Innholdsfortegnelse

1 Innledning

Denne masteravhandlingen er en kvalitativ casestudie som undersøker hvordan brøk representeres og kommuniseres i et malawisk klasserom i forbindelse med brøkregning.

Studien følger en lærers undervisning på 7. trinn ved en offentlig skole i Malawi gjennom en periode på to uker. Videoopptak fra totalt åtte undervisningsøkter i emnet *Basic operations on fractions* utgjør studiens empiriske datamateriale. Gjennom diskursanalyse av den observerte undervisningen ønsker studien å undersøke hvordan brøkregning kommuniseres med hensikt på å undersøke hvilke læringsmuligheter undervisningen tilbyr elevene. Sosiokulturelle læringsteorier ligger til grunn for studien og interaksjonen mellom lærer og elever i plenumsdelene av undervisningen er sentral. Analysen fokuserer særlig på hvordan ytringer, gester og symboler fungerer sammen i klasseromsdiskursen og forsøker gjennom det å tegne et helhetlig og detaljert bilde av undervisningen. Et av målene med studien er å gi lesere av den et innblikk i den malawiske klasseromsverdenen. Studien sikter på å tegne et karakteristisk bilde av undervisningen gjennom å gjengi typiske utdrag fra klasseromsdiskursen. De vil analyseres i detalj og vil være gjenstander til bruk i tolkning og diskusjon av datamaterialet som helhet.

1.1 Bakgrunn for valg av tema og forskningskontekst

Valget av nettopp Malawi som kontekst for forskningen kommer av studiens forbindelse til et samarbeidsprosjekt mellom Universitetet i Stavanger (UiS) og University of Malawi. Prosjektet er opprettet med formål å utvikle matematikklærerutdanningen i Malawi. Studieåret 2015-2016 fikk masterstudenter i matematikkdidaktikk ved UiS, for tredje året på rad, tilbud om å skrive sine masteroppgaver om malawisk matematikkundervisning. Dette innebar et opphold i Malawi for å samle inn empirisk datamateriale. Denne studien er en av to masteroppgaver som er relatert til prosjektet gjennom dette, men er likevel en selvstendig studie da problemstillingen ble utviklet med utgangspunkt i egen interesse. Prosjektet har likevel vært betydelig involvert i realiseringen av studien og har bistått særlig på praktisk plan. Både valg av forskningsskole og etablering av kontakt med studiens deltakere er takket være kontaktpersoner i prosjektet. I tillegg har prosjektet bidratt med bakgrunnsinformasjon om den malawiske skolekonteksten gjennom innsikt i malawisk forskningslitteratur og tilgang til styringsdokumenter for offentlig malawisk skole.

Til grunn for studien ligger et ønske om å lære mer om utfordringene som kan ligge i det matematiske språket i elevers møter med nye emner i matematikkfaget. Det personlige engasjementet i emnet kan spores tilbake til blant annet en egen tidligere casestudie[1] av elevers første møte med symbolsk algebra. Resultatene fra studien viste at lærerens gester bidro til at elevene kunne delta i matematikkundervisningen til tross for at de ikke var fortrolige med ord- og symbolbruk i emnet. Denne studien går inn i samme problematikk, men med undervisning i brøkregning som tema. Studiens problemstilling og forskningstilnærming vil utdypes og avgrenses senere i kapitlet. Før det vil en kort oversikt over tidligere studier av malawisk matematikkundervisning presenteres, men aller først, en tematisk innledning til det matematikkfaglige fokuset i studien.

1.1.1 Å mestre det matematiske språket

Matematikkfaget dreier seg om å studere og beskrive abstrakte fenomener. Generaliteter ved dem og relasjoner mellom dem fremstilles ved hjelp av et språk som er særegent for faget. I skolesammenheng innebærer dermed elevers læring av matematikk å mestre bruken av et språk som skiller seg fra både dagligdags språk og uttrykksmåter i andre skolefag. Språket er svært effektivt og komprimert og i skriftlig form uttrykkes det i stor grad gjennom symboler.

Symboler er artefakter som er ment for å lette kommunikasjonen om abstrakte fenomener ved å representere dem på en konkret, observerbar måte. Samtidig er symboler abstrakte konstruksjoner i seg selv og de har ingen direkte visuell likhet til det de representerer (Svendsen, 2011). Med andre ord kan egenskapene til et fenomen ikke leses gjennom den symbolske representasjonen. Det matematiske symbolspråket er konvensjonelt vedtatt og utviklet over tid. Et enkeltindivid kan derfor ikke dedusere seg frem til betydningen av symbolene ved å bruke sine kunnskaper om matematiske objekter. Symbolspråkets mening må læres. Konsekvensene av at en diskurs hviler tungt på symboler kan bli at komponenter som generaliteter og relativitet blir vanskelige for elever å få fatt på (Ricoeur, 1967). Slik kan faget oppleves som svært abstrakt. Det er derfor ikke ubegripelig at matematikkfaget er kjent for å være *uhåndgripelig* (Sfard, 2009).

1 Studien ble gjennomført i sammenheng med masterstudiet og er ikke publisert

I skolesammenheng er det ikke slik at elever blir satt til å tolke symbolske tekster alene. Klasserommet er en sosial arena for læring i faget. Særlig spiller læreren en sentral rolle i elevers møte med matematikk. Ifølge sosiokulturelle læringsteorier kan læring bare foregå gjennom erfaring og interaksjon med andre. Her spiller språket en viktig rolle fordi språk medierer det som skal læres (Vygotsky, 1978). Men også verbalt språk i matematikkfaget består av en fagspesifikk terminologi og kan dermed by på utfordringer i seg selv. Ord og begreper som brukes i dagligtalen får ofte andre og mer presise betydninger når de brukes i matematiske sammenhenger (Kazima, 2008). Språkbruken vil i mange tilfeller også variere fra emne til emne. Begreper og matematiske symboler kan dermed ha ulike betydninger etter hvilke matematiske situasjoner de brukes i. I tillegg til utfordringene som ligger i det matematiske språket, vil mange elever møte matematikken gjennom undervisning på andre språk enn eget morsmål.

1.1.2 Elevers utfordringer med brøkdiskursen

Brøk er et matematisk emne som er kjent for å by på utfordringer både for elever og lærere. «[R]ational numbers compose a major area of school mathematics that is crucial for students to learn but challenging for teachers to teach» (Clarke, Fisher, Marks, Rossand & Zbiek, 2010, s. 1). Mange av de vanligste utfordringene kan knyttes til elevers vanskeligheter med å tolke brøk som kvantitative størrelser (Behr, Wachsmuth, Post & Lesh, 1984). Dette kan føre til mangelfulle forståelser av symbolene slik de brukes i brøkdiskursen, noe som kan bli problematisk når elever på mellomtrinnet og i høyere klassetrinn skal operere med regneoperasjoner på brøk (Behr, Lesh, Post & Silver, 1983). Behr et al. (1984, s. 324) eksemplifiserer: «What meaning, for example, do $\frac{2}{3}$ x $\frac{5}{6}$ + $\frac{5}{8}$ have for children who lack a well-internalized concept of the «bigness» of rational numbers?». Brøk er dessuten et flerdimensjonalt matematisk objekt, noe som åpner for flere mulige tolkningsmuligheter (Behr et al., 1983). Når elever introduseres for brøkemnet møter de først og fremst en diskurs der tallsymbolene har andre betydninger enn den de er kjent med fra arbeid med hele tall. I tillegg så skaper de flere dimensjonene av brøkbegrepet en relativitet i symbolspråket som elever må forholde seg til. Et og samme symboluttrykk, for en og samme brøk, kan representere forskjellige fenomener, avhengig av matematisk kontekst. Ofte vil elever møte symbolet[2] $\frac{a}{b}$ som en representasjon av «a fractional part of a single quantity» (Behr et al., 1983). Brøken tolkes altså her som en del av en større helhet. I andre tilfeller vil symbolet $\frac{a}{b}$ stå for et størrelsesforhold mellom to kvantiteter. Videre kan $\frac{a}{b}$ referere til en regneoperasjon: « $\frac{a}{b}$ is sometimes used as a way of writing a ÷ b» (Behr et al., 1983, s.), eller til en bestemt tallstørrelse. Sistnevnte forekommer for eksempel når en brøk representeres som et tall mellom 0 og 1 på tallinjen (Solem, Alseth & Nordberg, 2010). I tillegg til at de samme symbolene kan tolkes på ulike måter må elever, i forbindelse med likeverdige brøker, forholde seg til at en og samme tallstørrelse også kan representeres med ulike tallsymboler. Dette tilføyer enda et lag av relativitet til symbolspråket og bidrar til å gjøre brøk til et svært komplekst og abstrakt emne.

Flere studier enes om at å bringe inn visuelle og konkrete elementer i undervisningen kan bidra til elevers mestring i brøkemnet (Behr et al., 1983; Cramer, Wyberg & Leavitt, 2008; Mildenhal, 2013). Gester kan være et slik element som gjør det enklere for elever å delta i brøkdiskursen. Gjennom gester kan abstrakte fenomener uttrykkes visuelt uten at det krever kunnskap om konvensjonelle og fagspesifikke uttrykksmåter. De er dermed enklere å ta i bruk enn verbal tale og symboler (Roth, 2000). Gjennom å analysere en gruppe lærerstudenters samtaler om brøk fant Edwards (2006; 2009; 2010) at studentenes gester imiterte fysiske handlinger, visuelle modeller og konkrete objekter. Dette ble tolket som informasjon om hvilke representasjoner og eksempler som hadde bidratt til de tidligere elevenes (nå studentene) læring av brøk, og at tidligere erfaringer med visuelle reprsentasjoner så ut til å spille en rolle i studentens forklaringer også i voksen alder. Dessuten så gester ut til å bidra til studentenes muligheter til å uttrykke seg om brøk. Lorange og Rinvold (2014) har studert elever på 6. trinn i arbeid med multiplikasjon av brøk og likeverdige brøker. De fant at elevenes gester så ut til å ha en viktig kommunikativ funksjon og at de, sammen med bruk av konkreter støttet opp under elevenes læringsprosesser.

2 a og b i $\frac{a}{b}$ Menes her ikke som en generell formel, men repesenterer spesifikke, hele tall.

1.2 Tidligere klasseromsforskning i malawisk og afrikansk kontekst

Malawiske elever presterer generelt dårlig i matematikk (Kazima, 2013; Nampanda, 2004), En statistisk undersøkelse gjort av *The Southern and Eastern Africa Consortium for Monitoring Educational Quality* (SACMEQ) avslørte at Malawi var et av de to lavest presterende landene i den sørafrikanske regionen. Bare Zambia skåret dårligere (SACMEQ ш).

Tidligere forskning på malawisk matematikkundervisning har blant annet fokusert på hva som kjennetegner lærere og elevers faglige prestasjoner (SACMEQ ш), samt ulikheter i tilgang på lærere, læringsressurser og variasjoner i elevprestasjoner mellom skoler i urbane og landlige strøk (Kazima & Mussa, 2011). Klasseromsstudier har blant annet undersøkt bruk av konkreter, problemløsing samt hvordan elevenes faglige prestasjoner vurderes av læreren (Bergtun, 2015; Refvik, 2014; Staberg, 2015). En nyere studie har kartlagt hva undervisningsarbeidet til malawiske lærere består av (Kazima, Jakobsen og Kasoka, 2016). På bakgrunn av undersøkelsen hevder forfatterne at malawiske lærere i stor grad stoler på læreverkene og at de ikke ser behovet for selv å kritisk vurdere innholdet i bøkene fordi dette allerede har blitt sjekket av lærebokforfatterne (Kazima et al., 2016). Funnene samsvarer med tidligere studier, som også har funnet at malawisk matematikkundervisning i stor grad er styrt av lærebøker (Nampanda, 2004; Gaard, 2014) og at store deler av undervisningen er lærerstyrt tavleundervisning. Sistnevnte ser i stor grad ut til å skyldes dårlig økonomi og medfølgende rammebetingelser som preger offentlige malawiske skolen generelt (Refvik, 2014). Ifølge Gaards (2014) kasusstudie av to malawiske matematikklærere gav ikke lærerne særlig rom for at innspill fra elevene fikk styre retningen i undervisningen. Studien fant en tendens til at elevbidrag som ikke så ut til å passe med lærerens oppfatning av ønskelig deltakelse, ble forbigått relativt raskt.

Når det gjelder brøkemnet i malawisk kontekst, har malawiske elevers kunnskaper og ferdigheter knyttet til divisjon av brøk blitt undersøkt i en omfattende casestudie (Nampanda, 2004). Studien avdekket utfordringer knyttet til undervisning i emnet. Resultatene fra studien viste at elever på 6. trinn slet med både å skape matematisk mening ut av regnestykkene, relatere dem til praktiske eksempler i tillegg til problemer med bruk av selve algoritmen (Nampanda, 2004). Blant annet førte overgeneralisering av regelen om å *snu brøk* i algoritmen undervisningen la frem til feilaktig gjennomføring av metoden. Mange elever endte opp med å snu begge brøkene (Nampanda, 2004). Undervisningen i studien la generelt stor vekt på algoritmer og gikk for det meste ut på å gjennomgå og *bruke* dem gjennom oppgaveeksempler. «[I]n upper classes, teachers normally introduce lessons by writing examples on the chalkboard and pupils are requested to solve problems as demonstrated» (Nampanda, 2004, s. 30). Forklaringer av regnemetodene var heller sjeldne. Ifølge Nampanda (2004) bidro mangelen på variasjon i læringsressurser, representasjoner og undervisningsmetode til elevenes mangelfulle mestring i emnet. Studien konkluderte med at særlig den ensidige fremstillingen av brøk som symboler var en vesentlig påvirkende faktor på elevenes utilstrekkelige læringsresultater «because the process of representing mathematical ideas in symbolic form is complex» (Nampanda, 2004, s.31).

Klasseromsforskning fra andre afrikanske land har funnet svært lærerstyrte og læreboksentrerte undervisningsformer som samsvarer med funn fra malawiske studier. I sin casestudie av sørafrikanske elever fant Heyd-Metzuyanim og Graven (2016) indikasjoner på at en slik undervisningsform preget elevenes matematiske engasjement og deltakelser i stor grad ved å oppmuntre elevene til noe de betegner som en noe begrenset deltakelse i faget. Blant annet så de ingen tegn til at undervisningen la opp til kreativitet i faget. Ei heller var det forventet at elevene skulle komme med forklaringer eller begrunnelser for «any mathematical fact they come up with» (Heyd-Metzuyanim & Graven, 2016, s.19). Kommunikasjonen mellom lærer og elever sentrerte seg hovedsaklig om å gjennomføre matematiske aktiviteter på en rutinemessig måte. Heyd-Metzuyanim & Graven (2016) hevder at egenskapene ved undervisningen fungerte som *stumbling blocks* og hemmet elevenes potensiale til å utvikle begrepsmessige forståelser i matematikkfaget.

En annen klasseromsstudie fra sørafrikansk kontekst, gjort av Setati (2005), har konkludert med at også språklige faktorer ser ut til å være en påvirkende faktor for elevers deltakelse i klasserommet. Studien viste at engelsk som *undervisningsspråk*[3] så ut til å begrense elevenes muligheter til å delta i matematiske diskusjoner. Klasseromsinteraksjon som foregikk på engelsk, det offisielle undervisningsspråket i Sør-Afrika, begrenset seg i stor grad til å omhandle gjennomføringen av prosedyrer. Den engelskspråklige diskursen skilte seg vesentlig fra diskursen på det lokale språket. I tilfeller der undervisningen foregikk på elevenes førstespråk, forekom det både klassediskusjoner og samtaler om matematiske begrunnelser og begreper (Setati, 2005).

I Malawi foregår all matematikkundervisning på engelsk fra 5.trinn av (Kazima, 2008). Det kan

3Oversatt fra *LoLT: Language of Learning and Teaching* (Setati, 2005).

dermed antas at lignende mønstre kan finnes igjen i det malawiske klasserommet. Resultatene fra Nampandas (2004) studie fant også at språket så ut til å spille inn på elevenes læring .

1.3 Avgrensning av studiens problemstilling og forskningsspørsmål

Matematisk språk er komplekst og kan bidra til at å delta i faget blir en utfordring for elever. Fordi matematiske diskurser hviler tungt på symboler er kunnskap om hvilken rolle symbolene spiller i undervisningen nyttig for det matematikkdidaktiske forskningsfeltet. Det samme gjelder kunnskap om hva som kan støtte opp om elevers læring, i tillegg til symboler og verbal tale. Tidligere forskning viser at bruken av symboler i brøkemnet kan by på problemer for elever relatert til brøkregning, og potensielt desto mer for elever som møter matematikk på et undervisningsspråk annet enn sitt førstespråk. Med bakgrunn i dette ønsker studien å beskrive klasseromskommunikasjonen i det empiriske datamaterialet for å bringe kunnskap om hvordan brøkregning representeres og kommuniseres med tanke på elevenes muligheter for læring. Dette vil besvares gjennom følgende forskningsspørsmål:

Forskningsspørsmål 1
Hvilke kommunikasjonsmønstre kan identifiseres i brøkundervisningen i et malawisk klasserom?

Forskningsspørsmål 2:
Hvilke potensialer for elevers læring av brøk kan ligge i de identifiserte diskursene?

1.4 Studiens teoretiske og analytiske tilnærming

Denne studien benytter seg av en kombinasjon av to rammeverk som begge har røtter i sosiokulturell læringsteori. Det kommognitive rammeverket vil være det overordnede. Klasseromsinteraksjoner og læringsprosesser vil hovedsaklig beskrives og diskuteres med begreper fra kommognitiv teori. Samtidig spiller det semiotisk-kulturelle perspektivet en vesentlig rolle i analyse og diskusjon. Det bringes inn som supplement og brukes mer spesifikt til å beskrive, utdype og diskutere hvordan matematikk og læring medieres i den observerte undervisningen.

1.4.1 Kommognitiv diskursanalyse

Kommognitiv teori har utspring i sosiokulturell tradisjon og er et nytt begrepsmessig rammeverk, utviklet av Anna Sfard (2008), spesielt for å studere læring av matematikk. Rammeverket kan beskrives som en utvidelse av sosiokulturelle læringsteorier samtidig som det tilbyr et alternativt perspektiv på de tradisjonelle perspektivene (Felton og Nathan, 2009). Gjennom å se læring som deltakelse i matematiske diskurser tilbyr rammeverket et operasjonelt forskningsperspektiv som gjør det mulig å studere undervisning og læring på en observerbar måte.

Tidligere studier har brukt kommognitive tilnærminger til å beskrive matematiske klasseromsdiskurser, både med fokus på hvilken rolle lærerens undervisningsstil spiller inn på elevenes læring (Bogdanova, 2013), hvordan undervisningen kan skape matematiske miljøer som preger elevenes deltakelser (Heyd-Metzuyanim, 2016) og hvilke medierende verktøy som finnes i en klasseromsdiskurs (Adler & Ronda, 2014). I sistnevnte studie undersøkes en undervisningsøkt i emnet brøkdivisjon med algebraiske symboler. Analysen fokurserte blant annet på hvordan lærerens bruk av eksempler og forutsetninger for elevdeltakelse la til rette for elevenes læring i emnet. Det kommognitive rammeverket har også blitt brukt til analyse av individuelle diskurser (Wille, 2013). Gjennom en kommognitivt basert analyse av en enkeltelevs skriftlige arbeid med addisjon med brøk, fant Wille (2013) at elevens dialog med seg selv *aktiverte* en matematisk diskurs hos eleven. Tegn på individuell læring og spor av elevens matematiske diskurs ble observert gjennom den produserte teksten og teksten gav slik informasjon om hvordan eleven kommuniserte med seg selv rundt emnet (Wille, 2013).

Ifølge Sfard (2008) er både ordbruk, symboler og gester sentrale for menneskers deltakelse i matematiske diskurser[4] og dermed for matematisk læring. Ofte benyttes også andre ressurser i matematikkundervisningen. I tilknytning til brøkemnet er visuelle fremstillinger av brøk relevant. For å kunne studere hvordan symboler, tale, gester og kroppsspråk fungerer sammen med andre potensielle representasjoner av brøk i undervisningen, vil det være gunstig å innta et multimodalt perspektiv. Dette er i tråd med blant andre Edwards (2006; 2009; 2010), Lorange og Rinvold (2014) og Mildenhal (2013), som har tilnærmet seg klasseromsstudier på brøk gjennom semiotisk-kulturelle teorier.

4Hvordan begrepet *matematiske diskurser* forstås i teksten vil forklares i teorikapitlet

1.4.2 Multimodal analysetilnærming

Det semiotisk-kulturelle rammeverket tilhører også det sosiokulturelle forskningsparadigmet. Hvordan læring medieres gjennom semiotiske verktøy med kulturelt skapte betydninger er sentralt i teoriene (Radford, 2006). I samsvar med kommognitiv forskning har også studier basert på semiotisk-kulturell teori, funnet at særlig *verbalt språk, symboler* og *visuelle artefakter* er sentrale i matematiske diskurser (Bjuland et al., 2008). For å beskrive hvordan disse, og andre semiotiske ressurser fungerer sammen i undervisningen, utviklet Arzarello, Paola, Robutti og Sabena (2009) en modell å se klassersomsdiskursen gjennom: *Den semiotisk bunten*[5]. Her i denne studien vil modellen brukes som analyseverktøy. Klasseromsdiskursen i datamaterialet vil bli sett i lys av *hvordan ulike semiotiske ressurser fungerer i samspill i en semiotisk bunt.* Dette gjøres med hensikt på å løfte frem både verbale og nonverbale aspekter ved kommunikasjonen og gjennom det tilføye en multimodal, helhetlig tilnærming til diskursanalysene i studien.

Å kombinere kommognitiv og semiotisk-kulturell teori har også blitt gjort i en tidligere studie. Mildenhal (2013) studerte hvilken effekt en lærers bruk av ulike semiotiske ressurser i brøkundervisningen på 6. trinn så ut til å ha på elevenes forståelse for emnet. Med et kommognitivt blikk beskrev studien hvordan verbal tale og gester ble brukt av læreren sammen med både to- og tredimensjonale brøkrepresentasjoner. Mildenhal (2013) konkluderte med at undervisningsplanlegging bør innebære en bevissthet rundt variasjon i hvilke semiotiske ressurser som tas i bruk, særlig hvordan lærerens gester skal brukes for å fremme læring hos elevene.

Selv om det multimodale forskningsparadigmet generelt enes om at ulike semiotiske ressurser er verdifulle medierende læringsverktøy, gjenstår det fortsatt forskning som avdekker kunnskap om hvilken rolle gester spiller sammen med andre verktøy (Arzarello & Edwards, 2005; Radford, 2009). I tillegg til å ta for seg forskningsspørsmålene ønsker denne studien også å supplere det multimodale forskningsfeltet med kunnskap om gester i matematiske undervisningsdiskurser.

1.5 Oppbygning av oppgaven

Studiens formål, avgrensning og forskningstilnærming har nå blitt presentert i korte trekk. Videre vil teksten først sette leseren inn i den malawiske konteksten (Kapittel 2). Inkludert i kapitlet er et

5Oversatt fra *semiotic bundle* (Arzarello et al., 2009). Utdypes i kapittel 3.2

overblikk over relevante sosioøkonomiske og utdanningspolitiske forhold, samt en oversikt over brøkemnet i den malawiske læreplanen (Kapittel 2). Deretter vil studien rammes inn teoretisk (Kapittel 3). Etter en kort innføring i sosiokulturell læringsteori, vil de kommognitive og semiotisk-kulturelle perspektivene vil utdypes og settes sammen til en helhetlig ramme for analyse og diskusjon (Kapittel 3.1 og 3.2). Mer utfyllende teori om brøk og brøklæring vil bli presentert i samme kapittel (Kapittel 3.3). Før teorikapitlet oppsummeres (Kapittel 3.5), inkluderes også en utdypning av begreper fra Setatis (2005) studie som har blitt nevnt her i kapittel 1. Begrepene vil supplere den kommognitive teorien i analyse og kategorisering av diskursene i datamaterialet.

Før teksten går inn i analysene av det empiriske datamaterialet, vil studiens design og fremgangsmetoder beskrives i metodekapitlet (Kapitlet 4). Deretter presenteres resultatene av diskursanalysen med hensikt på forskningsspørsmål 1 (Kapittel 5). Resultatene fra analysen: de identifiserte kommunikasjonsmønstrene, vil drøftes i kapittel 6 med tanke på potensiale for elevers læring av brøk (Forskningsspørsmål 2). Teksten avsluttes med å oppsummere studiens funn og trekke konklusjoner ut fra dem (Kapittel 7). På bakgrunn av en kritisk refleksjon rundt studiens resultater vil videre implikasjoner av studien foreslås. Nødvendig begrepsavklaring og tilleggsinformasjon vil gjøres fortløpende gjennom teksten i de aktuelle kapitlene.

2 Studiens malawiske kontekst

Fordi undervisning er et kulturelt fenomen argumenterer Kazima et al. (2016) for at hverken elever eller lærere i afrikansk skole uten videre bør analyseres med bruk av vestlige standarder. Forskning på matematikkundervisning bør dermed også sees i lys av kulturell kontekst. Resultater fra ulike kulturelle kontekster bør tolkes og sammenlignes på en reflektert måte. Også det kommognitive rammeverket som er sentralt i denne studien, understreker viktigheten av å ikke fremstille diskurser tatt ut av kontekst (Sfard, 2008). For å gi norske lesere muligheten til å tolke denne studien i lys av konteksten den ble produsert i, vies dette kapitlet til informasjon om malawisk skolesystem, matematikkfaget og brøkemnet mer spesifikt.

2.1 Kvalitetsutvikling av matematikkutdanningen i Malawi

«Improving Quality and Capacity of Mathematics Teacher Education in Malawi» er et femårig samarbeidsprosjekt mellom Universitetet i Stavanger og University of Malawi. Det ble startet opp i 2013 med bakgrunn i malawiske elevers lave prestasjoner i matematikkfaget (Norad, 2015a) og at resultater fra statistiske undersøkelser vist til innledningsvis i denne studien så ut til at de skyldtes undervisningskvaliteten i offentlig grunnskole (Norad, 2015b). Prosjektets formål er å bidra til økt kvalitet i matematikkundervisning og læring i skolen gjennom en økt kompetanseheving av lærere som går ut av malawisk grunnskolelærerutdanning (Norad, 2015a). Rent konkret driver prosjektet med forskningssamarbeid, veiledning tilknyttet lærerutdanningen og utvikling av verktøy for å måle malawiske matematikklæreres kompetanse.

2.2 Offentlig grunnskole: Utdanningspolitisk og økonomisk situasjon

Malawi, tidligere Nyasaland, er en forhenværende britisk koloni som i forbindelse med løsrivelsen fra Storbritannia i 1964 tok landet navnet Malawi (Johannesen, 2016). Engelsk er fortsatt landets offisielle språk (Kazima et al., 2016).

Det offentlige skolesystemet i Malawi består av åtte års grunnskole (primary school) i tillegg til fireårig videregående skole (secondary school). Grunnskolen er gratis og lett tilgjengelig for de fleste barn i skolealder (Kazima et al., 2016), mens de siste fire årene av utdanningen må betales med private midler. I realiteten er det derfor mange elever som ikke tar skolegang utover de åtte første trinnene. Et stort antall elever blir dessuten værende i grunnskolen fordi de ikke når opp til kravene som settes for å gå videre til neste klassetrinn (Kazima et al.., 2016). Ifølge Norad (2015b) vil bare 28 prosent av jenter og 35 prosent av gutter fullføre 8. trinn. Med andre ord er utdanningskvaliteten i malawisk skole et generelt problem. Offentlig skole preges dessuten av mangel på økonomiske ressurser, noe som vises igjen på skolebygninger og tilgang til lærebøker og undervisningsmateriell. Generell befolkningsøkning og det at grunnskolen ble gratis i 1994 (Johannesen, 2016) har ført til en kraftig økning i antall skoleelever. Mellom skoleårene 1993-1994 og 2013-2014 økte elevantallet i den offentlige grunnskolen med mer enn 250% (Norad, 2015b). Som følger av dette er klassestørrelser og lærermangel et stort problem i skolen, særlig i strøk utenfor bykjernene.

Skolens faglige innhold reguleres av læreplaner[6] utformet av The Malawi Institute of Education. Planene angir mål og innhold i de ulike undervisningsfagene. Læreplanene styrer også progresjonen i fagene fra år til år, i tillegg til at de inneholder generelle føringer for arbeidsmetoder, samt minstekrav og suksesskriterier for vurdering av måloppnåelse.

2.2.1 Språkpolitikk og utvikling av matematisk terminologi

Engelsk språk har fortsatt en sentral plass i grunnskolen og er det offentlige undervisningsspråket fra 5. trinn[7] og oppover (Kazima et al., 2016). Det malawiske skolesystemet følger en «mother tongue policy» (Kazima, 2008, s. 60) som «states that all public schools should teach in the learners' mother tongue.. ..the first four years of primary education». Undervisning på 1. til 4. trinn foregår for det meste på chichewa, som ansees som «common language» av malawiske myndigheter (Government of the Republic of Malawi, 2013) og er et av flere lokale språk i Malawi. Den matematiske terminologien som brukes i de fire første skoleårene er blitt konstruert spesifikt for å brukes i matematikkundervisning og er oversatt direkte fra engelsk fagterminologi (Kazima, 2008). Det å oversette matematiske begreper til et annet språk er ikke utelukkende uproblematisk ifølge Kazima (2008, s. 56). Hun mener at chichewa er et «currently inadequate as a vehicle for conveying

6 *Syllabus* oversettes til læreplan gjennom teksten fordi plandokumentene inneholder mer enn bare pensum

7 Tilsvarer også 5. trinn i norsk skole

[...]. mathematical information» og at en del matematiske termer derfor muligens fungerer best på engelsk. Metoden for oversettelse kalles «The strategy of borrowing from mathematical English» (Kazima, 2008, s. 56). Det vil si at matematiske begreper adopteres og oversettes nokså direkte til chichewanske varianter av ordene: «they take terms as they are in mathematical English and spell them in Chichewa» (Kazima, 2008, s. 60). Det matematiske språket som brukes i undervisningen på 1. til 4. trinn består derfor av en blanding av chichewanske ord, låneord fra engelsk dagligtale, samt ord oversatt direkte fra matematiske begreper på engelsk (Kazima, 2008). Sistnevnte er ord som ikke forekommer i språket andre steder enn knyttet direkte til matematikk. Elevene lærer derfor meningen med begrepene først gjennom å delta i faget og studier har vist at de kan ha problemer med å huske de chihewanske matematiske begrepene fra hverandre (Kazima, 2008). Når malawiske elever kommer opp i 5. trinn foregår undervisning i alle fag på engelsk. Det matematiske fagspråket må innlæres på ny, denne gang med engelske begreper. Selv om mange av begrepene kan gjenkjennes fra de chichewanske variantene er språkbruken i faget utfordrende for mange malawiske elvever. Dette kan skyldes at det matematiske engelske språket nå kommer på toppen av det engelske dagligspråket i undervisningen. Matematikkundervisningen inneholder sånn sett både elevenes andrespråk «ordinary English» i tillegg til et «tredje språk»: matematisk engelsk (Kazima, 2008).

2.2.2 Styringsdokumenter og faglige ressurser i matematikkfaget

I malawiske læreplaner deles matematikkfaget i seks hovedemner. Et av dem er *Number, operations and relationships* (Ministry of Education, 2008) og det er herunder brøkemnet hører til. Hovedformålet med emnet er at «The learner will be able to use the numbers and their relationships to solve practical problems» (Ministry of Education 2008, s. 98). Læreverkene (lærebok og lærerveiledning) som brukes i offentlig skole er nært knyttet til læreplanene og følger samme progresjon. Læreverkene utgis av Malawi Institute of Education, som er «the sole provider of textbooks for primary schools in Malawi.» (Kazima et al., 2016, s. 179). Instituttet har også utviklet ressursheftet TALULAR (Teaching And Learning Using Locally Available Resources) som et supplement til læreverkene. TALULAR inneholder tips og metoder for hvordan lærere kan skape eget undervisningsmateriell til bruk i undervisningen (Malawi Institute of Education, 2004).

2.3 Brøkemnet i malawisk læreplan

Ifølge Kazima et al., (2016) er undervisningen i malawiske klasserom sterkt preget av læreplaner og læreverk, blant annet når det kommer til valg av representasjoner og bruk av matematisk notasjon. Det er derfor sannynlig at måten brøk presenteres på i disse dokumentene kan gjenspeile elevenes tidligere erfaringer med brøk.

Brøkemnet introduseres for elevene på 3. trinn (Ministry of Education, 2007). De første årene representeres brøk med ulike visuelle modeller i elevenes lærebøker, både som *deler av en hel* og *deler av en mengde* (Solem et al., 2010). Lærerveiledningene inneholder varierte forslag til aktiviteter som kan brukes i undervisningen, deriblant er det mye fokus på diskusjon og bruk av konkreter (Makwecha et al., 2009). Fordi det er *regning* med brøk som er mest relevant for denne studien, vil det her legges vekt på hvordan læreplan og læreverk legger opp til undervisning i regneoperasjoner tilknyttet brøk.

2.3.1 Addisjon og subtraksjon

Fra 5. trinn av inkluderes også regning i brøkemnet, nærmere bestemt addisjon og subtraksjon av brøker med felles nevner (Chimarilo, Kachisa, Makwecha, Mutala & Susuwele-Banda, 2007b). Regneoperasjonene knyttes til *likeverdige brøker*, og representeres ved visuelle modeller som viser brøk som en del av et hele (Solem et al.,e 2010). Lærerveiledningen foreslår en rekke aktiviteter knyttet til konseptualiseringen av begrepene (Chimarilo et al., 2007b). Når brøkemnet dukker opp igjen på 6. trinn legges det enda mer vekt på de to regneoperasjonene. Også her fokuseres det på at «Fractions are parts of a whole or part of a group» (Kachisa et al., 2007b, s.25) og de samme representasjonsformene som året før går igjen. I forbindelse med å skille mellom ekte brøk, uekte brøk og blanda tall foreslås også tall-linjen som representasjon. (Kachisa, Makwecha, Kwerengwe, Mwale & Soko, 2007a). Når det kommer til å introdusere selve regneoperasjonene addisjon og subtraksjon foreslår lærerveiledningen at begrunnelser for hvorfor man må operere med felles nevner kan belyses gjennom en klasseromsdiskusjon. «Discuss with the learners[8] how to add $\frac{1}{2}$ and $\frac{1}{3}$ using equivalent fractions» (Kachisa et al., 2007b, s. 30). Resonnementet bak

8 Elever omtales som learners i Malawi

oppbygningen av diskusjonen baserer seg på de kunnskapene om begrepet likeverdige brøker elevene tilegnet seg på 5.trinn og forslaget til diskusjonen støttes opp av et talleksempel.

2.3.2 Multiplikasjon og divisjon

De to siste av de fire regneartene introduseres først for elevene på 6. trinn (Kachisa et al., 2007a; 2007b). I den forbindelse understrekes det at «The learners should not be rushed to multiplication and division operations. Rather, activities should be designed to help them understand the principles of multiplication and division of fractions». (Kachisa et al., 2007b, s. 32). Lærerveiledningen forespeiler også en potensiell utfordring for elevene, at multiplikasjon av brøker kan gi produkter som er mindre enn en eller begge faktorene. For å imøtekomme dette foreslår lærerveiledningen en firetrinns aktivitet som gjennom en gradvis progresjon skal få frem hvilke produkter multiplikasjon med brøk som multiplikand eller multiplikator resulterer i (Figur 2.1).

For a proper sequencing of concepts in multiplication, it is recommended that the following sequence should be followed.

1 A whole number multiplied by a fraction, for example, $3 \times {}^{1}/_{3}$.

2 A fraction multiplied by a whole number, for example, ${}^{1}/_{4} \times 7$.

3 A fraction multiplied by a fraction, for example, ${}^{1}/_{4} \times {}^{1}/_{3}$.

4 A mixed number multiplied by a mixed number, ie, $3{}^{5}/_{6} \times 1{}^{4}/_{5}$.

This sequence should also apply to the division of fractions.

Figur 2.1: Utklipp fra lærerveiledningen for 6. trinn. (Kachisa et al., 2007b, s. 33)

Sammenhengen mellom multiplikasjon og gjentatt addisjon belyses i et annet eksempel på en klasseromsaktivitet (Figur 2.2).

Instructions

1 Discuss with the learners the example: $3 \times {}^{1}/_{4}$

2 Help the learners to establish that $3 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$

Figur 2.2: Utklipp fra lærerveiledningen for 6. trinn. (Kachisa et al., 2007b, s. 33)

I introduksjonen av addisjon, subtraksjon og multiplikasjon med brøk er det lagt opp til at undervisningen skal inneholde klasseromsdiskusjoner i forkant av at algoritmene introduseres for elevene. Forslagene støttes opp av eksempler i lærerveiledningen på aktiviter og diskusjoner til bruk i klasserommet (Chimarilo et al., 2007b; Kachisa et al., 2007b). Det kan være verdt å merke seg at læreverkene ikke inneholder like detaljerte beskrivelser i forbindelse med divisjon av brøk. I forbindelse med introduksjonen av divisjonsalgoritmen foreslår lærerveiledningen at aktiviteten ovenfor (Figur 2.2) også bør gjennomføres, men forslaget støttes ikke opp av noe eksempel på hvordan diskusjonen kan overføres. Selv om det presiseres at undervisningen skal «ensure that the learners understand and acquire the following concepts and knowledge» (Kachisa et al., 2007b, s. 32), og divisjon er inkludert i disse konseptene, finnes det ikke eksempler på aktiviteter eller forklaringer av divisjon av brøk annet enn å påpeke at elevene bør få hjelp til å *vedkjenne* de ulike trinnene i divisjonsrutinen (Figur 2.3).

Instructions

1 Discuss with the learners the following example.

$$3 \div \frac{1}{2} = \frac{3}{1} \div \frac{1}{2} = \frac{3}{1} \times \frac{2}{1} = 6$$

2 Help the learners to establish the following:

a. $\div$ is changed to multiplication sign

b. $^1/_2$ is turned upside down to become $^2/_1$.

Discuss with the learners the following example:

$$\frac{3}{8} \div 6 = \frac{3}{8} \div \frac{6}{1} = \frac{\cancel{3}^1}{8} \times \frac{1}{\cancel{6}_2} = \frac{1}{16}$$

3 Help the learners to establish the following:

a. 6 is changed to improper fraction as $^6/_1$.

b. $\div$ sign changed to x, then $^6/_1$ is turned upside down as $^1/_6$.

4 Let the learners do Exercise 9C from the learners' book.

Figur 2.3.: Utklipp fra lærerguiden for standard 6 (Kachisa et al., 2007b, s. 33 og 34).

2.3.3 Brøkregning på 7. trinn

På 7. trinn møter elevene brøk gjennom emnet *Basic operations on fractions* (Soko et al., 2008). Det er undervisningen i dette emnet fra start til slutt, som utgjør det empiriske grunnlaget for analysene i denne studien. Emnet inkluderer alle fire regneartene og bygger videre på brøkundervisningen fra 5. og 6. trinn. Målet for emnet er at elevene skal kunne løse praktiske problemer som involverer brøk og desimaler. Vurderingskriteriene for måloppnåelse er å kunne «carry out any two basic operations on fractions in the same problem». (Ministry of Education, 2005a, s.101). Av faglig innhold foreslår læreplan og lærerveiledning oppgaver som inneholder ulike kombinasjoner av de fire regneartene og at undervisningen inkluderer arbeidsmetoder som diskusjon, demonstrasjon, gruppearbeid og arbeid i par (Ministry of Education, 2008; Soko et al., 2008b). Særlig er diskusjon i grupper fremhevet som arbeidsmetode.

Emneprogresjonen i læreverket følger læreplanen og emnet *Basic operations on fractions* er plassert rett etter *minste felles multiplum* og *største felles faktor,* og like *før* desimaler, forholdstall og prosent (Soko et al., 2008a). Tidligere i skoleåret har undervisningen også vært innom regneoperasjoner på hele tall. Lærerveiledningen oppfordrer til at undervisningen bør bygge på tidligere emner og peker på hvilke emner som kan være relevante for brøkregningen. «In unit 3 learners solved problems on whole numbers that involve two or more basic operations. They used the recommended order of carrying out basic operations [...] They will also require the knowledge of LCM which they learnt in unit 5» (Soko et al., 2008b, s.26-27).

Verdt å merke seg er det at brøk og brøkregning på 7. trinn utelukkende representeres med tallsymboler. Dette gjelder både lærebok og lærerveiledning (Soko et al., 2008a; 2008b). Det nevnes heller ingen andre begreper enn de fire regneartene knyttet til *basic operations on fractions.* Det ser derfor ut til at elevenes møte med brøk på 7. trinn begrenser seg til oppgaver som inneholder ulike kombinasjoner av regneoperasjoner. Også på 8. trinn representeres brøk utelukkende med symboler og emnet kan sees på som en videreføring av brøkundervisningen fra året før. Elevene skal nå kunne løse problemer som inkluderer alle de fire regneartene i en og samme oppgave (Ministry of Education, 2005b). Oppgavene er svært like oppgavene på 7. trinn, men skiller seg fra dem ved at noen av dem inkluderer *alle* regneoperasjonene i en og samme oppgave.

3 Teoretisk innramming

Sosiokulturelle teorier vektlegger gjerne at læring ikke er noe som foregår *i* det lærende individet, men via individets interaksjoner med andre. I tillegg til sosiale interaksjoner spiller historiske og kulturelle faktorer inn på menneskers læring. Gjennom læring inkluderes dermed individet i en kontinuerlig, dynamisk læringsprosess utviklet over tid, på tvers av sted og kulturer. En sentral figur i sosiokulturell tradisjon er den russisk-jødiske psykologen Lev Vygotsky (1896-1934) (Rodina, 2016). Vygotsky var opptatt av nettopp de sosiale og kulturelle dimensjonene i læringsfenomenet. "Human learning presupposes a specific social nature and a process by which children grow into the intellectual life of those around them" (Vygotsky, 1978, s. 88). Ifølge Vygotsky (1978) foregår individuell læring når sosiale prosesser internaliseres av den lærende «Every function in the child's cultural development appears twice: first, on the social level, and later, on the individual level; first, between people..., and then inside the child (Vygotsky, 1978, s.57).

Å internalisere andres prosesser krever mediering ved hjelp av kulturelt etablerte redskaper, både fysiske og mer abstrakte verktøy, som for eksempel språk og symboler. For Vygotsky (1978) er nettopp språket svært sentralt, men både han og teorier basert på hans arbeid løfter frem at også andre verktøy spiller betydningsfulle roller for læring... «I et sosiokulturelt perspektiv fungerer psykologiske og fysiske redskaper som strukturerende ressurser som gjør det mulig for deltakere i sosiale praksiser å tolke og handle kompetent i nye situasjoner» (Säljö, 2001, s. 155). Resultatet av individets omgang med den sosiale omverdenen, og bruken av verktøyene som ligger i den, er individuell utvikling. Utviklingen skjer både på det intellektuelle plan i tillegg til at vi lærer måter å bruke de sosiokulturelle verktøyene på. Slik forbedres våre kommunikative evner (Säljö, 2001). Bedre kommunikasjon genererer igjen ny sosial og kulturell utvikling og den sosiokulturelle læringen fortsetter slik videre i en kontinuerlig sirkulær utviklingsprosess.

