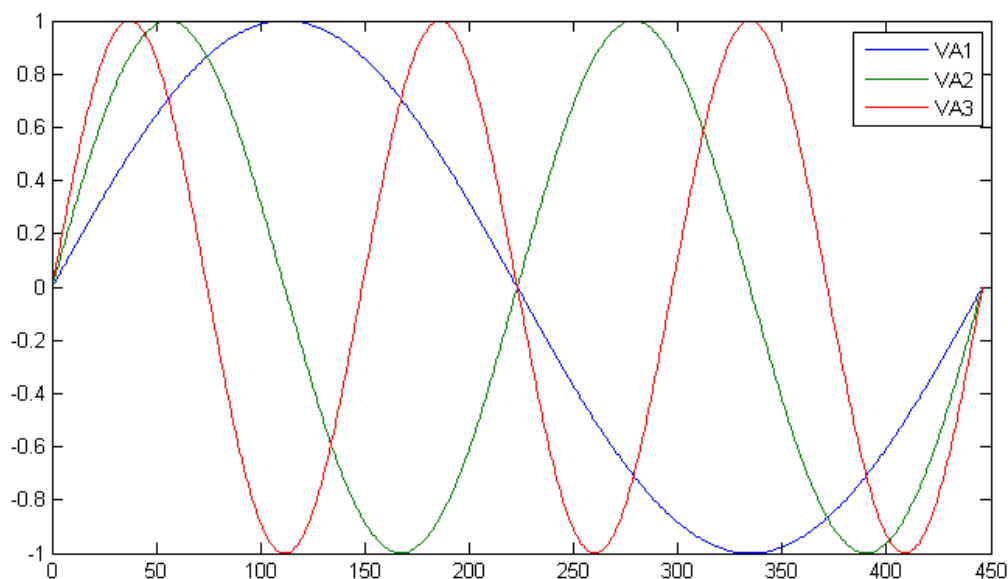
$$\omega(n) = \frac{n\pi}{l} \sqrt{\frac{g}{w} (H_w + n^2\lambda)} \quad (8-2)$$

- n: antall halve sinusbølger
- l: Lengden på hovedspennet
- $\lambda = \frac{\pi^2 EI}{l^2}$

Uttrykkene fra Steinman[12] er basert på samme fundamentale likevektsegenskaper som i Bleich, men presentert på en annen måte. Beregningene i Mathcad av begge uttrykkene viser imidlertid at resultatene er like, og derfor vil ikke Steinman bli omtalt videre.

Tabell 8-1 - Vertikale asymmetriske egenfrekvenser

Svingemode $\omega(n)$	Bleich/Steinman	Abaqus	Målteverdier
VA1 $\omega(2)$	1.285	1,398	1,445
VA2 $\omega(4)$	3.676	3,857	3,789
VA3 $\omega(6)$	7.503	7,954	-



Figur 8-1 - Vertikale asymmetriske svingemoder

Vertikale symmetrisk moder

Uttrykkene for å finne symmetriske moder baseres på energiligninger som er gyldig for ett spenn hengebruer[11]:

$$T - V = \frac{1}{2} \left(\frac{w}{g} \omega^2 \int_0^1 \eta^2 dx - EI \int_0^1 \eta''^2 dx + H_w \int_0^1 \eta'' \eta dx - \frac{8f}{l^2} h \int_0^1 \eta dx \right) \quad (8-3)$$

Og

$$\frac{8f}{l^2} \int_0^1 \eta dx - \frac{L_E h}{E_c A_c} = 0 \quad (8-4)$$

- T: er maksimal kinetisk energi i konstruksjonen som en funksjon av η
- V: er maksimal potensial energi som en funksjon av η . Delvis i bruspenet og delvis i kablene.
- L_E : lengden av hovedkablene fra forankring til forankring
- E_c : Elastitetsmodulen for hovedkablene
- A_c : Tverrsnittsarealet av hovedkablene

Ved å løse energiuttrykkene over, kommer en fram til følgende uttrykk andregradsuttrykk:

$$Ak + 9B(k - Ap) = 0 \quad (8-5)$$

Der:

$$A = s\omega^2 - H_w - \lambda \quad (8-6)$$

$$B = s\omega^2 - 9H_w - 91\lambda \quad (8-7)$$

Der parameterne s, k og p er:

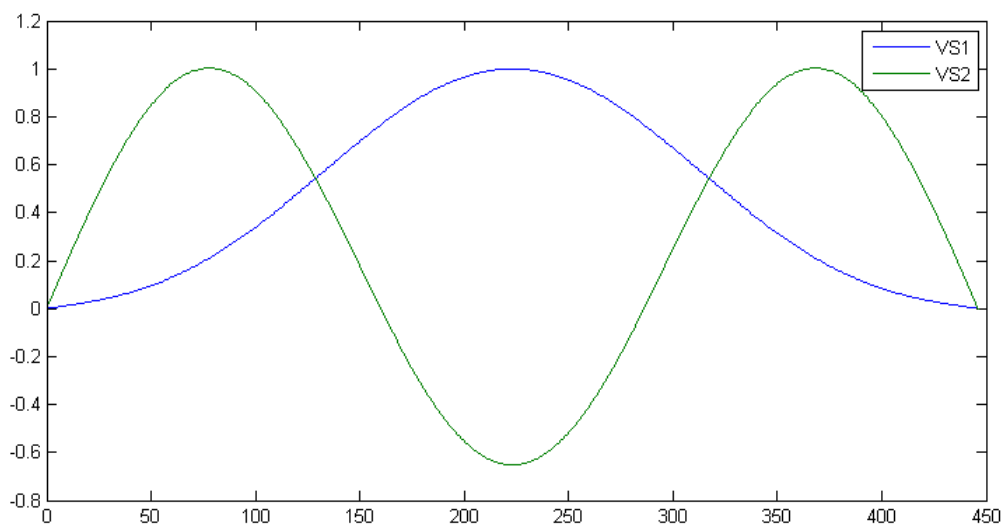
$$s = \frac{wl^2}{\pi^2 g} \quad k = \frac{32f}{\pi^2} \quad p = \frac{pil}{16f} \frac{L_E}{E_c A_c}$$

De to første frekvensene kan finnes fra uttrykkene over, for $n > 3$ brukes følgende uttrykk:

$$\omega(n) = \sqrt{\frac{1}{s} \left(n^2 H_w + n^4 \lambda + \frac{k}{n^2 p} \right)} \quad (8-8)$$

Tabell 8-2 - Vertikale symmetriske egenfrekvenser

Svingemode $\omega(n)$	Bleich/Steinman	Abaqus	Målteverdier
VS1 $\omega(1)$	1.581	1,867	1,884
VS2 $\omega(3)$	2.411	2,594	2,613
VS3 $\omega(5)$	5.413	5,350	5,353



Figur 8-2 - Vertikale symmetriske egenmoder

8.1.2 Torsjon egenfrekvens moder

Torsjon symmetriske moder

Uttrykket er kalkulert basert på teori fra Bleich. Ligningene antar et rektangulært tverrsnitt, derfor er det foretatt noen forenklinger i forhold til tverrsnittet.

Første og andre symmetriske mode finnes med følgende uttrykket:

$$B(A - K) - \frac{AK}{9} = 0 \quad (8-9)$$

Der:

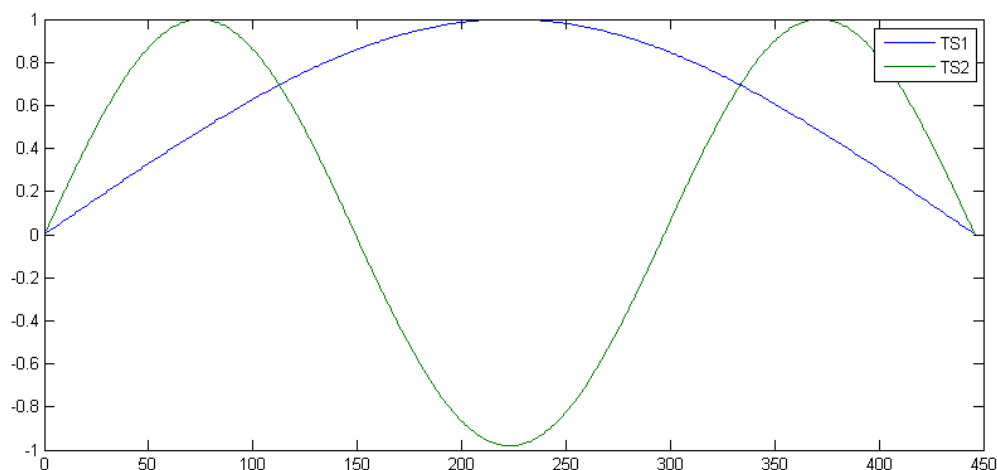
$$A = s\omega^2 - \Lambda - R \quad (8-10)$$

$$B = s\omega^2 - 81\Lambda - 9R \quad (8-11)$$

$$K = \frac{E_c A_c}{L_E} \frac{64 f^2 \omega_h^2}{\pi^2} l^2 \quad (8-12)$$

Tabell 8-3 - Torsjonale symmetriske egenfrekvenser

Svingemode $\omega(n)$	Bleich/Steinman	Abaqus	Målteverdier
TS1 $\omega(1)$	7.732	7,977	7,954
TS2 $\omega(3)$	20.442	21,432	21,469



Figur 8-3 - Torsjonale symmetriske egenmoder

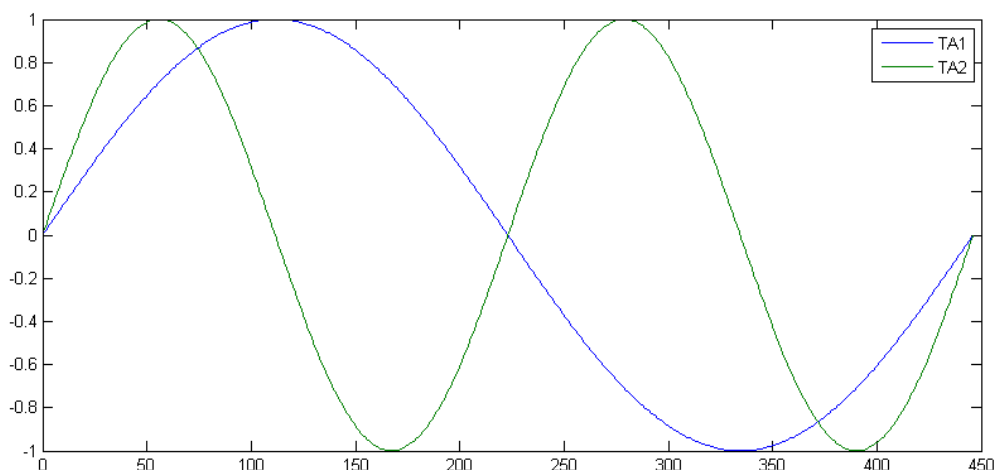
Torsjon asymmetriske moder

De asymmetriske modene beregnes fra følgende uttrykk:

$$\omega(n) = \sqrt{\frac{n^2}{s} (n^2 \Lambda + R)} \quad (8-13)$$

Tabell 8-4 - Torsjonale asymmetriske egenfrekvenser

Svingemode $\omega(n)$	Bleich/Steinman	Abaqus	Måleverdier
TA1 $\omega(1)$	13.602	13.953	13,992
TA2 $\omega(3)$	27.205	28,215	26,677



Figur 8-4 - Torsjonale asymmetriske egenmoder

8.2 Verifikasjon av svingemoder

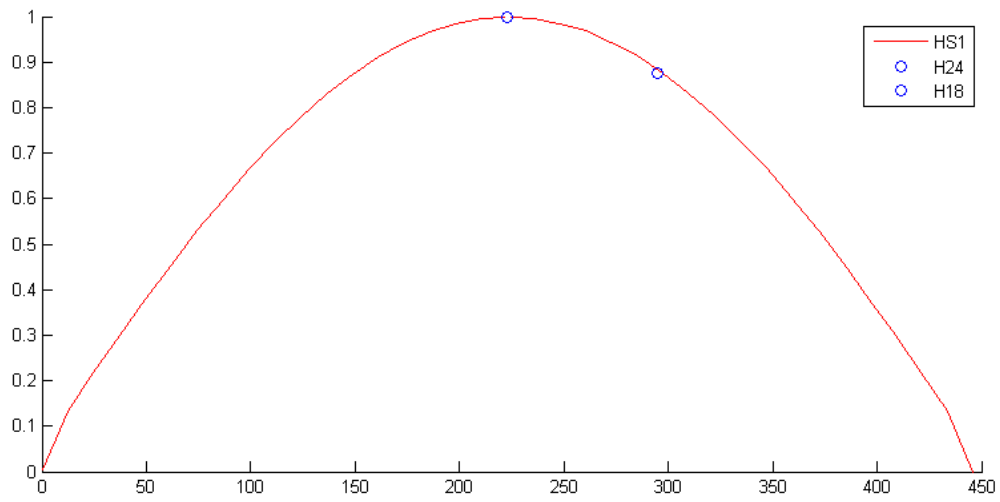
For å verifisere målte verdier, for uten å sammenlikne egenfrekvenser, sammenlignes svingemoder. Ved å se på energiforholdet mellom spektrene i H18 og H24, er det mulig å fastslå det normaliserte forholdet. Dette er imidlertid bare mulig når maksimal utslaget på svingemoden ligger i enten H18W/E eller H24W/E, noe som teoretisk utelukker de asymmetriske nodene. Siden svingemoder er normaliserte kan de sammenlignes direkte. Det brukes svingemoder beregnet i Abaqus for å sammenligne målte energispektre. Basert på teori om spektre fra kapittel 5.3 og formel kan forholdet mellom H18 og H24 beskrives på følgende måte:

$$\frac{s_j}{s_i} = \frac{|X(f_j)^2|}{|X(f_i)^2|} \quad (8-14)$$

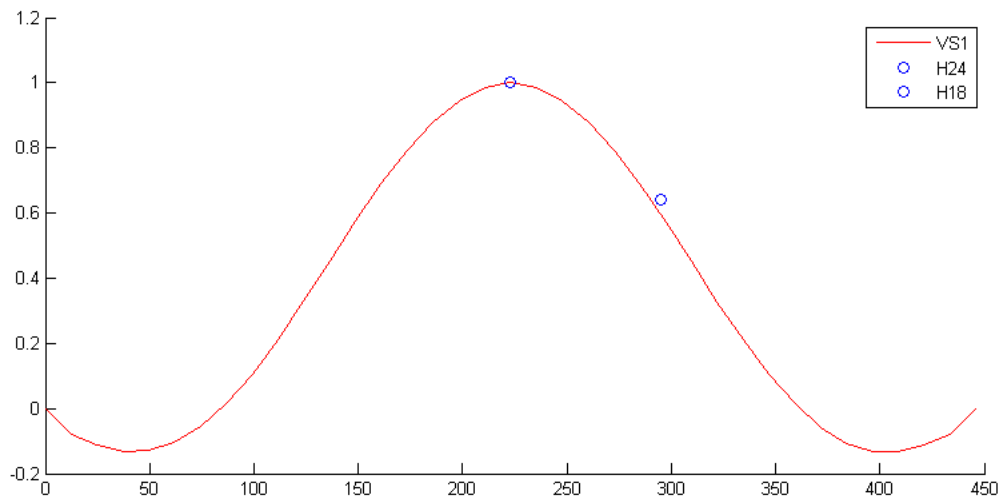
Det normaliserte forholdet i en svingemode er oppgitt som et førstegradsuttrykk, dermed må også spekteret beskrives på samme måte. Forholdet n blir da:

$$n_{ji} = \sqrt{\frac{|X(f_j)^2|}{|X(f_i)^2|}} \quad (8-15)$$

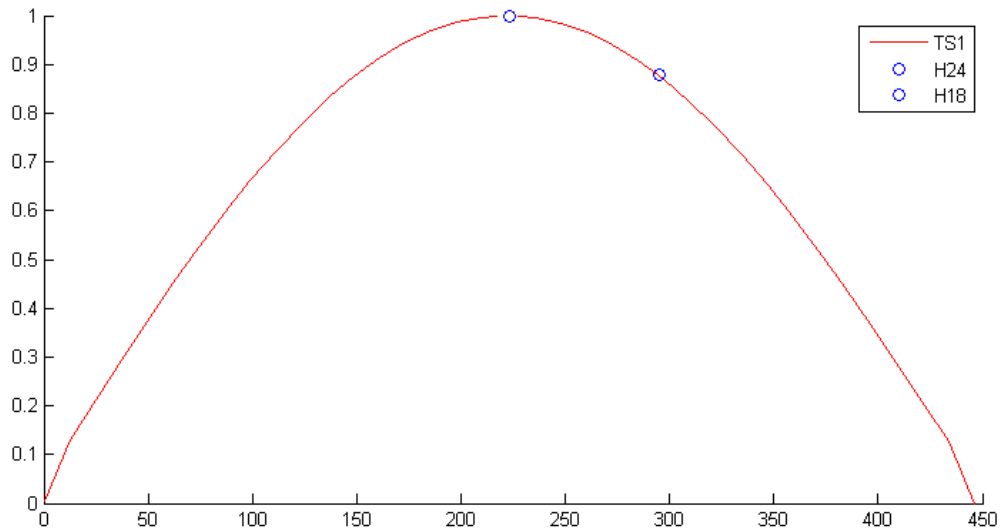
Beregninger er gjennomført i Matlab. Under følger sammenligninger av HS1, VS1 og TS1.



Figur 8-5 - Sammenligning av målinger og HS1 fra Abaqus



Figur 8-6 - Figur 8 8 - Sammenligning av VS1 fra Abaqus og målinger

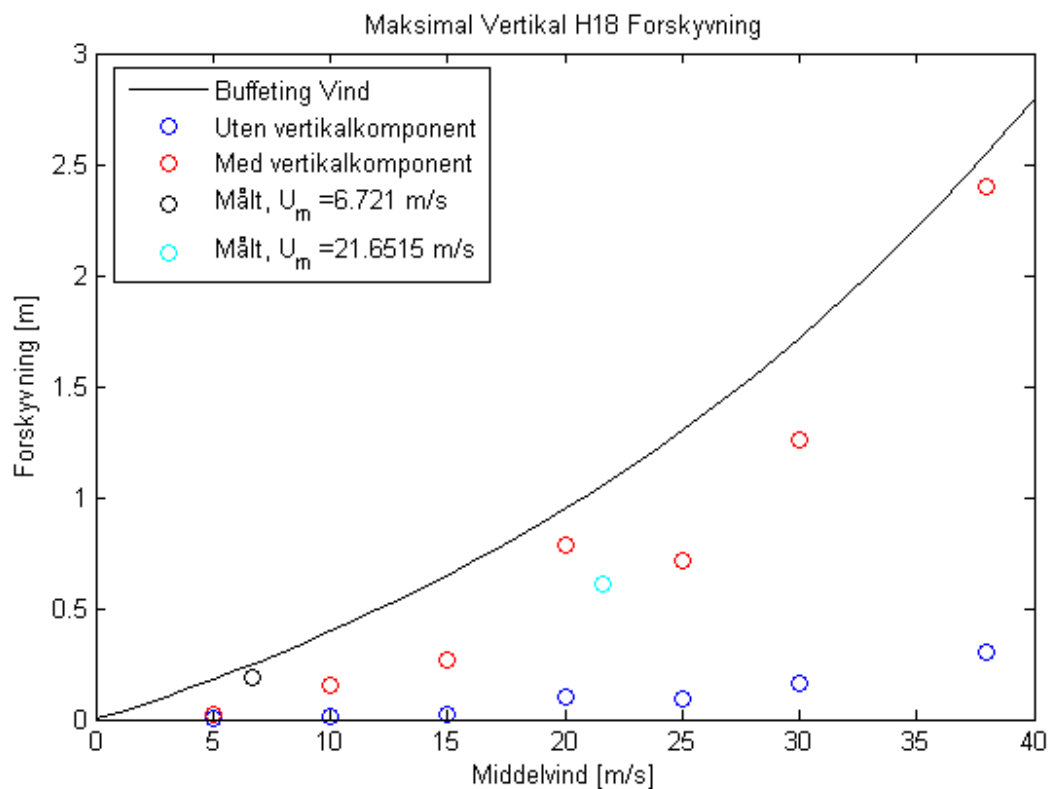


Figur 8-7 - Figur 8 8 - Sammenligning av målinger og TS1 fra Abaqus

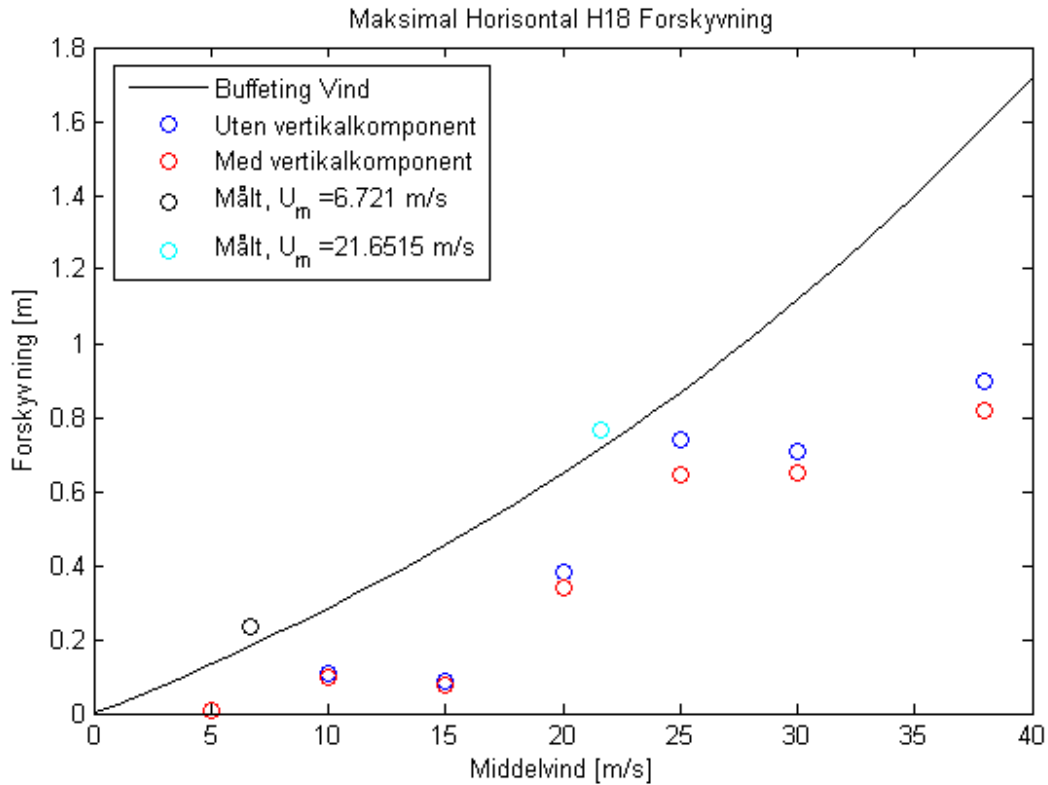
Som det kommer frem figurene over så stemmer svingemoder i Abaqus bra med målte egenfrekvenser. En oversikt over alle frekvenser fra Abaqus er vedlagt vedlegg B.

8.3 Simulert vindanalyse

Resultater i Abaqus oppsummeres med en sammenligning av den maksimale forskyvningen i forhold til middelvindhastighet. Den sammenlignes også med målte forskyvninger fra 5.des og 13.april. Forskyvningene er beregnet ved forholdet mellom akselerasjon og forskyvning beskrevet i kapittel 5.10. Den simulerte vindlasten beskrevet i kapittel 7.4 gav følgende resultater:



Figur 8-8 - Maksimal vertikal forskyvning



Figur 8-9 - Maksimal horisontal forskyvning

Som det kommer frem av Figur 8-8 er den vertikale forskyvningen sterkt påvirket av den vertikale vindkomponenten. Sammenlignet med de målte forskyvningene virker tilnærmingen av den vertikalkomponenten plausibel. Referanselinjen er basert på å finne en tilnærmet eksponentialfunksjon, der stigningen antas å ha en form lik buffeting vindteori.

Den maksimale horisontale forskyvningen blir negativt påvirket av bidrag fra vertikalkomponenten. Sammenlignet med målte forskyvninger ser det ut som de bevegelsesavhengige kreftene gir stort bidrag til horisontallasten. For å beregne et mer reelt bilde av horisontal vindrespons bør disse tas med i tillegg.

9 Konklusjon

Denne oppgaven har hatt som siktemål å sammenlikne en eksisterende FE-modell med reelle måledata. Analyse av vinddata er gjennomført ved hjelp av Matlab, og spektre av frekvens er laget basert på flere tidsserier. Responsmålinger viser at brukassen har en noe høyere egenfrekvens enn tidligere antatt. Dette vil si at FE-modellen laget av Steigen[1] har en lavere stivhet enn den reelle modellen. Modifikasjoner med beregninger og bruk av en høyere stivhet har gitt en bedre tilnærming. Justering av skjærakse ser ikke ut til å påvirke FE-modellen i stor grad. Den har vist seg å være sensitiv for plassering av masser. Tregghetsmoment uten bidrag fra hovedkabler ser ut til å gi en bedre tilnærming av resultater.

De målte egenfrekvensene på brua viser at vindlaster gir en egenfrekvens i området 0 – 3 Hz, mens trafikklaste aktiverer høyere egenfrekvenser i området 3 - 8 Hz. FE-modellen har redusert nøyaktighet når det gjelder identifisering av høye egenfrekvenser. Abaqus modellen er en forenklet modell, som kanskje ikke klarer å beskrive den reelle responsen til brua. Små endringer av masse og geometri gir store utslag på frekvenser. For å best mulig illustrere høye egenfrekvenser kreves det en modell bygget av flere enn en node per hengekabel.

Simuleringer med vinddata fra NatHaz viser at en forenklet buffeting respons ser ut til å gi en god tilnærming i forhold til målt vertikalforskyvning. Den horisontale ser ut til å i større grad avhenge bevegelsesavhengige kreftene. Formfaktorer som er benyttet er forenklet, og tilnærmet de av statisklast. Det vil være hensiktsmessig å variere disse med bruas relative innfallsvinkel for å bedre illustrere den dynamiske vindinduserte respons.

En stor del av oppgaven har gått med på opplæring i programmer, spesielt Matlab og Abaqus. Sistnevnte har vist seg å være et krevende program som bør kjøres med subrutiner, med fortran, python eller lignende. På denne måten godtar programmet flere kommandoer som ellers ikke er tilgjengelige gjennom Abaqus/cae. Forslag til videre arbeid blir først og fremst å sette seg inn i kjøring av subrutiner for å kunne modellere brutårn. Avvik mellom reelle målinger og den modifiserte FE-modellen kan skyldes manglende tårn. Det vil være hensiktsmessig å få FE-modellen så nær reelle resultater som mulig. På denne måten kan simuleringer avdekke kompleks respons, blant annet fra aerodynamiske effekter. Det kan også være interessant å se på kjøring av trafikklaste.

Et annet punkt vil være å modellere en brukasse med noder som representerer den reelle posisjonen av måleinstrumentene. På denne måten kan data fra Abaqus direkte sammenliknes med de reelle måledata. Utplassering av flere måleinstrumenter vil også kunne gi mer innsikt i bruas oppførsel. Med flere akselerometre kan man lese av svingeformer direkte. Flere vindmålere vil også gi et bedre bilde av hvordan vindhastighet varierer langs spennet.

Referanser

1. Steigen, R.O., *Modeling and analysis a suspension bridge in light of deterioration of the main cable wires*, in *Faculty of science and technology*. 2011, University of Stavanger.
2. Tveiten, J., *Dynamic analysis of a suspension bridge*, in *Faculty of science and technology*. 2012, University of Stavanger.
3. *Wikipedia - Hengebro*. Available from: <http://no.wikipedia.org/wiki/Hengebro>.
4. *Tacoma Narrow Bridge - Wikipedia*. Available from: http://en.wikipedia.org/wiki/Tacoma_Narrows_Bridges.
5. Gran, B., *Konstruksjonsanalyse av en hengebro*, in *TN*. 2012, Universitetet i Stavanger.
6. Jakobsen, J.B., *Fluctuating Wind Load and Response of a Line-Like Engineering Structure With Emphasis On Motion-Induced Wind Forces*, in *Department of Structural Engineering*. 1995, University of Trondheim: The Norwegian Institute of Technology.
7. Jakobsen, J.B., *Undervisningsnotater MKO110 Naturlaster VÅR 2013*.
8. Holmes, J.D., *Wind Loading of Structures*. 2007: Taylor & Francis.
9. Strømmen, E., *Theory of Bridge Aerodynamics*. 2 ed. 2010: Springer.
10. The MathWorks, i. *MATLAB Manual*. Available from: <http://www.mathworks.se/help/matlab/index.html>.
11. Bleich, F. and A.B.o.t.l.o.S. Bridges, *The Mathematical Theory of Vibration in Suspension Bridges: A Contribution to the Work of the Advisory Board on the Investigation of Suspension Bridges*. 1950: Department of Commerce, Bureau of Public Roads.
12. Steinman, D.B., *MODES AND NATURAL FREQUENCIES OF SUSPENSION-BRIDGE OSCILLATIONS*. *Annals of the New York Academy of Sciences*, 1959. **79**(4): p. 111-142.
13. *StormGeo*. Available from: <http://www.storm.no/nyheter/det-har-ikke-blaast-mer-paa-minst-15-aar-4171012.html>.
14. Kwon, D., and Kareem, A. *NatHaz on-line wind simulator (NOWS) : simulation of Gaussian multivariate wind fields*. 2006; Available from: <http://windsim.ce.nd.edu/>.
15. *Wikipedia - Wind Speed*. Available from: http://en.wikipedia.org/wiki/Wind_speed.
16. *Undervisningsnotater MOM140 Mekaniske svingninger HØST 2012*
17. AAJ, *Beregninger av egenfrekvenser for lysefjordbrua*. 1999, Statens Vegvesen.
18. *Abaqus 6.13 Manual*. Available from: <http://50.16.176.52/v6.13/>.

