



Universitetet  
i Stavanger

**DET HUMANISTISKE FAKULTET**

## **MASTEROPPGAVE**

Studieprogram: Master i matematikdidaktikk	Vårsemesteret, 2016  Åpen
Forfatter: Peder Haga Simonsen	..... (signatur forfatter)
Veileder: Raymond Bjuland	
Tittel på masteroppgaven: Muntlige tilbakemeldingers betydning for elever læring: En studie av tilbakemeldinger gitt til deltakere i matematikkundervisning, som omhandler arbeid med problemløsningsoppgaver.  Engelsk tittel: The significance of verbal feedback on pupils learning. A study of feedback given to participants of mathematics lessons wich is based on working with problem-solvingtasks.	
Emneord: Tilbakemelding, Stillasbygging, Dialog, Kommognisjon, Problemløsningsoppgaver	Antall ord: 37 518 + vedlegg/annet: 41 521  Stavanger, 13.06.2016



## Forord

Dette prosjektet markerer avslutningen på fem gode og lærerike, men også tidvis utfordrene, års lærerutdanning. Nå er jeg klar for å fortsette løpet videre som lærer til høsten, og opplever at det jeg drar med meg fra masterstudiet i matematikdidaktikk vil være et uvurderlig verktøy når jeg skal i gang med å undervise barn og ungdom i faget.

Jeg vil her rette en stor takk til de som gjorde det mulig å gjennomføre dette prosjektet. Først av alt vil jeg takke skolen, læreren og elevene som deltar i dette prosjektet. Det var en spennende og lærerik opplevelse å få et dypdykk i den undervisningen deres.

Jeg vil også takke min veileder Raymond Bjuland for gode ideer i diskusjon rundt denne oppgaven, viktige tilbakemeldinger som har gjort det mulig å komme videre i denne prosessen, og for å ha motivert til videre arbeid når denne prosessen har opplevdes for omfattende til å kunne mestre.

Avslutningsvis vil jeg rette en takk til Hanne Furnes og Daniel Esperås for de gode samtalene vi har hatt på universitet imellom slagene. Spennende diskusjoner om relasjonen mellom teori og praksis har gitt merverdi prosjektet jeg nå er i ferd med å avslutte.

Peder Haga Simonsen

Universitetet i Stavanger

13.06.2016



## Sammendrag

Denne studien omhandler muntlige tilbakemeldinger som gis i klasserommet som fenomen i matematikkundervisning knyttet til problemløsningsoppgaver. For å undersøke dette fenomenet har jeg gjennomført en kvaliativ case-studie, hvor en ungdomsskoleklasse har blitt observert i arbeid med problemløsningsoppgaver. Følgende forskningsspørsmål ble stilt:

Hvilket potensial ligger det for læring i tilbakemeldinger som blir gitt til deltakerne i matematikkundervisning som omhandler arbeid med problemløsningsoppgaver?

Kan bruk av problemløsningsoppgaver være med å fremme tilbakemeldinger mellom deltakere i matematikkundervisningen?

I teorikapittelet blir lærerens rolle i elevenes læring som et støttende stillas presentert. Videre utdypes det hvordan dialogen kan forstås i et meningsbærende fellesskap, og da særlig hvordan tilbakemeldinger kan være et verktøy for å støtte elevers læringsprosess. I kapittelet presenteres også et kognitivt rammeverk som har blitt brukt i analysen av data denne studien bygger på. Avslutningsvis klargjøres det hvordan denne studien definerer problemløsningsoppgaver, og hva som kjennetegner arbeid med slike problem.

Studien baserer seg på data fra klasseromsobservasjon, lærerintervju og gruppeintervju av en elevgruppe. I analyse av observasjonsdata presenteres ulike episoder knyttet til to ulike matematiske problem, som hadde form av å være problemløsningsoppgaver for elevene som har blitt observert. I episodene som blir presentert, kommer det frem hvordan deltakerne gir tilbakemeldinger for å støtte mottaker av disse i en læringsprosess. Det blir videre presentert episoder fra intervjuene hvor læreren og to elever uttrykker seg om spørsmål knyttet til tilbakemeldinger og arbeid med problemløsning.

Resultatet fra studien tyder på at læreren kan gi elevene tilbakemeldinger med læringspotensial når disse er relatert til elevenes løsningsprosess. Det kommer også frem at det kan være utfordrende å gi gode tilbakemeldinger knyttet til målet med læringsaktiviteten og som gir råd for hvordan å arbeide videre for å forbedre egen læring, når elevene arbeider med problemløsningsoppgaver. Studien viser også at deltakerne ser på arbeid med

problemløsningsoppgaver som godt egnet for å fremme bruk av tilbakemeldinger i undervisningen.

## Innholdsfortegnelse

1 Innledning.....	1
1.1 Bakgrunn for forskningsspørsmål .....	1
1.2 Oppbygging av oppgaven .....	3
2 Teori .....	5
2.1 Stillasbygging .....	5
2.2 Dialogisk tilnærming .....	7
2.2.1 Dialogbegrepet .....	8
2.2.2 Det dialogiske rommet .....	8
2.2.3 Dialogical approach .....	9
2.3 Tilbakemeldinger .....	9
2.4 Kommognisjon .....	13
2.4.1 Matematisk diskurs .....	13
2.4.2 Deltaker i matematisk diskurs.....	14
2.4.3 Læreren som erfaren matematist.....	16
2.4.4 Kommognitiv konflikt .....	17
2.5 Problemløsning .....	18
2.5.1 Problemløsningsoppgaver .....	19
2.5.2 Løsningsstrategier .....	20
3 Metode.....	25
3.1 Forskningsdesign .....	25
3.1.1 Case-studie .....	25
3.1.2 Utvalg.....	26
3.2 Datainnsamling .....	27
3.2.1 Plan for gjennomføring av datainnsamling.....	27
3.2.2 Observasjon.....	28
3.2.3 Intervju .....	29
3.2.4 Gruppeintervju .....	30
3.3 Tilnærming til materialet .....	31
3.3.1 Transkripsjon .....	31
3.3.2 Analyse av data .....	32
3.4 Kvaliteten på studien og forskningsetiske prinsipper.....	34
3.4.1 Validitet og reliabilitet .....	34
3.4.2 Generaliserbarhet .....	35
3.4.3 Forskningsetikk.....	35

3.5 Presentasjon av oppgaver .....	35
3.5.1 Bussturen.....	35
3.5.2 Sykkelturen .....	37
4 Resultat.....	39
4.1 Bussturen .....	39
4.1.1 Bjørn fungerer som et stillas i Noras løsningsprosess .....	39
4.1.2 Nora veileder Lena.....	43
4.1.3 Nora løser et opplevd paradoks i dialogen.....	47
4.2 Sykkelturen .....	50
4.2.1 Jans alternative løsningsmetode.....	51
4.2.2 Nora gir tilbakemelding til lærer.....	58
4.3 Oppsummering av observasjonsresultater .....	62
5.1 Lærerens oppfatning av egne tilbakemeldinger.....	65
5.1.1 Lærerens tanker om å hvordan tilbakemeldinger kan gis .....	65
5.1.2 Forholdet mellom tilbakemeldinger og undervisning .....	67
5.2 Elevenes oppfatninger av tilbakemeldinger .....	69
5.2.1 Timing på tilbakemeldingen .....	69
5.2.2 Hvordan gi tilbakemeldinger .....	73
5.3 Problemløsning som metode for å fremme gode tilbakemeldinger.....	74
5.3.1 Nora og Lena argumenterer for å arbeide dialogisk med problemløsningsoppgaver .....	75
5.3.2 Lærerens dilemma.....	79
6 Diskusjon.....	83
6.1 Læringspotensial i tilbakemeldinger .....	83
6.1.1 Gjøre målet tydelig for mottaker.....	83
6.1.2 Vurdering av utført arbeid og prestasjoner .....	85
6.1.3 Veien videre etter endt arbeid .....	88
6.2 Problemløsningsoppgaver som metode for å fremme læringsfremmende tilbakemeldinger .....	89
7 Avslutning .....	93
7.1 Konklusjon.....	93
7.2 Pedagogiske implikasjoner .....	95
7.3 Videre forskning .....	95
8 Referanseliste .....	97
Vedlegg 1: Informasjonsbrev .....	101



Vedlegg 2: Problemløsningsoppgaver samling.....	103
Vedlegg 3: Bussturen .....	105
Vedlegg 4: Kvittering NSD, godkjenning for gjennomføring av observasjon .....	107
Vedlegg 5: Intervjuguide lærerintervju .....	109
Vedlegg 6: Intervjuguide elevintervju.....	111



## 1 Innledning

I arbeidet med denne studien har jeg hatt et ønske om å studere fenomen som er praksisrelatert til lærerens rolle i klasserommet. Det jeg kom til å lære av å gjennomføre dette prosjektet skulle også kunne ha en viss anvendelse på tvers av fag og undervisningsform. Et startpunkt for studien ble derfor at den skulle omhandle spørsmål knyttet til kommunikasjon. I tidligere erfaringer fra egen undervisning, hadde jeg kommet i situasjoner hvor jeg opplevde det som utfordrende å gi elever respons på arbeidet deres. Disse opplevelsene kom hovedsakelig fra elever som arbeidet med utregningsoppgaver, og jeg opplevde å få en vurderende rolle ved å godta en besvarelse som korrekt eller ikke. Forsøk på å gi utdypende tilbakemelding rundt elevenes resonering var også utfordrende, da resoneringen var vanskelig å skille fra algoritmen de omhandlet og derfor hadde en tendens til å også bli en vurdering av bruken av denne.

Fra egen skolegang drar jeg med meg en oppfatning av matematikk som ikke er låst til bruken av et gitt antall algoritmer som skal læres, og at vurdering blir gitt på bruken av disse. Dette har jeg både fra egen læring, hvor algoritmer har vært et nyttig verktøy, men heller aldri kan bli mer enn det. Gleden og mestring i faget har heller vært knyttet til det å løse ulike problem gjennom utforskning og oppdagelser dette har ført til. Dette har vært i samsvar med det som har kommet frem i lærerutdanningen jeg de siste årene har tatt, hvor arbeid med problemløsningsoppgaver, oppgaver som ikke kan løses alene med kunnskap om algoritmer og bruken av disse, har blitt fremmet som undervisningsmetode.

### 1.1 Bakgrunn for forskningsspørsmål

Siden 2010 har det foregått en nasjonal satsing på vurdering for læring (Udir, 2014). Målet for satsningen er å videreutvikle vurderingspraksis og vurderingskulturer med læring som mål. Satsingen omfatter både pedagogisk utviklingsarbeid gjennom kursing av lærere og skoleeiere, i tillegg til implementering av prinsippene for underveisvurdering i klasserommet. Denne studien tar utgangspunkt i tre av prinsippene for underveisvurdering; at elevene forstår hva målet med læringsaktiviteten er, får tilbakemeldinger på kvaliteten av eget arbeid, og videre råd om hvordan de kan forbedre seg. For at tilbakemeldinger skal være læringsfremmende er det nødvendig at de gir elevene informasjon knyttet til disse prinsippene (Hattie & Timperley, 2007). I en tidlig fase ønsket jeg å undersøke læringseffekten slike tilbakemeldinger kan ha. Det er imidlertid blitt gjort flere studier mye mer omfattende enn

denne om nettopp dette (Kluger & DeNisi, 1996; Hattie & Timperley, 2007; Shute, 2008). Resultatene viser kompleksiteten som ligger i effekten ulike tilbakemeldinger kan ha ved antall variabler som spiller inn på hva tilbakemeldinger resulterer i. Det finnes derfor ingen tilbakemeldinger som vil være best egnet i alle tilfeller (Shute, 2008). Dette samsvarer med et syn på læring som situert, ved at den skjer gjennom sosial samhandling innen kontekstuelle rammer som spiller inn på læreringen hos deltakerne (Lave & Wenger, 1991). I denne studien har derfor hatt for øye å gå kvalitativ til verks for å heller se hvordan ulike tilbakemeldinger gis i ulike situasjoner.

Masteroppgaven til Janne Lie (2013) tar for seg dialogiske tilbakemeldinger som redskap i undervisvurderingen. I studien finner hun at læreres tilbakemeldinger kan ha betydning for hvordan undervisningen blir tilpasset den enkelte elev, i tillegg til at tilbakemeldingene kan være med å fremme refleksjon hos elevene. I studien etterspør hun forskning på tilbakemeldinger som blir gitt elever imellom, og hvordan disse spiller inn på elevers læring. I studien min ønsker jeg å bygge videre på dette med å undersøke tilbakemeldinger som gis mellom elever i dialog knyttet til arbeid med matematikk, i tillegg til lærer-elev dialogen. For å trigge at elevene søker tilbakemeldinger, arbeider elevene som deltar i denne studien med problemløsningsoppgaver. Definisjonen som blir brukt her er at problemløsningsoppgaver er matematiske problem som eleven på forhånd ikke kjenner en løsningsmetode for. I arbeid med slike problem vil det derfor være en fordel å søke støtte i løsningsprosessen.

Studien har som mål å identifisere tilbakemeldinger som blir gitt av deltakerne i matematikkundervisning, hvor læringsaktiviteten er knyttet til arbeid med problemløsningsoppgaver. Videre vil disse bli vurdert opp imot relevant teori for å studere hvordan disse tilbakemeldingene kan ha mulighet for å fremme elevenes læring. Ut i fra dette har jeg formulert følgende forskningsspørsmål:

*Hvilket potensial ligger det for læring i tilbakemeldinger som blir gitt til deltakerne i matematikkundervisning som omhandler arbeid med problemløsningsoppgaver?*

*Kan bruk av problemløsningsoppgaver være med å fremme tilbakemeldinger mellom deltakere i matematikkundervisningen?*

## 1.2 Oppbygging av oppgaven

Teorigrunnlaget for studien blir presentert i kapittel 2. Her vil lærerens rolle som stillas i elevenes læringsprosess bli beskrevet, for så å se nærmere på dialogen, og da spesielt på tilbakemeldinger som gis i dialogen. Matematisk diskurs vil bli presentert som en del av et kognitivt rammeverk som ligger til grunn for analysen av data som er samlet inn i studien. Avslutningsvis vil jeg utdype hva som defineres som problemløsningsoppgaver og presentere relevant teori knyttet til dette.

Kapittel 3 gir en presentasjon av forskningsdesign til studien. Studien baserer seg på en kvalitativ metode. Begrunnelse for metoden og utførelsen av datainnsamling vil bli gjort rede for her. Her blir det også gjort vurderinger rundt kvaliteten av studien og redegjort for hvordan studien har forholdt seg til forskningsetiske rammer. I metodekapittelet blir også metoden for analysen presentert i tillegg til en gjennomgang av oppgaver som er relevante å sette seg inn i for å få innblikk i konteksten resultatene i studien baserer seg på.

I studien er det blitt brukt observasjon av undervisning og intervju av deltakere som metode. Kapittel 4 presenterer resultater fra observasjonen, mens resultatene fra kapittel 5 vil være hentet fra intervjuene. Resultatene vil bli diskutert i kapittel 6, hvor jeg gjør et forsøk på å se de ulike episodene i sammenheng med hverandre, og ut i fra dette vise til interessante funn. Avslutningsvis vil det i kapittel 7 bli presentert en konklusjon knyttet til forskningsspørsmålene. Her vil det bli sett på hva dette har å si for veien videre gjennom pedagogiske implikasjoner og videre forskning.



## 2 Teori

For å svare på forskningsspørsmålet mitt har jeg tatt utgangspunkt i teori jeg har funnet relevant i forhold til dette. I dette kapitlet vil jeg først gå inn å se nærmere på lærerens støttende rolle i elevers læringsprosesser. Videre ser jeg på teori knyttet til dialog og tilbakemeldinger. Analysearbeidet i oppgaven bygger hovedsakelig på det kognitive rammeverk til Anna Sfard (2010). Dette vil bli presentert i dette kapitlet. Til slutt vil jeg legge frem hvordan oppgaven definerer problemløsningsoppgaver ut i fra relevant teori.