3.1 Det kommognitive rammeverket

Under den sosiokulturelle paraplyen finnes det flere perspektiver på læring og undervisning, blant annet teorier som baserer seg på *læring-som-deltakelse-metaforen* (Østerlie, 2011). Kommognitiv teori bygger videre på denne (Sfard, 2008). Forskning som plasserer seg under *læring-som-deltakelse*-paradigmet vektlegger særlig det sosiale aspektet ved læringsprosessen. I tradisjonell kognitiv forskning tolkes gjerne læring som at det lærende individet tilegner seg kunnskaper og ferdigheter som gjør det mulig å delta sammen med andre i et kunnskapsfellesskap. I følge deltakelsesmetaforen, som ligger til grunn for deltakelse-paradigmet, foregår individuell utvikling *gjennom* sosial interaksjon. Læring opptrer i kontekst av det sosiale fellesskapet, og først etter at læring har skjedd blir individet etterhvert istand til å bruke kunnskapen sin på egen hånd (Østerlie, 2011). Videre erstattes det statiske fenomenet *å ha kunnskap* med det *å kunne noe* (Sfard, 2014). Erfart læring blir dermed en handling som realiseres gjennom aktivitet.

Ifølge et tradisjonelt sosiokulturelt syn, må elever introduseres for kulturelle matematiske tankemåter dersom de skal kunne lære i faget. I lys av deltakelsesmetaforen er formålet med læring å bygge et fellesskap. I det kommognitive rammeverket er dette fellesskapet den matematiske diskursen. Dette er i kjernen av det kommognitive rammeverket som understreker nettopp det at elever lærer matematikkfaget gjennom å innlemmes i veletablerte, *sosialt og konvensjonelt skapte*, matematiske diskurser (Sfard, 2008). Læring vil si at den læreende blir deltaker i en diskurs og læringen både skapes og realiseres gjennom diskursiv deltakelse (Sfard, 2014).

3.1.1 Læring gjennom individualisering og objektifisering

Selve læringsprosessen til et individ foregår gjennom objektifisering. En dobbel prosess der ofte svært abstrakte handlinger generaliseres og nærmest oversettes til statiske objekter. Først ved at setninger om handlinger og prosesser erstattes av «propositions about states and objects» (Sfard, 2008, s. 44). Videre, når individet gradvis distanserer seg fra noe som allerede har blitt generalisert, kan prosessen, etter øving og erfaring, gjentas uten å tenke over det (Sfard, 2008). Læringsprosessen kan eksemplifiseres ved å tenke på et barn som lærer seg å telle. Fra å først telle som en rituell oppramsing av tallord i riktig rekkefølge, vil barnet etterhvert ende opp med å omtale tall som objekter og bruke dem i utsagn om mengder, som: «Five is bigger than three» (Sfard, 2008, s.47). Når barnet videre distanserer seg fra matematisk aktivitet tilknyttet spesifikke situasjoner, vil utsagnene tjene som fakta av mer generell karakter og vil gjelde uavhengig av kontekst. Fullstendig objektifisert, vil det første trinnet i aktiviteten ikke lenger være nødvendig å gjenta. Et barn som har gjort seg flere tallerfaringer vil ikke lenger trenge å telle seg frem til at «Five is bigger than three»

(Sfard, 2008, s. 47). Læringseffekten er at individets kommunikative forutsetninger effektiviseres og gjør videre læring og utvikling mulig. Resultatet av læring innenfor en emnediskurs kan observeres i form av endring individets deltakelse i diskursen (Sfard, 2008).

3.1.2 Kommognisjonsbegrepet

Ifølge Felton og Nathan (2009) tilbyr det kommognitive rammeverket en nyskapende ramme å rekonstruere våre tanker om begrepene kognisjon og kommunikasjon i. Rammeverkets bruk av begreper spiller en stor rolle i dette. Særlig fører introduksjonen av begrepet *kommognisjon* til nye måter å tenke rundt læring, kommunikasjon og tenkning i seg selv. Fundamentalt i rammeverket er idéen om at tenking er sentralt i alle kommunikative handlinger – og dermed også en kommunikativ handling i seg selv. Ifølge Sfard (2008, s. 81) er det å tenke i bunn og grunn: «..an individualized version of (interpersonal) communication». Intrapersonlige kognitive prosesser (tenking) og interpersonlig (mellommenneskelig) kommunikasjon er dermed ikke annet enn to ulike «manifestations of basically the same phenomenon» (Sfard, 2008., s.83). For å virkelig understreke dette har Sfard (2008) slått sammen begrepene til samlebegrepet *kommognisjon.* Begrepet favner både det som tradisjonelt sett relateres til kognisjon, i tillegg til det som vanligvis assosieres med mellommenneskelig interaksjon (Sfard, 2008). I denne studien er det hovedsaklig mellommenneskelig kommunikasjon som studeres. Interaksjonen vil omtales som kommunikasjon*,* men prinsippet om at den mellommenneskelige kommunikasjonen preges av individenes intrapersonlige kommunikasjon ligger likevel i bunn.

3.1.3 Matematiske diskurser

Kommunikasjon er i Sfards (2008) øyne, en aktivitet drevet av regler og rutiner som opptrer i gjentakende mønstre. Mønstrene varierer fra diskurs til diskurs fordi deltakerne baserer sine kommunikative handlinger på veletablerte «repertoires of options» innad i diskursene de kommuniserer i (Sfard, 2008, s.146). Videre defineres diskurser som «..different types of communication, and thus of commognition, that draw some individuals together while excluding some others..» (Sfard, 2008, s. 91). Som følge av dette blir all kommunikasjon sett på som diskursiv aktivitet. Når det gjelder reglene som styrer diskursene skilles det mellom objekt- og metaregler.[9]

9Oversatt fra *object-level rules* og *metadiscursive rules* (Sfard, 2008)

Matematikk er «.. a discourse about mathematical objects,..» (Sfard, 2008, s.129). Objekter forstås her som fenomenene man forsøker å beskrive, forklare og utvikle i diskursen, som tall og mengder eller funksjoner og andre operasjoner. Matematiske diskurser kjennetegnes blant annet ved hvordan de diskursive elementene: «word use, visual mediators, narratives, routines» (Sfard, 2008, s.133-134) brukes av deltakerne. I denne studien er *visuelle mediatorer* og *diskursive rutiner* de sentrale elementene. Analysen av diskursen I datamaterialet vil fokusere på dem. Alle former for kommunikasjon styres av diskursive regler. De styrer dermed også hvordan elementene brukes og behandles av deltakerne i de matematiske diskursene. For øvrig omtales deltakerne som matematister i det kommognitive universet. Det å drive med matematikk betegnes som å matematisere (Sfard, 2008). Begrepene vil brukes i tråd med dette videre i teksten.

Objektregler opptrer i matematiske diskurser i form av narrativer og spiller dermed en svært sentral rolle. «The overall goal of mathematizing is to produce narratives that can be endorsed, labeled as true and become known as «mathematical facts» (Sfard, 2008, s.223). Narrativbegrepet brukes her i en vid forstand og forstås som «any sequence of utterances..», det være seg beskrivelser av matematiske objekter, relasjoner mellom objekter eller aktiviteter «with or by objects» (Sfard, 2008, s.223). Matematiske narrativer kan med andre ord forklares som resultatene av matematiske aktiviteter. De kan produseres i øyeblikket, som når en likning løses av en skoleelev, eller være resultater av tidligere matematisering og brukes på ny senere som vedtatte matematiske sannheter av andre matematister, for eksempel tidligere beviste formler for å finne arealet av geometriske figurer. Objektregler skapes gjennom objektifisering av matematiske objekter. Matematikkens metaregler på sin side, styrer hvordan reglene på objektnivå formuleres og brukes i diskursen. Eksempler på metaregler i matematiske diskurser er normene for hva som ansees som et korrekt bevis eller hvordan det forventes at et bevis skal presenteres. Kort forklart så skiller regeltypene seg fra hverandre ved at objektregler omhandler hvordan matematiske objekter fungerer, mens metareglene beskriver regularitetene i hvordan matematistene forholder seg til objektene i ulike situasjoner. Et vesentlig poeng er ifølge Sfard (2008) at hvilket diskursive nivå en regel opptrer på er et relativt spørsmål. Matematiske diskurser er dynamiske konstruksjoner som vokser og utvikler seg blant annet ved at nye metadiskurser springer ut fra etablerte diskurser. Dette kalles vertikal utvikling (Sfard, 2012) og gjennom det vil «.., what counts as a metarule will give rise to an object-level rule as soon as the present metadiscourse turns into a full-fledged part of the mathematics itself» (Sfard, 2008, s.201-202). For eksempel vil en metaregel i aritmetikken fungere som en regel på objektnivå i algebra. Diskurser kan også utvide seg horisontalt ved at diskurser som har operert separat ved siden av hverandre slås sammen (Sfard, 2012). Et eksempel er emnene prosent, brøk og desimaltall. De kan legges til elevenes diskurser uten at de nødvendigvis settes sammen til en helhetlig, sammenhengende diskurs. I begge tilfeller foregår diskursive utviklinger, både ved sammenslåing av diskurser på samme nivå og vertikal utvikling oppover gjennom av metareglene i diskursen endres (Sfard, 2008).

De ulike diskursene som oppstår i klasserommet, fører med seg hver sine sett av regler som elevene må følge for å delta i matematikkundervisningen. I mange tilfeller vil det bety nye måter å bruke de fire diskursive elementene på. Et eksempel er hvordan symbolbruken i diskursen for hele tall skiller seg fra brøkdiskursen, som det ble pekt på innledningsvis i studien. Videre vil det også innenfor et og samme emne være variasjoner i diskursen alt etter hvilke matematiske objekter som er i fokus og hvilke metoder (rutiner) som brukes i matematiseringen. Ved innføringen av hvert nye emne kan elevene derfor betraktes som nykommere i en ny diskurs. I kraft av sin rolle opptrer læreren som den erfarne deltakeren, eller *old-timeren,* som tar på seg oppgaven å hjelpe elevene fra å være perifere nykommere til å bli mer sentrale deltakere i diskursen (Sfard, 2008).

Visuelle mediatorer

For at kommunikasjon skal foregå effektivt og smidig så benytter matematister seg av kommunikative mediatorer. De er uttrykk for eller representasjoner av matematiske objekter og kan være auditive, visuelle eller taktile (Sfard, 2008). I matematiske diskurser er særlig de visuelle mediatorene sentrale. De er «..visual objects that are operated upon as part of the process of communication..» (2008, s.134), finnes i flere former og kan representeres i form av ord, symboler, ikoner, konkreter eller gester (Sfard, 2008). Som nevnt innledningsvis i teksten kjennetegnes matematiske diskurser av at objektene man kommuniserer om ofte ikke er konkrete. Likevel er matematisk kommunikasjon i stor grad er avhengig av det vi ser. Ifølge Sfard (2008) er visuelle uttrykksformer særlig viktige fordi de tilbyr matematistene visuelle bilder av abstrakte objekter. Slik bidrar de til å koordinere kommunikasjonen i diskursen fordi matematistenes ytringer kan referere til noe visuelt. Et og samme uttrykk kan representeres på ulike måter gjennom forskjellige typer media. Hvert medium og hver type mediator har sin egen diskurs som matematisten må beherske dersom de skal fungere som nytteverktøy. I noen tilfeller kan mediering via en mediator være nødvendig for at matematisten skal få tak på matematikken som representeres av en annen mediator.

Matematiske symboler er bare delvis er støttet av «visual means» (Sfard, 2008, s.156) og har lite visuell likhet til objektene de representerer. Symbolske uttrykk er også ofte svært kompakte fordi de er ment for å fungere som «..shortcuts for verbal expressions» (Sfard, 2008, s.159). Derfor kan de kreve mer mediering enn (og av) andre representasjoner som i større grad støtter seg på det rent visuelle. Her løftes gester frem som særskilt gode mediatorer, som kan være «..crucial to the effectiveness of mathematical communication» (Sfard, 2009, s.7). Sammenlignet med symboler er gester enkle for en nykommer å ta i bruk fordi de ikke reguleres like mye av metaregler spesifikke for diskursen.

Matematiske rutiner

Matematiske rutiner defineres som «a set of metarules that describe a repetitive discursive action» (Sfard, 2008, s.208) og er en betegnelse for aktivitetene der matematiske objekter behandles. Ifølge Sfard (2008) er dette i bunn og grunn det vi gjør når vi matematiserer. Det er gjennom rutiner at matematikk objektifiseres slik at narrativer produseres, vedtas og anerkjennes som matematiske fakta.

Rutiner i matematikken kjennetegnes ved at de ofte ikke resulterer i håndgripelige endringer i fysiske miljøer, men endring i eller produksjon av nye matematiske narrativer. Rutiner som dette kalles matematiske utforskninger[10] (Sfard, 2008) og består ofte av kombinasjoner av metoder. For eksempel når et regnefakta produseres gjennom at matematisten utfører en rekke regneoperasjoner etter hverandre. Matematiske handlinger *kan* også resultere i fysiske endringer av objekter og kalles da *deeds*[11]. Et eksempel er handel med penger. En tredje type matematisk aktivitet er matematiske ritualer[12] (Sfard, 2008). De omhandler også ikkematerielle objekter, men skiller seg fra de utforskende rutinene ved graden av restriktivitet på metareglene som styrer dem. Et matematisk rituale gjennomføres på spesifikke måter og en korrekt utførelse av dem fra start til slutt er ofte selve målet, i stedet for narrativet aktiviteten resulterer i. I undervisningssammenheng forekommer ritualer oftest i innlæringen av en ny rutine (Sfard, 2008).

Metareglene som styrer og utgjør matematiske rutiner, i alle former, kan deles inn i to

10 Oversatt fra explorations. Oversettelsen er inspirert av Opsal (2013).
11 Begrepet er ikke sentralt i teksten og omtales på originalspråket grunnet mangel på tilfredsstillende norsk oversettelse.
12 Oversatt direkte fra *rituals* (Sfard, 2008).

hovedgrupper. *The how of a routine* styrer kursen i de «the patterned discursive performance» og realiseres gjennom rutinen i «course of action». Regler som omhandler *the when of a routine* styrer hvilke situasjoner ulike rutiner skal tas, når de skal settes i gang, samt hva som teller som en fullført rutine (Sfard, 2008, s.221).

3.1.4 Hvordan legge til rette for individuell objektifisering?

Intensjonen med matematikkundervisning i skolen er at den skal resultere i læring for elevene som deltar i den. Med andre ord er hensikten å endre elevenes individuelle diskurser. Dette er ingen enkel oppgave. Først og fremst er det høyst usannsynlig at en enkelt matematist alene skal gjenskape historisk utviklede rutiner av seg selv (Sfard, 2008). Matematikkens metaregler er utviklet over lang tid og individualisering av matematiske objekter og metareglene som styrer bruken av dem vil skje gjennom at individet engasjerer seg i en diskurs der disse reglene allerede råder. Dette krever interaksjon med andre matematister og elevers første forsøk på å individualisere nye diskursive rutiner vil oftere resultere i en form for rituale enn i en genuin matematisk utforskning (Sfard, 2008). Det rituelle stadiet kan være kort, nesten ikke merkbart, eller strekke over lang tid «perhaps even forever» (Sfard, 2008, s.253). Innbakt i prosessen finnes et overgangsstadie der eleven enda ikke har objektifisert matematikken i rutinen fullstendig. Overgangsfasen korresponderer med deltakernes individualiseringsperioder og kan identifiseres ved at den lærende mestrer å delta i den kollektive implementasjonen av rutinen, men enda ikke er kapabel nok til å gjennomføre den på egen hånd (Sfard, 2008). Elever i denne fasen vil ofte oppleve rutinene som isolerte enheter uten sammenheng og relasjon til hverandre (Sfard, 2008). Dette forstås her som at for å legge til rette for konstruktiv endring i elevens diskurs, bør matematiske sammenhenger og relasjoner mellom matematiske objekter og rutiner vektlegges i undervisningen. Ifølge Sfard (2008) kan slik sammenheng skapes gjennom blant annet å basere introduksjonen av nye diskurser på elevenes kunnskaper om andre diskurser fordi det er «certainly more effective than trying to build the new discourse from scratch» (Sfard, 2008, s.254). Å plassere rutiner i andre kontekster kan bidra til å deritualisere rutiner som har allerede utviklet seg til å bli ritualer for elevene. I overgangsfasen er det «the *when* (of a routine, egen anm.) [is] exactly the aspect of routines that remains underdeveloped» (Sfard, 2008, s. 254). Med andre ord er elever på overgangssstadiet ofte fortrolige med rutinens *hvordan* og kan derfor gjennomføre en matematisk rutine på en tilstrekkelig måte, så lenge de settes igang av andre.

3.1.5 Studiens kommognitive rammeverk oppsummert

Som det har blitt løftet frem så langt i kapitlet så matematiserer vi ideelt sett for å produsere narrativer (Sfard, 2008). Derfor kan man si at målet med matematikkundervisning i skolen er å invitere elever inn i diskurser som oppmuntrer til å engasjere seg i matematikk med det som formål, i motsetning til å gjennomføre rutiner på rituelle måter. Dette samsvarer med holdningene som kommuniseres i malawiske styringsdokumenter for 7. trinn, der hovedformålet med matematikkfaget er: «Numeracy and mathematics aims at developing learners´critical awareness of how mathematical relationships are used in social, environmental, cultural and economic context. [...] the learners will be able to [...] apply mathematics for solving practical problems in daily life» (Ministry of Education, 2005, s. 96-97).

Fra et sosiokulturelt ståsted skjer individuell læring gjennom interaksjon med andre. Ifølge Sfard (2008) foregår det gjennom individualisering av diskurser. Undervisningens oppgave blir dermed å legge til rette for endringer i elevers individuelle diskurser. Dette kan kreve omfattende endringer i hvilke metaregler som styrer diskursen og en slik endring kan bare realiseres gjennom interaksjon med andre og *mediering* (Sfard, 2008). Dette er i kjernen av denne studien. Klasseromsdiskursen i datamaterialet vil analyseres og diskuteres med med hensyn på undervisningens potensiale for å legge til rette for objektifisering av de matematiske objektene i brøkdiskursen.

Blant annet spiller visuelle mediatorer en stor rolle i objektifiseringsprosessen (Sfard, 2008). Dessuten, dersom individualisering og utvikling foregår gjennom mediering, så er det, fra et matematikkdidaktisk standpunkt, like fullt et vesentlig spørsmål om *hva som kjennetegner effektiv mediering.* Studien vil derfor undersøke hvordan ressursene som brukes i undervisningen fungerer sammen og medierer matematikken i diskursen. Det multimodale perspektivet som gjør det mulig å belyse dette, vil utdypes i neste delkapittel.

3.2 Semiotisk-kulturell læringsteori: Et multimodalt perspektiv på matematiske diskurser

I tråd med det kommognitive rammeverket beskriver semiotisk-kulturelle teorier læring som en objektifiseringsprosess, men i en annen begrepsteoretisk innpakning. En sentral bidragsyter til multimodale læringsteorier er den Canadabaserte forskeren Luis Radford, som er prisbelønt for sin utvikling av sine semiotisk-kulturelle læringsteorier (International Commision on Mathematical Instruction, 2011).

3.2.1 Semiotiske læringsverktøy

Ifølge Radford et al. (2009) innebærer et multimodalt perspektiv på læring en bevissthet rundt hvordan ulike ressurser, eller *modaliteter* er integrerte deler av menneskets kognintive prosesser. Tenking kan derfor ikke reduseres til uhåndgripelige ideer, som foregår ene og alene i hodet. Istedet består tanker av språk og kroppsspråk. Tenking medieres gjennom tale, gester og bruk av kulturelle artefakter, som symboler og modeller. *Matematisk* tenking foregår gjennom en *sofistikert semiotisk koordinering* av disse verktøyene (Radford, 2009). Videre understreker Radford (2009, s. 124) at å drive matematikk består av mer enn individuell omgang med semiotiske ressurser. Matematisk mening er kulturelt gitt og «..hence beyond the realm of perceptual things,..». Ifølge Radford (2006, s. 113) består læring hverken av å konstruere eller rekonstruere kunnskap, derimot «It is a matter of endowing the conceptual objects that the student finds in his/her culture with meaning». Denne prosessen kalles objektifisering og involverer bruk av kulturelle artefakter som elevene må få muligheten til å bli fortrolige med for å bruke dem i faget. Dette læres gjennom sosial interaksjon (Radford, 2009). I skolesammenheng er klasserommet en arena for det.

Som Sfard (2008) også poengterer, handler matematikk ofte om generelle og abstrakte fenomener som ikke alltid kan representeres i fysisk form. I prosessen med å inkludere elevene i matematikkfaget brukes et mangfold av semiotiske ressurser. Disse kan bestå av verbalt språk, både i muntlig eller skriftlig form, tegninger, gester og annet kroppsspråk i tillegg til fysiske og elektroniske artefakter (Radford et al., 2009). Ressursene brukes som *semiotiske læringsverktøy*[13] i objektifiseringsprosessen og er essensielle for at elevene skal kunne få tak på matematikkens ideer. «In fact, they help to bridge the gap between the worldly experience and the more formal mathematics» (Arzarello et al., 2009, s.98). De semiotiske ressursene kan produseres og benyttes av en enkelt matematist, men kan også brukes som verktøy i kommunikasjonen mellom matematister (Arzarello et al., 2009). Med begrepene *tegn* eller *semiotiske ressurser* menes her «anything that

13Oversatt fra *semiotic means of objectification* (Radford, 2006).

«stands to somebody for something in some respect or capacity»» (Arzarello et al., 2009, s.98).

3.2.2 Semiotiske bunter: Et multimodalt analyseverktøy

Semiotiske læringsverktøy fungerer i samspill med hverandre og utgjør ulike modaliteter i diskursen (Arzarello et al., 2009). Ut fra dette kan matematiske diskurser i klasserommet beskrives som «.. a collaborative semiotic activity mediated by the simultaneous use of a variety of semiotic systems» (Bjuland, Cestari & Borgersen, 2008, s. 273). Med andre ord opptrer ulike semiotiske systemer *samtidig* i klasserommet. En analyse av en enkelt semiotisk ressurs isolert sett, som for eksempel gester, har et svært begrenset kognitivt omfang. Fordi semiotiske ressurser bare kan forstås i lys av den sosiale konteksten de opptrer i, bør ressursene studeres med et helhetlig blikk på det diskursive systemet de inngår i (Radford, 2009). Med hensikt på dette introduserer Arzarello et al. (2009) *den semiotiske bunten* som betegnelse på mengden av alle tegnene som produseres i en matematisk diskurs, enten av enkeltmatematister alene eller gjennom samarbeid (Bjuland, 2012). I sin studie av en gruppe elever som samarbeidet fant Arzarello et al. (2009, s. 102) at de ulike komponentene i bunten, gester, inskripsjoner og ytringer, var aktive på samme tid, «intertwined with each other», og ble delt av elevene i gruppen. Elevene var til tider så på bølgelengde med hverandre at de kunne fullføre hverandres setninger. Den semiotiske bunten (selve diskursen) *deles* altså av matematistene som samhandler med hverandre og Arzarello et al. (2009) presiserer at det bare er i analyseøyemed at man skiller matematistenes bunter fra hverandre. Tegnene i bunten kan forholde seg til hverandre på ulike måter. Ofte produseres de på samme tid, som når gester og tale genereres simultant. I andre tilfeller vil tegn som er produsert på ulike tidspunkt, brukes samtidig, alt etter hvilke matematiske aktiviteter matematistene foretar seg. I lys av semiotiske bunter kan matematiske diskurser beskrives som dynamiske og sosiale systemer. Dette samsvarer med kommognitive betraktninger om at matematiske diskurser er i konstant utvikling og endrer seg i takt med at matematistene endrer sin måte å delta i dem (Sfard, 2008). Den semiotiske bunten kan være et hensiktsmessig analyseverktøy fordi den gjør det mulig å få frem dette dynamiske aspektet, i tillegg til at den legger til rette for å studere hvordan matematikk medieres på en helhetlig måte som inkluderer semiotiske ressurser i alle former.

3.2.3 Gester som semiotiske ressurser

Gester er en semiotisk ressurs som klasseromsforskning med fordel kan sette søkelyset på. Dette fordi de har særskilte fordeler som gjør dem til potensielt viktige visuelle mediatorer (Sfard, 2008). Gester utgjør en vesentlig modalitet i matematiske diskurser fordi de både kan bidra til å mediere andre semiotiske ressurser, i tillegg til å mediere matematikken i seg selv. De «..may serve as an important bridge between private, internal imagery [...], and the formal, symbolic expression of mathematical ideas». (Edwards, 2010, s.2). Fordi gester er sentrale i de semiotiske buntene i denne studiens empiriske datamateriale vil gesters ulike former og funksjoner utdypes her.

Begrepsavgrensning

Store Norske Leksikon definerer det å gestikulere som å gjøre «håndbevegelser eller fakter (gester) for å uttrykke tanker og følelser» (Gundersen, 2009). I vid forstand kan begrepet inkludere alt fra spontane bevegelser som oppstår i sammenheng med tale, til regelmessig bruk av tegn satt i systemer, som for eksempel tegnspråksystem for hørselshemmede (Roth, 2001). Edwards (2010) velger i sin studie å fokusere på spontane gester og undersøker hvilke måter de brukes i kommunikasjonen av matematiske ideer. Denne typen gester kalles også *nonconventional gestures,* og i begrepet ligger gestikuleringer som *følger* eller *følges av* verbale ytringer og som sammen utgjør «..an integrated whole» (Roth, 2001, s. 370). I tråd med Roth (2001) og Edwards (2010) vil denne studien avgrense bruken av begrepet til gester som «..limits itself to the study of hand and arm movements that are interpreted by others as part of what a person says» (Roth, 2001, s. 369). Siden studien er opptatt av matematisk læring avgrenses fokuset ytterligere til å gjelde gester som ser ut til å være meningsbærende i matematisk sammenheng.

I boken *Hand and Mind: What gestures reveal about thought,* definerer McNeill (1992, s.11) gester som: «movements of the arms and hands... closely synchronized with the flow of speech» og skiller mellom fire kategorier: ikoniske, metaforiske, deiktiske og understrekende gester (*beat gestures*). I denne studien ble deiktiske, ikoniske og understrekende gester identifisert i datamaterialet. Det er derfor disse tre kategoriene som vil bli beskrevet her. Hvordan de forstås og brukes i analysen, forklares videre i metodekapitlet.

Å identifisere gester: Et dimensjonalt perspektiv

McNeill (1992, s. 162) understreker at «a gesture category is formulated only in coordination with the speech content». Kategoriene bærer derfor ikke mening i seg selv om ikke gester analyseres sammen med språk i bruk. I senere år har McNeill (2005) utviklet den tydelige kategoriseringen av gester og gått over til å beskrive *dimensjoner* av ikonitet, deiksis, metaforisme og «temporal highlighting[14]» (2005, s.42). Et viktig poeng er at dimensjonene betraktes som ikke-ekskluderende (Radford et al. 2009). Dette fordi gester er komplekse og sammensatte konstruksjoner. Enhver gest kan inneholde aspekter fra mer enn en kategori (McNeill, 2005). Gester forstås slik som dynamiske konstruksjoner og kan derfor ikke plasseres i statiske kategorier. En gest har ikke nødvendigvis samme funksjon hver gang den gjentas, til tross for at bevegelsene som utgjør den visuelt ser like ut. De bør derfor bare tolkes *i kontekst* av interaksjon og i lys av diskursen de opptrer i. Selv om McNeills kategorier (1992; 2005) langt fra er absolutte, vil noen gester likevel være tydelig preget av den ene eller andre dimensjonen. Videre, når det kommer til å analysere gester, så understreker McNeill (2005) at det er det semantiske innholdet i gestene som er viktig, ikke hvilken kategori de plasseres i. I tråd med tidligere multimodale studier[15] vil McNeills (1992) originale kategorikvartett[16] fungere som en teoretisk grunnmur når gester beskrives i denne studien. De forstås ikke som absolutte båser, men vil brukes for å beskrive og identifisere ulike trekk ved de observerte gestene ut fra hvilke dimensjoner som ser ut til å være mest fremtredende.

Gester i matematiske klasseromsdiskurser

I følge Radford et al. (2009) kan alle dimensjonene i kategorikvartetten være essensielle ressurser i matematisk tenking og kommunikasjon. Det kan imidlertid se ut til at selve inndelingen av kategoriene kan se noe annerledes ut når gester beskrives i lys av i matematiske diskurser. Ifølge Arzarello og Edwards (2005) bør den originale klassifiseringen modifiseres til bruk i matematiske klasseromsdiskurser fordi matematiske diskurser skiller seg fra de narrative diskursene som ligger til grunn for de originale kategoriene. På bakgrunn av en studie av gesters rolle i brøkdiskursen utviklet Edwards (2006) en utvidelse, eller presisering, av den ikoniske kategorien. Den originale kategorikvartetten vil her suppleres med Edwards (2006) modifikasjoner av den. Den ikoniske dimensjonen deles inn i undergruppene *ikonisk-fysiske* og *ikonisk-symbolske* gester (Edwards,

14Knyttes til understrekende gester

15Bla.a. Radford et al, (2009); Roth, (2000; 2001); Bjuland et al. (2008); Bjuland (2012); Edwards (2006; 2010).

16*«The Iconic-Metapforic-Deictic-Beat Quartet»* (McNeill, 2005, s.39)

2006).

Deiktiske gester beskrives som en relativt selvforklarende kategori av McNeill (1992) og kan gjenkjennes som pekebevegelser. Deiktiske gester utføres gjerne for å fremheve spesifikke objekter, nærmere bestemt: «the topic of the speaker's communication» (Roth, 2000, s. 1685) Når deiktiske gester viser til objekter og hendelser i den materielle verdenen kalles de *konkret peking.* I kommunikasjon uten noe konkret å vise til fungerer de som *abstrakt peking.* Sistnevnte er den formen for deiktiske gester som brukes hyppigst i dagligdagse samtaler (McNeill, 1992). I matematiske diskurser er visuelle mediatorer, særlig symboler, svært sentrale. Symboler er visuelle representasjoner av de abstrakte objektene i diskursen (Sfard, 2008) og blir derfor visuelt tilgjengelige ressurser som det kan pekes til i kommunikasjonen. Det kan derfor tenkes at det er konkret peking som brukes mest i matematisk sammenheng.

Understrekende gester kan sammenlignes med den rytmiske funksjonen til en orkesterdirigents dirigentstav: "Beats are named so because they look like beating musical time" (McNeill, 1992, s. 15). Til tross for at de er små bevegelser som varer over kort utstrekning i tid, kan understrekende gester være svært betydelige kommunikative handlinger. "The semiotic value of a beat lies in the fact that it indexes the word or phrase it accompanies as being significant, not for its own semantic content, but for its discourse-pragmatic content" (McNeill, 1992, s.15). Gjennom å bruke understrekende gester kan hendelser på metanivå settes direkte inn i diskursen fordi de signaliserer at det som omtales «departs from the narrated chain of events" (McNeill, 1992, s.15). Slike vekslinger frem og tilbake mellom diskursive nivåer er ofte korte, de kan være over i et og samme ord og forekommer gjerne i situasjoner der nye temaer introduseres, eller når handlinger oppsummeres (McNeill, 1992).

Ikoniske gester har "a close formal relationship to the semantic content of speech" (McNeill, 1992, s. 12) og skildrer abstrakte objekter på måter som det kan være problematisk å uttrykke med ord (Roth, 2000). Underkategoriene ikonisk-fysiske og ikonisk-symbolske betegner gester som henholdsvis relaterer seg til konkrete objekter og fysiske prosesser eller til symbolske representasjoner av objekter og prosesser (Edwards, 2006). Ikonisk-fysiske gester kan sammenlignes med den originale definisjonen på ikoniske gester fordi de refererer til det konkrete og fysiske gjennom visuell imitasjon (McNeill, 1992). Ikonisk-symbolske gester refererer *ikonisk* til en visuell representasjon i stedet for å referere billedlig til et abstrakt objekt. De er «..gestures re-enacted the physical process of writing out a mathematical procedure, or referred to visual locations and elements of mathematical symbols» (Edwards, 2009, s.139). De er ikoniske på sett og vis fordi de refererer til konkrete artefakter, handlinger eller hendelser (som for eksempel en prosedyre for skriftliggjøring av en algoritme), men betegnes altså også som symbolske fordi de relaterer til symbolske representasjoner. I matematisk sammenheng kan de ta form som *algorithms in the air* (Edwars, 2008): imitasjoner av skriftlige algoritmer.

Gester som semiotiske læringsverktøy for nykommere i matematiske klasseromsdiskurser

Elevers møter med nye matematiske emnediskurser innebærer ny bruk av symboler, rutiner og ord. For eksempel når nytt faglig innhold presenteres for første gang eller elevene får møte kjent innhold gjennom nye perspektiver. Ifølge Roth (2000) kan det da oppstå utfordringer for elever knyttet til å delta verbalt i klasseromsdiskursen. En observasjonsstudie av vitenskapsmenn i samarbeid i et laboratorium viste at kommunikasjonen mellom dem kom «to a grinding halt» i mangel på tilgjengelige visuelle representasjoner å basere kommunikasjonen på (Roth, 2000, s. 1686). Bruk av håndbevegelser i luften forekom ofte i laboratoriet. Dette indikerer at gestikulering kan spille en vesentlig rolle i diskurser som omhandler abstrakte og generelle fenomener. Roth (2000) foreslår at i undervisningssammenheng gjelder dette særlig når elever lærer nye språk eller møter nye diskurser. En videoanalyse av elever på videregående trinns samarbeid om et nytt emne i fysikkfaget så ut til å samsvare med denne hypotesen. Til tross for at de manglet terminologi å uttrykke seg verbalt med, kunne elevene ved bruk av gester kommunisere med hverandre om de vitenskapelige fenomenene (Roth, 2000). «The presence of visual artifacts and the availability of gestures enable students to communicate even prior to their initiation in standard physics discourse» (Roth, 2001, s. 365). Fysikkdiskursen kan sammenlignes med matematiske diskurser fordi matematiske objekter svært ofte vil være generelle tankekonstruksjoner. Kommunikasjon om brøk vil svært ofte egentlig referere til representasjonene av dem og ikke brøkobjektene i seg selv (Sfard, 2008), noe som gjør kommunikasjonen svært abstrakt. Det kan derfor også tenkes at elevenes gester utvikles i før verbale ferdigheter i møte med brøkdiskursen, særlig når diskursen inneholder elementer som er nye for elevene «..as student's familiarity with a domain increases, scientific talk takes on greater importance and gestures begin to coincide with the talk» (Roth, 2000, s.1683). Det motsatte av en abstrakt diskurs vil være en diskurs som preges av en kommunikasjon med nærhet til objektene det kommuniseres om. Med sine billedlige egenskaper kan gester tilby et medium som «..the development of scientific discource kan piggyback» (Roth, 2001, s. 378).

En studie av hvordan et utvalg barn og voksne tolket videopptak av elevers strategiforklaringer indikerte at gester ble tolket *aktivt* av deltakerne for å skape mening ut av elevenes forklaringer (Roth, 2001). Dette så ut til å være nokså intuitivt. Det antas derfor at selv personer uten noe særlig trening i det, er i stand til å gjøre tilfredsstillende og passende tolkninger av andres gester dersom de studeres i sammenheng med verbale ytringer. Siden studien også involverte barn kan dette tolkes videre som at også skoleelever er i stand til å skape mening ut av lærerens gester og at gester derfor kan være nyttige for kommunikasjon og læring i klasseromsdiskursen. Sett fra et multimodalt perspektiv der man anser kommunikasjon som mer enn bare ord og skriftlige uttrykk, bør elever defor være oppmerksomme på lærerens gester, sammen med de andre semiotiske ressursene i diskursen, for at de skal kunne få tilgang til all informasjonen i undervisningen.

Oppsummert kan gester være hensiktsmessige mediatorer og nyttige læringsverktøy i matematiske diskurser. De «..may serve as an important bridge between private, internal imagery (which can be difficult to express in words), and the formal, symbolic expression of mathematical ideas» (Edwards, 2010, s.2).

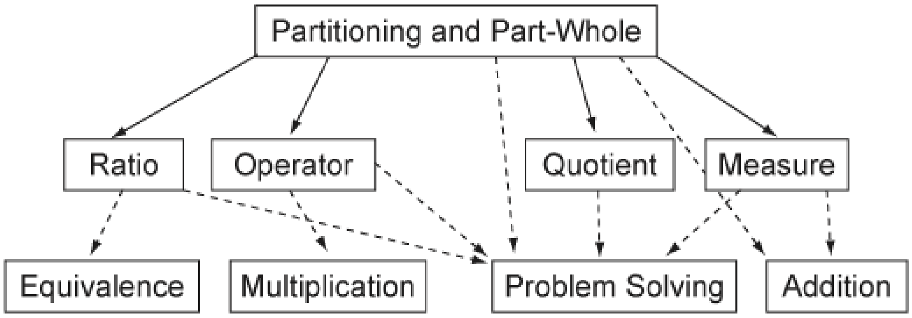
3.3 Brøkdiskursen

De fleste barn møter først matematikk gjennom erfaringer med naturlige tall. Gjennom skoleløpet utvides talldiskursen gjentatte ganger. For hver utvidelse blir diskursen mer abstrakt eller kompleks fordi flere elementer legges til. Dette gjelder gjerne først når diskursen for naturlige tall utvides til å inkludere negative tall. I møtet med brøk møter elever på ny et tallbegrep som skiller seg fra det de er vant med fra før (Birkeland, Breiteig & Venheim, 2005). Brøkdiskursen kan sees på som en horisontal utvidelse av heltallsdiskursen som i tillegg inkluderer alle rasjonale tall (Sfard, 2012). Selv om den ikke befinner seg på et høyere metanivå, fører den med seg nye elementer som elevene må mestre for å delta i den (Sfard, 2008). Både symbolenes betydning og regnerutinene skiller seg fra heltallsdiskursen. Som nevnt innledningsvis i studien, er dette elementer som er kjent for å by på utfordringer og Birkeland et al. (2005) mener at en av kildene til disse utfordringene er at brøk kan tolkes forskjellig, avhengig av matematisk sammenheng. Først og fremst gjør det brøk til et *relativt* matematisk objekt. De ulike tolkningene kan, som pekt på i innledningen til studien, både uttrykke relative *og* ikke-relative tallstørrelser. Det er dermed et relativt faktum i seg selv om brøk representerer et relativt objekt eller ikke. Videre betraktes brøk som et emne det er viktig for elever å mestre, fordi evnen til å «deal effectively with these concepts vastly improves one's ability to understand and handle situations and problems in the real world» (Behr et al., 1983, s.91). Ifølge Behr et al. (1983) kan flere vanlige problemområder i grunnskolematematikken relateres til elevers utfordringer med brøk. *The Rational Number Project* var et større forskningssamarbeid mellom flere amerikanske universiteter i perioden 1979-1983, som satte brøk på agendaen. Behr et al. (1983) stilte seg undrende til hvorfor amerikanske elever presterte så lavt i brøkregning. I sin undersøkelse fant de at prestasjonene kunne spores til hvordan læreplanen la opp undervisningen i emnet: «the generally poor performance may be a direct result of [this] curricular emphasis on procedures rather than the careful development of important functional understandings» (Behr et al.,e 1983, s. 91). I etterkant har det matematikkdidaktiske forskningsfeltet produsert et mangfold av studier på elevers utfordringer med brøkemnet, deriblant på brøkregning.

3.3.1 Brøk som del av et hele

Flere studier av brøklæring har fokusert på brøkobjektets flerdimensjonale egenskaper. «To date there is consensus among researchers that one of the predominant factors contributing to the complexities of teaching and learning fractions lies in the fact that fractions comprise a multifaceted construct» (Charalambos & Pitta-Pantazi, 2005, s. 233). Behr et al. (1983) utviklet i sin tid en modell som illustrerer og beskriver denne kompleksiteten. Modellen synliggjør fem forskjellige tolkninger av brøk og viser relasjoner og sammenhenger mellom disse, samt mellom regneoperasjoner knyttet til dem (Figur 3.1). Empirisk bekreftede koplinger markeres med heltrukne linjer. De stiplede linjene illustrerer de relasjonene antatt at fantes mellom aspektene. Som modellen viser er *del-helhetstolkningen* (bestående av brøk som *del av et hele* og *oppdelingsprosessen*)[17] fundamentalt for samtlige tolkninger, representasjoner og regneoperasjoner elever møter gjennom skoleløpet. Tolkningen av brøk som *del av et hele* er derfor essensielt i generering av språk- og symbolbruk knyttet til brøkemnet (Behr et al, 1983).

17Oversatt. Tilsvarer henholdsvis: *Part-whole* og *partitioning* i modellen.



Figur 3.1: Brøk som flerdimensjonalt objekt (Behr et al. 1983).[18]

I nyere tid har modellen vært gjenstand for prøving. Charalambos og Pitta-Pantazi (2005) foretok en empirisk test som blant annet bekreftet den originale studien i at del-helhetstolkningen var fundamental og stod sentralt i relasjonen mellom de ulike aspektene og regneoperasjoner på brøk. Ifølge Cramer, Monson, Whitney, Leavitt og Wyberg (2010) bør elevers tolkninger av brøk utvides. De påpeker at del-helhetsaspektet kan være avgjørende for hvordan elever mestrer de ulike tolkningene og bør dermed vektlegges, særlig i forbindelse med brøkregning (Cramer et al., 2010). På grunn av den sentrale rollen vil denne studien hovedsaklig fokusere på brøk som en del av et hele. I tillegg, har også *brøk som en kvotient* relevans for studien fordi divisjon med brøk spiller en vesentlig rolle i det empiriske datamaterialet. Når brøk tolkes som en kvotient defineres ikke brøken av helheten som skal deles, men av hvor mange enheter helheten skal deles i (Birkeland et al., 2005). Brøk som kvotient blir sett på som en komplisert tolkning som har vist seg å være abstrakt og vanskelig å få tak på for elever (Birkeland et al., 2005, Nampanda, 2004).

3.3.2 Representasjoner av brøk som del av et hele

Hvordan brøk representeres i undervisningen kan påvirke i hvilken grad elever mestrer å delta i diskursen. Både visuelle og fysiske representasjoner er nyttige læringsverktøy som kan supplere det verbale og symbolske språket (Behr et al., 1984). Videre er varierte representasjoner et poeng i seg selv. «..the ability to make translations among and within modes of representation is what makes ideas meaningful to learners» (Behr et al., 1984, s.325).