Vedlegg

Vedlegg A: Figurer av PSD av akselerasjoner

Vedlegg B: Egenfrekvenser og svingemoder

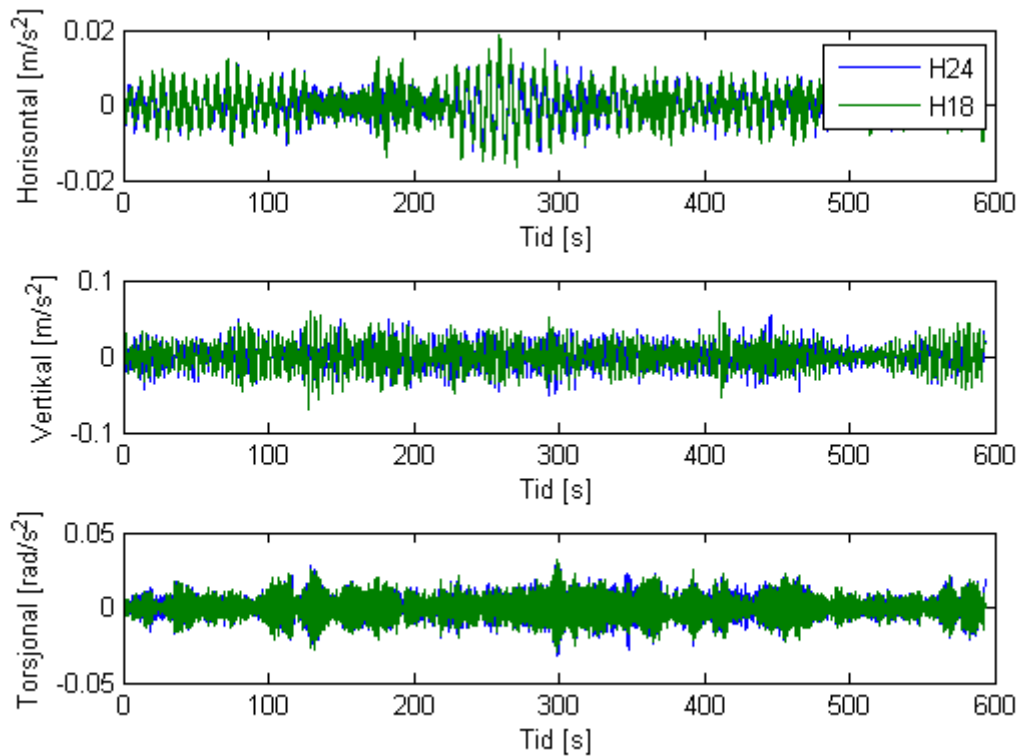
Vedlegg C: Input i NatHaz

Vedlegg D: Beregninger i Mathcad

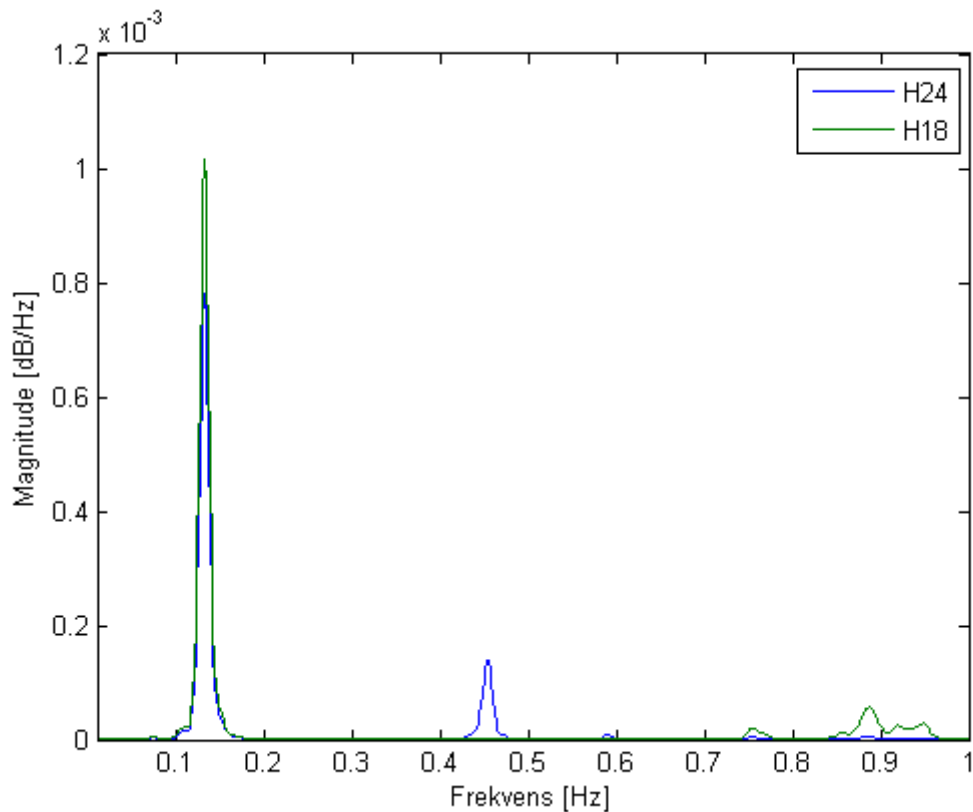
Vedlegg E: Matlab

Vedlegg F: Input-fil ABAQUS

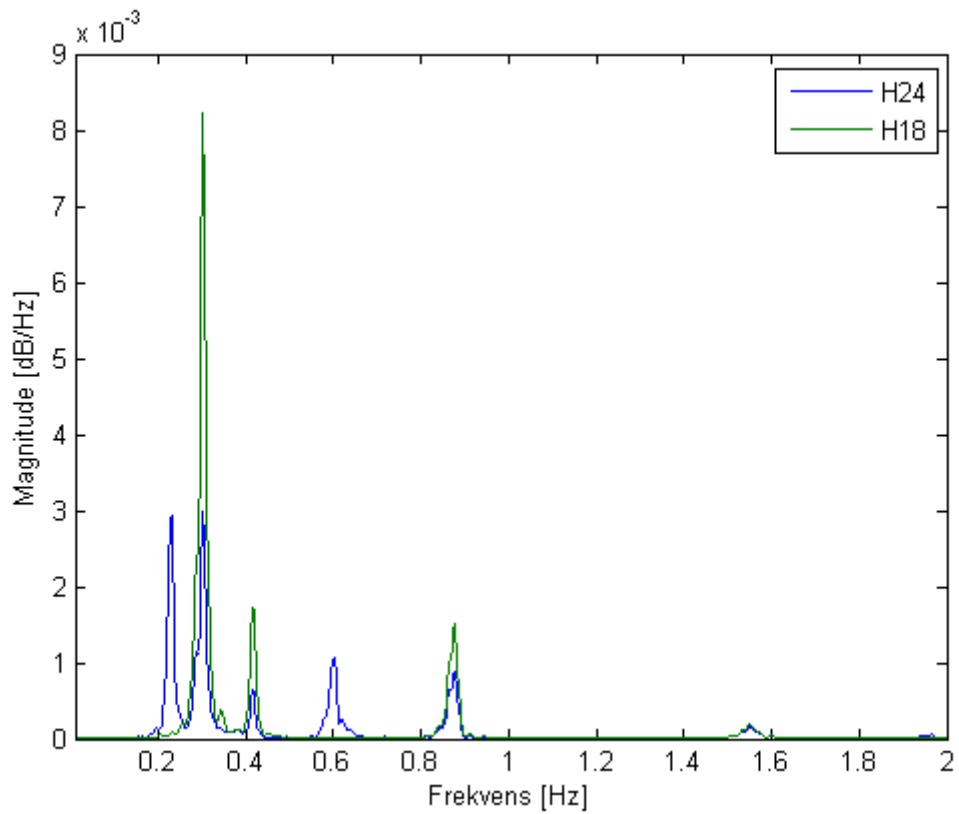
Vedlegg A: Figurer av Akselerasjoner



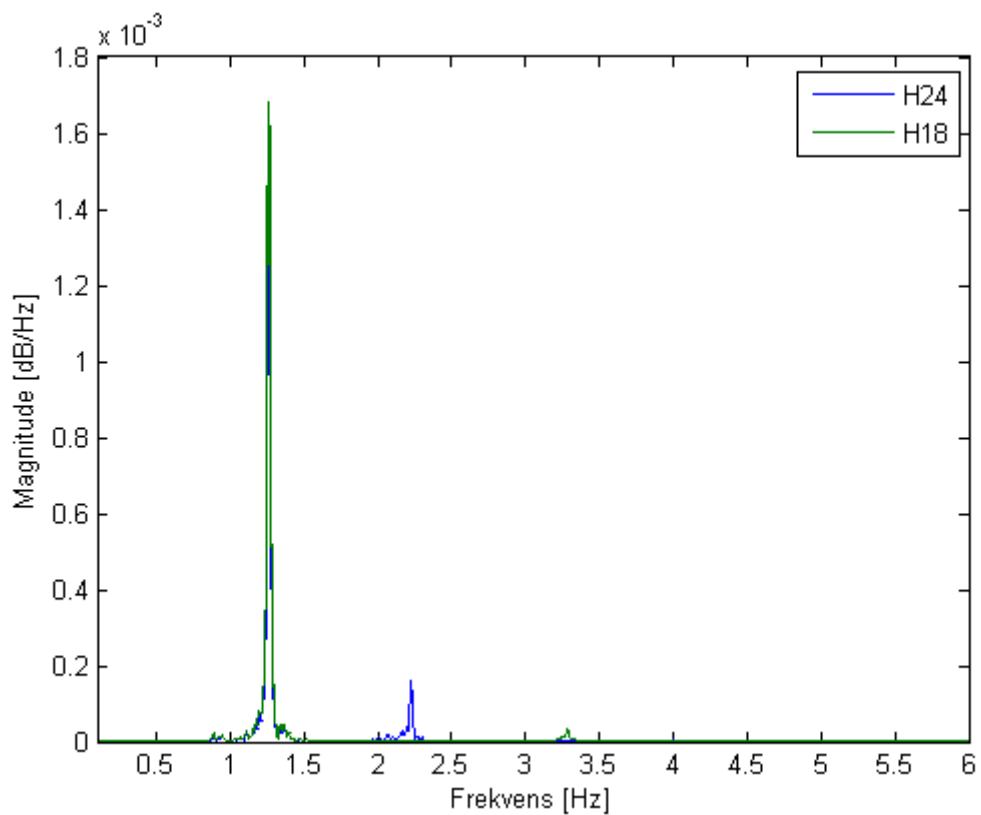
A - 1- Akselerasjoner for tidsserie 05.50 5.des 13 Umiddel = 21,40 m/s



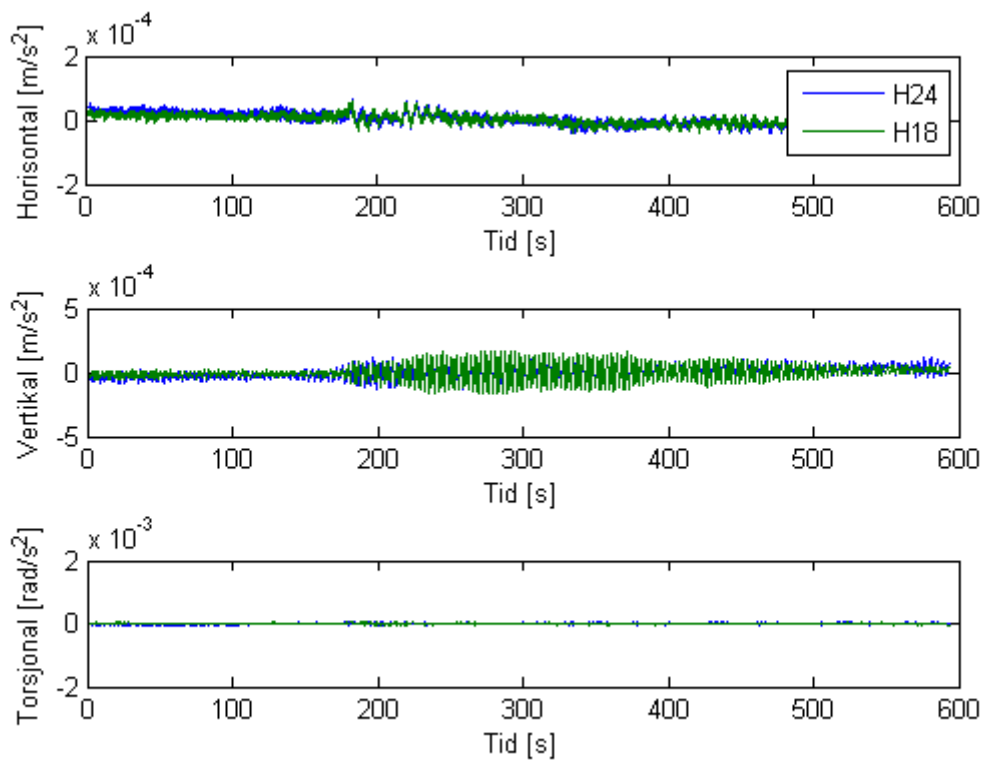
A - 2 - PSD av horisontale akselerasjoner fra 05.50 5.des 13 - Umiddel = 21,40 m/s



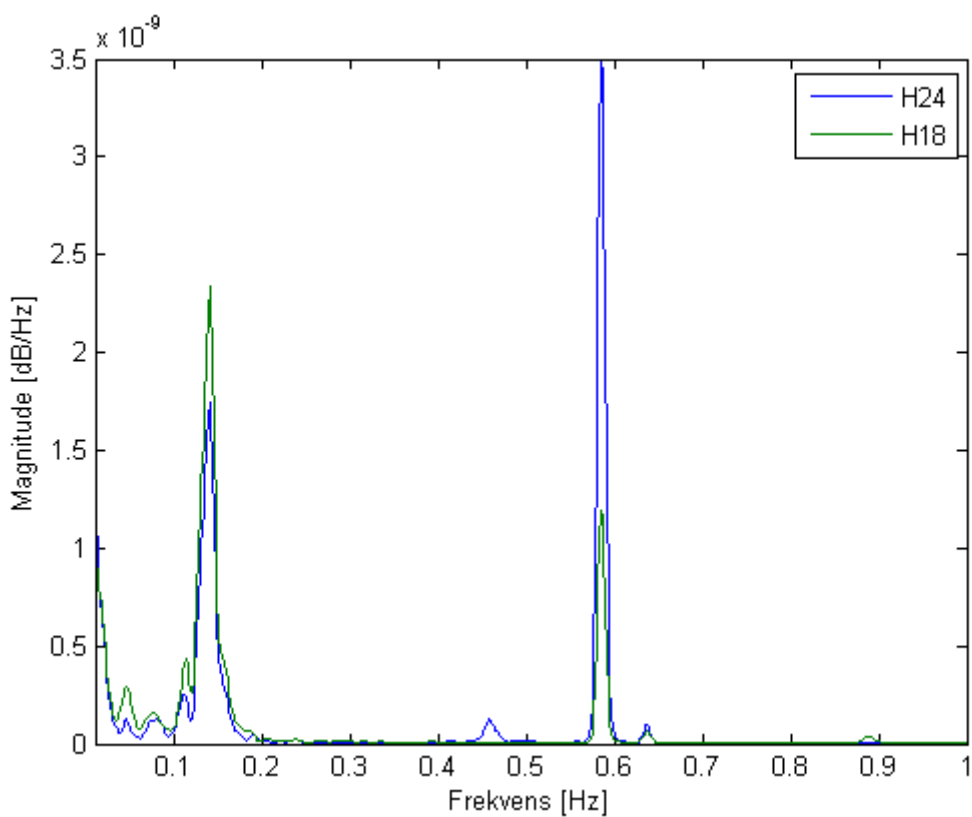
A - 3 - PSD av vertikale fra 05.50 5.des 13 - Umiddel = 21,40 m/s



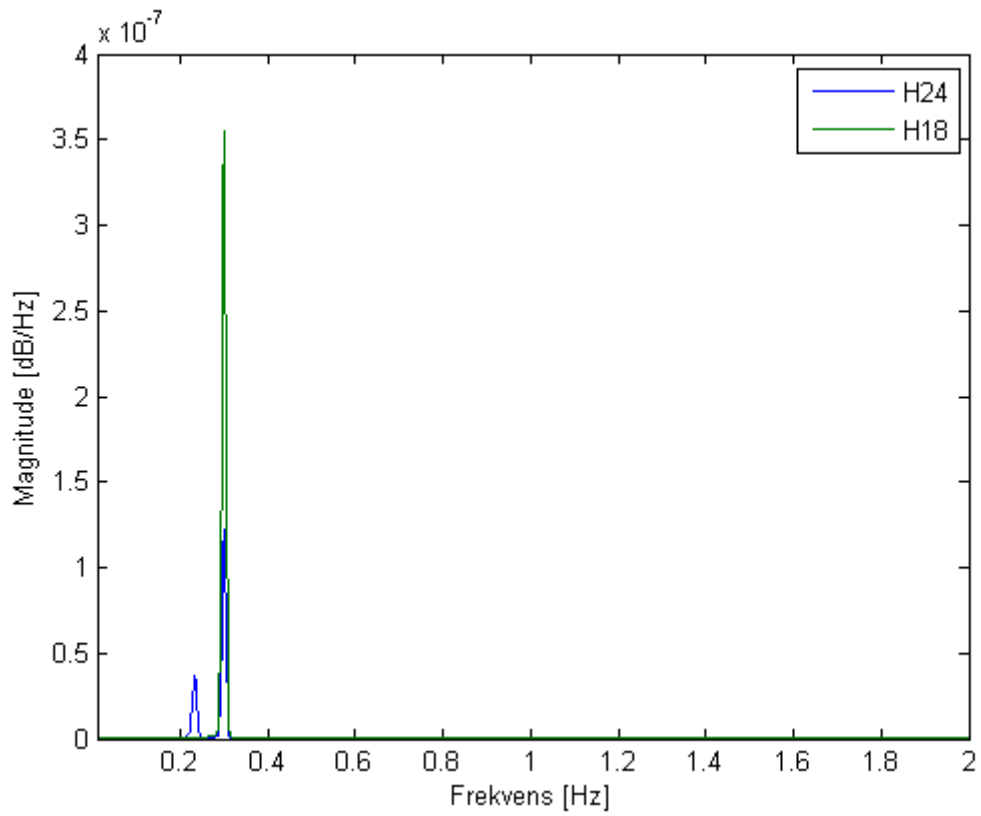
A - 4 - PSD av torsjonale akselerasjoner fra 05.50 5.des 13 - Umiddel = 21,40 m/s



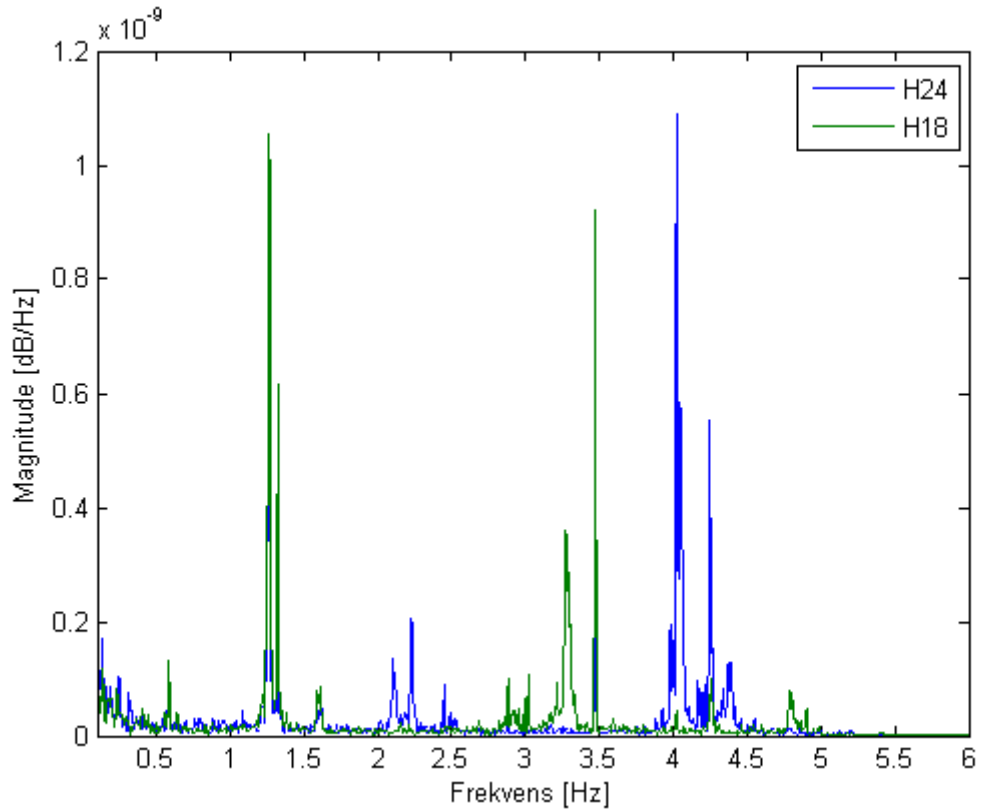
A - 5 - Akselerasjoner for tidsserie 05.40 10.april 14 - Um = 1.44 m/s



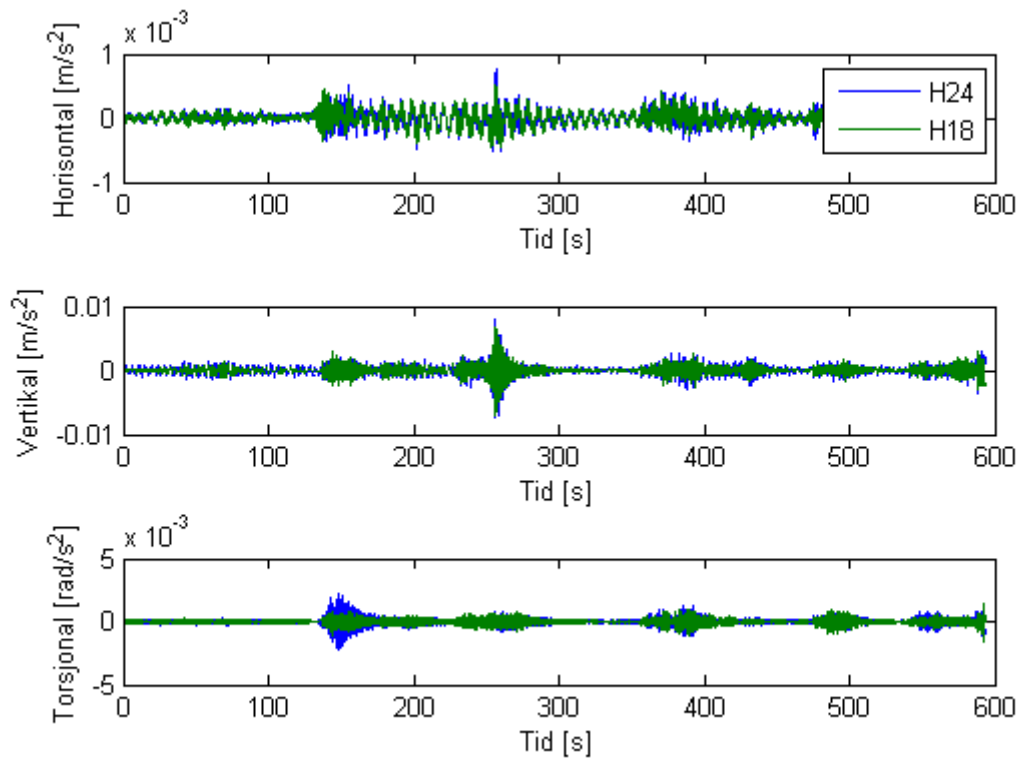
A - 6 - PSD av horisontale akselerasjoner fra 05.40 10.april 14 - Um = 1.44 m/s



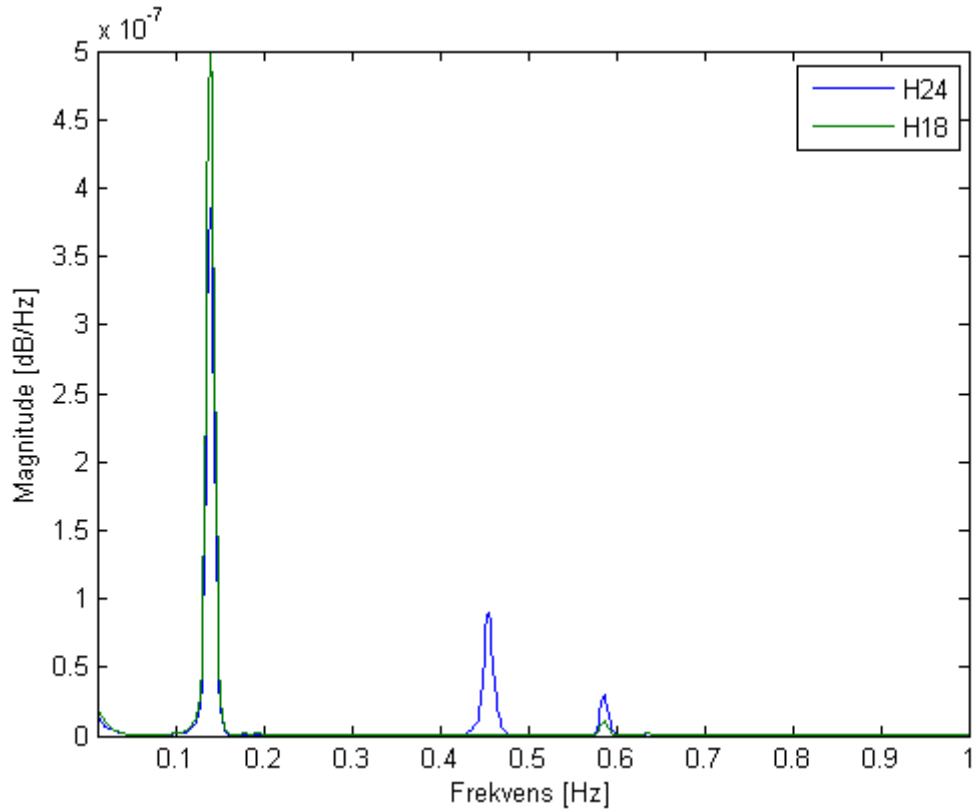
A - 7 – PSD av vertikale akselerasjoner fra 05.40 10.april 14 - Um = 1.44 m/s



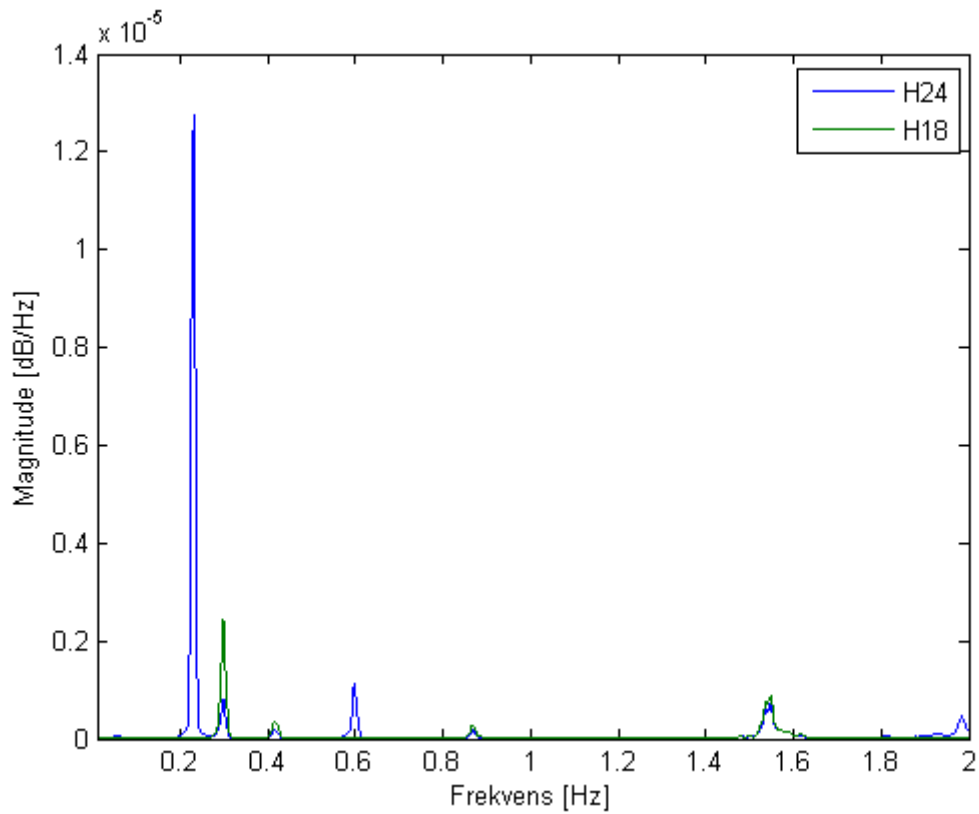
A - 8 - PSD av torsjonale akselerasjoner fra 05.40 10.april 14 - Um = 1.44 m/s



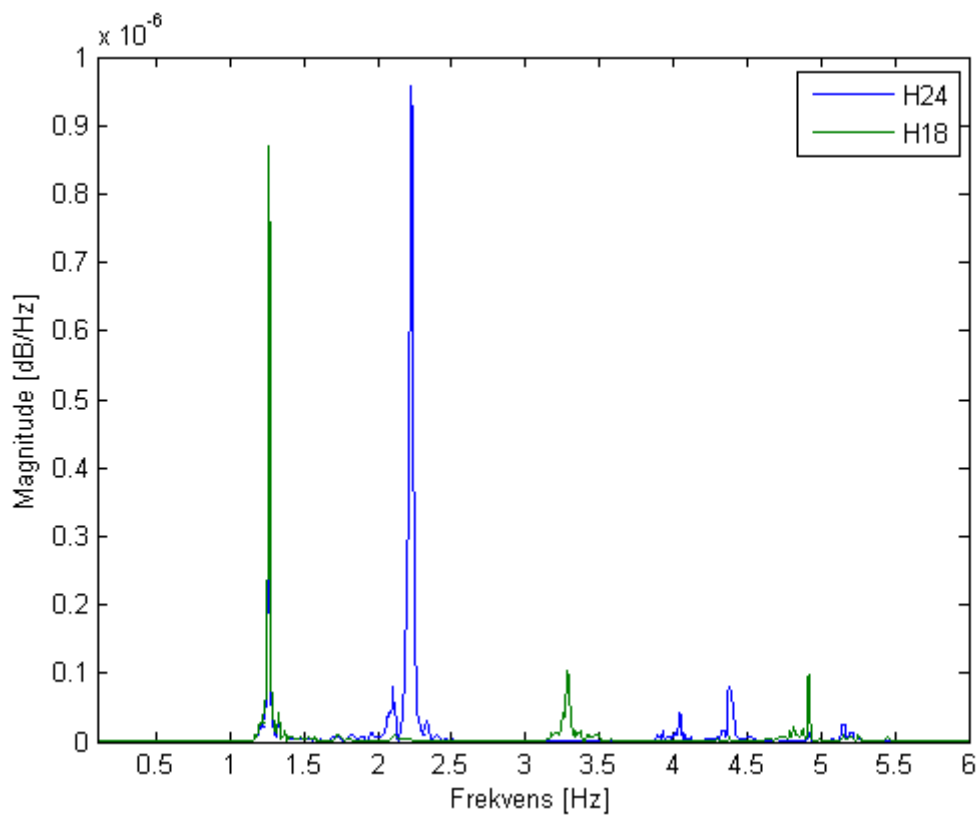
A - 9 - Akselerasjoner for tidsserie 08.40 10.april 14 - Um = 3,73 m/s



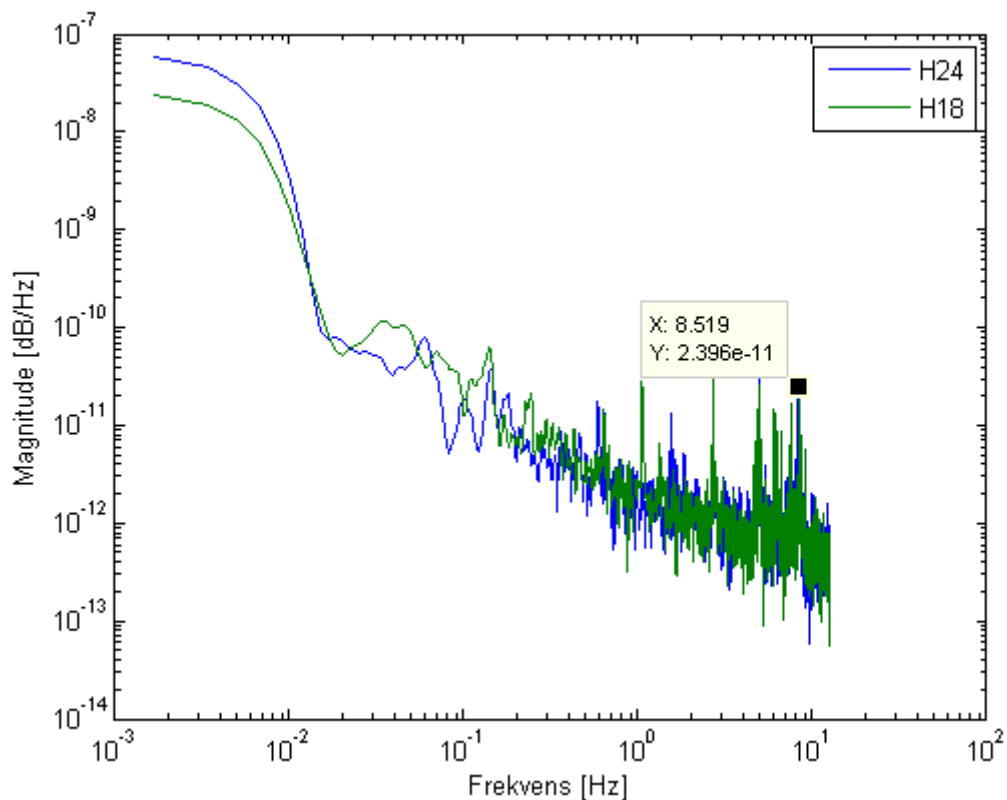
A - 10 - PSD av horisontale akselerasjoner fra 08.40 10.april 14 - Um = 3,73 m/s



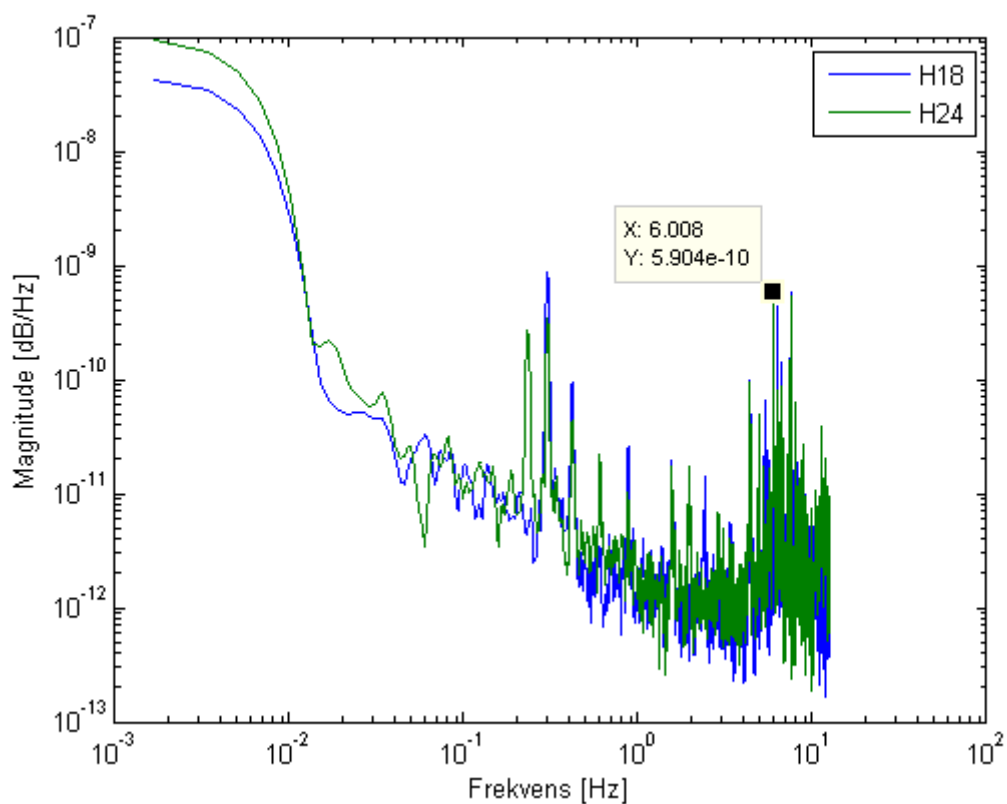
A - 11 - PSD av vertikale akselerasjoner fra 08.40 10.april 14 - Um = 3,73 m/s



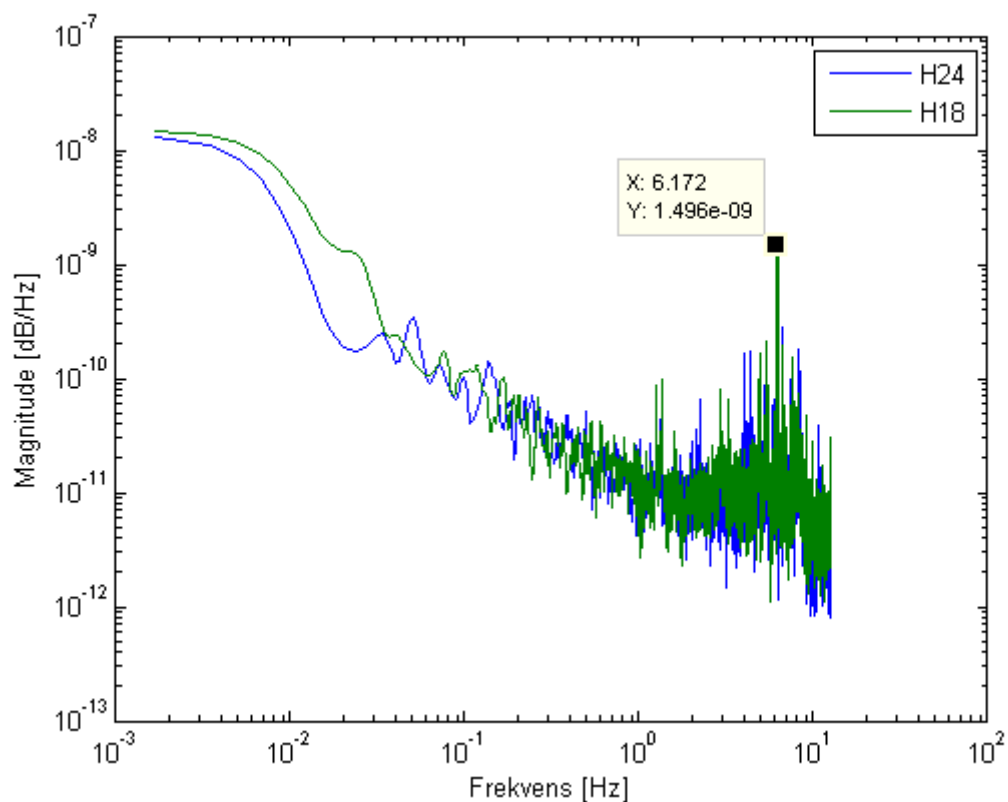
A - 12 - PSD av torsjonale akselerasjoner for 08.40 10.april 14 - Um = 3,73 m/s