### 2.1 Stillasbygging

Som overbyggende teoretisk rammeverk vil jeg i denne studien bruke stillasmetaforen om lærerens rolle i matematikkundervisningen. Hensikten med å ha med stillasbygging som et læringsteoretisk rammeverk i studien, er for å fremstille et mer helhetlig bilde av hvordan forstå den komplekse hverdagen med undervisning og læring i matematikklasserommet (Bakker et al. 2015). Stillasmetaforen kan spores tilbake til blant annet Wood et al. (1976) i artikkelen "The role of tutoring in practical solving". Her ble barn på 3, 4 og 5 år observert i utførelsen av en praktisk oppgave med en veileder som hjalp hvis barna stod fast i arbeidet. Noen av barna hadde problemer med å forstå oppgaven som var gitt dem og veilederen gav insentiver i økende grad for at barna skulle kunne gjennomføre oppgaven som var gitt dem. Til grunn for forsøket lå hypotesen om at forståelse må komme før produksjon, så hvis barn har problemer med å forstå en oppgave, vil de behov for hjelp av en ekspert for å kunne gjennomføre det (Wood et al., 1976). I stillasmetaforen ligger det at en ekspert fungerer som et stillas, en støtte i form av hjelp til å gjøre problemet av en form som gjør det mulig for barnet å selv gjennomføre er det.

«Stillaset gjør det mulig for en novise å nå et mål, som ville vært utenfor rekkevidde med novisens uassisterte forsøk. Eksperten «kontrollerer» oppgaven med å la novisen konsentrere seg om de elementene som er innenfor rekkevidden av novisens kompetanse.» (Wood et. Al. 1976, s. 90, egen oversettelse)

Bakker et al. (2015) mener at stillasbegrepet etter hvert har blitt et utvannet begrep, og at det er behov for å tydeliggjøre hva som kan betraktes som et stillas for læring, og hvilke egenskaper et stillas skal ha. I forbindelse med nye teknologiske utviklinger hvor ulike læringsfremmende artefakter, og da særlig i form av software, har flere forskere omtalt disse

som stillaser da de kan brukes som en støtte for elever som trenger assistanse for å nå gitte mål (Bakker et al., 2015). Et problem med å omtale artefakter som stillaser i seg selv, vil være at prosessen som ligger i barns læring blir snevret inn til det å få midlertidig støtte til å gjennomføre ulike sett med oppgaver. Tar vi i betraktning kompleksiteten som ligger i elevers læring, vil stillasbegrepet romme mer enn et konkret insentiv for å hjelpe eleven i oppgaveløsningen.

I stedet for å spørre hva som kan fungere som et stillas i elevers læringsaktivitet, betrakter Bakker et al. (2015) ulike ressurser i form av artefakter, eller menneskelige som en del av et system som fungerer som stillas for elevens læring. En viktig egenskap med dette systemet, som gjør at det ikke kan bygges opp uten en ekspert som har en overordnet struktur på hvordan det brukes, er at stillaset som skal støtte en elev gjennom ulike utfordringer må være innrettet mot eleven, og tilpasses elevens nærmeste utviklingszone. Utfordringer som er tilpasset en elevs nærmeste utviklingszone vil være av en slik karakter at de er for vanskelige for at eleven kan klare dette på egenhånd, men ikke så vanskelig at eleven ikke vil være i stand til å klare dette med litt hjelp av en mer kompetent annen (Vygotsky, 1978). På tross av at det finnes velutviklede undervisningssystemer som kan brukes i ulike undervisningssituasjoner, er det fortsatt behov for en lærer som bruker undervisningsmaterialet på en passende måte, og som er var på hvor det er behov for støtte og hvilken form for støtte det er behov for. Stillaset blir av Bakker et al. (2015) definert som prosessen som gjør det mulig for et barn eller en nybegynner å løse et problem som er utenfor rekkevidden av det han/hun kan klare på egenhånd. Stillasmetaforen refererer til at det som støttes opp under er elevens konstruksjon og utvikling av kunnskap eller ferdighet. Læring er en prosess som krever tid og stillasbygging kan ikke ses på som et enkelt intensivt men et system hvor læreren tilrettelegger elevenes arbeid i en prosess bygget opp av ulike elementer hvor målet er elevens læring i møte med problemer.

Van de Pol et al. (2010) peker på 3 karakteristikkene stillasbyggingen bør inneha. Den første er i møte mellom lærer (ekspert) og elev(er) (novise). I denne dialogen er det et mål for læreren å gi eleven(e) nødvendig støtte i arbeidet. Denne støtten bør være tilrettelagt for elevens kunnskaper og ferdigheter og kan også ha som mål å ligge på et litt høyere nivå enn dette. For at læreren skal kunne gi slik støtte er det nødvendig at læreren i dialogen *innstiller* seg til eleven og *tilrettelegger* støtten etter eleven. At læreren tuner seg inn på elevens nivå for å kunne gi støtte innenfor elevens nærmeste utviklingsnivå er en konstant prosess igjennom



hele stillasbyggingsprosessen, og innebærer at læreren diagnostiserer og gir støtte i ut i fra den responsen eleven gir lærer (Van de Pol et al. 2010). En egenskap med denne innstillingen til og tilretteleggelse av støtte av elevenes læring, er at dette ikke trenger å foregå ved en enkel hendelse, men vanligvis fungerer ved at støtten blir gitt lagvis. Over tid kan læreren endre støtten som gis eleven ved å gjøre nye vurderinger gjennom diagnostiseringen av eleven. Støtten trenger heller ikke å foregå i direkte dialog med eleven, men kan også bli gjort i vurdering av for eksempel elevens skriftlige arbeid (Smit et al., 2013). Et annet moment med den støtten lærer kan gi elevene, er at denne ofte er distribuert over tid ved at diagnoseringen av elevene ikke direkte fører til at lærer gir støtte, men kan senere komme tilbake ved en senere anledning for å gi denne (Smit et al., 2013). Lærer kan for eksempel før eleven møter et problem ha kjennskap til elevens kompetanse og derfor tilrettelegge ut i fra dette.

Målet med det stillaset læreren gir eleven er at det skal være et midlertidig prosjekt for et gitt emne eller en gitt oppgave, som eleven etter hvert ikke vil ha behov for. I stillasbyggingsprosessen ligger det derfor også at læreren over tid gir mindre støtte. At lærerens støtte *minker* er også noe som blir gjort på bakgrunn av lærers opplevelse av elevens behov for støtte. I takt med at læreren i mindre grad støtter eleven i oppgaven, blir *ansvar overført* fra lærer til elev. Disse to relaterte prosessene endrer ikke bare rollefordelingen på hvilken måte deltakerne bidrar i arbeidet, men handler også om at eleven i større grad tar ansvaret for læringen som arbeidet kan gi. Når læreren i mindre grad styrer med sin støtte hvor eleven skal ha fokus, og hva som er viktig i arbeidet, får eleven selv i større grad ansvaret for å finne svar på dette. De svarene eleven finner kan ses på som hva eleven mener er nødvendig å kunne, hva eleven selv ønsker å lære av arbeidet (Van de Pol et al. 2010). At eleven får overført ansvar innebærer derfor ikke at læreren etter dette fratrer sin rolle som stillas i elevens læring. Stillasbygging foregår ikke som en linjeformet prosess hvor læreren diagnostiserer, støtter eleven for så å trekke tilbake støtte og overføre ansvar til eleven. Stillasbyggingen læreren tilbyr elevene er en kumulativ prosess hvor de ulike trinnene i modellen forekommer flere ganger igjennom prosessen og derfor bygger på hverandre (Smit et al. 2013). Gjennom denne prosessen vil også elever møte nye utfordringer som igjen genererer behov for at lærer støtter eleven gjennom denne.

## 2.2 Dialogisk tilnærming

I sosiokulturell læringsteori står språket sentralt, og er byggesteiner for tankene, som ses på som internalisert bruk av språket. En videreutvikling av denne teorien er at det ikke bare er

språket i seg selv som internaliseres hos en person, men også dialogen som konsept (Kazak et al. 2015). Dialogen handler om mer enn språket i seg selv, da den er et møte mellom deltakere med ulike perspektiver. I dialogen vil deltakerne ta hverandres perspektiver til etterretning i hvordan de formulerer sine uttalelser og forstår hverandre.

### **2.2.1 Dialogbegrepet**

Ryve (2009) omtaler dialogen som et forsøk på å få et felles perspektiv, en intersubjektiv forståelse av noe som deltakerne i utgangspunktet har sitt eget subjektive perspektiv av. Dette skjer ved at individer justerer sin måte å uttrykke seg på i forhold til hvem de snakker med. Denne justeringen, og tilretteleggelsen av utsagn med hensyn til de(n) andre som deltar i dialogen gjør at dialogen ses på som en felles konstruksjon av ideer og mening heller enn at den formes av personers meninger eller intensjoner. Til grunn for dette ligger tanken om at individers kognisjon ikke består av linjeformet logisk sluttede tanker og meninger. Kognitive prosesser kan heller omtales som en strømning av tanker og ideer. Individet vil derfor ikke kunne forme dialogen utelukkende av egen intensjon men er heller med på å sette fokus og bygge mening i samhandling med andre deltakere i dialogen.

Å se på dialogen som noe mer enn språket og meningsbærer, endrer hvordan dialogens rolle blir betraktet i undervisning. Ved å forstå dialogen som en ontologi, som et objekt i seg selv og ikke bare et verktøy, blir et mål med undervisningen å forbedre og utvide dialogen (Bakker et al. 2015). Hunter (2012) betrakter det å se dialogen som et verktøy for et resultat, som en modell hvor dialogen er til for å gjøre tilgjengelig for elevene ulike konkrete utfall av læringen. Det finnes en gitt lærdom som kan hentes ut av en aktivitet, og dialogen er et verktøy for å gjøre denne tilgjengelig. Alternativet til dette er å se på dialogen som verktøy og resultat. De konkrete utfallene av læringen kan også finnes her, men alle utfallene av undervisningen er ikke nødvendigvis kjent på forhånd. Her blir selve læringsprosessen en like stor del av læringen som det resultatene av prosessen gir. I dette ligger det blant annet at læringen i større grad blir distribuert mellom deltakere i tillegg til at de blir i bedre stand til å tilpasse seg hverandres matematiske tenking og resonering, slik at de i fremtiden vil ha lettere for å bruke hverandre som en resurs i arbeidet med matematiske problemer.

### **2.2.2 Det dialogiske rommet**

Kazak et al. (2015) presenterer begrepet det dialogiske rommet. Forut for dette begrepet ligger tanken om at kreativitet er viktig for elever i situasjoner hvor de kan nå konseptuelle

gjennombrudd i læring av matematikk. Kreativitet er ikke en ren kognitiv dimensjon som kan kontrolleres med tanken. Det vil derfor ofte være i dialogen at deltakere klarer å produsere nye kreative ideer som kan gi nye konseptuelle gjennombrudd. I den dialogen som føres i løsning av problemer som ligger i deltakernes nærmeste utviklingszone, omtaler Kazak et al. (2015) at elevene befinner seg innenfor det dialogiske rommet, og det er her de ulike stemmene i rommet er med på å skape nye kreative ideer for å nå en felles forståelse. På grunn av ulikhet i deltakernes perspektiver, blir det nødvendig at deltakerne gjør forsøk på å tilnærme seg hverandre ved å tune inn sine ideer til de andre i gruppen. Denne endringen kan føre til at nye kreative gjennombrudd oppstår og dialogen blir dermed i seg selv en del av resultatet for undervisningen.

### **2.2.3 Dialogical approach**

Dialogbegrepet bygger også på at menneskelig interaksjon er situert i en sosial kontekst (Ryve, 2009). I smal forstand vil dette si at dialogen er organisert sekvensielt. Dette innebærer at dialogens enkelte diskursive komponenter ikke kan ses uavhengig av den foranliggende og den videre diskursen som er med å bygge dialogen. Den fulle meningen av utsagn B kan ikke forstås uten at en tar hensyn til den foranliggende utsagn A, og ofte er det også nødvendig å ha med etterspill C for å kunne fullt ut forstå hvilken rolle det opprinnelige utspill B hadde å si for dialogen. At dialogen er situert vil også innebære at interaksjoner også formes av en bredere kontekst. Hva deltakerne har med seg inn i dialogen av kunnskap, overbevisninger, erfaringer og kjennskap til hverandre, i tillegg til rammefaktorer rundt når og hvor dialogen finner sted er ulike kontekstuelle faktorer som kan være med på å spille inn dialogen. Det er imidlertid ikke gitt at alle disse faktorene blir relevante i en gitt situasjon. Kontekst vil derfor være forbeholdt de faktorer som gjennom aktiviteten blir relevante for det som skjer i dialogen (Ryve, 2009).

### **2.3 Tilbakemeldinger**

I vid forstand kan feedback, eller tilbakemeldinger som jeg har oversatt dette begrepet til i denne studien, omtale all dialog som er med på å fremme læring. I dette ligger dialoger innenfor mer formelle rammer som i klasserommet, men også den mer uformelle som foregår i friminutt og på fritiden (Askew & Lodge, 2000). Tilbakemelding-intervensjon blir av Kluger & DeNisi (1996) definert som en handling tatt av (en) ekstern(e) agent(er) for å gi informasjon knyttet til aspekter av ens prestasjon knyttet til en oppgave. En lignende definisjon blir benyttet av Hattie og Timperley (2007):

«Feedback is conceptualized as information provided by an agent (e.g., teacher, peer, book, parent, self, experience) regarding aspects of one's performance or understanding.»

(Hattie & Timperley, 2007, s. 81)

Denne studien, vil jeg lene meg på disse definisjonen av feedbackbegrepet, men vil ettersom den tar for seg dialogen mellom deltakere i matematikkundervisning kun romme disse deltakerne i hvordan tilbakemeldinger blir definert. En tilbakemelding vil derfor være informasjon, gitt av en lærer eller elev, og som er relatert til en persons prestasjoner eller forståelse.

Studier viser at tilbakemeldinger mellom lærer og elev samlet sett gir et økt læringsresultat (Kluger & DeNisi, 1996, Hattie & Timperley, 2007, Hattie, 2009). Kluger og DeNisi (1996) finner imidlertid i sine studier at 1/3 av disse intervensjonene gir elevene dårligere læringsresultat og det er derfor nødvendig å ha kjennskap til hvilke former for tilbakemeldinger som gir læringsfremmende effekt, og hvilke som ikke gir dette.

Tilbakemeldinger innfatter informasjon som har mulighet til å gi mottaker en vurdering av eller videre hjelp i læringen som mottaker tar del i. Hattie og Timberley (2007) mener at for at tilbakemeldingene skal ha en læringsfremmende funksjon, er det nødvendig at mottaker av tilbakemeldingen vil få minsket gapet mellom egen kompetanse og kunnskap, og en gitt målsetting. Fra et elevperspektiv kan hverdagen oppleves komplisert i forhold til at de hele tiden må relatere seg til ny informasjon og utvikle kompetanse for å ta i bruk denne. Lærerens tilbakemeldinger har her potensial å redusere usikkerhet elevene har av forholdet mellom egne prestasjoner og mål (Shute, 2008).

Bandura (1993) presenterte i sitt arbeid begrepet self efficiency. Self efficiency er et mål for elevers forventning om mestring. Begrepet blir relatert til elevers motivasjon og viser at det er en sammenheng mellom høy self efficiency og høy måloppnåelse. Når eleven selv har tro på at et problem lar seg løse, er det større sannsynlighet for at eleven vil gjøre et helhjertet forsøk på å løse problemet enn for elever med lav self efficiency (Bandura, 1993). Tilbakemeldinger som bidrar til å minske gapet mellom elevers utgangspunkt og et gitt mål, vil kunne gi eleven større tro på muligheten for å kunne løse problemet og derfor også kunne positivt påvirke elevens motivasjon. En utfordring ved disse tilbakemeldingene er imidlertid at de står i fare for å gjøre at problemet eleven opprinnelig skulle løse blir omgjort til et simplere problem

eleven ikke vil ha samme mulighet for læring ved å løse (Bauersfeld, 1988, Hattie, 2009, Mason, 1998).

For at tilbakemeldingen skal kunne ha en rolle som brobygger mellom elevens nåværende kompetanse eller kunnskap, og den gitte målsetningen, er det nødvendig at målet for en læringsaktivitet er tydeliggjort. Hattie (2009) trekker frem nødvendigheten av at elevene oppfatter undervisningen som tydelig, og kritiserer læringsteori som i forsøk på å gi elever dypere og mer konseptuell læring har gått i fellen for å være for at lærere blir for tilbaketrunkne i undervisningen. På denne måten forsvinner lærerens tilbakemelding sin legitimerende rolle og elevene mister en tydelig retning for hva som kvalifiseres som god og korrekt læring. Dette innebærer ikke at feil umiddelbart blir rettet opp og ikke er ønskelig fra lærerens side.