I følge Edwards (2010) kan representasjoner av brøk *som en del av et hele* deles i tre undergrupper, *Det hele* kan være et sammenhengende areal (som en sirkel eller et rektangel), en mengde diskrete

18Hentet fra http://www.cehd.umn.edu/ci/rationalnumberproject/83_1.html objekter eller en lengde/ distanse. Sistnevnte kan både tolkes som en konkret fysisk distanse eller i metaforisk forstand, som «lengden» av en arbeidsdag (Edwards, 2010). De to førstnevnte tilsvarer to representasjonsformer som ifølge Solem et al. (2010) er svært vanlige i begynneropplæringen: Brøk som *del av en hel:* Modeller der en hel figur oppdelt i like deler, og brøk som *del av en mengde,* der modellen illustrerer en mengde bestående av flere enheter. Dette samsvarer med innholdet i malawiske læreverk. Der er begge disse typene representert (Chimarilo et al., 2007b). Som en siste representasjonsform nevner Solem et al. (2010) *brøk som et tall på tallinjen.* Brøk representeres da av en tallstørrelse som plasseres etter størrelse mellom andre tall på linjen. Sistnevnte kan relateres til brøk som en *konstant tallstørrelse* (measure) i modellen til Behr et al. (1983) og er derfor gjerne mest relevant i tilknytning til addisjon og subtraksjon (Figur 3.1).

3.3.3 Brøkregning og bruk av visuelle modeller

En studie av Petit et al. (2010, s. 5), fant at ensidig bruk av brøkrepresentasjoner ikke var gunstig for elevenes læring av brøkregning. «students' learning of skills, concepts, and principles are assisted through the instructional use of manipulatives as well as pictorial models that vary in their features». Videre hevder de at det å ta i bruk visuelle modeller i matematikken er en iterativ prosess Elever som ikke lenger behøver å ty til visuelle modeller når de arbeider med kjente brøkrelaterte oppgaver, kan likevel ha nytte av modeller i møte med nye delemner innenfor brøk. Dette gjelder ofte for elever på mellomtrinnet i forbindelse med introduksjonen av multiplikasjon og divisjon av brøk (Petit et al, 2010). Dette støttes av funn fra en studie av Charalambos & Pitta-Pantazi (2005, s. 239): «..instead of rushing to provide students with different algorithms to execute operations on fractions.., teachers should place more emphasis on the conceptual understanding of fractions». Cramer, Wyberg og Leavitt (2008) fant i sin studie at særlig sirkelmodeller, der brøk representeres som *del av en hel* (Solem et al., 2010) var en hensiktsmessig mediator av addisjon og subtraksjon. Modellen støttet elevene som deltok i studien i å vurdere om svarene på et utvalg regneoppgaver var rimelige eller ikke. Sirkelmodellen viste seg også å fremheve nødvendigheten av å operere med felles nevner i addisjon og subtraksjon av brøk (Cramer et al., 2008). I en studie av elever på 6. trinn frant Cramer, Monson, Whitney og Leavitt (2010) at modeller basert på del-helhetstolkningen også la til rette for konstruktiv objektifisering av divisjon med brøk. Studien konkluderer med at representasjonsformen bidro til meningsfulle tolninger av divisjonsrutinen som fremtidig bruk av symboler i forbindelse med rutinen kan bygge videre på.

3.3.4 Brøkregning og bruk av konkreter

I sin studie av elever i arbeid med å utvide brøker til en felles nevner analyserte Lorange og Rinvold (2014, s. 101) hvordan multilink-kuber ble brukt som en del av elevenes problemløsingsstrategier. Strategiene deres ble analysert i lys av Radfords (2006) objektifiseringsteori med tanke på hvilke nivåer av generalisering[19] elevene gjennomgikk i løpet av problemløsingsprosessen. Ifølge Radford (2010) vil elever som befinner seg på ulike generaliseringsnivåer bruke semiotiske ressurser på *ulike måter*. Ved å benytte disse nivåene som analyseverktøy, kunne elevenes objektifisering av *utvide brøk-rutinen* observeres i form av *semiotiske komprimeringer*[20]. Studiens resultater viste at elevens bruk av konkreter, gester, verbalt språk og matematiske symboler endret seg etterhvert som de matematiske aktivitetene gradvis ble generaliserte og mer abstrakte (Lorange & Rinvold, 2014). Resultatene indikerte at særlig bruk av konkreter og gester bidro til elevenes objektifisering i løpet av arbeidet. Elevenes gester så ut til å mediere aktivt i læringsprosessen fordi bruken av gestene endret seg i korrelasjon med elevens klatring oppover i nivåene. Fra det mest konkrete nivået, der gestene refererte til konkrete handlinger med multilinkkubene (*the factual layer,* Radford: 2010), gradvis over til å referere til de symbolske representasjonene av brøkene (*the symbolic layer,* Radford, 2010) (Lorange & Rinvold, 2014).

3.3.5 Mentale modeller: Elevers tidligere erfaringer med brøkrepresentasjoner

I sin studie av lærerstudenters forklaringer og definisjoner av brøk fant Edwards (2006; 2009; 2010) et mangfold av ulike gester hos studentene. Særlig var ikoniske og metaforiske dimensjoner sentrale i diskursen. Gestene refererte til ulike representasjoner av brøk, selv om diskursen, sett bort fra gestene, bare bestod av verbal tale. Ifølge Edwards (2010) indikerte bruken av gester at studentenes tidligere erfaringer med visuelle brøkrepresentasjoner fortsatt var sentrale i deres nåværende personlige brøkdiskurser. «One clear source for iconic gestures were the responses given to questions asking the participants how they were first introduced to the idea of fractions and how they might introduce fractions to children» (Edwards, 2006, s. 136). Når det kom til å forklare rutiner for brøkregning indikerte analysen at studentenes forklaringer var forankret i tidligere møter med konkrete artefakter, visuelle modelle og symbolske brøkrepresentasjoner. Med referanse til sistnevnte, observerte Edwards (2006) en svært detaljert bruk av gester hos studentene. Studentene

19Oversatt fra *layers of objectification* (Radford, 2010)

20Oversatt fra *semiotic contractions* (Radford, 2010).

så ut til å reprodusere skriftlige algortimer, trinn for trinn, ved hjelp av ikonisk-symbolske gester som ble brukt på en svært detaljert måte. Gestene var ikonisk relaterte til algoritmer og prosedyrer, blant annet rutiner for multiplikasjon (Edwards, 2006). Den fremtredende bruken av ikonisk-symbolske gester ble tolket som en indikasjon på at symbolske representasjoner hadde vært en sentralt i studentenes tidligere brøkerfaringer og «highlights the importance of the symbolic form in these students' thinking about mathematics» (Edwards, 2009, s.139). Studentene produserte også ikonisk-fysiske gester, som refererte til konkrete brøkrepresentasjoner basert på *brøk som en del av et hele,* mer spesifikt som deler av et sammenhengende objekt (Lakoff og Nünez, 2000; Solem et al., 2010), ofte med referanse til praktiske eksempler og fysiske handlinger. Blant annet imiterte gestene «cutting a pie» (Edwards, 2009, s. 132).

3.4 Ulike typer klasseromsdiskurser identifisert i afrikansk kontekst

Som nevnt innledningvis i studien identifiserte Setati (2005) i sin sørafrikanske casestudie to typer matematiske diskurser som opptrådde i klasserommet. Diskursene ble karakterisert som prosedyreorienterte og konseptuelt orienterte diskurser.[21] Førstnevnte beskrives som «Discourses that focus on the procedural steps taken to solve a problem» og forekommer i undervisning med en «computational orientation in teaching» (Setati, 2005, s. 449). Matematisk aktivitet i diskurser som denne begrenser seg til å følge prosedyriske handlinger uten at det vies særlig oppmerksomhet til begrunnelsen for aktivitetene. I den konseptuelt orienterte diskursen derimot, var det forklaringer av fremgangsmåter og begrunnelser for valg av matematiske metoder som var sentrale i undervisningen. Elevene ble oppmuntret og oppfordret til å dele tanker rundt matematiske konsepter. I den konseptuelt orienterte diskursen var «explanations and justifications [are] requested and provided» (Setati, 2005, s. 461). Setati (2005, s. 449) påpeker at det ikke nødvendigvis er en motsetning mellom å ha et mål om at elevene skal mestre matematiske rutiner og det å fokusere på konseptene som ligger bak dem. «To be able to communicate mathematically, a learner needs to be able to engage in both procedural and conceptual Discourses». Klasseromsdiskurser kan dermed karakteriseres som konseptuelle, selv om de omhandler regning og gjennomføring av prosedyrer, så lenge begrunnelsene for de matematiske aktivitetene tas opp i undervisningen. Som nevnt innledningsvis fant Setati (2005) at hvilken diskurs som rådet i klasserommet så ut til å henge

21Oversatt fra *conceptual discourses* og *procedural discourses* (Setati, 2005) sammen med hvilket undervisningsspråk kommunikasjonen foregikk på, der elevenes første- og andrespråk henholdsvis førte til orientering rundt konsept og prosedyrer.

Setati (2005) identifiserte også ikke-matematiske diskurser i undervisningen: *kontekstuelle* og *adferdsregulerende* diskurser[22]. De dreide seg om henholdsvis kontekstuell informasjon rundt matematikkoppgavene, ofte i sammenheng med tekstoppgaver, og om lærers kommentarer til elevers oppførsel i klasserommet, i form av instrukser eller irettesettelser.

3.5 Studiens rammeverk oppsummert: Et semiotisk-kommognitivt perspektiv

I kjernen av sosiokulturelle teorier ligger det at læring ikke kan begrenses til en individuell prosess, men kan bare foregå gjennom sosial interaksjon. Ifølge kommognitiv tankegang skjer den sosiale læringsprosessen når elever, sammen med andre matematister, deltar i veletablerte matematiske diskurser. Individuell læring skjer ved at elevene individualiserer diskursen som sin egen (Sfard, 2008). For at elevers personlige diskurser skal kunne utvikle seg i ønskelig retning må metareglene som styrer den diskursive deltakelsen, endres. Til det kreves effektiv mediering (Sfard, 2008), noe som bringer oss inn på det andre hovedpoenget i sosiokulturelle teorier: At læring foregår gjennom mediering via kulturelle verktøy. Læring involverer å benytte seg av artefakter som ligger utenfor menneskets tanker. Radfords (2006) objektifiseringsteori understreker at semiotiske læringsverktøy både skapes og brukes sosialt: Dermed er meningen de bringer med både sosialt, kulturelt og historisk betinget.

I multimodale tilnærminger ansees kulturelle verktøy som en delmengde av «the set of resources available within the context of multiple semiotic modalities» (Radford et al., 2009 s. 92). Hva som medierer i matematiske diskurser bør derfor studeres med et helhetlig blikk. Ulike semiotiske ressurser kan fungere som medierende verktøy for matematisk læring. Sfard (2008) løfter frem gester som en særlig nyttig visuell mediator. Dette samsvarer med funn og teorier utviklet fra studier av blant andre Roth (2000, 2001) og Edwards (2006, 2010) som indikerer at gester kan ha flere ulike og viktige funksjoner i matematiske klasseromsdiskurser.

Denne kombinasjonen av teorier og implikasjoner fra tidligere forskningslitteratur vil brukes til å

22Oversatt fra *contextual* og *regulatory discourses* analysere og drøfte klasseromsdiskursen i datamaterialet med hensyn på hvilke potensialer som kan ligge for matematisering og læring av brøk i kontekst av den malawiske offentlige skolen. Det kommognitive rammeverket (3.1) er sentralt i alle deler av studien og vil brukes i beskrivelser og drøfting av resultater. Den semiotiske bunten (3.2) vil fungere som analyseverktøy i forbindelse med forskningsspørsmål 1 for å realisere det multimodale perspektivet som ligger i de semiotisk-kulturelle teoriene. Teorien om brøk (3.3) vil brukes når disse resultatene skal drøftes i sammenheng med besvarelsen av forskningsspørsmål 2. Begrepene fra den sørafrikanske klasseromsstudien (3.4) vil sammen med informasjon om den malawiske konteksten (Kapittel 2) supplere diskusjoner og bistå i tolkninger av resultatene.

4 Metode

Fordi forskning er en form for kommunikasjon kan ulike forskningsområder sees på som forskjellige kommunikasjonsformer, eller diskurser, med hver sine normer, metoder og narrativer. Sistnevnte kalles gjerne forskningens «body of knowledge» (Sfard, 2008, s.35). Enhver ny studie vil derfor skrive seg inn i allerede etablerte og veldefinerte forskningsdiskurser. For denne studien gjelder det både en overordnet kvalitativ diskurs og mer spesifikt den matematikkdidaktiske diskursen. Matematikkdidaktisk forskning er en undergruppe av utdanningsforskningen, som igjen tilhører samfunnsforskningsdiskursen. Målet med samfunnsforskning er å bidra til å optimalisere og effektivisere praksisene det forskes på med hensikt at de bedre kan nå sine mål (Sfard, 2008). Formålet med matematikkdidaktisk forskning, og derfor også det overordnede målet med denne studien, er å bidra konstruktivt til forbedring av undervisningspraksis i matematikkfaget. Dette kan gjøres på forskjellige måter. På grunn av studiens problemstilling har valget falt på en kvalitativ forskningstilnærming.

Den kommognitive forskningtilnærmingen legger metodiske føringer for studien på flere nivåer, både når det kommer til praktisk gjennomføring, behandling av data og bruk av teori. I dette kapitlet vil valgene som er tatt i design og gjennomføringen av studien gjøres rede for, begrunnes og diskuteres i lys av relevant de relevant forskningsdiskursene i tillegg til forskningsetiske normer.

4.1 Studiens design

I kvalitativ sammenheng brukes begrepet *casetudie* ofte om studier som undersøker distinkte og avgrensede situasjoner eller enheter og går intensivt inn i dem (Yin, 2014).
Kvalitativ forskning er en betegnelse for en forskningsmetode som favner et mangfold av undergrupper av ulike forskningsdisipliner og typer studier med metodiske variasjoner. Kort sagt kan man si at kvalitativ forskning forsøker å forstå sosiale fenomener i lys av kontekst (Thagaard, 2013). Karakteristisk for kvalitativ forskning er at data ofte uttrykkes i form av skriftlig tekst og at fortolkninger av dataene står sentralt (Thagaard, 2013). I denne studien gjennomføres dette gjennom en casestudie. Som all kvalitativ forskning kan casestudier basere seg på teori eller empiri i ulik

grad. I denne studien er det en empirisk enhet som undersøkes: Klasseromsdiskursen i den observerte undervisningen. Den er avgrenset til *en* lærers undervisning i en gitt tidsperiode, i et spesifikt emne. Yin (2014, s. 17) påpeker at «a case study inquiry benefits from the prior development of theoretical propositions to guide data collection and analysis». Selv om søkelyset i denne studien hovedsaklig rettes mot det spesifikke tilfellet som studeres (den observerte undervisningen), er formålet også å relatere det observerte til en større kontekst. Observasjonene vil derfor beskrives ved hjelp av allerede eksisterende teorier og begreper og studien kan dermed kalles en disiplinert-konfigurativt casestudie (Eckstein, 2000).

4.1.1 Å delta i den kommognitive forskningsdiskursen

Kommognitive teorier har utspring i forskning på matematisk kommognisjon og læring, en forskningstilnærming som plasserer seg under deltakelses-paradigmet (Sfard, 2008). Kommognitiv forskning er dermed interessert i hvordan individer lærer gjennom interaksjon og undersøker dette gjennom å rette oppmerksomheten mot diskursene de lærende individene deltar i. Fundamentalt sett dreier kommognitiv forskning seg om å oversette og overføre forskning på menneskelig utvikling inn i «the study of the growth of discourses» (Sfards, 2008, s.275). I denne studien er det klasseromsdiskurser som utgjør det empirisk datamaterialet. Analyseenhetene er deltakernes interaksjoner: verbale ytringer og andre kommunikative handlinger. Når interaksjoner analyseres i denne studien er det både for å beskrive undervisningsdiskursen, men også med hensikt på å diskutere muligheter for læring. Når man i kommognitiv sammenheng omtaler utvikling og læring i matematikk så omfatter dette både læring av individuell art, samt en mer overordnet forståelse av læring som utvikling av matematiske diskurser (Sfard, 2008, s.276). Det gjøres ingen slutninger om enkeltelevers læring i denne studien. Derimot diskuteres det hvilke potensielle læringsmuligheter som kan ligge for elevene som er deltakere i en slik type klasseromsdiskurs.

4.1.2 Forskerperspektiv på diskursen

Å operere med diskurs som analysegjenstand fører med seg metodologiske konsekvenser (Sfard, 2008). Fra et kommognitivt perspektiv er det vesentlig at diskurs ikke analyseres eller presenteres som bruddstykker. Datamaterialet bør tilnærmes på en helhetlig måte. For å oppdage nyanser og intrikate forhold i diskurser er man ifølge Sfard (2008) nødt til å kunne innta to grunnleggende ulike perspektiver. Ideelt sett skal en forsker kunne veksle mellom dem, slik at de komplementerer hverandre. Det ene er en *insiders* perspektiv (Sfard, 2008). Da fokuseres det hovedsaklig på det situasjonelle og på datamaterialet i seg selv. Gevinsten av dette er at forskeren kan «greatly increasing the efficiency of their sense-making efforts» (Sfard, 2008, s.279). På den andre siden kan en slik kontekstbundet tilnærming også føre til at materialet blir analysert med et innskrenket blikk. For å kunne beskrive det man ser og studere det på en mindre kontekstavhengig måte trenger man også perspektivet til en *outsider* (Sfard, 2008). Gjennom å tre ut fra den umiddelbare diskursen man forsker i kan nye sammenhenger og oppdagelser tre frem i lyset. I konstruksjon og analyse av data bør man derfor både kunne løfte seg ut av diskursen og konteksten den opptrer i samtidig som man opprettholder en nærhet til datamaterialet for å ende opp med en «truly informative interpretation of data» (Sfard, 2008, s. 280). Å bevege seg inn og ut av to forskerperspektiver på en konstruktiv måte krever trening og Sfard (2008) understreker at oppgaven er alt annet enn enkel. Blant annet må man fokusere på det som kan observeres direkte i diskursen samtidig som man forsøker å se bort fra konteksten. Videoobservasjon løftes frem som en god støtte i denne krevende oppgaven fordi videoteknologi tilbyr forskeren «the unlimited possibility of revisiting past events,..» (Sfard, 2008, s. 280). For å ha mulighet til å løse oppgaven på en måte som gagner studien er analysene i studien hovedsaklig basert på videoopptak.

4.2 Deltakerne i studien

Deltakerne i studien består av en lærer og omtrent 250 elever fordelt på to klasser på 7. trinn. Skolen er en offentlig grunnskole i en middels stor by i Malawi og er typisk for den malawiske konteksten med store klasser og stort sprik i alder innenfor hvert klassetrinn. Elevene som deltok i studien var i alderen 9-17 år. Skolen har omtrent 1400[23] elever fordelt på to paralleller på hvert trinn, med unntak av de laveste trinnene som har færre elever og derfor bare en klasse på trinnet. Det er en overvekt av elever på de høyeste trinnene, noe som er typisk for malawisk offentlig skole og kan være en konsekvens av hvordan skolesystemet er lagt opp (Se kapittel 2.2). Det var et ønske fra skolens side om at begge klassene på trinnet skulle få delta i studien. Læreren opplyste om at timene ble planlagt og gjennomført svært likt i begge klassene og mente det ikke ville være nødvendig å observere hver økt to ganger. For å imøtekomme skolens ønske kom vi frem til at observasjonen ville foregå i de to klassene annenhver gang. Sammen med lærer og vår

23Ansatte ved skolen forteller at eksakt elevtall er vanskelig å estimere på grunn av ufullstendig oppdaterte elevlister kontaktperson fra prosjektet i Malawi vurderte min medstudent og jeg at det ikke ville skade studien å følge undervisningsopplegget i to klasser i stedet for en. Elevenes rolle i studien, samt informasjon til deltakerene utdypes senere i kapitlet.

Læreren i studien har lærerutdannelse fra en privat høyskole og har jobbet fulltid som lærer siden hun fullførte utdannelsen i 2003. Fra tidligere har hun seks år med erfaring som vikarlærer. Hun har vært ansatt ved forskningsskolen siden 2005. De tre første årene på forskningsskolen underviste læreren på lavere klassetrinn, men har siden 2007 vært lærer på 7. trinn og har undervist i matematikk hvert år i denne perioden.[24]

4.3 Konstruksjon av empirisk datamateriale

Studien følger lærerens matematikkundervisning gjennom to uker i emnet: *Basic operations on fractions.* Det empiriske datamaterialet består av lyd- og videoopptak fra totalt åtte observerte undervisningsøkter, et intervju med læreren, i tillegg til nedskrevne feltnotater og refleksjonsnotater. Selve innsamlingen av primærdata ble gjennomført i nært samarbeid med en medstudent. Med primærdata menes det mediefiler fra observasjon og intervju. Alle primærdata er felles for begge studentene, mens notater som ble konstruert undervegs og i kort tid etter datainnsamlingsperioden har blitt konstruert selvstendig med tanke på denne studien.

4.3.1 Observasjonsdata

Observasjon som innsamlingsmetode

Som allerede nevnt er videoobservasjon en hensiktsmessig innsamlingsmetode når det kommer til kommognitiv diskursanalyse. Ifølge Kvale og Brinkmann (2009) er også observasjon gunstig i tilfeller der man har behov for å være fleksibel i valg av teoretiske rammeverk og tilnærming til senere analyser. Dette har vært vesentlig i denne studien fordi datainnsamlingen foregikk i en relativt ukjent kontekst for undertegnede. Innsamlingsperioden var forskerens første møte med både malawisk kultur generelt og den malawiske klasseromsverdenen mer spesifikt. Det var derfor et

24Informasjonen i avsnittet er oppgitt av læreren selv, under intervju og uformelle samtaler.

relativt stort usikkerhetsmoment knyttet til hvilke klasseromsinteraksjoner man ville finne og observasjon som metode gjorde det enklere å tilpasse tilnærmingen etter forholdene.

Observatørrollen. Forskertilnærming i felten

Enhver sosial situasjon under observasjon vil påvirkes i en eller annen grad av at observatører er til stede. Ikke minst når det innebærer synlige videokameraer og annet opptaksutstyr, som var tilfellet i denne studien. Også fra et kommognitivt standpunkt er det umulig å tro at man som observatør kan være «just an observer» (Sfard, 2008, s.278). Som en observerende forsker vil man alltid mer eller mindre også være en deltaker i diskursene man iakttar, men i hvilken grad man deltar proaktivt, kan variere. For eksempel kan man som forsker forsøke å opptre uten å blande seg i deltakernes interaksjoner, noe som egentlig var tanken bak egne opptredener ute i felten. Selv om dette var intensjonen, så oppstod det ulike utfordringer i møte med felten. Disse gjaldt sosiale relasjoner i felten og kulturelle ulikheter. Behovet for tilpasninger førte til at våre roller som observatører i klasserommet ble kontinuerlig diskutert og endret underveis. Blant annet førte det til at vi som forskere opptrådde som mer aktive deltakere i diskursen enn først planlagt gjennom å assistere læreren med retting av elevoppgaver og veiledning av elever under oppgaveløsningsdelene av undervisningen. Fordi problemstillingen i studien ikke nærmer seg enkeltelevers læringsutbytte ei heller studerer *resultatene* av undervisningen, ble dette vurdert til å ikke prege forskningens resultater eller påvirke forskningen i negativ retning.

Tekniske løsninger og praktiske forhold

Undervisningen ble filmet med to kameraer. Et hovedkamera (Kamera 1) skulle filme alle øktene fra start til slutt. Det var plassert bakerst i klasserommet slik at bildet dekket tavle og lærerens bevegelser i plenumsdelene av undervisningen. For å sikre lydkvaliteten var læreren utstyrt med en lydopptaker rundt halsen. Denne ble gitt til læreren ved starten av hver økt, som selv kunne velge å skru den av etter ønske og behov. I tillegg til hovedopptakene av video ble også deler av plenumsundervisningen dokumentert med et håndholdt kamera (Kamera 2) som fokuserte på lærerens bruk av tavle, gester og andre bevegelser. I de fleste tilfeller ble opptakene overflødige da kvaliteten på opptakene fra hovedkameraet var høy nok til å fange detaljer og lage stillbilder av tavle og lærerens kroppsspråk. Klippene fra det håndholdte kameraet kom likevel til nytte når refleksjonsnotatene skulle skrives i etterkant av hver økt, fordi sekvenser i undervisningen var oppdelt og filmet i korte klipp. I tilfeller der feltnotatene ikke hadde fått med seg alle dreininger og skifter i undervisningsøktene fungerte inndelingen av klipp på kameraet som en ekstra hukommelse. Man kan også si at filmingen med det håndholdte kameraet fungerte som en tidlig analyse av diskursen fordi oppdelingen i klipp preget hvordan øktene ble delt inn i episoder og sekvenser i senere analysefaser.

4.3.2 Intervjudata

Som supplement til observasjonsdataene ble det gjennomført et intervju sammen med observasjonslæreren ved enden av observasjonsperioden. Målet med intervjuet var først og fremst å få klarhet i uklare aspekter ved undervisningen og relevante kontekstuelle omstendigheter. I tillegg ble det stilt mer spesifikke spørsmål om brøkemnet og den observerte undervisningen. I forkant av intervjuet ble en felles intervjuguide utarbeidet sammen med min medstudent. Spørsmål for bakgrunnsinformasjon og kontekstuelle omstendigheter ble formulert sammen. Når det gjaldt spørsmål direkte relatert til de respektive problemstillingene måtte det gjøres et utvalg med tanke på samtalens lengde. Åpne spørsmål som kunne gi relevant informasjon for begge forskerne ble derfor prioritert. Intervjuet ble lagt opp til en semistrukturert samtale (Postholm og Jacobsen, 2011) med en åpen spørsmålsformulering som skulle oppmuntre til at læreren fikk prate selvstendig og gi utfyllende svar. Samtalen ble filmet og videopptaket var hovedkilden til transkripsjoner og analyser. Lydopptaker ble brukt som en ekstra sikkerhet dersom lyden på videoopptakene skulle vise seg å ikke være brukbar. Begge medstudentene deltok i samtalen og det var planlagt på forhånd hvordan vi vekslet mellom å styre samtalen.

Denne studien hviler tungt på videoobservasjoner fra klasserommet, en direkte konsekvens av at det er klasseromsdiskursen som er i søkelyset. Intervjuet har derfor fått mindre betydning, men har bidratt til informasjon om lærerens arbeidssituasjon og bakgrunn i tillegg til kontekstuell informasjon rundt skolen, elevene, undervisningsplanlegging og daglige rutiner i klasserommet. Det erkjennes at intervjuet også kunne tilføyet mer informasjon direkte relatert til studiens problemstilling, blant annet for å bekrefte tolkninger av primærdataene og slutninger som har blitt tatt i senere analysearbeid.

4.4 Analyseprosessen

Primærdataene i studien består av menneskelige interaksjoner. Det å være en kommognitiv forsker krever at man behandler disse dataene med varsomhet. «Instead of revoicing the actors, she must let them speak in their own voice» (Sfard, 2008, s.277). For å gjøre det mulig å fremstille diskursen mest mulig slik den opptrådde *i situasjonen,* og ikke bare gjennom undertegnedes tolkning og hukommelse har dette vært et styrende prinsipp for analyse og fremstilling av resultater. Ingen enkeltytringer gjengis i teksten uten at større utdrag av diskursen er presentert. For å plassere udragene i en større kontekst, beskrives også episodene og undervisningsøktene de er hentet fra. Transkripsjoner av hele sekvensene er lagt ved oppgaven (Vedlegg 4,5 og 6).

4.4.1 Konstruksjon av tilleggsdata

Parallelt med opptak av video i observasjonsperioden foregikk notatskriving, loggføring og bearbeiding av notater. Konstruksjonen av notatene krevde bearbeiding og tolkning av observasjoner. Denne første analysen foregikk parallelt med innsamlingen av primærdataene. Etter innsamlingsperioden bestod derfor datamaterialet av fire ulike komponenter.

- Primærdata:
  Innsamlede mediefiler (Stillbilder, video- og lydopptak fra undervisning og intervju)
- Feltnotater
- Refleksjonsnotater
- Kronologisk oversikt over de observerte undervisningsøktene
  (Vedlegg 1)

Feltnotater

I forkant av første observasjonsdag utviklet jeg et notatsystem til bruk i observasjonene bestående av spørsmål, punkter og forkortelser som skulle noteres ned. Disse var inspirerte av de multimodale tilnærmingene som jeg har vist til i tidligere kapitler. Sammen med teoriene om gester i matematiske diskurser var det særlig Arzarello et al. (2009) sine semiotiske bunter som preget observasjonstilnærmingen. Punktene fungerte som en mal for hva oppmerksomheten i observasjonen skulle vies til. Malen ble redigert fortløpende etter hva som fungerte rent praktisk og ble kontinuerlig tilpasset og effektivisert. Å identifisere semiotiske ressurser og ulike typer gester var sentralt i feltnotatene under hele perioden. I feltnotateneble også øktene fortløpende inndelt i episoder og sekvenser med innhold i stikkordsform, i tillegg til at hendelser og sekvenser som skilte seg ut ble notert. (Se tabell 4.4 og 4.5 for eksempel på inndeling i episoder og sekvenser).

Refleksjonsnotater

Etter hver observerte undervisningsøkt ble feltnotatene gjennomgått og gjort til gjenstand for videre refleksjoner. Det var et poeng at dette ble gjort samme dag og ikke for mange timer etter observasjonene for å kunne skille hendelser fra hverandre mens det enda var friskt i minne, for å kunne gjengi dem best mulig senere. Refleksjonsnotatene skilte seg fra feltnotatene ved at de inneholdt noe mer teori. Hver sekvens ble beskrevet i lys av teorier om matematiske diskurser. Særlig de fire diskursive elementene fra det kommognitive rammeverket: ord, visuelle mediatorer, rutiner og narrativer (Sfard, 2008) og Setatis (2005) beskrivelser av ulike typer matematiske diskurser.

De to notatsystemene ble holdt fra hverandre i hver sin bok og tanken var at det kunne gjøre det enklere å veksle mellom perspektivene som insider og outsider i diskursen (Sfard, 2008). Dette fordi feltnotatene i større grad inneholdt erfaringsnære begreper (Thagaard, 2013) og var mindre farget av teori. Refleksjonsnotatene var mer preget av erfaringsfjerne begreper og teoretiske refleksjoner (Thagaard, 2013). Ifølge Sfard (2008) er det viktig å sette søkelyset på egen bruk av ord og teoretiske begreper. Hun taler for en dialogisk teoritilnærming fordi en bevisst holdning til teorier kan avdekke at begreper brukes og forstås ulikt fra en studie til en annen. Gjennom å sammenligne begge notatsystemene mine i analysene forsøkte jeg å unngå å tvinge datamaterialet inn i begreper og kategorier som ikke var optimale.

Oversikt over undervisningsøktene

I etterkant av observasjonsperioden ble begge notatsystemene brukt til å skrive en kronologisk logg som beskrev undervisningen i grove trekk, økt for økt og sekvens for sekvens. Tanken var at oversikten (Vedlegg 1), sammen med refleksjonsnotatene kunne fungere som en oversikt tilgjengelig for senere analysearbeid.

4.4.2 Videoanalyse

Den første analysen av datamaterialet foregikk ved at alle videopptak fra undervisningsøktene ble gjennomgått kronologisk basert på prinsippene om en hendelsessentrert analyse (Thagaard, 2013). Underveis i videoanalysen ble undervisningsøktene på ny delt inn i sekvenser. Feltnotater og refleksjonsnotater ble brukt til å supplere og skaffe meg oversikter over hva de ulike klippene inneholdt. Videoanalysen, resulterte i en sekvensinndeling som noen ganger skilte seg fra notatene. I de fleste av disse tilfellene falt valget på å dele datamaterialet i flere og mindre sekvenser. Dette førte til at diskursen i hver av sekvensene inneholdt mindre variasjoner, noe som gjorde det enklere å kategorisere og beskrive dem med passende begreper. Fokuset i videoanalysen var todelt og et skjema ble brukt til å notere underveis (Vedlegg 2). Først og fremst ble semiotiske ressurser identifisert i hver sekvens. Fordi det var lærerens bruk av gester som varierte mest fra sekvens til sekvens, ble det lagt ekstra vekt på hvordan de så ut til å mediere og fungere sammen med de andre ressursene. Deretter forsøkte jeg å beskrive hva som var i fokus i diskursen i hver sekvens. Til dette ble begreper knyttet til Sfards (2008) fire diskursive elementer brukt, i tillegg til supplerende litteratur om matematiske diskurser (Setati, 2005 og Heyd-Metzuyanim & Graven, 2016). Potensielt interessante sekvenser ble notert og tidvis supplert med skjermbilder. Dette var med tanke på å lette datareduksjonsarbeidet og videre analyser.

4.4.3 Datareduksjon. Utvalg av sekvenser

På grunn av rammene for prosjektet (begrensninger på antall ord og tid) var det viktig at tiden som ble brukt på empiriske data måtte være proporsjonal med nytteverdien av den. Valget falt derfor på å gjøre en selektiv datareduksjon for å bruke mer tid på kvalitetsmessige analyser av interessante deler av materialetenn å transkribere hele datamaterialet.

Frem til dette punktet holdt analysen seg nær til hendelser og data fordi sekvensene ble behandlet kronologisk og sett i lys av hver undervisningsøkt som kontekstuell ramme. Sekvenser ble nå plukket ut av økten og analysen videre gikk over til et mer teoretisk perspektiv. Videre ble tilnærmingen til datamaterialet mer sentrert rundt tema og ikke hendelser (Thagaard, 2013).

4.4.4 Transkripsjon

Felles transkripsjon og kalibrering av transkripsjonsnøkkel

Fordi intervjuet potensielt skulle brukes av begge medforskerne ble det transkribert i samarbeid. En felles transkripsjonsnøkkel ble derfor utviklet (Vedlegg 3). For å sikre at nøkkelen ble forstått så likt som mulig, ble en utvalgt sekvens transkribert av begge forskerne uavhengig av herandre. De ferdige transkripsjonene av sekvensen ble så sammenlignet og ulikheter i bruken av nøkkelen ble diskutert slik at det resulterte i en felles forståelse av nøkkelen. Dette gjaldt for eksempel definisjoner av hva som ble ment med lange pauser og overlappende ytringer og hvordan tegnsetting skulle brukes. Intervjuet ble så delt i like deler, der hver del ble transkribert av den ene og deretter gjennomgått på ny sammen med videopptaket av den andre for å kvalitetssjekket transkripsjonene.

Transkripsjon av utvalgte sekvenser

På grunn av videomaterialets omfang ble det gjort en vurdering på at bare relevante deler av undervisningsøktene skulle transkriberes. Dette gjaldt ulike deler videomaterialet for de respektive problemstillingene. Derfor fortsatte transkriberingen separat. I alt ble 20 sekvenser valgt ut og transkribert i denne studien. De fordelte seg på alle åtte undervisningsøktene. Den verbale interaksjonen mellom deltakerne ble transkribert med samme nøkkel som intervjuet, men ytringene ble tidvis inndelt i delytringer, og fremstilt på en måte som bar preg av noe mer detaljer enn fellesnøkkelen. Ved å separere deltakernes kommunikative handlinger inn i flere kolonner og celler i en diskurstabell ble det mer rom for å gjengi gester og kroppspråk. Dette fikk frem mer detaljer og nyanser i kommunikasjonen (Se vedlegg 4, 5 og 6).

4.4.5 Kategorisering og teoretisering av datamaterialet

Thagaard (2013) argumenterer for å veksle mellom å dekontekstualisere og rekontekstualisere datamaterialet i analysearbeidet. Dette kan sammenlignes med den kommognitive forskerens vekselende *insider* og *outsider* perspektiver (Sfard, 2008). For å forsøke å realisere dette vekslet analysen mellom å ta utgangspunkt i det diskursive innholdet i materialet, og å analysere interaksjonene med utgangspunkt i begreper fra teorien (Thagaard, 2013). En dialogisk forskningstilnærming vil, slik jeg tolker det, blant annet innebære at forskeren kontinuerlig beholder en viss nærhet til primærdataene gjennom teoretiseringen av dem. For å forhindre feilmarkering av fenomenene som har blitt observert har jeg i kategoriseringen av klasseromsdiskursen supplert teoribegreper med egne variasjoner og undergrupper. Videomaterialet har også vært aktivt i bruk gjennom den temasentrerte og teorifokuserte analysefasen. De endelige kategoriene som brukes i fremstillingen av studiens resultater, har slik vært gjenstander for kontinuerlige justeringer gjennom prosessen.

4.4.6 Fremstilling av resultater

Til sist ble syv ulike typer diskurser identifisert i datamaterialet. De er gjengitt i tabellene nedenfor (4.1 og 4.2). De fem første (Tabell 4.1) vurderes som brøkrelaterte diskurser. Analyse og diskusjon videre refererer derfor kun til disse.

Tabell 4.1:Identifiserte brøkrelaterte diskurser som fremstilles i analysen

Diskurs	**Beskrivelse (og forklaring)**	**Eksempel**	**Forekomst**
Type 1	<u>Performing basic operations on fractions</u> Rituell gjennomgang av prosedyrer og delprosedyrer	*Forkorting/ utvidelse av brøk* *Multiplikasjon med brøk* *Omgjøring av blanda tall til uekte brøk*	Svært ofte. Forekommer i gjennomgangen av <u>alle</u> eksemplene på tavlen. Identifisert i alle øktene.
Type 2	<u>Performing and explaining basic operations on fractions</u> Forklaring og repetering av rutiner og delrutiner	*Divisjon av brøk* *Omgjøring av uekte brøk til blanda tall*	Ofte. Forekommer i mange eksempler på tavlen. Identifisert i alle øktene
Type 3	<u>Explaining the rules of how to perform basic operations on fractions</u> Analyse av oppgaveeksempler sett i lys av konvensjonelle regler og sammenligninger av rutiner og andre symbolske matematiske uttrykk	*Analysere matematiske symboluttrykk for innhold av regneoperasjoner* *Forklare, refere til og bruke «the Law of BODMAS[25]»* *Sammenligne bruken av*	Ofte. Forekommer i mange eksempler på tavlen. Identifisert i alle øktene

25 En huskeregel for regnerekkefølge. Se innledningen til kapittel 5 for mer detaljert forklaring

		divisjonsalgoritmen i et eksempel med en annen	
*Type 4	Explaining words related to fractions and basic operations on fractions	*Forklaring (definisjoner) av matematisk terminologi knyttet til brøk* *Forklaring av ord og fraser fra engelsk dagligtale i relasjon til regneoperasjoner*	Identifisert i økt 1 og 8
*Type 5	Analyzing and translating verbal expressions into symbolic expressions	*Analyse av tekstoppgaver* *Uttrykke tekstoppgaver med symboler*	Kun identifisert i økt 8
* Beskrives bare overfladisk uten analyse av eksempler. Valget begrunnes i analysekapitlet (s.).			

Undervisningen inneholdt også sekvenser som ikke var direkte knyttet til emnet. Matematiske oppvarminger forekom ofte i oppstarten av en økt (Type 6). Praktiske instrukser, irettesettelser og andre utenomfaglige interaksjoner har blitt samlet i en kategori (Type 7). De kan kalles ikke-matematiske diskurser og kategorien inkluderer blant annet det Setati (2005) betegner som kontekstuelle og regulerende diskurser i sin studie.

Tabell 4.2: Identifiserte diskurser som ikke fremstilles i analysen

Diskurs	**Beskrivelse**	**Eksempel**	**Forekomst**
Type 6	Matematisk oppvarming	Reciting the multiplication table Stating numerical facts	Identifisert ved oppstarten av øktene 3, 4, 5, 6 og 7
Type 7	Praktisk og kontekstuell informasjon + Utenomfaglige interaksjoner	Opprop Morgenbønn Beskjeder på chichewa	Forekommer i en eller annen form/ variasjon i de fleste øktene

Gester er kategorisert i henhold til kategoriseringen i teorikapitlet (Kapittel 3.3.4) og har blitt definert etter hvilke dimensjoner som var mest utpreget. Tabell 4.3 presiserer hvordan begrepene som brukes i analyse og diskusjon forstås i teksten.

Tabell 4.3: Identifiserte gester i datamaterialet

Type	**Beskrivelse**	**Typisk eksempel**	**Forekomst/ Hyppighet**	**Ref.**
Deiktiske gester	Peking eller glidende pekebevegelser	Lærer peker symbol for symbol på tavlen eller drar finger/ pekestokk over noe som står skrevet på tavlen	Svært ofte. Hyppig gjennom hele materialet	McNeill (1992; 2005)
Understrekend e gester	Gjentatt prikking på tavlen eller rytmiske poengterende bevegelser	Lærer prikker gjentatte ganger på et symbol på tavlen mens hun gjentar et ord/ frase flere ganger muntlig	Avhengig av diskursen. Brukes ofte av lærer i visse typer diskurser	McNeill (1992; 2005)
Ikonisk-symbolske gester	Gester som refererer til det visuelle oppsettet av symboler og algoritmer	Lærer peker på «teller og nevner» i luften, som på en usynlig brøk eller tegner opp en tenkt parentes i luften og peker på et ledd som ligger til venstre for den «mentalt visualiserte parentesen»	Avhengig av diskursen. Brukes ofte av lærer i visse typer diskurser	Edwards (2010)
Ikonisk-fysiske gester	Gester som refererer til noe fysisk	I sammenheng med regneoperasjoner mimer læreren for eksempel at hun plukker opp objekter eller at hun deler en mengde i mindre delmengder	Sjelden. Brukes nesten utelukkende i en type diskurs	Edwards (2010)
Uspesifiserte gester	Gestikulering uten tydelige referanser	Håndbevegelser med lite/ manglende presisjon som foreksempel brukes sammen med ivrig tale	Sporadisk gjennom hele materialet	Roth (2000)

Fremstilling av diskurs i teksten

Fremstillingen av studiens resultater tar utgangspunkt i Wells (1999) fire nivåer for organisering av diskurs. Relevant i denne studien er tre av nivåene: *episodes*, *sequences* og *moves*, med noen justeringer i forhold til bruken av begrepene. En episode defineres her som hver gang undervisningen dreier til et nytt emne eller nytt oppgaveeksempel (Se tabell 4.4).

Tabell 4.4: Undervisningsøkt 6, delt inn i episoder

Episode	Beskrivelse
Episode 1	Oppstart: Bønn + sang

Episode 2	Hoderegning. Divisjon . Plenum
Episode 3	Læreren presenterer dagens emne: *Adding and dividing and adding fractions*
Episode 4	Gjennomgang av eksempel 1 (Regnestykke med divisjon og addisjon)
Episode 5	Gjennomgang av eksempel 2 (Regnestykke med divisjon og addisjon. Addisjon inni parentes)
Episode 6	Etter ønske fra en elev repeterer lærer omgjøringen fra uekte brøk til blanda tall på tavlen
Episode 7	Lærer viser til eksempel 2 med oppmerksomhet på parentesen i utttrykket, hvor den er plassert og hvordan det påvirker regnerekkefølgen i oppgaven
Episode 8	Individuell oppgaveløsing av oppgavene på tavlen. 2 oppgaver.
Episode 9	Læreren bryter opp det individuelle arbeidet. Kort presisering på tavlen.
Episode 10	Individuell oppgaveløsing fortsetter
Episode 11	Retting av oppgave 2. Frivillig elev kommer frem og viser løsningen på tavlen.