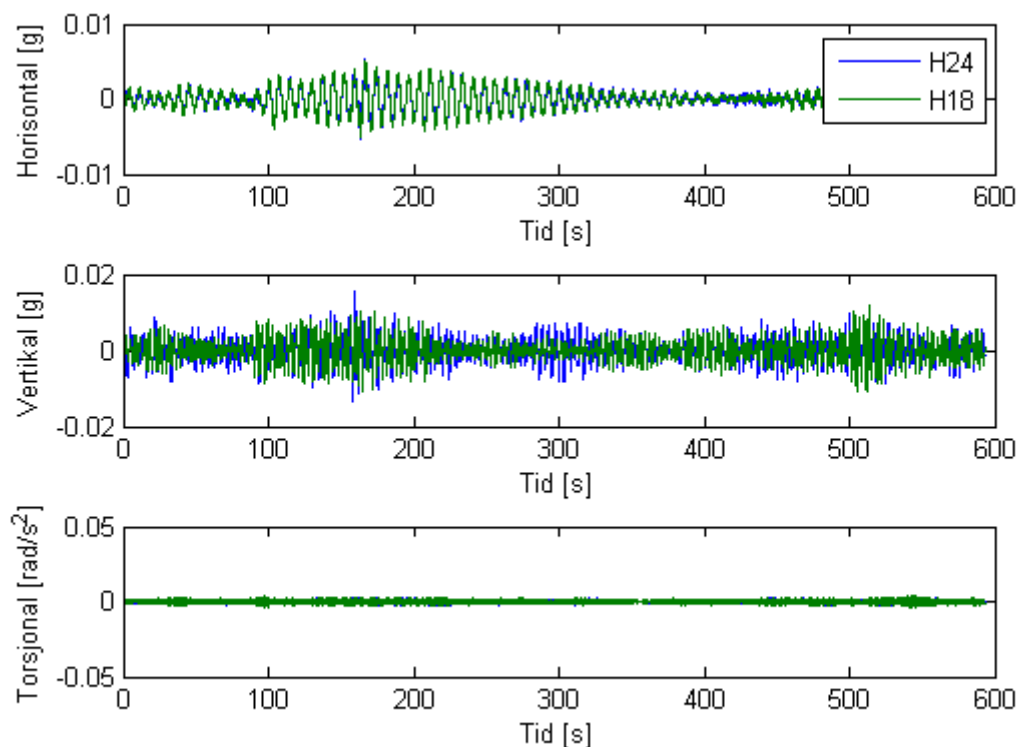
A - 13 - PSD av horisontale akselerasjoner fra 08.40 10.april - $U_m = 3,73$ m/s



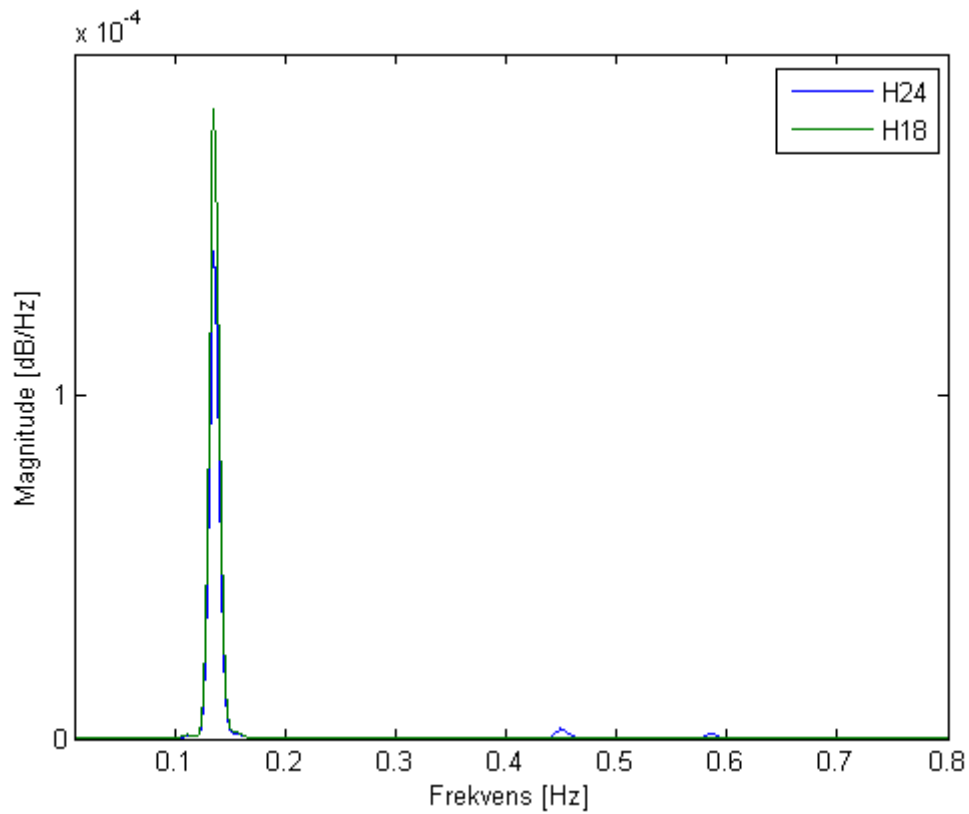
A - 14 - PSD av vertikale akselerasjoner fra 08.40 10.april - $U_m = 3,73$ m/s



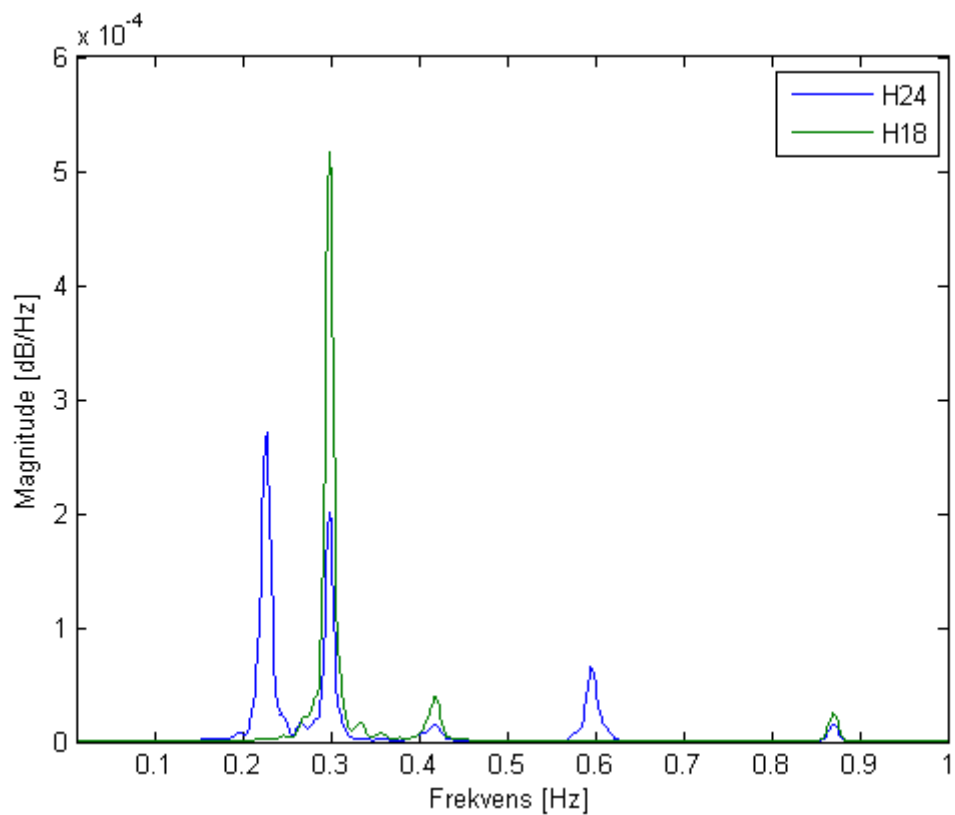
A - 15 - PSD av torsjonale akselerasjoner for 08.40 10.april - $U_m = 3,73$ m/s



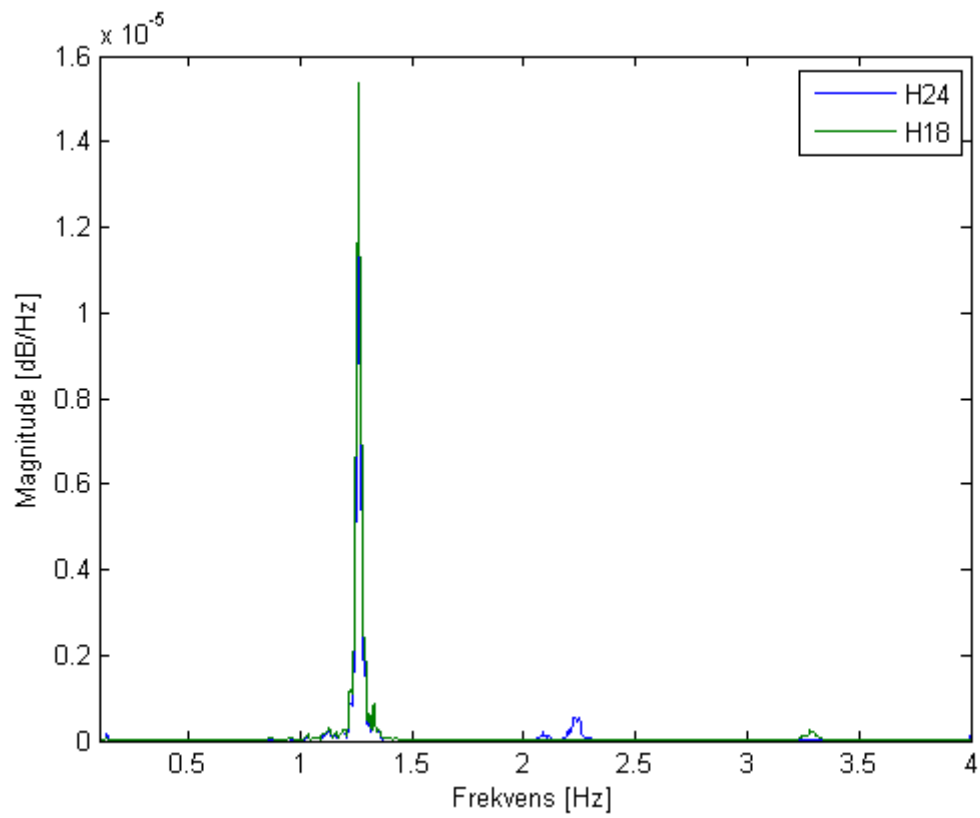
A - 16 - Akselerasjoner for tidsserie 05.10 13.april 14 - $U_m = 6.64$ m/s



A - 17 - PSD av horisontale akselerasjoner fra 05.10 13.april - $U_m = 6.64$ m/s



A - 18 - PSD av vertikale akselerasjoner fra 05.10 13.april - $U_m = 6.64$ m/s



A - 19 - PSD av torsjonale akselerasjoner fra 05.10 13.april - $U_m = 6.64$ m/s

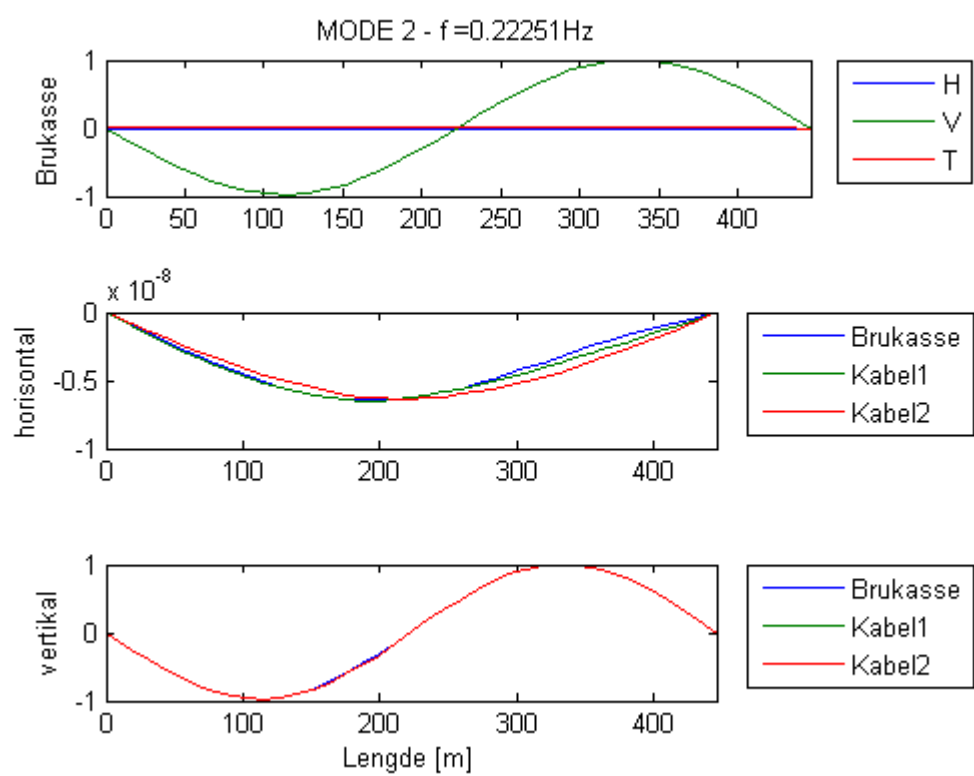
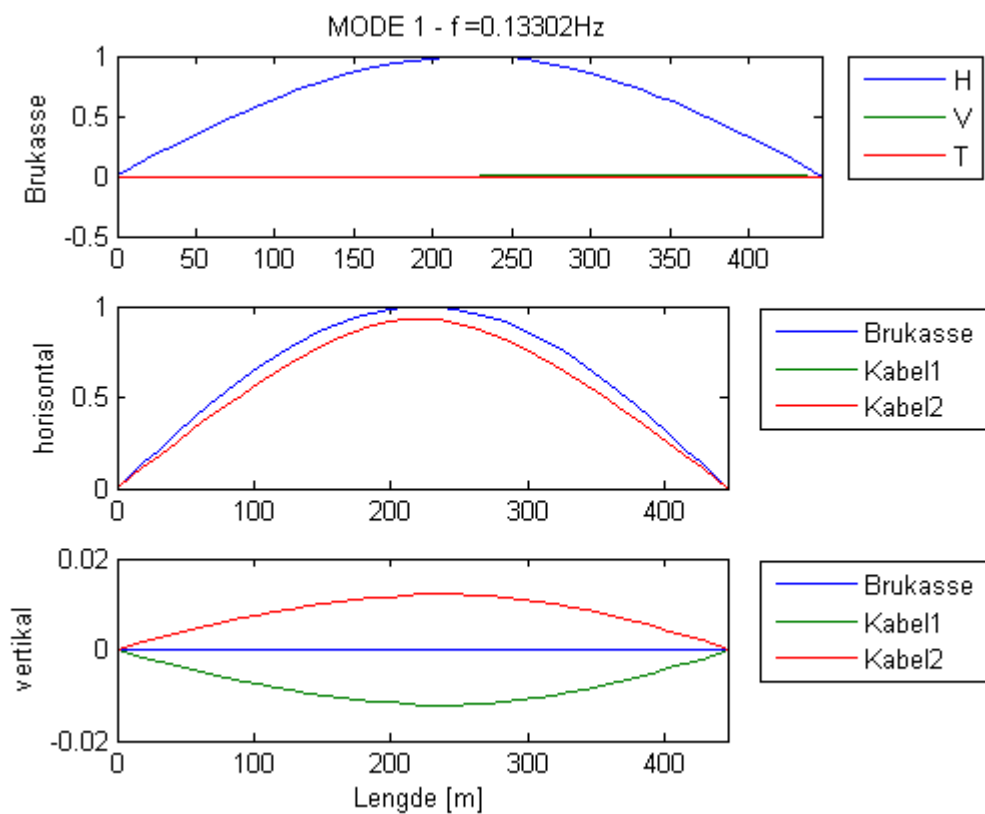
Vedlegg B: Egenfrekvenser og svingemoder

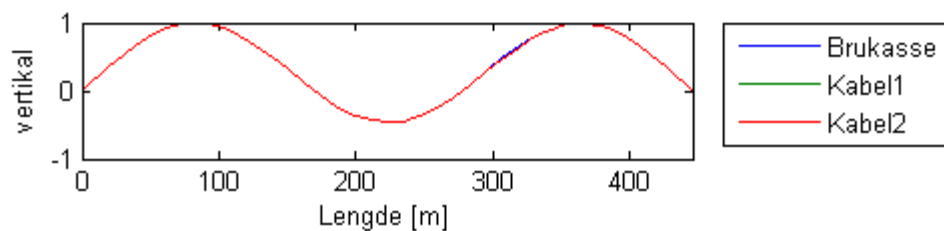
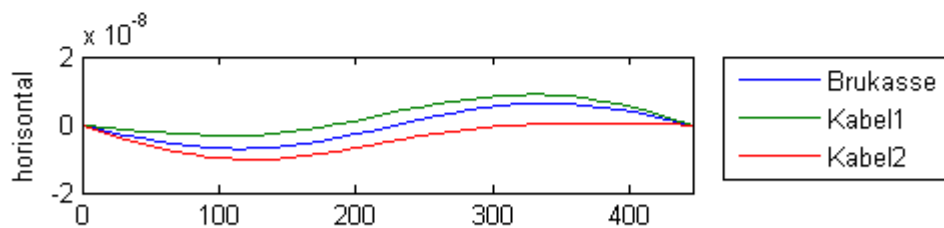
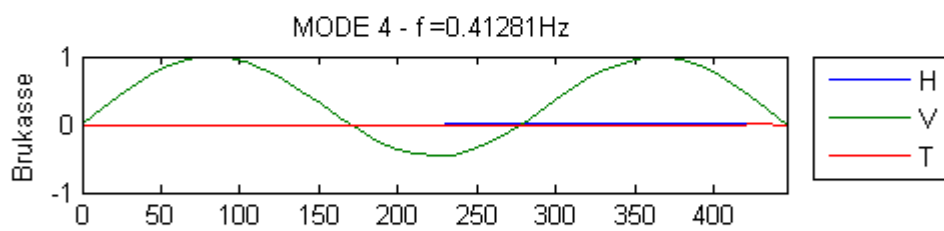
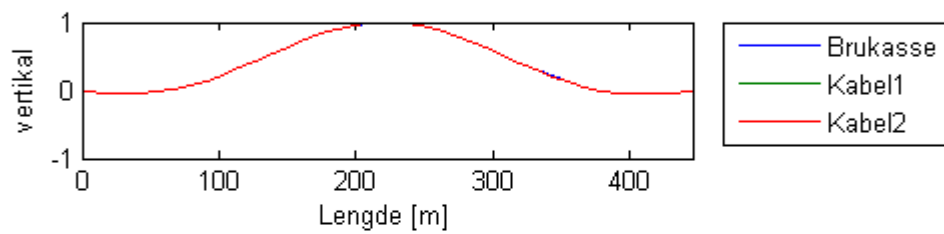
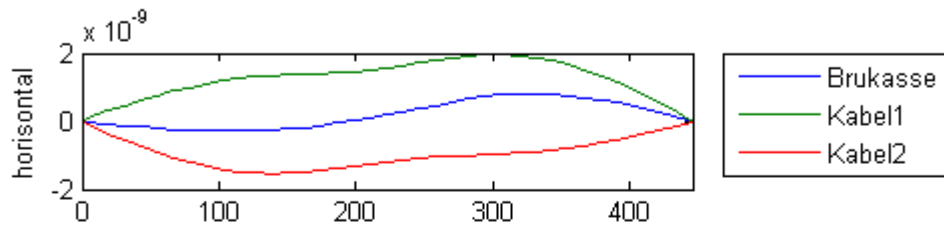
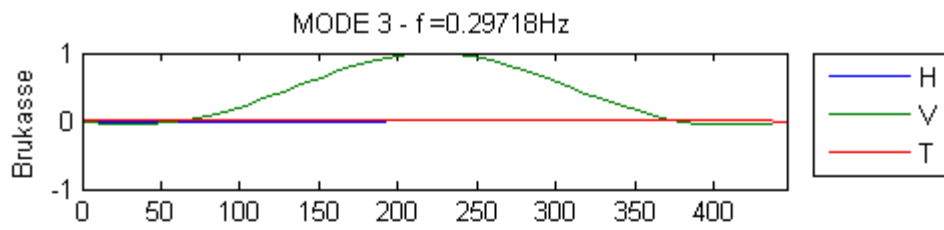
D 1 – Egenfrekvenser fra test 2 i abaqus

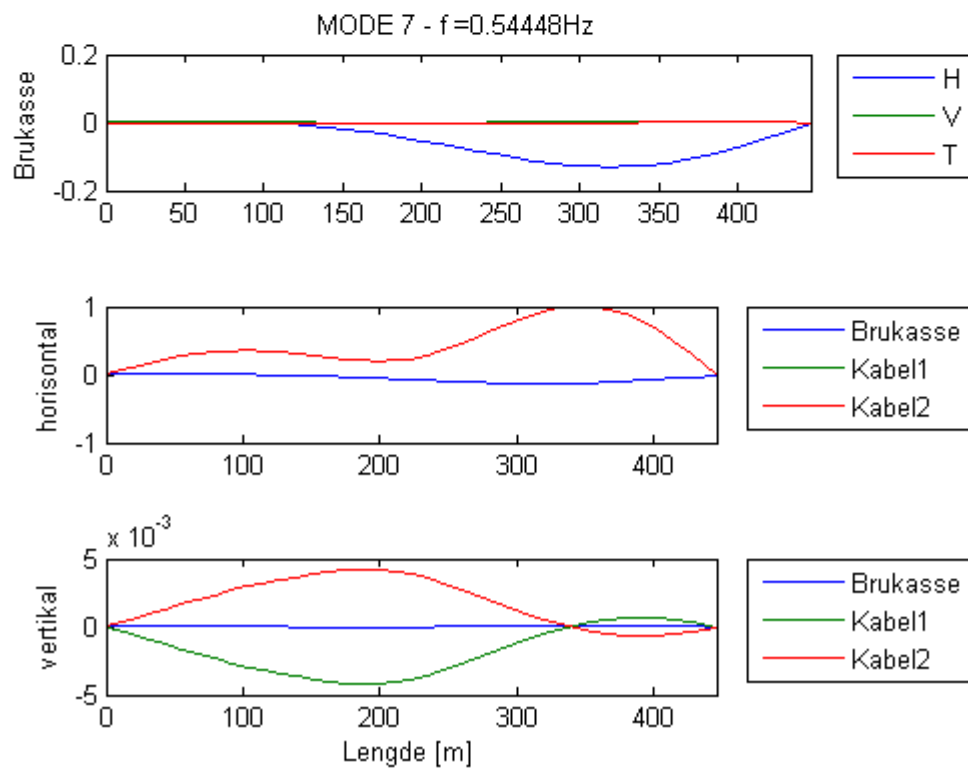
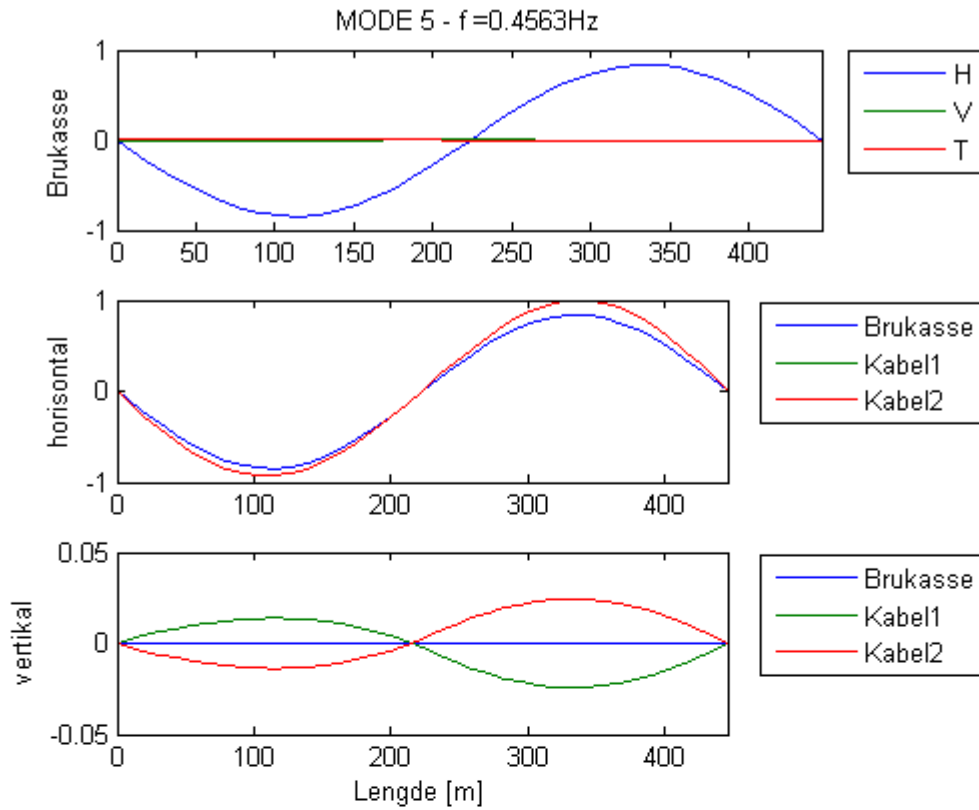
MODE	EGENVERDI	Frekvens[rad/s]	FREKVENNS [Hz]	TYPE	Beskrivelse
1	0.69849	0.83576	0.13302	HS1	
2	1.9547	1.3981	0.22251	VA1	
3	3.4865	1.8672	0.29718	VS1	
4	6.7277	2.5938	0.41281	VS2	
5	8.2199	2.8670	0.45630	HA1	
6	10.839	3.2922	0.52397		KABEL
7	11.704	3.4210	0.54448	HS2	KABEL DOMINERENDE
8	13.004	3.6061	0.57393		KABEL
9	13.945	3.7343	0.59434	HA2	
10	14.877	3.8571	0.61388	VA2	
11	28.200	5.3104	0.84517	HS3	
12	28.627	5.3504	0.85155	SVAK VS(3)	KABLER dominerer
13	32.705	5.7189	0.91019	VS4	
14	37.927	6.1585	0.98016	SVAK HA3	KABLER
15	38.039	6.1676	0.98160		KABLER
16	43.601	6.6031	1.0509	HS4	KOMBINASJON MED KABLER
17	56.999	7.5498	1.2016		Kabler krysser
18	57.896	7.6089	1.2110	HS5	kabler svinger i fase
19	63.273	7.9544	1.2660	VA3	
20	63.635	7.9772	1.2696	TS1	KABLER SVINGER I FASE
21	75.727	8.7021	1.3850	Svak HA4	KABLER SVINGER I FASE
22	75.810	8.7069	1.3857		KABLER SVINGER MOTFASE
23	99.881	9.9940	1.5906		KABLER SVINGER MOTFASE
24	99.918	9.9959	1.5909	Svak HS	KABLER SVINGER I FASE
25	112.82	10.622	1.6905	VS	
26	125.79	11.216	1.7850	Svak HA5	KABLER SVINGER I FASE
27	126.23	11.235	1.7882		KABLER SVINGER MOTFASE
28	132.21	11.498	1.8300	HA6	
29	156.16	12.497	1.9889	Svak H	KABLER SVINGER I FASE
30	156.18	12.497	1.9890		KABLER SVINGER MOTFASE
31	187.23	13.683	2.1777	VA4	
32	188.93	13.745	2.1876		
33	188.93	13.745	2.1876		KABLER SVINGER MOTFASE
34	194.68	13.953	2.2207	TA1	Kombinasjon av flere
35	224.62	14.987	2.3853		KABLER SVINGER I FASE
36	224.64	14.988	2.3854		KABLER SVINGER MOTFASE
37	237.36	15.406	2.4520	SVAK VS5	KABLER SVINGER VERTIKALT
38	263.10	16.220	2.5815		KABLER SVINGER I FASE
39	263.11	16.221	2.5816		KABLER SVINGER MOTFASE
40	294.93	17.174	2.7333	VS6	
41	304.13	17.439	2.7756		KABLER SVINGER I FASE
42	304.18	17.441	2.7758		KABLER SVINGER MOTFASE
43	309.04	17.579	2.7979	SVAK VS7	KABLER SVINGER VERTIKALT
44	314.23	17.727	2.8213	HS6	kabler svinger i fase

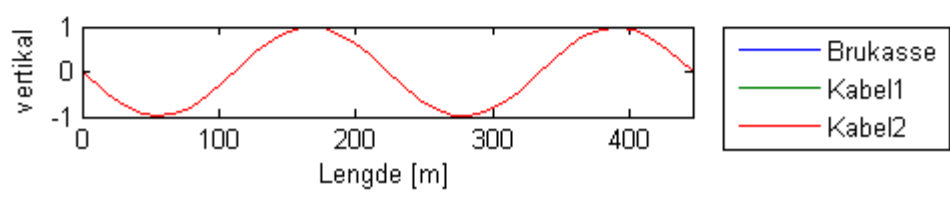
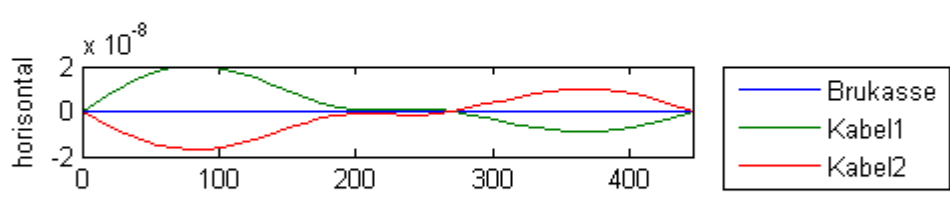
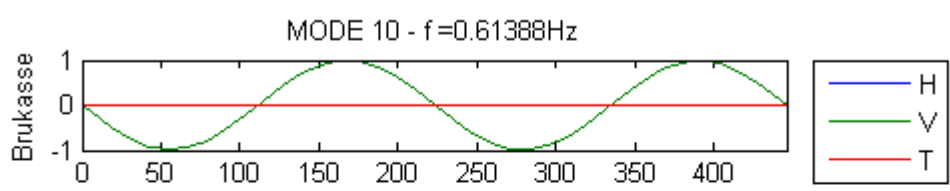
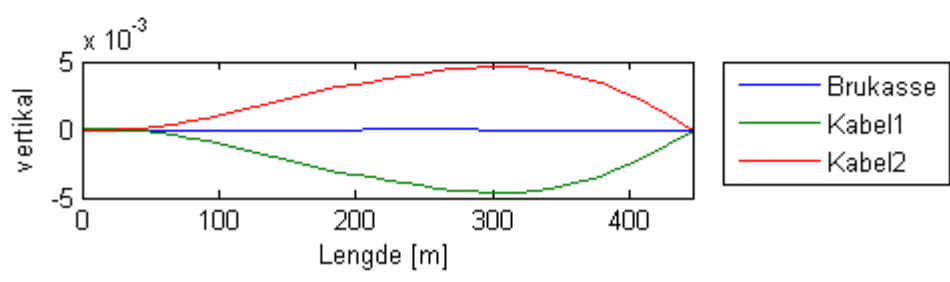
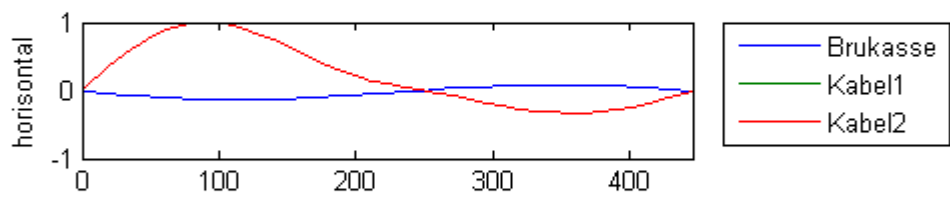
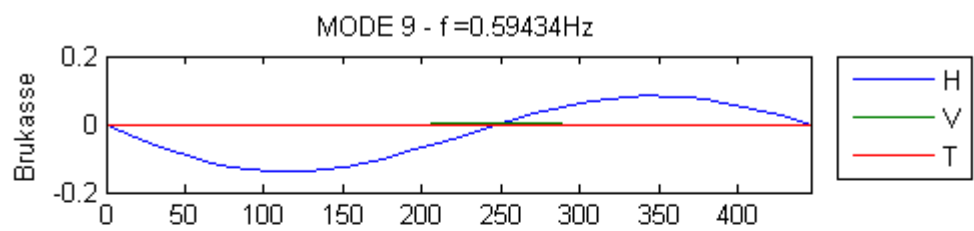
45	330.67	18.184	2.8941		KOMBINASJON T og H
46	347.63	18.645	2.9674		KABLER SVINGER MOTFASE
47	347.64	18.645	2.9674		KABLER SVINGER I FASE
48	392.82	19.820	3.1544		
49	392.83	19.820	3.1544		KABLER SVINGER MOTFASE
50	406.54	20.163	3.2090		KABLER SVINGER MOTFASE
51	406.55	20.163	3.2091		KABLER SVINGER I FASE
52	441.27	21.006	3.3433		KABLER SVINGER MOTFASE
53	441.27	21.007	3.3433	VA5	
54	443.79	21.066	3.3528		KABLER SVINGER I FASE
55	459.35	21.432	3.4111	TS2	
56	490.42	22.145	3.5245		KABLER SVINGER I FASE
57	490.42	22.145	3.5246		KABLER SVINGER MOTFASE
58	541.05	23.260	3.7020		KABLER SVINGER I FASE
59	541.05	23.260	3.7020		KABLER SVINGER MOTFASE
60	592.77	24.347	3.8749	VS	
61	592.77	24.347	3.8749		KABLER SVINGER I FASE
62	634.46	25.189	4.0089	HA5	
63	640.08	25.300	4.0266	VS	
64	645.27	25.402	4.0429		KABLER SVINGER MOTFASE
65	645.27	25.402	4.0429		Kabler svinger i motfase
66	698.24	26.424	4.2056		KABLER SVINGER I FASE
67	698.24	26.424	4.2056		KABLER SVINGER I FASE
68	751.38	27.411	4.3626		KABLER SVINGER MOTFASE
69	751.38	27.411	4.3626		KABLER SVINGER I FASE
70	796.10	28.215	4.4906	TA2	
71	804.34	28.361	4.5138		KABLER SVINGER I FASE
72	804.34	28.361	4.5138		KABLER SVINGER MOTFASE
73	856.84	29.272	4.6588		KABLER SVINGER MOTFASE
74	856.84	29.272	4.6588		KABLER SVINGER I FASE
75	892.77	29.879	4.7554	VA	
76	908.50	30.141	4.7971		KABLER SVINGER I FASE
77	908.50	30.141	4.7971		KABLER SVINGER MOTFASE
78	958.94	30.967	4.9285		KABLER SVINGER I FASE
79	958.94	30.967	4.9285	VS	KABLER SVINGER MOTFASE
80	1007.8	31.745	5.0524		
81	1007.8	31.745	5.0524		KABLER SVINGER I FASE
82	1054.4	32.472	5.1681	SVAK TS	KABLER SVINGER MOTFASE
83	1054.4	32.472	5.1681		KABLER SVINGER I FASE
84	1075.1	32.788	5.2184	TS3	Kombinasjon med H
85	1098.6	33.146	5.2753		KABLER SVINGER I FASE
86	1098.6	33.146	5.2753		KABLER SVINGER MOTFASE
87	1139.8	33.761	5.3732		Kabler Svinger i fase
88	1139.8	33.761	5.3732		KABLER SVINGER I FASE
89	1144.1	33.825	5.3834	TA3	Kombinasjon med H
90	1167.6	34.171	5.4384	VS	
91	1178.8	34.333	5.4643		KABLER SVINGER MOTFASE
92	1178.8	34.333	5.4643		
93	1215.7	34.867	5.5493		KABLER SVINGER I FASE
94	1215.7	34.867	5.5493		
95	1239.4	35.206	5.6031		KABLER SVINGER I FASE
96	1239.5	35.206	5.6033		