Forfatteren påpeker verdien av at det er rom for å gjøre feil og at dette blir trukket frem for å kunne lære av disse. Rom for å gjøre feil er også nødvendig for å skape en utforskende atmosfære i klasserommet, hvor elevene ikke sitter med et inntrykk av at matematikkfaget handler om å finne det ene riktige svaret (Mason & Davis, 1991). Bjørkås og Bulien (2010) viser til at måten læreren møter elevens utforskende spørsmål påvirker i hvilken grad elevene forholder seg utforskende til matematikkfaget. Det er derfor viktig at læreren i sine tilbakemeldinger anerkjenner elevenes forsøk og oppfordrer til utforskning ved å la elevene prøve og feile. På samme tid er det nødvendig at læreren fortsatt er tydelig på at ikke alt regnes som legitimt i faget, i tillegg til at alle metoder og resonnementer ikke er like effektive (Adler & Ronda, 2014, Hattie, 2009, Mason & Davis, 1991).

For at tilbakemeldingene som blir gitt skal ha størst mulig potensial for læring, er det hensiktsmessig at disse er enkle å forstå, og mest mulig fokusert på det eleven skal relatere dem til (Shute, 2008). Effektiv tilbakemeldinger må ifølge Hattie og Timperley (2007) ha et innhold som kan gi svar på spørsmålene; Hvor skal jeg? Hvordan gjør jeg det? og Hvor ligger veien videre?

Svaret på det første spørsmålet vil være en tilbakemelding som retter seg *oppover*. Spørsmålet tar for seg å gi svar på hva målet med en aktivitet er. Å ha et tydelig mål innebærer ikke nødvendigvis at målet er helt konkret i kvantitativ forstand. Målet må allikevel være av en slik karakter at det er mulig for eleven å kunne relatere sin egen læringsprosess opp mot karakteristikker eller suksesskriterier som er ansett som kvalitativt gode i den gitte aktiviteten.

Slike suksesskriterier vil i større grad legge til rette for at elevene selv kan vurdere egen læringsprosess og gi hjelp til å svare på de to neste spørsmålene (Hattie & Timperley, 2007).

Det andre spørsmålet etterspør en tilbakemelding rettet *bakover*. Spørsmål på hvordan eleven gjør det nå, hvordan ligger elev an i forhold til målet, er ofte hvor den tradisjonelle tilbakemeldingskulturen har vært. Her relateres elevens pågående eller utførte arbeid opp mot en ferdigdefinert standard. En slik testing av elevenes arbeid og tilbakemelding på dette vil være mer en vurdering av et produkt og kan skade den læringsfremmende funksjonen tilbakemeldinger kan ha. Å vurdere gyldigheten til elevprodukter kan ha en læringsfremmende funksjon i den grad at den er med på å avdekke misoppfatninger eller å trekke elevenes oppmerksomhet mot læringsmålet hvis arbeidet er på avveie fra dette. Fokus på prosessen eleven har tilbakelagt og hvor de skal videre i et gitt problem, vil også dekkes av dette spørsmålet. Informasjon om dette vil være effektivt for elevens læring, og denne vil ikke kunne gis hvis lærerens vurdering av elevens arbeid kun foregår i en tradisjonell testform (Hattie & Timperley, 2007).

Veien videre gis med en *fremover* rettet tilbakemelding. Elever som ønsker svar på hvor veien videre i arbeidet ligger, får ofte svar på dette spørsmålet i form av en fortsettelse på den samme stien bare i form av mere av det samme. I en undervisning preget av en oppgavediskurs vil for eksempel svaret være at eleven skal fortsette i samme tempoet videre med neste oppgave (Mellin-Olsen, 1996). I tilbakemeldingen på dette spørsmålet ligger det imidlertid stort læringspotensial ved at elevene får informasjon som kan hjelpe dem i evalueringen av eget arbeid, gi dem en dypere forståelse av problemet eller mellom det gitte problemet og lignende problemer. Veien videre kan også være mer utfordrende problemer (Hattie & Timperley, 2007)

Selv om det er gjort mye forskning på virkningen av ulike former for tilbakemeldinger og virkningene disse har på elevers læring, er læring en så kompleks aktivitet at det ikke er mulig å gi et enkelt og generelt svar på hvilke tilbakemeldinger som er mest effektive. Hvilken form for tilbakemeldinger som er mest hensiktsmessige vil for eksempel variere fra elev til elev, og ettersom hva som er ønskelig at eleven skal lære i en bestemt læringssituasjon (Shute, 2008). Tilbakemeldingene kan derfor ikke ses på uavhengig den konteksten de blir gitt i. I undervisningen operer deltakerne i en dynamisk prosess hvor lærerens tilbakemelding påvirker elevenes handling, elevenes tilbakemeldinger til læreren knyttet til egen forståelse vil

likeså påvirke læreren til å tilpasse undervisningen etter dette (Bakker et al. 2015). I tillegg til hvordan tilbakemeldingene relaterer seg til spørsmålene Hattie og Timperley (2007) presenterer vil derfor kvaliteten av tilbakemeldingene avhenge av deltakernes evne til å imøtekomme og tilpasse sine ytringer til hverandre i dialogen.

## 2.4 Kommognisjon

I det kommognitive rammeverket blir tanken og språket sett på som to aspekter av det samme fenomenet. Sfard (2010) introduserer begrepet kommognisjon, en sammenføyning av begreper knyttet til disse aspektene, kommunikasjon og kognisjon. Menneskets kognisjon, prosessene som mennesket selv har bevissthet rundt, blir her definert som en individualisert form av mellommenneskelig kommunikasjon. Kognisjon som en individualisert form av den mellommenneskelige kommunikasjonen, bygger videre på Lev Vygotskys sosiokulturelle teori om hvordan barns kulturelle utvikling først skjer på et sosialt, interpsykologisk plan, før det videre utvikles på det intrapsykologiske planet hos barnet (Vygotsky, 1987, gj.gitt av Sfard, 2010).

For å studere fenomenet kommognisjon, vil det være de diskursene kommognisjonen formes av som er tilgjengelig for analyse. Diskurs blir definert som situert og kontekstualisert kommunikasjon. En diskurs vil være særegen når den skiller seg fra andre diskurser med sine mer eller mindre avgrensede mengder av mulige handlinger og responser som er akseptert i den gitte diskurs (Sfard, 2010). Diskurs må ikke forveksles med språket, da diskursen omfatter blant annet kroppsspråk, symbolspråk og så videre.

### 2.4.1 Matematisk diskurs

Den matematiske diskursen skiller seg fra andre diskurser som for eksempel zoologi og kjemi, da disse diskursene er separate fra de objektene de omhandler. Da matematikkfaget i så stor grad omhandler abstrakte objekter, vil disse objektene bare være diskursive konstruksjoner, som igjen er med på å bygge videre på diskursen i faget (Sfard, 2010). Den matematiske diskurs omhandler ikke håndfaste og virkelige objekter, selve matematikken handler heller om refleksjoner (på refleksjoner osv.) rundt diskursen vi har om disse objektene. Med dette til grunn argumenterer Sfard (2010) for at matematikk *er* en diskurs i stedet for å se på faget som et språk. For å betegne hva matematisk diskurs omfatter, viser hun til fire kriterier for å kunne kategorisere en diskurs som matematisk:

- Ordbruk: Den matematiske ordbruken skiller seg ofte fra andre diskurser med nøkkelord som betegner størrelser og former. Variabel vil være et eksempel på dette.
- Visuelle mediatorer: Mediatorer som karakteriserer matematikkfaget, innebærer alt fra fysiske objekter, bilder og illustrasjoner objekter, til enkle modeller av objekter. I tillegg omfatter det de symboler som brukes i matematiske notasjoner. Fellesnevneren for alle disse visuelle objektene er at de er en del av prosessen rundt den matematiske kommunikasjonen.
- Narrativer: Narrativene favner om alle sekvenser av ytringer som beskriver enten objekter, relasjoner mellom objekter eller prosesser med eller av objekter. Narrativene kan være godkjente, og beskriver da det vi vanligvis omtaler som sant eller korrekt. Det motsatte vil da være avviste narrativer om det usanne. Beviser og teoremer vil være eksempel på godkjente narrativer.
- Rutiner: Ut i fra bruken av matematiske ord og mediatorer, eller prosessen med tilblivelsen av narrativer, vil de repetitive trekkene utgjøre rutiner i matematikkfaget. Rutiner spenner i kompleksitet og innebærer alt fra rutinemessige utregninger av enkle addisjonsstykker til bruk av mer kompliserte løsningsstrategier i problemløsningsarbeid (Sfard, 2010, s. 133)

#### **2.4.2 Deltaker i matematisk diskurs**

I kritikk av synet på læring som noe eleven tilegnet seg, brukte Lave og Wenger (1991) en deltakelsesmetafor for å se på hva læring innebærer for individet. Læring ble her sett på som situert, dette innebærer at den ikke kan ses på uavhengig av det sosiale fellesskapet. Bruken av tilegningsmetaforen vil derfor ikke være tilstrekkelig, da denne ikke omfavner læringens situerte dimensjon. I stedet omtales læring som det å gå fra å være en legitim perifer deltaker i et praksisfellesskap, til å bevege seg inn mot det å bli en sentral deltaker i det samme fellesskapet. Dette fellesskapet trenger ikke å være et konkret, men viser til læringens som situert ved at den gir mennesket mulighet til å bli en mer sentral deltaker i ulike fellesskap innenfor det gitte emnet.

I det kognitivt rammeverket bygger Sfard (2010) videre på denne deltakelsesmetaforen ved å se på hvordan en person blir en deltaker i en diskurs. Det å gjøre matematikk blir omtalt som matematisering, mens en deltaker i den matematiske diskursen kalles en matematist. Som deltaker i den matematiske diskursen vil en matematist møte nye matematiske objekter og bruk av disse. En naturlig følge av dette er at matematisten utvider sin matematiske diskurs



ved å forsøke å bruke disse nye objektene. Læring vil i et diskursivt perspektiv innebære en varig endring i matematistens diskurs. For å se hvordan denne endringen foregår, presenterer Sfard (2010) en firetrinnsmodell over hvordan ulike ord i diskursen blir brukt ulikt etter i hvilken grad en matematist er en novise eller mer erfaren i bruken av begrepet.

- Passiv bruk: I starten vil ikke ordet i seg selv bli brukt av eleven. Andres bruk av ordet kan imidlertid sette i gang enkelte rutiner som eleven forbinder med det gitte ordet. Dette blir kalt for en passiv bruk av ordet.
- Rutinedrevet bruk: Etter hvert kan eleven utvikle en mer aktiv bruk av ordet. Her vil eleven selv uttale ordet, men i starten vil dette være tett bundet til særlige rutiner som eleven kjenner. Vi snakker da om en rutinedrevet bruk av ordet.
- Frasedrevet bruk: Når eleven klarer å skille ulike fraser som inneholder ordet fra de spesifikke rutinene som er knyttet til det, vil eleven kunne utvikle anvendelsen av ordbruken gjennom å bruke disse frasene i nye sammenhenger. Eleven vil fortsatt ikke klare å bruke ordet alene som fundament for bruk i setninger, og vil derfor være bundet til enkelte fraser. Slik bruk kalles derfor frasedrevet. På dette nivået er bruken av ordet enda på et utviklingsstadium, og videre justeringer og raffinering fra mer erfarne matematister er derfor nødvendig for at eleven skal lære å bruke ordet uavhengig av frasene.
- Objektdreven bruk: Tilslutt kan eleven utvikle en bruk av ordet som ikke nødvendigvis er avhengig de frasene og rutinene som ordet i starten var forbundet med. Fra å være bundet til enkelte fraser for å bygge opp utsagn om ordet, kan det nå også brukes alene i setninger. En slik individualisert bruk av ordet, vil gjøre at ulike godkjente narrativ knyttet til det matematiske objektet, eller realiseringer, kan forbli relativt stabilt i ulike kontekster. Assosiasjoner eleven har med ordet vil da være det som styrer bruken av det, altså ikke hva ordet i seg selv representerer i form av symboler, ordklasse osv., men heller de realiseringene som trigges hos eleven fra assosiasjoner til objektet som ordet representerer. Når bruken av ordet på denne måten bygger på det objektet som det betegner, kalles det en objektdreven bruk.

(Sfard, 2010, s. 182).

Ved å ta i bruk nye matematiske objekter i diskursen og raffinere bruken av disse vil den matematiske diskursen utvide seg. Ettersom ekspansjonen av diskursen blir stadig mer omfattende, vil det være behov for å effektivisere denne ved å gjøre generaliseringer.

Generaliseringer av diskursen blir omtalt som diskursive kompresjoner (Sfard, 2010). Disse

kompresjonene skjer på et diskursivt metanivå, og vil omfatte det vi kaller endring av diskursen på metanivå. Kompresjon kan skje ved å finne fellestrekk ved ulike prosesser innad i samme diskurs. Disse fellestrekkene kan videre generaliseres, noe som fører til en kompresjon av diskursen ved at de ulike prosessene omfattes i forenklete generaliseringer (Sfard, 2010). Et eksempel på dette kan være hvordan elever i en klasse bruker ulike fremgangsmåter for å komme frem til en sum i et addisjonsstykke. En generalisering av de ulike fremgangsmåtene vil være å omformulere disse til en forenklet rutine i form av en algoritme. Den andre formen for metadiskursiv kompresjon skjer ved at identifiserte likheter mellom elementer i ulike diskurser løftes opp på et metanivå og sammenfatter diskursene i en ny metanivå diskurs (Sfard, 2010). Et eksempel på dette er hvordan diskurser knyttet til tall omhandlet flere nye diskurser ettersom mer enn bare de naturlige tallene kan anvendes til å uttrykke ulike størrelser. Komprimering av diskursene knyttet til tall fører videre til at alle disse ulike diskursene kan sammenfattes i en enkel diskurs om tall som en kompresjon av naturlige tall, heltall, rasjonelle tall osv.

### **2.4.3 Læreren som erfaren matematist**

Til grunn for utvikling av den matematiske diskursen, ligger det i deltakelsesmetaforen at noviser i diskursen interagerer med mer erfarne matematister. I dette ligger det ikke en direkte overføring av læring som tilegnes av novisen gjennom interaksjonen, men at den erfarne matematisten kan invitere novisen inn i nye diskurser, og være delaktig i utviklingen av novisens deltakelse i diskursen ved å justere og raffinere novisens bruk av diskursen i interaksjonen dem imellom (Sfard, 2010). I skolesammenheng kan elever være mer erfarne matematister ovenfor hverandre, i tillegg vil dette læreren ha denne rollen ovenfor elevene.

Ball et al. (2008) definerer og kategoriserer kunnskap nødvendig for å undervise i matematikk ved sin presentasjon av modell av Mathematical Knowledge for Teaching (MKT). I denne modellen ligger at læreren må kunne tydeliggjøre for elevene hvordan matematisk språk brukes, hvordan matematiske representasjoner utformes og brukes og hvordan en kan argumentere for sine matematiske ideer. Cooper (2014) redefinerer MKT ved å gjennom et kognitivt perspektiv se på kategoriene som inngår i MKT som diskurser. I en deltakelsesmetafor innebærer dette å omtale lærerkunnskaper, som vil effektivisere undervisningen, som diskurser hvor graden av lærerens erfaring i diskursen, gjenspeiles i kvaliteten på undervisningen. Dette vil innebære at læreren i sin bruk av matematikkdiskursen

inviterer inn i nye diskurser, og like viktig, at elevene får tilbakemelding på egen bruk av diskursen.

At elevene reflekterer rundt, og selv tar i bruk et nytt matematisk objekt i diskursen, er imidlertid ikke en tilstrekkelig målsetning innen matematikkfaget. Det finnes ikke automatikk i at elever selv bruker et begrep, og det at de er innforstått med hva som ligger i begrepet, og kjenner til hvordan dette legitimt brukes i diskursen. En vesentlig del av det som ligger i å bruke nye matematiske objekt ligger i det å kjenne til hva som er legitim bruk av objektet og hva som regnes som illegitimt. På et tidspunkt vil det derfor være hensiktsmessig å gå videre fra refleksjon rundt objektet og sette fokus på hva som faktisk regnes som legitim bruk av objektet i den matematiske diskursen (Adler & Ronda, 2014).