Episodene deles deretter inn i tematiske sekvenser etter hvilken av de fem brøkrelaterte diskurstypene som har blitt identifisert. Eksempelvis markeres et skille mellom to sekvenser ved at diskursen skifter fra å analysere en oppgavetekst til å starte på gjennomføringen av oppgaven, som altså er blitt identifisert som to ulike diskurstyper. Slike diskursive skifter forekommer også fra gjennomføringen av en matematisk rutine til en annen (Se tabell 4.5).

Tabell 4.5: Episode 4, undervisningsøkt 6

Sekvens	**Beskrivelse**	**Diskurs**
Sekvens 1	Analyse av eksemplet. Regneoperasjoner og regnerekkefølge	Diskurstype 3
Sekvens 2	Lærer forklarer regelen for divisjon av brøk.	Diskrustype 2
Sekvens 3	Divisjonsrutinen forklares ved å vise til eksemplet. Læreren repeterer regelen for divisjonsrutinen. Skriver inn i eksemplet	Diskurstype 2
Sekvens 4	Forkorter brøker. Finner felles nevner. Utvider brøker. Trekker sammen (adderer)	Diskurstype 1
Sekvens 5	Omgjør fra uekte brøk til blanda tall	Diskrustype 2
Sekvens 6	Repeterer rutinen for å omgjøre brøk	Diskurstype 2
Sekvens 7	Læreren sammenligner omgjøringen av brøk i det *endelige svaret* med rutinen i sekvens 5 og 6.	Diskurstype 3
Sekvens 8	Lærer spør elevene: Hva om parentesen stod sist i uttrykket?	Diskurstype 3

Kategorien som skiller seg mest fra den originale inndelingen er ytringer (moves). Slik jeg tolker Wells (1999) bruk av begrepet avgrenses ytringer av et skifte i samtalen mellom to deltakere i diskursen. For å få frem de multimodale egenskapene ved diskursene avgrenses også ytringer her til kommunikative handlinger som *ikke* består av verbale ytringer. Et eksempel kan være at læreren produserer en gest som tilsynelatende styrer elevenes neste diskursive bidrag. For å få frem nyanser og detaljer i lærerens kommunikative handlinger deles lærerens ytringer også ofte i delytringer. Dette er for å gjengi timingen mellom verbale ytringer og tilhørende gester på en presis måte.

I analysedelen fremstilles utdrag av sekvenser i diskurstabeller. De inkluderer skjermbilder fra videomaterialet og forklarende bildetekst. Bildene presenteres kronologisk fra venstre til høyre og det markeres hvilken delytring gestene tilhører ved å separere bildeserier fra hverandre i egne celler i tabellen (Se eksempel i tabell 4.6 nedenfor).

Tabell 4.6: Eksempel på bruk av diskurstabell

Nr	**Matematist**	**Verbal ytring**	**Gester og andre kommunikative handlinger**	**Type gest**
33		f) The numerator will be the what?	 f) Roterende bevegelse	f) Ikonisk-symbolsk gest
34	K	Denominator		
35	Lærer	And the denominator will be the what?	 Roterende bevegelse andre veien	Ikonisk-symbolsk gest
36		Numerator		
Eksemplet er hentet fra undervisningsøkt 6, episode 4, sekvens 3, (33f- 36).				

4.5 Kvalitet i studien

Begrepene reliabilitet og validitet er tradisjonelt relatert til kvantitativ forskning og forbindes gjerne til henholdsvis stabilitet og gyldighet i målinger (Store norske leksikon, 2009; 2015). Fordi denne studien følger kvalitative forskningsprinsipper medfører det at blant annet begreper som gyldighet og repliserbarhet får andre betydninger. Hensikten med delkapitlet er ikke å argumentere for objektivitet i tolkninger eller direkte overføring av studiens resultater til andre kontekster, men å reflektere rundt egne tolkninger og subjektive påvirkninger på resultatene. Tanken er å synliggjøre de prosessene som har foregått slik at lesere av studien danner seg et godt bilde av hvordan resultater og konklusjoner er blitt konstruert.

4.5.1 Reliabilitet

Delene av datamaterialet som fremstilles i studien utgjør ikke mer enn små deler av undervisningen som ble observert. Gjennom en slik datareduksjonen er det umulig å unngå at typiske trekk ved undervisningen vil forsvinne. Likevel er det ønskelig å gi leseren et helhetlig og representativt bilde av undervisningen i observasjonsperioden, ikke minst med tanke på å sikre troverdighet til studiens resultater. Det har vært et poeng å velge ut eksemplariske utdrag av den observerte undervisningen . I tillegg har oversikter over alle undervisningsøktene blitt gjort tilgjengelig for leseren (Vedlegg 1). Det har også i dette kapitlet blitt lagt vekt på å gi et transparent bilde av analyseprosessen for å skape en klarhet i hvordan tolkninger og konklusjoner som gjøres i studien har vokst frem og utviklet seg i løpet av prosjektperioden.

Selv om kvalitativ forskning generelt ikke forventes å følge samme krav om repliserbarhet som kvantitativ forskning gjerne gjør, bør resultater fra samfunnsforskning, ifølge Gilje og Grimen (1993) likevel være intersubjektivt tilgjengelige. Det vil si at andre forskere i prinsippet skal kunne foreta de samme observasjonene. Men er muligheten for å repetere observasjoner ønskelig eller i det hele tatt mulig i kvalitative studier som denne? I følge Thagaard (2013) er repliserbarhet av denne typen ikke relevant i kvalitativ forskning fordi kvalitative data ikke forstås som informasjon om en objektiv, ytre verden, men som resultater av sosial interaksjon mellom forsker og det som forskes på. Observasjonene i denne studien kan umulig gjenskapes. Dessuten blir spørsmålet om andre observatører ville plassert studiens data i samme kategorier som forskeren heller ikke uproblematisk å stille, fordi kategoriene ble utviklet av undertegnede gjennom en dynamisk prosess der teori og data har preget kategoriene, som igjen har preget perspektivet på datamaterialet. Igjen blir dokumentasjon av fremgangsmåtene i forskningen avgjørende for vurdering av reliabilitet (Silverman, 2013).

4.5.2 Validitet

Som nevnt tidligere er bare deler av datamaterialet transkribert på grunn av tid og kapasitet. Lesere av studien vil derfor ha manglende tilgang på innsyn i studiens primærdata. Av hensyn til deltakernes anonymitet er mediefiler ikke tilgjengelige for leserne. For å fjerne eventuelle mistanker om *cherrypicking* (Morse, 2010) henvises lesere av studien til den kronologiske oversikten over undervisningsøktene (Vedlegg 1). Den synliggjør at oppbygningen av øktene var relativt lik fra dag til dag og gir informasjon om hvilke regneoperasjoner hver av øktene fokuserte på. Lesere oppfordres til å studere oversikten sammen med tabell 4.1 for å danne seg et bilde av hvilke typer diskurser som preget undervisningen mest og hvilke som forekom sjeldnere. Dette for at det skal være tydelig at det ikke har blitt vraket deler av materialet for å komme frem til de resultatene som foreligger (Morse, 2010) og at de utvalgte sekvensene er representative og gjenspeiler datamaterialet som helhet.

Overførbarhet av studiens resultater

Med tanke på studiens kontekst kan man stille seg kritisk til hvorvidt resultatene kan være relevante for norsk skolekontekst. Den malawiske utdanningspolitiske og økonomiske konteksten skiller seg vesentlig fra den norske. Dette vises tydelig igjen blant annet på klassestørrelsene i studien og læringsressursene som er tilgjengelige for læreren i undervisningen. Det erkjennes også at kommunikasjonsmønstrene, altså de identifiserte typene diskurser, på mange måter ikke vil kunne skildre typisk norsk matematikkundervisning. Likevel ønsker studien å ha betydning utover konteksten datamaterialet stammer fra. Selv om den opererer i en spesifikk kontekst tar studien opp generelle temaer, der deler av resultatene kan være av relevans også i norsk kontekst. Både gesters rolle i matematiske diskurser og læring og undervisning av brøk og andre abstrakte matematiske konsepter er generelle temaer for matematikkdidaktikken. I tillegg peker også studien på utfordringer med matematikkundervisning på elevers andrespråk, noe som kan påstås å være høyst aktuelt i norsk og internasjonal kontekst. Lesere av studien oppfordres, i tråd med det kommognitive synet på forskning til å forholde seg dialogiske når det kommer til resultater og bruk av kategorisering og begreper i studien (Sfard, 2008).

4.5.3 Forskningsetiske refleksjoner og andre metodiske betraktninger

For norske studier innen utdanningsforskningen fungerer retningslinjene til Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humanioras som forskningsetiske prinsipper å styre etter (NESH, 2006). Å forske i en annen kultur fører derimot med seg andre kjøreregler som en forsker blir nødt til å forholde seg til. Kulturell tilpasning av norske forskningsnormer har tidvis vært nødvendig, men studien har forsøkt å bruke NESH (2006) sine retningslinjene som rettesnor så langt som praktisk mulig.

Informert og fritt samtykke

Det kommer tydelig frem av retningslinjene at menneskers integritet og beskyttelse skal ivaretas (2006). I en studie som denne der mennesker og deres handlinger er gjenstander for forskning er normen om fritt og informert samtykke sentral. De fleste av elevene som deltok i studien var under 16 år og klassifiseres derfor i norsk forskningskontekst som en menneskegruppe med redusert samtykkekompetanse (NESH, 2006). Det vil si at foreldre må samtykke, på vegne av og *sammen* med sine barn. I norsk kontekst er det ønskelig med underskrifter fra foreldre før et barn involveres i et forskningsprosjekt. I malawisk skole er dette vanskelig å realisere. Moderasjoner og avveininger måtte foretas når det kom til samtykke og informasjon til deltakerne. I observasjonsperioden var informasjonsskriv til skolens ledelse, lærer, samt elever og deres foresatte forberedt. Disse ble innsendt til NSD, og godkjent før første møte med utvalget (Vedlegg 7, 8 og 9). Skolen, representert ved Head Teacher ble tilbudt skrivene, men mente at noe mer enn en muntlig diskusjon ikke var nødvendig i tillegg til en overordnet skriftlig avtale mellom skolen, University of Malawi og Universitetet i Stavanger. Det finnes en stående avtale med foreldrerådet tilknyttet forskningsskolen som inkluderer godkjenning videoopptak av elever. Etter konsolidering og diskusjon med veiledere og vår malawiske kontaktperson ble det vurdert at å nøye seg med foreldrerådets samtykke var etisk forsvarlig.

I følge retningslinjene til NESH (2006) skal mennesker som forskes på gis «all informasjon som er nødvendig for å danne seg en rimelig forståelse» (2006, s.12) av hensikten med forskningen. Med hensyn til forskningens validitet, for å forhindre at for mye detaljer om studien skulle styre lærerens atferd i en kunstig retning falt avgjørelsen på å gi læreren en overordnet innblikk i studien: At den fokuserer på brøk, malawisk undervisning og undervisningsmetoder, uten å gå nærmere inn på problemstillingen.

Begge klassene som deltok i studien ble informert muntlig av undertegnede og medstudent i forkant av observasjonen. I forklaringen ble det lagt vekt på hvordan video- og lydutstyr ville brukes, hva som ville være i kamerafokus, at deres enkeltprestasjoner ikke ville bli lagt vekt på, samt at ingen navn ville bli offentliggjort.

Egenvurdering av etiske valg

Ifølge Kvale og Brinkmann (2009) må noen ganger praktisk klokskap og menneskelig skjønn til for å foreta gode etiske valg. Jeg mener at denne studien representerer et slikt tilfelle da det kulturelle gapet mellom Norge og Malawi førte til at den havnet i en gråsone av etiske normer. I tilfeller som dette, der de to kulturenes etiske normer kom i klinsj, blir det synlig at retningslinjene til tider er nødt til å oppfattes kontekstuelt (Kvale & Brinkmann, 2009). NESH (2006) sine retningslinjer er skrevet i og for norsk forskningskontekst og de kan ikke overføres direkte til andre kulturer. Det er likevel viktig og riktig å stille seg kritisk til realiseringen av det frie og informerte samtykket, noe jeg som forfatter av denne studien gjør. NESH (2006) uttrykker eksplisitt at fritt samtykke også innebærer «..at det er avgitt uten ytre press eller begrensninger av personlig handlefrihet» (s. 13). Det er umulig å vite hvordan enkeltelever og deres foreldre har opplevd muligheten til å takke nei til å delta i prosjektet. Dette erkjennes som et av studiens svakeste punkt.

Skriftliggjøring av diskurs: Personvern og bruk av bilder i teksten

Å presentere levende diskurser som skriftlig tekst er ikke uten videre uproblematisk da det å overføre interaksjonene til papiret krever oversettelse og tolkning (Ricoeur, 1967). For å kunne gjengi sekvenser av de observerte diskursene så godt som mulig avhenger dette blant annet av at leseren gis gode beskrivelser. Utdragene inneholder derfor bilder av lærerens gester og andre kommunikative handlinger.

På grunn av tekniske ufordringer ble deler av undervisningen filmet med håndholdt kamera. Dette gjelder blant annet de sekvensene av undervisningsøkt 6 som presenteres i analysen (diskurstype 2). Bildekvaliteten er her merkbart lavere enn opptak som er filmet med det stasjonære hovedkameraet. For å kunne velge sekvenser utelukkende etter potensiale til å fungere som eksemplariske illustrasjoner av datamaterialet falt valget på å bruke disse opptakene til tross for kvaliteten. Noen av bildene fra denne økten har blitt redigert (kontrast, lyseksponering og endring av form) for å kunne fremstilles på en presentabel måte i teksten. I tilfeller der bildene ikke har vært brukbare på grunn av lite gunstig kameravinkel, er gestene beskrevet med tekst i tabellen. Dette gjelder blant annet i tabell 5.7, ytringer 49-51, der elevenes hoder blokkerer for bildet. Diskurstabellene inneholder også i noen tilfeller bilder av gester og andre kommunikative handlinger uten at de kommenteres i analysen. De er tatt med for å gi en helhet til presentasjonen av sekvensen uten at de kommenteres i analysen av sekvensen.

Teksten inkluderer bilder av lærerens gester og andre kroppsbevegelser. Dette er et område der sensitivitet er svært viktig og valget av hvilke bilder som fremstilles har ikke blitt tatt lett på. I tilfeller der det har vært vanskelig å presentere bilder av lærerens gester uten at ansikter har kommet til syne har sekvenser som kunne ha vært av interesse for studien blitt valgt bort med hensyn på å bekytte deltakernes anonymitet.

Språklig oversettelse

Alle ytringene fra det empiriske datamaterialet gjengis på undervisningsspråket: engelsk. Dette er for å bevare diskursen best mulig og for å unngå at egne antakelser legges inn i oversettelsen av begreper og ordstillinger til norsk. Av samme grunn beholdes også den muntlige ordstillingen, men for leselighetens skyld brukes normert grammatikk. Også overskrifter på matematiske rutiner, oppgavetyper og emner står i noen tilfeller på engelsk i teksten. Dette er fordi de har vært vanskelige å oversette direkte til norsk med sikkerhet om at meningene med begrepene slik deltakerne bruker dem ikke gått tapt i oversettelsen. Tidligere studier av malawisk undervisning har vist at for eksempel begrepet *problem solving* ble forstått annerledes enn ordet *problemløsing* gjøres på norsk (Refvik, 2014).

En problemstilling i endring

Som en konsekvens av at formålet med studien var å undersøke de kommunikasjonsmønstrene som oppstod i klasserommet var det vanskelig å formulere en presis problemstilling i forkant av observasjonsperioden. Dette førte til utfordringer når det kom til design av intervjuet. Med en relativt lite presis problemstilling og en kontinuerlig ny innsikt i hva som kunne være interessant å fokusere på, ble resultatet av intervjuet ikke like treffende som man gjerne kunne tenkt seg når intervjudataene studeres i etterkant. Ifølge Kvale og Brinkmann (2009) er dette noe som hører med i kvalitativt forskningsarbeid. De mener at forskning i realiteten ikke er lineær eller logisk, men «alltid skiftende, [...] med dens overraskelser, designendringer og reformuleringer av begreper og hypoteser» (Kvale og Brinkmann, 2009, s.116). Likevel hadde det vært ønskelig med lengre tid mellom siste observerte undervisningsøkt og gjennomføringen av intervjuet for å få muligheten til å sette sammen en mer reflektert intervjuguide for at intervjuet skulle kunne gi mer informajon som var direkte relevant til problemstillingen. Dette kunne ha gitt grunnlag til flere slutninger om den observerte undervisningen og slik styrket studien.

5 Presentasjon av resultater

Innledende beskrivelse av analysen

I dette kapitlet presenteres resultater fra analysen av videodataene fra de observerte undervisningsøktene. En multimodal diskursanalyse har blitt gjennomført med hensikt på å belyse forskningsspørsmål 1,

> *Hvilke kommunikasjonsmønstre kan identifiseres i brøkundervisningen i et malawisk klasserom?*

I analysen av videomaterialet ble fem ulike brøkrelaterte kommunikasjonsmønstre identifisert. De har blitt kategorisert som ulike typer diskurser. Tre av dem (Tabell 4.1) gikk igjen i alle undervisningsøktene. De resterende to forekom sjeldnere, kun i undervisningsøkt 1 (Diskurstype 4) og 8 (Diskurstype 4 og 5). Sistnevnte var den undervisningsøkten som skilte seg mest fra de andre, da den var den eneste som inneholdt arbeid med tekstoppgaver. Samtlige av de resterende øktene (syv av totalt åtte) var relativt like, både i innhold og oppbygning. De konsentrerte seg i stor grad om eksempler og oppgaver som inneholdt brøkregning. Brøkobjektene var representert ved matematiske symboler i samtlige oppgaver og eksempler. Fordi studien ønsker å undersøke hvilke kommunikasjonmønstre som finnes i datamaterialet vil kapitlet inneholde generelle beskrivelser av alle fem diskurstypene. For å tegne et representativt bilde av kommunikasjonsmønstrene i den observerte undervisningen, har valget falt på å konsentrere seg om de tre typene matematiske diskurser som karakteriserer datamaterialet desidert mest. Analysene vil derfor bare vil gå i detalj på diskurstypene 1, 2 og 3.

I forbindelse med analysen av de tre diskursene, vil utdrag fra klasseromsdiskursen presenteres slik at diskurstypene kan utdypes og forklares ved hjelp av eksempler. Selv om alle åtte undervisningsøktene også inneholdt segmenter med gruppearbeid og individuelt arbeid har all analyse utelukkende fokusert på plenumsdelen av undervisningsøktene.

Sentralt i analysen er bruken av de semiotiske ressursene i diskursen. Søkelyset vil særlig rettes mot gester som visuelle mediatorer og hvordan de brukes som semiotiske læringsverktøy av matematistene i diskursen. Dette er både fordi tidligere studier har vist at gester kan være viktige og derfor er av interesse for forskningen, og fordi lærerens gester viste seg å være sentrale i de forskjellige kommunikasjonsmønstrene som ble identifisert i datamaterialet. Følgende analysepørsmål ble stilt i forsøk på å besvare forskningsspørsmålet:

- Hvordan brukes de semiotiske ressursene i diskursen?
- Hva er i sentrum av diskursen (Hva ser ut til å være undervisningens fokus)?
- Hvordan deltar de ulike matematistene (lærer og elever) i diskursen og hva kjennetegner kommunikasjonen mellom dem?

Begrepsbruk i analysen

Hovedsaklig dreier undervisningen i datamaterialet seg om gjennomføringen av matematiske rutiner (brøkregning). Begrepet *rutine* vil forstås i tråd med Sfard (2008), slik det ble forklart i kapittel 3.2. *Rutiner* brukes derfor her som en samlebetegnelse for de matematiske handlingene som gjennomføres av matematistene, det være seg ritualer, deeds eller utforskende rutiner. I den observerte undervisningen dreier rutinene seg i stor grad om å utføre regneoperasjoner på brøk. Et eksempel er *å subtrahere brøker. Delrutiner* brukes om aktiviteter som gjennomføres som et ledd i en større rutine, som for eksempel: *å finne felles nevner.* Ved første øyekast så kan regnerutinene i datamaterialet se ut som at de kan karakteriseres som matematiske ritualer, men fordi en og samme rutine kan være av forskjellig type for hver matematist som gjennomfører den (Sfard, 2008), er det vanskelig å plassere rutinene under begrepet *ritualer* uten å trekke for mange slutninger i en tidlig fase av analysen. Ordet rutine sier derfor ingenting om de matematiske aktivitetenes egenskaper utover dette og legger ingen føringer for hvordan den matematiske handlingen bør analyseres. Begrepet prosedyre brukes derfor for å omtale rutiner som tilsynelatende gjennomføres etter bestemte regler og forstås i tråd med Setati (2005), som matematiske rutiner som følger *en bestemt metode* eller *oppskrift.* Med ordet *konsept* menes egenskaper ved og matematiske begrunnelser for de matematiske objektene og rutinene som omtales (brøk og brøkregning).

Tilgjengelige semiotiske ressurser brukes her om tegn som kan sanses eller observeres av deltakerne i diskursen (og av en observatør). Noen av tegnene er til tider mer passivt til stede i diskursen, det vil si at deltakerne ikke refererer til dem eller baserer de kommunikative handlingene sine (ytringer, gester og produksjon av skriftlig tekst) på dem. Med *aktive semiotiske ressurser* menes de som brukes av deltakerne, på en måte som kan observeres av forskeren.

Deltakernes begrepsbruk

Som nevnt i metodekapitlet presenteres klasseromsdiskursen på engelsk fordi det gir muligheten til å gjengi deltakernes ytringer så nært opp til virkeligheten som mulig. Når diskursen tolkes og diskuteres i teksten oversettes den matematiske terminologien i de fleste tilfeller direkte fra engelsk til norsk, med noen unntak der det har vært vanskelig å oversette uten at meningen med begrepet har gått tapt. Dette gjelder særlig begrepet *basic operations.* Slik begrepet brukes av deltakerne i diskursen omfatter det mer enn bare de fire regneartene som begrepet *regneoperasjoner* gjerne dekker på norsk. *Basic operations* i den observerte klasseromsdiskursen inkluderer også å løse opp parenteser. I sammenheng med oppgavene matematistene arbeider med i diskursen dukker ofte ordet «BODMAS» eller frasen «the law/rules of BODMAS» opp. BODMAS er et akronym satt sammen av forbokstavene til alle operasjonene som omtales som *basic operations* i den observerte klasseromsdiskursen. Bokstavene er plassert etter konvensjonelle normer for regnerekkefølge: *Brackets, Of*[26], Division, Multiplication, Addition og *Subtraction.* Ordet ble brukt som en huskeregel for hvilken rekkefølge regneoperasjoner skulle utføres i og ble ofte skrevet opp på tavlen av lærer. Regelen ble referert til av læreren, enten verbalt, eller ved å vise til tavlen, i forkant av de fleste eksemplene under observasjonsperioden.

Fremstilling av semiotiske bunter

De semiotiske buntene de ulike diskurstypene består av fremstilles som figurer. I figurene er de semiotiske ressursene markert med og uten utheving (fet skrift) for å synliggjøre hvilke ressurser som var mest fremtredende/ sentrale i hver av diskurstypene. Uspesifiserte gester og enkeltelevers verbale tale er ikke tatt med i figurene. Dette fordi de ser ut til å opptre nokså sporadisk og tilfeldig i datamaterialet. Enkeltelevers deltakelser nevnes heller ikke særskilt i analysene ettersom de generelt ikke så ut til å styre diskursens retning videre på en merkbar måte. Det skilles likevel i

26 *Of* som når $\frac{1}{4} \cdot 8$ tolkes som «en fjerdedel *av* åtte».

diskurstabellene om det er enkeltelever eller flere elever som produserer ytringen.

Forkortelser i diskurstabellene

Inspirert av Heyd-Metzuyanim og Graven (2016) fremstilles elevenes ytringer som klassekor (*chorus*) og stille klassekor (*quiet chorus*), forkortet til K= Klassekor og SK= Stille klassekor i diskurstabellene. I tilfeller der elevmassens ytringer ikke er synkrone, men fortoner seg mer som et mylder av ulike svar, brukes betegnelsen E=Elever. I tillegg brukes *Elev* (ikke forkortet) om enkeltelevers ytringer. Det skilles ikke mellom ulike elever. *Elev* markerer derfor kun at det er en elev som alene har ordet.

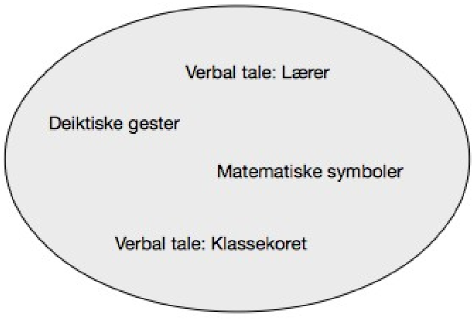
5.1 Diskurstype 1: *Performing basic operations on fractions*

5.1.1 Beskrivelse

Diskurstype 1 er et kommunikasjonsmønster som forekom svært ofte i løpet av studiens observasjonsperiode. Diskursen ble identifisert i alle undervisningsøktene (Vedlegg 1)) og finner sted i klasserommet når matematistene gjennomfører matematiske rutiner som ser ut til å være godt innarbeidet i klasseromsdiskursen. Rutinene som gjennomføres i diskurstype 1 kan karakteriseres som *prosedyrer* (Setati, 2005) fordi de er spesifikke regnemetoder og algoritmer som gjennomføres etter et bestemt mønster. Diskurstype 1-sekvensene kjennetegnes ved at både lærer og klassen, som en kommunikativ enhet, deltar aktivt og ved at kommunikasjonen dem imellom følger et repetetivt mønster. Gjennom en karakteristisk bruk av peking på tavlen og verbal tale dirigerer nærmest læreren klassen som et verbalt kor gjennom disse matematiske prosedyrene, trinn for trinn.

Den semiotiske bunten

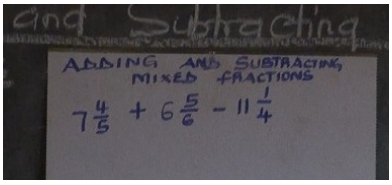
Den semiotiske bunten i diskursen består av matematiske symboler sammen med verbal tale og lærerens gester.



Figur 5.1. Sentrale semiotiske ressurser i diskurstype 1

5.1.2 Illustrerende eksempel: *Finne felles nevner*

For å illustrere interaksjonsmønsteret i diskurstype 1 er det blitt valgt ut en delrutine som går igjen i de fleste av undervisningsøktene, nemlig prosedyren for å finne felles nevner. Særlig i undervisningsøktene 1, 2, 5 og 6[27], er denne rutinen sentral i undervisningen. Utdragene nedenfor er hentet fra samme sekvens i undervisningsøkt 2, der *Adding and subtracting mixed fractions* stod på planen. Sekvensen er en del av en lengre episode der læreren gjennomgår et eksempel (figur 5.2). Diskursen i utdragene er typiske for måten delrutinen ble gjennomgått i undervisningen og er valgt ut på grunn av potensialet til å brukes i en eksemplarisk analyse av diskurstype 1.



Figur 5.2: Bilde av tavlen: Eksemplet som gjennomgås i undervisningsøkt 2, episode 3

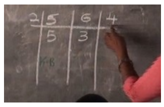
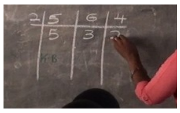
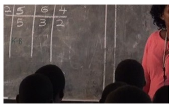
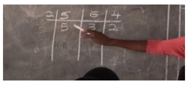
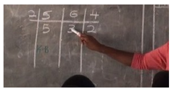
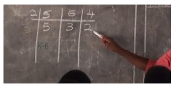
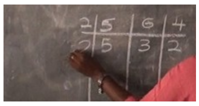
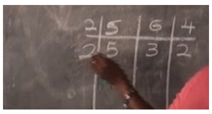
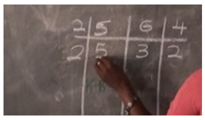
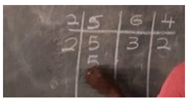
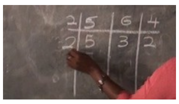
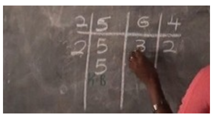
Episoden starter med at innholdet i det symbolske uttrykket i oppgaven analyseres. Fokuset er på hvilke regneoperasjoner eksemplet inneholder. Deretter gjennomgås konvensjonelle regler for regnerekkefølge ut fra denne analysen, hele tall plasseres for seg og brøker settes i parentes (Sekvens 2[28]). Etter dette, adderes de hele tallene i uttrykket (Sekvens 3[29]). Sekvens 5 markerer starten på neste delrutine: *finne felles nevner* . Til det brukes en bestemt metode for å finne minste felles multiplum ofte omtalt som *the LCM* i klasseromsdiskursen *(Lowest Common Multiplium).* Metoden inkluderer å sette opp de aktuelle nevnerene i en tabell og ble brukt flere ganger i løpet av observasjonsperioden. Det første utdraget fra sekvensen viser hvordan læreren leder klassen gjennom rutinen ved hjelp av deiktiske gester, verbal tale og symboler (Tabell 5.1).

Tabell 5.1: Undervisningsøkt 2, Episode 3, Sekvens 5 (17-26)

Nr	Matematist	Verbal ytring	Gester og andre kommunikative handlinger	Type gest

27Økter der addisjon og/ eller subtraksjon var tema for økten

28 Identifisert som diskurstype 3
29,Diskurstype 1

17	Lærer	Two into four	 Peker på 2  Peker på 4	Deiktisk
18	K	Two		
19	Lærer		 a) Skriver 2	
		b) Then another number=	 b) Snur seg og ser ut over klassen	
20	K	=Two=		
21	Lærer	= that can go into five, three and two without a remainder	 Peker på 5  Peker på 3  Peker på 2	Deiktisk
22	K	Two		
23	Lærer		 a) (Nikker). Skriver 2 i venstre kolonne (faktorkolonnen)	
		b) Two into five	 b) Peker på 2  Peker på 5	b) Deiktisk
24	K	Five		
25	Lærer		 a) Skriver 5	
		b) Into three	 b) Peker på 3  Peker på 3	b) Deiktisk
26	K	Three		

Utdraget viser hvordan læreren leder klassen gjennom rutinen ved hjelp av deiktiske gester og verbal tale. Interaksjonen følger et gjentakende mønster, der lærer og klassekoret deltar verbalt vekselvis (17-18, 23-24, 25-26). Lærer fremhever tallene matematistene skal vie oppmerksomheten sin på gjennom peking og verbale ytringer (21, 23b og 25b). Elevene responderer deretter synkront (20, 24, 26) og dikterer slik hvilket tall læreren skal fylle inn neste rad i tabellen med. Læreren følger opp responsen og skriver tallene inn i tabellen (19a, 23a, 25a).

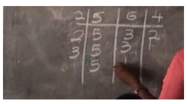
For å kunne diskutere hvordan elevdeltakelsen som kjennetegner diskurstype 1 skiller seg fra de andre diskurstypene, presenteres også et kort utdrag fra senere i samme sekvens.

Tabell 5.2: Undervisningsøkt 2, Episode 3, Sekvens 5 (33-36)

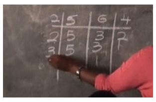
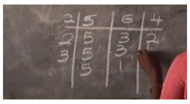
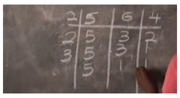
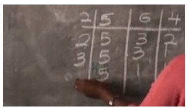
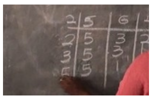
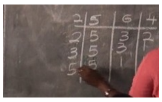
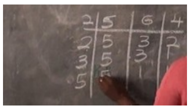
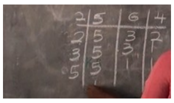
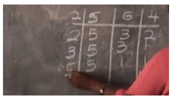
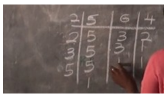
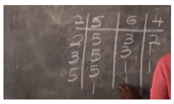
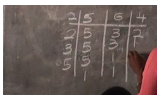
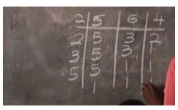
Nr	Matematist	Verbal ytring	Gester og andre kommunikative handlinger	Beskrivelse	Type gest
33	Lærer	b) Three into five	a) Skriver 3 b) Peker på 3 og 5		b) Deiktisk
34	K	[One] [Five]			
35	Lærer	a) Five b) Three into three	a) Skriver 5 b) Peker på 3 og 3		b) Deiktisk
36	K	One			

Av utdraget (Tabell 5.2) ser vi en indikasjon på at rutinen som gjennomføres er kjent for elevene. Interaksjonen mellom lærer og helklassen følger samme mønsteret som vist i utdraget ovenfor (17-26), ved at lærer ytrer og peker på tallene i tabellen (33) og elevene kollektivt angir hvilket tall som er det neste (34). Men her, i motsetning til i det første utdraget (17-26) kan man høre et klassekor som ikke opptrer synkront. Elevene oppgir to ulike svar (34) når klassekoret skal svare på lærerens ytring (33). Læreren ser ikke ut til å dvele ved det tvetydige svaret fra klassekoret. Hun gjentar bare svaret som er forventet i gjennomføringen av rutinen (35a) og går raskt videre uten å bryte opp i kommunikasjonsmønsteret. Både gester og verbale ytringer fortsetter i samme mønster. Denne måten å fortsette gjennomgangen av prosedyren til tross for klassekorets tvetydige deltakelse, skiller seg fra lærerens håndtering av slike tilfeller i de andre diskurstypene[30]. Diskursen fortsetter, og i neste utdrag (Tabell 5.3) leder læreren klassen videre gjennom rutinen for å finne felles nevner.

Tabell 5.3: Undervisningsøkt 2, Episode 3, Sekvens 5 (37-47)

Nr	Matematist	Verbal ytring	Gester og andre kommunikative handlinger	Type gest
37	Lærer		 a) Skriver 1	

30For sammenligning presenteres et eksempel på dette under analysen av diskurstype 2 (Tabell 5.7, 46-48).

		b) Three into	  b) Peker på 3 Peker på 1	b) Deiktisk
38	K	One		
39	Lærer		 a) Skriver 1	
		b) Then here	 b) Holder krittet over neste rad i venstre kolonne	b) Deiktisk
40	K	Five		
41	Lærer		 a) Skriver 5	
		b) Five into	  b) Peker på 5 Peker på 5	b) Deiktisk
42	K	One		
43	Lærer		 a) Skriver 1	
		b) Into	  b) Peker på 5 Peker på1	b) Deiktisk
44	K	One		
45	Lærer		 a) Skriver 1	
		b) Into	 b) Peker på 1	b) Deiktisk
46	K	One		
47	Lærer		 a) Skriver 1	
		b) Then, we find the lowest	b) Peker på nederste tall i venstre kolonne	b) Deiktisk

		common what?		

Utdraget viser at den interaksjonelle vekslingen mellom lærer og klassekor fortsetter å følge samme mønster som tidligere (17-26), men her *avtar* lærerens verbale tale. Lærerens ytringer reduseres her til å kun bestå av et enkeltord (43b, 45b), men pekingen fortsetter på samme måte som tidligere. Til tross for en endring i lærerens måte å delta på, deltar klassekoret tilsynelatende like aktivt og på samme måte som tidligere i sekvensen (17-26).

5.1.3 Teoribasert analyse av eksemplet

Hva er i sentrum av diskursen?

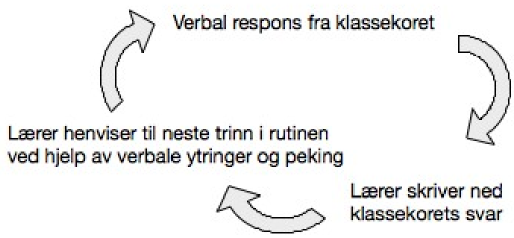
Diskursutdragene eksemplifiserer at diskurstype 1 dreier seg matematiske rutiner som gjennomføres etter spesifikke mønstre. I eksemplet ovenfor, gjelder dette *å finne felles nevner*, gjennom å bruke en tabell etter en bestemt metode. Kommunikasjonen deltakerne imellom er konsentert om å følge metoden trinn for trinn, noe som karakteriseres som diskursive metaregler (Sfard, 2008), mer spesifikt rutinens *hvordan:* Metareglene som styrer rutinens «patterned discursive performance» settes nemlig her ut i livet via selve gjennomføringen av rutinen (Sfard, 2008, s. 221). Videre ser vi også indikasjoner på at rutinen *finne felles nevner* er veletablert i diskursen. Blant annet der klassekoret responderer asynkront på lærerens ytring (33-36).

Hvordan deltar matematistene og hva kjennetegner kommunikasjonen mellom dem?

Eksemplet viser at elevene deltar aktivt i diskursen, og det som en kollektiv enhet: *klassekoret.* Gjennom hele sekvensen følger kommunikasjonen mellom klassekoret og læreren det samme mønsteret, noe som kan være en indikasjon på at rutinen er et matematisk rituale (Sfard, 2008). I utdraget (37-47) ser vi dessuten også at kommunikasjonen effektiviseres enda mer midtveis i gjennomføringen av rutinen. Det repetitive kommunikasjonsmønsteret og elevenes respons på lærerens ytringer, til tross for den økonomiserte ordbruken, kan også være en indikasjon på at rutinen som gjennomføres er godt innarbeidet i klasseromsdiskursen. Elevene ser ut til å være godt klare over hvilken deltakelse som forventes av dem.

Hvordan brukes de semiotiske ressursene?

Det er typisk for diskurstype 1 i datamaterialet at alle de semiotiske ressursene, både symboler, matematistenes verbale ytringer og lærerens gester, ser ut til å være tydelig rettet mot et og samme formål: gjennomføringen av den matematiske rutinen, trinn for trinn. Eksemplet synliggjør det sosiale aspektet ved diskursen gjennom at de semiotiske ressursene produseres vekselvis av lærer og elever. Den semiotiske bunten deles derfor av matematistene som deltar i diskursen (Arzarello et al., 2009). Tegnene i bunten produseres i et sirkulært, interaksjonelt mønster, der lærer først påpeker hvilke tall de skal ta for seg gjennom ytring og peking. Uten at læreren eksplisitt må formulere hvordan tallene skal behandles av elevene, responderer klassekoret ved å angi tallet som skal settes inn i tabellen. Slik nærmest dikterer de lærerens produksjon av symboler på tavlen. Dette kan sees på som at elevene tolker og gjenkjenner den diskursive aktiviteten læreren legger opp til og at de går gjennom et trinn i den kjente rutinen på intrapersonlig plan, for så å bidra til diskursen med å angi tallet som var forventet. De deltar i ved å følge en bestemt og kjent metode. Det at elevene fortsetter å delta på samme måte som tidlig i sekvensen (17-26), selv etter at lærerns verbale tale avtar (37-47) kan tolkes som at lærer og elever er så samstemte at de omtrent går inn i hverandre og nærmest deltar som en samlet matematist under tegnproduksjonsprosessen, noe som samsvarer med funn fra tidligere studier (Arzarello et al., 2009).



Figur 5.3: Sosial tegnproduksjon i den semiotiske bunten

Deiktiske gester

I eksemplet utgjør symboler og deiktiske gester diskursens visuelle mediatorer (Sfard, 2008), noe som er gjennomgående typisk for diskurstype 1 i datamaterialet. Det ser ut til at mediatorerene fungerer nært sammen i diskursen, men at de fyller ulike medierende oppgaver. Symbolene representerer de matematiske objektene visuelt, mens gestene ser her mer ut til å koordinere kommunikasjonen mellom lærer og elevene (Sfard, 2008). Sfard (2008) påpeker at interaksjonen i diskursen blant annet avhenger av hvilke visuelle mediatorer som brukes i diskursen. Utdragene viser at lærerens deiktiske gester spiller en styrende rolle for matematistenes deltakelse. Lærerens bruk av peking ser derfor ut til å fungere som en diskursiv ramme[31] for diskursen da den stimulerer til en viss type deltakelse fra elevenes side (Sfard, 2008) og indikerer at matematistenes roller i diskursen ser ut til å være individualiserte i elevenes personlige diskurser.

Sfard (2009, s. 7) hevder at gester er «crucial to the effectiveness of mathematical communication», noe som ser ut til å være tilfellet for diskurstype 1. Effektiviseringen av kommunikasjonen midtveis i sekvensen (37-47) fører til at gestene utgjør en enda større andel av den semiotiske bunten i diskursen. Så vidt det kan observeres har dette heller ingen avtagende effekt på elevenes deltakelse. Klassekoret ser ut til å fortsette å fylle inn sine bidrag til diskursen like jevnt og stødig. Man si at de deiktiske gestene bidrar til å gjøre diskursen smidig. Den kollektive gjennomførelsen av prosedyren går vesentlig raskere når læreren ikke trenger å bruke verbal tale. Lærerens deiktiske gester fungerer slik som kommunikative mediatorer som gjør det mulig å økonomisere språkbruken. Dette resulterer i et svært effektivt kommunikasjonsmønster.

5.2 Diskurstype 2: *Performing and explaining basic operations on fractions*

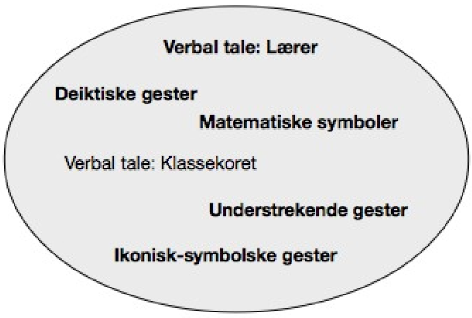
5.2.1 Beskrivelse

Også diskurstype 2 har blitt identifisert i alle de observerte undervisningsøktene og utgjør derfor en sentral del av undervisningen i datamaterialet. Ofte forekommer type 1 og type 2 vekselvis i gjennomgangen av et eksempel eller en oppgave. Sekvensene det er snakk om her skiller seg fra diskurstype 1 ved at de innheholder rutiner som enten ser ut til å være relativt nye for elevene, eller som elevene tilsynelatende ikke mestrer tilstrekkelig. Med andre ord gjelder dette rutiner der

31 Oversatt fra discourse framer (Sfard, 2008).

elevene kan regnes som nybegynnere (Sfard, 2008). Læreren er den desidert mest aktive part og diskursen preges av mye verbale gjentakelser og repetisjoner, både av enkeltord og fraser, samt setninger og lengre forklaringer. Symboler er fortsatt en sentral del av den semiotiske bunten sammen med verbal tale og gester. Til tider er det også her algoritmer involvert, som for eksempel divisjonsalgoritmen for hele tall. Også i diskurstype 2 bruker lærereren peking for å mediere, men den semiotiske bunten skiller seg fra diskurstype 1 ved at også andre dimensjoner av gester brukes aktivt her. De deiktiske gestene akkompagneres ofte av understrekende gester og ikonisk-symbolske gester. Dessuten fyller også de deiktiske gestene en annen funksjon her enn i diskurstype 1.