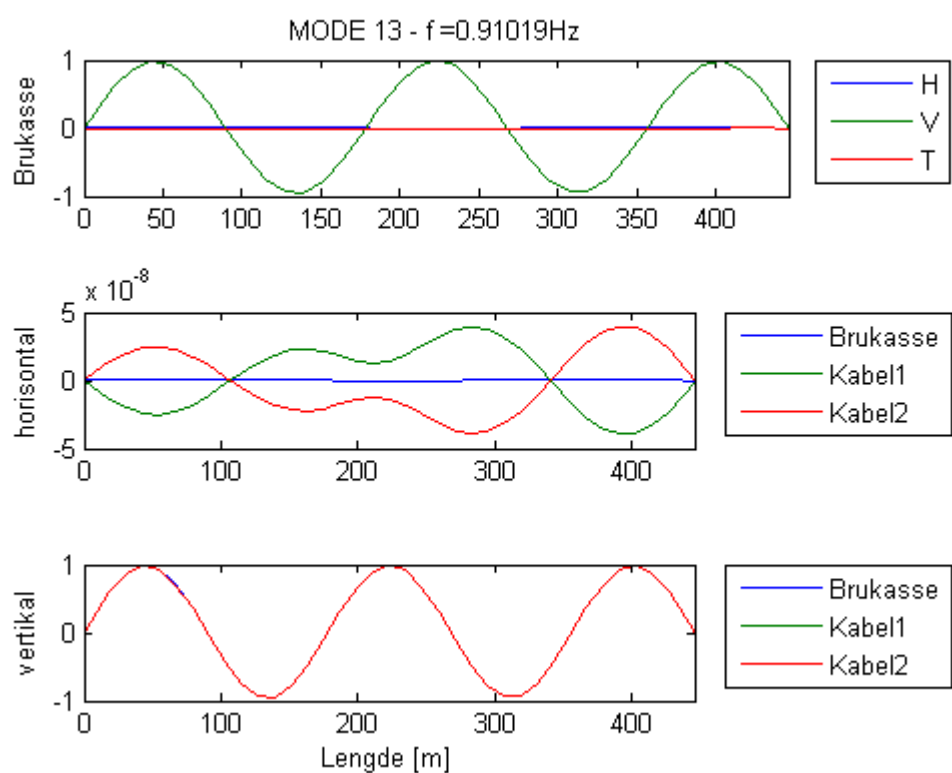
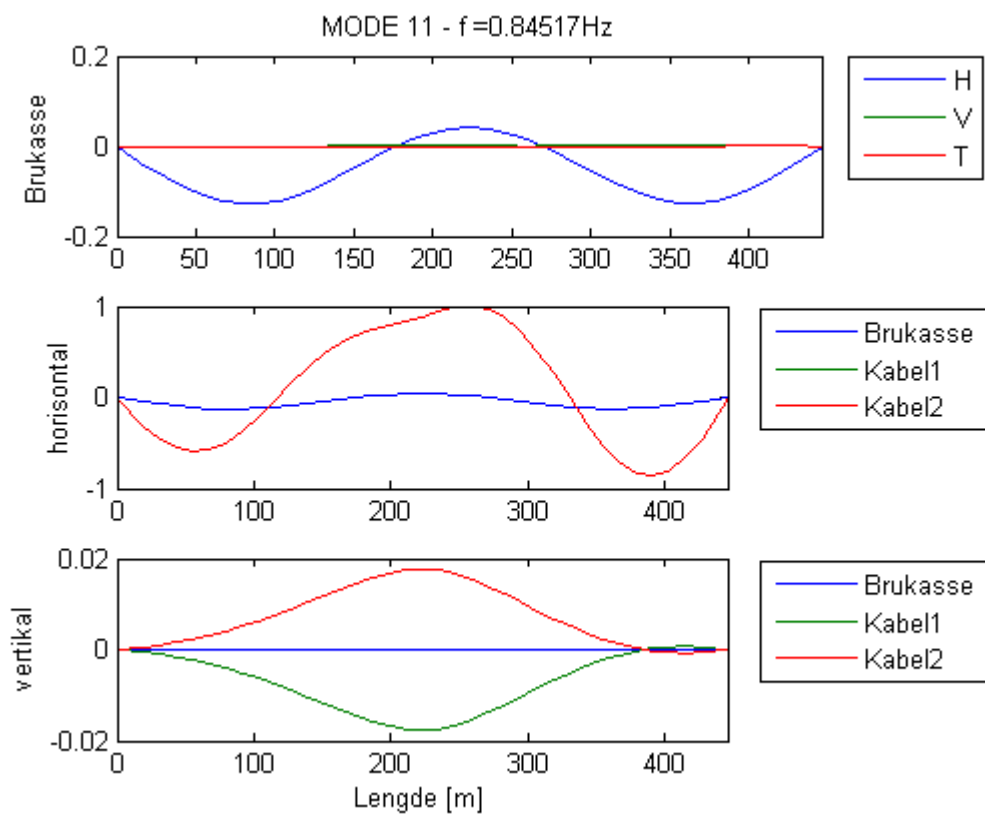
97	1241.4	35.234	5.6076	HS	
98	1254.1	35.414	5.6363		
99	1254.1	35.414	5.6363		KABLER SVINGER I FASE
100	1292.4	35.950	5.7217		
101	1292.4	35.950	5.7217		
102	1315.6	36.271	5.7727	TS4	
103	1346.3	36.692	5.8397		
104	1346.3	36.692	5.8397		KABLER SVINGER I FASE
105	1414.3	37.607	5.9853	TA4	
106	1519.3	38.978	6.2035	VA	
107	1595.9	39.948	6.3580		
108	1595.9	39.949	6.3580	TS5	Kombinasjon med H
109	1638.0	40.473	6.4414	TA4	
110	1798.4	42.408	6.7494	VA	
111	-	-	6.8576	TA6	Kombinajon med H
112	-	-	6.8876	HA	
113	-	-	7.1401	VA	
114	-	-	7.3275	VS	
115	-	-	7.4354	TS	
116	-	-	7.6882	VS	
117	-	-	7.833	TS	
118	-	-	7.8391		
119	-	-	7.8393		
120	-	-	7.9104	VA	
121	-	-	8.2277	TA	
122	-	-	8.2655	VS	
123	-	-	8.3773	TS	KOMBINASJON ME H
124	-	-	8.4485	V	
125	-	-	8.7176	HS	KONBINASJON MED T
126	-	-	8.7983	HS	KOMBINASJON MED T
127	-	-	8.8154	VA	
128	-	-	8.8587	TA	

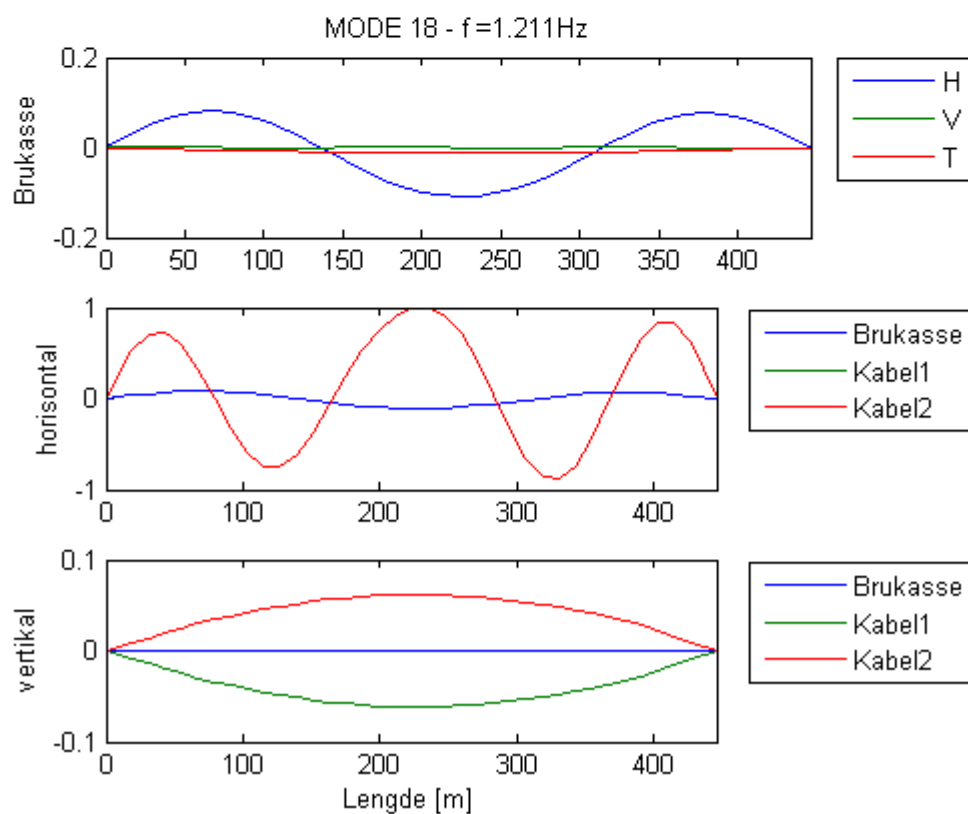
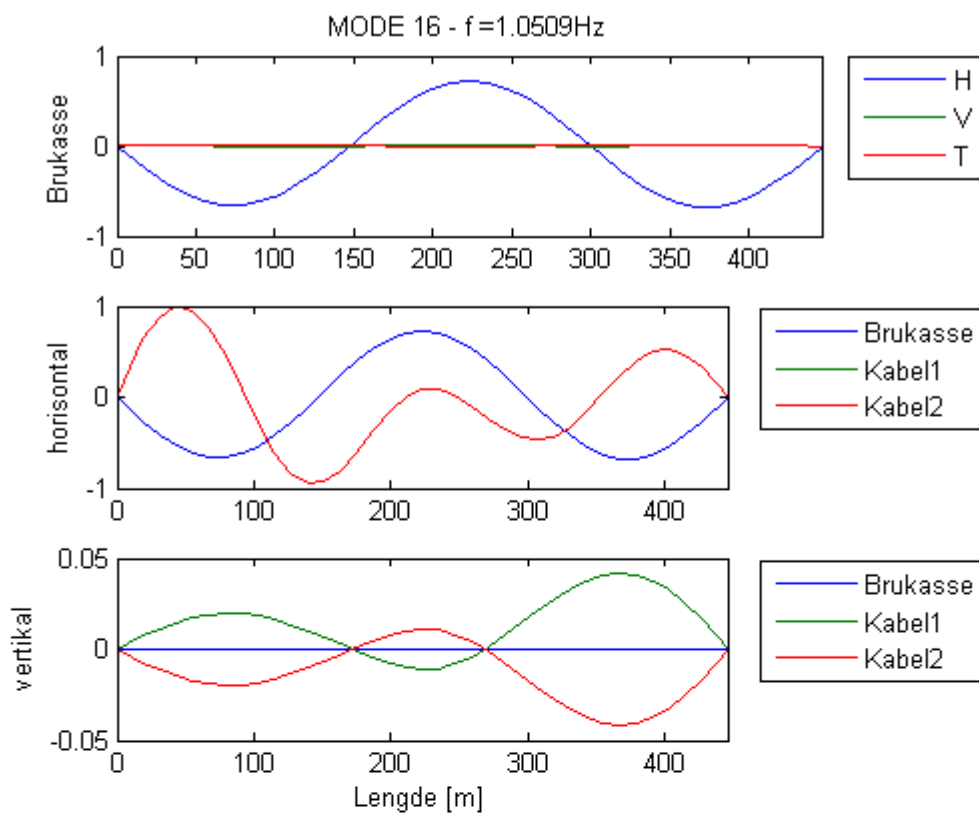


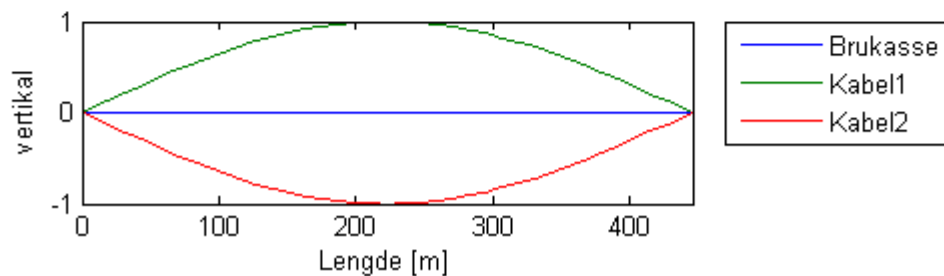
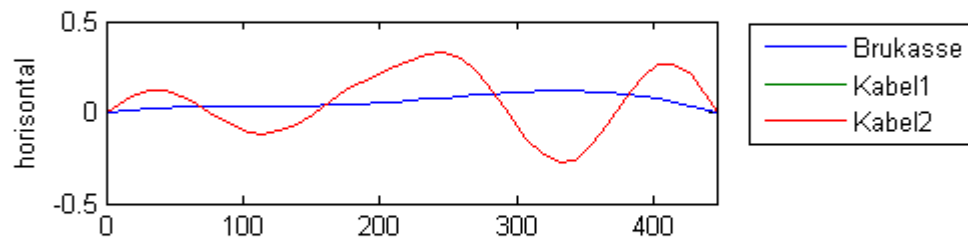
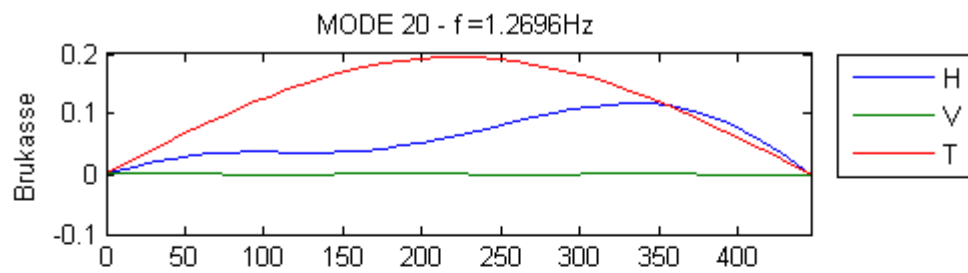
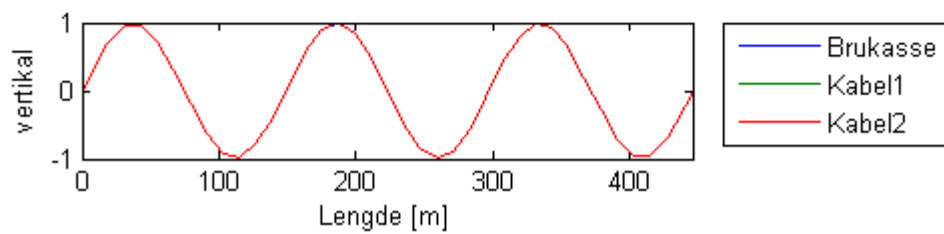
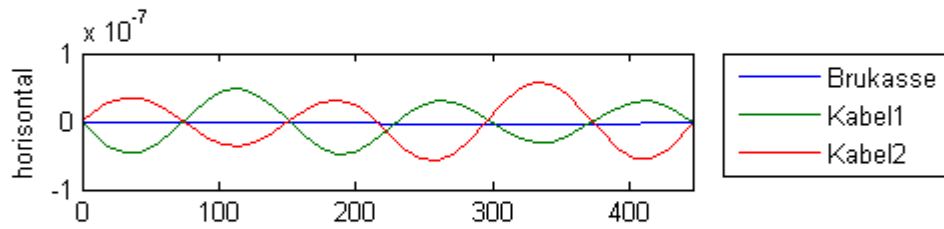
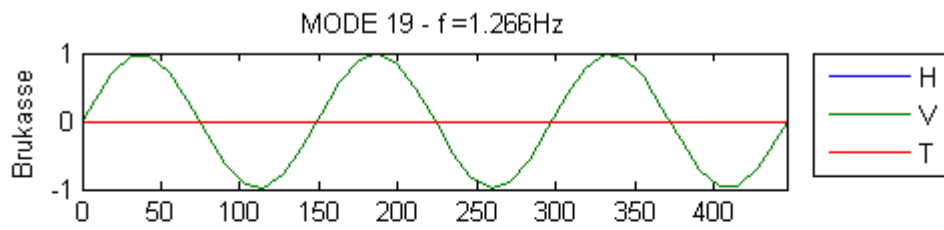


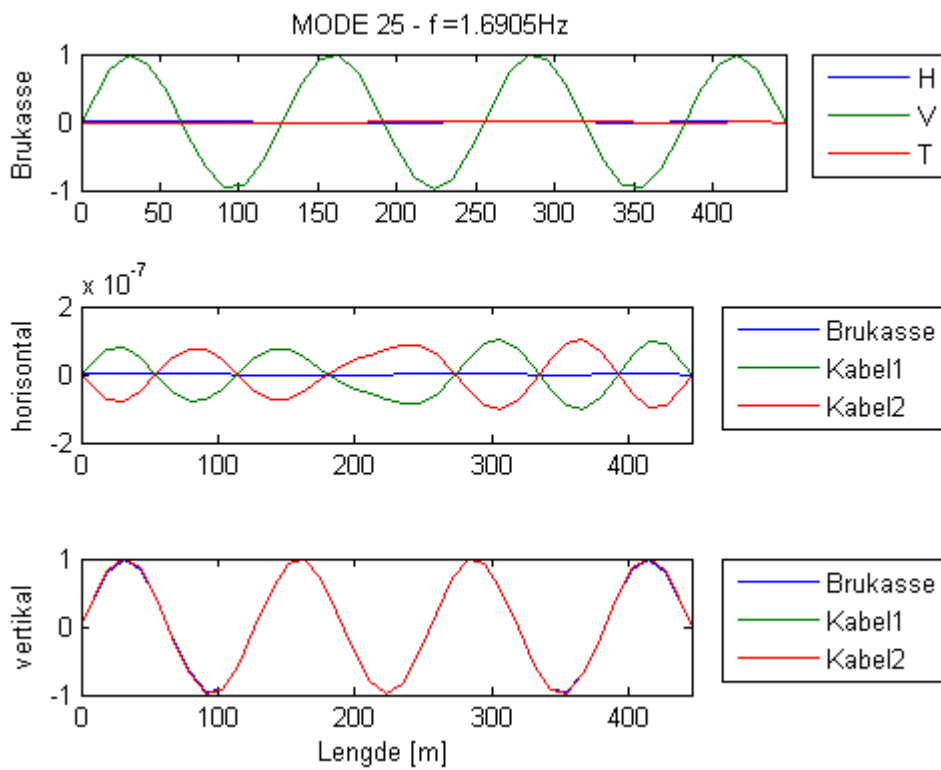
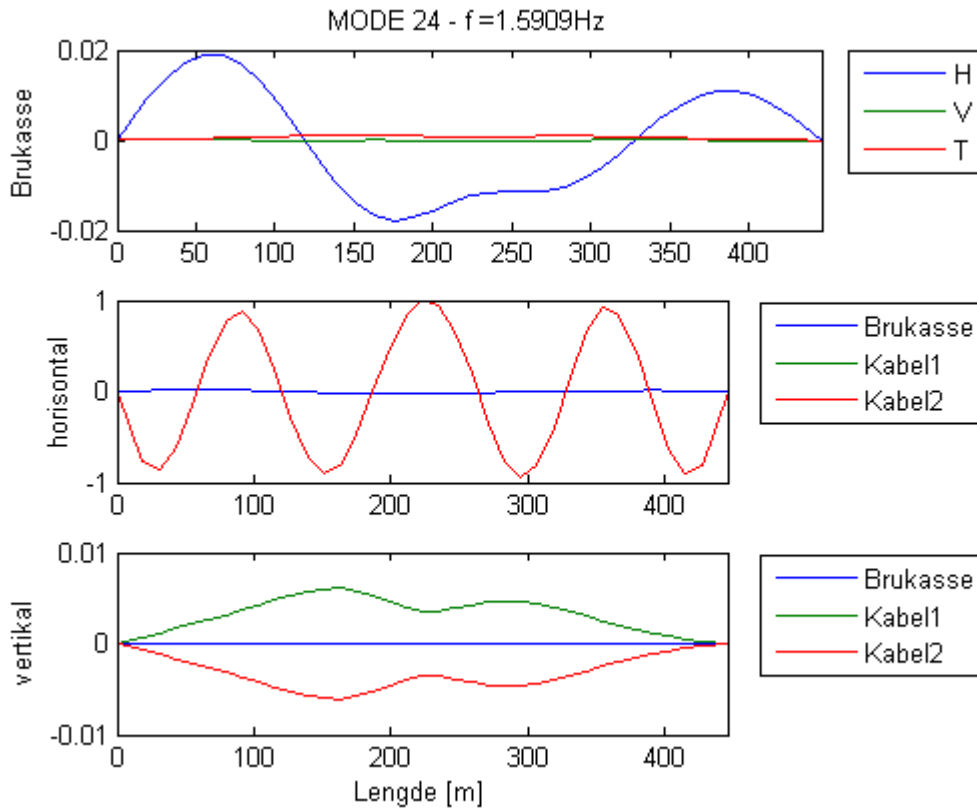


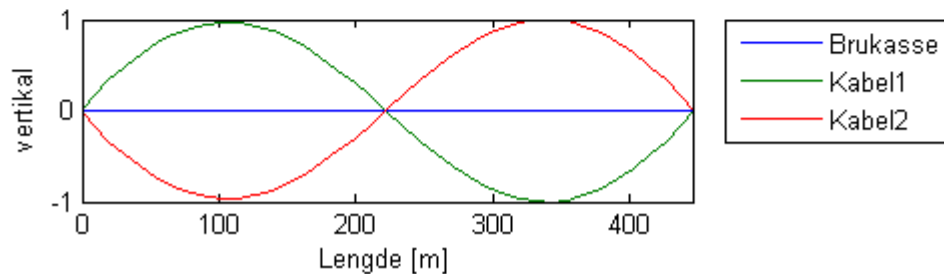
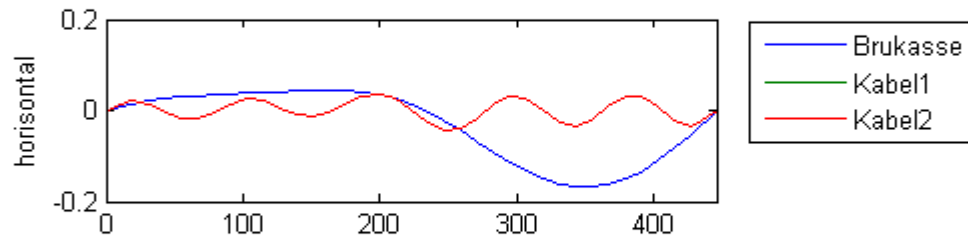
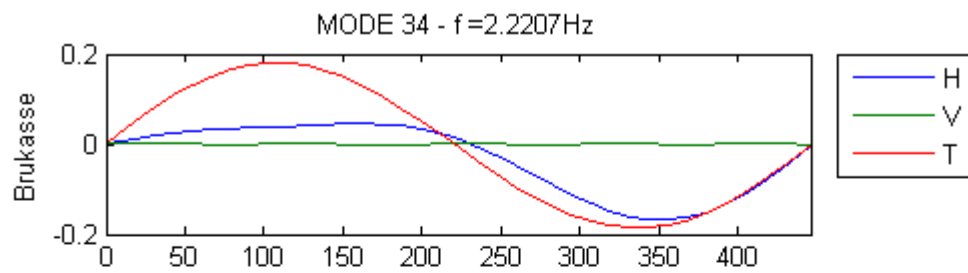
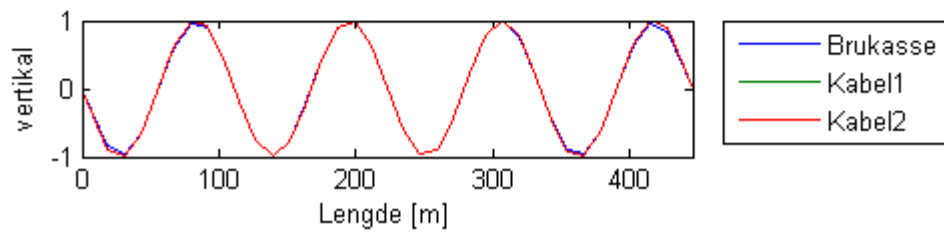
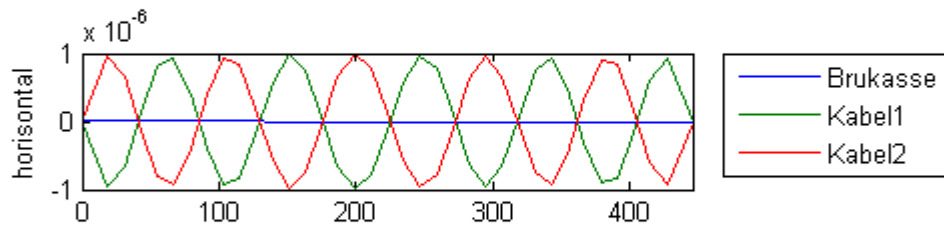
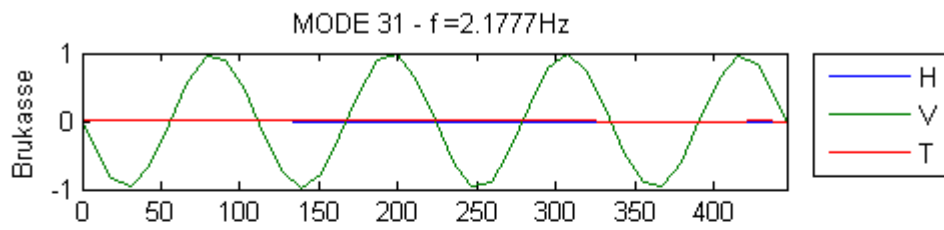


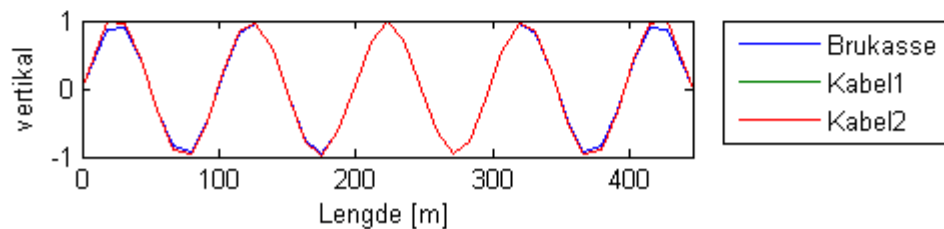
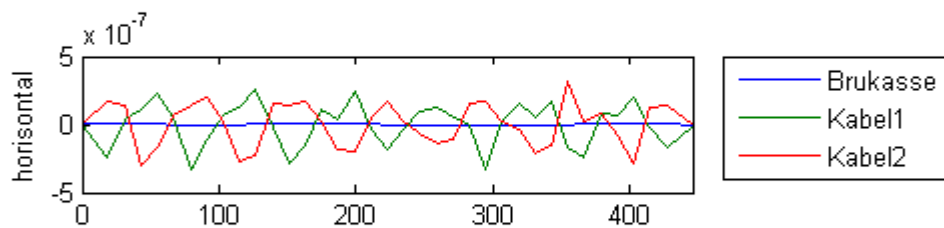
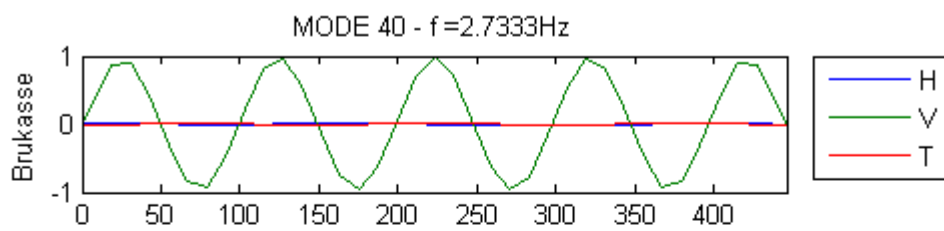
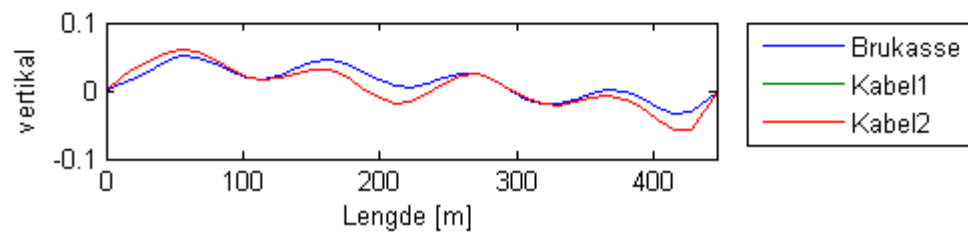
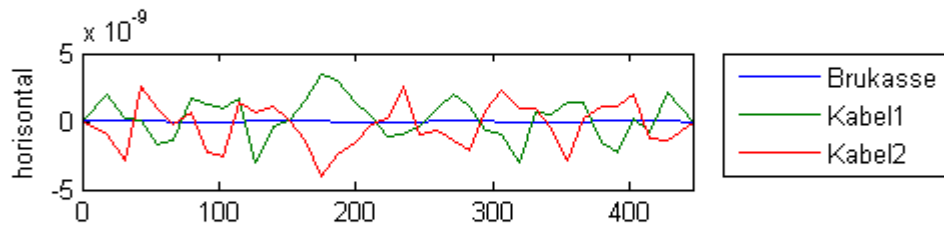
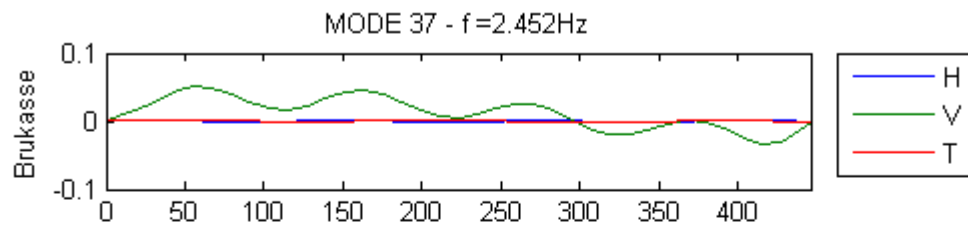