#### **2.4.4 Kommognitiv konflikt**

Hvorvidt kommunikasjon er effektivt vil være relativt da graden av effektivitet ofte anses ulikt fra deltakerne i kommunikasjonens ulike perspektiv. Det kan det derfor være mer interessant å heller rette fokuset mot eventuell indikasjon på det motsatte, nemlig brudd i kommunikasjonen. Brudd på kommunikasjon kan oppstå på grunn av en kommognitiv konflikt i dialogen. Den kommognitive konflikten omfatter den situasjonen som oppstår når kommunikasjonen foregår mellom to uforenelige diskurser (Sfard, 2010, s. 296). Det som ligger i at diskursene er uforenelige, vil være at det brukes ulike ord eller mediatorer i diskursene, eller at samme ord eller mediatorer blir brukt i ulike diskurser, men utløser forskjellige rutiner. Konflikten som oppstår kan foregå mellom flere deltakere eller internt hos en enkelt deltaker.

Den kommognitive konflikten vil nødvendigvis ikke alltid være eksplisitt, og partene kan ha et brudd i kommunikasjonen uten at de selv er klar over det. En naturlig løsning på at deltakerne befinner seg i ulike diskurser, vil være at de gjensidig gjør diskursive endringer for å tilnærme seg hverandre, noe deltakerne ofte ikke selv er klar over. I læringssituasjoner er det imidlertid ønskelig at kommognitive konflikter blir eksplisitte på grunn av potensiale slike konflikter har til å utvikle diskursen hos elevene (Sfard, 2010).

Til grunn for dette potensialet ligger deltakingsmetaforen i læringsfelleskap. For å få en substansiell endring i den matematiske diskursen, er deltakeren avhengig av å få veiledning av en mer erfaren matematist. Uten påvirkning av andre, er det naturlig å se på de diskursene en

selv behersker som tilstrekkelige for å kunne forstå verden på. Det må som regel et utenforstående intensiv til for å peke på svakheter med den gjeldende diskursen. Målet med å la en kognitiv konflikt komme til overflaten, vil derfor være å gjøre de to diskursene som er i konflikt eksplisitte, slik at deltakerne får mulighet til å ta del i nye diskurser. Måten dette skjer på er hvis elevene velger å gå bort fra den diskursen de selv var del av, og heller ta del i den andre diskursen som konflikten bestod av. Dette er et valg deltakerne selv velger å ta, og det er ikke gitt at nye diskurser som mer erfarne matematister bringer inn i en konflikt vil bli akseptert. De nye mulighetene som ligger i en endring av diskursen, kan for eksempel være vanskelig å argumentere med da det ofte kreves en endring i diskursen før deltakerne kan ta del i, og få erfaring av, de nye mulighetene denne diskursen bringer (Sfard, 2010).

## 2.5 Problemløsning

I denne studien ønsker jeg å se på de tilbakemeldingene som blir gitt av deltakerne i undervisningen i forbindelse med problemløsende arbeid. Til grunn for en definisjon av hva problemløsning, ligger premisset om at matematikk er en sosial aktivitet (Schoenfeld, 1992). I undervisning får elevene mulighet til å ta del denne sosiale aktiviteten gjennom å bli introdusert for ulike verktøy som brukes i løsningen av matematisk problem og øves i bruke disse. Et problem med matematikkundervisning har imidlertid vært at introduksjonen av slike verktøy i stor grad har blitt presentert for konkret, i form av metoder og regler elevene må kunne for å løse oppgaver. Elever står da i fare for å oppleve at matematikk dreier seg om memorering av disse, uten å selv ta del i den sosiale aktiviteten i form av å undersøke ulike muligheter som ligger i å ta i bruk matematiske verktøy (Lampert, 1990, Schoenfeld, 1992). En annen kritikk, er rettet mot at arbeidet med matematikk i skolen kan være vanskelig å overføre til matematiske problemer utenfor skolen, og at det i skolen derfor vil være mer hensiktsmessig å arbeide med problemer hvor konteksten problemet er satt i også regnes som en del av det matematiske problemet (Boaler, 1998). Schoenfeld (1992) betegner all matematikk til å omhandle løsning av problemer. Problemløsning vil derfor omhandle alt arbeid innenfor matematikk, og matematisk kompetanse må derfor måles ut i fra evnen til å løse matematiske problem. Dette samstemmer med gjeldene læreplan i matematikk som formulerer det slik.

Matematisk kompetanse inneber å bruke problemløsning og modellering til å analysere og omforme et problem til matematisk form, løse det og vurdere kor gyldig løysinga er.

(Kunnskapsdepartementet, 2016)

Problemløsning kan i en vid forstand forstås som alt det som omhandler løsning av matematiske problem. Fra å omformulere et problem til matematisk form, til å vurdere gyldigheten av svaret. I møte med matematiske problem vil imidlertid noen problem oppleves som rutinemessige og i liten grad utfordre problemløserens kompetanse. Et eksempel på dette kan for en person være å finne verdien av mynter i lommeboken. For et barn kan dette være en utfordring blant annet på grunn av manglende kjennskap til addisjonsregler og tallsystemet. En voksen kan på den andre side oppfatte dette som en ren rutineoppgave. Denne studien er rettet mot å se på tilbakemeldinger knyttet til arbeid med de matematiske problem som for problemløseren ikke oppleves som rene rutineoppgaver. Problemløsning vil derfor omhandle løsningsprosessen som knytter seg til arbeid med problemløsningsoppgaver.

### **2.5.1 Problemløsningsoppgaver**

For å utvikle kompetanse i løse matematiske problem, vil det ikke være tilstrekkelig å lære ferdigheter i bruk av matematiske begreper og strategier for å anvende disse. Problemløsning i matematikk innebærer også å kunne tolke problemet og anvende meningsfulle metoder i møte med dette. En problemløser vil derfor trenge å øve seg i dette (Schoenfeld, 1992). For å bli en god problemløser, er det nødvendig at elevene får utfordret hele spekteret av ferdigheter som kreves for å løse problemer elevene ikke allerede er i stand til å løse.

Problemer som utfordrer elevene ved at de ikke på forhånd kjenner til løsningsmetoden for problemet, vil i denne studien omtales som problemløsningsoppgaver.

Problemløsningsoppgaver kan ikke defineres ut i fra karakteristikker, da det vil være relativt ut fra enkelt problemløserens kunnskap og kompetanse om et problem fungerer som en problemløsningsoppgave. Studien vil derfor bruke kriteriet gitt av Mason og Davis (1991) for hva som regnes å være en problemløsningsoppgave. De omtaler alle matematiske oppgaver hvor personen som skal løse denne ikke umiddelbart vet hvordan den skal løses, som problemløsningsoppgaver. Problemløsningsoppgaver vil utfordre eleven ved at han med allerede kjente kunnskap og teknikker kan komme frem til en løsning. I løsningen av problemer vil det være nødvendig å kombinere det som allerede er kjent for problemløseren i en prosess som ofte krever kreativitet for å nå en løsning (Orton, 2004, Mason & Davis, 1991, Schoenfeld, 1992).

For at problem skal betegnes som en problemløsningsoppgave, ligger det også at problemløseren alene, i samarbeid med likesinnede eller med støtte fra en mer erfaren

problemløser, er i stand til å relatere egen matematisk kompetanse til problemet. Problemer knyttet til matematikk som ligger utenfor problemløserens nærmeste utviklingszone, vil ikke kunne regnes som problemløsningsoppgaver hvis problemløseren ikke har mulighet til å ta del i løsningsprosessen knyttet til dette. Unntaket for dette er hvis problemet kan modelleres eller simplificeres på en måte som gjør at problemløseren har mulighet til å arbeide med dette. Problemer som i slike tilfeller kan tilrettelegges den enkeltes nivå gjennom at problemet kan simplificeres og derfor fungere som en problemløsningsoppgave for elever på ulikt nivå vil være nyttig for å kunne tilpasse undervisningen til den enkelte elev, uten å måtte gi elever ulike problem tilpasset deres nivå. Ved å la eleven selv få være med å avgrense et problem og legge premissene for hva som skal løses, vil elevene også kunne få en større delaktighet i problemløsningen og utvikle et eierforhold til problemet (Björkqvist, 2007). Når elever får mulighet til å arbeide med samme problem uavhengig av nivå, i tillegg til at løsningsprosessen tar utgangspunkt i hva eleven på forhånd har kunnskap om, heller enn hva som skal læres, vil dette også kunne gi elever oppfattelse av at de selv er gode nok til å arbeide med matematikk (Van de Walle, 2004). I dette ligger også den oppfattelsen elevene har av matematikkfaget. Ved å selv kunne ta del i en problemløsningsprosess, heller enn å bli mer eller mindre direkte veiledet i bruk av regler og metoder, vil elevene i større grad få mulighet til å oppleve matematikk som empirisk og ikke et rigid system bygget opp av et gitt antall regler som elevene må lære seg bruken av (Schoenfeld, 1992).

### 2.5.2 Løsningsstrategier

Per definisjon vil elever som arbeider med problemløsningsoppgaver møte et problem de på forhånd ikke kjenner en løsningsmetode for. Arbeid med slike oppgaver vil derfor utfordre problemløseren i forhold til strategier som brukes i løsningsprosessen. Schoenfeld (1992) viser til et forsøk som ble gjort av studenter som arbeidet med problemløsningsoppgaver. Fra å arbeide utelukkende med utforskning, som ikke nødvendigvis førte dem nærmere en løsning, endret studentene strategibruk og ble bedre problemløsere etter å over en periode ha fått monitorerende spørsmål knyttet til eget arbeid. Disse spørsmålene var gitt av læreren som utelukkende spurte elevene om hva de gjorde, hva de hadde som mål å finne med å gjøre det, og hva det de fant skulle brukes til videre. Forsøket viser at det er mulig å øve elever i bruk av strategier i møte med problemløsningsoppgaver. Det viser også nødvendigheten av at de lærer slike da forsøket også viste at elevene i større grad var i stand til å regulere løsningsprosessen og derfor ha større mulighet for å finne en løsning. Å produsere en endelig løsning vil i dette henseende ikke være det viktigste da det også avhenger av forhåndskunnskap og kanskje også

flaks. Det som er mer interessant er å se på i hvilken grad elevene er i stand til å sette seg inn i problemet, og finne en hensiktsmessig fremgangsmåte for å utarbeide en løsning, heller enn å mer tilfeldig utforske uten en videre plan. I denne sammenheng vil jeg presentere to ulike modeller for over hvordan en løsningsprosess kan bygges opp. Den første er hentet fra Polya (1957) og er bygget opp av fire trinn.

1. Forstå problemet: For å forstå problemet, er det nødvendig at problemløseren er kjent med betydningen av hele innholdet i problemformuleringen, og kan formulere hva problemet faktisk etterspør. Her kan problemløseren for eksempel lage en modell som hjelp. På dette trinnet er det også nødvendig å spørre seg selv om hvilken informasjon som er kjent og hva som ikke er det, men som også er nødvendig å finne.
2. Utvikle en plan: På bakgrunn av forståelsen av problemet vil neste skritt være å utvikle en plan for å løse dette. En plan kan variere fra å bruke prøving og feiling til å ta i bruk kjente formler, hvilken strategi som er mest hensiktsmessig vil variere, men kan læres gjennom øving i å løse ulike problemer.
3. Utføre planen: I utførelse av planen er det nødvendig å spørre seg om planen fører noen vei. Hvis dette ikke er tilfelle bør planen evalueres og det vil ofte være nødvendig å gå tilbake for å legge en ny plan.
4. Se tilbake: Tilslutt evaluerer eleven løsningen og løsningsmetoden som ble brukt. Her vurderes metoden som ble brukt i forhold til hvordan den fungerte og om det kan finnes en metode som vil være mer effektiv. Et relevant spørsmål her vil også være om metoden kan ha en overføringsverdi til andre problemer.

G. Polya (1957, s. xvi-xvii)

Med utgangspunkt i Polyas modell, utviklet Borgersen (1994) en modell bestående av syv trinn:

1. Analysere og definere: Her må problemløseren forsøke å kartlegge premissene for problemet og finne ut av hva det er problemet etterspør. Dette er spesielt viktig hvis det er flere som samarbeider om et problem, da det vil være et bedre samarbeid hvis alle har den samme forståelsen av problemet.
2. Lage modell eller tegne: For videre å utvikle en forståelse av problemet, vil det ofte være hensiktsmessig å lage en modell eller tegning av problemet. Ut i fra dette kan problemløseren se ulike fremgangsmåter for å løse problemet.

3. Kvalifisert gjetting: Ved å prøve seg frem med mer tilfeldige gjettinger, får problemløseren et startpunkt i utforskningen av problemet. Når problemløseren gjør nye gjetninger på bakgrunn av tidligere vil disse forsøkene utvikle seg til å bli mer kvalifiserte, og kan etter hvert være grunnlag for å se ulike mønster som kan utforskes videre.
4. Finne hypoteser: Ut i fra mønstre som kommer frem, kan det være mulig å komme med hypoteser som kan brukes i videre løsning, eller gi svar på selve problemet.
5. Bevise eller forkaste hypoteser: For å vurdere hypotesene vil det være nødvendig å finne en måte å bevise disse på. Hvis hypotesen viser seg å ikke stemme, må problemløseren forkaste denne og ta et skritt tilbake for å utvikle en ny hypotese.
6. Tolke resultatet: Hvis problemløseren kommer frem til en løsning, vil denne som regel ha en spesiell karakteristikk. Resultatet vil for eksempel være en geometrisk løsning. Et interessant spørsmål her er da om denne løsningen også kan gis som en algebraisk løsning.
7. Generalisering og anvendelse: Etter å ha funnet en løsning og vurdert denne, er et relevant spørsmål om de ideene og metodene som har blitt brukt i dette problemet har anvendelse for lignende problemer. Det er også mulig å utvide det opprinnelige problemet ved å bygge videre med nye spørsmål knyttet til situasjonen problemet er gitt i.

I arbeid med problemløsningsoppgaver er det nødvendig at elevene ikke bare kjenner til ulike strategier for å løse et problem, men at de også lærer seg når og hvordan de skal bruke disse i løsningsprosessen (Schoenfeld, 1992). De to modellene over er eksempler på hvordan elever kan få opplæring i å gå frem i arbeid med slike problem. Disse er ikke en garantist for at elevene effektivt vil løse de problemene de arbeider med, og selv om elevene er dyktige i bruk av ulike strategier vil de stå i fare for å ikke klare å løse problemet (Schoenfeld, 1992). Det er derfor nødvendig å også gi elevene en oppfatning av at det er normalt å ikke klare å løse alle problemer (Borgersen, 1994, Mason & Davis, 1991), og at problemløsning ofte innebærer en tidkrevende prosess hvor det er mulig å løse problemet selv om det etter noen minutter inn i løsningsprosessen virker umulig (Schoenfeld, 1992). Målet med å la elever arbeide med utfordrende problemer som kan virke uløselige i starten, handler ikke først og fremst om å normalisere det å sitte fast i en løsningsprosess, men å lære det å takle slike utfordringer, og å lære av situasjonen når du ikke kommer deg videre i løsningsprosessen. Mason og Davis (1991) foreslår at elevene skal merke i notatene sine med «STUCK!» hvis de opplever å ha



møtt en vegg i løsningsprosessen. I ettertid kan elevene gå tilbake i notatene og spørre seg selv hva det var som gjorde at de kom videre i løsningsprosessen og lære av dette. Her kan elevene for eksempel bli klar over hvilken strategi de brukte før og hva de endret for å komme videre, eller hva det var de ikke hadde forstått med problemet når det stoppet opp. Elevene kan dermed få større bevissthet om egen problemløsning og utvikle kompetanse i helhetlig matematikk som omhandler alle aspekter av løsning av problemer, heller en bare bruk av mer separat matematisk kunnskap og teknikker (Schoenfeld, 1992).



## 3 Metode

I metodekapittelet vil jeg presentere forskningsmetoden jeg har brukt i denne studien. Her ønsker jeg også å vise hvordan metodene som er brukt i denne studien er knyttet til forskningsspørsmålet som ligger til grunn for prosjektet. Studien baserer seg på en kvalitativ metode for datainnsamling. Denne avgjørelsen ble gjort i en tidlig fase i prosjektet på grunn av ønsket om å få frem ulike variasjoner og nyanser av tilbakemeldingene som gis i klasseromsundervisning. Videre i kapittelet vil jeg presentere hvordan jeg i prosjektet gikk frem metodisk for å få kunne studere slike tilbakemeldinger.