Den semiotiske bunten



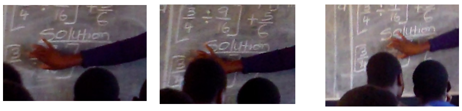
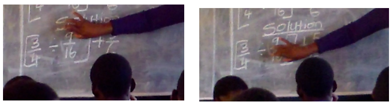
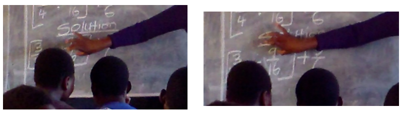
Figur 5.4: Sentrale semiotiske ressurser i diskurstype 2

5.2.2 Illustrerende eksempel: *Divisjon av brøk*

Episoden som er valgt ut for å illustrere diskurstype 2 er hentet fra undervisningsøkt 6, der *Adding and dividing fractions* var tema for undervisningen (Vedlegg 1). Utdragene som presenteres er hentet fra en sekvens der læreren først går gjennom divisjon av brøker mens hun forklarer undervegs og deretter repeterer forklaringen etter at rutinen er gjennomført (Sekvens 3, Episode 4). Begrunnelsen for at divisjon av brøk er valgt ut er fordi det er en rutine som ble gjennomgått og forklart i detalj gjentatte ganger gjennom observasjonsperioden. Særlig i undervisningsøktene 3, 4 , 6 og 7.[32] Eksempelsekvensen er valgt ut fordi den viser typiske trekk for hvordan undervisningen pleide å gripe an oppgaver som inneholdt divisjon. Episoden sekvensen er hentet fra starter på samme måte som diskurstype 1-eksemplet, ved at oppmerksomheten vies til hvilke

32Undervisningsøkter der divisjon i kombinasjon med en av de andre regneoperasjonene stod på undervisningsplanen regneoperasjoner regneuttrykket i oppgaven inneholder (sekvens 2[33]). Like før utdraget fra sekvens 3 starter, har lærerminnet elevene på at i divisjon av brøk må divisjonstegnet byttes ut. Hun spør elevene om de husker *hvilket tegn* det skal erstattes av (Vedlegg 5, 13-18) før hun konstaterer at det er multiplikasjonstegnet det er snakk om. Dette presenteres som et faktum uten at det utdypes noe mer og læreren går deretter over til å forklare hvordan dette fungerer (Tabell 5.4).

Tabell 5.4: Undervisningsøkt 3, Episode 4, Sekvens 3 (23-26)

Nr	Matematist	Verbal ytring	Gester og andre kommunikative handlinger	Type gest
23	Lærer	a) That means that in the second step,		
		b) we change the division sign, from division sign into what? Multiplication what?	 b) Holder hånden som en klype over divisjonstegnet	b) Deiktisk/ Ikonisk-symbolsk
24	K	Sign		
25	Lærer	a) At that time, when we change the division sign,	 a) Understrekende bevegelse (fortsatt klypeform) på divisjonstegnet	a) Under-strekende gester
		b) we also change the de=,	b) peker på brøken	b) Deiktisk
		c) =The numerator d) will be the denominator	 c) peker på teller d) peker på nevner	C-f) Deiktiske gester
		e) the denominator f) will be the?	 e) peker på nevner f) peker på teller	
26	K	numerator		

Utdraget viser hvordan lærerens peking foregår simultant med de verbale ytringene hennes. Gestene peker ut symbolene lærerens ytringer refererer til (25a) og *viser* hvordan symbolenes plasseringer vil endre seg, hvordan teller og nevner vil bytte plass, når divisjonsrutinen gjennomføres (25c-f). Læreren tar deretter i bruk ikonisk-symbolske gester når hun forklarer regelen på ny (Tabell 5.5).

33Identifisert som diskurstype 3

Tabell 5.5: Undervisningsøkt 6, Episode 4, Sekvens 3 (33-36)

Nr	Matematist	Verbal ytring	Gester og andre kommunikative handlinger	Type gest
33	Lærer	a) So here	 a) Peker på div.tegnet	a) Deiktisk
		b) you are supposed to change the division sign into a multiplication sign. So at that time when you change the division sign into a multiplication sign you also change	Tar noen skritt bort fra eksemplet. Vender seg mot klassen	
		c) the fraction you have next to	 c) Gest i luften: brøken er til høyre	c) Ikonisk-symbolsk
		d) the division sign.	 d) Markerer et skille, div.tegnet rett forut	d) Ikonisk-symbolsk
		e) You are supposed to..,		
		f) The numerator will be the what?	 f) Roterende bevegelse	f) Ikonisk-symbolsk
34	K	Denominator		
35	Lærer	And the denominator will be the what?	 Roterende bevegelse andre veien	Ikonisk-symbolsk
36	K	Numerator		

Her ser vi hvordan læreren med en gest først henviser til noe til høyre for kroppen sin (33c) og slår så en bestemt bevegelse nedover (33d), som om hun markerer et bestemt punkt rett foran seg. Denne sammensatte gesten kan karakteriseres som ikonisk-symbolsk (Edwards, 2010). Ikoniteten er muligens ikke åpenbar, da man neppe ser noen direkte eller ikoniske referanser til hverken brøk eller divisjon som fysiske konsepter. Derimot kan det se ut til at lærerens gester her refererer til brøk som deler av et symbolsk utrykk, med tanke på at brøken som skal divideres i et divisjonsstykke er plassert til høyre for divisjonstegnet i et konvensjonelt symboluttrykk. Det er et vesentlig poeng at gjennom de fem foregående øktene i emnet har brøk *utelukkende* vært representert ved symboler gjennom eksempler og regneoppgaver. Antakelsen baserer seg derfor på en generell tendens i datamaterialet, ikke bare denne sekvensen i seg selv. Etter denne sammensatte gesten (33c-d) viser læreren, gjennom å ta i bruk en ny type *gest i luften*, hvordan den hypotetiske brøken hun viser til (33c) skal snus. Dette foregår også simultant med lærerens verbale ytringer. Disse roterende gestene (33f og 35) kan også regnes som ikonisk-symbolske fordi de har visuell likhet med symbolene de refererer til (Edwards, 2010). Mer spesifikt kan begge disse sammensatte gestene (33c-d; 33f og 35) beskrives som det Edwards (2010) omtaler som *luftalgoritmer*[34], som imiterer den skriftlige manipuleringen av symbolene (en brøk som snus oppned).

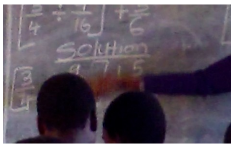
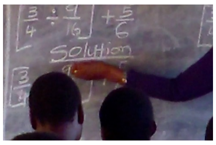
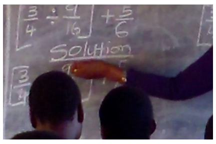
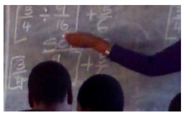
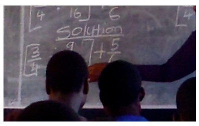
Av å studere lærerens ytringer så ser vi at utdraget (33-36) er en gjentakelse av forklaringen fra utdraget ovenfor (23-26). De verbale ytringene i første utdraget (25c-f) er tilnærmet de samme som i det andre utdraget (33f og 35). Til tross for verbale likheter, skiller forklaringene seg ra hverandre. Den første forklaringen knyttes til et konkret eksempel (23-26). Gestene (25a) og (25 c-f) som refererte til henholdsvis divisjonstegnet og den etterfølgende brøken i uttrykket var deiktiske og kan karakterisers som *konkret peking* (McNeill, 1992) fordi de referte til spesifikke symboler på tavlen. Når læreren deretter forklarer regelen på ny (33-35), gjør hun det på et mer generelt plan. Delrutinen forklares nå uten å vise til et konkret eksempel. Det at læreren fysisk beveger seg et par skritt bort fra eksemplet, kan tolkes som en markering avdette: at lærerens verbale ytringer nå omtaler en generell regel, som ikke bare gjelder i det spesifikke eksemplet matematistene har foran seg.

Videre fullføres eksemplet ved at rutinen gjennomgås i sin helhet (sekvens 4-8, Se tabell 4.5). Deretter følger en repetisjon av divisjonsrutinen som gjengis i utdraget nedenfor (Tabell 5.6). Her brukes samme deiktiske gester som tidligere i episoden (23-26) når læreren nok en gang viser hvordan brøken skal snus.

Tabell 5.6: Undervisningsøkt 6, Episode 4, Sekvens 3 (39-44)

Nr	**Matematist**	**Verbal ytring**	**Gester og andre kommunikative handlinger**	**Type gest**

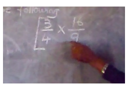
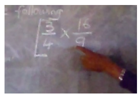
34 Oversatt fra *algorithms in the* air (Edwards, 2010).

39	Lærer	a) Three over four,	a)Skriver $\frac{3}{4}$	
		b) then you change the division sign into?	b) Peker bort på eksemplet de nettopp har gjort	b) Deiktisk
40	SK	Multiplication		
41	Lærer		a) Skriver multiplikasjonstegn på tavlen	
		b) Multiplication.		
		c) So the denominator	 c) Peker på nevner	c) Deiktisk
		d) will be	  d) Glidende bevegelse fra nevner oppover og rundt teller (Antydning til roterende bevegelse)	d) Deiktisk
		e) the	 e) Peker på teller	e) Deiktisk
42	K	Numerator		
43	Lærer	a)The numerator	 a) Peker på teller	a) Deiktisk
		b) will be	  b) Glidende bevegelse rundt teller og nedover mot nevner (Antydning til samme roterende bevegelse som i 41d)	b) Deiktisk
		c) the	 c) Peker på nevner	c) Deiktisk
44	K	Denominator		

De deiktiske gestene som brukes her peker på samme nøyaktig samme brøk på tavlen som tidligere

(25c-f), men har nå (41-43) en antydning til en roterende bevegelse. Bevegelsen ligner de ikonisk-symbolske gestene lærereren produserte tidligere i utdraget (33-36). Dette kan sees på som at lærerens bruk av gester skaper en form for kontinuitet i diskursen. I det siste utdraget fra sekvensen (Tabell 5.7) tar læreren også i bruk understrekende gester.

Tabell 5.7: Undervisningsøkt 6, Episode 4, Sekvens 3 (45-53)

Nr	**Matematist**	**Verbal ytring**	**Gester og andre kommunikative handlinger**	**Type gest**
45	Lærer	So here it´s what?	 Står klar med krittet (Der telleren i den snudde brøken skal skrives. Deiktisk indikator på hvor i uttrykket hun vil de skal ha oppmerksomheten)	Deiktisk
46	E	[Sixteen] [Sixteen over..] (Mumlende. Forskjellige svar kan høres)		
47	Lærer	Here	   Rask, understrekende prikking der hun skal skrive. 3 ganger	Under-strekende gester
48	K	Sixteen		
49	Lærer		a) Skriver 16	
		b) Over what		
50	K	Nine		
51	Lærer		a) Tegner brøkstrek og skriver 9	
		b) Don´t forget this point (2s)	    b) Rask, understrekendeprikking på brøken. Snur seg mot klassen mens hun holder etter siste prikking (2s). 4 ganger	b) Under-strekende gester
		c) Are we together?		
			d) Skriver «)»	
		e) Plus here we are given five over what?	e) Skriver 5 (teller) og brøkstrek	
52	K	Six		
53	Lærer		Skriver 6 (nevner)	

De understrekende gestene (47) og (51b) produseres samtidig som lærerens ytringer. Dette er karakteristisk for hvordan de understrekende gestene brukes i diskurstype 2. Det kan se ut som at disse gestene brukes til å poengtere noe hun vurderer at elevene trenger å få repetert nøye og at gestene er direkte relatert til den verbale repetisjonen. I motsetning til lærerens respons på asynkron elevdeltakelse i diskurstype 1 (Tabell 5.2), gjentar læreren her spørsmålet samtidig som hun poengterer med den understrekende gesten (47). Først når klassen svarer tydeligere og mer synkront (48) går læreren videre i forklaringen sin.

5.2.3 Teoribasert analyse av eksemplet

Hva er i sentrum av diskursen?

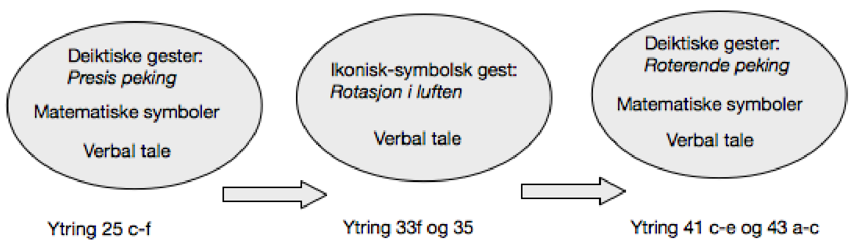
Diskursutdragene ovenfor illustrerer hvordan rutinen *divisjon av brøk* forklares i undervisningen knyttet til et oppgaveeksempel på tavlen. Mer spesifikt er det hvordan operasjonstegnet *skal skiftes* og brøken *skal snus* lærerens forklaringer konsenterer seg om. Eksemplet synliggjør dermed noe typisk for sekvensene som har blitt identifisert som diskurstype 2, at både forklaringer og repetisjoner av rutiner hovedsaklig refererer til symboler og algoritmer. Både verbale ytringer og lærerens gester er tydelig rettet mot hvordan symbolene i regneuttrykket endres når rutinen gjennomføres. Det kan også se ut som at de ulike trinnene i rutinen, *skifte operasjonstegn og snu brøk*, får minst like mye fokus i diskursen som selve svaret på oppgaven. Dermed er det ikke produksjonen av det matematiske narrativet som er formålet med rutinen, men det å gjennomføre den etter en bestemt metode. Dette indikerer at rutinen kan karakteriseres som et matematisk rituale (Sfard, 2008). Både i gjennomføring og forklaring er det metareglene for rutinen som ser ut til å være i sentrum av diskursen. Sekvensen inneholder realisering av rutinens *hvordan* gjennom «course of action» når læreren snur brøken. Vi ser også at rutinens *når* kommuniseres utenfor selve gjennomgangen av rutinen når læreren forklarer og viser elevene i hvilke tilfeller handlingen *snu brøk* skal settes igang (Sfard, 2008). Dette tydeliggjøres ved at læreren fysisk beveger seg bort fra tavlen, vender seg mot elevene og viser med gester og posisjonering av egen kropp hvilke brøker som skal snus, mens hun ytrer: «at that time when you change the division sign into a multiplication sign you also change the fraction you have next to the division sign» (Tabell 5.5, 33).

Hva kjennetegner kommunikasjonen mellom matematistene i diskursen?

Eksemplene viser en typisk forskjell mellom diskurstypene 1 og 2, at elevene deltar langt fra like aktivt i diskurstype 2 som de gjør i diskurstype 1. Det er i aller høyeste grad læreren som er mest aktiv i diskursen her og elevenes muntlige deltakelse kan se ut til å her begrense seg til noe som kan tolkes som bekreftelser på lærerens noe ledende spørsmål. Slik sett kan man si at elevene fungerte som mer produktive deltakere i diskurstype 1, der de bidro med ytringer som gav matematisk innhold til diskursen og drev diskursen videre.

Hvordan brukes de semiotiske ressursene?

Når det kommer til gester preges diskurstype 2 av et større mangfold av dimensjoner enn diskurstype 1. Dette kommer frem av eksemplet. Både deiktiske, ikonisk-symbolske og understrekende gester ble brukt om hverandre i lærerens forklaringer og repetisjoner. Ulikhetene i kommunikasjonsmønstrene i diskurstypene 1 og 2 viser også igjen i det at den semiotiske bunten ikke *deles* like synlig av matematistene i sistnevnte. Det er i større grad læreren som produserer tegnene i bunten. Det som heller kjennetegner diskurstype 2 er at den semiotiske buntens dynamiske egenskaper kommer godt frem (Arzarello et al., 2009). I eksemplet ser vi at innholdet i bunten endres frem og tilbake ved at læreren veksler mellom å bruke ulike dimensjoner av gester. I diskurstype 2 medieres dermed *samme* matematiske objekt tidvis av ulike dimensjoner, som når de deiktiske gestene (25 c-f), de ikonisk-symbolske gestene (33f og 35) og repetisjonen av de deiktiske gestene igjen (41c-e og 43a-c) alle viser til brøken som skal snus. Deler man sekvensene inn i kortere bruddstykker ville dermed forklaringen av samme delrutine resultert i semiotiske bunter med ulikt innhold.



Figur 5.5: Dynamisk tegnproduksjon i diskursen: En kjede av semiotiske bunter.

Figur 5.5 illustrerer tre ulike utdrag fra diskursen sekvens 3 der læreren repeterer delrutinen «snu brøk». Første gang forklarer hun hvordan brøken skal snus ved hjelp av deiktiske gester som referer til symbolene på tavlen (25 c-f). Studerer man den semiotiske bunten i utdraget (33-36), så er det kun verbal tale og gester som er aktive semiotiske ressurser i diskursen i øyeblikket. Symbolene på tavlen er der ikke aktive på samme måte som tidligere (23-26), selv om de er tilgjengelige. Likevel refererer lærerens gester til symbolske brøkrepresentasjoner gjennom de ikonisk-symbolske luftalgoritmene (33f-35). Når delrutinen repeteres enda en gang kommer de deiktiske gestene tilbake i diskursen, dog i en litt annen form (41c-e og 43a-c). I denne semiotiske bunten er også de matematiske symbolene aktive ressurser igjen, sammen med gester og verbal tale.

Deiktiske gester

Som vist til tidligere i teksten så kan også en og samme type gest ha ulike betydninger i forskjellige situasjoner McNeill (2005) og det kan se ut til å være tilfellet her. Selv om det er den *konkrete pekingen* som dominerer også i diskurstype 2 (McNeill, 1992), så pekingen i diskurstype 1 ut til å hovedsaklig bidra til å effektivisere kommunikasjonen mellom lærer og elever. Eksempler på diskurstype 2 viser at den konkrete pekingen, i tillegg til å effektivisere kommunikasjonen ved å peke ut det de verbale ytringene refererer til, også bidro til å mediere gjennomføringen av trinn i divisjonsrutinen ved at de gir et visuelt inntrykk av hvordan teller og nevner vil bytte plass når brøken snus. Her medierer de deiktiske gestene de matematiske symbolene i diskursen. Som nevnt tidligere fremheves gester nettopp for sin evne til å mediere andre visuelle mediatorer, deriblant symboler (Sfard, 2008; 2009). Medieringen kan beskrives som at lærerens peking tilføyer de symbolske brøkrepresentasjonene en dynamisk dimensjon (25c-f, 41c-e og 43a-c). Måten de deiktiske gestene brukes på gjør at teller og nevner på sett og vis blir bevegelige. På samme måte som skriftlige, visuelle modeller, er symboler statiske konstruksjoner, noe som begrenser hvordan de kan brukes som verktøy for matematistene som tar dem i bruk (Edwards, 2010). Eksemplet indikerer at gesters dynamiske egenskaper kan være en av egenskapene som gjør dem til de effektive og hensiktsmessige visuelle mediatorer de er i matematiske diskurser.

Understrekende gester

I det analyserte eksemplet tar læreren i bruk understrekende gester i flere situasjoner og det kan se ut til at de kan fylle to ulike funksjoner. De understrekende gestene brukes både til å presisere reglene som regulerer rutinens *når* (Sfard, 2008), som vi ser av eksemålet: «At that time, when we change the division sign» (25a) i tillegg til å understreke et trinn i rutinen i løpet av selve handlingen (51b), altså rutinens *hvordan* (Sfard, 2008). Repetisjoner av hele og deler av rutiner er karakteristisk for diskurstype 2 og er derimot svært sjeldent i diskurstype 1. Fordi den semiotiske bunten i diskurstype 1 bare inneholder den deiktiske dimensjonen er det ikke unaturlig å anta at understrekende gester ofte følger verbale gjentakelser eller *repetisjoner av rutiner*.

Bruken av verbal repetisjon og understrekende gester ser også ut til å tas i bruk i tilfeller der læreren vurderer elevenes deltakelse i diskursen som utilstrekkelig. Den understrekende gesten (47) så ut til å være en respons på elevenes asynkrone respons (46). Dette kan indikere at *divisjon av brøk* er en rutine hun ikke opplever at elevene mestrer godt nok enda. Slik kan understrekende gester være en læringsfremmende mediator når elevene befinner seg i i individualiseringsfasen - og de enda ikke har objektifisert rutinen.

Ikonisk-symbolske gester

I Edwards studie (2006) var ikonisk-symbolske gester sentrale i lærerstudentene brøkdiskurs. Det samme kan sies om lærerens diskurs i sekvensen som er blitt vist til her og diskurstype 2 ellers i datamaterialet.

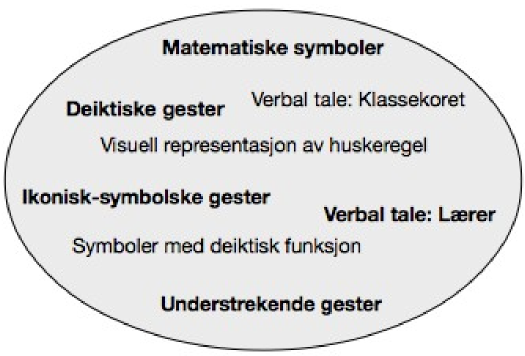
Lærerens ikonisk-symbolske gester viser tydelige tegn på at de er direkte relatert til de matematiske symbolene fordi gestenes ikoniske form har visuell likhet med de symbolske uttrykkene på tavlen (Edwards, 2006). De refererer ikke ikonisk til de matematiske objektene som omtales, men til representasjonene av dem. Ifølge Roth (2001, s.23) kan ikoniske gester bidra til å gjøre abstrakte forklaringer mindre komplekse gjennom å «lowering the cognitive load» på grunn av sin billedlige karakter. De kan dermed supplere verbale forklaringer ved å gjøre matematikken lettere tilgjengelig. De ikonisk-symbolske gestene bidrar slik til å mediere rutinen (divisjon av brøk) gjennom å tilføye et mer konkret element til diskursen. Som pekt på i teoridelen, hevder Roth (2000) at ikoniske gesterer i en særdeles god posisjon til å kommunisere det abstrakte.

5.3 Diskurstype 3: *Explaining the rules of performing basic operations on fractions*

5.3.1 Beskrivelse

Diskurstype 3 er den siste av de tre diskurstypene som ble identifisert i alle undervisningsøktene. Også denne forekommer opptil flere ganger i løpet av øktene. Oftest i introduksjonen av et nytt eksempel eller oppgave. Noen ganger forekommer den også midt i gjennomgangen av en rutine som tilhører enten diskurstype 1 eller 2, da i form av diskursive brudd, som bryter med selve gjennomføringen av rutinen. I andre tilfeller har diskurstype 3 blitt identifisert i etterkant av en eksempelgjennomgang. På samme måte som i diskurstypene 1 og 2 er diskursen i disse sekvensene også relatert til matematiske rutiner, men diskurstype 3 skiller seg likevel mer fra de andre to. Først og fremst ved at deltakerne ikke gjennomfører matematiske rutiner. Kommunikasjonen omtaler metaregler som styrer gjennomføringen av rutinene og det er reglene som er gjenstand for forklaringer i diskurstype 3. Typisk for diskurstype 3 er at læreren bruker deiktiske gester til å tydeliggjøre sammenhenger mellom ulike symbolske uttrykk, som for eksempel hjelpetabeller eller visuelle representasjoner av huskeregler. Understrekende gester brukes ofte sammen med verbale gjentakelser for å repetere og gjøre regler eksplisitte. I tillegg utgjør også ikonisk-symbolske gester en sentral del av den semiotiske bunten.

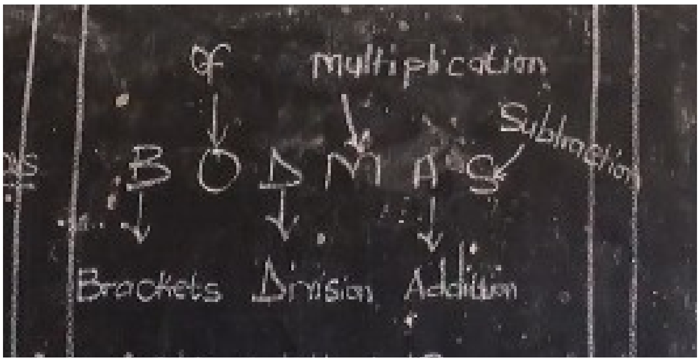
Den semiotiske bunten



Figur 5.6: Sentrale semiotiske ressurser i diskurstype 3

5.3.2 Illustrerende eksempel: *Å regne med parenteser*

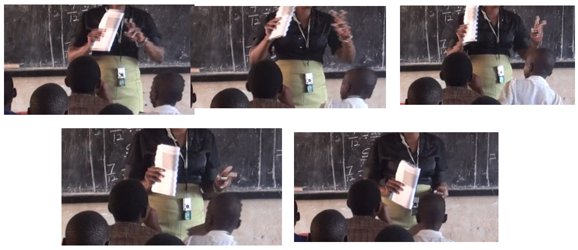
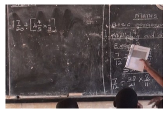
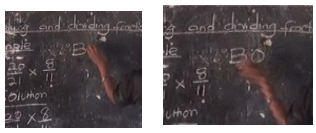
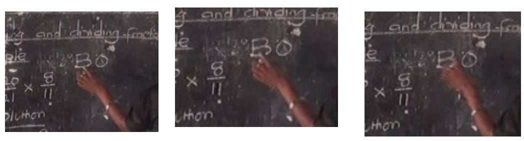
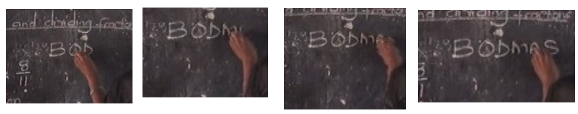
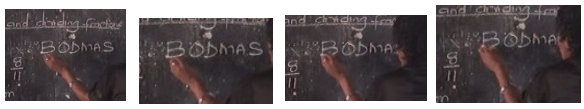
Eksemplet på diskurstype 3 består av utdrag hentet fra en og samme sekvens (Vedlegg 6) i undervisningsøkt 3 der temaet var: *Multiplying and dividing fractions.* Sekvensen markerer starten på en episode der læreren gjennomgår utregningen av dette oppgaveeksemplet $1\frac{7}{20} : (4\frac{4}{5} \cdot \frac{1}{3})$ i sin helhet. Diskursen i sekvensen dreier seg om å analysere oppgaven med tanke på regneoperasjoner og regnerekkefølge. Oppmerksomheten vies spesifikt til parentesen i uttrykket. Sekvenser som omhandler konvensjonelle regler for regnerekkefølge er identifisert i alle undervisningsøktene i datamaterialet og parenteser ble stadig lagt vekt på i disse sekvensene. Sekvensen er derfor svært typisk for diskurstype 3. Det er i slike sammenhenger at frasen «the law of BODMAS», som forklart i innledningen av kapitlet, dukker opp. Utdragene fra sekvensen nedenfor viser hvordan læreren refererer til denne huskeregelen.



Figur 5.7: Visuell fremstilling av akronymet BODMAS.
(Utklipp av tavlen i klasserommet. Bildet er hentet fra undervisningsøkt 1).

Det første utdraget fra sekvensen viser hvordan læreren bruker flere typer gester sammen med verbal tale og det symbolske uttrykket på tavlen for å peke på at konvensjonelle metaregler tilsier at parenteser prioriteres først.

Tabell 5.8: Undervisningsøkt 3, Episode 7, Sekvens 1 (9-14)

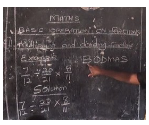
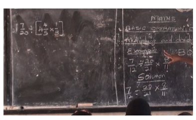
Nr	Matematist	Verbal ytring	Gester og andre kommunikative handlinger	Type gest
9	Lærer	a) If you are given (.) bracket	 a) Tegner parentes i lufta	a) Ikonisk-symbolsk
		b) like that one (2s).	 b) Peker på eksemplet	b) Deiktisk
		c) If you follow the rules of BODMAS,		
			 d) Skriver B.. O..	
		e) at first there is what?		
10	Elev	BODMAS		
11	Lærer	No, there is this one	 Rask understrekende peking på B. Tre ganger	Under-strekende gester
12	E	[Brackets] (Mumling)		
13	Lærer	a)	 [Skriver D.. M.. A.. S]	
	Lærer	b) Huh?	 Rask understrekende peking/ prikking på B. 4 ganger	Under-strekende gester
14	K	Brackets		

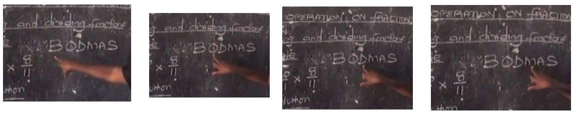
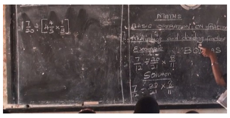
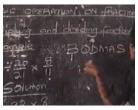
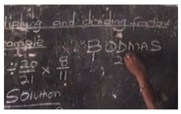
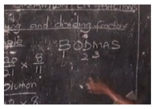
Læreren illustrerer først en parentes ved å «tegne» den i luften. (9a). Bevegelsen kan sammenlignes med *luftalgoritmene* fra eksemplet på diskurstype 2 og kan klassifiseres som en ikonisk-symbolsk gest fordi den refererer til «visual locations and elements of mathematical symbols» (Edwards, 2010, s. 139) og har tydelige visuelle likheter til parenteser. Ytringen som produseres simultant med gesten indikterer at læreren her omtaler noe generelt: «If you are given (.) brackets» (9a). Like etter, ved å peke mot eksemplet (9b) viser lærerens deiktiske gest at det generelle og noe hypotetiske utsagnet også gjelder i det aktuelle eksemplet elevene har foran seg på tavlen. Deretter produserer læreren en ny semiotisk ressurs når hun skriver opp bokstavene i akronymet BODMAS på tavlen (9d, 11, 13a), og tilføyer slik enda en visuell mediator til diskursen. Produksjonen av disse tegnene virker å foregå litt på siden av diskursen ellers. Lærerens ytringer refererer ikke til bokstavene mens hun skriver dem, men til interaksjonen hun har med elevene (9e-15). Det kan virke som at elevene tolker lærerens tegnproduksjon som at de nå skal vie oppmerksomheten mot huskeregelen BODMAS i sin helhet (10), men at læreren, på sin side, egentlig fortsatt ønsker å konsentrere diskursen om parentesen. De understrekende gestene (11 og 13b) indikerer dette.

Utdraget kan tolkes som at læreren, gjennom den lille deiktiske gesten (9b), knytter den generelle metaregelen til den matematiske konteksten klasseromsdiskursen befinner seg i *der og da*. De semiotiske ressursene i bunten supplerer her hverandre og utgjør ulike bidrag til diskursen: Lærerens deiktiske gest (9b) og de verbale ytringene (9a og 9b) refererer henholdsvis til en generell metaregel og til eksemplet på tavlen. Bruken av den ikonisk-symbolske gesten (9a) kan tolkes som et symbolsk bidrag til bunten - at læreren inkluderer en symbolsk dimensjon til den semiotiske bunten, selv når hun ikke viser til symbolene i et spesifikt eksempel. Dette forekom også når rutinens *når* ble forklart i diskurstype 2-eksemplet (Tabell 5.5, 33f og 35).

Videre i sekvensen utvides den semiotiske bunten, både ved at bokstavene i BODMAS tas i bruk som aktive ressurser i diskursen, og ved at læreren tilføyer en ny visuell mediator til diskursen.

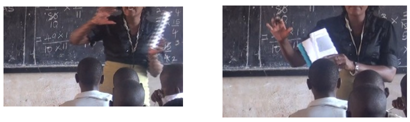
Tabell 5.9: Undervisningsøkt 3, Episode 7, Sekvens 1 (15-16)

Nr	Matematist	Verbal ytring	Gester og andre kommunikative handlinger	Type gest
15	Lærer	a) So, if you are following the, ey wee, if you are following the rules of BODMAS=	 a) Peker på B (Holder fingeren der gjennom hele del-ytringen)	a) Deiktisk
		b) =then here there is (.)	 b) peker mot eksemplet	b) Deiktisk

		c) BODMAS starts with brackets, of, division, multiplication,	 c) Peker på B, O, D, M	c) Deiktisk
		d) That means, in our third sum, there are three basic operations.	 d) Peker på eksemplet igjen	d) Deiktisk
		e) One is brackets.		
		f) This one is one g) while this one is two h) while this one is what? [Three]	 f) Skriver 1  g) Skriver 2  h) Skriver 3	
16	K	[Three]		

Også i dette utdraget brukes lærerens peking til å relatere en generell regel til det spesifikke eksemplet matematistene skal konsentrere seg om (15b). Tidligere i sekvensen (9d og 13a), produserte læreren en semiotisk ressurs, en visuell representasjon av huskeregelen BODMAS. Slik jeg ser det, tilførte hun *da* en visuell mediator til diskursen. Den ble ikke brukt aktivt i sin helhet. Når regnerekkefølgen i eksemplet nå skal analyseres, gjør læreren hele akronymet til en aktiv semiotisk ressurs i diskursen. Ved å peke på bokstavene en etter en (15c) modelleres bruken av den visuelle mediatoren for elevene. Læreren viser slik hvordan akronymet kan brukes som et semiotisk læringsverktøy (Radford, 2006). Hun poengterer deretter at den generelle rekkefølgeregelen gjelder for oppgaveeksemplet ved å peke på tavlen (15d) og noterer regnerekkefølgen i det aktuelle eksemplet med å tilføye tallsymboler under de aktuelle bokstavene i BODMAS (15f-h): B, D og M. Videre i sekvensen løftes diskursen tilbake på et litt mer generelt plan (Tabell 5.10).

Tabell 5.10: Undervisningsøkt 3, Episode 7, Sekvens 1 (17-18)

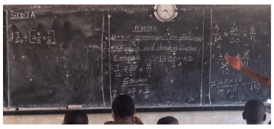
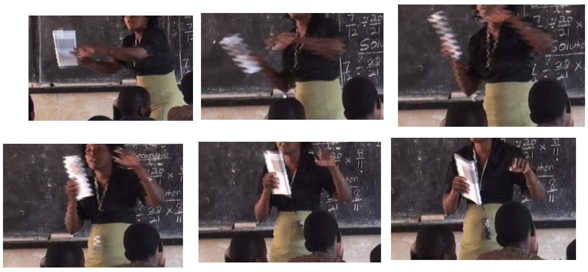
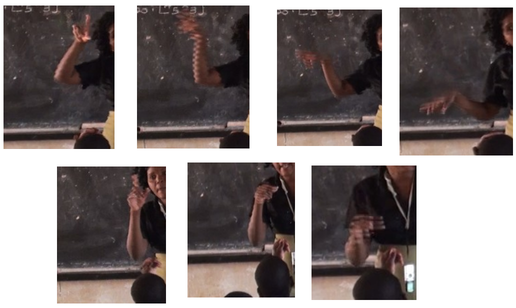
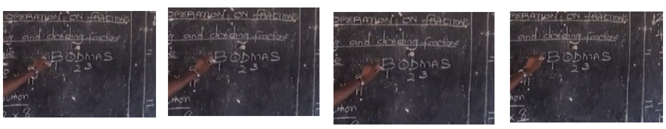
Nr	Matematist	Verbal ytring	Gester og andre kommunikative handlinger	Type gest
17	Lærer	a) So, you are given brackets	a) Peker rett under B	a) Deiktisk
		b) in a sum like that one where there are what? Brackets.	b) peker på eksemplet	b) Deiktisk
		c) So if the sum (.),	c) Går noen skritt mot elevene	
		d) whether the brackets are in the last, the last what? In the last column	 d) Plasser hendene til høyre for seg	d) Ikonisk-symbolsk

		e) or the first column	  e) Plasserer hendene til venstre for seg og skifter kroppstyngden over til venstre fot.	e) Ikonisk-symbolsk
		f) Maybe the sum can start with the first column	 f) Plasserer hendene til venstre for seg igjen	f) Ikonisk-symbolsk
		g) or the last what? [Column]	  g) Så til høyre for seg igjen	g) Ikonisk-symbolsk
18	K	[Column]		

Utdraget viser hvordan læreren først peker på bokstaven B som representerer operasjonen matematistene skal starte med når de går løs på rutinen (17a). Deretter refererer hun på lignende vis som tidligere i sekvensen (9b, 15b) til et spesifikt eksempel (17b). Diskursen videre kan tolkes som at læreren konstruerer en slags hypotetisk situasjon der elevene skal forholde seg til et eksempel som inneholder parentes, på samme måte som i eksemplet hun nettopp har referert til (17b). Til dette brukes både gester og kroppsposisjonering som supplement til de verbale ytringene (17d, 17e). Det ser ut som at lærerens kropp og hender er bevisst plassert i henhold til konvensjonelle måter å sette opp matematiske symbolske uttrykk på, fra venstre mot høyre (18d-g). Dette kan tolkes som at lærerens kropp representerer et regneuttrykk mens hendene representerer hypotetiske parenteser og plasseres for å illustrere parenteser som enten kommer først (17e, 17f) eller sist (17d, 17g) i et tenkt, skriftlig uttrykk. Slik understrekes det at reglene for regnerekkefølge *overstyrer* den skriftlige rekkefølgen symbolene er plassert i, og at reglene derfor gjelder uavhengig av hvor parentesen er plassert. Gester og kroppsposisjonering medierer den hypotetiske situasjonen visuelt for elevene.

I det siste utdraget fra sekvensen gjentas forklaringen av regelen ved at læreren igjen illustrerer regelen ved å bruke ikonisk-symbolske *luftparenteser* (19b) på lignende måter som tidligere i sekvensen (9a). Regelen understrekes også her gjennom understrekende gester (Tabell 5.11).

Tabell 5.11: Undervisningsøkt 3, Episode 7, Sekvens 1 (19-26)

Nr	Matematist	Verbal ytring	Gester og andre kommunikative handlinger	Type gest
19	Lærer	a) So, if you are given a sum like that one,	 a) Peker mot eksemplet og beveger seg mot det	a) Deiktisk
		b) what you can do is: you can deal with the numbers in the what [Brackets]	 b) Tegner parentes i luften	b) Ikonisk-symbolsk
20	SK	[Brackets]		
21	Lærer	a) To remove those what? Brackets.	 a) Håndbevegelser som likner å *ta bort noe*	a) Ikonisk-fysisk-symbolsk
		b) Whether the sign inside the brackets is multiplication or division, you must start with the numbers in the what? [Brackets]	b) Poengterende bevegelse med høyre hånd (Nøyaktig timet med [Brackets])	b) Under-strekende gester
22	SK	[Brackets]		
23	Lærer	a) Because of those what? Brackets.	 a) Tegner parentes i lufta, en klamme om gangen	a) Ikonisk-symbolsk
		b) To follow the rules of what?		
		c) [BODMAS]	 c) Understrekende peking ved siden av BODMAS på tavlen. 4 ganger.	c) Under-strekende gester
24	SK	[BODMAS]		
25	Lærer	Are we together?		

26	SK	Yes.		

Utdraget viser hvordan læreren avslutter sekvensen med å gjenta og understreke hvorfor matematister er nødt til å starte med parenteser i uttrykket når de skal regne. Dette begrunnes ved å vise til den generelle regelen for regnerekkefølge (21b[35]).

Utdraget skiller seg for øvrig ut fra resten av sekvensen, og typiske diskurstype 3-sekvenser i det hele tatt, ved at det inneholder et innslag av noe som kan kategoriseres som en ikonisk-fysisk gest (21a). Denne gesten har likhetstrekk med de ikonisk-fysiske gestene som ble identifisert i Edwards studie (2010) fordi den refererer til en konkret handling. *Samtidig* ser gesten ogsåut til å referere til en parentes, som er et symbolsk objekt. Gesten kan nemlig beskrives som at læreren mimer at hun tar tak i et objekt og trekker det ut fra noe. Den verbale ytringen «To remove those what? Brackets» (21a) indikerer at gesten imiterer å fjerne parentesen fra uttrykket. Gesten plasseres her i en kategori for seg selv og vil kalles *ikonisk-fysisk-symbolsk* da den ser ut til å referere til en *abstrakt fysisk handling* på et tenkt symbolsk objekt.

5.3.3 Teoribasert analyse av eksemplet

Hva er i sentrum av diskursen?

Heller ikke i diskurstype 3 vies det noe særlig oppmerksomhet til de matematiske objektene: *brøkene,* i seg selv (Sfard, 2008). I likhet med de to første diskurstypene er det de matematiske rutinenes metaregler som er i kjernen av undervisningen. Men til forskjell fra dem gjennomføres ikke de matematiske rutinene som omtales i diskurstype 3. Det er derfor snakk om metaregler av typen *rutinens når* (Sfard, 2008). I diskurstype 3 er det nemlig metareglene som styrer og regulerer rutinene i diskurstypene 1 og 2 som omtales. I eksemplet gjelder dette hvilke konvensjonelle regler for regnerekkefølge som gjelder i et regnestykke der diskursen dreier innom både diskurstype 1 og 2 når matematistene senere i sekvensen gjennomfører de ulike regnerutinene.[36] I diskurstype 2 omhandler *rutinens når* regler knyttet til brøkregning. I diskurstype 3, som i eksemplet, er det regler for regnerekkefølge som omtales. Disse gjelder for andre emnediskurser enn bare brøk, fordi de samme regler følges både i andre aritmetiske diskurser og i algebradiskursen. Man kan derfor si at

35 Det var ikke mulig å fange gesten på stillbilde fordi utsikten til lærerens hender var delvis skjult av elevenes hoder
36Divisjon: diskurstype 2. Multiplikasjon: diskurstype 1.

diskurstype 3 går mer generelt til verks, noe også bruken av de semiotiske ressursene indikerer. Blant annet indikerer lærerens ytringer og gester en mer hypotetisk og generell tilnærming til rutinene kontra en mer eksempelspesifikk måte å omtale rutinene på i diskurstypene 1 og 2.

Hva kjennetegner kommunikasjonen mellom matematistene i diskursen?

Interaksjonen mellom deltakerne er svært lik som i diskurstype 2 i det at læreren er mest aktiv og er den deltakeren som i størst grad produserer og bruker de semiotiske ressursene. Elevene er noe mer passive, men deltar gjennom å gi korte verbale responser på lærerens spørsmål. De tar sånn sett også i bruk de semiotiske ressursene læreren produserer og refererer til, når de inviteres til det, gjennom at de tolker lærerens kommunikative handlinger for å vurdere hvilken respons de skal gi.

Hvordan brukes de semiotiske ressursene?

De semiotiske buntene i diskurstype 3 preges av et mangfold av ressurser. Som nevnt i den innledende beskrivelsen av diskursen er det de samme typene gester som er identifisert her som i diskurstype 2. Men ved et nærmere blikk på lærererens bruk av gester utpeker det seg vesentlige forskjeller. Ved å studere vekslingen mellom de ulike dimensjonene av gester, utpeker det seg noen forskjeller. Det kan se ut til at hvilke dimensjoner av gester som ble brukt i diskurstype 3 var avhengig av i hvilken grad læreren refererte til reglene for regnerekkefølge på et hypotetisk-generelt nivå eller direkte rettet mot et spesifikt eksempel. Ikonisk-symbolske gester ble brukt av læreren når reglene ble omtalt på det generelle nivået, mens deiktiske gester ble brukt til å vise til spesifikke eksempler (ved å peke på eksempler og symboler på tavlen). Diskursen veksler slik mellom å befinne seg på ulike metanivåer. Lærerens gester ser dermed ut til å mediere som en link mellom nivåene i diskursen. På det mest spesifikke nivået refererte læreren aktivt til symbolske representasjoner (oppgaveeksempler på tavlen), mens hun på et mer generelt plan, istedet brukte ikonisk-symbolske gester som supplement til de verbale ytringene. Dette kan igjen stå som en bekreftelse på det som tidligere har blitt løftet frem i analysen, at de matematiske objektene og rutinene i diskursen i stor grad blir behandlet gjennom de symbolske representasjonene av dem.