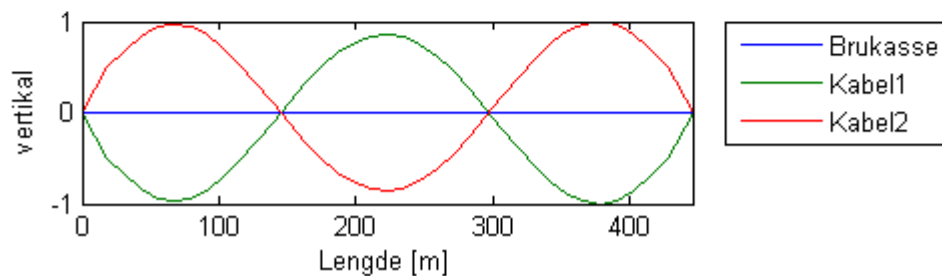
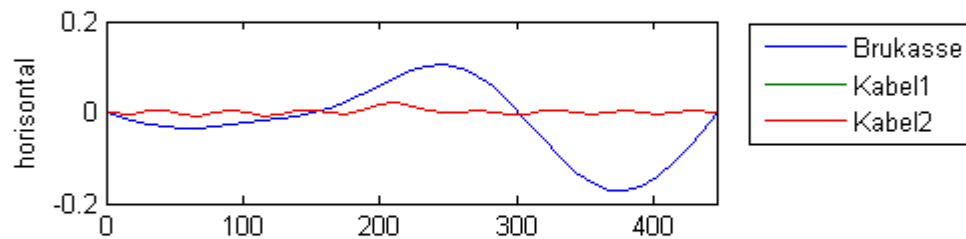
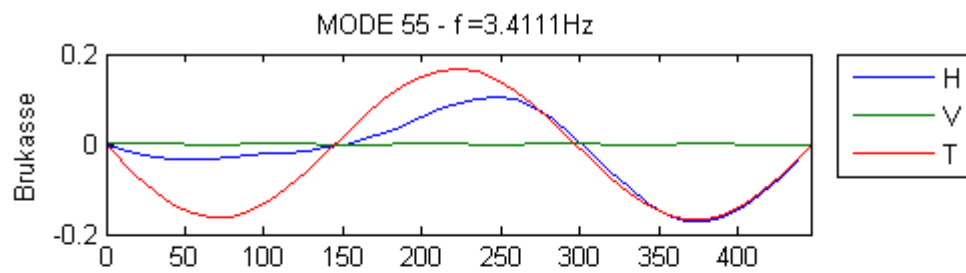
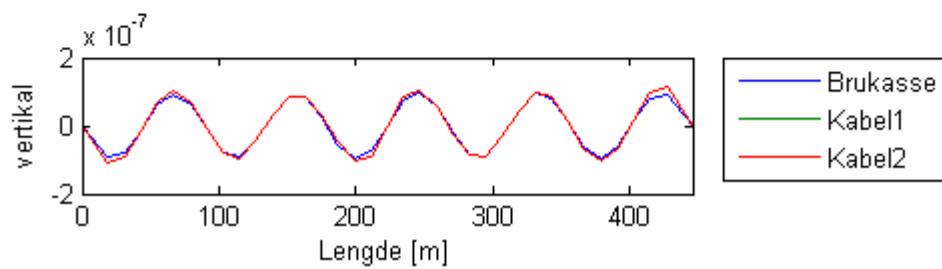
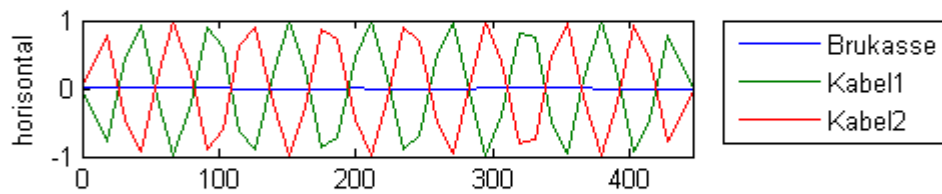
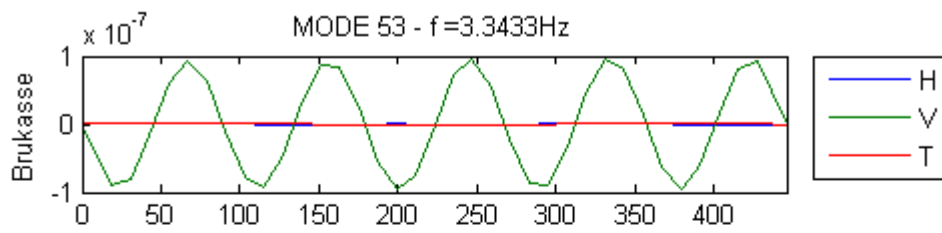


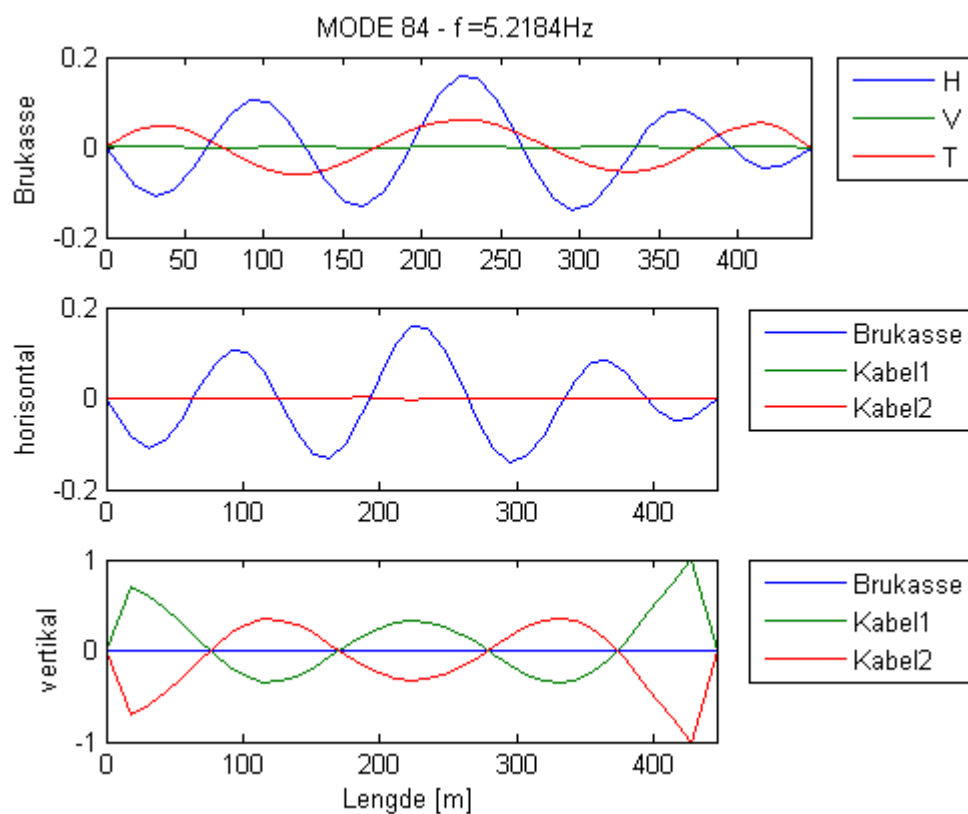
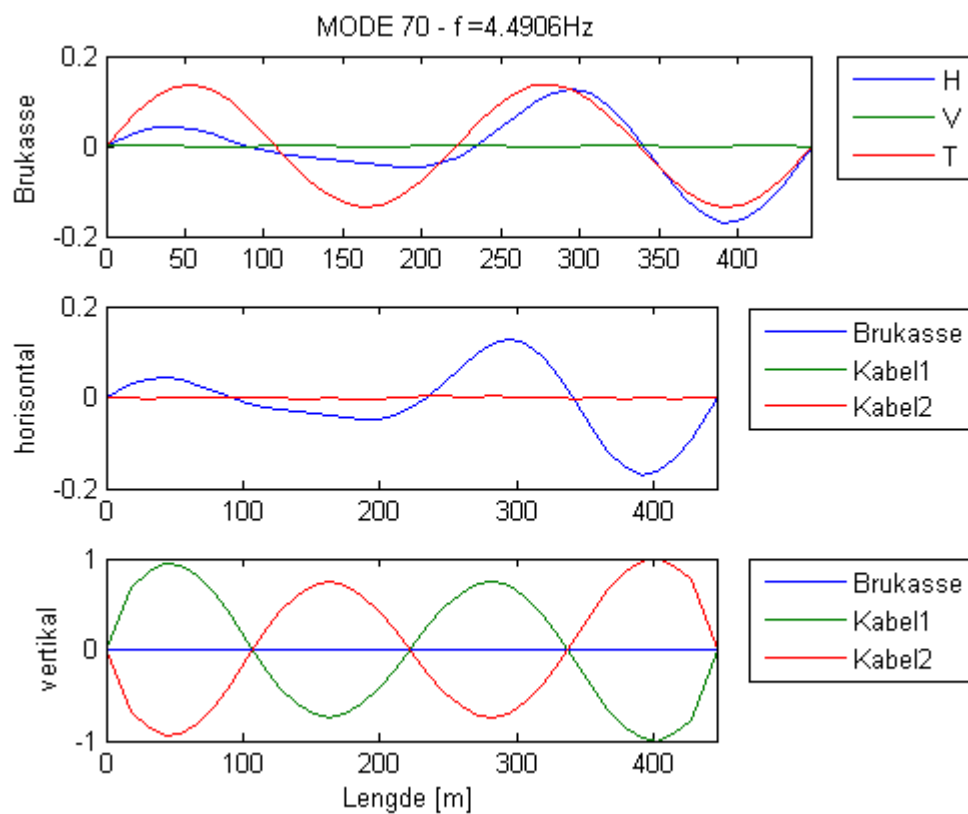


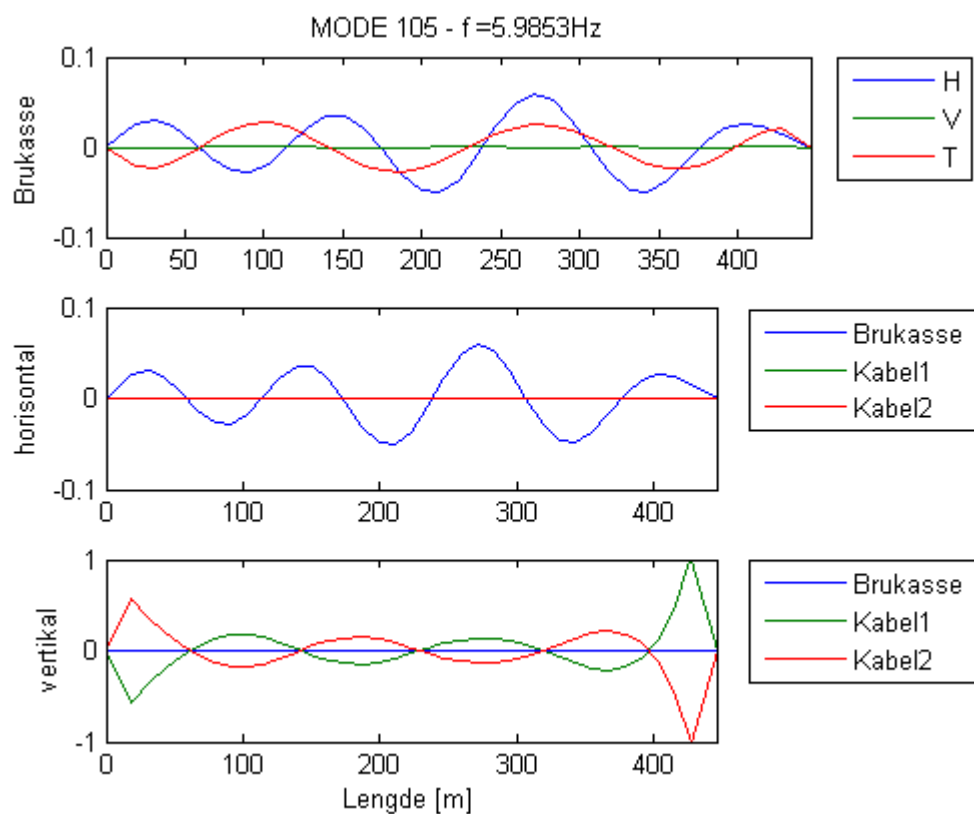
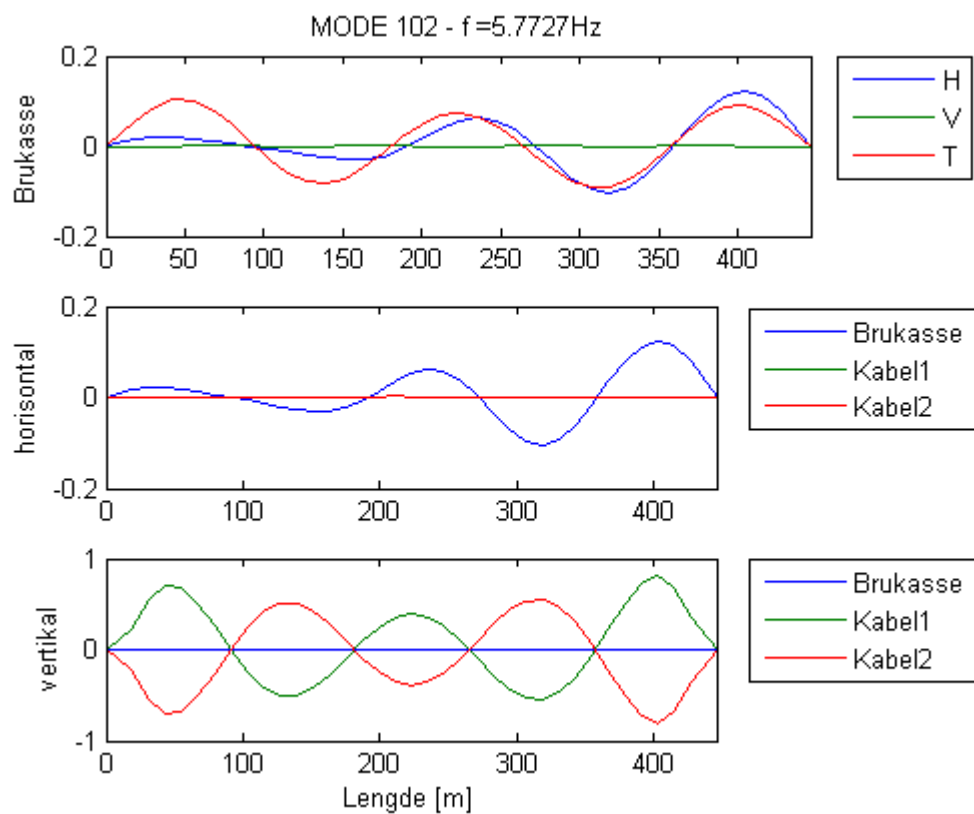


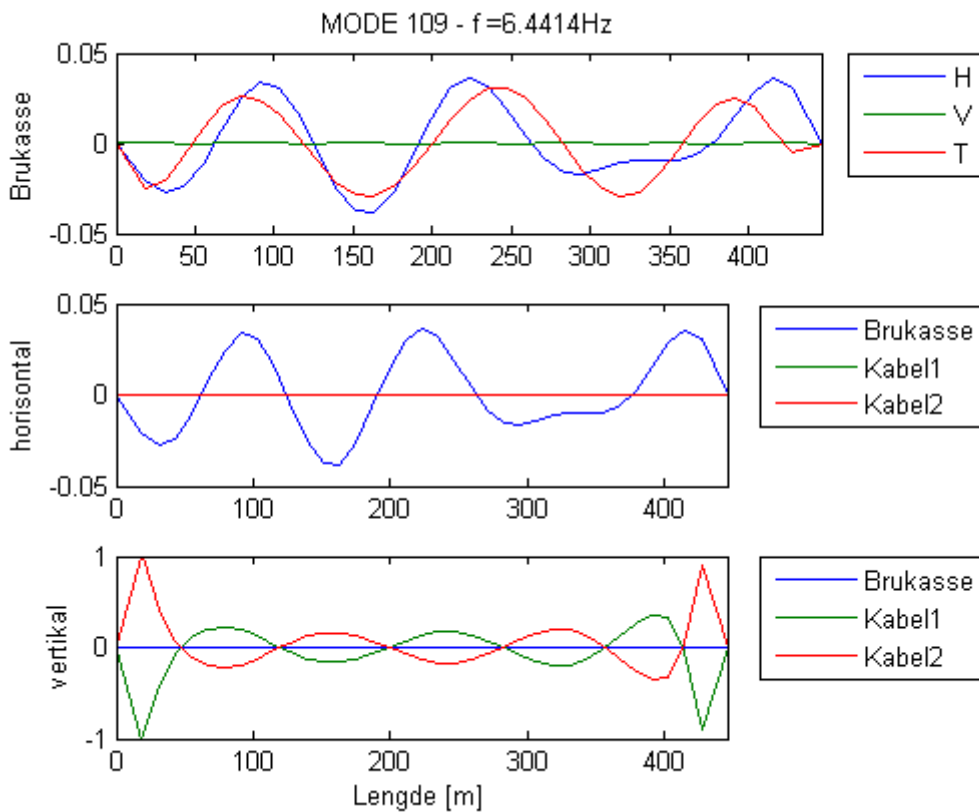
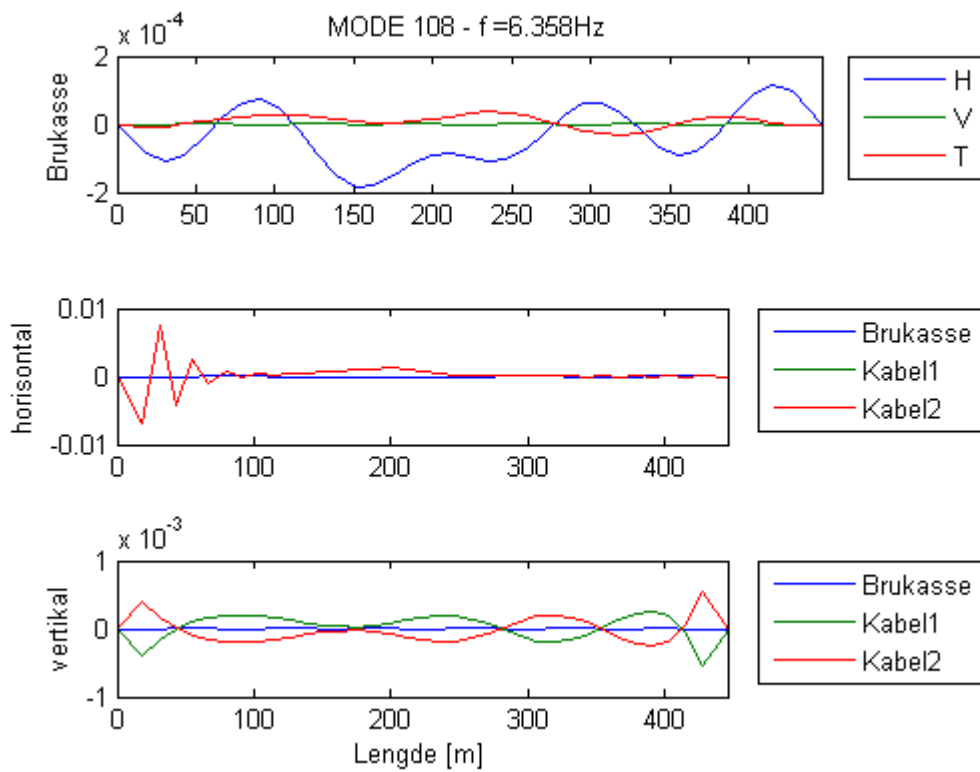


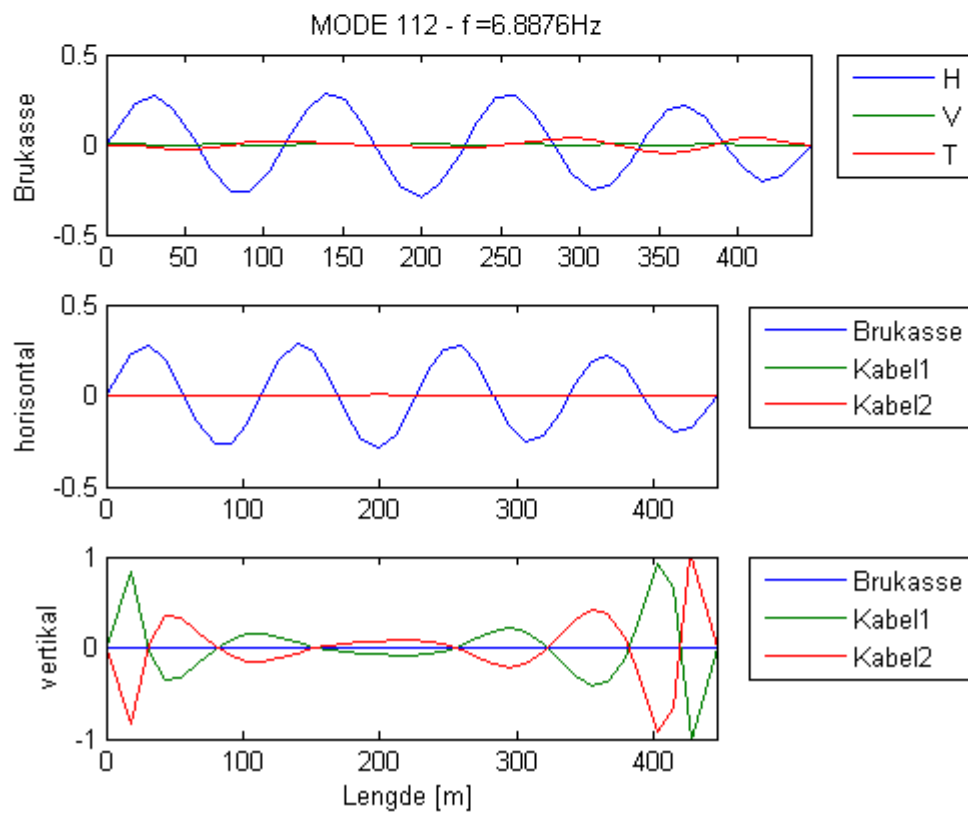
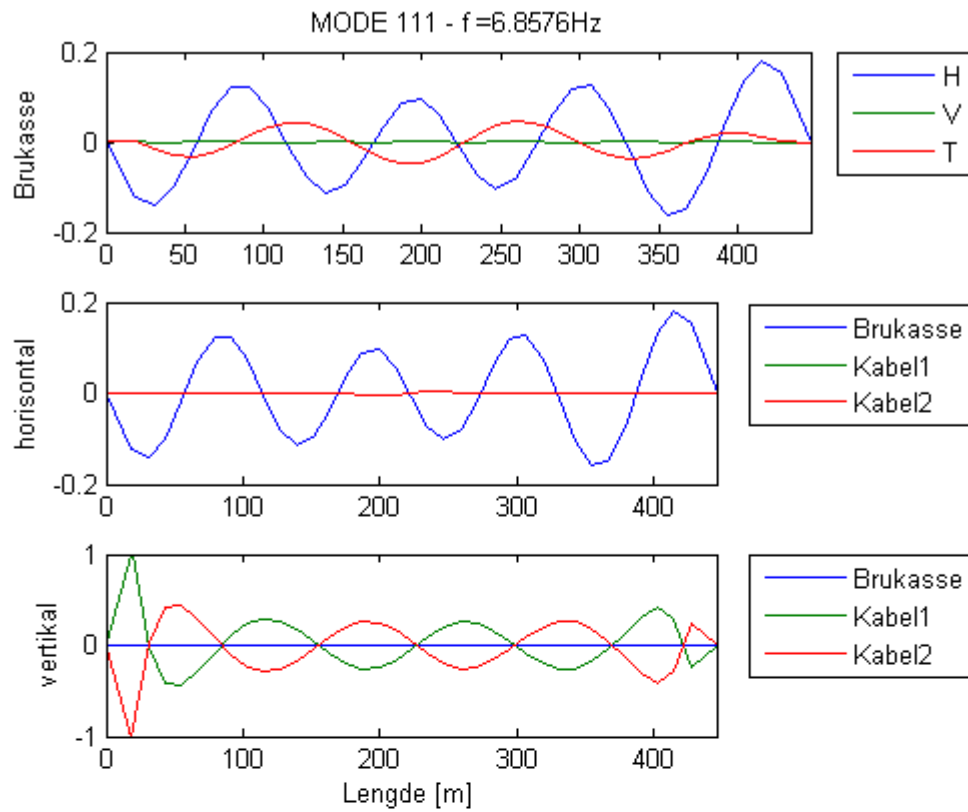


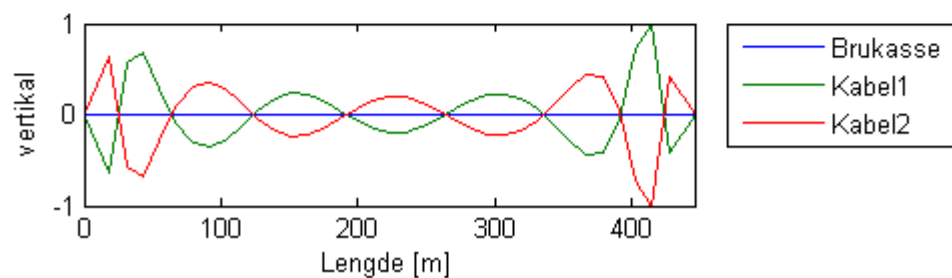
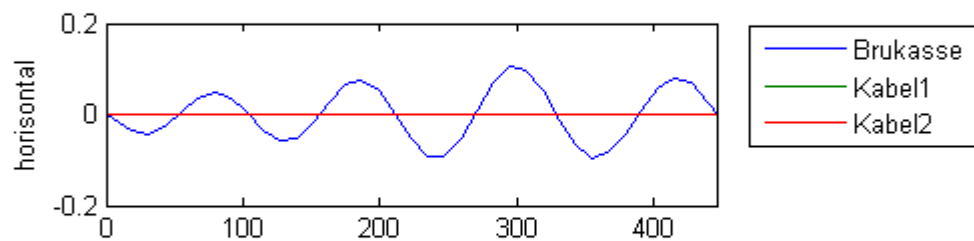
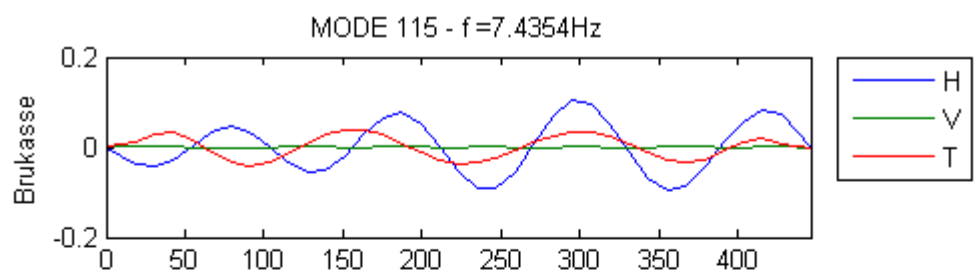
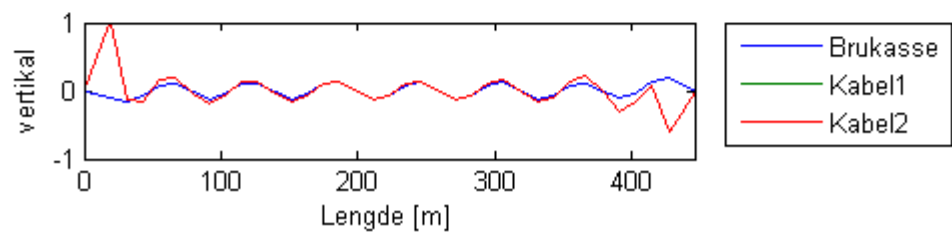
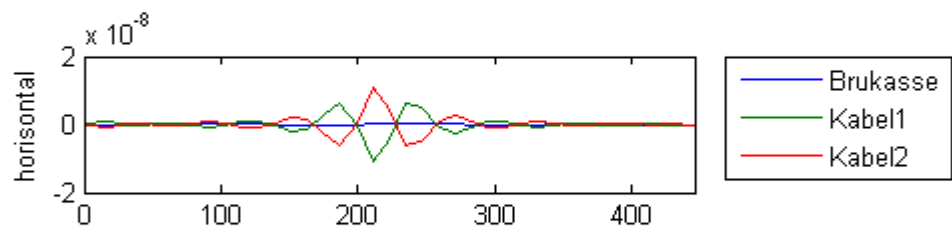
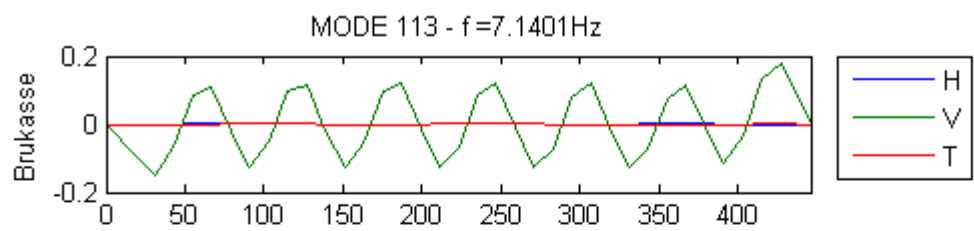


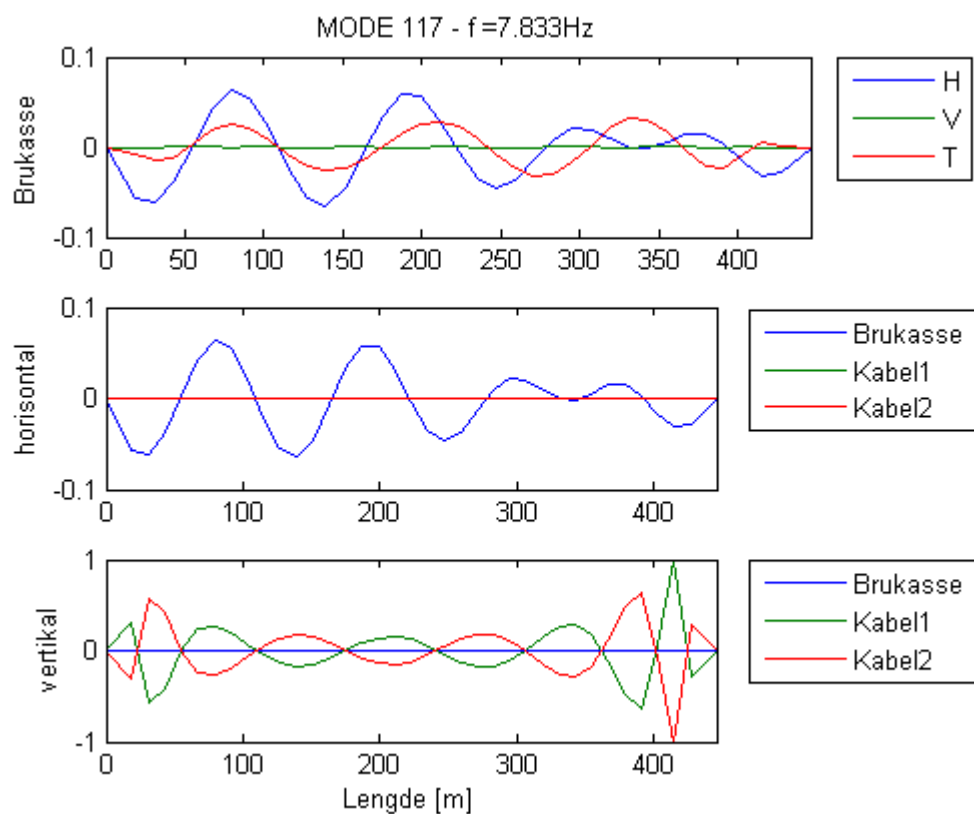
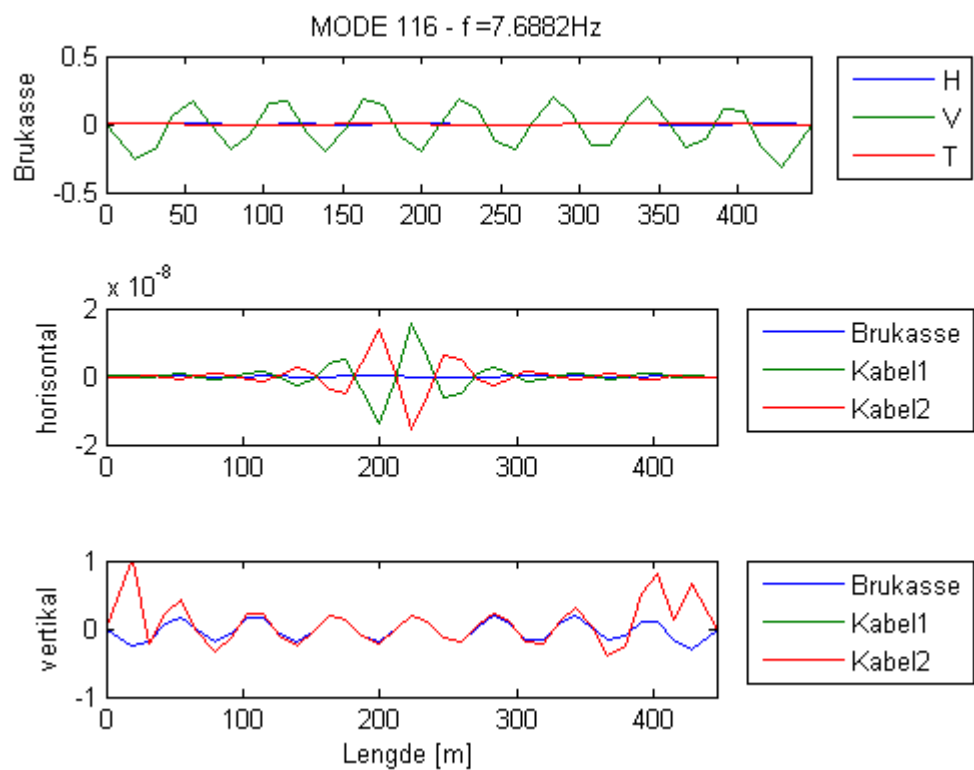