### 3.1 Forskningsdesign

Forskningsdesign innebærer de ulike variablene knyttet til en undersøkelse. Som forsker må man ta mange valg knyttet til undersøkelsen for å på best mulig måte utarbeide en metode for å kartlegge de(t) spørsmål undersøkelsen har til hensikt å svare på (Johannesen et. al., 2011). I denne studien har jeg brukt en kvalitativ metode. Begrunnelsen for valget var at jeg ønsket å komme tettest mulig på ulike tilbakemeldinger som blir gitt i klasserommet. Metodene som er brukt for datainnsamling er observasjon av undervisningen og intervju av deltakere i denne undervisningen etter endt observasjon. Dette ble gjort ved opptak av lyd og bilde. I et forsøk på å øke bruken av tilbakemeldinger fra deltakerne i undervisningen, ønsket jeg også at eleven skulle arbeide med problemløsningsoppgaver og at deltakerne på forhånd hadde erfaring med å arbeide dialogisk. Målet med å bruke problemløsningsoppgaver er ikke å se om bruken av slike i undervisningen har noen effekt på hvordan tilbakemeldinger gis, selv om det bygger på en antakelse om at bruken av disse gir økt rom for dialog i oppgaveløsning, og at dette påvirker tilbakemeldingene som gis. Problemløsningsoppgaver er allikevel i hovedsak brukt fordi jeg ønsket å se spesifikt på tilbakemeldinger knyttet til problemløsning.

#### 3.1.1 Case-studie

Denne studien er designet ut i fra et ønske om å undersøke muntlige tilbakemeldinger gitt av deltakerne i klasserommet som fenomen. For å oppnå dette, er designet for prosjektet en case-studie som innebærer at «casen» eller fenomenet undersøkes ved å samle inn mest mulig informasjon om dette (Johannesen et al., 2011). Prosjektet tar for seg en studie av fenomenet tilbakemeldinger og er avgrenset til å studere fenomenet i en skoleklasse på ungdomskolenivå som arbeider med problemløsningsoppgaver i matematikk. I undersøkelsen av fenomenet har det vært viktig å få en detaljert og omfattende datainnsamling (Johannesen et al., 2011). Det er derfor brukt intervju i tillegg til observasjon for å få frem ulike deltakeres perspektiv knyttet til det som kommer frem i undervisningen som blir observert. Siden datagrunnlaget i

case-studier er knyttet til et snevert utvalg, er det ikke mulig å gjøre statistiske generaliseringer ut fra slike studier. Det vil derfor være nødvendig at studien blir knyttet opp mot andres forskning for at denne studien skal ha en merverdi utover å beskrive hendelser hvor tilbakemeldinger blir gitt i et klasserom (Nevøy, 2004). Datamaterialet som ligger til grunn for denne studien vil derfor bli knyttet opp mot slik teori, både som verktøy for å forstå dataen som ligger til grunn for studien og ved å videre bruke samme data i foredling av teori.

### 3.1.2 Utvalg

I studien er det brukt et kriteriebasert utvalg hvor det i søknaden som ble sendt til rektorer ble etterspurt en lærer på ungdomstrinnet som hadde arbeidet med vurdering for læring, og hadde fokus på elevdialog i matematikkundervisning. En kriteriebasert utvelgelse baserer seg på at forsker bruker forhåndsbestemte kriterier deltakere må oppfylle for å være med i undersøkelsen (Johannesen et al., 2011). Første søknad ble gjort ved å sende mail til rektorer ved tre skoler som alle befinner seg på Sør-Vestlandet. Alle skolene hadde klasser på ungdomskoletrinnet. Skolene ble valgt med bakgrunn av at de viste til å ha hatt fokus på vurdering for læring. Rektor ved den ene skolen gav godkjenning til å gjennomføre prosjektet. Hos de to andre skolene var tilbakemeldingen at dette ikke ville være mulig å gjennomføre i det tidsperspektivet som var skissert i søknaden. Valget av skole falt seg derfor naturlig og jeg ble satt i kontakt med to av læreren på skolen. Valget av lærer ble gjort på bakgrunn av at læreren som ble valgt hadde flere års erfaring i arbeid med vurdering for læring, mens læreren som ble valgt bort hadde under et års erfaring knyttet til dette.

Læreren som ble valgt til å delta i prosjektet, var en mann i 30 årene. I analysekapittelet har jeg gitt ham et fiktivt navn, Bjørn. Læreren hadde arbeidet på skolen i mesteparten av sitt yrkesaktive liv, og hadde 12 års erfaring som lærer og hadde alltid undervist i matematikk. Nå arbeider han som kontaktlærer for en 9. klasse hvor han også er lærer i matematikk. Han hadde undervist matematikk i klassen i under et år. I datainnsamlingen ønsket jeg også å intervju en elevgruppe etter endt observasjon. For utvelgelsen av en elevgruppe ønsket ikke lærer å velge ut elever da han var usikker på om noen ønsket dette ettersom flere elever hadde gitt uttrykk for at de ikke ønsket å bli filmet. Denne utvelgelsen ble derfor gjort etter den første økten som ble observert. Elevene hadde da fått mulighet til å se hvordan observasjonen fungerte i praksis og fått et møte med meg. Første elevgruppe som ble spurt sa seg villig til å delta på intervju etter endt observasjon. Elevgruppen bestod av to jenter som satt sammen i klasserommet, og hadde i økten som hadde blitt observert arbeidet i sammen. Grunnen for valget av de to, var at disse satt i et bakre hjørne av klasserommet, noe som syntes fordelaktig

for opptaket da pultene stod nokså tett i rekker, og at lydnivået under arbeidet hadde vært av en slik karakter at jeg ønsket et best mulig sted for opptak. I tillegg hadde jeg observert at jentene i arbeidet hadde hatt tydelig fokus på oppgavene de arbeidet med i gjennom mesteparten av timene og at en stor del av arbeidet de gjorde forgikk i dialog med hverandre, noe som gjaldt størstedelen av klassen. Det ble også avtalt at jeg kunne legge et kamera på pulten til jentene for lydopptak. Observasjonen ble derfor gjort med et særlig fokus på disse. I analysekapittelet har jeg kalt jentene Nora og Lena.

### **3.2 Datainnsamling**

Datainnsamlingen i studien innebærer observasjon av undervisning og intervju av lærer og en elevgruppe etter endt observasjon. I første møte med læreren hadde jeg på forhånd forberedt et intervju. Dette intervjuet fikk i dette møte mer preg av å være en ren samtale der jeg i liten grad forholdt meg til intervjuguiden. Det ble heller ikke gjort noe opptak av dette møtet. I forespørselen om å få filme i undervisningen hadde elevene stilt seg skeptiske til dette. Det ble derfor avtalt opptak som ble gjort på video ikke skulle filme noen elever med unntak av om elevene sa seg villig til dette i forbindelse med gruppeintervju. Observasjonen av elever i undervisningen er dermed gjort med hjelp lydopptak, mens det er brukt videoopptak av læreren når han har vært foran i klasserommet i tillegg til i intervjuene.

#### **3.2.1 Plan for gjennomføring av datainnsamling**

I første møte mellom meg som forsker og læreren som deltok i studiet, ble læreren fortalt hva jeg ønsket å få ut av prosjektet og hvilke ønsker jeg hadde i forhold til datainnsamling. Fordi læreren hadde klassen i andre fag i tillegg til matematikk, hadde vi mulighet til å sette av fire økter til observasjon i et tidsrom på en uke. De fire øktene utgjorde til sammen 6 skoletimer. Fordi jeg ønsket å observere undervisning hvor lærerens adferd lå nærest mulig hans normale adferd i undervisningen, ønsket jeg å unngå å styre formen og innholdet undervisningen skulle ha, uten om at elevenes arbeid i timene var relatert til problemløsning. Det var på forhånd avklart at elevene var vant til å samarbeide i undervisningen, noe som jeg også oppfordret læreren til å informere elevene om. Innhold og utforming i undervisningen skulle i hovedsak bestemmes av læreren, og det ble avtalt at tre av øktene skulle omfatte arbeid med problemløsningsoppgaver, mens den siste økten skulle bli brukt til repetisjon i tilknytning til en kommende heldagsprøve. Læreren fikk tilsendt en samling ulike problemløsningsoppgaver, og stod fritt til å velge mellom disse og oppgaver han fant selv. Siden læreren ikke hadde noen preferanser rundt matematisk emne, varierte oppgavene både i tema og omfang. På grunn av at elevene hadde gitt uttrykk for at de ikke var komfortable med

å bli filmet, ble det bestemt jeg kunne bruke et kamera som rettet seg mot tavlen, og ikke fanget opp elevene. Jeg ble oppfordret til å la elevene bli komfortable med min tilstedeværelse før vi skulle spørre om noen kunne tenke seg å ha opptaksutstyr på pulten sin. Det samme gjaldt for gjennomføring av gruppeintervju.

I gjennomføringen av undervisningen valgte læreren å bruke oppgavene han hadde blitt gitt av meg. Disse ble arbeidet med i første (2 skoletimer), og andre (1 skoletime) observasjonsøkt. Under opptak av den første økten ble det gjort feil under opptak som medførte at datamaterialet fra denne økten vil bli sett bort fra i oppgaven. På grunn av en uforutsett hendelse ble den fjerde observasjonsøkten avlyst og den tredje økten (2 skoletimer) ble derfor satt av til repetisjon. Elevene arbeidet i denne økten med matematiske problem som varierte i omfang. De fleste oppgavene ble de gitt 1-2 minutters tid på å løse, mens for 2 av oppgavene som ble gitt ble det satt av tid på over 10 minutter på grunn av at disse hadde mer preg av å være problemløsningsoppgaver. På grunn av at jeg etter dette mente at datamaterialet allikevel ville være tilstrekkelig for å svare på forskningsspørsmålet mitt, valgte jeg å ikke bruke tid på å gjennomføre en ny observasjonsperiode.

### 3.2.2 Observasjon

Ved å bruke observasjon som metode vil forskeren ha mulighet til direkte få tilgang til data som omfatter naturlige hendelser slik de foregår i klasserommet (Cohen et al., 2011). En forsker vil alltid stå i fare for å ta med seg sine egne oppfatninger som observatør i en observasjon. Inntrykk kan dermed preges av dette, men muligheten for å hente ut opptak fra observasjonen gjør at observasjon som metode vanligvis er mer pålitelig for å studere adferden til mennesker, fremfor at de selv forteller om denne (Kvale, 1997). I observasjonen ønsker jeg å samle inn data fra hendelser slik de normalt forløper seg i klasserommet. For å gjøre dette valgte jeg å gjennomføre observasjonen som en mest mulig passiv deltaker (Thagaard, 2013). Dette innebar at jeg oppholdt meg i ro bak i klasserommet under observasjonsøktene. I første observasjonstime presenterte jeg meg selv og fortalte kort til elevene at jeg ønsket å observere klassen i undervisningen. Etter dette tok jeg på meg rollen som passiv observatør ved å følge med undervisningen fra bak i klasserommet og skrive ned notater rundt dette. På forhånd hadde jeg satt opp kamera rettet mot tavlen og kateteret som filmet læreren når han stod fremme i klasserommet. Dette kameraet filmet også når elevene arbeidet med problem i grupper, og hadde derfor også mulighet å få med seg det elevene som satt i nærheten av dette sa. Et annet kamera ble brukt for å ta opp lyd bakerst i klasserommet. På grunn av dårlig lyd kvalitet ble dette den neste timen etter avtale satt på pulten til en

elevgruppe rettet mot veggen for ikke å filme noen av elevene. Fokuset fra meg som observatør ble også rettet mot disse jentene de to neste observasjonstimene. En viktig grunn til dette var at opptakene bare fikk med seg lyd i observasjonen. For å studere hendelsene som skjedde ønsket jeg å observere all kommunikasjonen som skjedde i dialogen mellom elevene og mellom elevene og lærer. Siden diskursen som foregår mellom deltakere i en dialog også innebærer kroppsspråk og gester (Sfard, 2010), var det nødvendig å ha en visuell observasjon av det som skjedde, og forsøke å notere dette underveis. En svakhet med observasjonen som ble gjort av elevene var derfor at det ikke ble gjort noe visuelt opptak av elevene når de arbeidet sammen. Dette medfører blant annet at det har vært utfordrende å tolke dataene i etterkant på grunn av at det er usikkerhet rundt hva deltakere mener med ulike ytringer som trolig er knyttet til nonverbale ytringer som ikke har blitt registrert i notatene fra observasjonen.

### 3.2.3 Intervju

Gjennom intervju av deltakerne i studien, kan forskeren få utfyllende og detaljerte beskrivelser av det fenomenet han ønsker å undersøke. Intervjuet kan dermed supplere observasjonsdata ved at intervjuobjektet forteller fra sin egen synsvinkel knyttet til dette (Johannessen et al., 2011). Intervjuet kan dermed være med på å kartlegge nyanser ved fenomenet som det ikke vil være mulig å hente ut av observasjonsdata uten å kjenne til deltakernes perspektiv. Som en del av datainnsamlingen ble læreren som deltok i studien intervjuet etter endt observasjonsperiode. Intervjuet hadde form av å være semistrukturert ved at det på forhånd ble utarbeidet en intervjuguide med spørsmål som ble stilt under, mens det var mulighet å komme med oppfølgingsspørsmål hvis jeg underveis i intervjuet ønsket utdypning av svar. Fordelen med å semistrukturere intervjuet er at forskeren har fleksibilitet i forhold til rekkefølgen spørsmålene stilles i tillegg til muligheten for å komme med oppfølgingsspørsmål (Robson, 2002). Den fleksible strukturen kan også gi mulighet for at intervjuobjektet selv kommer inn på tema forskeren selv ikke har forutsett på forhånd (Postholm, 2010). Intervjuet vil på den andre side fortsatt ha en viss struktur som kan være viktig for å holde fokus på det forskeren ønsker å få svar på.

Intervjuguiden til intervjuet med læreren ble utarbeidet ut i fra teori knyttet til problemstillingen i denne studien, med særlig fokus på tilbakemeldinger og problemløsning. Etter endt observasjon ble denne revidert etter erfaringene jeg gjorde i observasjonstimene, men denne endringen var ikke noe som hadde stor betydning for hvordan den endelige

intervjuguiden ble. I intervjuet ønsker jeg å gi spørsmålsformuleringer som var åpne på den måten at de ikke var ledende og at de gav rom for utfyllende svar. Erfaringene fra observasjonsperioden spilte mest inn i oppfølgingsspørsmål som ble gitt lærerens svar på spørsmål fra intervjuguiden. Gruppeintervjuet ble gjennomført før intervjuet med læreren. Dette gjorde at erfaringer fra dette intervjuet også påvirket spørsmål som ble gitt læreren i intervjuet. På grunn av observasjonsperioden var lagt tett opptil en lengre ferie ble ikke intervjuet med læreren gjennomført før det var gått nesten to uker siden siste observasjonsperiode. Dette vil kunne være en svakhet med intervjuet da det kan ha påvirket at det som kom frem fikk et mer generelt preg enn ønskelig med tanke på om læreren i større grad refererer til generell undervisning heller enn konkret til observasjonstimene. Detaljer knyttet til disse timene kan også ha blitt glemt av både meg selv og intervjuer. På den andre siden kan en styrke være at lærer fikk tid å fordøye perioden på en slik måte at helhet i de svarene han gir knyttet til egen undervisning har bedre koherens enn hvis intervjuet var for tett opptil observasjonsperioden.

### **3.2.4 Gruppeintervju**

I gruppeintervjuet ble to jenter som satt sammen valgt. Dette valget ble gjort av meg, hovedsakelig fordi jeg ønsket å observere disse i timen på grunn av hvor de satt i klasserommet, men også fordi de brukte mye dialog i arbeidet sitt i første observasjonsøkt i tillegg til at de hadde fokus på problemløsningen i størsteparten av timen. For å intervju elever kan det være en fordel å la dette skje gjennom et gruppeintervju da dette kan oppfattes som mindre skremmende da deltakerne ikke vil være alene om å få spørsmål. En annen fordel vil være at deltakerne av intervjuet kommer med ulike meninger og synspunkt (Johannessen et al., 2011).

Gruppeintervjuet hadde også en semistrukturert form og intervjuguiden var utarbeidet før jeg kontaktet skolen med søknad om å få gjennomføre prosjektet. Etter endt observasjon ble denne intervjuguiden en del endret etter erfaringen jeg hadde gjort. Dette ble særlig gjort for å innrette spørsmålene litt mer spesifikt inn mot hvordan jeg hadde opplevd at jentene arbeidet i dialog. Intervjuet ble gjort i en skoletime dagen etter siste observasjonstime. Dette skjedde i et grupperom tilhørende klasserommet. Elevene hadde dermed observasjonsperioden friskt i minne, og min egen oppfattelse av intervjuet var at det var lett å skille mellom når jentene refererte til situasjoner knyttet til observasjonsperioden, og når de refererte til matematikkundervisning generelt.