Deiktiske gester

I diskurstype 2 refererer lærerens deiktiske gester stort sett til symbolske representasjoner i en og samme oppgave eller eksempel (i et og samme uttrykk). Typisk for diskurstype 3 er at læreren peker frem og tilbake mellom ulike eksempler, eller mellom oppgaveeksempler og andre visuelle hjelpemidler, som for eksempel akronymet BODMAS (Tabell 5.9, 15). Eksemplet viser også hvordan læreren ved å bruke deiktiske gester og tallsymboler som nummererer regnerekkefølgen i et spesifikt eksempel *modellerer* bruken av BODMAS som visuell mediator (15).

Kommunikasjonen i diskurstype 3 foregår ikke like nært opp til gjennomføringen av regnerutinene som det gjøres i de andre to diskurstypene. Man kan si at fokuset i diskursen løftes fra å være veldig spesifikk til et mer generelt nivå. Dette er et kjennetegn ved diskurstype 3 og det kan se ut til at lærerens bruk av deiktiske gester er med på å synliggjøre denne forskjellen. Bruken av de deiktiske gestene er med på å bekrefte dette. Læreren «drar» nærmest elevenes oppmerksomhet med seg opp på et høyere metanivå gjennom å peke frem og tilbake mellom ulike eksempler og visuelle mediatorer. Slik ledsages elevene mellom de ulike nivåene i diskursen.

Understrekende gester

Ifølge McNeill (1992) spiller gjerne understrekende gester en viktig rolle når det kommer til metakommunikasjon og hopp inn og ut av diskurs. Eksemplet i analysen viser dog ingen indikasjoner som pekte seg ut med tanke på dette. Tvert imot så det her ut til at det var de deiktiske gestene som ble brukt av læreren til dette. I eksemplet brukte læreren understrekende gester til å minne elevene om hvordan den visuelle mediatoren BODMAS skal brukes i sammenheng med en spesfikk regneoppgave. Det er trolig at læreren produserte BODMAS som visuell mediator med hensikten at elevene skulle ta den i bruk og relatere den direkte til spørsmålet om hva som er første regneoperasjon i eksemplet. Den gjentatte prikkingen på bokstaven B indikerer dette da prikkingen tilsynelatende understreker at akronymet er til for å brukes med tanke på oppgaven de har foran seg (11 og 13a).

Ikonisk-symbolske gester

I diskurstype 3 kan det se ut til at de ikonisk-symbolske gestene hovedsaklig forekommer når læreren omtaler noe hypotetisk og ikke viser til et spesifikt eksempel. Analysen av eksemplet inneholder indikasjoner på dette (9a, 19b, 23a). Det er derfor mulig at ikonisk-symbolske gester brukes mest på det mest generelle nivået i diskurstype 3, der forklaringen av rutinens *når* løftes opp fra spesifikke tilfeller og beskrives som mer generelle regler. Dette kan for øvrig sammenlignes med bruken av ikonisk-symbolske gester i diskurstype 2. Der så det ut til at når matematiske symboler ikke var en aktiv ressurs i den semiotiske bunten, tok læreren i bruk ikonisk-symbolske gester og gjennom det tilføyer et symbolsk innslag til diskursen.

Andre visuelle mediatorer

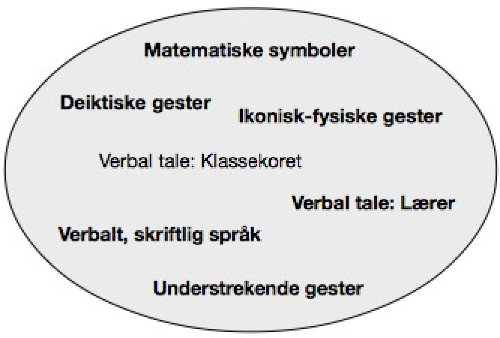
Eksemplet viser hvordan det skriftlige akronymet BODMAS på tavlen brukes som en visuell mediator i diskursen. Utdraget (Tabell 5.x, 15) kan tolkes som at læreren modellerer hvordan BODMAS kan brukes som semiotisk verktøy og at modelleringen medieres ved å ta i bruk enda en visuell mediator: Nemlig tallsymbolene som representerer rekkefølgen på regneoperasjonene i eksemplet. Man kan derfor si at også tallsymboler introduseres som en *ny form for visuell mediator* i denne delen av sekvensen (15) fordi de her brukes på en annen måte, med en annen hensikt og får dermed en annen funksjon enn ellers i klasseromsdiskursen. Tallsymbolene representerer *ikke* de matematiske objektene (hele tall og brøker) som det opereres på i gjennomføringen av regnerutinene. De symboliserer derimot rekkefølgen på regneoperasjonene og medierer i dette tilfellet (15) relasjonen mellom den generelle huskeregelen BODMAS og det aktuelle eksemplet på tavlen.

5.4 Kort beskrivelse av de to siste diskurstypene

Som allerede nevnt inneholder datamaterialet flere kommunikasjonsmønstre enn de tre diskurstypene analysen i dette kapitlet har konsentrert seg om. Fordi disse diskurstypene ble identifisert i få tilfeller er det vanskelig å beskrive en typisk sekvens innenfor hver type. Likevel har valget falt på å beskrive dem i korte trekk uten å presentere analyse av eksempler. De inkluderes i kapitlet med tanke på at matematikkundervisningen i denne studien foregår på elevenes andrespråk, og tidligere forskning har vist at undervisningsspråket er en vesentlig faktor som preger elevenes muligheter til læring og hvordan de deltar i den matematiske klasseromsdiskursen (Kazima, 2008; Setati, 2005). Det finnes også indikasjoner på at hvilket språk matematikkundervisningen foregår på, preger retningen klasseromsdiskursene tar (Setati, 2005), som igjen vil legge føringer for elevenes muligheter til å engasjere seg i matematikkfaget (Setati, 2005).

5.4.1 Diskurstype 4: Fokus på ord og fraser i diskursen

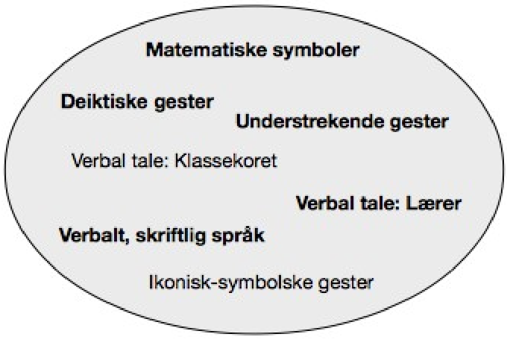
Diskurstypen som skiller seg mest fra resten av den observerte undervisningen opptrådde i noen av de få sekvensene som ikke dreide seg om å forklare regler for, eller gjennomføre matematiske rutiner. Dette er deler av undervisningen som har eksplisitt fokus på språk, både matematiske begreper, samt ord og fraser fra det engelske språket (undervisningsspråket). Disse har blitt identifisert som en egen type diskurs, diskurstype 4 (Tabell 4.1). De ble identifisert i to undervisningsøkter, den aller første sekvensen i undervisningsøkt 1, og en lengre episode i undervisningsøkt 8. Fordi diskurstypen er lite utbredt i datamaterialet kan den derfor ikke sies å være like sentral i undervisningen som diskustypene 1, 2 og 3. Ord og symboler er i sentrum for diskursen. Betydningen av både matematisk terminologi og fraser fra engelsk dagligtale gjøres eksplisitt i diskursen. Den semiotiske bunten er gjengitt i figuren nedenfor (5.8) og skiller seg fra de andre typene ved at ikonisk-fysiske gester (Edwards, 2006) her utgjør en vesentlig ressurs.



Figur 5.8: Sentrale semiotiske ressurser i diskurstype 4

5.4.2 Diskurstype 5: Å oversette verbalt språk til symboler

Diskurstype 5 har også fokus på språk, men skiller seg fra diskurstype 4 ved at språket nå er mer direkte relatert til rutiner for å regne med brøk og dermed også matematiske symboler. Diskursen dreier seg om språklige begreper *i bruk* i rutinene. Det er nemlig *selve oversettelsen* fra verbalt språk til symboler som er sentralt her. Også bruken av semiotiske ressurser skiller seg fra type 4 ved at de ikonisk-fysiske gestene ikke lenger er en del av den semiotiske bunten (Figur 5.9). Dette kan ha sammenheng med at betydningen av de språklige begrepene ikke forklares i type 5 sekvensene. Fokuset er nemlig på hvilke symboler og operasjoner frasene skal knyttes til og hvordan utrykkene oversettes korrekt til symbolske uttrykk. Interaksjonen mellom lærer og elever ligner den i diskurstype 3. Det samme kan sies om lærerens bruk av gester. Diskursen preges av verbale gjentakelser sammen med understrekende gester og ikonisk-symbolske gester.



Figur 5.9: Sentrale semiotiske ressurser i diskurstype 5

5.5 Oppsummering av resultater fra diskursanalysen

Undervisningen som utgjør studiens empiriske datamateriale kan ved første øyekast virke slående lik, både fra økt til økt og sekvens til sekvens. Oppbygningen av undervisningsøktene følger et gjentakende mønster, eksempler gjennomgås gjerne på lignende vis. Like så med kommunikasjonsmønsteret mellom lærer og elever. En kjapp analyse av de semiotiske ressursene i undervisningen tilsier også dette: Det er hovedsaklig verbal tale, matematiske symboler og lærerens gester som står for kommunikasjonen i klasserommet. Lærerens verbale tale er sentral i alle diskursene, mens det finnes små variasjoner i elevenes deltakelse fra diskurs til diskurs. I de tre mest sentrale diskurstypene representeres også matematikken utelukkende ved matematiske symboler. Likevel, når man går nærmere inn i undervisningen og ser den sekvens for sekvens slik det ble gjort i analysen, så trer det frem nyanser og forskjeller som synliggjør at diskursen innad hver undervisningsøkt gjennomgår flere skifter og at disse ulike kommunikasjonsmønstrene som oppstår skiller seg vesentlig fra hverandre på flere punkter. Likheter og forskjeller vil her oppsummeres før resultatene vil drøftes i neste kapittel.

5.5.1 Hva er i sentrum av diskursene?

Diskurstype 1: Regler for brøkregningens *hvordan*

I diskurstype 1 gjennomføres matematiske rutiner på en stødig og effektiv måte av deltakerne i diskursen. Analysen av diskurseksemplet viser at kommunikasjonen deltakerne imellom følger et automatisert og repetetivt mønster og at rutinen blir gjennomført fra start til slutt uten brudd og «omveier» i diskursen. Matematistene utfører rutiner som kan se ut som matematiske ritualer (Sfard, 2008) og de gjennomføres ved at deltakerne i diskursen, lærer og elevene (som en kollektiv enhet) utfører rutinene trinn for trinn gjennom en samkjørt produksjon av tegn i diskursen. Elevene deltar i stor grad synkront. I sentrum av diskursen er de matematiske rutinenes *hvordan* (*The how of a routine*, Sfard, 2008) fordi reglene realiseres *i bruk* i rutinene.

Diskurstype 2: Regler for brøkregningens *hvordan* og *når*

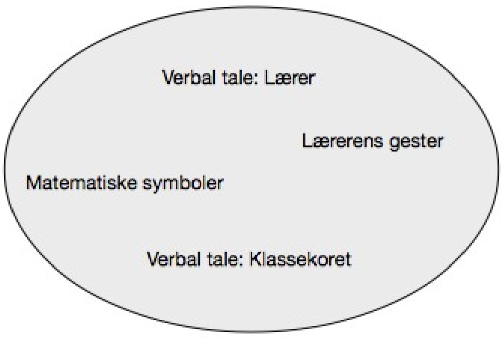
I Diskurstype 2 er det i stor grad læreren, som den mest erfarne matematisten i diskursen (Sfard, 2008) som også er mest aktiv. Eksemplet som ble presentert her indikerer at elevene ser ut til å være nykommere i større grad når det kom til *divisjon av brøk* enn rutinen for å *finne felles nevner* (diskurstype 1). Kommunikasjonsmønsteret i diskursen skiller seg også fra diskurstype 1 ved at det ikke er like repetetivt og ved at interaksjonen mellom deltakerne ikke virker like automatisert, eller styrt av diskursive regulariteter (Sfard, 2008). Gjennomføringen av rutinen preges av flere brudd ved at deler av rutinene gjentas og forklares, ofte i detalj av læreren. Både i gjennomføringen av rutinen, samt gjennom disse bruddene undervegs og repetisjoner i etterkant, dreier forklaringene seg, som i diskurstype 1 også, om metareglene som styrer rutinen og veksler mellom å fokusere henholdsvis på rutinenes *hvordan* og *når* (Sfard, 2008).

Diskurstype 3: Regler for brøkregningens *når,* på to uike metanivåer

Diskurstype 3 kan beskrives som en diskurs som fungerer litt utenfor selve gjennomføringen av de matematiske rutinene. Her er det nemlig metareglene som *brukes* i diskurstype 1 og som både *brukes* og *forklares* i diskurstype 2 som løftes eksplisitt frem og som oppmerksomheten i diskursen konsenterer seg om. I diskurstype 3 er slik metareglene selve objektene i diskursen, da all kommunikasjonen dreier seg om dem (Sfard, 2008). Diskurstype 3 kan derfor sies å virke på et høyere metanivå i klasseromsdiskursen samnenlignet med de to andre diskurstypene, der det er selve rutinene (metareglene i bruk) som er de diskursive objektene.

5.5.2 Hvordan brukes de semiotiske ressursene i undervisningen?

Figur 5.10 er en grovskissert illustrasjon av en semiotisk bunt som beskriver samtlige av de tre analyserte diskurstyperne.



Figur 5.10: Semiotisk bunt som beskriver all undervisning i studiens datamateriale

I sin enkelhet representerer figur 5.10 alle undervisningsøktene i datamaterialet, men som analysen har vist, brukes disse ressursene på ulike måter fra diskurs til diskurs. Særlig gjelder dette lærerens gester, som ser ut til å fylle ulike funksjoner i diskursene.

Tabell 5.12: Lærerens gester som visuelle mediatorer i klasseromsdiskursen

Gest	*Funksjoner*	*Diskurstype*
Deiktiske gester	Effektiviserer kommunikasjonen mellom matematistene	Diskurstype 1

	Medierer gjennomføringen av rutiner	Diskurstype 1 og 2
	Refererer til spesifikke tilfeller der generelle regler gjelder	Diskurstype 3
	Modellerer bruk av andre visuelle mediatorer	Diskurstype 3
Understrekende gester	Belyser/ understreker deler av rutiner som virker å være kilder til mangelfull gjennomføring av rutinene	Diskurstype 2
	Markerer ytringer som tilhører et høyere metanivå i diskursen	Diskurstype 3
Ikonisk-symbolske gester	Medierer matematiske symboler	Diskurstype 2
	Medierer i forklaring av hvordan rutiner skal gjennomføres	Diskurstype 2
	Representerer hypotetiske tilfeller der generelle regler gjelder	Diskurstype 3
Ikonisk-fysiske gester	Medierer språklige ord og fraser tilknyttet dagligdags engelsk språk	Fraværende i alle[37] diskursene unntatt diskurstype 4

Deiktiske gester

Deiktiske gester er en sentral visuell mediator i alle de identifiserte diskurstypene, men det ser ut til at de har ulike medierende funksjoner i dem. Analysen viser eksempler på at de både medierer kommunikasjonen mellom deltakerne, men også rutiner, symboler og sammenhenger mellom eksempler og generelle regler. Generelt kan de deiktiske gestene beskrives som konkret peking (McNeill, 1992) i alle tre diskurstypene.

Ikonisk-symbolske gester.

Ikonisk-symbolske gester utgjør en sentral del av de semiotiske buntene i diskurstypene 2 og 3 . I den førstnevnte ser disse gestene ut til å mediere matematiske rutiner for elevene. Siden de *ikke* har blitt identifisert i diskurstype 1 kan det også se ut til at dette mer spesifikt gjelder diskursive rutiner som elevene ikke mestrer nok til å delta i diskursen på en tilfredsstillende måte. I diskurstype 3 ser ikonisk-symbolske gester også ut til å ha en medierende funksjon når det kommer til konvensjonelle metaregler ved at de gjør det mulig å gjøre reglene eksplisitte også i hypotetiske situasjoner uten eksempler å vise til.

37sett bort gesten som ble kalt ikonisk-fysisk-symbolsk i diskurstype 3 (Tabell 5.11, ytring 21)

Understrekende gester

Understrekende gester var deler av de semiotiske buntene i diskurstypene 2 og 3. Analysene av hvordan gestene ble brukt i eksemplene indikerer at de kan fylle flere funksjoner som skiller seg fra diskurs til diskurs. Eksemplet på diskurstype 2 indikerte at bruken av understrekende gester kan ha sammenheng med at læreren vurderer elevenes deltakelse i diskursen som utilfredsstillende. Her brukte læreren de understrekende gestene sammen med verbale gjentakelser for å detaljert forklare og repetere deler av matematiske rutiner som det så ut til at ikke hadde satt seg skikkelig i diskursen enda. Det at understrekende gester er fraværende i diskurstype 1 styrker antakelsen om at understrekende gester kan ha sammenheng med repetisjoner av rutiner. I diskurstype 3 så det ut til at lærerens understrekende gester var med på å minne elevene om regler og fremheve bruken av andre visuelle mediatorer i diskursen.

Fravær av ikonisk-fysiske gester

Edwards fant i sin studie (2006) at ikonisk-fysiske gester ble brukt mye når lærerstudentene skulle beskrive og forklare brøk på forskjellige måter. Også når det kom til operasjoner som divisjon av brøk refererte studentenes gester til fysiske handlinger, som å skjære opp eller dele *(cutting, slizing)* brøker i flere deler. I denne studien ble rent ikonisk-fysiske gester uten referanse til symboler kun identifisert i diskurstype 4.

5.6 Hvilken informasjon kan diskursanalysen gi om elevenes potenstiale for brøklæring?

Resultatene fra analysen viser både likheter og forskjeller mellom de identifiserte diskursypene. Den mest påfallende ulikheten er former og funksjoner på lærerens gester. Det vil si at brøk og brøkregning som matematiske objekter medieres ulikt i de forskjellige diskurstypene, selv om de sett bort fra gestene bare representeres visuelt i form av symboler i alle diskursene. Ved å studere innholdet i de forskjellige semiotiske buntenene ser vi at de semiotiske ressursene i diskursen i stor grad dreier seg om gjennomføringen av matematiske rutiner. Når både verbal tale, gester og symboler refererer til diskursens metaregler betyr det samtidig at det finnes lite observerbare tegn på at matematistene i klasserommet fokuserer på narrativene som produseres som resultat av regnerutinene, ei heller på de matematiske objektenes egenskaper.

Tidligere forskning har vist at brøkregning er utfordrende for malawiske elever, blant annet når det kom til å tolke hva det matematiske innholdet i regneuttrykkene stod for (Nampanda, 2004). Undervisningen som disse resultatene ble utledet fra, inneholder flere fellestrekk med diskursen som her er blitt analysert. Blant annet ved at algoritmer og regneprosedyrer ble presentert for elevene uten at matematikken i dem ble begrunnet (Nampanda, 2004). Som nevnt tidligere oppleves brøk som svært abstrakt for mange elever (Behr et al., 1984). Det kan derfor tenkes at undervisningen, for å legge til rette for konstruktive objektifiseringsprosesser for elevene, bør fremheve egenskaper ved brøkobjektene og vektlegge relasjoner mellom dem.

Neste kapittel vil gå mer inn i dette og diskutere hvilke muligheter for brøklæring som potensielt kan ligge i de analyserte diskursene.

6 Drøfting av resultater

I dette kapitlet vil resultatene fra diskursanalysen i kapittel 5 drøftes. Diskusjonen tar for seg å belyse studiens andre forskningsspørsmål:

Hvilke potensialer for elevers læring av brøk kan ligge i de identifiserte diskursene?

Fordi enhver diskurs har potensiale til å forme elevers deltakelse i ulike retninger (Setati, 2005), vil spørsmålet først drøftes systematisk ved å se på de tre analyserte deldiskursene hver for seg. Læringspotensialene vil tolkes i lys av teori om brøk og litteratur om matematiske klasseromsdiskurser. Forutsetningene som ligger i malawisk læreplan og læreverk trekkes inn for å kunne drøfte undervisningen ut fra konteksten den realiseres i.

6.1 Læringspotensialer, diskurs for diskurs

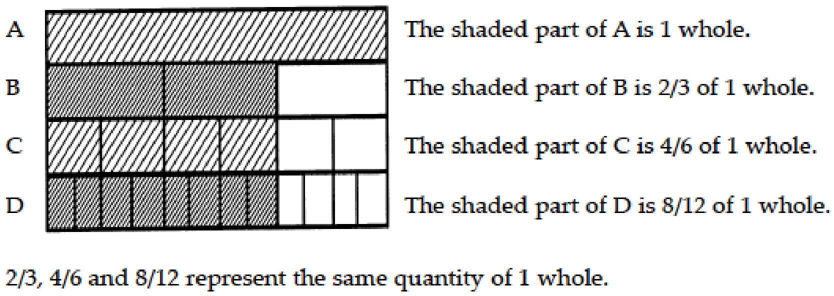
6.1.1 Diskurstype 1: En veletablert klasseromsdiskurs

Analysen av hvordan de semiotiske ressursene ble brukt i diskurstype 1 viser at diskursen sentrerer seg rundt gjennomføringen av matematiske rutiner. Det er dermed diskursens metaregler som er de diskursive objektene, det matematistene kommuniserer om. Videre ser det ut til at formålet med interaksjonen er å gjennomføre regnerutiner, trinn for trinn, etter en gitt metode. I eksemplet som ble fremstilt i teksten gjaldt dette rutinen *finne felles nevner*. Diskurstype 1 kan videre sammenlignes med den rituelle klasseromsdiskursen som ble identifisert av Heyd-Metzuyanim og Graven (2016). De ligner hverande i det at det ikke kan observeres tegn til at elevene forventes å begrunne eller utdype svarene sine. Det finnes også tydelige likhetstrekk i hvordan elevene deltar i diskursen: I form av korte responser satt inn i et repetetivt kommunikasjonsmønster som ledes an av læreren. Ifølge Sfard (2008) kan rituelle diskurser være et naturlig førsteskritt på veien mot å utvikle utforskende matematiske diskurser, der formålet med matematiske aktiviteter er å produsere narrativer. I denne studiens sammenheng ville det vært et ønske om å komme frem til svaret på oppgaven som løses. I sin studie argumenterer Heyd-Metzuyanim og Graven (2016, s. 369) derimot for at dette tilhører sjeldenhetene og hevder at de rituelle diskursene de observerte i sin studie, burde beskrives som «ritual gone wrong». Dette var med bakgrunn i at de rituelle egenskapene i diskursen hadde strukket seg lengre utover i tid enn hensiktsmessig med tanke på videre utvikling. Forfatterne så dermed klasseromsdiskursen som ikke ønskelig (Heyd-Metzuyanim & Graven, 2016). Diskursanalysen i denne studien fant indikasjoner på at elevene ikke så ut til å være nybegynnere lenger når det gjaldt rutinene som ble behandlet i diskurstype 1. Indikasjoner på dette var blant annet den samkjørte produksjonen av tegn mellom deltakerne i diskursen, og det at læreren ikke dvelte ved feilaktige eller tvetydige responser fra elevene. Dette tyder på at diskurstype 1 kan betraktes som en *utvidet rituell diskurs.* På grunn av de etablerte trekkene som ser ut til å ha «satt» seg i klasseromsdiskursen kan det antas at diskursen ikke er på vei mot en utforskende retning.

Hvordan kommuniseres brøk i diskursen?

De rituelle trekkene ved diskurstype 1 fører til at elevene møter brøkobjektene som komponenter i et matematisk rituale (Sfard, 2008). Analysen av eksemplet fant ingen tegn til at det vies særskilt oppmerksomhet til de ulike aspektene ved brøk som matematisk objekt (Behr et al., 1983). Dette er representativt for diskurstype 1 slik den fremstod i den observerte undervisningen som helhet.

De mest relevante regneoperasjonene i sammenheng med rutinen *finne felles nevner* er addisjon og subtraksjon. Ifølge Behr et al. (1983) kan det være gunstig å legge vekt på del-helhetsaspektet og oppdelingsprosessen fordi de har vist seg å være nært relatert til alle regneoperasjoner som brukes på brøk (Behr et al., 1983). Nyere studier har senere bekreftet denne koplingen (Charalambos & Pitta-Pantazi, 2005). Når det gjelder å *finne felles nevner* kunne derfor oppdelingsprosessen tilføyd noe for elevene å basere objektifisering på. Det at en brøk kan deles opp i mindre deler uten at den kvantitative verdien endres baserer seg på konseptet om *likeverdige brøker*. Ifølge Cramer et al. (2008) så har oppdeling av sirkelmodeller (sektordiagram) vist seg å få frem nødvendigheten av å operere med felles nevner for elever i sammenheng med addisjon og subtraksjon på en tilgjengelig visuell måte. I den sammenheng finnes en modell i den malawiske lærerveiledningen for 5. trinn som synliggjør disse egenskapene på en visuell måte.



Figur 6.1: Figur hentet fra lærerguide for standard 5 (Chimarilo et al., 2007, s. 24).

Modellen skulle være til bruk i fremstillingen av likeverdige brøker og baserer seg på brøk som del av et sammenhengende objekt (Edwards, 2010), noe også sirkelmodellen gjør. Som Petit et al. (2010) understreker, kan modeller som elevene er kjente med fra tidligere brøkemner, og som de ikke lenger har bruk for i samme situasjon, med fordel trekkes frem igjen i sammenheng med brøkregning. Representasjonen fra 5. trinn kunne derfor vært en gunstig representasjon, en visuell mediator, for elevene å støtte objektifiseringen av rutinen på.

6.1.2 Diskurstype 2: En diskurs i utviklingsfasen

Analysen av diskurstype 2 fant at rutinene i sentrum av diskursen er relativt nye for elevene. I analyseeksemplet gjald dette *divisjon av brøk*. Dette er ikke unaturlig med tanke på at divisjon er den siste av de fire regneartene malawiske elever møter i brøksammenheng og dermed en av regneoperasjoner elevene har mindre erfaring med (Kachisa et al., 2007a; 2007b). Også teori løfter frem divisjon som et ekstra utfordredne emne i brøkdiskursen (Birkeland et al., 2005). Dessuten har det blitt pekt på mangelfulle undervisningsforslag tilknyttet divisjon i lærerveiledning og læreplan tidligere i teksten (Kapittel 2). Funnet samsvarer også med resultatene fra Nampandas studie (2004). Også der trekkes mangelen på gode læreverk frem som en av flere påvirkende faktorer på elevenes trøbbel med divisjonsrutinen.

En konsekvens av at elevene møter nye deldiskurser er nye måter å bruke matematiske symboler på (Sfard, 2008). Som en del av divisjonsrutinen må elevene i diskurstype 2 forholde seg til at et av symbolene byttes ut mens et annet skal snus oppned. Symbolbruken skiller seg slik også fra de andre brøkrutinene og det kan virke som om elevene ikke enda er fortrolige med den. Det at læreren i svært høy grad står for tegnproduksjonen i diskursen, noe som står i motsetning til diskurstype 1, kan være en indikasjon på at elevene enda ikke er i stand til å gjennomføre rutinen individuelt på en tilfredsstillende måte. Likevel ser vi at elevene deltar i diskursen når læreren inviterer til det. Medieringen via muntlig repetisjon og bruken av deiktiske og ikonisk-symbolske gester ser ut til å bidra til at elevene kan delta i kollektivt i rutinen. Dette kan være et tegn på et tidlig stadie i individualiseringen av en matematisk rutine (Sfard, 2008). Et vesentlig poeng her, er at man basert på analysen, *ikke* kan gjøre noe særlige antakelser om enkeltelever. På grunn av innholdet i det empiriske datamaterialet er antakelsene her nødt til å basere seg på hvordan rutinen behandles i plenumsdelen av undervisningen, men tidligere forskning tilsier at det kan være grunn til å tro at mange av elevene vil streve med å gjennomføre divisjonsrutinen på egenhånd med utgangspunkt i en undervisning som fokuserer på algoritmen for rutinen og ikke tar opp de matematiske begrunnelsene som ligger til grunn for den (Nampanda, 2004).

Diskurstype 2 viser tegn på at den er i utviklingsfasen, og har kjennetegn på det som kan være en *rituell startfase* (Sfard, 2008). Diskurstypen kan derfor ha potensiale til å være et første skritt på veien mot en mer utforskende diskurs. Men, som Heyd-Metzuyanim og Graven (2016) fant i sin studie, og som diskurstype 1 i denne studien bekrefter, vil også noen begynnende rituelle diskurser utvikle seg i andre retninger enn den ønskelige. Både i den observerte undervisningen, i læreplan og læreverk for 7. trinn er det algoritmen, steg for steg som vektlegges i sammenheng med divisjon (Ministry og Education, 2005, Soko et al., 2008a; 2008b). Det kan derfor antas at diskurstype 2 etterhvert vil utvikle seg mot en diskurs som ligner diskurstype 1.

Hvordan kommuniseres brøk i diskursen?

Når brøk representeres og refereres til som en del av et divisjonsstykke, tolkes brøk som en *kvotient*. Dette er en svært komplisert og abstrakt tolkning av brøk (Behr et al., 1983) som det kan være vanskelig for elever å danne seg mentale bilder av. For å deabstrahere kvotientbegrepet foreslår Birkeland et al. (2005) å ta utganspunkt i målingsdivisjon. Målingsdivisjon kan presenteres på flere måter som kan åpne for konkrete eksempler. Gjennom å representere brøkene som skal regnes med som *del av en hel* eller *del av en mengde* (Solem et al., 2010) kan del-helhetsaspektet og oppdelingsprosessen fremheves (Behr et al., 1983). Roth (2000) hevder at også gester kan være gode verktøy for å mediere abstrakte objekter. Særlig gjelder det ikoniske gester fordi de refererer til konkrete objekter og fysiske handlinger gjennom visuell imitasjon (Roth, 2000). Ikoniske gester kan dermed være lettere for elever å tilegne seg enn språk «because they are encoded in the form of images and therefore do not require a translation» (Roth, 2001, s.378). I henhold til kategoriseringen av gester som brukes i denne studien, gjelder dette ikonisk-fysiske gester (Edwards, 2006). Analysen av diskurstype 2 viser at de ikoniske gestene i diskursen derimot refererer til symboler og ble identifisert som ikonisk-symbolske (Edwards, 2006).

Tidligere malawisk forskning har funnet at elever hadde lært divisjonsrutinen på en ufullstendig måte, noe som førte til ulike varianter av feilaktig bruk av algoritmen (Nampanda, 2004). Nampanda (2004) hevdet på bakgrunn av sine analyser at elevenes trøbbel med divisjonsrutinen i stor grad kunne spores til at undervisningen utelukkende vektla algoritmen. Analysen av kommunikasjonen i diskurstype 2 indikerer at divisjonsrutinen ikke er fullstendig objektifisert av matematistene. Diskursen har flere likhetstrekk med undervisningen Nampanda (2004) beskriver. Det kan derfor tenkes at en undervisning som i diskurstype 2 kan føre til læringsresultater som ligner disse tidligere forskningsfunnene.

Ifølge Sfard (2008) er det å skape en kontinuitet i diskursen en gunstig måte å oppnå diskursive utviklinger. Det å basere aspekter ved det nye konseptet *divisjon av brøk* på elevenes kunnskap om divisjon med hele tall kan være en måte å skape en slik sammenheng. Birkeland et al. (2005) foreslår at en progresjon som baserer seg på elevers kunnskaper om hele tall. Den er ikke helt ulik aktiviteten som foreslås i den malawiske lærerveiledningen i sammenheng med introduksjonen av multiplikasjon med brøk på 6. trinn (Figur 2.1). Både læreplaner og læreverk i Malawi oppfordrer til en variert undervisning av divisjon av brøk. I lærerveiledningen for 6. trinn påpekes det at «The learners should not be rushed to multiplication and division operations. Rather, activities should be designed to help them understand the principles of multiplication and division of fractions» (Kachisa et al., 2007b, s.32). Til tross for dette mangler lærerveiledningen eksempler og forslag til å gjennomføre dette når det gjelder divisjon. Det å inkludere flere representasjoner kan være gunstig når det kommer til å individualisere abstrakte konsepter som divisjon av brøk. «..as middle school students begin to solve problems involving new concepts, such as multiplication and division of fractions, models can again be used to help bring meaning to these concepts» (Petit et al., 2010, s.7). Ifølge Cramer et al. (2010) kan særlig det å representere brøk som *del av et hele* legge til rette for at elever kan skape meningsfulle tolkninger ut av rutinen, som fremtidig bruk av algoritmen kan baseres på.

6.1.3 Diskurstype 3: Sekvenser litt utenfor selve brøkdiskursen

Sekvensene som har blitt identifisert som diskurstype 3 refererer i alle tilfeller til en regneoppgave som enten er i ferd med å gjennomgås, eller som har blitt gjennomført i en tidligere sekvens i undervisningen. Oppgavene inneholder ofte både rutiner som tilhører diskurstype 1 og 2. Hvordan brøk tolkes i diskursen vil derfor være avhengig av blant annet hvilke regneoperasjoner og symboler den aktuelle oppgaven inneholder. Dermed er hvorvidt elevene kan betraktes som nybegynnere eller ei, relativt i diskurstype 3.Parenteser ser ut til å være et område der elevene trenger ekstra forklaringer. Hvordan man forholder seg til parenteser i matematiske uttrykk er også styrt av metaregler, konvensjonelle som sådan, og kan sees på som en matematisk rutine i seg selv.

Brøkobjektene vies derimot ikke særlig mye oppmerksomhet i diskurstype 3. I det analyserte eksemplet behandles brøkene bare som noe som skal *opereres på.* Lærerens kommunikative handlinger er hovedsaklig relatert til oppsettet av regnestykket: Mer spesifikt refererer tale og gester til rekkefølgen leddene er plassert i og regneoperasjoner på et generelt plan. Lærerens forklaring i det analyserte eksemplet kunne like gjerne referert til et regneuttrykk med hele tall. Diskursen er derfor ikke like direkte relatert til brøkregning , men til rutiner og regneregler i en mer overordnet matematisk diskurs.

Hvordan kommuniseres regneoperasjoner i diskursen?

Som i de to andre diskurstypene er det matematiske symboler som er de diskursive objektene i diskurstype 3. Dette kommer tydelig fram av å studere hvordan de semiotiske ressursene brukes i diskursen. Når det relateres til spesifikke eksempler refererer lærerens deiktiske gester til symboler på tavlen. Når hun forklarer hvordan regler for regnerekkefølge fungerer på et generelt plan refererer de ikonisk-symbolske gestene til symboler i en hypotetisk matematisk situasjon (et tenkt regneuttrykk i luften). Slik ble symboler en del av den semiotiske bunten også når den ikke inneholdt spesifkke symboler å peke på. Diskurstype 3 ligner de andre diskursene i at symbolene er svært sentrale, men skiller seg fra dem ved at kommunikasjonen veksler mellom et spesifikt og et mer generelt plan.

Regneoperasjoner på brøk kan oppleves som abstrakte for elevene (Behr et al.,e 1983). For å poengtere at matematistene først må operere med parentesene uansett hvor de er plassert i et regneuttrykk kunne det derfor vært hensiktsmessig å inkludere konkrete eksempler i forklaringen. Disse kunne supplert det hypotetiske bildet læreren tegner for elevene: «So if the sum (.) Whether the brackets are in the last [...] column or the first column» (Tabell 5.10, 17). Å presentere et alternativt til eksemplet $1\frac{7}{20} : (4\frac{4}{5} \cdot \frac{1}{3})$ der parentesen *var* flyttet: $(1\frac{7}{20} : 4\frac{4}{5}) \cdot \frac{1}{3}$ kunne fått frem dette på en enkel og visuelt synlig måte. Videre ville utregninger av hvert av uttrykkene resultert i ulike svar, dersom de ble gjennomført i henhold til reglene læreren ønsker å poengtere. I drøftingen av de andre diskursene har det blitt pekt på at diskursen med hell kunne ha inkludert andre representasjonsformer av matematikken. Å bruke symboler som mediator her, kan dog sies å være både naturlig og hensiktsmessig. Fordi objektet som er i sentrum av diskursen: *parentesene* er en symbolsk konstruksjon i seg selv. Derimot, med tanke på potensiale for brøklæring i diskurstype 3, kunne det vært gunstig å illustrere regneuttrykkene med visuelle modeller, konkreter eller i form av en tekstoppgave. Målingsdivisjon kunne vært et naturlig valg (Birkeland et al., 2005), for eksempel i form av en tekstoppgave som enkelt kan illustreres visuelt som en del av en hel eller av en mengde (Solem et al., 2010). Tekstoppgave knyttet til areal og jordbruk er vanlig å bruke som eksempler i malawisk matematikkundervisning fordi det blir sett på som noe elevene kan relatere seg til (Gaard, 2014). Det kunne derfor vært en mulighet her.

6.2 Generelle trekk ved diskursene

Med utgangspunkt i teori og tidligere forskning på brøk har det utpekt seg tydelige indikasjoner på forbedringspotensialer når det kommer til å legge til rette for læring av brøk i diskursene. Dette kan til dels skyldes at brøk utelukkende representes av symboler i den observerte undervisningen, noe som kan resultere i en ensidig tolkning av brøk og at regnerutinene kan oppleves som abstrakte for elevene. Resultatene fra diskursanalysen taler for at særlig divisjonsrutinen kunne vært representert på flere måter fordi divisjon ser ut til å være utfordrende for elevene i studien. At divisjon med brøk er et problemområde støttes av annen litteratur (Behr et al., 1983; Birkeland et al., 2005; Nampanda, 2004). Selv om de semiotiske buntene i datamaterialet kan karakteriseres som mangelfulle med tanke på hvordan brøk og regnerutinene representeres, viser diskursanalysen likevel at lærerens gester var sentrale visuelle mediatorer i diskursen som så ut til å støtte elevenes læring.

6.2.1 Lærerens gester som visuelle mediatorer i diskursen

Tidligere studier har vist at gester kan være nyttige ressurser som bistår i både barn og voksnes tolkning av andres verbale ytringer (Roth, 2001) og at lærerens bruk av gester kan mediere matematikk for elevene på ulike måter (Bjuland et al., 2008; Bjuland, 2012). Dette ser også ut til å være tilfellet i denne studien. Lærerens bruk av deiktiske gester bidro til en effektiv og automatisert måte å behandle rutiner og delrutiner på (diskurstype 1). Det finnes også eksempler på hvordan lærerens bruk av gester ledsager elevene inn og ut av ulike metanivåer i diskursen. I diskurstype 3 signaliserte og synliggjorde ulike dimensjoner av gester hvilket nivå i diskursen lærerens ytringer refererte til. Deiktiske gester og ikonisk-symbolske gester refererte til henholdsvis spesifikke eksempler og generelle tilfeller. Dette kan muligens gjøre det enklere enklere for elevene å henge med på vekslingen mellom nivåene. Analysen viste også eksempler på at å veksle mellom ikonisk-symbolske gester og deiktiske gester, i andre situasjoner, ble brukt til å kommunisere samme budskap på ulike måter (diskurstype 2). Lærerens ikonisk-symbolske gester så også ut til å tilføye en dynamisk dimensjon til de symbolske representasjonene ved å behandle dem som *bevegelige artefakter* gjennom sine *luftalgoritmer* (Edwards, 2006) (diskurstype 2).

Til tross for de kommunikative mulighetene gester kan ha, og til dels viste seg å ha i datamaterialet, så er kommunikasjon i abstrakte diskurser «*over and about*» representasjonene som tas i bruk (Roth, 2000, s.1686), da de baserer seg på andre semiotiske ressurser. Gester vil alltid referere til *noe* og baserer seg på andre tilgjengelige ressurser i diskursen. Det øvrige innholdet i det semiotiske systemet har dermed betydning for hvordan gestene brukes i kommunikasjonen. Dette kommer også frem av analysen. Både de deiktiske og understrekende gestene refererte til symboler på tavlen. Det er også verdt å merke seg at en av de sentrale kategoriene i studien til Edwards (2010), de ikonisk-fysiske gestene, er nærmest fraværende her. De ikoniske gestene i denne studien var stort sett ikonisk-symbolske og imiterte symbolske artefakter.

6.2.2 En prosedyrerientert undervisning

Undervisningen i datamaterialet tendenserer mot et rituelt preg (Sfard, 2008) da den i stor grad legger mer vekt på spesifikke måter å gjennomføre regnerutinene på (prosedyrer og regler), enn på produksjonen av de matematiske narrativene som rutinene resulterer i (løsningen på oppgavene). Særlig kan diskurstype 1 sammenlignes med det Setati (2005) beskriver som en prosedyreorientert diskurs fordi den behandler prosedyrer og metoder for brøkregning på en svært repetetiv måte uten å dvele ved matematiske sammenhenger og begrunnelser. Rutinene i diskursen gjennomføres på en stringent måte uten særlig innslag av diskursive brudd. Selv om kommunikasjonen i de andre diskurstypene ikke følger det samme repetitive mønsteret, så er det uten tvil gjennomføringen av separate trinn i rutiner som er i sentrum av diskursen. Analysen har også funnet tegn på at rutinene i diskurstype 2 muligens er på vei i samme retning som diskurstype 1. I diskurstype 3 er det ikke selve regnerutinene som vektlegges i diskursen, men konvensjonelle metaregler som styrer dem. De kan ikke kalles prosedyrer som sådan, men som det har blitt pekt på tidligere i kapitlet så er forklaringene av reglene nært relaterte til rutinene i de to andre diskurstypene og retter seg derfor også mot gjennomføringen av dem.

Et slikt fokus er lite heldig ifølge Petit et al. (2010), som argumenterer for at undervisning i brøkregning bør vektlegge operasjonene som helhetlige konsepter i motsetning til trinnvise prosedyrer eller oppskrifter som skal følges. Også Charalambos og Pitta-Pantazi (2005, s. 239) poengterer at begrunnelser og matematiske relasjoner bør vektlegges «..instead of rushing to provide students with different algorithms to execute operations on fractions».

6.2.3 Hva med rutinenes *hvorfor?*

Analysen av hvordanverbal tale, gester og symboler ble brukt i de forskjellige deldiskursene synliggjør at undervisningen i datamaterialet vektlegger diskursens metaregler. Mer spesifikt viste diskursanalysene at det var regnerutinenes *hvordan* og *når* som var det matematistene kommuniserte om, avhengig av hvilken diskurstype undervisningssekvensene ble identifisert som. Det at lærerens gester, i alle dimensjoner og varianter, ble brukt til å mediere diskursive metaregler, kan tolkes som en observerbar indikator på det prosedyreorienterte fokuset i undervisningen.