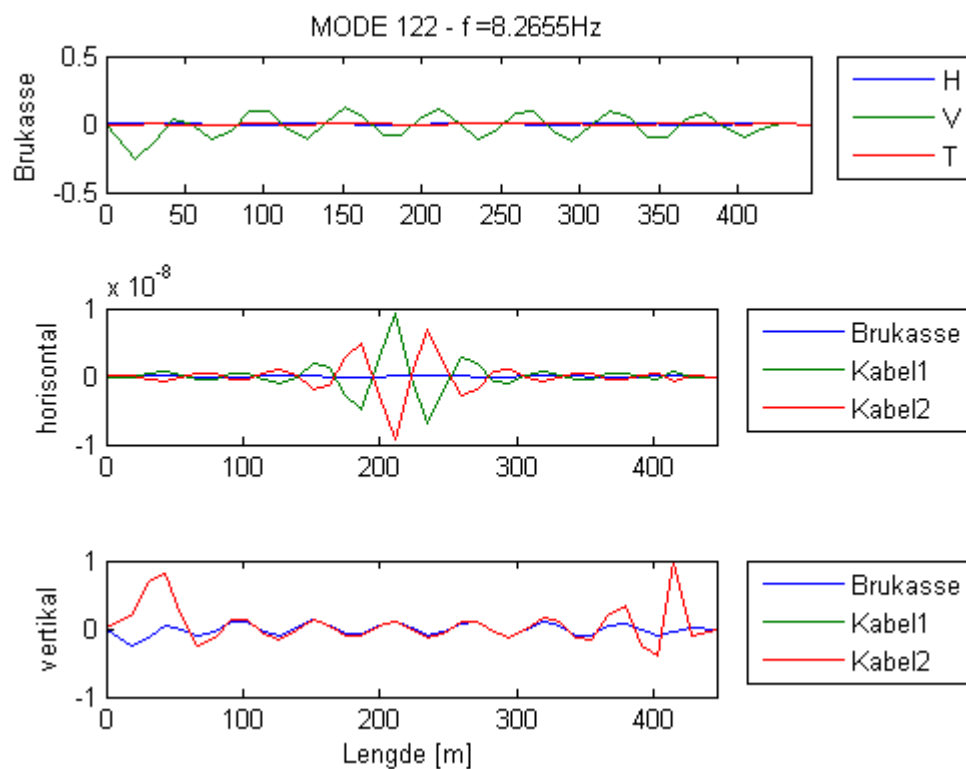
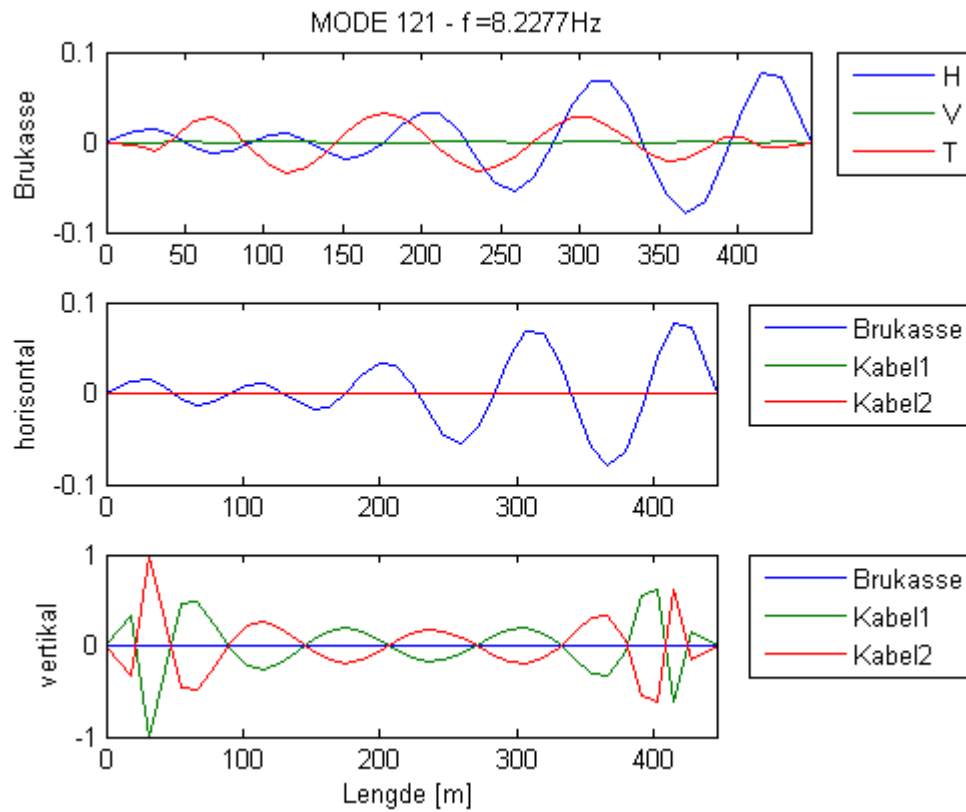


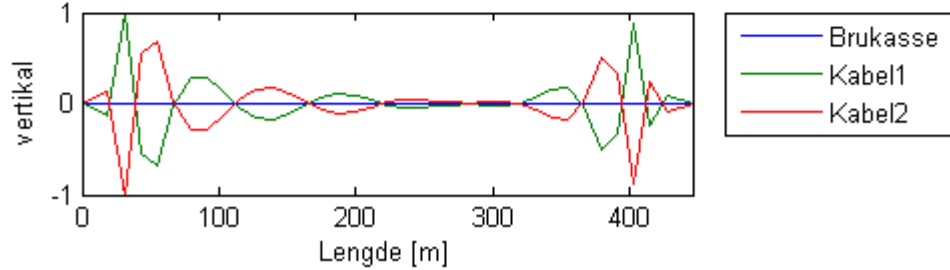
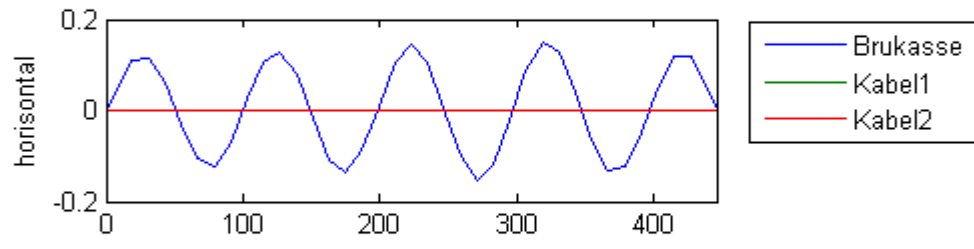
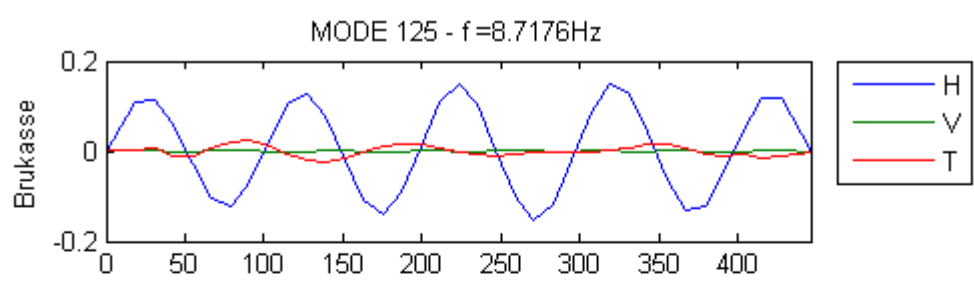
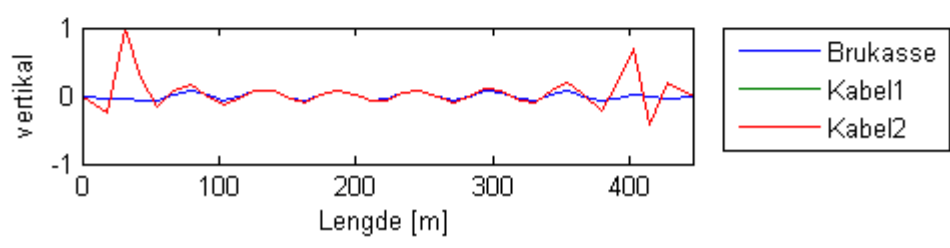
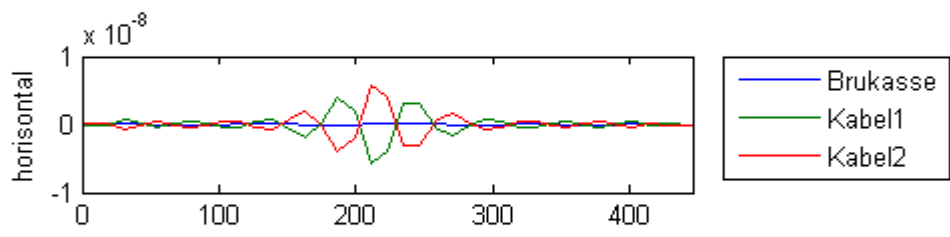
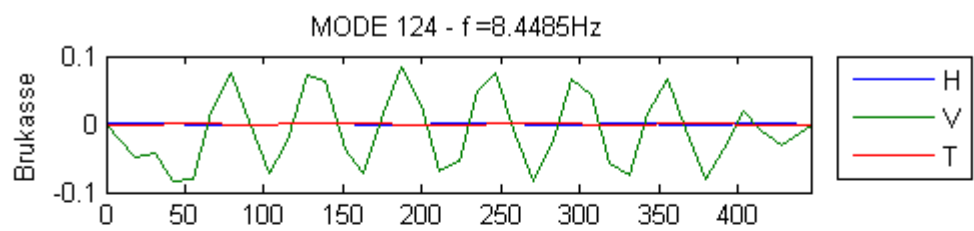


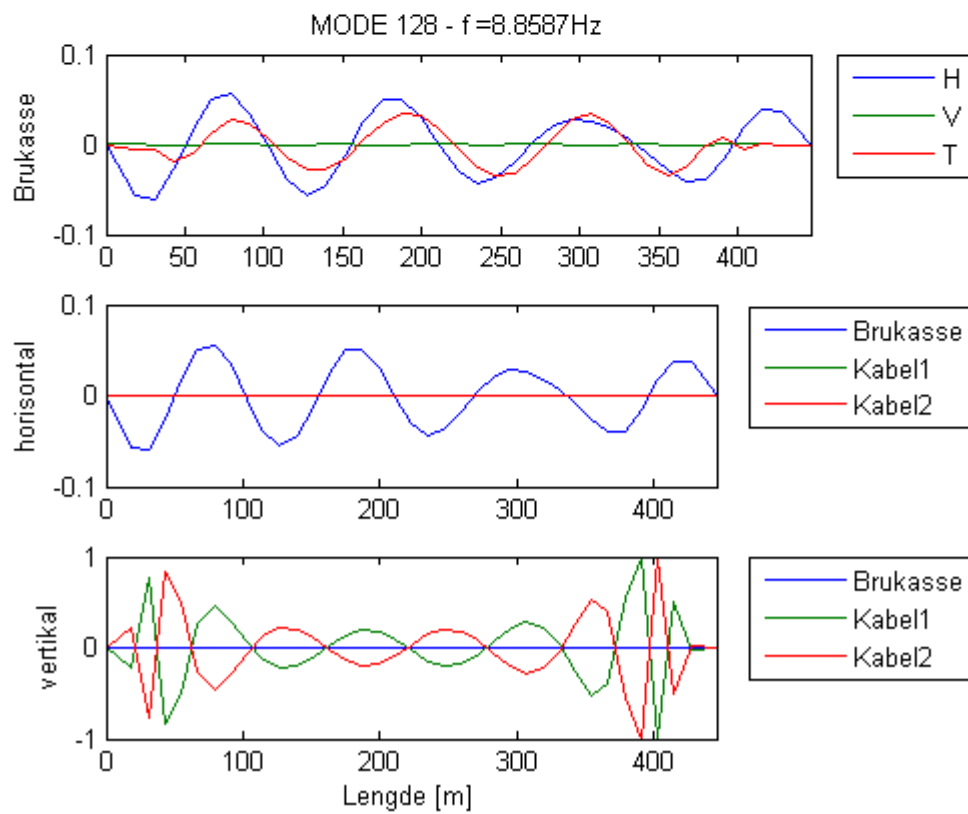
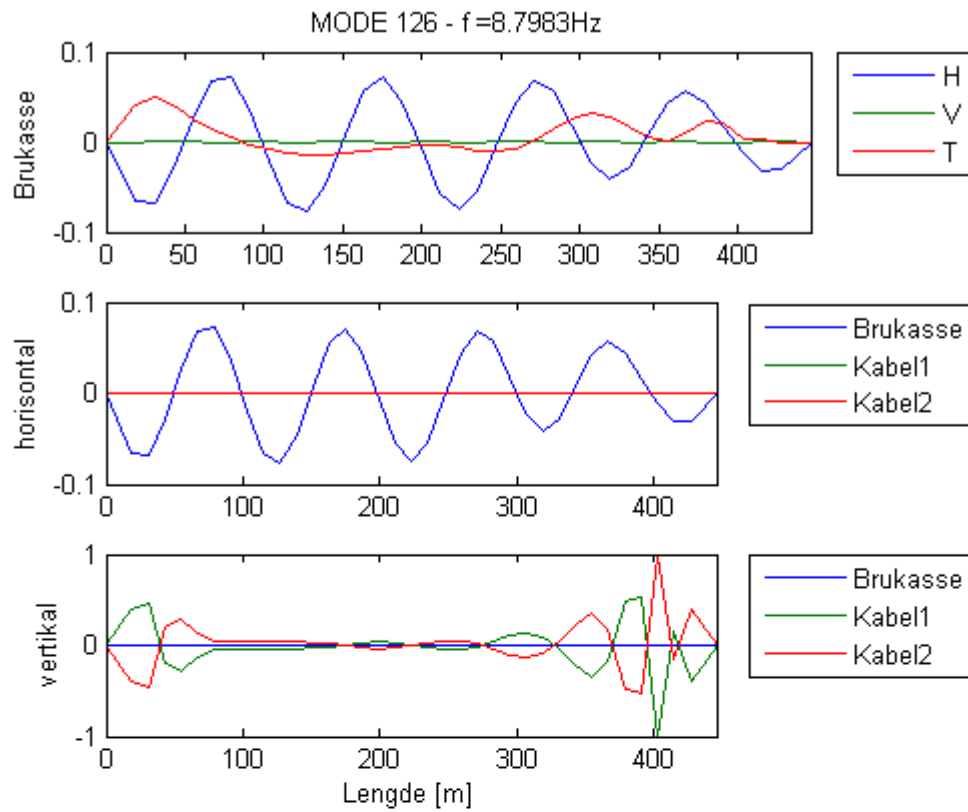












Input i NatHaz

Punkt 1 Henger 10

Høyde 55 m

Punkt 2 Henger 16

Avstand 72 m fra H10

Høyde 55

Punkt 3 Henger 18

Avstand 24 m fra H16

Høyde 54

Punkt 4 Henger 20

Avstand 24 m fra H18

Høyde 54

Punkt 5 Henger 24

Avstand 48 m fra H20

Høyde 52

x 0,72,96,120,168

z 55,55,54,54,52

Terrengkategori C

<http://www.civilengineeringx.com/structural-analysis/structural-steel/wind-loads/>

N = 3000 (for t =600s)

f[Hz] = 5

U_m = 5 3gust = 6

U_m = 10 3gust = 12

U_m = 15 3gust = 18

U_m = 20 3gust = 24

U_m = 25 3gust = 29

U_m = 30 3gust = 35

U_m = 38 3gust = 46

Type:

Discrete frequency function with Cholesky decomposition and FFT (max 200 locations)

Tverrsnittsdata

Tverrsnittsdata:

Lengde av hovedspenn $L := 446 \text{ m}$

Bredde av brukasse $B := 12300 \text{ mm}$

Høyde av brukasse $H := 2635 \text{ mm}$

Data fra CrossX $EI_{z'} := 7.3623 \cdot 10^8 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$

$EI_{y'} := 6.2221 \cdot 10^7 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$

$E := 210 \text{ GPa}$

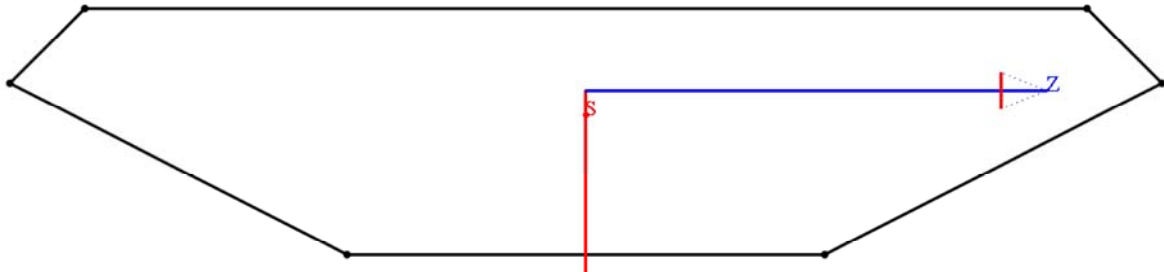
$I_z := \frac{EI_{z'}}{E} = 3.506 \text{ m}^4$...sterk akse

$I_y := \frac{EI_{y'}}{E} = 0.296 \text{ m}^4$...svak akse

$a_{brukasse} := 2.61 \cdot 10^5 \text{ mm}^2$

$s_{skjær} := 1492.6 \text{ mm}$...skjærsenter (fra bunn og opp)

$y_c := 1756.1 \text{ mm}$...nøytralakse (fra bunn og opp)



Verifikasjon av arealet for brukasse:

$a_{tp} := 10700 \text{ mm} \cdot 12 \text{ mm} = 0.128 \text{ m}^2$ topp plate

$a_{bp} := 5100 \text{ mm} \cdot 8 \text{ mm} = 0.041 \text{ m}^2$ bunn plate

$a_{tsp} := 1131 \text{ mm} \cdot 12 \text{ mm} = 0.014 \text{ m}^2$ topp sideplate 2 stk

$a_{bsp} := 4041 \text{ mm} \cdot 8 \text{ mm} = 0.032 \text{ m}^2$ bunn sideplate 2 stk

$a_{brukasse1} := a_{tp} + a_{bp} + 2 a_{bsp} + 2 a_{tsp} = 0.261 \text{ m}^2$...stemmer bra!

Tverrsnittsdata

trapes type 1

$$b_{11} := 300 \text{ mm} \quad b_{12} := 135 \text{ mm} \quad h_{11} := 275 \text{ mm} \quad t := 6 \text{ mm}$$

$$l_{h1} := \sqrt{h_{11}^2 + \left(\frac{b_{11} - b_{12}}{2}\right)^2} = 0.287 \text{ m}$$

$$a_1 := t \cdot (2 \cdot l_{h1} + b_{12}) = (4.255 \cdot 10^3) \text{ mm}^2$$

trapes type 2

$$b_{21} := 450 \text{ mm} \quad b_{22} := 190 \text{ mm} \quad h_{21} := 225 \text{ mm} \quad t := 6 \text{ mm}$$

$$l_{h2} := \sqrt{h_{21}^2 + \left(\frac{b_{21} - b_{22}}{2}\right)^2} = 0.26 \text{ m}$$

$$a_2 := t \cdot (2 \cdot l_{h2} + b_{22}) = (4.258 \cdot 10^3) \text{ mm}^2$$

Totalt areal brukasse (uten asfalt):

$$A := a_{brukasse} + (15 \cdot a_1) + (15 \cdot a_2) = 0.389 \text{ m}^2$$

arealet av asfaltlaget

$$l_{tp} := 10700 \text{ mm}$$

$$a_{asf} := 60 \text{ mm} \cdot l_{tp} = 0.642 \text{ m}^2$$

Totalt areal brukasse (med asfalt):

$$A_{asf} := A + a_{asf} = 1.031 \text{ m}^2$$

Masseberegning

$$\rho := 7850 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad \text{tyngdetetthet av stål}$$

$$w_{alvsat} := 5350 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

$$w_{stal.brukasse} := A \cdot \rho = 3051.3228555 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

$$w_{rest} := w_{alvsat} - w_{stal.brukasse} = 2298.68 \frac{\text{kg}}{\text{m}} \quad \dots \text{dekke, hengere, rekkverk}$$

Masse i trapes stivere:

$$z_{1.type1} := 2635 \text{ mm} - \frac{h_{11}}{3} = 2.543 \text{ m} \quad m_{1.type1} := a_1 \cdot \rho = 33.404 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

Tverrsnittsdata

$$z_{1.type2} := 2635 \text{ mm} - \frac{h_{21}}{3} = 2.56 \text{ m} \quad m_{1.type2} := a_2 \cdot \rho = 33.427 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

$$z_{2.type2} := \frac{2 h_{21}}{3} = 0.15 \text{ m}$$

$$z_{3.type2} := 1835 \text{ mm} - \frac{h_{21}}{3} = 1.76 \text{ m}$$

$$z_{4.type2} := \frac{1835 \text{ mm}}{2} + \frac{2 h_{21}}{3} = 1.068 \text{ m}$$

$$z_{5.type2} := \frac{1835 \text{ mm}}{2} - \frac{h_{21}}{3} = 0.843 \text{ m}$$

$$z_{6.type2} := h_{21} = 0.225 \text{ m} \quad \dots \text{avstander fra senter av trapes til bunn}$$

$$z_{type2} := z_{1.type2} + 6 z_{2.type2} + 2 z_{3.type2} + 2 z_{4.type2} + 2 z_{5.type2} + 2 z_{6.type2} = 11.25 \text{ m}$$

$$Stiff := z_{1.type1} \cdot m_{1.type1} \cdot 15 + z_{type2} \cdot m_{1.type2} = (1.65 \cdot 10^3) \text{ kg}$$

Massestivhet i brukasse

$$m_{tp} := a_{tp} \cdot \rho = (1.008 \cdot 10^3) \frac{\text{kg}}{\text{m}} \quad z_{tp} := 2635 \text{ mm} = 2.635 \text{ m}$$

$$m_{tsp} := a_{tsp} \cdot \rho = 106.54 \frac{\text{kg}}{\text{m}} \quad z_{tsp} := 2635 \text{ mm} - 400 \text{ mm} = 2.235 \text{ m}$$

$$m_{bsp} := a_{bsp} \cdot \rho = 253.775 \frac{\text{kg}}{\text{m}} \quad z_{bsp} := \frac{1835 \text{ mm}}{2} = 0.918 \text{ m}$$

$$m_{bp} := a_{bp} \cdot \rho = 320.28 \frac{\text{kg}}{\text{m}} \quad z_{bp} := 4 \text{ mm}$$

med nøytralakse fra crossX

$$Z := \frac{y_c \cdot a_{brukasse} \cdot \rho + Stiff}{w_{stal.brukasse}} = (1.72 \cdot 10^3) \text{ mm}$$

verifikasjon med hver del

$$Z_m := \frac{z_{tp} \cdot m_{tp} + 2 z_{tsp} \cdot m_{tsp} + 2 z_{bsp} \cdot m_{bsp} + z_{bp} \cdot m_{bp} + Stiff}{w_{stal.brukasse}} = (1.72 \cdot 10^3) \text{ mm}$$

Tverrsnittsdata

Nytt treghetsmoment:

$$I_{ny} := I_y + a_{brukasse} \cdot (y_c - Z)^2 = 0.297 \text{ m}^4$$

Bidrag fra type 1(fra crossX):

$$I_{1.type1} := 3.4115 \cdot 10^7 \text{ mm}^4$$

$$a_1 = 0.004 \text{ m}^2$$

$$I_{type1} := 15 \cdot I_{1.type1} + 15 \cdot a_1 \cdot (z_{1.type1} - Z)^2 = 0.044 \text{ m}^4$$

Bidrag fra type 2: $a_2 = 0.004 \text{ m}^2$

$$I_{1.type2} := 2.3726 \cdot 10^7 \text{ mm}^4 \quad z_{1.type2} = 2.56 \text{ m} \quad y_{1.t2} := (Z - z_{1.type2})$$

$$I_{2.type2} := I_{1.type2} \quad z_{2.type2} = 0.15 \text{ m} \quad y_{2.t2} := (Z - z_{2.type2})$$

$$I_{3.type2} := 4.5813 \cdot 10^7 \text{ mm}^4 \quad z_{3.type2} = 1.76 \text{ m} \quad y_{3.t2} := (Z - z_{3.type2})$$

$$I_{4.type2} := I_{3.type2} \quad z_{4.type2} = 1.068 \text{ m} \quad y_{4.t2} := (Z - z_{4.type2})$$

$$I_{5.type2} := I_{3.type2} \quad z_{5.type2} = 0.843 \text{ m} \quad y_{5.t2} := (Z - z_{5.type2})$$

$$I_{6.type2} := I_{3.type2} \quad z_{6.type2} = 0.225 \text{ m} \quad y_{6.t2} := (Z - z_{6.type2})$$

$$V_I := I_{1.type2} \cdot 2 + 4 \cdot I_{3.type2}$$

$$V_y := y_{1.t2}^2 + 6 y_{2.t2}^2 + 2 y_{3.t2}^2 + 2 y_{4.t2}^2 + 2 y_{5.t2}^2 + 2 y_{6.t2}^2$$

$$I_{type2} := V_I + a_2 \cdot V_y = 0.095 \text{ m}^4$$

Totale treghetsmoment:

$$I_y := I_{ny} + I_{type1} + I_{type2} = 0.436 \text{ m}^4$$

Skjærsenter:

$$S_{type1} := z_{1.type1} - 200.5 \text{ mm} = 2.343 \text{ m}$$

$$S_{1.type2} := z_{1.type2} - 151.4 \text{ mm} = 2.409 \text{ m}$$

$$S_{2.type2} := z_{2.type2} + 151.4 \text{ mm} = 0.301 \text{ m}$$

$$S_{3.type2} := z_{3.type2} + \cos(36^\circ) \cdot 151.4 \text{ mm} = 1.882 \text{ m}$$

$$S_{4.type2} := z_{4.type2} + \cos(36^\circ) \cdot 151.4 \text{ mm} = 1.19 \text{ m}$$

Tverrsnittsdata

$$S_{5.type2} := z_{5.type2} + \cos(36^\circ) \cdot 151.4 \text{ mm} = 0.965 \text{ m}$$

$$S_{6.type2} := z_{6.type2} + \cos(36^\circ) \cdot 151.4 \text{ mm} = 0.347 \text{ m}$$

$$s_{skjær} = 1.493 \text{ m} \quad a_{brukasse} = 0.261 \text{ m}^2$$

$$C_{type2} := (S_{1.type2} + 6 S_{2.type2} + 2 S_{3.type2} + 2 S_{4.type2} + 2 S_{5.type2} + 2 S_{6.type2}) \cdot a_2$$

$$C_{type1} := 15 \cdot a_1 \cdot S_{type1}$$

$$C_{brukasse} := a_{brukasse} \cdot s_{skjær}$$

$$y_s := \frac{C_{brukasse} + C_{type1} + C_{type2}}{a_{brukasse} + 15 a_1 + 15 a_2} = 1.529 \text{ m}$$

...trapesprofilene gir et lite bidrag. Skjærsenter nærmer seg den nøytraleaksen.

Masse og massesenter

Masse brukasse:

$$m_{brukasse} := 3025 \frac{\text{kg}}{\text{m}} \quad \dots \text{vekten av stålet i brukasse}$$

$$m_{brukasse} := m_{brukasse} \cdot 1.15 \quad \dots \text{legger til med hensyn til ekstra stivere}$$

$$z_{brukasse} := 1720 \text{ mm} \quad \dots \text{avstanden lik nøytralakse}$$

Masse fra asfalt: NS-EN 1991-1-1[tab.A.6]

$$t_{dekke} := 50 \text{ mm} \quad \rho_{asfalt} := 25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \quad b_{dekke} := 10.25 \text{ m}$$

$$m_{asfalt} := t_{dekke} \cdot b_{dekke} \cdot \frac{\rho_{asfalt}}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 1306 \frac{\text{kg}}{\text{m}} \quad \dots \text{vekten av typisk asfaltdekke}$$

$$z_{asfalt} := \frac{t_{dekke}}{2} + 2635 \text{ mm} = 2.66 \text{ m} \quad \dots \text{avstand senter asfalt til bunn}$$

Masse fra rekkverk:

$$m_{rv1} := 100 \frac{\text{kg}}{\text{m}} \quad z_{rv1} := 3235 \text{ mm} \quad \dots \text{typiske rekkverk}$$

$$m_{rv2} := 150 \frac{\text{kg}}{\text{m}} \quad z_{rv2} := 3025 \text{ mm}$$

Masse fra hengere

$$m_h := 95 \frac{\text{kg}}{\text{m}} \quad z_h := 2.76 \text{ m} = 2.76 \text{ m} \quad \dots \text{middelvekt per hengerpar}$$

all main cables:

$$m_{cab} := 816 \frac{\text{kg}}{\text{m}} \quad z_{cab} := 2.635 \text{ m} + 325 \text{ mm} + 17.35 \text{ m}$$

total masse:

$$m_{tot} := m_{brukasse} + m_{asfalt} + m_{rv1} \cdot 2 + m_{rv2} + m_h$$

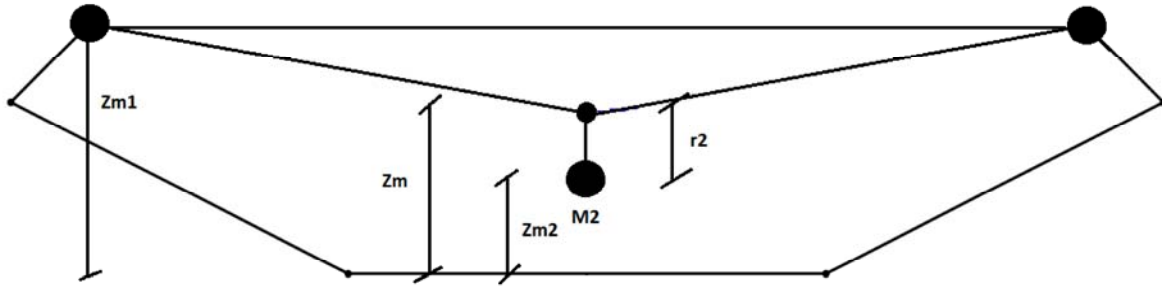
$$m_{alvsat} := 5350 \frac{\text{kg}}{\text{m}} \quad m_{tot} = 5230 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

massesenter:

$$z_{ms} := \frac{m_{brukasse} \cdot z_{brukasse} + m_{asfalt} \cdot z_{asfalt} + 2 \cdot m_{rv2} \cdot z_{rv2} + m_{rv1} \cdot z_{rv1} + m_h \cdot z_h}{m_{tot}} = 2.094 \text{ m}$$

$$z_{ms} = 2.094 \text{ m}$$

Modellering av masse i brukassen



$Z_{m1} := 2.76$...avstanden er fra koblingpunktet mellom brukasse og hengere [m]

$Z_m := 1.720$...settes lik NA [m]

$r_{m1} := Z_{m1} - Z_m = 1.04$...avstand mellom NA og M1 [m]

$r_{ms} := 2.1$...det totale massesenter [m]

Verdier fra alvsat:

$I_m := 58730$...moment masse [kgm²]

$M := 5350$...brukassens totale masse [kg/m]

Constraints	Guess Values	$r_2 := 1$	$M_1 := 1000$	$M_2 := 3000$
		$M_2 \cdot r_2^2 + 2 M_1 \cdot (r_{m1}^2 + 5.125^2) - I_m = 0$		
		$2 M_1 + M_2 = M$		
		$\frac{2 M_1 \cdot Z_{m1} + M_2 \cdot (Z_m - r_2)}{M} = r_{ms}$		
Solver	$r := \mathbf{find}(M_1, M_2, r_2) = \begin{bmatrix} 1073.555 \\ 3202.89 \\ 0.062 \end{bmatrix}$			

$M_1 := r_0 \cdot \frac{kg}{m} = 1074 \frac{kg}{m}$...Masse 1

$M_2 := r_1 \cdot \frac{kg}{m} = 3203 \frac{kg}{m}$...Masse 2

$r_2 := r_2 \cdot m = 0.062 m$...avstanden r2

General Input data:

Length of span	$l := 446 \text{ m}$
Cable sag	$f := 45 \text{ m}$
Width of bridge girder	$b_{bg} := 12.3 \text{ m}$
Height of bridge girder	$h_{bg} := 2.76 \text{ m}$
Distance between hangers	$w_h := 10.25 \text{ m}$
thickness of plates in girder	$t_{bg} := \frac{8 \text{ mm} + 12 \text{ mm}}{2} = 0.01 \text{ m}$
Modulus of elasticity, girder	$E := 210000 \text{ MPa}$
Modulus of elasticity, cable	$E_c := 180000 \text{ MPa}$
Area of a single main cable	$A_c := 0.05 \text{ m}^2$
Moment of inertia, girder	$I := 0.429 \text{ m}^4$
Mass of main span	$m_{ms} := 2750000 \text{ kg}$
Weight of bridge girder	$w_{bg} := 5350 \frac{\text{kg}}{\text{m}} \cdot g = (52.466 \cdot 10^3) \frac{\text{kg}}{\text{s}^2}$
Weight of cable	$w_c := 408 \frac{\text{kg}}{\text{m}} \cdot g = (4.001 \cdot 10^3) \frac{\text{kg}}{\text{s}^2}$
Mass moment of inertia	$I_m := 82430 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{m}}$
Weight of main span per meter	$w := \frac{m_{ms} \cdot g}{l} = (6.047 \cdot 10^4) \frac{\text{kg}}{\text{s}^2}$
Cable force	$H_w := \frac{w \cdot l^2}{8 \cdot f} = (3.341 \cdot 10^7) \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}$
Alvsat force	$H := 2 \cdot 16.8 \cdot 10^7 \cdot N = (3.36 \cdot 10^8) \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}$
Length of cable, from hold down to hold down	$L_c := 720 \text{ m}$
Modulus of shear	$G := 0.8 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$
Moment of Torsional area	$J := 0.929 \text{ m}^4$

Vertical asymmetric frequencies (Bleich)

$$m_{ms} \frac{d^2}{dt^2} \eta + E \cdot I \frac{d^4}{dx^4} \eta - H_w \frac{d^2}{dx^2} \eta + \frac{w}{H_w} h = 0 \quad [\text{B.1}]$$

$$\lambda := \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{l^2} \quad \omega_{VA}(n) := \frac{n \pi}{l} \cdot \sqrt{\frac{g}{w} (H_w + n^2 \lambda)} \quad [\text{B.2}]$$

Vertical asymmetric frequencies (Steinman)

$$\omega = \frac{d^2}{dx^2} \left(H \cdot \eta + y \cdot \Delta H - E \cdot I \frac{d^2}{dx^2} \eta \right) \quad [\text{S.1}]$$

$$K(n) := \frac{n^2 \pi^2}{l^2} H_w + \frac{n^4 \pi^4}{l^4} E \cdot I \quad [\text{S.2}]$$

$$\omega_{VAs}(n) := \sqrt{\frac{K(n)}{\frac{w}{g}}} \quad [\text{S.3}]$$

Circular frequencies:

$$\omega_{VA}(2) = 1.285 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\omega_{VAs}(2) = 1.285 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\omega_{VA}(4) = 3.676 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\omega_{VAs}(4) = 3.676 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\omega_{VA}(6) = 7.503 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\omega_{VAs}(6) = 7.503 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Steinmann og Bleich gir samme resultat.