### 3.3 Tilnærming til materialet

I gjennomføringen av første observasjonsøkt, ble det gjort en feil da jeg skulle sette på opptaket på kameraet som stod rettet mot tavlen. Dette kameraet tok derfor ikke opp under denne timen. I tillegg var opptakene fra det andre kameraet som ble brukt denne timen vanskelige å tyde på grunn av avstand fra de det var ment å ta opp lyd fra i tillegg til støy. Dette opptaket ble gjennomlyttet for å forsøke å identifisere muligheter for å identifisere helhetlige dialoger som det var mulig å bruke, men på grunn av at det var vanskelig å skille ulike stemmer ble også dette opptaket forkastet, og eneste materialet jeg har fra denne timen består av egne observasjonsnotater. Datamaterialet som hovedsakelig ligger til grunn for analysen kommer derfor fra to undervisningsøkter, intervju med lærer og gruppeintervjuet med en elevgruppe.

#### 3.3.1 Transkripsjon

For å analysere datamaterialet jeg samlet inn, ble opptakene transkribert til tekst. I utgangspunktet ønsket jeg å transkribere alt, men utelot plenumgjennomgang fra transkripsjonen til opptaket som ikke var rettet mot tavlen. For å anonymisere deltakerne i studien, valgte jeg å oversette ytringene til bokmål i transkripsjonen. Ved å gjøre dette står jeg i fare for å miste eller endre noe av meningen som ligger i ytringen. For å sikre at dette ikke er tilfellet har jeg derfor senere hørt gjennom råmaterialet fra de sekvensene der hvor jeg er usikker på ordbruken som opprinnelig ble brukt i ytringen. Siden jeg ikke har opptak av det visuelle i dataene fra observasjonen, ble transkripsjonene fra disse timene supplert med egne notater fra observasjonen. Gestene som ble tilføyet i transkripsjonen er kun kommet med der hvor jeg med sikkerhet ut i fra notatene kan gjengi hva som skjedde.

I transkripsjonen har jeg brukt følgende transkripsjonsnøkkel:

<i>Symbol</i>	<b>Betydning</b>
(.)	Pause på under ett sekund
(2)	Pause på 2 sekund
[...]	Informanten har sagt noe før eller etter den ytringen leseren får servert, men det som ble sagt er ikke relevant, så det er blitt tatt bort.

~	Brukt ved avbrytelser. Etter tekst betyr at ytringen blir avbrutt, foran tekst hvis ytringen avbryter en annens. Også brukt hvis en person avbryter seg selv.
...	Tre prikker har jeg brukt dersom en ytring har blitt hengende i luften.
[(ytring)]	Brukes i tilfeller hvor flere personer snakker seg samtidig.

### 3.3.2 Analyse av data

I analysearbeidet, har jeg valgt å ta utgangspunkt i undervisning knyttet til to ulike problemløsningsoppgaver. Disse oppgavene blir presentert i 3.5. og elevene arbeidet med disse i henholdsvis 2. og 3. observasjonsøkt. Begrunnelsen for valg av oppgaver blir gitt i dette delkapittelet. I analysen av undervisning knyttet til de to problemene har jeg organisert ulike episoder hvor deltakere i undervisningen gir tilbakemelding til hverandre. I presentasjonen har jeg valgt ut episoder som skiller seg fra hverandre ved at de er ulike i forhold til hvem som gir tilbakemelding eller hvilke tilbakemeldinger som blir gitt. I analysekapittelet presenteres også episoder fra intervjuet med læreren og gruppeintervjuet med de to jentene som er delaktige i fleste episodene som presenteres fra observasjonstimene. Episodene fra intervjuene er presentert i kapittelet for å vise deltakernes egne tanker og opplevelser om tilbakemeldinger og arbeid med problemløsningsoppgaver.

Analysene tar utgangspunkt i tre ulike tolkningskontekster Kvale (1997) gir for analyse av kvalitative forskningsintervju; selvforståelse, kritisk forståelse basert på sunn fornuft og teoretisk forståelse. Tolkningskontekstene er i utgangspunktet brukt for analyse av intervjuer, men i arbeidet har jeg funnet det hensiktsmessig å bruke samme fremgangsmåte i analysen av episodene fra observasjonen. Selvforståelseskonteksten innebærer at forskeren å selv formulerer det deltakerne har ment med sine uttalelser. I arbeidet ut i fra denne konteksten tok jeg utgangspunkt i alle episodene fra observasjon hvor det ble gitt tilbakemeldinger og intervju hvor de intervjuedes uttalelser handlet om enten tilbakemeldinger eller problemløsning. Ut i fra dette kunne jeg strukturere de ulike episodene slik jeg har vist til over. I kritisk forståelse av sunn fornuft ble materialet analysert for å få frem en tolkning av hva som ligger bak det deltakerne sier. Her trekker jeg inn kontekst rundt aktivitet og deltakere for å få en dypere forståelse av hva som ligger i ytringene. Denne analysen ble igjen analysert i en teoretisk kontekst for å få en teoretisk forståelse av hva som skjer i de ulike episodene. De

ulike kontekstene for analysen kan i analyseprosessen delvis gli over i hverandre (Kvale, 1997). Episodene er imidlertid forsøksvis analysert i tre trinn etter denne modellen.

I analysen av observasjonsdataene har jeg brukt det kognitivt rammeverket som Sfard (2010) presenterer. Ved å bruke dette forsøker jeg å analysere de diskursene deltakerne deltar i. Diskursanalysen dreier seg i hovedsak å identifisere begrepsbruk og eventuelle kognitivt konflikter. Tilbakemeldingene som blir gitt i dialogene blir strukturert etter om tilbakemeldingen er rettet oppover, bakover eller fremover (Hattie & Timperley, 2007). I utdraget under gir jeg et eksempel på dette.

107. Nora: Altså når x er 200, nei, var 200 kil-, ja når x er 200, da er det den som er billigst.

108. Lena: Men det er jo ikke x

109. Nora: Jo kilometeren er x

Oppgaveformuleringen jentene arbeider med oppgir 200 km. Nora viser i sin ytring (107) at hun i denne konteksten bruker x som et mål for kilometer. Usikkerheten kan være at hun har problemer med å formulere seg rundt dette og har en frasedreven bruk av x, men dette kan ikke leses ut av denne ytringen. I uttalelsen presenterer hun et narrativ for Lena, som for ikke å trekke inn for stor del av konteksten, sier hvilken graf som er lavest når  $x = 200$ , og derfor billigst.

Lena aksepterer i sin respons på dette (108) ikke Noras narrativ da hun ikke er enig i Noras bruk av x, uten å gi uttrykk for hvordan hun selv mener at x er. Når de to i diskursen bruker x ulikt fra hverandre, oppstår det en kognitiv konflikt. På grunn av at Lena bruker x annerledes enn Nora, vil hun ikke ha mulighet til å følge det narrative Nora nettopp har gitt. Det vil være nødvendig for Lena å endre sin nåværende bruk av x, da denne trolig ikke stemmer overens med den overbyggende diskursen om funksjoner de nå deltar i. I stedet for å imøtekomme Lena, med for eksempel å høre hva hun mener x er. Velger Nora å forsvare sin tidligere bruk (109). I ytringen bruker hun ikke x slik hun gjorde forrige gang med å relatere denne til verdien 200, men omtaler x mer generelt som mål på kilometer. For å løse den kognitivt konflikten inviterer hun dermed Lena inn i denne diskursive bruken av x (Sfard, 2010).

Ytringen til Lena (108) vil her ikke betraktes som en tilbakemelding da den ikke i seg selv er læringsfremmende. Responsen til Nora (109) kan imidlertid kategoriseres som en tilbakemelding som er rettet bakover da den vurderer Lenas påstand som usann, og gir henne en korleksjon til denne feilen (Hattie & Timperley, 2007).

### **3.4 Kvaliteten på studien og forskningsetiske prinsipper**

I dette delkapittelet vil jeg vurdere kvaliteten på dette studiet ut i fra studiens validitet, reliabilitet og generaliserbarhet. Målet med dette er å gi leseren et innblikk i grad av pålitelighet og overføringsverdi studiet kan ha (Johannessen, et al., 2011). Her vil jeg også vise til hvordan jeg har gått frem for å sikre at arbeidet jeg har gjort i forbindelse av studiet følger forskningsetiske retningslinjer.

#### **3.4.1 Validitet og reliabilitet**

Validitet i en studie kan forklares som i hvor stor grad data studien bruker, gir svar på forskningsspørsmål studien har til hensikt å gi svar på (Johannessen, et al., 2011). Dette innebærer om de resultatene studien gir, har troverdighet og eventuelt graden av denne. Svakheten med denne studien er at datamaterialet fra undervisning er lite ved at det i hovedsak baserer seg på observasjoner fra to økter. Dataene er også samlet i en kort tidsperiode og står dermed i fare å ikke dekke hele bredden av det som foregår i klasserommet over tid. I studien er det brukt metodetriangulering for å gi et bredere grunnlag for å tolke data fra observasjon og øke studiens troverdighet. For å imøtekomme problemet med minimalt datagrunnlag fra undervisning er forskningsspørsmål og resultater som presenteres formulert med tanke på studiens begrensninger til si noe ut over det som kommer frem i perioden som har blitt observert.

Reliabiliteten til en studie er knyttet til innsamling og behandling av data i løpet av forskningsprosessen. Ved å vise hvordan dette har foregått gjennom redegjøring av metoder som er brukt, kontekst knyttet til innsamling og hvordan dataen i etterarbeid har blitt behandlet, styrkes påliteligheten til studien (Johannessen, et al., 2011). Jeg har derfor forsøksvis beskrevet hvordan jeg i dette prosjektet har gått frem i innsamlingen av det materialet, og gjort rede for valg av materiale som presenteres i denne studien. I studien har jeg utelatt informasjon om kontekst rundt skole og lærer i tillegg har jeg oversatt ytringer til bokmål i transkripsjoner. Dette er gjort for å holde på anonymiteten til deltakerne i studien, og er vurdert av meg selv å ikke nevneverdig gå ut over reliabiliteten til studien.

### **3.4.2 Generaliserbarhet**

En studies generaliserbarhet handler om i hvilken grad resultatene i studien er gjeldende utover den konteksten datainnsamlingen har forgått i (Kvale, 1997). Denne studien tar for seg undervisningen i en 9. klasse bestående av 16 elever størrelse i tillegg til andre kontekstuelle faktorene, som kan påvirke det som kommer frem i datamaterialet studien baserer seg på, men ikke er oppgitt i studien. Det er i studien ikke gjort noe forsøk på å vurdere om disse kontekstuelle faktorene har påvirket resultatene i studien, og disse er derfor i utgangspunktet ikke generaliserbare. I arbeidet med denne studien har jeg brukt teori om tilbakemeldinger med stor grad av generaliserbarhet, og formålet med denne studien har derfor vært å undersøke fenomenet i dybden, ikke å oppnå generaliserbare resultater.

### **3.4.3 Forskningsetikk**

Dette forskningsprosjektet er meldt inn til godkjenning til personvernombudet NSD hvor det ble gitt godkjenning til gjennomførelse. For å overholde mitt forskeretiske ansvar har jeg forholdt meg til personvernombudets retningslinjer (NESH, 2006) i møte med deltakere vært tydelig med å opplyse om at deltakelse er frivillig og at de under prosjektet hadde mulighet til å trekke seg. Elevene som deltok måtte ha skriftlig godkjenning fra foreldre. Jeg har også vært varsom med å legge føringer ovenfor læreren som deltok i studien for at prosjektet mitt ikke skulle gå ut over hans arbeid, eller at han følte seg presset til å gjøre noe han følte seg ukomfortabel med. Alle deltakerne i denne studien er anonymisert og gitt fiktive navn. I bruken av episoder har jeg også forsøksvis utelatt episoder som gjør det mulig å gjenkjenne informanter på grunn av oppførsel.

## **3.5 Presentasjon av oppgaver**

I analysekapittelet er episodene fra observasjonen strukturert tematisk etter to problemer elevene arbeidet med. Dette er gjort for å gi en oversiktlig og kronologisk fremstilling av episodene jeg har valgt å presentere i kapittelet. Siden jeg i denne studien har valgt å bruke problemløsning som en metode, vil jeg kun komme med en presentasjon av problemene her, uten å gi noen videre analyse av disse. Denne presentasjonen gis for å bedre kunne forstå det som presenteres i analysekapittelet.

### **3.5.1 Bussturen**

Denne funksjonsoppgaven ble opprinnelig utarbeidet av meg i samarbeid med to medstudenter under et Lesson Study prosjekt som del av mastergradstudiet i matematikdidaktikk. Utarbeidelsen er gjort med bakgrunn i en undersøkelse som ble gitt to 9. klasser for å diagnostisere deres kompetanse innen emnet funksjoner. På grunn av at

elevene i jeg skulle observere i denne studien arbeidet i Geogebra, var det nødvendig å gjøre noen endringer i oppgaveteksten for å tilpasse dette.

#### Oppgavetekst

Elevene i 9. klasse skal på klasseset. Klassen har derfor vært i kontakt med tre forskjellige reiseselskap og bedt om pristilbud:

Haga bussreiser gir dette tilbudet: - 1100 kr i fast avgift - 5,50 kr per kilometer

Kolumbus gir dette tilbudet: - 9 kr per kilometer

Tur-Retur AS tilbyr fast pris: - 4000 kr for turer opp til 800km

I oppgaven får elevene oppgitt tre ulike tilbud som må skrives om til funksjonsuttrykk. I timen valgte læreren å la funksjonsuttrykkene komme frem i plenumsdialogen i forbindelse med presentasjonen av oppgaven. Disse ble skrevet opp på tavlen. Oppgaven spør videre etter når de ulike busselskapene er billigst å bruke, noe som innebærer at elevene må finne krysningspunkt mellom grafene for å nøyaktig kunne oppgi strekningsintervaller for når de ulike selskapene er billigst.

Videre lyder oppgaveteksten

Klassen bestemmer seg for å gå på klasseset til Kristiansand Dyrehage. Det er 600 km kjøring frem og tilbake. I denne sammenhengen skal dere foreslå et tilbud til et fjerde reiseselskap, som skal være billigere enn de tre andre. Klassen har allerede samlet 2000 kr, og tenkte å bruke dette som et engangsbeløp for å få en billigere kilometerpris. Hvor høy kan kilometerprisen være og det fjerde selskapet fremdeles er det billigste?

Problemet som gis her kan løses både algebraisk og grafisk, men læreren gav før timen uttrykk for at han først å fremst ønsket at elevene skulle arbeide med å løse det grafisk. Dette kan gjøres med å prøving og feiling med å endre på funksjonsuttrykket, eller ved å bruke en algebraisk løsning. En annen metode for å løse problemet på er definere punktene (2000, 0) og (4000, 600) som kan hentes ut av oppgaveteksten for så å trekke en linje mellom disse punktene. Linjen som trekkes vil leses som en funksjon, og programmet oppgir derfor funksjonsuttrykket for denne.

### 3.5.2 Sykkelturen

Oppgaven som jeg har valgt å kalle sykkelturen er i utgangspunktet en rutinebasert oppgave som omhandler å beregne gjennomsnittshastigheten til en sykkeltur ut i fra tilbakelagt strekning og tidsbruk som oppgis i oppgaven. Det er læreren selv som hadde formulert oppgaven.

Oppgavetekst

Bjørn sykler 16 kilometer på 28 min. Hva er gjennomsnittshastigheten?

Klassen var i arbeidet med denne oppgaven kjent med en metode for å beregne hastighet ut i fra strekning og tid. Det som gjorde at dette problemet opplevdes som et problem for dem, var at ved å bruke metoden de kjente til, fikk de et svar oppgitt i kilometer i minuttet. Læreren sa i presentasjonen av denne oppgaven at han var ute etter en hastighet som var oppgitt i enten kilometer i timen, eller meter per sekund. Oppgaven fikk derfor preg av å være en form for problemløsningsoppgave for elevene hvor de på forhånd ikke kjente til en metode for å løse problemet.

Når elevene arbeidet med denne oppgaven var det imidlertid ingen som ble observert å se direkte at en del av løsningen innebar å gjøre om fra km/min til km/t.





## 4 Resultat

I analysen vil jeg først i 4.1. og 4.2., presentere data fra to problemer som elevene arbeidet med i to av øktene som ble observert. Disse presentasjonene har som mål å belyse hvordan tilbakemeldinger ble gitt i klasserommet i ulike situasjoner og ettersom hvor stor grad de ulike deltakeren er deltakere i den gjeldene diskursen. Videre vil jeg i 5.1. og 5.2. se på hvordan henholdsvis læreren og to av elevene ytrer seg om det å få og gi tilbakemeldinger i undervisningen. 5.3. tar for seg viktige elementer knyttet til elevenes og lærerens tanker om problemløsningsoppgaver.