Med kommognitive begreper kan man si at den sterke vektleggingen av metaregler samtidig fører til at de matematiske objektene og *objektreglene* vies mindre oppmerksomhet. Objektregler kan sammenlignes med det som, utenfor det kommognitive rammeverket, ofte omtales som matematiske begrunnelser og sammenhenger. Dette er regler man kan *matematisere og dedusere seg fram til* (Sfard, 2012). De er selve egenskapene til de matematiske objektene, relasjoner mellom dem og aktiviteter «with or by objects» (Sfard, 2008, s.223). I en konseptuell diskurs artikuleres og diskuteres matematiske argumenter og begrunnelser deltakerne imellom (Setati, 2005). Resultatene i denne studien viser at brøkbegrepets mange sider blir underkommunisert i undervisningen, noe som kan tilskrives den monotone representasjonsformen i undervisningen. Objektreglene i brøkdiskursen omhandler relasjoner og matematiske linker mellom de ulike brøkaspektene og regneoperasjonene som undervisningen i studiens datamateriale dreier seg om. Med et kommognitivt perspektiv på modellen til Behr et al. (1983) vil objektreglene tilsvare linjene mellom de ulike aspektene (Figur 3.1). Sånn sett kan potensialene for forbedring i diskursene sees på som potensielle, men i den observerte undervisningen: *manglende*, koplinger mellom de ulike aspektene og operasjonene.

Det kan derfor argumenteres for at den mangelfulle vektleggingen av objektregler i diskursen kan være en konsekvens av en prosedyreorientert diskurs, noe som videre kan sees på som en konsekvens av mangelen på semiotiske læringsverktøy som medierer på en måte som oppmuntrer til et mer konseptuelt orientert fokus. Det foreslås her at dersom brøkundervisningen hadde fokusert mer på *hvorfor* regnerutinene fungerer som de gjør, ikke bare på *når* og *hvordan* brøkregningen skal gjennomføres, ville det muligens vært mer naturlig å trekke inn flere brøkrepresentasjoner enn den symbolske. Argumentet kan også vendes om: Det kan samtidig tenkes at mer variasjon i representasjonsformene i diskursen kan føre til at relasjonene mellom de matematiske objektene blir mer sentrale i matematistenes kommunikasjon.

6.3 Hvordan løfte læringspotensialet i undervisningen? Å utvide de semiotiske buntene

Innledningsvis i studien ble den relative symbolbruken i brøkdiskursen pekt ut som et potensielt hinder for elevenes mestring av diskursen, fordi det er en faktor som bidrar til å gjøre emnet abstrakt. Det er derfor også nærliggende å anta at en undervisning som utelukkende tar i bruk symbolske representasjoner kan legge begrensninger på elevenes muligheter for objektifisering i emnet.

Elevene i studien til Lorange og Rinvold (2014) arbeidet med oppgaver som innebar rutinen for å *utvide brøker*. Det er en av de matematiske rutinene som *her* har blitt identifisert som en diskurstype 1-rutine. Det vil si at elevene i denne studien møter rutinen gjennom en undervisning som oppmuntrer til en prosedyrisk tilnærming uten at det trekkes linjer til andre konsepter inn i undervisningen (Setati, 2005). Det foreslås ei heller andre måter å representere brøkene på enn ved symboler. Dette fører til en abstrakt behandling av objektene i rutinen. Undervisningen som elevene i Lorange og Rinvolds studie (2014) deltok i oppmuntret dem derimot til å operere med multilinkkuber. Som et resultat av studien fant Lorange og Rinvold (2014) tegn til at elevene bevegde seg mot et høyere nivå av objektifisering i løpet av problemløsingen. Det var elevenes gester, ytringer og bruk av de konkrete representasjonene som indikerte dette. De tilgjengelige semiotiske ressursene i diskursen så ut til å bidra til objektifiseringen. Dermed kan man si at elevene ble gitt forutsetninger til å objektifisere rutinen gjennom konkretene de ble tilbudt. Fordi brøkobjektene i rutinen kunne tolkes på en direkte og dermed en lettere tilgjengelig måte enn abstrakte symboler kan tilby elevene (Roth, 2000).

Dette handler om at elever vil delta i diskursen slik de inviteres til det (Setati, 2005) og at de semiotiske læringsverktøyene som kommuniseres i undervisningen dermed er de også elevene tar i bruk i sine personlige diskurser. Heyd-Metzuyanim og Graven (2016) konkluderte i sin studie med at undervisningen la sterke føringer for hvordan elevene engasjerte seg i diskursen. Edwards (2006; 2010) fant i sin studie at tidligere erfaringer med brøkrepresentasjoner kan sette seg i matematistenes intrapersonlige kommunikasjon og trekkes frem igjen langt frem i tid. I denne studien ser det derimot ut til at, til tross for at elevene mest sannsynlig har hatt erfaringer med andre representasjoner av brøk i tidligere skoleår (innholdet i læreverkene for 5. og 6. trinn tilsier dette), så var de ikke en *aktiv* ressurs i den observerte diskursen. Dette kan sees på som at undervisningen, for å legge til rette for objektifisering av matematiske konsepter, med fordel kan tilby elevene ressurser å basere objektifiseringen sin på, og at ressursene dessuten bør tas i bruk aktivt i diskursen for at de skal fungere som effektive læringsverktøy for elevene i praksis.

Denne studien foreslår derfor å utvide de semiotiske buntene i undervisningen som et konkret tiltak for å legge til rette for konstruktiv objektifisering av brøkobjekter og regnerutiner. Som pekt på tidligere i kapitlet kan representasjonsformer som fremhever delhelhets-aspektet være nyttig i alle de tre sentrale diskurstypene fordi de kan linkes til alle regneoperasjonene den observerte undervisningen inneholder. I tillegg vil en variasjon mellom ulike representasjoner i seg selv kunne øke elevenes muligheter for å skape mening ut av de abstrakte brøkobjektene: «the ability to make translations among and within modes of representation is what makes ideas meaningful to learners» (Behr et al., 1984, s.325).

6.3.1 Er endring hensiktsmessig i alle diskursene?

Ifølge Sfard (2008) er målet med matematiske diskurser at de skal lede mot matematiske utforskninger. Analysene i denne studien indikerer at diskurstype 1 har utviklet seg i en mer rituell retning. Med utgangspunkt i dette må et diskursivt skifte til for at diskursen skal kunne ansees som ønskelig. Diskurser utvikler seg ved at metaregler endres og erstattes av andre, mer egnede diskurser (Sfard, 2005). På invidiuelt plan foregår en slik utvikling gjennom interaksjon med andre matematister. I møtet med matematister som opererer med mer gunstige diskursive regler og metoder, vil elever imitere disse. De mest effektive måtene å delta på vil ettterhvert ta over for de mindre gunstige (Sfard, 2008). I veletablerte diskurser som diskurstype 1, kan det være noe unaturlig å endre metareglene da diskursen allerede er høyst effektivisert og automatisert. Elevene i Nampandas studie (2004) viste en stahet når de ble presentert for nye forklaringer og andre måter å omtale etablerte rutiner på. Til tross for at undervisningen forsøkte å snu fokuset mot matematiske begrunnelser «chose [the pupils] to stick to what their teacher taught them, even after thorough explanation and demonstration. They still experienced problems in connecting algorithm with modeling» (Nampanda, 2004, s. 26). Det er isåfall trolig at en omfattende endring må til og at det kan kreve en omveltning av godt etablerte regler som nærmest kan sies å fungere som diskursive klasseromsnormer på dette stadiet.

Likevel finnes det trekk ved diskurstype 1 som kan være positive slik diskursen ble observert i denne studien. Det er for eksempel lite tvil om at kommunikasjonen i diskursen er svært effektiv. Resultatene av analysen viser hvordan elevene deltar som en kollektiv enhet og gjennomfører rutinene i diskursen i samarbeid med læreren. En kollektiv deltakelse trenger ikke være ensbetydende med at elevene som enkeltmatematister *ikke* er i stand til å gjennomføre rutinene tilfredsstillende på egenhånd (Sfard, 2008). Ei heller at dette utelukkende kan kalles en klasseromsdiskurs «gone bad» slik Heyd-Metxuyanim og Graven (2016) beskrev de rituelle diskursene i sin studie. Tvert imot kan automatisering av enkelte rutiner og prosedyrer kan ha gunstige effekter på elevers matematisering. I denne studien ble ofte metoder og algoritmer for regning med hele tall brukt som ledd i brøkrutinene. Disse følgte alle samme interaksjonsmønster som brøkrutinene i diskurstype 1 og ble gjennomført kjapt og effektivt, slik at diskursen raskt kunne vende tilbake til å dreie seg om brøkrutinene. En effektiv, økonomisert og rituell gjennomføring av en kjent rutine kan frigjøre kommognitiv kapasitet hos matematisten ved at det skapes rom for å vie kommognitiv oppmerksomhet til diskursive aktiviteter som matematisten er mindre fortrolig med, som for eksempel i møtet med mer utfordrende rutiner i brøkdiskursen. På den andre siden kan det argumenteres for at automatisering av rutiner er mest hensiktsmessig når det gjelder matematiske rutiner som kan brukes som universelle verktøy i flere matematiske emnediskurser.

Med tanke på diskursive skifter vil det være mer hensiktsmessig å ta tak i de rutinediskursene som enda ikke har satt seg like grundig i klasseromsdiskursen. Diskurstype 2 viser indikasjoner på at den fortsatt kan være i en utviklingsfase. Det å innføre nye brøkrepresentasjoner her kan potensielt ha mer læringseffekt. I denne studien involverer rutinene i diskurstype 2-sekvensene ofte divisjon.[38] At divisjon med brøk er et problemområde for malawiske elever bekreftes av Nampanda (2004). Det kan derfor argumenteres for at det kan være viktig å sette inn endringstiltakene i diskurstype 2. Til tross for at diskurstype 3 var litt på siden av brøkemnet og fokuserte mer på regneoperasjoner og generell regnerekkefølge vil denne studien argumentere for at den også har potensiale til å tegne et

38Også divisjonsalgoritmen for hele tall så ut til å være en kilde til problemer for elevene. Den var for eksempel involvert i rutinen *omgjøre fra ekte brøk til blanda tall.* Se tabell 4.1.

rikere bilde av brøk som matematisk konsept. En diskurs som så eksplisitt tar opp diskursens metaregler kan være i en særs god posisjon til å nettopp *endre metareglene i diskursen* fra en diskurs som allerede er rituelt preget (diskurstype 1) eller bidra til at de ønskelige metareglene har satt seg i en ny diskurs som har potensiale til å utvikle seg i begge retninger (Diskurstype 2).

7 Konklusjon

Studien har forsøkt å belyse hvordan brøk undervises i en malawisk kontekst. Mer spesifikt har undersøkelsen vært rettet mot brøkregning på 7. trinn. I lys av den empiriske konteksten har studiens problemstilling blitt besvart gjennom forskningsspørsmålene:

- *Hvilke kommunikasjonsmønstre kan identifiseres i brøkundervisningen i et malawisk klasserom?*
- *Hvilke potensialer for elevers læring av brøk kan ligge i de identifiserte diskursene?*

7.1 Svar på studiens problemstilling

Forskningsspørsmål 1 ble besvart gjennom en semiotisk-kommognitiv diskursnalyse av studiens empiriske datamateriale. Først og fremst ble fem brøkrelaterte kommunikasjonsmønstre identifisert i klasseromsdiskursen. De ble kategorisert som ulike deldiskurser, eller diskurstyper, fordi videoanalysen fant at de skilte seg fra hverandre, både med tanke på innhold, bruk av semiotiske ressurser, og interaksjonsmønstrene mellom lærer og elever. Hvert av de forskjellige kommunikasjonsmønstrene fungerte dermed som ulike systemer med sine respektive metaregler, som så ut til å styre hvordan matematistene deltok i dem (Sfard, 2008). Samtilge fem diskurser ble sett i lys av, beskrevet og illustrert som semiotiske bunter (Arzarello et al., 2009). Disse beskrivelsene utgjør studiens resultater. Tre av buntene ble videre analysert. Analysen viste at særlig bruken av lærerens gester som visuelle mediatorer skilte diskursene fra hverandre. Dette så ut til å være i sammenheng med hvilke matematiske rutiner som var i sentrum i undervisningen og i hvilken grad disse rutinene så ut til å være etablerte i diskursen. Felles for de tre diskursene var at symbolske representasjoner ble brukt til å kommunisere brøkobjektene og brøkrutinene visuelt. Diskursens *metaregler* var de diskursive objektene, det matematistene kommuniserte *om.* Undersøkelsen av innholdet i de semiotiske buntene, særlig hva deltakernes kommunikative handlinger (tale og gester) refererte til, indikerte dette.

Forskningsspørsmål 2 ble besvart ved å se resultatene fra diskursanalysen i lys av teorier og funn fra tidligere studier av brøk og brøklæring. Gjennom å trekke inn informasjon fra malawisk læreplan og læreverk har studien drøftet og foreslått læringspotensialer og muligheter for endring i alle tre diskursene. På bakgrunn av funn fra diskursanalysen hevder denne studien at det vil være minst hensiktsmessig å endre på diskurstype 1, fordi den ser ut til å være en veletablert del av klasseromsdiskursen og kjennetegnes av et høyst effektivt kommunikasjonsmønster. Diskurstype 2 ser derimot ut til å være i en utviklingsfase. Fordi den omhandler rutiner som ser ut til å være ekstra utfordrende for elevene, deriblant *divisjon med brøk,* argumenterer studien for at det både er naturlig og mest nødvendig å sette inn foreslåtte endringstiltak her. Også læringspotensialet i diskurstype 3 ble løftet frem i diskusjonen fordi det er en diskurs som eksplisitt bringer de diskursive metaregler frem i lyset. Den kan dermed være en arena for å *endre* de reglene som styrer matematistenes deltakelse i undervisningen, noe som er kjernen i læring og utvikling av diskurs (Sfard, 2008).

Som et resultat av analyse og diskusjon foreslår studien at det kan ligge et læringspotensiale i diskursive skifter i hver av deldiskursene, inkludert noen generelle endringer som kan gagne elevenes læring i den observerte undervisningen som helhet. Å flytte diskursens tyngdepunkt fra metaregler mot objektregler kan føre til en mer *konseptuelt orientert* diskurs (Setati, 2005) og dermed legge til rette for konstruktive objektifiseringsprosesser for elevene. Fordi det er gjennomgående i alle identifiserte diskusene at de semiotiske buntene er noe lite innholdsrike, konkluderer studien med at de med fordel kan utvides til å inkludere flere representasjoner av brøk. Dette kan løfte frem flere sider ved brøkbegrepet enn de symbolske representasjonene som dominerer datamaterialet. Forankret i teori og forskning på brøk foreslås det her at særlig representasjoner som vektlegger brøk som del av et hele kan ha stor verdi med tanke på læring (Behr et al., 1983, Lakoff & Núñez, 2000, Edwards, 2010). I tillegg vil mer variasjon og mangfold av representasjoner av brøkregneoppgavene kunne være gunstig i seg selv (Sfard, 2008; Petit et al., 2010; Nampanda, 2004).

Drøftingen av studiens resultater har vist at også lærerens gester, som var den eneste formen visuelle mediatorer som supplerte de matematiske symbolene, kan ha potensiale til å mediere brøk på en mer læringsfremmende måte. Også dette ved å utvide de semiotiske buntene. På bakgrunn av å sammenligne diskursene i datamaterialet med tidligere forskning (Edwards, 2010; Lorange og Rinvold, 2014) impliseres det her at læringsfremmende semiotiske ressurser bør løftes frem og tas i bruk aktivt, og at undervisningen bør vie eksplisitt oppmerksomhet til dem for at elevene skal ta dem i bruk som semiotiske læringsverktøy. Slik vil også bruken av gester som kommunikative mediatorer kunne bidra bedre til elevenes objektifisering av brøk og brøkregning.

7.2 Implikasjoner av studien

På bakgrunn av studiens resultater, og med et kritisk blikk på disse funnene, ønsker studien å peke på noen implikasjoner for brøkundervisningen i de høyere klassetrinnene i malawisk grunnskole, samt implisere kunnskapshull som kan være verdt for videre forskning i Malawi å ta fatt på.

7.2.1 Kritisk diskusjon av studiens funn

Den observerte undervisningen har her blitt beskrevet som prosedyreorientert (Setati, 2005).
I den sammenheng er det verdt å poengtere at det empiriske materialet i studien begrenser seg til et

emne med regning i fokus. Navn og innhold i emnet *Basic operations on fractions* impliserer en viss orientering mot rutiner og metaregler. Konklusjoner om innholdet i de semiotiske buntene bør dermed ikke trekkes til Malawisk brøkundervisning på alle trinn uten videre, fordi det er mulig at undervisningen trinn som omhandler brøkobjekter *utenfor* regnerutinene, fortoner seg annerledes.

Videre oppgir også studien begrenset informasjon om elevenes læringsutbytte av undervisningen da det bare er plenumsdelen av undervisningen som er blitt studert. Studien kunne med fordel ha inkludert *flere* datakilder. Som det ble pekt på i metodekapitlet kunne et lærerintervju potensielt bidratt med mer utfyllende informasjon. Skriftlig elevarbeid har også vist seg å gi nyttig informasjon om elevers personlige brøkdiskurser i tidligere forskning (Wille, 2013).

Caset i studien avgrenser seg til *en* lærers undervisning, men med tanke på muligheter for overførbarhet av resultatene kan også studien sees på som et eksempel på hvordan et emne fra læreplanen for den offentlige malawiske skolen, realiseres i klasserommet. Dette baseres på at samme læreverk brukes i all offentlig skole i Malawi (Kazima et al., 2016) og på at tidligere forskning har vist at undervisningen er sterkt preget av lærebøker (Gaard, 2014; Nampanda, 2004).

Når det gjelder overførbarhet til norsk kontekst, er det ingen tvil om at det finnes store kulturelle forskjeller og ulike rammebetingelser i de to kontekstene. Ikke minst er kommunikasjon i seg selv et kulturelt fenomen. Studiens resultater: de identifiserte kommunikasjonmsønstrene, kan ikke regnes som relevante i norsk skolekontekst, som sådan. Likevel er bruk av semiotiske læringsverktøy et tema med tverrkulturell relevans. Studiens funn om potensialet i lærerens gester og viktigheten av et bevisst forhold til hvordan semiotiske ressurser brukes i undervisningen, kan være nyttige også utover malawisk og afrikansk kontekst. Forfatteren av studien oppfordrer til reflektert lesergeneralisering og vil argumentere for at resultatene kan føre til økt bevissthet om matematikk- og brøkundervisning også for norske lærere og didaktikere.

7.2.2 Implikasjoner for videre forskning i malawisk kontekst

Undervisningen i studiens datamateriale bærer flere likhetstrekk med undervisningen beskrevet av Heyd-Metzuyanim og Graven (2016). Det kunne vært interessant å gå mer i dybden på rituelle og eksplorative trekk i malawiske klasseromsdiskurser og gjøre en grundigere undersøkelse av hvordan

malawiske elever inviteres til å delta i matematikkfaget. Er det faktorer ved undervisningen som former deltakelsen i rituell retning eller som begrenser elevenes deltakelse til arbeid med prosedyrer? Ifølge Sfard (2008) kan spesifikke ord, symboler og gester fungere som innrammende faktorer på diskursen som motiverer og stimulerer til visse handlinger og måter og delta på. Forskning kan analysere malawisk klasseromskommunikasjon i lys av dette med tanke på det karakteristiske repetitive kommunikasjonsmønsteret som ble identifisert i studiens empiriske datamateriale. For å studere elevdeltakelsen som en konsekvens av undervisningen trengs en forskningstilnærming som skaffer informasjon om elevenes personlige diskurser .
Gester har vist seg å kunne gi informasjon om mentale modeller (Edwards, 2010). Studier av malawiske elevers bruk av gester og andre semiotiske ressurser i arbeid med brøk og brøkregning kan muligens avdekke om elevenes tidligere erfaringer med representasjoner fortsatt er en del av deres personlige matematiske diskurser og slik bidratt med mer informasjon om hvilken type læring brøkundervisningen i resulterer i.

Selv om det ikke var i fokus her, fant analysen av datamaterialet interessante momenter når det kommer til undervisningsspråkets rolle i klasseromsdiskursen. All undervisning i datamaterialet foregikk på engelsk og det har blitt pekt på at undervisningen kan karakteriseres som prosedyreorientert. Med tanke på at Setati (2005) fant en sammenheng mellom undervisning på elevenes førstespråk og konseptuelt orienterte klasseromsdiskurser kunne fremtidige studier gjerne forsket på en mulig sammenheng mellom undervisningsspråk og karakteristiske diskurser i malawiske klasserom. En idé er å undersøke dette på lavere klassetrinn og studert om malawiske klasseromsdiskurser er mer konseptuell orienterte når undervisningen foregår på chichewa.

7.2.3 Hva med de andre to diskursene?

Diskurstype 4 skilte seg vesentlig fra de andre diskursene ved at den var språklig orientert og ved at ikonisk-fysiske gester utgjorde en sentral del av diskursen. Forskning på gesters rolle i forhold til det engelske språket i faget og elevers forståelse av engelsk, matematisk terminologi kunne derfor også være interessant. Diskurstypene som ble identifisert i sammenheng med tekstoppgaver (Diskurstype 4 og 5) skilte seg vesentlig fra resten av datamaterialet. Videoanalysen av lærerens bruk av gester i diskurstype 5 indikerte at selve oversettelsen fra tekst til symboler var mer i fokus enn det semantiske innholdet i de språklige uttrykkene, noe som førte til at det mer praktiske fokuset i tekstoppgavene ble erstattet av regning med matematiske symboler. Studien foreslår at mer forskning på tekstoppgaver, både i sammenheng med brøk og andre matematiske emner, kunne vært av interesse.

7.2.4 Pedagogiske implikasjoner for malawisk brøkundervisning

Studien har pekt på at å inkludere andre representasjoner enn symbolske haddde vært gunstig for elevenes læring. Som nevnt tidligere inneholder malawiske læreverk for 5. og 6. trinn forslag til aktiviteter som kan få frem matematiske begrunnelser for regnerutiner på brøk (Chimarilo et al., 2007b; Kachisa et al., 2007b). Slike forslag er fraværende i lærerveiledningen for 7. trinn (Soko et al., 2008). Funnene fra denne studien impliserer at å videreføre aktiviteter og representasjoner fra tidligere skoleår kan hevet elevene på 7. trinns læringspotenstiale.

Studien viser også at divisjonrutinen ble repetert og forklart på detaljnivå særdeles mye gjennom datamaterialet (Diskurstype 2). Funnet samsvarer med tidligere forskning som har vist at malawiske elever har trøbbel med divisjon av brøk (Nampanda, 2004). I studiens kapittel 2 ble det pekt på at malawiske læreverk var noe mangelfulle når det kom til nettopp divisjon med brøk. Nampanda (2004) fant at dette var en av flere faktorer som påvirket elevenes dårlige prestasjoner i delemnet og påpeker at lærerveiledninger bør inneholde både eksempler og matematiske begrunnelser for algoritmen.

Modellen til Behr et al. (1983) impliserer at problemløsing kan være en hensiktsmessig metode for brøklæring. Resultatene fra Lorange og Rinvolds studie (2014) støtter opp under dette: problemløsing så ut til å være en matematisk arena som la til rette for objektifisering av brøkregningen. Oppgaver og aktivitetsforslag med mer preg av problemløsing kan derfor være en måte å heve brøkundervisningen i høyere klassetrinn i den malawiske grunnskolen. Dette kan muligens bidra til at de praktisk rettede målene fra læreplanen (Ministry of Education, 2008) vil gjenspeiles mer i brøkundervisningen på 7. trinn.

7.3 Å forske med et semiotisk-kommognitivt perspektiv

Gjennom å svare på problemstillingen har denne studien produsert kunnskap om eksempler på malawiske klasseromsdiskurser og pekt på muligheter for elevers læring av brøk som følge av undervisningen. Dette ble gjort gjennom å kombinere kommognitive og sosiokulturelle teorier. På bakgrunn av studiens resultater argumenteres det her for at en slik kombinasjon kan være hensiktsmessig i klasseromsforskning og at kommognitive diskursanalyser med fordel kan inkludere bruk av multimodale verktøy. I denne studien tilføyde det semiotisk-kulturelle perspektivet en helhetlig tilnærming til kommunikasjonen i klasserommet. Det å studere klasseromsinteraksjonen i lys av semiotiske bunter (Arzarello et al., 2009) bidro til å få frem vesentlige nyanser i klasseromsdiskursen. Ved å først forsøke å fange inn alle semiotiske ressursene, for så å gå inn og betrakte samspillet mellom ressursene på detaljnivå utpekte forskjellene mellom de identifiserte kommunikasjonsmønstrene i datamaterialet seg.

Studien har også resultert i kunnskap om gester i matematiske diskurser. Som påpekt av Arzarello og Edwards (2005) er ikke McNeills (1992; 2005) inndeling av gester nødvendigvis fullstendig beskrivende for matematiske diskurser. Edwards (2006) utvidelse av den originale ikoniske kategorien var treffende for brøkdiskursen i denne studien. Et vesentlig funn var at i samtlige av de tre sentrale diskurstypene i datamaterialet refererte de ikoniske gestene til symbolske representasjoner. De var ikonisk-symbolske. Studiens funn impliserer også at den deiktiske dimensjonen med fordel kan deles i to kategorier: Konkret og abstrakt peking, i fremtidige analyser av gester i matematiske diskurser. På bakgrunn av resultatene fra denne studien foreslås det her at en overvekt av konkret peking og ikonisk-symbolske gester i motsetning til abstrakt peking og ikonisk-fysiske gester, kan være en konsekvens av en undervisning som legger mye vekt på symbolske representasjoner. En kategorisering som skiller mellom symbolrelaterte gester og gester relatert til mer konkrete representasjoner av matematikk kan derfor være hensiktsmessig.

Litteraturliste

Adler, J. & Ronda, E (2014). An analytical framework for describing teachers´mathematics discourse in instruction. I Nicol, C., Liljedahl, P., Oesterle, S., & Allan, D. (Red.) *Proceedings of the Joint Meeting 2 - 9 of PME 38 and PME-NA 36*, *2*, 9-16. .

Arzarello, F. & Edwards, L. (2005). Gesture and the construction of mathematical meaning. *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education,* (1), 123-127.

Arzarello, F., Paola, D., Robutti O., & Sabena, C. (2009). Gestures as semiotic resources in the mathematics classroom. (2009) *Educational Studies in Mathematics, 70*, 97-109

Behr, M.J., Lesh, R., Post, T., & Silver E. (1983). Rational Number Concepts. I R. Lesh & M. Landau (Red.), *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes,* 91-125. New York: Academic Press.

Behr, M.J., Wachsmuth, I., Post, T.R. & Lesh, R. (1984). Order and equivalence of rational numbers: a clinical teaching experiment: A Clinical Teaching Experiment. *Journal for Research in Mathematics Education, 15*(5), 323-341.

Bergtun, I.F. (2015). *Malawiske læreres valg og bruk av konkretiseringsmateriell i matematikkundervisning.* (Mastergradsavhandling, Universitetet i Stavanger), Hentet fra http://hdl.handle.net/11250/299230

Birkeland, P.A., Breiteig, T., & Venheim, R. (2005). *Matematikk for lærere 1.* (5. utgave). Oslo: Universitetsforlaget.

Bjuland, R. (2012). The mediating role of a teacher's use of semiotic resources in pupils' early algebraic reasoning. *ZDM Mathematics Education, 44,* 665–675.

Bjuland, R., Cestari, M.L., & Borgersen, H.E. (2008). The Interplay Between Gesture and Discourse as Mediating Devices in Collaborative Mathematical Reasoning: A Multimodal Approach. *Mathematical Thinking and Learning*, *10*(3), 271–292.

Bogdanova, M. (2013). The role of the teacher in object-level and meta-level learning.

Charalambos, Y., & Pitta-Pantazi, D. (2005). Revisiting a Theoretical Model on Fractions: Implications for Teaching and Research. *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.* (2), 233-240.

Chimarilo, D., Kachisa, E., Makwecha, J., Mutale G., & Susuwele-Banda, W. (2007a). *Mathematics. Standard 5.* Domasi: Malawi Institute of Education.

Chimarilo, D., Kachisa, E., Makwecha, J., Mutale, G., & Susuwele-Banda, W. (2007b). *Matehimacs. Teachers` Guide for Standard 5.* Domasi: Malawi Institute of Education.

Clarke, C., Fisher, W., Marks, R., Ross, S., & Zbiek, R.M. (2010). *Developing Essential Understanding of Rational Numbers in grades 3-5.* National Council of Teachers of Mathematics. USA

Cramer, K., Wyberg, T., & Leavitt, S. (2008). The Role of Representations in Fraction Addition and Subtraction.*Mathematics Teaching in the Middle School, 13*(8), 490-496.

Cramer, K, Monson, D, Whitney, S, Leavitt, S, Wyberg, T. (2010). Dividing Fractions and Problem Solving. *Mathematics Teaching in the Middle Schoo 15*(6), 338-346.

Eckstein, (2000). Case study and theory in political science. I R. Gomm, M. Hammersley, & P. Foster, (Red.), *Case Study Method: Key Issues, Key Texts.* London: Sage Publications.

Edwards, L. (2006). Metaphores and Gestures in Fraction Talk. 92-100. *Proceedings of the Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education.*

Edwards, L. (2009). Gestures and conceptual integration in mathematical talk. *Educational Studies in Mathematics, 70,* 127-141.

Edwards, L. (2010). Gesture, Conceptual Integration and Mathematical Talk. Jo*rnal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, *1*(1), 1-14.

Felton, M. D., & Nathan, M. (2009). Exploring Sfard's Commognitive Framework: A Review of "Thinking as Communicating: Human Development, the Growth of Discourses, and Mathematizing". *Journal for Research in Mathematics Education*, *40*(2), 571–576.

Gaard, H. (2014). *Malawiske læreres bruk av eksempler i matematikkundervisningen. Hvordan knyttes eksemplene til hverdagslige situasjoner*. (Mastergradsavhandling, Universitetet i Stavanger), Hentet fra http://hdl.handle.net/11250/196764

Gilje, H. & Grimen, N. (1993). *Samfunnsvitenskapenes forutsetninger: innføring i samfunnsvitenskapenes vitenskapsfilosofi.* Oslo: Universitetsforlaget.

Government of the Republic of Malawi (2013). *Malawi Government.* Hentet fra https://www.malawi.gov.mw/

Gundersen, D. (2009). Gestikulere. *Store Norske Leksikon.* Hentet 10.05 2016 fra https://snl.no/gestikulere.

Heyd-Metzuyanim, E. & Graven, M. (2016). Between people-pleasing and mathematizing: South African learners' struggle for numeracy. *Educational Studies in Mathematics,* (91), 349–373.

International Commision on Mathematical Instruction (ICMI) (2011). *The Hans Freudenthal Medal for 2011.* Hentet 21.05 fra http://www.mathunion.org/icmi/activities/awards/past-recipients/the-hans-freudenthal-medal-for-2011/ .

Johannessen, B. (2016). Malawi. *Store norske leksikon.* Hentet 10.05 2016 fra https://snl.no/Malawi.

Kachisa, E., Makwecha, J., Kwerengwe, St., Mwale, L., & Soko, C. (2007a). *Mathematics. Standard 6.* Malawi Institute of Education. Domasi: Malawi Institute of Education.

Kachisa, E., Makwecha, J., Kwerengwe, St., Mwale, L., & Soko, C. (2007b). *Mathematics. Teachers´Guide for Standard 6.* Malawi Institute of Education. Domasi: Malawi Institute of Education.

Kazima, M. (2008). Mother Tongue Policies and Mathematical Terminology in the Teaching of Mathematics. *Pythagoras, Journal of the Association for Mathematics Education of South Africa, 33*(67), 56-63.

Kazima, M. (2013). Students' Preferences for Contexts and their Relevance to School Mathematics in Malawi. *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education, 17*(3), 244-254.

Kazima, M., Jakobsen, A., & Kasoka, D.N. (2016). Use of Mathematical Tasks of Teaching and the Corresponding LMT Measures in the Malawi Context. *The Mathematics Enthusiast. 13*(1&2), 171-186.

Kazima, M. & Mussa, C. (2011). Equity and Quality Issues in Mathematics Education in Malawi Schools. I B. Atweh et al. (Red.), *Mapping Equity and Quality in Mathematics Education, 1*(1), 163-176.

Kvale, S., & Brinkmann, S. (2009). *Det kvalitative forskningintervju.* (2.utgave). Oslo: Gyldendal akademisk.

Lakoff, G., & Nünez, R.E. (2000). *Where mathematics comes from. How the embodied mind brings mathematics into being.* USA: Basic Books.

Lorange, A. & Rinvold, R. (2014). Students' strategies of expanding fractions to a common denominator – a semiotic perspective. *Nordic Studies in Mathematics Education, 19*(2), 101-119.

Makwecha, J., Matayataya, C., Mphando, B., Soko, C., Saka, T., & Macbinnie, T. (2009). *Numeracy and Mathematics. Teachers´ Guide for Standard 4.* Domasi: Malawi Institute of Education.

Malawi Institute of Education. (2004). *TALULAR – Teaching And Learning Using Locally*

Available Resources. Malawi: Malawi Institute of Education.

McNeill, D. (1992). *Hand and Mind: What gestures reveal about thought.* IL: University of Chicago Press.

McNeill, D. (2005). *Gesture and thought.* Chichago: University of Chicago Press.

Mildenhal, P.M. (2013). Using semiotic resources when building images of the part-whole model of fractions. *Proceedings of Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia,* 506-512.

Ministry of Education. (2005a). *Syllabus for Mathematics. Standard 7.* Malawi: Malawi Institute of education.

Ministry of Education. (2005b). *Syllabus for Numeracy and Mathematics. Standard 8.* Malawi: Malawi Institute of education.

Ministry of Education. (2007). *Syllabus for Numeracy and Mathematics. Standard 3.* Malawi: Malawi Institute of education.

Morse, J.M. (2010). Writing from Thin Data. *Qualitative Health Research. 20*(1), 3.

Nampanda, O.E.K. (2004). *An Investigation of childrens´misconceptions in division of fractions*. Manuskript innsendt for publisering til: Virginia Polytechnic Institute and State University Blacksburg, Virginia (USA).

Den Nasjonale forskningsetiske komite for samfunnsvitenskap og humaniora (NESH) (2006): *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi*.

Norad – Direktoratet for utviklingssamarbeid. (2015a). Improving Mathematics Teacher Education in Malawi. Hentet fra https://www.norad.no/en/front/funding/norhed/projects/improving-quality-and-capacity-of-mathematics-teacher-education-in-malawi/

Norad - Direktoratet for utviklingssamarbeid. (2015b). Malawi. Hentet fra https://www.norad.no/landsider/afrika/malawi/

Opsal, H. (2013). *Bruk av elevbøker i matematikk på ungdomsskulen: ein kasusstudie*. (Doktorgradsavhandling), Fakultetet for teknologi og realfag, Universitetet i Agder, Kristiansand.

Petit, M.M., Laird, R., & Marsden, E. (2010). They “Get” Fractions as Pies; Now What?

Mathematics Teaching in the Middle School. 16(1), 5-10.

Postholm, M.B., & Jacobsen, D.I. (2011). Læreren med forskerblikk: innføring i vitenskapelig metode for lærerstudenter. **Sted:** Høyskoleforlaget. Norwegian Academic Press.

Radford, L. (2006). Elements of a Cultural Theory of Objectification. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, Special Issue on Semiotics, Culture and Mathematical Thinking, 103-129.

Radford, L. (2009). Why do gestures matter? Sensuous cognition and the palpability of mathematical meanings. Educational Studies in Mathematics. *70*, 111-126.

Radford, L., Edwards, L., & Arzarello, F. (2009). Introduction: Beyond words. *Educational Studies in Mathematics, 70*, 91-95.

Radford, L. (2010). Layers of generality and types of generalization in pattern activities. *Pensamiento Númerico Avanzado, 4*(2), 37-62.

Refvik, K.A.S. (2014). *Problemløysing og utvikling av løysningstrategiar i matematikkfaget i den malawiske skulen.* (Mastergradsavhandling, Universitetet i Stavanger), Hentet fra http://hdl.handle.net/11250/196776

Ricoeur, P. (1994b). The model of the text: meaningful action considered as a text. I John B.Thompson (red.), *Hermeneutics and the human sciences, Essays on language, action and interpretation.* Cambridge: Cambridge University Press.197-221.

Rodina, K. (2016). *Lev Semjonovitsj Vygotskij.* Store norske leksikon. Hentet fra https://snl.no/Lev_Semjonovitsj_Vygotskij

Roth, M-W. (2000). From gesture to scientific language. *Journal of Pragmatics, 32*, 1683-1714

Roth, W-M. (2001). Gestures: Their role in Teaching and Learning. *Review of Educational Research. 71*(3), 365-392.

Säljö, R. (2001). *Læring i praksis: Et sosiokulturelt perspektiv.* Oslo: Cappelen akademisk.

Setati, M. (2005). Teaching Mathematics in a Primary Multilingual Classroom. *Journal for Research in Mathematics Education*, *36*(5), 447-466.

Sfard, A. (2008). *Thinking as Communicating. Human Development, the Growth of Discourses, and Mathematizing.* USA: Cambridge University Press.

Sfard, A. (2009). What's all the fuss about gestures? A commentary. *Educational Studies in Mathematics, 70*, 97-109.

Sfard, A. (2012). Developing Mathematical Discourse – Some insights from communicational research. *International Journal of Educational Research,* (51&52), 1-9.

Sfard, A. (2014). On Two Metaphors for Learning and the Dangers of Choosin Just One. *Educational Researcher, 27*(2), 4-13.

Silverman, David, (2011). *Interpreting Qualitative Data*. London: Sage Publications.

Soko, C., Nkhwangwa, H., Yehka, J., Makwecha, J., Mbulo, K., Mwale, L., Kwerengwe, S., & Saka, T. (2008a). *Mathematics for Standard 7.* Domasi: Malawi Institute of Education.

Soko, C., Nkhwangwa, H., Yehka, J., Makwecha, J., Mbulo, K., Mwale, L., Kwerengwe, S., & Saka, T. (2008b). *Mathematics. Teachers`Guide for Standard 7.* Domasi: Malawi Institute of Education.

Solem, I.H., Alseth, B. & Nordberg, G. (2010). *Tall og tanke. Matematikkundervisning på 1- til 4. trinn.* Gyldendal Akademisk.

The Southern and Eastern Africa Consortium for Monitoring Educational Quality (SACMEQ). (2011). *SACMEC III: Reading and Math Achievement Scores.* Hentet fra http://www.sacmeq.org/?q=sacmeq-projects/sacmeq-iii/readingmathscores

Staberg, F. (2015). *Vurderingspraksisen i matematikkfaget, i en malawisk skolekontekst.* (Mastergradsavhandling, Universitetet i Stavanger), Hentet fra http://hdl.handle.net/11250/299364

Svendsen, L.F.H. (2011). Symbol: tegn. *Store norske leksikon.* Hentet 10. mai 2016 fra https://snl.no/symbol%2Ftegn.

Thagaard, T. (2013). *Systematikk og innlevelse. En innføring i kvalitativ metode.* (4.utgave). Bergen: Fagbokforlaget.

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes.* Cambridge, MA: Harvard University Press.

Wells, G. (1999). *Dialogic Inquiry: Towards a Sociocultural Practice and Theory of Education.* Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Wille, A.M. (2013). Activation of innermathematical discourses of students about fractions with the help of imaginary dialouges: A case study. *Proceedings of the 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education: Developing Mathematical Thinking,* (4), 337-344.

Yin, R.K. (2014). *Case Study Research. Design and Methods.* (5. utgave). London: Sage Publications.

Østerlie, P.G. (2011). *Et diskursivt møte med den deriverte. Designforsking om tilrettelegging for objektifisering av derivasjonsbegrepet i et teknologirikt miljø.* (Mastergradsavhandling. Høgskolen i Sør-Trøndelag. Hentet fra https://brage.bibsys.no/xmlui/bitstream/id/110640/Masteroppgave_%C3%98sterlie_2011.pdf .

Oversikt over vedlegg

Vedlegg 1: Oversikt over observerte undervisningsøkter. Episode for episode.