2 and 4 half sinusoidal waves

$$\Omega := 2 \pi \cdot 1 \dots 2$$

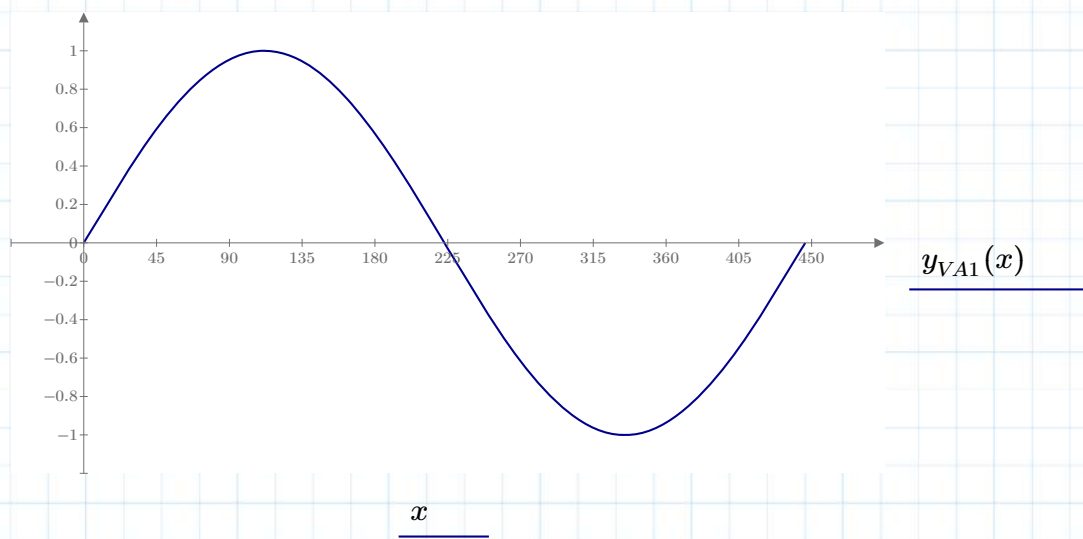
$$y_0 := 1$$

$$y_{VA}(x, \Omega) := y_0 \cdot \sin\left(\Omega \cdot \frac{x \cdot m}{l}\right)$$

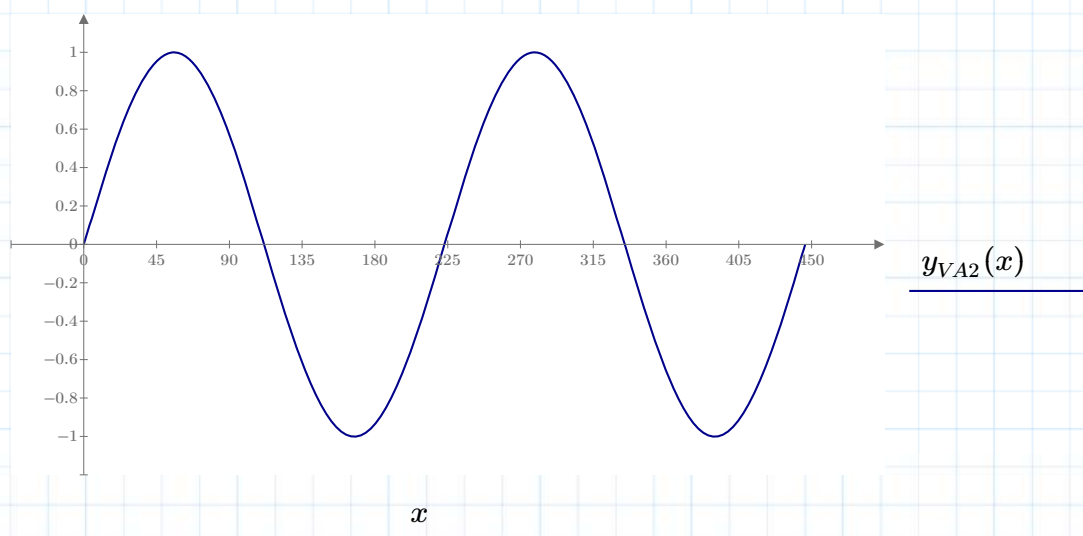
$$y_{VA1}(x) := y_{VA}(x, 2 \cdot \pi \cdot 1)$$

$$y_{VA2}(x) := y_{VA}(x, 2 \cdot \pi \cdot 2)$$

First vertical asymmetric mode, 2 half sinusoidal waves



Second vertical asymmetric mode, 4 half sinusoidal waves



Vertical symmetric modes (Bleich):

$$T - V = \frac{1}{2} \left(\frac{w}{g} \cdot \omega^2 \int_0^l \eta^2 dx - E \cdot I \int_0^l \eta''^2 dx + H_w \int_0^l \eta'' \eta dx - \frac{8f}{l^2} h \int_0^l \eta dx \right)$$

$$\frac{8f}{l^2} h \int_0^l \eta dx - \frac{L_e \cdot h}{E_c \cdot A_c} = 0$$

$$\eta = a_1 \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot x}{l}\right) + a_3 \cdot \sin\left(\frac{3 \pi \cdot x}{l}\right)$$

Solved by Ritz method, from Bleich. Written more simplistic;

$$A \cdot k + 9 B \cdot (k - Ap) = 0$$

where; $A = s \cdot \omega^2 - H_w - \lambda$ $B = s \cdot \omega^2 - 9 H_w - 81 \lambda$

$$s := \frac{w \cdot l^2}{\pi^2 g} \quad p := \frac{\pi \cdot l}{16 \cdot f} \frac{L_e}{E_c \cdot A_c} \quad k := \frac{32 f}{\pi^3}$$

$$W = (s \cdot \omega^2 - H_w - \lambda) \cdot k + 9 \cdot (s \cdot \omega^2 - 9 H_w - 81 \lambda) \cdot (k - (s \cdot \omega^2 - H_w - \lambda) \cdot p)$$

$$W \xrightarrow{\text{solve, } \omega} \begin{bmatrix} -2.4096557220851112488 \\ 2.4096557220851112488 \\ -1.5807802498310328355 \\ 1.5807802498310328355 \end{bmatrix} \quad \text{Which solves } n < 3$$

For solutions $n > 3$ the following expression is used;

$$\omega(n) := \sqrt{\frac{1}{s} \left(n^2 H_w + n^4 \lambda + \frac{k}{n^2 \cdot p} \right)}$$

$$\omega(4) = 3.696 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad \omega(5) = 5.413 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad \omega(6) = 7.507 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

circular frequencies are then as follows;

$$\omega_{VS1} = 1.581 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad \omega_{VS2} = 2.411 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad \omega_{VS3} := \omega(5) = 5.413 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Steinman gives roughly the same answer, so i will not abbreviate more on that.

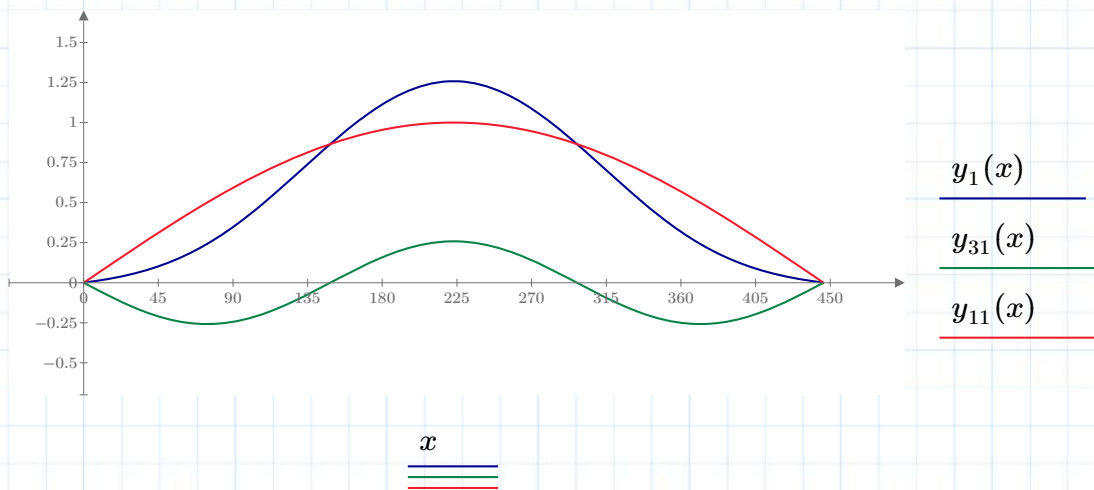
First vertical symmetric mode

$$a_3 = -\frac{A}{3B} a_1 \quad A(\omega_{VS1}) = (2.728 \cdot 10^8) \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} B(\omega_{VS1}) = -3.521 \cdot 10^8 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}$$

$$a_{11} := 1 \quad a_{31} := \frac{A(\omega_{VS1})}{3B(\omega_{VS1})} \cdot a_{11} = -0.258$$

$$y_{11}(x) := a_{11} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot x}{l} \cdot m\right) \quad y_{31}(x) := a_{31} \cdot \sin\left(\frac{3 \cdot \pi \cdot x}{l} \cdot m\right)$$

$$y_1(x) := y_{11}(x) + y_{31}(x) \quad y_1(223) = 1.258$$

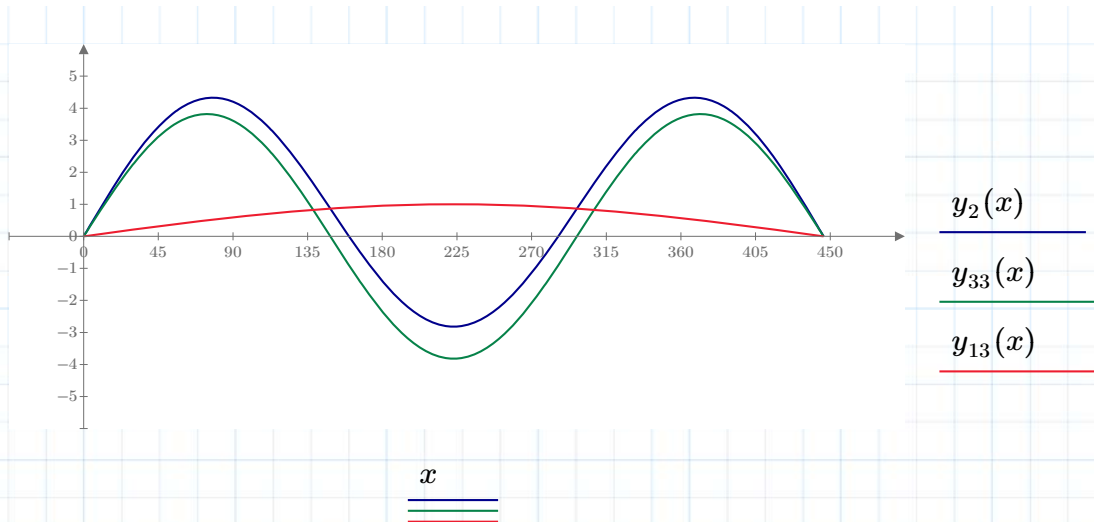


Second vertical symmetric mode

$$a_{12} := 1 \quad a_{32} := \frac{A(\omega_{VS2})}{3B(\omega_{VS2})} \cdot a_{12} = 3.817$$

$$y_{13}(x) := a_{12} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot x}{l} \cdot m\right) \quad y_{33}(x) := a_{32} \cdot \sin\left(\frac{3 \cdot \pi \cdot x}{l} \cdot m\right)$$

$$y_2(x) := y_{13}(x) + y_{33}(x) \quad y_2(223) = -2.817$$



Normalized form;

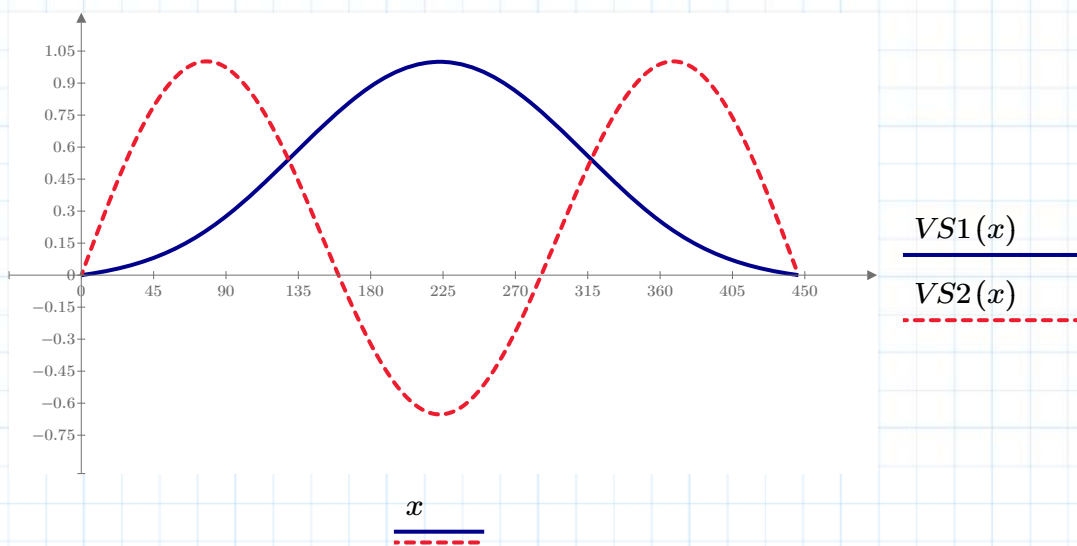
$$y_1(223) = 1.258$$

$$y_2(74.55) = -2.817$$

$$y_2(74.55) = 4.319$$

$$VS1(x) := \frac{y_1(x)}{y_1(223)}$$

$$VS2(x) := \frac{y_2(x)}{y_2(74.55)}$$



Torsional eigenfrequencies and modes

Symmetric Torsion frequencies

$$V_T = \int \frac{T^2}{2 G \cdot J} dx$$

$$T = G \cdot J \frac{d}{dx} \eta = G \cdot J \cdot \eta'$$

$$V_T = \frac{G \cdot J}{2} \int \eta'^2 dx$$

$$T - V = \frac{1}{2} \left(m_I \cdot \omega^2 \int_0^l \phi^2 dx - \left(G \cdot J + \frac{H_w \cdot b^2}{2} \right) \int_0^l \phi'^2 dx - \frac{8 f \cdot b}{l^2} h \int_0^l \phi dx \right)$$

$$\frac{L_e \cdot h}{E_c \cdot A_c} - \frac{4 f \cdot b}{l^2} \int_0^l \eta dx = 0$$

$$h = \frac{E_c \cdot A_c \cdot 4 \cdot f \cdot b}{L_e \cdot l^2} \int_0^l \eta dx$$

$$T - V = \frac{m_I \cdot \omega^2}{2} \int_0^l \phi^2 dx - \left(\frac{G \cdot J}{2} + \frac{H_w \cdot b^2}{4} \right) \int_0^l \phi'^2 dx - \frac{E_c \cdot A_c}{L_e} \left(\frac{4 f \cdot b}{l^2} \right)^2 \left(\int_0^l \phi dx \right)^2$$

Simplifications have been made, and the solution of the eq is as follows;

$$B \cdot (A - K) - \frac{A \cdot K}{9} = 0 \quad b_{bg} = 12.3 \text{ m}$$

$$A = s \cdot \omega^2 - R$$

$$B = s \cdot \omega^2 - 9 R$$

$$R := \left(\frac{G \cdot J}{2} + \frac{H_w \cdot b_{bg}^2}{4} \right) \frac{\pi^2}{2 l} = (4.251 \cdot 10^8) \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$$

$$K := \frac{E_c \cdot A_c}{L_e} \cdot \frac{64 f^2 b_{bg}^2}{\pi^2 l^2} = (1.248 \cdot 10^8) \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$$

$$s := \frac{I_m \cdot l}{4} = (9.191 \cdot 10^6) \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \quad J = \frac{4 A^2}{t}$$

$$W = (s \cdot \omega^2 - 9 R) \cdot ((s \cdot \omega^2 - R) - K) - \frac{(s \cdot \omega^2 - R) \cdot K}{9}$$

$$\omega_{TS1} := w_1 = 7.732 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad \omega_{TS3} := w_2 = 20.442 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Asymmetric torsion modes

$$T - V = \frac{1}{2} \left(m_I \cdot \omega^2 \int_0^l \phi^2 dx - \left(G \cdot J + \frac{H_w \cdot b^2}{2} \right) \int_0^l \phi'^2 dx \right)$$

$$\phi = a_2 \sin\left(\frac{2 \pi \cdot x}{l}\right) + a_4 \sin\left(\frac{4 \pi \cdot x}{l}\right) + \dots$$

$$\omega_1^2 = \frac{2^2 R}{s} \quad \omega_3^2 = \frac{4^2 R}{s}$$

$$\omega_k^2 = \frac{n^2 R}{s} \quad k = n - 1$$

$$\omega_1 := \sqrt{\frac{2^2 \cdot R}{s}} = 13.602 \frac{1}{\text{s}}$$

$$\omega_3 := \sqrt{\frac{4^2 \cdot R}{s}} = 27.205 \frac{1}{\text{s}}$$

$$\omega_5 := \sqrt{\frac{6^2 \cdot R}{s}} = 40.807 \frac{1}{\text{s}}$$

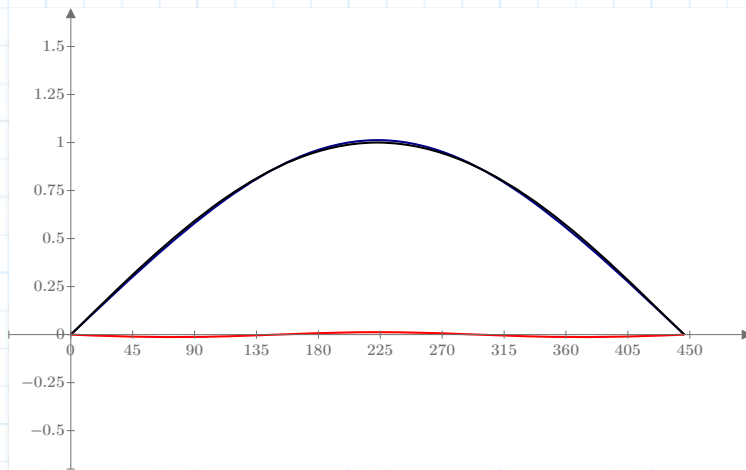
MODE SHAPES

First vertical symmetric mode

$$a_{t1} := 1 \quad a_{t3} := \frac{A(\omega_{TS1})}{3 B(\omega_{TS1})} \cdot a_{t1} = -0.013$$

$$y_{1t1}(x) := a_{t1} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot x}{l} \text{ m}\right) \quad y_{3t1}(x) := a_{t3} \cdot \sin\left(\frac{3 \pi \cdot x}{l} \text{ m}\right)$$

$$y_{t1}(x) := y_{1t1}(x) + y_{3t1}(x)$$



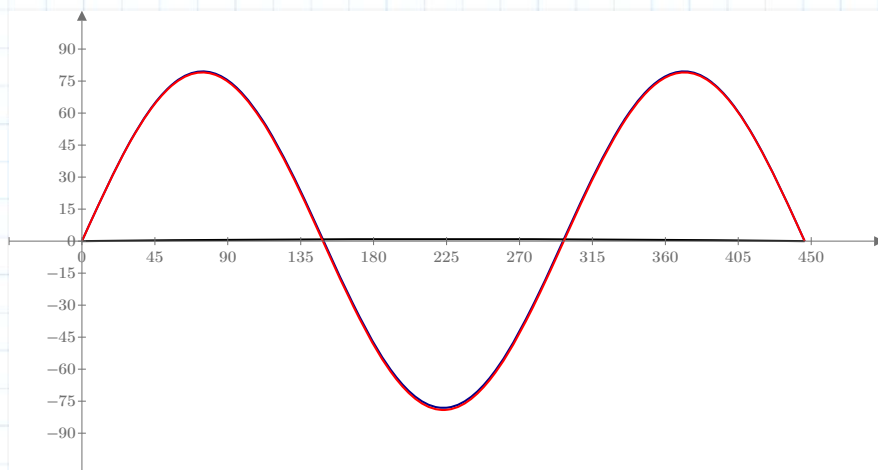
x

Second vertical symmetric mode

$$a_{1t2} := 1 \quad a_{3t2} := \frac{A(\omega_{TS3})}{3 B(\omega_{TS3})} \cdot a_{1t2} = 79.077$$

$$y_{1t2}(x) := a_{1t2} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot x}{l} m\right) \quad y_{3t2}(x) := a_{3t2} \cdot \sin\left(\frac{3 \pi \cdot x}{l} m\right)$$

$$y_{t2}(x) := y_{1t2}(x) + y_{3t2}(x)$$



x

Normalized form;

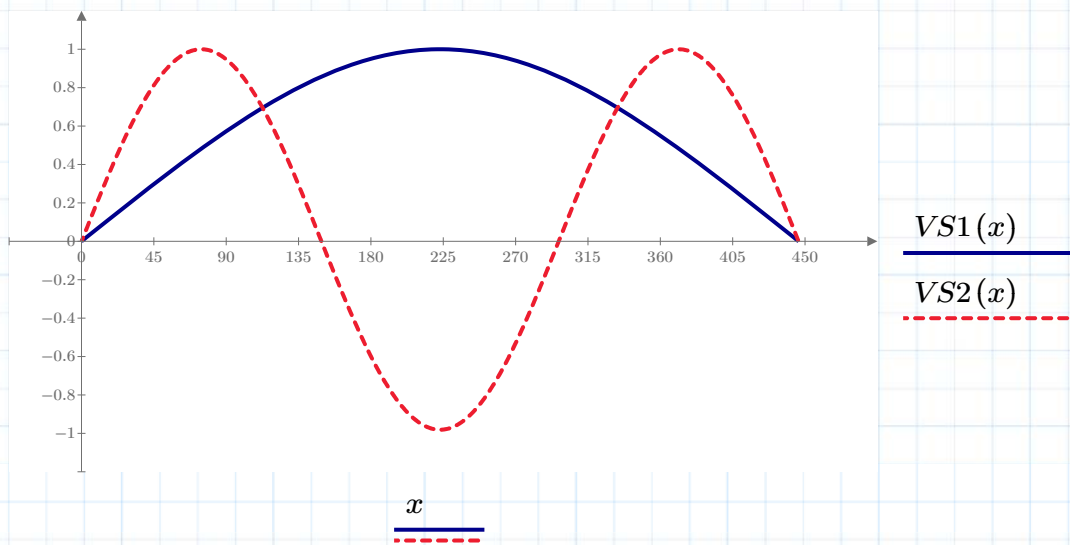
$$y_{t1}(223) = 1.013$$

$$y_{t2}(223) = -78.077$$

$$y_{t2}(74.55) = 79.578$$

$$VS1(x) := \frac{y_{t1}(x)}{y_{t1}(223)}$$

$$VS2(x) := \frac{y_{t2}(x)}{y_{t2}(74.55)}$$



Second vertical asymmetric mode

2 and 4 half sinusoidal waves

$$\Omega := 2 \pi \cdot 1 \dots 2$$

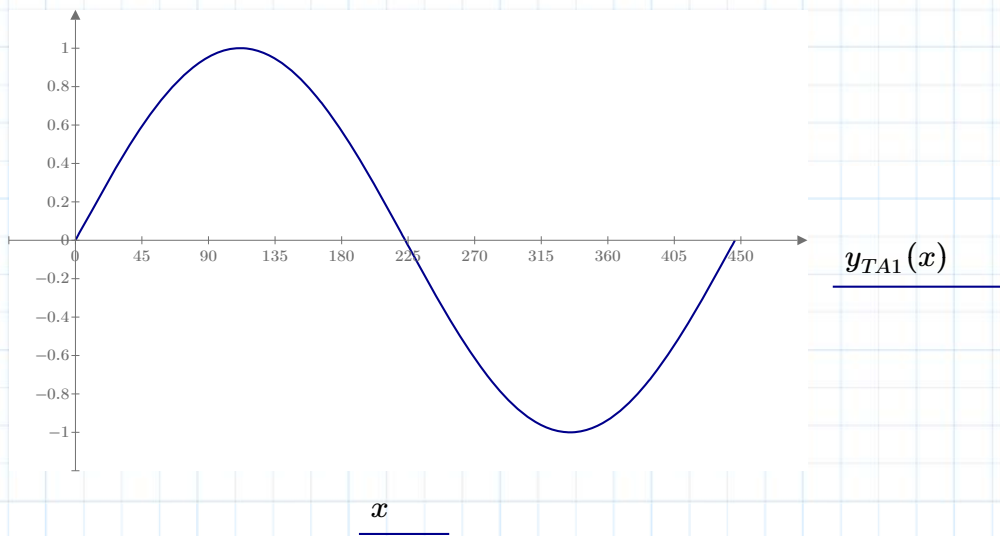
$$y_0 := 1$$

$$y_{TA}(x, \Omega) := y_0 \cdot \sin\left(\Omega \cdot \frac{x \cdot m}{l}\right)$$

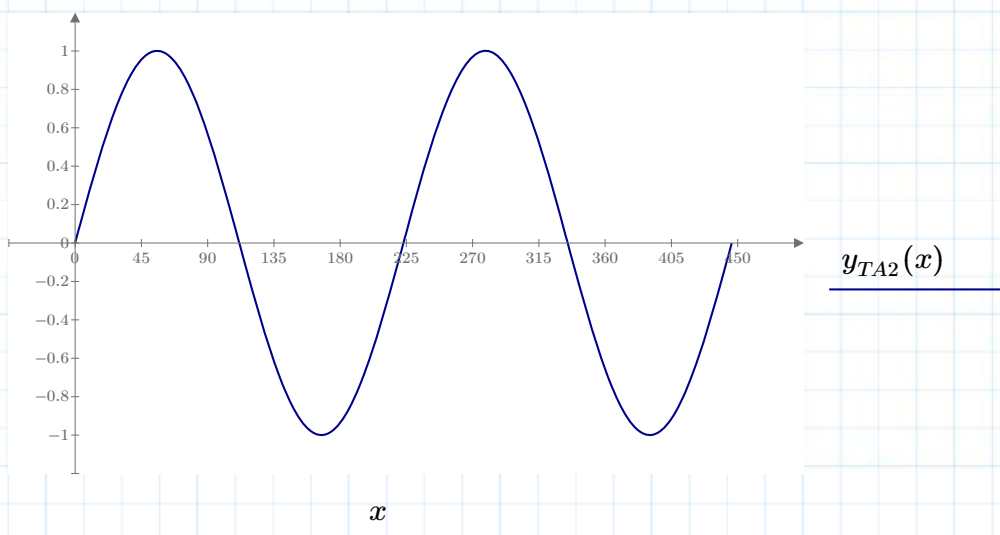
$$y_{TA1}(x) := y_{TA}(x, 2 \cdot \pi \cdot 1)$$

$$y_{TA2}(x) := y_{TA}(x, 2 \cdot \pi \cdot 2)$$

First asymmetric mode



Second asymmetric mode



Vedlegg E: Matlab

PSD_AKSELERASJON.m

```
%%---PSD---%%
% akselerasjon
clear all;
close all;
load('Vinddata_2013_12_05_05_50.mat')
% For tidsserie 05.50 5.des
nn = 1:
%Input the 'rådata' akselerasjoner
Ey1 = H24E_y(nn,:);Ey2 = H18E_y(nn,:);
Ez1 = H24E_z(nn,:);Ez2 = H18E_z(nn,:);
Wy1 = H24W_y(nn,:);Wy2 = H18W_y(nn,:);
Wz1 = H24W_z(nn,:);Wz2 = H18W_z(nn,:);
g = 9.81;
%Relativ forskyvning
H1 = (Ey1+Wy1)/2;H2 = (Ey2+Wy2)/2;
V1 = (Ez1+Wz1)/2;V2 = (Ez2+Wz2)/2;
T1 = ((Ez1-Wz1)/7.15)*g;T2 = ((Ez2-Wz2)/7.15)*g;
%Decimate vectors - nyquist 200 Hz
DEC = 8:
tDEC = decimate(t(1,:),DEC):
H1DEC = decimate(H1,DEC,'fir');H2DEC = decimate(H2,DEC,'fir');
V1DEC = decimate(V1,DEC,'fir');V2DEC = decimate(V2,DEC,'fir');
T1DEC = decimate(T1,DEC,'fir');T2DEC = decimate(T2,DEC,'fir');
%Filter vektors med høypass filter - nyquist 25Hz
[b,a] = butter(8,0.8):
tFILT = tDEC:
H1FILT = filtfilt(b,a,H1DEC);H2FILT = filtfilt(b,a,H2DEC):
V1FILT = filtfilt(b,a,V1DEC);V2FILT = filtfilt(b,a,V2DEC):
T1FILT = filtfilt(b,a,T1DEC);T2FILT = filtfilt(b,a,T2DEC):
% Plot figurer
h = figure('name','Akselerasjon vs. Tid'):
subplot(311): plot(tDEC,H1FILT,tDEC,H2FILT):legend('H24','H18')
xlabel('Tid [s]'):ylabel('Horisontal [g]'):
subplot(312): plot(tDEC,V1FILT,tDEC,V2FILT):
xlabel('Tid [s]'):ylabel('Vertikal [g]'):
subplot(313): plot(tDEC,T1FILT,tDEC,T2FILT):
xlabel('Tid [s]'):ylabel('Torsjonal [rad/s^2]'):
%Define frekvens inkrement
fs = 1/(t(2)-t(1)):
ws = 2*pi*fs:
fsFILT = 1/(tFILT(2)-tFILT(1)):
wsFILT = 2*pi*fsFILT:
% PSD - pWelch
[SH1FILT,freqFILT] = pwelch(H1FILT,[],[],length(H1FILT),fsFILT):
[SV1FILT,freqFILT] = pwelch(V1FILT,[],[],length(V1FILT),fsFILT):
[ST1FILT,freqFILT] = pwelch(T1FILT,[],[],length(T1FILT),fsFILT):
[SH2FILT,freqFILT] = pwelch(H2FILT,[],[],length(H2FILT),fsFILT):
[SV2FILT,freqFILT] = pwelch(V2FILT,[],[],length(V2FILT),fsFILT):
[ST2FILT,freqFILT] = pwelch(T2FILT,[],[],length(T2FILT),fsFILT):
%plot induvidual PSD figures
h = figure('name','PSD Horisontal Akselerasjon'):
plot(freqFILT,SH1FILT,freqFILT,SH2FILT): legend('H24','H18'):
xlabel('Frekvens [Hz]'):ylabel('Magnitude [dB/Hz]'):
xlim([0.01 1]):
h = figure('name','PSD Horisontal Akselerasjon'):
```

```

loglog(freqFILT,SH1FILT,freqFILT,SH2FILT): legend('H24','H18'):
xlabel('Frekvens [Hz]'):ylabel('Magnitude [dB/Hz]'):
h = figure('name','PSD Vertikal Akseleration'):
plot(freqFILT,SV1FILT,freqFILT,SV2FILT): legend('H24','H18'):
xlabel('Frekvens [Hz]'):ylabel('Magnitude [dB/Hz]'):
xlim([0.01 2]):
h = figure('name','PSD Vertikal Akseleration'):
loglog(freqFILT,SV2FILT,freqFILT,SV1FILT): legend('H18','H24'):
xlabel('Frekvens [Hz]'):ylabel('Magnitude [dB/Hz]'):
h = figure('name','PSD Torsjonal Akselerasjon'):
plot(freqFILT,ST1FILT,freqFILT,ST2FILT): legend('H24','H18'):
xlabel('Frekvens [Hz]'):ylabel('Magnitude [dB/Hz]'):
xlim([0.1 6]):
h = figure('name','PSD Torsjonal Akselerasjon'):
loglog(freqFILT,ST1FILT,freqFILT,ST2FILT): legend('H24','H18'):
xlabel('Frekvens [Hz]'):ylabel('Magnitude [dB/Hz]'):

```

VINDLAST.m

```

%---Buffeting vind---%
clear all:
close all:
load('NatHazSimulertvind.mat'):%Finner de 5 tidsserier laget i NatHaz
Cd = 1.0:C1 = 0.1:Cm = 0.1:Cdm = 0.0: % Formfaktorer
Clm = 3.0:Cmm = 1.12:Cc = 1.5:
% Geometri
B = 10.25:
H = 2.76:
Cb = 0.118*2:%DIAMETER KABEL
n=7:
for ii=1:n
    %vinddata
    p=1.25:
    U = [5,10,15,20,25,30,38]:
    U = U(:,ii):
    u = NatHaz(:,ii):%langsgående fluktuerende
    % forhold mellom langsgående og vertikal vindkomponenter
    w = 0.*u:
    v = [u./U,w./U]':
    % Buffetingvind uten bevegelsesavhengig del:
    qDt = (0.5*p*U.^2)*[2*Cd*H, (Cdm*H)-(C1*B)]*v:
    qLt = (0.5*p*U.^2)*[2*C1*B, (Clm*B)+(Cd*H)]*v:
    qMt = (0.5*p*U.^2)*[Cm*B^2, Cmm*B^2]*v:
    qCt = (0.5*p*U.^2)*2*Cc*Cb*(u):
    %Statisk vindlast
    qD = (0.5*p*U.^2)*Cd*H*ones(1,length(qDt)):
    qL = (0.5*p*U.^2)*C1*B*ones(1,length(qLt)):
    qM = (0.5*p*U.^2)*Cm*(B^2)*ones(1,length(qMt)):
    qC = (0.5*p*U.^2)*Cc*Cb*ones(1,length(qCt)):
    %Total vindlast
    QD = qDt + qD:
    QL = qLt + qL:
    QM = qMt + qM:
    QC = qCt + qC:
    % Vindlaster for input abaqus
    t = (0:0.2:600-0.2)':
    D = [t,QD]':
    L = [t,QL]':
    M = [t,QM]/B:
    C = [t,QC]':
    filename1=['D',num2str(U),'.txt']:

```

```
filename2=['L',num2str(U),'.txt']:
filename3=['M',num2str(U),'.txt']:
filename4=['C',num2str(U),'.txt']:
dlmwrite(filename1,D,'\t'):
dlmwrite(filename2,L,'\t'):
dlmwrite(filename3,M,'\t'):
dlmwrite(filename4,C,'\t'):
movefile(filename1,'C:\Users\Kristoffer\Desktop\ABAQUS MODEL\ENDELIG
MODELLER\NATHAZ UTEN W')
movefile(filename2,'C:\Users\Kristoffer\Desktop\ABAQUS MODEL\ENDELIG
MODELLER\NATHAZ UTEN W')
movefile(filename3,'C:\Users\Kristoffer\Desktop\ABAQUS MODEL\ENDELIG
MODELLER\NATHAZ UTEN W')
movefile(filename4,'C:\Users\Kristoffer\Desktop\ABAQUS MODEL\ENDELIG
MODELLER\NATHAZ UTEN W')
end
```

```

*HEADING
ANALYSE AV LYSEFJORDBRUA
**DENNE FILEN INNEHOLDER FE-MODELLEN
*****
*** NODER ***
*****
*NODE
**BRUKASSE (MODELLERT FRA NORD TIL SØR)
1 , -223 , 0 , 52.5500
2 , -204 , 0 , 53.4644
3 , -192 , 0 , 53.9982
4 , -180 , 0 , 54.4943
5 , -168 , 0 , 54.9523
6 , -156 , 0 , 55.3711
7 , -144 , 0 , 55.7486
8 , -132 , 0 , 56.0851
9 , -120 , 0 , 56.3788
10 , -108 , 0 , 56.6300
11 , -96 , 0 , 56.8371
12 , -84 , 0 , 57.0017
13 , -72 , 0 , 57.1201
14 , -60 , 0 , 57.1938
15 , -48 , 0 , 57.2222
16 , -36 , 0 , 57.2039
17 , -24 , 0 , 57.1393
18 , -12 , 0 , 57.0279
19 , 0 , 0 , 56.8682
20 , 12 , 0 , 56.6607
21 , 24 , 0 , 56.4042
22 , 36 , 0 , 56.0990
23 , 48 , 0 , 55.7441
24 , 60 , 0 , 55.3401
25 , 72 , 0 , 54.8859
26 , 84 , 0 , 54.3826
27 , 96 , 0 , 53.8302
28 , 108 , 0 , 53.2279
29 , 120 , 0 , 52.5760
30 , 132 , 0 , 51.8758
31 , 144 , 0 , 51.1281
32 , 156 , 0 , 50.3326
33 , 168 , 0 , 49.4902
34 , 180 , 0 , 48.6032
35 , 192 , 0 , 47.6732
36 , 204 , 0 , 46.7010
37 , 223 , 0 , 45.0860
**ANKERPUNKT NORD-VEST
981 , -296.906 , 5.1250 , 53.4647
**HOVEDKABLER VEST
1001 , -223.2263 , 5.125 , 102.2600
1002 , -204 , 5.125 , 95.3523
1003 , -192 , 5.125 , 91.3371
1004 , -180 , 5.125 , 87.5729
1005 , -168 , 5.125 , 84.0574
1006 , -156 , 5.125 , 80.7907
1007 , -144 , 5.125 , 77.7705
1008 , -132 , 5.125 , 74.9973
1009 , -120 , 5.125 , 72.4702
1010 , -108 , 5.125 , 70.1875
1011 , -96 , 5.125 , 68.1497
1012 , -84 , 5.125 , 66.3550
1013 , -72 , 5.125 , 64.8040
1014 , -60 , 5.125 , 63.4960
1015 , -48 , 5.125 , 62.4294
1016 , -36 , 5.125 , 61.6045
1017 , -24 , 5.125 , 61.0197
1018 , -12 , 5.125 , 60.6754
1019 , 0 , 5.125 , 60.5714

```


1020	,	12	,	5.125	,	60.7068
1021	,	24	,	5.125	,	61.0822
1022	,	36	,	5.125	,	61.6973
1023	,	48	,	5.125	,	62.5505
1024	,	60	,	5.125	,	63.6426
1025	,	72	,	5.125	,	64.9724
1026	,	84	,	5.125	,	66.5408
1027	,	96	,	5.125	,	68.3480
1028	,	108	,	5.125	,	70.3931
1029	,	120	,	5.125	,	72.6774
1030	,	132	,	5.125	,	75.2003
1031	,	144	,	5.125	,	77.9635
1032	,	156	,	5.125	,	80.9679
1033	,	168	,	5.125	,	84.2133
1034	,	180	,	5.125	,	87.7022
1035	,	192	,	5.125	,	91.4348
1036	,	204	,	5.125	,	95.4172
1037	,	223.3363	,	5.125	,	102.2600
**ANKERPUNKT SØR-VEST						
1087	,	389.0460	,	5.1250	,	46.0009
**ANKERPUNKT NORD-ØST						
1981	,	-296.906	,	-5.125	,	53.4647
**HOVEDKABEL ØST						
2001	,	-223.2263	,	-5.125	,	102.2600
2002	,	-204	,	-5.125	,	95.3523
2003	,	-192	,	-5.125	,	91.3371
2004	,	-180	,	-5.125	,	87.5729
2005	,	-168	,	-5.125	,	84.0574
2006	,	-156	,	-5.125	,	80.7907
2007	,	-144	,	-5.125	,	77.7705
2008	,	-132	,	-5.125	,	74.9973
2009	,	-120	,	-5.125	,	72.4702
2010	,	-108	,	-5.125	,	70.1875
2011	,	-96	,	-5.125	,	68.1497
2012	,	-84	,	-5.125	,	66.3550
2013	,	-72	,	-5.125	,	64.8040
2014	,	-60	,	-5.125	,	63.4960
2015	,	-48	,	-5.125	,	62.4294
2016	,	-36	,	-5.125	,	61.6045
2017	,	-24	,	-5.125	,	61.0197
2018	,	-12	,	-5.125	,	60.6754
2019	,	0	,	-5.125	,	60.5714
2020	,	12	,	-5.125	,	60.7068
2021	,	24	,	-5.125	,	61.0822
2022	,	36	,	-5.125	,	61.6973
2023	,	48	,	-5.125	,	62.5505
2024	,	60	,	-5.125	,	63.6426
2025	,	72	,	-5.125	,	64.9724
2026	,	84	,	-5.125	,	66.5408
2027	,	96	,	-5.125	,	68.3480
2028	,	108	,	-5.125	,	70.3931
2029	,	120	,	-5.125	,	72.6774
2030	,	132	,	-5.125	,	75.2003
2031	,	144	,	-5.125	,	77.9635
2032	,	156	,	-5.125	,	80.9679
2033	,	168	,	-5.125	,	84.2133
2034	,	180	,	-5.125	,	87.7022
2035	,	192	,	-5.125	,	91.4348
2036	,	204	,	-5.125	,	95.4172
2037	,	223.3363	,	-5.125	,	102.2600
**ANKERPUNKT SØR-ØST						
2087	,	389.0460	,	-5.125	,	46.0009
**LINK MELLOM BRUKASSE OG KOBLINGPUNKT TIL HENGER VEST(1.04 above NA)						
3001	,	-223	,	5.125	,	53.5900
3002	,	-204	,	5.125	,	54.5044
3003	,	-192	,	5.125	,	55.0382
3004	,	-180	,	5.125	,	55.5343

3005	,	-168	,	5.125	,	55.9923
3006	,	-156	,	5.125	,	56.4111
3007	,	-144	,	5.125	,	56.7886
3008	,	-132	,	5.125	,	57.1251
3009	,	-120	,	5.125	,	57.4188
3010	,	-108	,	5.125	,	57.6700
3011	,	-96	,	5.125	,	57.8771
3012	,	-84	,	5.125	,	58.0417
3013	,	-72	,	5.125	,	58.1601
3014	,	-60	,	5.125	,	58.2338
3015	,	-48	,	5.125	,	58.2622
3016	,	-36	,	5.125	,	58.2439
3017	,	-24	,	5.125	,	58.1793
3018	,	-12	,	5.125	,	58.0679
3019	,	0	,	5.125	,	57.9082
3020	,	12	,	5.125	,	57.7007
3021	,	24	,	5.125	,	57.4442
3022	,	36	,	5.125	,	57.1390
3023	,	48	,	5.125	,	56.7841
3024	,	60	,	5.125	,	56.3801
3025	,	72	,	5.125	,	55.9259
3026	,	84	,	5.125	,	55.4226
3027	,	96	,	5.125	,	54.8702
3028	,	108	,	5.125	,	54.2679
3029	,	120	,	5.125	,	53.6160
3030	,	132	,	5.125	,	52.9158
3031	,	144	,	5.125	,	52.1681
3032	,	156	,	5.125	,	51.3726
3033	,	168	,	5.125	,	50.5302
3034	,	180	,	5.125	,	49.6432
3035	,	192	,	5.125	,	48.7132
3036	,	204	,	5.125	,	47.7410
3037	,	223	,	5.125	,	46.1260
**LINK MELLOM BRUKASSE OG KOBLINGPUNKT TIL HENGER ØST(1.04 above NA)						
4001	,	-223	,	-5.125	,	53.5900
4002	,	-204	,	-5.125	,	54.5044
4003	,	-192	,	-5.125	,	55.0382
4004	,	-180	,	-5.125	,	55.5343
4005	,	-168	,	-5.125	,	55.9923
4006	,	-156	,	-5.125	,	56.4111
4007	,	-144	,	-5.125	,	56.7886
4008	,	-132	,	-5.125	,	57.1251
4009	,	-120	,	-5.125	,	57.4188
4010	,	-108	,	-5.125	,	57.6700
4011	,	-96	,	-5.125	,	57.8771
4012	,	-84	,	-5.125	,	58.0417
4013	,	-72	,	-5.125	,	58.1601
4014	,	-60	,	-5.125	,	58.2338
4015	,	-48	,	-5.125	,	58.2622
4016	,	-36	,	-5.125	,	58.2439
4017	,	-24	,	-5.125	,	58.1793
4018	,	-12	,	-5.125	,	58.0679
4019	,	0	,	-5.125	,	57.9082
4020	,	12	,	-5.125	,	57.7007
4021	,	24	,	-5.125	,	57.4442
4022	,	36	,	-5.125	,	57.1390
4023	,	48	,	-5.125	,	56.7841
4024	,	60	,	-5.125	,	56.3801
4025	,	72	,	-5.125	,	55.9259
4026	,	84	,	-5.125	,	55.4226
4027	,	96	,	-5.125	,	54.8702
4028	,	108	,	-5.125	,	54.2679
4029	,	120	,	-5.125	,	53.6160
4030	,	132	,	-5.125	,	52.9158
4031	,	144	,	-5.125	,	52.1681
4032	,	156	,	-5.125	,	51.3726
4033	,	168	,	-5.125	,	50.5302

4034	,	180	,	-5.125	,	49.6432
4035	,	192	,	-5.125	,	48.7132
4036	,	204	,	-5.125	,	47.7410
4037	,	223	,	-5.125	,	46.1260

**FIKTIV MASSEPUNKT UNDER BRUKASSE (moment of inertia, 0.064 UNDER BRUKASSE)

5002	,	-204	,	0	,	52.4830
5003	,	-192	,	0	,	53.3974
5004	,	-180	,	0	,	53.9312
5005	,	-168	,	0	,	54.4273
5006	,	-156	,	0	,	54.8853
5007	,	-144	,	0	,	55.3041
5008	,	-132	,	0	,	55.6816
5009	,	-120	,	0	,	56.0181
5010	,	-108	,	0	,	56.3118
5011	,	-96	,	0	,	56.5630
5012	,	-84	,	0	,	56.7701
5013	,	-72	,	0	,	56.9347
5014	,	-60	,	0	,	57.0531
5015	,	-48	,	0	,	57.1268
5016	,	-36	,	0	,	57.1552
5017	,	-24	,	0	,	57.1369
5018	,	-12	,	0	,	57.0723
5019	,	0	,	0	,	56.9609
5020	,	12	,	0	,	56.8012
5021	,	24	,	0	,	56.5937
5022	,	36	,	0	,	56.3372
5023	,	48	,	0	,	56.0320
5024	,	60	,	0	,	55.6771
5025	,	72	,	0	,	55.2731
5026	,	84	,	0	,	54.8189
5027	,	96	,	0	,	54.3156
5028	,	108	,	0	,	53.7632
5029	,	120	,	0	,	53.1609
5030	,	132	,	0	,	52.5090
5031	,	144	,	0	,	51.8088
5032	,	156	,	0	,	51.0611
5033	,	168	,	0	,	50.2656
5034	,	180	,	0	,	49.4232
5035	,	192	,	0	,	48.5362
5036	,	204	,	0	,	47.6062

**EKSTRA NODER I BAKRE KABLER

*NGEN, NSET=BACKSTAY

981, 1001, 2

1981, 2001, 2

1037, 1087, 2

2037, 2087, 2

**

**** KONSTRUKSJONSELEMENTER ****

**BRUKASSE

*ELEMENT , TYPE=B31 , ELSET=GIRDER

1 , 1 , 2

2 , 2 , 3

3 , 3 , 4

4 , 4 , 5

5 , 5 , 6

6 , 6 , 7

7 , 7 , 8

8 , 8 , 9

9 , 9 , 10

10 , 10 , 11

11 , 11 , 12

12 , 12 , 13

13 , 13 , 14

14 , 14 , 15

15 , 15 , 16

16 , 16 , 17
17 , 17 , 18
18 , 18 , 19
19 , 19 , 20
20 , 20 , 21
21 , 21 , 22
22 , 22 , 23
23 , 23 , 24
24 , 24 , 25
25 , 25 , 26
26 , 26 , 27
27 , 27 , 28
28 , 28 , 29
29 , 29 , 30
30 , 30 , 31
31 , 31 , 32
32 , 32 , 33
33 , 33 , 34
34 , 34 , 35
35 , 35 , 36
36 , 36 , 37

** HOVEDKABLER I HOVEDSPENN

*ELEMENT , TYPE=B31 , ELSET=MAINCABLE

1001 , 1001 , 1002
1002 , 1002 , 1003
1003 , 1003 , 1004
1004 , 1004 , 1005
1005 , 1005 , 1006
1006 , 1006 , 1007
1007 , 1007 , 1008
1008 , 1008 , 1009
1009 , 1009 , 1010
1010 , 1010 , 1011
1011 , 1011 , 1012
1012 , 1012 , 1013
1013 , 1013 , 1014
1014 , 1014 , 1015
1015 , 1015 , 1016
1016 , 1016 , 1017
1017 , 1017 , 1018
1018 , 1018 , 1019
1019 , 1019 , 1020
1020 , 1020 , 1021
1021 , 1021 , 1022
1022 , 1022 , 1023
1023 , 1023 , 1024
1024 , 1024 , 1025
1025 , 1025 , 1026
1026 , 1026 , 1027
1027 , 1027 , 1028
1028 , 1028 , 1029
1029 , 1029 , 1030
1030 , 1030 , 1031
1031 , 1031 , 1032
1032 , 1032 , 1033
1033 , 1033 , 1034
1034 , 1034 , 1035
1035 , 1035 , 1036
1036 , 1036 , 1037

2001 , 2001 , 2002
2002 , 2002 , 2003
2003 , 2003 , 2004
2004 , 2004 , 2005
2005 , 2005 , 2006
2006 , 2006 , 2007

2007 , 2007 , 2008
2008 , 2008 , 2009
2009 , 2009 , 2010
2010 , 2010 , 2011
2011 , 2011 , 2012
2012 , 2012 , 2013
2013 , 2013 , 2014
2014 , 2014 , 2015
2015 , 2015 , 2016
2016 , 2016 , 2017
2017 , 2017 , 2018
2018 , 2018 , 2019
2019 , 2019 , 2020
2020 , 2020 , 2021
2021 , 2021 , 2022
2022 , 2022 , 2023
2023 , 2023 , 2024
2024 , 2024 , 2025
2025 , 2025 , 2026
2026 , 2026 , 2027
2027 , 2027 , 2028
2028 , 2028 , 2029
2029 , 2029 , 2030
2030 , 2030 , 2031
2031 , 2031 , 2032
2032 , 2032 , 2033
2033 , 2033 , 2034
2034 , 2034 , 2035
2035 , 2035 , 2036
2036 , 2036 , 2037

** KABLER BAK TÅRN

*ELEMENT,TYPE=B31,ELSET=BACKSTAYCABLE

1000 , 981 , 1001

1037 , 1037 , 1087

2000 , 1981 , 2001

2037 , 2037 , 2087

**FIKTIVE ELEMENT MELLOM BRUKASSE OG HENGERLINK

*ELEMENT , TYPE=B31 , ELSET=DUMMY1

3001 , 1 , 3001

3002 , 2 , 3002

3003 , 3 , 3003

3004 , 4 , 3004

3005 , 5 , 3005

3006 , 6 , 3006

3007 , 7 , 3007

3008 , 8 , 3008

3009 , 9 , 3009

3010 , 10 , 3010

3011 , 11 , 3011

3012 , 12 , 3012

3013 , 13 , 3013

3014 , 14 , 3014

3015 , 15 , 3015

3016 , 16 , 3016

3017 , 17 , 3017

3018 , 18 , 3018

3019 , 19 , 3019

3020 , 20 , 3020

3021 , 21 , 3021

3022 , 22 , 3022

3023 , 23 , 3023

3024 , 24 , 3024

3025 , 25 , 3025

3026 , 26 , 3026

3027 , 27 , 3027

3028 , 28 , 3028
3029 , 29 , 3029
3030 , 30 , 3030
3031 , 31 , 3031
3032 , 32 , 3032
3033 , 33 , 3033
3034 , 34 , 3034
3035 , 35 , 3035
3036 , 36 , 3036
3037 , 37 , 3037

*ELEMENT , TYPE=B31 , ELSET=DUMMY2

4001 , 1 , 4001
4002 , 2 , 4002
4003 , 3 , 4003
4004 , 4 , 4004
4005 , 5 , 4005
4006 , 6 , 4006
4007 , 7 , 4007
4008 , 8 , 4008
4009 , 9 , 4009
4010 , 10 , 4010
4011 , 11 , 4011
4012 , 12 , 4012
4013 , 13 , 4013
4014 , 14 , 4014
4015 , 15 , 4015
4016 , 16 , 4016
4017 , 17 , 4017
4018 , 18 , 4018
4019 , 19 , 4019
4020 , 20 , 4020
4021 , 21 , 4021
4022 , 22 , 4022
4023 , 23 , 4023
4024 , 24 , 4024
4025 , 25 , 4025
4026 , 26 , 4026
4027 , 27 , 4027
4028 , 28 , 4028
4029 , 29 , 4029
4030 , 30 , 4030
4031 , 31 , 4031
4032 , 32 , 4032
4033 , 33 , 4033
4034 , 34 , 4034
4035 , 35 , 4035
4036 , 36 , 4036
4037 , 37 , 4037

**HENGERE

*ELEMENT , TYPE=B31 , ELSET=HANGERS

5002 , 3002 , 1002
5003 , 3003 , 1003
5004 , 3004 , 1004
5005 , 3005 , 1005
5006 , 3006 , 1006
5007 , 3007 , 1007
5008 , 3008 , 1008
5009 , 3009 , 1009
5010 , 3010 , 1010
5011 , 3011 , 1011
5012 , 3012 , 1012
5013 , 3013 , 1013
5014 , 3014 , 1014
5015 , 3015 , 1015
5016 , 3016 , 1016

```
5017 , 3017 , 1017
5018 , 3018 , 1018
5019 , 3019 , 1019
5020 , 3020 , 1020
5021 , 3021 , 1021
5022 , 3022 , 1022
5023 , 3023 , 1023
5024 , 3024 , 1024
5025 , 3025 , 1025
5026 , 3026 , 1026
5027 , 3027 , 1027
5028 , 3028 , 1028
5029 , 3029 , 1029
5030 , 3030 , 1030
5031 , 3031 , 1031
5032 , 3032 , 1032
5033 , 3033 , 1033
5034 , 3034 , 1034
5035 , 3035 , 1035
5036 , 3036 , 1036
*****
6002 , 4002 , 2002
6003 , 4003 , 2003
6004 , 4004 , 2004
6005 , 4005 , 2005
6006 , 4006 , 2006
6007 , 4007 , 2007
6008 , 4008 , 2008
6009 , 4009 , 2009
6010 , 4010 , 2010
6011 , 4011 , 2011
6012 , 4012 , 2012
6013 , 4013 , 2013
6014 , 4014 , 2014
6015 , 4015 , 2015
6016 , 4016 , 2016
6017 , 4017 , 2017
6018 , 4018 , 2018
6019 , 4019 , 2019
6020 , 4020 , 2020
6021 , 4021 , 2021
6022 , 4022 , 2022
6023 , 4023 , 2023
6024 , 4024 , 2024
6025 , 4025 , 2025
6026 , 4026 , 2026
6027 , 4027 , 2027
6028 , 4028 , 2028
6029 , 4029 , 2029
6030 , 4030 , 2030
6031 , 4031 , 2031
6032 , 4032 , 2032
6033 , 4033 , 2033
6034 , 4034 , 2034
6035 , 4035 , 2035
6036 , 4036 , 2036
*****
**FIKTIV ELEMENT FOR MASSE UNDER BRUKASSE (MOMENT OF INERTIA)
*ELEMENT , TYPE=B31 , ELSET=DUMMY3
7002 , 2 , 5002
7003 , 3 , 5003
7004 , 4 , 5004
7005 , 5 , 5005
7006 , 6 , 5006
7007 , 7 , 5007
7008 , 8 , 5008
7009 , 9 , 5009
```

7010 , 10 , 5010
7011 , 11 , 5011
7012 , 12 , 5012
7013 , 13 , 5013
7014 , 14 , 5014
7015 , 15 , 5015
7016 , 16 , 5016
7017 , 17 , 5017
7018 , 18 , 5018
7019 , 19 , 5019
7020 , 20 , 5020
7021 , 21 , 5021
7022 , 22 , 5022
7023 , 23 , 5023
7024 , 24 , 5024
7025 , 25 , 5025
7026 , 26 , 5026
7027 , 27 , 5027
7028 , 28 , 5028
7029 , 29 , 5029
7030 , 30 , 5030
7031 , 31 , 5031
7032 , 32 , 5032
7033 , 33 , 5033
7034 , 34 , 5034
7035 , 35 , 5035
7036 , 36 , 5036

**FIKTIVE ELEMENT MASSE FOR TREGHETSMOMENT

*ELEMENT , TYPE=B31 , ELSET=DUMMY4

12001 , 3001 , 3002
12002 , 3002 , 3003
12003 , 3003 , 3004
12004 , 3004 , 3005
12005 , 3005 , 3006
12006 , 3006 , 3007
12007 , 3007 , 3008
12008 , 3008 , 3009
12009 , 3009 , 3010
12010 , 3010 , 3011
12011 , 3011 , 3012
12012 , 3012 , 3013
12013 , 3013 , 3014
12014 , 3014 , 3015
12015 , 3015 , 3016
12016 , 3016 , 3017
12017 , 3017 , 3018
12018 , 3018 , 3019
12019 , 3019 , 3020
12020 , 3020 , 3021
12021 , 3021 , 3022
12022 , 3022 , 3023
12023 , 3023 , 3024
12024 , 3024 , 3025
12025 , 3025 , 3026
12026 , 3026 , 3027
12027 , 3027 , 3028
12028 , 3028 , 3029
12029 , 3029 , 3030
12030 , 3030 , 3031
12031 , 3031 , 3032
12032 , 3032 , 3033
12033 , 3033 , 3034
12034 , 3034 , 3035
12035 , 3035 , 3036
12036 , 3036 , 3037

13001 , 4001 , 4002
13002 , 4002 , 4003
13003 , 4003 , 4004
13004 , 4004 , 4005
13005 , 4005 , 4006
13006 , 4006 , 4007
13007 , 4007 , 4008
13008 , 4008 , 4009
13009 , 4009 , 4010
13010 , 4010 , 4011
13011 , 4011 , 4012
13012 , 4012 , 4013
13013 , 4013 , 4014
13014 , 4014 , 4015
13015 , 4015 , 4016
13016 , 4016 , 4017
13017 , 4017 , 4018
13018 , 4018 , 4019
13019 , 4019 , 4020
13020 , 4020 , 4021
13021 , 4021 , 4022
13022 , 4022 , 4023
13023 , 4023 , 4024
13024 , 4024 , 4025
13025 , 4025 , 4026
13026 , 4026 , 4027
13027 , 4027 , 4028
13028 , 4028 , 4029
13029 , 4029 , 4030
13030 , 4030 , 4031
13031 , 4031 , 4032
13032 , 4032 , 4033
13033 , 4033 , 4034
13034 , 4034 , 4035
13035 , 4035 , 4036
13036 , 4036 , 4037

*** ELEMENTER FOR MASSE

**PUNKTER FOR MASSE VED KOBLINGSPUNKET PÅ HVER SIDE,

**FOR MASSE M1

*ELEMENT , TYPE=MASS , ELSET=WESTm

18002 , 3002
18003 , 3003
18004 , 3004
18005 , 3005
18006 , 3006
18007 , 3007
18008 , 3008
18009 , 3009
18010 , 3010
18011 , 3011
18012 , 3012
18013 , 3013
18014 , 3014
18015 , 3015
18016 , 3016
18017 , 3017
18018 , 3018
18019 , 3019
18020 , 3020
18021 , 3021
18022 , 3022
18023 , 3023
18024 , 3024
18025 , 3025

18026 , 3026
18027 , 3027
18028 , 3028
18029 , 3029
18030 , 3030
18031 , 3031
18032 , 3032
18033 , 3033
18034 , 3034
18035 , 3035
18036 , 3036

*ELEMENT , TYPE = MASS , ELSET=EASTm

19002 , 4002
19003 , 4003
19004 , 4004
19005 , 4005
19006 , 4006
19007 , 4007
19008 , 4008
19009 , 4009
19010 , 4010
19011 , 4011
19012 , 4012
19013 , 4013
19014 , 4014
19015 , 4015
19016 , 4016
19017 , 4017
19018 , 4018
19019 , 4019
19020 , 4020
19021 , 4021
19022 , 4022
19023 , 4023
19024 , 4024
19025 , 4025
19026 , 4026
19027 , 4027
19028 , 4028
19029 , 4029
19030 , 4030
19031 , 4031
19032 , 4032
19033 , 4033
19034 , 4034
19035 , 4035
19036 , 4036

** PUNKT FOR MASSE UNDER BRUKASSE M2

*ELEMENT,TYPE=MASS , ELSET=UNDER

10002 , 5002
10003 , 5003
10004 , 5004
10005 , 5005
10006 , 5006
10007 , 5007
10008 , 5008
10009 , 5009
10010 , 5010
10011 , 5011
10012 , 5012
10013 , 5013
10014 , 5014
10015 , 5015
10016 , 5016
10017 , 5017

```

10018 , 5018
10019 , 5019
10020 , 5020
10021 , 5021
10022 , 5022
10023 , 5023
10024 , 5024
10025 , 5025
10026 , 5026
10027 , 5027
10028 , 5028
10029 , 5029
10030 , 5030
10031 , 5031
10032 , 5032
10033 , 5033
10034 , 5034
10035 , 5035
10036 , 5036
*****
**PUNKTER FOR MASSE VED ENDER AV BRUKASSE
*ELEMENT , TYPE=MASS , ELSET=END
11001 , 1
11037 , 37
*****
*****
*** STIVHET ***
*****
**INPUT BEAM GENERAL SECTION
**A , I_11 , I_12 , I_22 , J , , Warping constant(15.3.7-2)
**0 , 1 , 0 - RETNINGSVEKTOR
**E , G , TERMISKFAKTOR
*****
**BRUKASSE
**øker tverrsnittsdata for å tilpasse verider
*BEAM GENERAL SECTION, ELSET=GIRDER, SECTION=GENERAL, DENSITY=1E-12
0.48, 0.5,0.0, 5.5, 1.08, ,4.762
0,1,0
210000E6, 80700E6, 0.00001
*DAMPING, ALPHA=0.0011, BETA=0.0024
*SHEAR CENTER
0,-0.191
*****
*BEAM GENERAL SECTION, ELSET=DUMMY1, SECTION=GENERAL, DENSITY=1E-12
1000,1000,0.0,1000,1000, ,
0,1,0
210000E6, 80700E6, 0.00001
*BEAM GENERAL SECTION, ELSET=DUMMY2, SECTION=GENERAL, DENSITY=1E-12
1000,1000,0.0,1000,1000, ,
0,1,0
210000E6, 80700E6, 0.00001
*BEAM GENERAL SECTION, ELSET=DUMMY3, SECTION=GENERAL, DENSITY=1E-12
1000,1000,0.0,1000,1000, ,
0,1,0
210000E6, 80700E6, 0.00001
*****
*BEAM GENERAL SECTION, ELSET=WEST, SECTION=GENERAL, DENSITY=1E-12
1, 1,0.0, 1, 1, 1
0,1,0
210000E1, 80700E1, 0.00001
*DAMPING, ALPHA=0.0109,BETA=0.0024
**
*BEAM GENERAL SECTION, ELSET=EAST, SECTION=GENERAL, DENSITY=1E-12
1, 1,0.0, 1, 1, 1
0,1,0
210000E1, 80700E1, 0.00001
*DAMPING, ALPHA=0.0109,BETA=0.0024

```

```

*****
**HENGERE
**BEAM SECTION, SECTION=CIRC, MATERIAL=STEEL,ELSET=HANGERS
0.03
1,1,0
*****
**HOVEDKABEL I HOVEDSPENN VEKT
** 1/4 henger vekt 15 kg/m som ligger i hengere
** RHO = 393 kg/m / 0.044 m2 = 9273 kg/m3
**
**BEAM SECTION, SECTION=CIRC, MATERIAL=STEEL1,ELSET=MAINCABLE
0.118
1,0,0
*****
**BAKRE HOVEDKABLER
** weight = 356 kg/m
**uten hengerlink
** RHO = 356 kg/m / 0.044 m2 = 8091 kg/m3
**
**BEAM SECTION, SECTION=CIRC, MATERIAL=STEEL2,ELSET=BACKSTAYCABLE
0.118
1,0,0
*****
*****
**** MATERIAL ****
*****
**
**MATERIAL, NAME=STEEL
**ELASTIC
180000E6 , 0.3
**NO COMPRESSION
**DENSITY
7850
**MATERIAL, NAME=STEEL1
**ELASTIC
180000E6 , 0.3
**NO COMPRESSION
**DENSITY
9273
**MATERIAL, NAME=STEEL2
**ELASTIC
180000E6 , 0.3
**NO COMPRESSION
**DENSITY
8091
**
*****
**** TILEGNE LUMPED MASSE ****
*****
**MASSE LANGS BRUKASSE
**FRA MATHCAD, IM = 82430:
** "SIDE" = 1074 x 12 meter between hangers
** "UNDER" = 3203 x 12
**
**MASS, ELSET=WESTm
12883
**MASS, ELSET=EASTm
12883
**MASS, ELSET=UNDER
38435
** Weight of the last 9,5 meters have to be added as a lumped mass
** at the end of the bridge girder.
** 9,5x5350=50825
**MASS, ELSET=END
50825
*****
*****

```

```

**** OPPGLAGERBETINGELSER ****
*****
**NODER FOR OPPGLAGERBETINGELSER
**
*NSET,NSET=ROCK
981,1087,1981,2087
*NSET,NSET=TOWER
1001,1037,2001,2037
*NSET,NSET=BOUNDNORTH
1
*NSET,NSET=BOUNDSOUTH
37
*NSET,NSET=ALL,GENERATE
1,50000,1
**
** Boundary conditions
**
*BOUNDARY
ROCK,1,3,0
TOWER,2,3,0
BOUNDNORTH,1,4,0
BOUNDSOUTH,2,4,0
**
*****
**** NODER TIL PÅFØRE LASTER ****
*****
*NSET,NSET=WINDLOAD,GENERATE
2,36,1
*NSET,NSET=WINDCAB,GENERATE
1002,1036,1
2002,2036,1
**
*NSET,NSET=H18
19
**
*NSET,NSET=H24
25
**
*NSET,NSET=GIRDER,GENERATE
1,37,1
*NSET,NSET=CABEL,GENERATE
1001,1037,1
2001,2037,1
*NSET,NSET=HLINK,GENERATE
3001,3037,1
4001,4037,1
*****
**** LASTER OG ANALYSE ****
*****
**STEP1: EGENVEKT
**EGENVEKT ER GITT SOM EN STATISK LAST, MED ULINEÆR GEOMETRI
*****
*STEP,AMPLITUDE=RAMP,NAME=EGENVEKT,NLGEOM,INC=5000
*STATIC,STABILIZE=1E-10
1E-6,1E-6,1E-9,1E-6
*****
** Cable
** Cable with half the hanger and hangerlink
** RHO-MED H.STENGER = 8524.2
** RHO-WITH HANGERS = 408kg/m / 0.0443 m2 = 9210
** RHO-WITHOUT HANGERS = 356kg/m / 0.0443m2 = 8036
** g = 9,81 x (8036/9210) = 8,5595
*****
*DLOAD
HOVEDKABLER, GRAV, 8.5595, 0 , 0 , -1

```

```
*****
** EGENVEKT BRUKASSE
** EGENVEKT BRUKASSE INKLUDERT HALVPARTEN AV HENGERKOBLING
** HOVEDSPENN = 5350 kg/m
** 5350 x 9,81 = 52483.5
*****
*DLOAD
GIRDER, PZ, -52484
*****
** EGENVEKT I TÅRN
*****
*DLOAD
MAINCABLE, GRAV, 9.810, 0 , 0 , -1
BACKSTAYCABLE, GRAV, 9.810, 0 , 0 , -1
HANGERS, GRAV, 9.810, 0, 0, -1
*****
*END STEP
*****
**STEADY STATE ANALYSE
*STEP,NLGEOM
*FREQUENCY
150
**
*END STEP
```