### 4.1 Bussturen

I andre observasjonstime fikk elevene utdelt en større oppgave som omfattet å uttrykke og bruke lineære funksjoner i et koordinatsystem. Bjørn som er matematikklærer i klassen la rammene for denne økten ved at elevene skulle arbeide i programmet Geogebra da han ønsket å se på kompetansen til elevene i bruk av dette digitale hjelpemiddelet, og at de skulle få mer øving i dette. Problemet oppgir 3 busselskaper som har gitt ulike pristilbud på bussreiser. For to av tilbudene varierer prisen avhengig av hvor lang turen er, mens den siste har en konstant pris uavhengig av strekning. Selve oppgaveteksten er lagt med i vedlegg 3. I presentasjonen av problemet samtalte Bjørn med klassen om hva det ville si at et tilbud har en fast pris og ut i fra dette skrev han funksjonsuttrykk for de tre tilbudene på tavlen. Elevene fikk så i oppgave å skrive inn funksjonsuttrykkene i Geogebra og arbeide med problemer knyttet til disse.

#### 4.1.1 Bjørn fungerer som et stillas i Noras løsningsprosess

Nora og Lena har skrevet inn funksjonsuttrykkene i Geogebra uten at det har blitt sagt noe mellom dem. I programmet har Nora skalert koordinatsystemet sitt slik at hun er klar for å starte med videre arbeid, mens Lena nettopp har fått veiledning av Nora om hvordan hun skal skalere de ulike aksene for å kunne se alle de ulike aksene. Mens Lena endrer dette, benytter Nora muligheten mens Bjørn er i nærheten til å få veiledning til hvordan hun kan få frem skjæringspunkt mellom grafene.

27. Nora: Bjørn, hvordan ser vi nøyaktig hvor skillet går holdt jeg på å si?

28. Bjørn: Der de møtes?

29. Nora: Om det var den der skjæring mellom to objekter? Er det liksom sånn og så får jeg det nøyaktig der?

Nora har et konkret spørsmål til Bjørn knyttet til teknisk bruk i programmet Geogebra. Dette ser vi spesielt av at Nora selv foreslår å bruke skjæring mellom to objekter som er det verktøyet i Geogebra som gir brukeren punkter for to kryssende grafer, eller kryssende graf og akse (29). Spørsmålet (27) er om hvordan du nøyaktig kan få verdien til krysningspunktet mellom to grafer. I formuleringen til Nora, viser hun at hun er ute etter å finne en nøyaktig verdi, men hva denne verdien representerer kommer ikke så tydelig frem i det hun omtaler som der skillet går. Bjørns oppfølgingsspørsmål (28) kan tolkes både som et genuint spørsmål om Nora med sitt første spørsmål ønsker å finne nøyaktig der de to møtes, eller som et retorisk spørsmål der Noras formulering blir omformulert til en mer konkret diskurs. I begge tilfeller vil Bjørns tilbakemelding utfordre Noras formulering av krysningspunkt om der hvor skillet går som en metadiskursiv bruk om grafer som upresis. I 30-34 gir Bjørn tilbakemelding til Nora som går på teknisk bruk i Geogebra. I siste del av (34) går Bjørn tilbake til å snakke om den matematiske betydningen av det koordinatene viser.

34. Bjørn: Da er det litt lettere å trykke, men da blir det a, skjæringspunktet, det vil si på 4000 så får du den der. Og hvor mange kilometer blir det?

35. Nora: Da blir det 527 komma 7.

36. Bjørn: Og det betyr på 527 komma 7 da er...?

37. Nora: Og så må jeg regne hvilken som er billigst?

38. Bjørn: Nei, det ser du nå.

39. Nora: Hæ?

40. Bjørn: Når er den grønne billigere enn den blå?

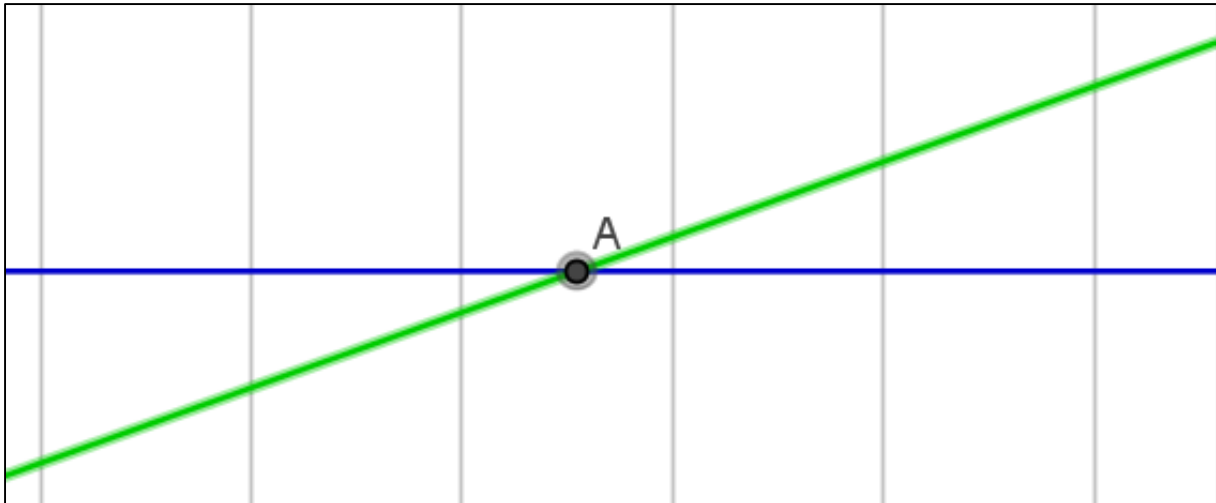
41. Nora: Når du skal kjøre mindre enn 527. Okey, (1s) nei den grønne.

42 L: Den grønne

I samtalen bruker han begrepet skjæringspunkt i diskursen etter først å ha omtalt dette punktet som stedet hvor de (grafene) møtes. Av hvordan læreren bruker dette begrepet og at klassen

tidligere har arbeidet med funksjoner, vil det være naturlig å tro at det ikke er første gang Nora møter begrepet skjæringspunkt. Oppgaven bruker ikke dette begrepet og Nora selv omtalte først et slikt punkt som der hvor skillet går, men verktøyet de bruker har navn skjæring mellom to punkter i programmet. Videre i denne økten, brukte imidlertid både Nora og Lena skjæring om punkter hvor grafer krysses akser eller andre grafer. Bjørn velger i episoden ikke bare å gi tilbakemelding på det konkrete spørsmålet han fikk (27), men fortsetter å støtte Nora videre i løsningsprosessen ved å gjennom bruk av spørsmål (34, 36, 40) ta på seg ansvar for videre løsningsprosess (Van de Pol et al. 2010).

I tolkningen av skjæringspunktet viser først Bjørn til skjæringspunktets  $y$ -verdi som er 4000. Når han videre spør Nora hva  $x$ -verdien er i punktet, spør han etter antall kilometer og ikke en  $x$ -verdi (34). Dette tydeliggjør at det er viktig å se verdien i samsvar med hvilke enheter de representerer. I (36) kommer det videre frem at verdien i kilometer ikke er interessant i seg selv, men et ledd i en videre løsning av det matematiske problemet. Ytringen kan være med på å gjøre Nora oppmerksom på at 527,7 kilometer må tolkes videre, og viser dermed veien mot målet. Dette kan ses på som en tilbakemelding for å tydeliggjøre for Nora hvor hun må gå videre for å komme mot målet. Responsen Nora gir (37) viser imidlertid at Bjørns ytring (36) hadde større potensial enn bare å vise veien mot målet. Når Nora spør om hun må regne seg frem til svaret kommer det tydelig frem en kognitiv konflikt mellom Nora og Bjørn. Det var Nora selv som kom frem til at problemet, om å finne når de ulike grafene var billigst, krevde å finne skjæringspunktet mellom dem, men av responsen hennes i (39) etter at Bjørn påstår at du visuelt kan se når grafene er billigst, tyder dette på at den metoden Bjørn sikter til er fremmed for Nora. Gjennom sin skolegang har Nora trolig tatt i bruk narrativ om at matematiske problemer kan løses ved å kombinere tallverdier og visuelle mediatorer slik som dette problemet krever. Bjørns metode for å løse den kognitive konflikten på, viser også at det ikke er mye som skal til for at Nora skal akseptere hans narrativ om at løsningen av problemet innebærer å se på grafene. Ved å minke kompleksiteten av problemet og sette fokus på et enkelt tilfelle, ber han Nora i (40) se på to grafer og ut fra dette gi et narrativ. I spørsmålstillingen er alt all informasjon rundt disse grafene lagt til side og det som står igjen er det visuelle uttrykket og at Nora er i stand til å tolke at den underste grafen i koordinatsystemet vil være den billigste. Figur 1 viser visuelt hvor Bjørn retter fokuset til Nora (40).



**Figur 1.** Utklipp av Geogebra. Viser området rundt skjæringspunktet  $A(527.7,4000)$ .

En fare med å simplifisere matematiske problemer for elever kan være at elevene tilslutt står igjen med å løse problemer uten matematisk innhold, eller der det matematiske bidraget elevene kommer med i løsningen er på et nivå som eleven allerede mestrer. I tilfellet med Nora hadde Bjørn oppdaget at Nora trodde at det var behov for å regne seg frem til en løsning, mens han selv ønsket at hun skulle se dette av grafene. På grunn av denne kognitive konflikten, måtte han derfor velge om deres ulikhet i perspektiv skulle løses ved veiledning eller om Nora er i stand til å bruke narrativet han selv bruker ved å rette fokus til Nora. Nora viser at hun ikke er fremmed (41) for å bruke dette narrativet. Hun svarer ikke bare på spørsmålet til Bjørn, men trekker også inn konteksten om at det handler om hvor langt du skal kjøre. En annen faktor som gjør at Bjørn i dette tilfelle ikke står i fare for å ta ut det matematiske innholdet i spørsmålstillingen sin, er at omfanget av problemet gjør det mulig å la Nora selv få mer ansvar for videre løsning.

43. Nora: Okey, men hva med den røde da, er det liksom under der igjen?

44. Bjørn: Ja når er den røde billigst?

45. Nora: Når du kjører under-, litt over 300.

46. Bjørn: Okey, finn nøyaktig da, litt under, finn nøyaktig.

Nora initierer selv til spørsmål om hvordan den tredje grafen spiller inn i problemet (43). Hun kommer med forslag til hvordan hun skal finne ut når den røde er billigst. Når hun bruker

uttrykket «under der igjen» (43) kan dette ses i sammenheng med metoden hun nettopp brukte for å finne ut når den grønne var billigst, hun måtte se når den grønne var underst. Bjørn spiller ballen tilbake ved å omformulere og heller omtale det at den røde er under som at den røde er billigst. Nora bruker samme narrativ som i (41), men har her ikke noe skjæringsverdi å referere til. Verdiane hun oppgir er allikevel i samsvar med det som vises visuelt i koordinatsystemet (grafene krysser når  $x = 314$ ). I oppgaven er det to skjæringspunkter som er relevante for å kunne si noe om når de ulike grafene er billigst. Bjørn har i dialogen (27-45) støttet Nora når hun skulle bruke det ene av de to skjæringspunktene. I (46) trekker han tilbake den støtten han til nå har gitt. I (27) etterspurte Nora hvordan hun kunne finne et nøyaktig skjæringspunkt. Avslutningsvis bruker Bjørn samme begrepet for å overlate ansvar tilbake til Nora ved å be henne finne en nøyaktig verdi. Episoden vil dermed være et eksempel på en enkelthendelse som har form av en fullverdig stillasbyggingsprosess (Van de Pol et al. 2010). Bjørn tilpasser seg Nora ved å gi tilbakemelding i form av spørsmål som støtter henne i løsningsprosessen. I tillegg inviterer han henne til å bruke et narrativ i løsningsprosessen som han selv mener er hensiktsmessig å bruke. Tilslutt overlater han ansvaret til Nora igjen ved å gi henne en oppfordring for veien videre.

#### **4.1.2 Nora veileder Lena**

I løsningen av problemet med busselskapene har Nora og Lena arbeidet i noen minutter. I 4.1.1. vises det hvordan Bjørn veileder og gir tilbakemelding til Nora på hvordan hun kan finne skjæringspunkter i programmet, og hvordan punktene kan brukes til å kunne se når de ulike busselskapene som er billigst avhengig av hvor langt en skal kjøre. Under denne sekvensen slet Lena med å tilpasse koordinatsystemet slik at hun fikk frem de tre grafene i en brukelig størrelse. I sekvensen under står hun selv i møte med samme problemet som Nora ble støttet av Bjørn gjennom.

73. Lena: Hvor fant du den skjæring?

74. Nora: Den er på a.

75. Lena: Så tar jeg først den grønne og så den blå?

76. Nora: Ja (6s) Og så har du den så tar du mellom rød og grønn, rød og blå er ikke så enkelt.

77. Lena: Er det midt på?

78. Nora: Ja, fordi da har du at fra 0 til 314 kilometer, så er det Kolumbus sitt tilbud som er best, og så fra 300 til 500 så er det Haga sitt tilbud som er best, og så fra over 527 så er det den til 4000 som er best.

79. Lena: Femhu- over 527 det er her det? Nei

80. Nora: Ja, det er, nei den er der det skal stå. Det er kilometerne, og så er det prisen.

Lena etterspør i (73) verktøyet for å finne skjæringspunkt og bruker begrepet skjæring i sin formulering. Dette må ses i lys av det som er beskrevet i 4.1.1. hvor Lena satt like ved og dermed trolig har fått med seg at Nora brukte verktøyet skjæring mellom to punkter. Nora referer i (74) til en kommandolinje hvor skjæring mellom to punkter ligger under en kommando som default er innstilt på et symbol med en stor A. Lenas videre spørsmål (75) må også ses i lys av det som har skjedd tidligere og at Lena trolig har fått med seg hva Nora tidligere har gjort. Nora følger opp rollen som støtte til Lena (76) med å videre gi henne oppfølging på hva hun skal gjøre. Hva hun mener med at den røde og den blå ikke er så enkelt er vanskelig å si noe om, men at hun i det hele tatt nevner dem tyder på at hun ikke fullt ut har en oversikt over hvordan å begrense hva som kreves for å løse oppgaven ettersom dette punktet gir en høyere pris enn det den grønne grafen har, og derfor ikke er relevant når du skal finne det billigste busselskapet. Nora gir ikke den samme formen for tilbakemelding som det hun selv fikk av Bjørn. Først forteller hun til Lena hvordan hun skal gå frem videre, uten at det er grunn til å tro at Lena ikke selv kunne ha kommet frem til dette med tanke på at det var hun som foreslo at hun skulle finne skjæring mellom to av grafene.

Videre blir det imidlertid tydeligere hvordan Nora i stedet for å invitere Lena til refleksjon rundt punktene hun finner og bruk av narrativet hun selv brukte for å komme frem til det hun gjorde, heller gir en gjennomgang (78) av løsningen. At Nora her er så direkte i sin forklaring til Lena hva skjæringspunktene viser, kan forstås ut i fra at Lena viser usikkerhet i forhold til hva hun ser i koordinatsystemet i (75). Hva Lena referer til i (77) med midt på, er usikkert, men av situasjonen og Noras respons kan det tyde på at hun refererer til et skjæringspunkt i denne ytringen. I Noras gjennomgang kan vi se at hun omtaler verdien på et objekt nivå ved at hun først omtaler x verdiene som kilometer for så å utelate dette de neste gangene som om det er implisitt at dette er kilometerverdier. I tillegg generaliserer hun intervallet mellom 314 og 527 kilometer ved å avrunde disse verdiene. Avrundingen kan tolkes som en måte å omtale området mellom to skjæringspunktet heller enn som et intervall, da hun er nøyaktig i

gjengivelsen av begge de to andre intervallene. Dette skiftet i verdier fra 314 til 300 og 500 til 527 som det samme er ikke nødvendigvis noe Lena vil oppfatte, men hennes ytring i (79) virker ikke å være rettet mot intervallene Nora nettopp listet opp, men heller hvor hun finner verdien 527 igjen i koordinatsystemet. Forslaget til Lena gjør Nora oppmerksom på en kognitiv konflikt i hvordan de to bruker denne verdien så hun gjør et forsøk på å nøste opp denne konflikten ved å vise til hvilke enheter de ulike verdiene kan referere til. Når hun viser til henholdsvis kilometerne og prisen, er det ikke tydelig om hun henviser til aksene eller verdiene i et punkt, men det er trolig snakk om aksene da det i skjæringspunktet (527, 4000) ikke er naturlig å forveksle verdiene, og at hun senere viser det samme igjen og referer til aksene.