Vedlegg 2: Skjema til bruk i videoanalysen (mal)

Vedlegg 3: Transkripsjonsnøkkel

Vedlegg 4: Transkripsjoner: Sekvenseksempel diskurstype 1 (Fremstilit i kapittel 5.1)

Vedlegg 5: Transkripsjoner: Sekvenseksempel diskurstype 2 (Fremstilit i kapittel 5.2)

Vedlegg 6: Transkripsjoner: Sekvenseksempel diskurstype 3 (Fremstilit i kapittel 5.3)

Vedlegg 7: Informasjonbrev til skolens ledelse

Vedlegg 8: Informasjonsbrev til lærere

Vedlegg 9: Informasjonbrev til elever og foresatte

Vedlegg 10: Kvittering fra NSD: Godkjenning av studien

Vedlegg 11: Invitasjon og tillatelse for studien fra University of Malawi

Vedlegg 1: Oversikt over observerte undervisningsøkter. Episode for episode

Dato/ økt *Delemne/ tema for undervisningsøkt*	Klasse	Episoder	Spesielle merknader fra feltnotatene
man.11.01 Undervisningsøkt 1 *Adding and subtracting proper fractions*	7A	**1 Oppstart.** Introduksjon av emnet.Repetisjon av ulike typer brøk. Proper, improper og mixed fraction. 2 Lærer repeterer huskeregelen: ***The law of BODMAS***. Skriver regelen på tavla. Går gjennom hvilke regneoperasjoner hver av bokstavene står for. **3 Gjennomgang av eksempel**. Lærer leder klassen gjennom et oppgaveeksempel (addisjon og subtraksjon). Bruker BODMAS. Gjennomgangen repeteres fra start til slutt av læreren etterpå.	1: Lærer holder opp plakater med en brøk av hver type 4: Undertegnede registerer at elevene løser oppgavene på samme måte som eksemplet i episode 3 ble gjennomgått 5: Noen grupper angir feil

		4 Gruppediskusjon. Elevene samarbeider i smågrupper om å løse oppgaver som ligner eksemplet. **5 Felles gjennomgang av gruppediskusjonen** Lærer ber gruppene om å komme med svarene de kom frem til. Lærer ber så om en frivillig elev (fra en gruppe som anga rett svar på oppgaven om å komme frem og vise. Elev viser på tavla. Lærer hjelper til. 6 **Individuell oppgaveløsning.** 7 **Correction.** Lærer gjennomgår en av oppgavene elevene arbeidet individuelt med på tavlen.	svar. Flere har rett. 7: «*Correction»* brukes av deltakerne i studien om å gjennomgå riktig løsningsmetode på en oppgave på tavlen
tirs.12.01 Undervisningsøkt 2 *Adding and subtracting mixed fractions*	7B	**1 Oppstart** Repeterer fra gårsdagen: Hva er en «mixed fraction»? Lærer skriver opp ulike eksempler på blanda tall på tavla og spør klassen om hva som gjør dem til blanda tall. **2 Mer fokus på blanda tall** Lærer ber tre elever komme frem. Elevene får holde opp de samme plakatene som på mandag 11.01, en plakat for hver type brøk. Lærer spør klassen: Hvem holder plakaten med det blanda tallet på? Hvorfor er det et blanda tall? **3 Gjennomgang av eksempel** Et oppgaveeksempel gjennomgås. Prosedyren er omfattende, mange trinn. Lærer bruker god tid på å gå gjennom hele (Bruker BODMAS i forkant). Bruker LCM-tabell og metode for å finne felles nevner. Siste trinnet i prosedyren repeteres (omgjøre uekte brøk til blanda tall). Deretter repeteres *hele* løsningen repeteres fra start til slutt. Til slutt repeteres siste trinnet <u>enda en gang.</u> **4 Gruppearbeid/ diskusjon** Elevene blir gitt en oppgave de skal løse sammen. Ligner eksemplet i episode 3. **5 Oppsummering av gruppearbeid**. Læreren vil høre hvem som fikk riktig svar. Elev kommer frem og viser løsningsmetoden. Lærer repeterer det eleven sier og supplerer med forklaringer underveis. Når eleven er ferdig repeterer lærer siste trinnet for klassen (omgjøre uekte brøk til blanda tall). 6 **Individuell oppgaveløsning** Elevene arbeider individuelt resten av timen.	 3: LCM:-tabell: En metode for å finne frem til minste felles multiplum (Lowest Common Multiplum).
ons.13.01 Undervisningsøkt 3 *Multiplying and dividing fractions*	7A	**1 Oppstart** Lærer minner om hvilke delemner de har hatt de to siste dagene. 2 **Multiplikasjonstabellen** Lærer ber hele klassen om å si femgangen og seksgangen i kor. Hun går rundt mellom radene og hører etter. En og	Divisjon: Det forekommer veldig mange repetisjoner og forklaringer av trinnet: «skift operasjonstegn + snu-brøk» i denne økten! Både på engelsk og

		en rad reiser seg og ramser opp seksgangen. (Unntatt en rad, som læreren ønsker at skal ta femgangen). Lærer ber deretter om frivillige elever som kan si ellevegangen alene. Tre elever prøver seg etter tur. Lærer hører etter, korrigerer dersom de sier feil og ber elevene om å passe på stemmeleiet (Hun sier: «Voice»). 3 **Starter på dagens tema** Lærer starter med å poengtere at de har to ulike symboler for divisjon. Påpeker raskt at mutliplikasjonstegnet betyr multiplikasjon. 4 Lærer går gjennom bokstavene i ***the law of BODMAS***. *5* **Gjennomgang av eksempel** Læreren spør elevene om hvordan de skal starte på oppgaven (den inneholder divisjon og multiplikasjon).. Spør om elevene vet hvordan de kan dividere brøkene. Lærer fortelle at de er nødt til å skifte operasjonstegn fra divisjon til multiplikasjon + snu den følgende brøken. Forklaringen repeteres før lærer går videre og fullfører resten av eksemplet. 6 **Gjennomgang av nytt eksempel**. Dette eksemplet inneholder også blanda tall. Lærer viser først hvordan de skal gjøre om blanda tall til uekte brøk. Læreren spør deretter om klassen vet hvordan de så skal gå frem når de nå skal regne ut eksemplet. Hun påpeker at de kan se på det forrige eksemplet. En elev svarer. Lærer gjentar og får klassen til å «kore» regelen om å skifte operasjonstegn + snu brøk. Eksemplet gjennomgås. Repetisjoner av trinn undervegs. 7 **Gjennomgang av enda et eksempel**. Nå også med parantes i uttrykket. Lærer spør klassen hvordan de nå skal starte og henviser til BODMAS. Lærer leder hele klassen gjennom eksemplet ved hjelp av peking og «koring». Lærer repeterer enda en gang hvordan elevene skal «skifte tegn + snu brøk». Deretter slår læreren også over til chichewa **8 Individuell oppgaveløsning** **9 Rask repetisjon på tavla** Gjennomgår hvordan gjøre om fra uekte brøk til blanda tall (i svaret).	chichewa. Lærer forklarer flere ganger hva som skal gjøres og hvordan, men sier ikke noe om hvorfor det er slik. Behandles som en regel 2: «Voice» brukes når læreren ønsker at elever skal snakke høyere. En oppfordring om å «speak up.» 7: Repeterer tilsynelatende regelen enda en gang på chichewa. Lærerens gester indikerer det. 9: Det er en klasseromsregel at «final answers» aldri skal oppgis som uekte brøk.
tors.14.01 Undervisningsøkt 4 *Multiplying and dividing fractions **	7B	**1 Oppstart** Lærer forteller at de skal videre på nytt tema, men at de først skal repetere gårsdagens: «Multiplying and dividing fractions». **2 Multiplikasjonstabellen** Klassen sier femgangen og seksgangen i kor. Lærer ber frivillige elever si seksgangen alene. Fire-fem elever prøver seg. Lærer hjelper til + korrigerer undervegs. Lærer presiserer at elevene bør kunne fem- og seksgangen og at de bør øve seg på syv- og åttegangen til	*Hele timen går med til å repetere gårsdagens tema, selv om læreren, i starten av økten sier at de skal gå videre til et nytt delemne. Dette gjør hun i begge klassene. Hun forteller oss mens elevene jobber (episode

		neste uke. 3 **Gjennomgang av eksempel** (Oppgaven inneholder multiplikasjon og divisjon). Lærer ber klassen fortelle henne hva første trinnet i oppgaveløsningen er. Hun påpeker at det var dette de gjorde igår. Hun spør om de forstod det. En elev rekker opp hånda og svarer riktig. Lærer fortsetter og minner klassen på at de følger *the law of BODMAS.* Læreren fokuserer på «skift&snu»-regelen. Forklarer og viser hvordan de skal gjøre det og understreker «That is the point. It is the what?» Klassen: «point». Læreren går gjennom resten av eksemplet (forkorter brøker + multipliserer og forenkler svar). 4 **Gjennomgang av nytt eksempel** Lærer skriver BODMAS på tavla og går gjennom regnerekkefølgen mens hun peker på hver av bokstavene. Spør elevene hvilke regneoperasjoner de har i eksemplet foran seg. Lærer starter på selve oppgaven. Gir en litt kortere forklaring av «skift&snu» denne gangen. Repeterer regelen etterpå. 5 Lærer skriver opp oppgaver som skal løses individuelt på tavlen. Før de settes igang med arbeidet går læreren gjennom rekkefølgen oppgavene skal løses i. Lærer slår over til chichewa et par ganger. 6 **Individuell oppgaveløsning**. 7 Lærer **bryter opp oppgaveløsningen** og ber om oppmerksomheten. Hun påminner om at elevene *først* skal multiplisere inni parantesen (oppg.1), og *så* dividere. Forklarer skift&snu-regelen igjen. 8 **Senere viser læreren en elev hvordan man kan finne ut hvor mange ganger 3 går opp i et tall. (**mens elevene arbeider med oppg.). Tegner tellestreker på tavlen. Bunter dem sammen 3 og 3. **9 Correction av oppg. 2** på tavla. 10 Elevene får tid til å gjøre **«corrections» i egne bøker**. Lærer går rundt mens de holder på. **11 Avslutning av timen** Lærer gir lekser. Skriver dem på tavla + leser dem høyt.	6) med oppgaver at hun tenker å bare gå gjenom en av oppgavene til slutt og så avslutte. Hun sier et eller annet om at hun/elevene er trøtte. Tenker at hun kanskje vurderer at elevene har fått nok eller ikke er klare til å gå videre ? Divisjon: Repeterer «skift&snu»-regelen flere ganger denne økten også. Læreren snakker en del mer på chichewa enn hun har gjort i tidligere økter. 8: Eneste gang i løpet av hele perioden at tall representeres med noe annet enn verbal tale og symboler
fre.15.01	Undervisningsfri. Offentlig helligdag i Malawi.		
man. 18.01	Lærer borte fra skolen pga sykdom. Ordinær matematikkundervisning utgikk		
tirs.19.01 Undervisningsøkt 5	7A	**1 Oppstart** Lærer skriver overskrift for økten på tavlen og forteller klassen at de skal fortsette medemnet *basic operations on*	

Adding and multiplying fractions		*fractions.* *2* **Multiplikasjonstabelen**. Klassen sier sybgangen i kor. Lærer ber om frivillige enkeltelever til å gjøre det samme. Spør flere ganger helt til en elev melder seg. Fem elever prøver etter tur. 3 **Gjennomgang av eksempel** Starter med en kort forklaring av eksemplet. Ber elev om å lese opp eksemplet. Lærer gjentar det eleven sier og leder klassen gjennom uttrykket. Spør klassen hvor mange *basic operations* det er i uttrykket. Lærer refererer til BODMAS. Finner felles nevner. Fullfører prosedyren. Forenkler svaret. Gjentar forenklingen (bruker divisjonsalgoritmen på tavla). 5 **Gjennom gang nytt eksempel**. Spør klassen hvor de skal starte. Elev svarer: multiplikasjon. Lærer forklarer og gjentar rekkefølgen for prosedyren. 6 **Lærer viser så til begge eksemplene** og spør: «Hva hvis parantesen hadde stått et annet sted»? Hvor skulle de da ha begynt? 7 **En elev ber om å få komme frem** slik at læreren kan forklare noe i et av eksemplene. Lærer forklarer på chichewa. 8 **Individuell oppgaveløsning.** 9 **Mens elevene går i gang med oppgavene** forklarer lærer at oppg. 1 kan gjennomføres på samme måte som eksemplet hun har gjennomgått på tavla (samme rekkefølge). 10 **Lærer viser også hvordan man multipliserer brøker på tavla** for de som hører etter. Chichewa her også. 11 **Correction** En av oppgavene gjennomgås på tavlen.	
ons.20.01 Undervisningsøkt 6 *Adding and dividing fractions*	7B	1 **Oppstart** Bønn + sang 2 **Divisjon med hele tall. Hoderegning** Lærer sier flere regnefakta, som feks «505:5». Individuelle elever svarer. Håndsopprekning. 3 Læreren presenterer delemnet for økten: *Addisjon og divisjon med brøk.* 4 **Gjennomgang av eksempel (dagens tema).** Eksemplet forklares. Læreren understreker at de har «three basic operations» i uttrykket som skal løses. Lærer spør klassen hvilken regel de følger. Klassekoret svarer: «BODMAS». Lærer skriver BODMAS på tavlen.	2: Når lærer skal forklare for elevene hvorfor 995:5 = 199, så viser hun det med den skriftlige divisjonsalgoritmen på tavla. Syns det er rart mtp at regnefaktaet kan utledes fra 1000:5=200 via hoderegning. Det så ut som at læreren valgte regnefaktaene spontant og det er derfor sannsynlig at hun brukte denne

		Deretter gjennomgår lærer løsningsmetoden for eksemplet fra start til slutt. Forklarer og gjentar en del av trinnene undervegs. Dette gjelder særlig divisjonsrutinen: Hvordan divisjonstegnet skal erstattes og den etterfølgende brøken skal snus. Dette repeteres midtvegs før oppgaven fullføres. Også hvordan gjøre om fra uekte til blanda tall, som er et ledd i forenkling før multiplikasjon, repeteres flere ganger. Læreren påminner til slutt om «regelen» om at endelige svar ikke skal oppgis som uekte brøk. Igjen går læreren gjennom omgjøringen til blanda tall. 5 **Gjennomgang av nytt eksempel**. Denne gang med addisjon inni parantesen og divisjonstegnet utenfor. Lærer påpeker at dette eksemplet derfor skiller seg fra det første (som var omvendt). 6 På spm fra elev **forklarer** lærer **hvorfor** 3 og 13/12 = 4 og 1/12. (Forklarer egentlig bare hvordan hun gjorde det). Forklarer det også tilsynelatende på chichewa etterpå. 7 Lærer setter opp samme uttrykk som i eksemplet på tavla, men denne gang med parantesen rundt de bakerste leddene i uttrykket, i motesetning til i eksemplet, der parantesen var rundt de to første leddene. Lærer spør: «Hva om parantesen står til slutt»? 8 **Individuell oppgaveløsing** 9 **Lærer skyter inn** og gjør klassen oppmerksom på at det «hele tallet foran en halv» er «zero whole number». 10 **Individuell oppgaveløsing** fortsetter 11 **Correction** En av oppgavene fra det individuelle arbeidet gjennomgås på tavlen. Frivillig elev kommer frem og viser løsningen på tavla. Elev forklarer prosedyren på lignende måte som læreren pleier. Etter eleven er ferdig skyter lærer inn og gjentar hvordan det «riktige svaret» skal oppgis.	hoderegningstrategien selv. 10: Lærer setter lydopptakeren på eleven og det ser ut til at hun bevisst demonstrerer at oppmerksomheten nå skal rettes mot eleven som står fremme.
tors.21.01 Undervisningsøkt 7 *Subtracting and dividing fractions*	7A	1 **Oppstart** God morgen + bønn 2 **Hoderegning, subtraksjon og divisjon**. Klassen reiser seg. Lærer stiller spm. Håndsopprekning. De som svarer riktig får sette seg ned. Mange hender i været. Stort engasjement fra elevene. Høylytt og mye smil. 3 **Gjennomgang av eksempel** Lærer skriver eksempel på tavlen. Lærer stiller elevene mange spm, som «Hva starter vi med»? «Hvor mange basic operations har vi»? «Hvilke»? Osv..	Gjennomgangen av eksemplene er kortere denne økten enn tidligere. Færre repretisjoner. Mer tid til individuell oppgaveløsning.

		4 **Gjennomgang av nytt eksempel** Lærer spør igjen elevene hva man gjør først med et slikt eksempel. Leder klassen gjennom hele løsningen. Lærer får klassen til å delta gjennom «koring» og individuelle svar (håndsopprekning). 5 **Individuell oppgaveløsning** 6 **Correction**, oppg. 1. Frivillig elev (jente) framme på tavla. 7 **Correction**, oppg. 2. Frivillig elev (gutt) framme på tavla.	
fre.22.01 Undervisningsøkt 8 *Solving practical problems involving basic operations on fractions*	7B	1 **Oppstart**: Bønn + elevopptelling. Gutter og jenter hver for seg. Lærer noterer antall. 2 Lærer **skriver dagens tema på tavla** og minner elevene på at de har arbeidet med practical problems før, både med hele tall og desimaltall. Nå skal de gjøre det samme med brøk. 3 **Fokus på språklige begreper knyttet til regneoperasjoner**. Lærer henger opp en plakat på tavla med uttrykk som «take away from» «less than» osv osv.. Går gjennom alle, hver regneoperasjon for seg. 4 **Eksempel**. Lærer analyserer tekstoppgave på tavla sammen med klassen. Setter opp riktig regneuttrykk med symboler etterpå. Går så gjennom resten av prosedyren (regneoperasjonene) på vanlig vis, slik hun pleier. 5 **Nytt eksempel**. Analyserer, setter opp uttrykket + gjennomgår på lignende måte som forrige eksempel. 6 Før elevene skal igang med oppgaveløsning **spør læreren klassen om noe på chichewa**. Tror hun spør om plakaten skal henge oppe eller ikke. Virker som om mange elever ønsker å ha den der. Noen sier også «No, too easy», men lærer lar den henge. 7 **Lærer skriver opp oppgavene på tavla**. Analyserer teksten sammen med elevene, men setter ikke opp selve uttrykkene med symboler. 8 **Oppgaveløsning** 9 **Correction, oppg. 2**. Lærer gjennomgår teksten og bruker lang tid på å presisere og gjenta og understreke hvilke ord og begreper som relateres til hvilken regneoperasjon. Setter opp uttrykket. Går gjennom prosedyren 10 **Correction, oppg. 1.** Merker meg at få (nesten ingen??) elever følger med. Lærer skriver opp det	 Det lærer refererer til practical problems er her tekstoppgaver uten kontekstuell informasjon. Kun oppgaver som «Divide ... from the sum of..» o.l. Merket meg at veldig få elever så ut til å mestre å gjøre om den skriftlige teksten til symbolske regneuttrykk.. Lite jobbing med oppgaver, mye utenomfaglig snakk og mylder gjennom hele oppgaveløsningen ..

		symbolske uttrykket uten å si noe. Begynner først å snakke når hun kommer til et punkt i prosedyren der mange av elevene hadde problemer.	

Vedlegg 2: Skjema for videoanalyse

Undervisningsøkt nr x.
Tittel på økt (delemne)

Navn på sekvens, nummer på klipp + Hvor mange minutt inn i klippet	Hva er i sentrum i diskursen?	Hva består den semiotiske bunten av?	Hvordan brukes de semiotiske ressursene sammen?	Hvilke typer gester brukes? Hva medierer de? Hvordan medierer de?	Potensiell merkelapp på deldiskursen	Spesielle merknader

Potensielt interessante sekvenser?

–
–

Interessant bruk av gester eller andre visuelle representasjoner?

–
–

Skjermbilder

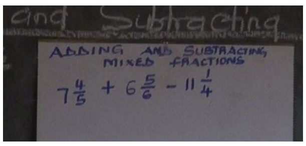
Vedlegg 3: Transkripsjonsnøkkel

Funksjon	**Tegnsetting**	**Beskrivelse**	**Forklaring**
Ytring	Tekst		Indikerer normal verbal tale
Pause ≤ 1 sek	(.)		Pauser på opptil et sekund
Pause ≥ 1 sek	(ns)	n= antall sekunder. Eks: (5s)	Pauser lenger enn et sekund
Spørsmål	?		Indikerer spørsmål
Forlengelse	: (forlengelse) og :: (lenger forlengelse)	Eks: wha:t og wha::t	Indikerer at lyder inni ord forlenges
Forsterkning	<u>ytring</u>	Ord eller setninger som uttrykkes ekstra sterkt	Indikerer at ord eller setninger blir forsterket

Naturlig slutt på setning.	.	Som konvensjonell bruk av punktum i skriftlige tekster	
Uhørbare ytringer	(uhørbart)		Indikerer at det som blir sagt ikke er transkribert fordi det ikke er hørbart
Ytringer på chichewa	(chichewa)		Indikerer ytringer som ikke er transkribert fordi de sies på Chichewa
Lav prat	*tekst*		Indikerer at det blir snakket merkbart lavere enn normalen
Overlappende ytringer	[tekst] [tekst]		Når to eller flere personer sier noe samtidig
Ytringer som går inn i hverandre	tekst= =tekst		Indikerer at en person overtar og fortsetter å snakke uten at det er pause imellom
Forklaringer/ beskrivelse av observasjoner/ egne merknader			Tekst som forklarer eller beskriver observasjoner som ikke blir sagt av deltakerne

Vedlegg 4: Transkripsjoner, diskurstype 1

Undervisningsøkt 2, Episode 3, Sekvens 5
Finding the common denominator. Diskurstype 1



Nr.	Matematist	Verbal ytring	Gest/ Annet	Forklaring / Merknad
1	Lærer	Then, what is the common denominator of five, six and four.	 Peker på nevnerene 5, 6	

		Let us find the common denominator of five, fo.., five six and what?	og 4	
2	K	Four		
3	Lærer	Five, six and what?	Skriver 5, 6 og 4	Setter opp LCM-tabell
4	K	Four		
5	Lærer	Ehm, which number can go into: five, six and two	Tegner kolonnestreker i tabellen Peker på 5 Tegner vannrett strek Peker på 5, 6 og 2	Under de tre tallene på toppen
6	K	Two		
7	Lærer	Huh?		
8	K	Two		
9	Lærer	Two Two into five	Skriver 2 Peker på 2. Peker på 5	Skriver inn øverst i kolonnen som skal utgjøre faktorene i LCM
10	K	[One] [Five]		
11	Lærer	It is impossible because it remainds with a remainder, what?	Snur seg mot klassen og holder oppe en finger i lufta	
12	K	[One]		
13	Lærer	One. So what we can do is we can drop down that what?		
14	K	Five		
15	Lærer	Five, two into three	Skriver 5 på neste rad Peker på 2. Peker på 6	
16	K	[Six] [Three]		
17	Lærer	Two into four	Snur seg og smiler. Ler Peker på 2. Peker på 4	Tenker det er fordi elevene korrigerte når hun sa feil
18	K	Two		
19	Lærer	Then another number=	Skriver 2 Snur seg og ser mot klassen	
20	K	=Two=		
21	Lærer	= that can go into five three and two without a remainder	Peker på 5, 3 og 2	
22	K	Two		

23	Lærer	Two into five	Nikker. Skriver 2 i venstre kolonne Peker på 2 og 5	Faktorkolonnen
24	K	Five		
25	Lærer	Into three	Skriver 5 Peker på 3 og 3	
26	K	Three		
27	Lærer	Into two	Skriver 3 Peker bare på 2	
28	K	One		
29	Lærer	One Then another number?	Skriver 1	
30	K	Three		
31	Lærer	Huh?		
32	K	Three		
33	Lærer	Three into five	Skriver 3 Peker på 3 og 5	
34	K	[One] [Five]		
35	Lærer	Five Three into three	Skriver 5 Peker på 3 og 3	
36	K	One		
37	Lærer	Three into	Skriver 1 Peker på 3 og 1	
38	K	One		
39	Lærer	Then here	Skriver 1 Holder krittet over neste rad i venstre kolonne	
40	K	Five		
41	Lærer	Five into	Skriver 5 Peker på 5 og 5	
43	K	One		
44	Lærer	Into	Skriver 1 Peker på 1	
44	K	One		
45	Lærer	Into	Skriver 1 Peker på 1	
46	K	One		
47	Lærer	Then, we find the lowest common what?	Skriver 1 Peker på nederste tall i venstre kolonne	
48	K	[Multiplum] [Factor]		
49	Lærer	Factor?	Snur seg og ser utover	

			klassen	
50	E	[Denominator] [Multiplum]		
51	Lærer	Multiplum Five times Five times [three times two times two]	Peker på 5, nederste tall i faktorkolonnen Skriver 5 x 3 x 2 x 2	
52	K	[three times two times two]		
53	Lærer	He:re, we are multiplying all theese what? [Numbers]	Glir fingeren nedover faktorkolonnen	
54	SK	[Numbers]		
55	Lærer	So here it`s five times three	Peker på 5 x 3	
56	K	Fifteen		
57	Lærer	Fiteen times?	(Holder på 3). Peker videre til x 2	
58	K	Thirty		
59	Lærer	Then, thirty times?	(Holder på 2) peker videre til neste x 2	
60	K	Sixty		
61	Lærer	Sixty. That (.) That means the (.) common factor of five, six and four is what?	Skriver = 60	
62	K	Sixty		

Vedlegg 5: Transkripsjoner, diskurstype 2

Undervisningsøkt 6, Episode 3, Sekvens 3a *Dividing fractions.* Diskurstype 2				
Nr.	**Matematist**	**Verbal ytring**	**Gest/ Annet**	**Forklaring**
1	Lærer	That means that we are supposed to start with dividing. Are we together?		
2	SK	Yes		
3	Lærer	So let us solve this sum all together. So before we start, let us write solu-	Skriver: Solution	
4	SK	- tion		

5	Lærer	And here you drop down the what? Sum (.) Here nine over what?	Starter å skrive eksempelutrykket	
6	E	Sixteen		
7	Lærer	Close brackets plus five over what?	Skriver:) + $\frac{5}{6}$	
8	SK	Six		
9	Lærer	Now, let us start. As I`ve already said, we are going to start with the numbers in the what? [Brackets]	Snur seg mot klassen	
10	SK	[Brackets]		
11	Llærer	In the brackets, we are given three over fou, open brackets, three over four divided by nine over what?		
12	SK	Sixteen		
13	Lærer	Sixteen. So: (.) If the sign of division (.) Next step, we change the what? The division sign into what?	Former hånda som en klype	
14	E	(mumler litt forskjellig)		
15	Lærer	Multiplication what?		
16	K	Sign		
17	Lærer	Do you remember it?		
18	K	Yes		
19	Lærer	Huh?		
20	K	Yes		
21	Lærer	So here, it`s three over four divided by nine over what?	Peker på teller og nevner i brøken	
22	SK	Sixteen		
23	Lærer	That means that in the second step, we change the division sign, from division sign into what?Multiplication what?	Holder hånda som en klype over div.tegnet	
24	K	Sign		
25	Lærer	At that time, when we change the division sign, we also change the deci, The numerator will be the denominator the denominator will be the?	Understrekende bevegelse (fortsatt klypeform) på div.tegnet peker på brøken peker på teller peker på nevner peker på teller igjen peker på nevner igjen	
26	K	numerator		
27	Lærer	Especially where there is a division what? [Sign]	Sirkulerende bevegelse rundt div.tegn og brøk	

28	K	[Sign]		
29	Lærer	Not where there is a multiplication - [Sign]		
30	K	[Sign]		
31	Lærer	Because you cannot divide while the fraction is like that. That is the rule. Are we together?	Holder fortsatt hånda over brøken	
32	K	Yes		
33	Lærer	So here you are supposed to change the division sign into a multiplication sign. So at that time when you change the division sign into a multiplication sign you also change the fraction you have next to the division sign. You are supposed to, The numerator will be the what?	Peker på div.tegnet Tar noen skritt bort fra eksemplet. Vender seg mot klassen Gest i lufta: Gest i lufta: Markerer et skille, brøken er til høyre Roterende bevegelse	Som om hun viser til brøken ved siden av tegnet
34	K	Denominator		
35	Lærer	And the denominator will be the what?	Roterende bevegelse andre veien	
36	K	Numerator		
37	Lærer	Exactly where there is a division sign. Are we together?		
38	K	Yes		
Fortsetter i sekvens 3b*				

* På grunn av trøbbel med hovedkameraet mangler en liten midtdel av denne sekvensen. Fordi vi ikke var klar over at kameraet ikke tok opp video der og da, brukte undertegnede bare det håndtholdte kameraet til å filme deler av sekvensene som var av ekstra interesse. Dette gjaldt her lærerens forklaringer og repetisjoner av divisjonsrutinen og klippene skulle brukes som supplement til hovedopptaket for å studere lærerens gester i detalj.

Feltnotatene kan supplere her og gir informasjon om at neste videoklipp fortsetter omtrent like etter at det første klippet slutter (etter ytring 38). Repetisjonen av divisjonstrinnet kommer altså fortløpende etter forklaringen i sekvens 3a (det kan mangle opptil tre-fire ytringer mellom sekvens 3a og 3b, men ingen matematiske forklaringer mangler). Først etter sekvens 3b, fullføres resten av oppgaveeksemplet (Se vedlegg 1: Undervisningsøkt 6, episode 3). .

Undervisningsøkt 6, Episode 3, Sekvens 3b

Dividing fractions. Diskurstype 2

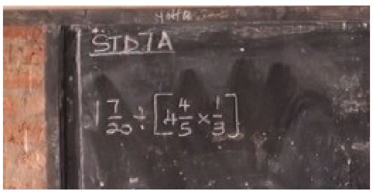
Nr.	Matematist	Verbal ytring	Gest/ Annet	Forklaring/

				Merknader
39*	Lærer	Three over four, then you change the division sign into?	Skriver $\frac{3}{4}$ Peker bort til eksemplet de nettopp har gjort	
40	SK	Multiplication		
41	Lærer	 Mutliplication. So the denominator will be the	Skriver mult.tegn Peker på nevner Peker på teller	
42	K	Numerator		
43	Lærer	The numerator will be the	Peker på teller Peker på nevner	
44	K	Denominator		
45	Lærer	So here it´s what?	Står klar med krittet	Der telleren i den snudde brøken skal skrives
46	E	[Sixteen] [Sixteen over..]		Mumling. Ulike svar
47	Lærer	Here	Understrekende peking der hun skal skrive	
48	K	Sixteen		
49	Lærer	 Over what	Skriver 16	
50	K	Nine		
51	Lærer	 Don´t forget this point Are we together? Plus here we are given five over what?	Tegner brøkstrek og skriver 9 Understrekende peking (prikking) på brøken. Snur seg mot klassen mens hun peker Skriver) Skriver 5 (teller) og brøkstrek	
52	K	Six		
53	Lærer		Skriver 6 (nevner)	

Vedlegg 6: Transkripsjoner, diskurstype 3

Undervisningsøkt 3, Episode 7, Sekvens 12

Dealing with brackets. Diskurstype 3



Nr.	Matematist	Verbal ytring	Gest/ Annet	Forklaring/ merknad
1	Lærer	Stop writing. Look at the chalkboard (.). I forgot one thing.		

		Order		
2	SK	Now		
3	Lærer	Suppose you are given a sum like that one. One and seven over twenty, divided by: open brackets, four and four over five, multiplied by one over three close brackets. If you are given a sum like that one, what can you do? (.) If you are given a sum, ey wee (.) If you are given a sum like that one, what can you do? (4s). You don`t know?	Peker med hånden mot eksemplet på tavlen. Beveger seg over gulvet nærmere eksemplet på tavlen. Peker med hånden mot eksemplet igjen	Leser fra oppgaveboken Slutter å lese oppgaveboken
4	Elev	*Madam*		
5	Lærer	Huh? Do you want to try?	Peker med hånden mot eleven. Tar 2-3 skritt tilbake	
6	Elev	(uhørbart)	Reiser seg opp	
7	Lærer	Very good. Can you clap two times for him?	Peker på eleven	
8	K		Klapper 2 klapp	
9	Lærer	If you are given (.) brackets like that one (2s). If you follow the rules of BODMAS, at first there is what?	Tegner parantes i lufta Peker på eksemplet Skriver B.. O..	
10	Elev	BODMAS		
11	Lærer	No, there is this one	Understrekende peking på B	
12	E	[Brackets]		Mumling i klasserommet
13	Lærer	a)	[Skriver D.. M.. A.. S]	
	Lærer	b) Huh?	Rask understrekende peking på B	
14	K	Brackets		
15	Lærer	So, if you are following the, ey wee, if you are following th erules of BODMAS, then here there is, BODMAS starts with brackets, of, division, multiplication, That means, with our third sum, there are three basic operations.	Peker på B peker mot eksemplet Peker på B, O, D, M Peker på eksemplet igjen	

		One is brackets. This one is one while this one is two while this one is what? [Three]	Skriver 1 rett under B Skriver 2 under D Skriver 3 under M	
16	K	[Three]		
17	Lærer	So, you are given brackets in a sum like that one where there are what? Brackets. So if the sum (.), where the brackets are in the last, the last what? In the last column or the first column Maybe the sum can start with the first column or the last what? [Column]	Peker rett under B peker på eksemplet Går noen skritt mot elevene Plasser hendene til høyre for seg Plasserer hendene til venstre for seg og skifter kroppstyngden over til venstre fot. Plasserer hendene til venstre for seg igjen Så til høyre for seg igjen	 Hever stemme
18	K	[Column]		
19	Lærer	So, if you are given a sum like that one, what you can do is: you can <u>deal</u> with the numbers in the what? [Brackets]	Peker mot eksemplet og beveger seg mot det Tegner parantes i lufta	
20	SK	[Brackets]		
21	Lærer	To remove those what? Brackets. Whether the sign inside the brackets is multiplication or division, you must start with the numbers in the what? [Brackets]	Håndbevegelse som likner å *ta bort noe* Poengterende bevegelse med høyre hånd	IFG/ ISG Nøyaktig timet med [Brackets]
22	SK	[Brackets]		
23	Lærer	Because of those what? Brackets. To follow the rules of what?	Tegner parantes i lufta, en klamme etter en Understrekende peking ved	

		[BODMAS]	siden av BODMAS	
24	SK	[BODMAS]		
25	Lærer	Are we together?		
26	SK	Yes.		
27	Lærer	So here you write what? Solution..	Skriver solution..	

Vedlegg 7. Informasjonsbrev til skolens ledelse

Information note regarding research at Xx school

Information about us and our studies
Dear Head Master at Xx school. I am contacting you on behalf of a fellow student Merete Bjørnø and my self. We are two norwegian graduate students in mathematics education who are completing our master degrees in mathematics education in june 2016.

Your school have become known to us by our contact at the University of Malawi, Dr. Mercy Kazima, who has made it possible for us to contact your school in order to ask you to participate in our studies. Because we are Norwegian, it is necessary for our research to study teaching with english speaking teachers and learners. Therefore I ask you to let us observe and study your mathematics teaching in Standard 7. Our request is to be present as observers in all of the mathematics teaching in the Standard 7 classrooms for about two weeks in january 2016. We ask you for permission to observe and make video recordings of the teaching, and to possibly conduct an interview with the mathematics teachers i standard 7.

About my thesis
The topic for my thesis is communication in mathematics classrooms, more specifically on the topis of fractions. I understand that Malawian learners attend teaching in english from the standards 5 and up. This is a relevant situation also in Norway, where many learners have other first languages than Norwegian. The focus of the research will be on the observed teaching as a whole, not on single teachers or learners. The purpose is to study and explore how different types of communication can play parts in learning and displaly the learners comprehension of mathematics.

Teachers`and learners`participation in the study
Regarding the teachers`participation I want to be clear that I am thankful for their cooperativeness. I also want to make sure that they know that my reasons for observing at your school is rooted in an interest for mathematics teaching and communication. My aim is not to study teachers´ qualities or competences. Regarding learners` participation the study will only involve classroom observation. If some parents do not want their children to participate, the children will be excluded from the data material by us arranging the video cameraes so that they will not capture theese childrens`faces. This way all of the learners can still participate in the teaching even if they do not want to be filmed. Participation in the study is voluntary and participants are free to withdraw at any point during the study.

Regarding personal information and confidentiality
All personal information, such as the names of the teachers and learners, as well as the name of your school, will be treated confidentially and with care. This means that the publication of my master thesis only wil include fictional names.

Completion date for the project is set to 31.12. 2016. After that, all the material from the study will be made anonymous. Until that, my fellow student, my self and our two supervisors at the University of Stavanger are the only ones with access to the material.

The study is also reported to The Data Protection for Research, Norwegian Social Science Data Services. If you have any questions regarding the study and our stay at your school, please feel free to contact me on my mail: eblangaaker@gmail.com or my councelor Professor Raymond Bjulands` mail: raymond.bjuland@uis.no

Best Regards

Ellinor Bolette Langåker, graduate student in mathematics education
Department of Education and Sports Science
University of Stavanger

Vedlegg 8: Informasjonsbrev til lærere

Information note regarding research at Xx school

Dear Mathematics teachers of Standard 7

I am a graduate student in my final year of a Master program in Mathematics Education at the University of Stavanger in Norway. Through the study program I have gotten the opportunity to visit Malawi to learn more about teaching and learning mathematics as a part of writing my master thesis, which I will be completing in June 2016.

Background and purpose of the project
The topic for my thesis is communication in mathematics classrooms, particulary concerning the

topic of *fractions*. I understand that malawian learners attend teaching in english from the standards 5 and up. This is a relevant situation also in Norway, where many learners have other first languages than Norwegian. My purpose is to study and explore how different types of communication can play parts in learning and displaly the learners comprehension of mathematics. The focus of the research will be on the teaching as a whole, not on single teachers or learners.

Participation: Classroom observation and teacher interviews
The coice of fractions as the specific topic is because of it being known to be challenging for learners, both in Malawi, Norway and other countries. My request is to observe your teaching of *fractions* in Standard 7, and to attend all of your mathematics lessons in two weeks during January 2016. My fellow student and I wish to observe and record these lessons by written notes and the use of audio recorders and video cameras. In addition to the observation we also would like to ask the class teacher of mathematics to participate in an interview about teaching mathematics. The interview will be conducted during our stay in January, by my fellow student and I. We will request to record the interview using an audio recorder. The malawian school system is an unknown context for us and to obtain information on the subject of mathematics and teaching in the Malawian context we wish to ask you some questions about mathematics education in general. After the general questions, both of us will have our own questions more directly related to our respective projects. Regarding my thesis, I wish to ask you questions about learners`challenges when it comes to learning fractions as well as questions about communicating mathematics. Regarding learners` participation, the study will only involve classroom observation. We will not be asking to record any interviews with the children. If some parents do not want their children to participate, we will ask for the teachers´ help to arrange the video cameraes so that they will not capture theese childrens`faces. This way all of the learners can participate in the teaching even if they do not want to be filmed.

Participation is voluntary
Participation in the study is voluntary. If someone should choose to not be a part of the study anymore, for any given reason, all participants are free to withdraw at any point during the study.

Personal information and anonymity
All personal information, such as teachers`and learners` names as well as the name of your school will be treated confidentially and with care. Neither video material nor any sound recordings will be published, but transcripted into written text by my fellow student Merete Bjørnø and my self. The publication of my master thesis will only include fictional names.

Completion date for the project is set to 31.12. 2016. After that, all the material from the study will be made anonymous. Until that, my fellow student, my self and our two supervisors at the University of Stavanger are the only ones with access to the material.

I am very thankful for the oppurtunity to visit you school and for your willingness to participate in my study. I want to emphasize that my interest and the focus for the project is on mathematics teaching and communication, not to study single teachers´ qualities or competences. If you have any questions, please feel free to contact me on my e-mail: eblangaaker@gmail.com

Best Regards

Ellinor Bolette Langåker, graduate student in mathematics education
Department of Education and Sports Science
University of Stavanger

Vedlegg 9: Informasjonsbrev til elever og foresatte

Information note regarding research at Xx school

Dear parents and learners in Standard 7

I am a student in my final year of a master program in mathematics Education at the University of Stavanger in Norway. Through the study program I have gotten the opportunity to visit Malawi to learn more about teaching and learning mathematics. The aim of my project is to aqquire knowledge about learning and communication in mathematics classrooms.

Learner`s participation in the project
My fellow student, Merete Bjørnø and I will be attending the mathematics lessons in Standard 7 for two weeks during January 2016. We will observe and record these lessons by written notes and use of audio recorders and video cameras. Regarding the learners in the class, their participation will

only involve us observing the teaching in the class as a whole. We will not be asking to conduct any interviews with the children. The focus of the video cameras will be directed at the chalkboard to cover what happens in the plenary parts of the teaching. No use of cameras or audio recorders will be directed towards single learners.

Participation is voluntary
Participation in the study is voluntary and all participants are free to withdraw at any point during the study. If you do not want your child to participate, the child will be excluded from the data material by us arranging the video cameraes so that the learner will not be caught on tape.This way all of the learners can still participate in the teaching even if they do not want to be filmed.

Information about the participants
All personal information, such as learners` names as well as the name of the school will be treated confidentially and with care. Neither video material from classrooms nor any sound recordings from interviews will be published, but transcripted into written text by my fellow student Merete Bjørnø and my self. The publication of my master thesis will only include fictional names. My fellow student, my self and our two supervisors at the University of Stavanger are the only ones with access to the material. After the project is completed, by 31.12.2016, all of the material made during the study will be made anonymous.

I am very thankful for your willingness to participate in my study. I want to emphasize that the aim of the project is on mathematics teaching and communication. The focus will not be directed to single learners` knowledge or competences. If you have any questions, please feel free to contact me on my e-mail: eblangaaker@gmail.com

Best Regards

Ellinor Bolette Langåker, graduate student in mathematics education
Department of Education and Sports Science
University of Stavanger

Vedlegg 10: Kvittering fra NSD: Godkjenning av studien

Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste AS
NORWEGIAN SOCIAL SCIENCE DATA SERVICES

Harald Hårfagres gate 29
N-5007 Bergen
Norway
Tel: +47-55 58 21 17
Fax: +47-55 58 96 50
nsd@nsd.uib.no
www.nsd.uib.no
Org.nr. 985 321 884

Raymond Bjuland
Institutt for grunnskolelærerutdanning, idrett og spesialpedagogikk Universitetet i Stavanger

4036 STAVANGER

Vår dato: 04.01.2016	Vår ref: 45800 / 3 / MHM	Deres dato:	Deres ref:

TILBAKEMELDING PÅ MELDING OM BEHANDLING AV PERSONOPPLYSNINGER

Vi viser til melding om behandling av personopplysninger, mottatt 24.11.2015. All nødvendig informasjon om prosjektet forelå i sin helhet 31.12.2015. Meldingen gjelder prosjektet:

45800	*En kvalitativ klasseromsstudie av gesters kommunikative funksjoner i matematikkundervisning*
Behandlingsansvarlig	*Universitetet i Stavanger, ved institusjonens øverste leder*
Daglig ansvarlig	*Raymond Bjuland*
Student	*Ellinor Bolette Langåker*

Personvernombudet har vurdert prosjektet og finner at behandlingen av personopplysninger er meldepliktig i henhold til personopplysningsloven § 31. Behandlingen tilfredsstiller kravene i personopplysningsloven.

Personvernombudets vurdering forutsetter at prosjektet gjennomføres i tråd med opplysningene gitt i meldeskjemaet, korrespondanse med ombudet, ombudets kommentarer samt personopplysningsloven og helseregisterloven med forskrifter. Behandlingen av personopplysninger kan settes i gang.

Det gjøres oppmerksom på at det skal gis ny melding dersom behandlingen endres i forhold til de opplysninger som ligger til grunn for personvernombudets vurdering. Endringsmeldinger gis via et eget skjema, http://www.nsd.uib.no/personvern/meldeplikt/skjema.html. Det skal også gis melding etter tre år dersom prosjektet fortsatt pågår. Meldinger skal skje skriftlig til ombudet.

Personvernombudet har lagt ut opplysninger om prosjektet i en offentlig database, http://pvo.nsd.no/prosjekt.

Personvernombudet vil ved prosjektets avslutning, 31.12.2016, rette en henvendelse angående status for behandlingen av personopplysninger.

Vennlig hilsen

Katrine Utaaker Segadal

Marianne Høgetveit Myhren

Kontaktperson: Marianne Høgetveit Myhren tlf: 55 58 25 29

Vedlegg 11: Invitasjon og tillatelse for studien fra University of Malawi

PRINCIPAL
Richard Tambulasi, B.A (Pub Admin), BPA (Hons), MPA, Ph.D

CHANCELLOR COLLEGE
P.O. Box 280, Zomba, Malawi
Telephone: (265) 524 222
Fax: (265) 524 046
E-mail: principal@cc.ac.mw

OFFICE OF THE DEAN OF EDUCATION

6th November, 2015

Merete Bjørnø
Ellinor Bolette Langåker
University of Stavanger, Norway.

INVITATION TO VISIT FACULTY OF EDUCATION, UNIVERSITY OF MALAWI

On behalf of Faculty of Education of the University of Malawi, I formally invite you to visit the Faculty in Zomba for a period of four weeks. This invitation follows the successful collaboration between University of Stavanger and University of Malawi. I hope that you can make this visit and arrive in Malawi by 5 January 2016.

During the visit you will, among other things, have the opportunity to work with mathematics teachers in Malawi primary schools as part of your research projects, and meet other master students at University of Malawi. I will be your contact person and my contact numbers are given below. You will be accommodated T & D guesthouse, along Chirunga Road in Zomba, contact numbers (265)111952281 and (265)999507079.

Upon arrival at Chileka airport in Blanytre, you will be met by a driver and taken to Zomba. The driver's name is Rafla and his cell number is (265)888977990. I will meet you at the guest house to welcome you and discuss the programme for your visit.

I look forward to having you in Malawi and the Faculty of Education.

MKazima

MERCY KAZIMA
Associate Professor of Mathematics Education
Tel: (265)111955767 (office), (265)1525364 (home), (265)888580208 (cell)