81. Lena: Kan du forklare det på ny?

82. Nora: Okey, her er kilometerne.

83. Lena: Ja

84. Nora: Altså 800 kilometer, det var det du kunne kjøre med den for at den skulle koste 4000 eller mindre.

85. Lena: Ja

86. Nora: Her er kolumbus sin. Det var der den kostet 9 kroner per kilometer. Og det er den fra Haga som kostet 1 100 altså det er derfor skjærer der i tillegg til de, den økningen som er 5 komma 5 for hver kilometer, og da kan vi si siden det at den, siden den er lavest, så er den billigst [frem dertil]

87. Lena: [Ja jeg,] ja

88. Nora: Og der ser du at det er frem til 314 kilometer

89. Lena: Mhm

90. Nora: Og så er det den fra 314, altså der da, så er det jo den som er lavest, og da er det frem til 527 kilometer, så er det den som er billigst. Og så fra 527 til 4000 så er det jo den som er billigst, jeg mener 800 kilometer.

Lena er fortsatt usikker på hvordan koordinatsystemet skal tolkes og ber Nora gi henne en ny forklaring på dette. Nora begynner på ny i (82) med å vise til hva narrativet om hvordan verdien på x-aksene skal lese. Videre begynner hun å gå gjennom (84 og 86) de tre grafene og vise til hvordan de ulike verdiene fra oppgaven former grafene i koordinatsystemet. Etter dette begynner Nora å vise til narrativet hun selv brukte for å avgjøre hvilke grafer som er billigst. Det hun gjør annerledes i denne gjennomgangen av løsningen i forhold til det hun gjorde i (88) er å fokusere det hun sier til Lena gjennom å peke på det hun selv ser snakker om. I tillegg har hun gått fra å omtale de ulike tilbudene som best for ulike intervaller til heller bruke billigst som også tydeliggjør hva det er problemet etterspør. Denne gjennomgangen er også tydeligere i forhold til de verdiene hun referer til ved at hun ikke avrunder, og omtaler alle tre verdiene utenom 0, som er relevante med tanke på de ulike intervallene, med enheten kilometer. Lena sitter i hele denne sekvensen og lytter bekræftende til det Nora har å si. Unntaket er i (87) hvor det kan se ut som hun har et innspill å komme med, noe hun velger å trekke seg på. Hun spurte like etterpå om Nora visste hvor langt de skulle kjøre, så det kan ha vært dette hun lurte på. Lenas diskurs i denne oppgaven kom ikke frem senere i denne timen, og det er derfor ikke mulig å si noe om hvilken læring Lena hadde av denne episoden.

Denne episoden starter også med spørsmål (75, 77) knyttet til den tekniske bruken av Geogebra. Nora gir Lena tilbakemelding på dette, men når Lena kommer med et spørsmål (79) som relaterer seg til et punkt i koordinatsystemet og et narrativ knyttet til dette, tar Nora på seg en annen rolle som støtte for Lenas problemløsning enn det hun selv fikk fra Bjørn. Nora går i sine ytringer gjennom hele problemet for Lena ved å si eksplisitt hva løsningen blir, og hvordan denne skal tolkes, heller enn å stille spørsmål eller å gi hint på andre måter slik at Lena kan være del av løsningsprosessen. Det vil derfor være mer naturlig å omtale dette som en gjennomgang heller enn tilbakemeldinger. Gjennomgangen kan ha en funksjon som tilbakemelding da den tydeliggjør hva målet med problemet er. I tillegg får Lena en korreksjon på hvordan hun skal bruke aksene i koordinatsystemet (80) og dermed får en tilbakemelding som rettes bakover. For at tilbakemeldinger skal ha en læringsfremmende rolle vil det være nødvendig at de fungerer som en brobygger mellom nåværende kunnskap og kompetanse og et gitt mål (Hattie & Timperley, 2007). Lena får her tydeliggjort et mål, og en korreksjon for hvordan hun bruker verdien 527, men blir utover dette ikke gitt mulighet til selv å komme frem til målet i løsningsprosessen, da jentene etter denne episoden fortsatte videre til neste problem. At Lena selv ikke i større grad får mulighet til å uttrykke egen diskurs vil gjøre at det ikke er mulig for en observatør å se resultatet av disse



tilbakemeldingene. Det hadde imidlertid også vært bedre for Lena selv om hun hadde fått brukt denne i større grad. Hvordan hun ytrer seg over viser at hun er en nykommer i diskursen og vil derfor ha behov for å få tilbakemelding på egen diskurs fra en mer erfaren matematist (Sfard, 2010), i dette tilfelle Nora. Uten å få dette, vil Lena stå i fare for at egen diskurs innebærer en bruk av for eksempel narrativ som ikke vurderes som godkjente. Dette kommer frem senere i jentenes arbeid med problemet, og kan ses i eksempelutdraget i 3.3.2. Nora kan imidlertid ha større læringspotensial da hun får mulighet til å bruke egen diskurs i sin presentasjon av problemet. Hunter (2012) peker på det ligger læring i å uttrykke matematisk resonnering, noe Nora gjør i dette tilfellet. Hun får ingen tilbakemelding på det hun her sier utenom en forespørsel om å gjøre en ny forklaring (81). Det er derfor ikke noen erfaren matematist som rettleider henne i bruken av diskursen, men etter definisjonen av læring som varig endring i diskursen (Sfard, 2010), kan øving i en endret diskurs øke sannsynligheten for at denne endringen blir varig. Nora uttrykte selv i intervjuet at hun opplevde det var lettere å huske ting når hun fikk snakket om dem. Med endring i diskursen siktes det her til de endringene som har skjedd i diskursen etter episoden med Bjørn (4.1.1.).

#### **4.1.3 Nora løser et opplevd paradoks i dialogen.**

I oppgave om å finne et nytt tilbud hvor elevene må beregne hva kilometerprisen til det nye selskapet maksimalt kan være for at det fortsatt kan være det billigste for en tur på 600 kilometer, opplever Nora et paradoks i oppgaveformuleringen. I denne situasjonen er det i dialogen med Lena at hun får klarhet i problemets premisser slik at hun kan heller fokusere på å løse problemet.

125 Nora: Nei, du må starte på 600, og da er det den som er billigst, 4000. Det er jo lett å-, du trenger jo ikke ha en fast, det står ingenting om at du må ha noe som du må betale uansett. Det står bare hvor lav kan kilometerprisen være. Nei, hvor høy kan kilometerprisen være, men allikevel, hæ!, (3s) få billigere kilometerpris... (2s)

126. Lena: Ja, men skal vi ikke lage kilometerpris da?

127. Nora: Ja, men der står det at den skal være billigere så plutselig hvor høy kan den være?

128. Lena: Ja, den skal være billigere enn de andre-

129. Nora: -Åja, sånn ja

130. Lena: Men vi skal finne ut hvor høy den kan være liksom før-

131. Nora: Ja, kilometerprisen, da tar vi 600 delt på, var det 2000?

132. Lena: Det er jo-

133. Nora: Var det 2000 de ville bruke? Da vet vi jo allerede i så fall

134. Lena: Ja, men kan vi ikke ta 4000 delt på 600?

135. Nora: Okey

Nora begynner (125) med å fokusere problemet inn på det som er relevant i akkurat dette tilfellet. At de starter på 600 kan i dette tilfelle bety at de må starte der når de skal begynne å løse problemet. Siden det er gitt i oppgaven at turen skal være 600 kilometer vil det være denne verdien som er relevant i deres problem. Hun trekker også frem at det billigste av de tre tidligere tilbudene er på 4000 kroner ved 600 kilometer. Nora kan ha sett denne sammenhengen ut i fra intervallene de har definert tidligere, men med at hun referer til en graf direkte og derfor også trolig bruker peking, er det grunn til å tro at hun henter dette direkte ut i fra koordinatsystemet. Videre ytrer Nora seg om det hun kan lese av oppgaveteksten. Når hun sier fast, er dette i hennes matematiske diskurs noe som blir brukt om konstantleddet i en funksjon. Dette kommer frem i det hun etterpå sier «noe som du må betale uansett». Slik Nora ytrer seg om problemet her, ser hun ikke at det skal være et konstantledd i funksjonen. Det de da står igjen med å måtte finne, er et ledd som varierer etter lengden på turen. Det er dette leddet Nora begynner å fokusere på når hun oppdager noe som hun opplever som paradoksalt med oppgaveformuleringen.

Når Nora i ytringen bruker betegnelsen «det står bare» kan dette være på grunn av at hun mener at det ikke er noe annen informasjon som er relevant for oppgaven, utenom det hun allerede har snakket om tidlige i ytringen. Det er altså kilometerprisen hun ønsker å videre fokusere på. At hun leser ut fra teksten «hvor lav», da det i virkeligheten står hvor høy, og at hun, når hun oppdager dette faktum, reagerer med å gi uttrykk for at hun ikke forstår dette, tyder på at Nora allerede før hun formulerer seg om kilometerprisen, har en oppfatning rundt kilometerprisen. Av konteksten problemet er satt i, er det naturlig å forstå det som et spørsmål om å finne et lavere alternativ. Til nå har de arbeidet med å ha fokus på det billigste alternativet og metoden de har brukt er å se på hvor de ulike grafene er lavest. For at et nytt

alternativ skal ha noe for seg, er det også i dette problemet nødvendig at det nye tilbudet er billigere, og dermed få lavere verdi, og en graf som går under de andre tilbudene. Hvis ikke vil dette alternativet kunne forkastes som mindre lønnsomt enn et annet alternativ. Ut i fra denne kjennskapen er det grunn til å tro at Nora i dette problemet har relatert realisasjon av bedrepene lavere og billigere, som uforsonlige med det synonymene, høyere og dyrere.

Når Nora stopper opp med det hun leser som problemformuleringen i siste del av ytringen (125), virker dette som et faktisk problem med oppgaven da hun uttrykker at den spør om hvor høy kilometerprisen kan være for at det skal være den billigste kilometerprisen. Hvis dette var tilfelle er allerede det ene tilbudet uten kostnad for antall kjørte kilometer, og derfor svaret på dette spørsmålet 0. I problemet er kravet at kilometerprisen skal gi det billigste tilbudet. Hvorfor Nora derfor forstår problemet som at hvor høy og kravet om at den skal være billigere begge er relatert til kilometerprisen (127), kommer ikke tydelig frem av hennes ytringer. Det kan være at mengden informasjon og faktorer som spiller inn i hvordan problemet skal leses gjør at hun i et forsøk på å tolke kravet om billigste tilbud rett og slett gjør en feilslutning.

I det Nora hefter seg ved oppgaveformuleringen om «hvor høy» og «billigere» stopper hun opp i resonnetet sitt. Den kognitve konflikten mellom Noras egen diskurs og tolkningen hun har av oppgaveteksten gjør at Lena forsøker (126) å fortsette mot å finne en kilometerpris. Ytringen kan ses som et forslag til hvor veien videre skal gå i problemet. Dette kan ses i sammenheng med første del av Noras tidligere ytring (125), og virker ikke å spille videre på Noras uttrykk for paradokset i problemet. Nora fremstilte en gjengivelse av problemet som at de ikke trengte å bry seg med å finne et konstantledd, og derfor stod igjen med å måtte finne en kilometerpris. Den kognitve konflikten Nora gir uttrykk for, virker ikke å være noe Lena kan relatere seg til. Hun gjør ikke noe forsøk på å nøste opp i hva Nora ser som problematisk, men fokuserer heller mot der hun selv har en forståelse hva problemet de skal finne en løsning på handler om. Nora gir igjen (127) uttrykk for hva det er som gjør at dette ikke synes som en mulig fortsettelse for henne. Om det er responsen fra Lena (128) som gjør at Nora selv blir klar over sinn egen misforståelse (129), er ikke tydelig ut i fra hvordan Nora reagerer. Det kommer heller ikke eksplisitt frem at når det i teksten står «hvor høy», så er dette relatert til kilometerprisen, mens når det står «billigste» så gjelder det den samlede prisen på tilbudet etter kjørte 600 kilometer. Lenas forsøk på å gjøre klart for Nora hvordan hun leser problemet (128, 130), gir inntrykk av at hun også relaterer begge to til

kilometerprisen ved at hun i begge tilfeller bruker «den». At det ikke blir uttrykt hva de to premissene var relatert til, kan bety at den feilaktige tolkningen til Nora ikke spilte inn på den kognitiv konflikten hun møtte på.

En alternativ tolkning på hva det var hun synes var problematisk, kan være at Nora i møte med informasjonen hun hentet ut av oppgaven, tolket spørsmålet om «hvor høy» og «billigst» uavhengige fra hverandre og derfor leste problemet som to uavhengige og paradoksale spørsmål. Problemet etterspør hvor høy kilometerprisen kan være gitt at tilbudet fortsatt er billigst, mens Nora virker å oppfatte disse to premissene som to separate krav til den nye kilometerprisen ved at hun uttrykker (127) at du plutselig går fra den ene til den andre. Lena virker (128, 130) å se de to i sammenheng, og forsøker å gi uttrykk for dette i det Nora selv kartlegger denne sammenhengen. I hvor stor grad Lena (128) er avgjørende for at Nora kommer dit, kommer ikke frem i dialogen mellom dem. Det er imidlertid tydelig at det problemet Nora trekker inn i dialogen også løses i den samme dialogen og at derfor Lena sitt bidrag ikke nødvendigvis behøves å identifiseres, da det at hun er en meningsbærende samtalepartner til Nora i denne situasjonen i seg selv er med på å gjøre den kognitive konflikten Nora møter eksplisitt. Ved at Nora kan uttrykke problemet hun opplever i oppgaveteksten, for videre å løse dette i dialog med Lena, er Lena uansett indirekte med på å løse dette problemet. På grunn av ulike perspektiver forsøker jentene å tilnærme seg hverandre i sine ytringer. Dette kan være med på å nå gjennombrudd i problemløsningen (Kazak et al., 2015). I dette tilfellet handler dette om at endrer syn på problemet slik at dette ikke fremstår som et paradoks for henne.

## 4.2 Sykkelturen

Sekvensene i dette kapittelet er hentet fra en av oppgavene elevene arbeidet med i det jeg har betegnet som en repetisjonsøkt. Elevene ble gitt mindre omfattende matematiske problemer i ulike matematiske emner og fikk rundt et minutt på å løse disse før læreren gikk gjennom oppgavene i plenum på tavlen. Ikke alle problemene var like enkle for elevene, da Bjørn enkelte ganger måtte høre flere elevsvar før han fikk en metode som var legitim, og det viste seg også ved et tilfelle at ingen av elevene hadde klart å komme frem til en riktig løsning. En av disse problemene var å finne gjennomsnittshastighet. Bjørn presenterte problemet som en reell situasjon ved at det var han selv som hadde syklet 16 kilometer på 28 minutter og at han ønsket at elevene kunne finne ut hva gjennomsnittshastigheten var. Da elevene ble bedt om å arbeide med problemet, sa Bjørn ikke noe om hvor lang tid de hadde på seg, men han

oppfordret elevene til å snakke sammen for å løse problemet. Elevene fikk mer tid til å arbeide med problemet, i tillegg var det i denne økten merkbart at elevene snakket sammen mer enn tidligere i samme undervisningstime.

#### 4.2.1 Jans alternative løsningsmetode

Bjørn har tidligere i timen vært borte hos Jan som hadde kommet frem til verdien 0,57 i oppgaven. Bjørn utfordret da ham til å tenke om en halv kilometer i timen var et rimelig svar med tanke på at dette handlet om hvor fort han syklet. Jan kom selv inn på om hans første svar oppgav kilometer i minuttet og har siden det arbeidet med å gjøre dette om til kilometer i timen. Før jeg presenterer denne episoden, vil jeg presentere en revidert metode Jan brukte for å gjøre om enheten. Dette er gjort for å sette leseren inn i hvordan resonnementet kan forstås og for å vise at denne metoden er matematisk legitim. Denne fremstillingen viser ikke hvordan Jan selv resonnerer rundt sin egen metode.

$$\frac{16 \text{ km}}{28 \text{ min}} = 0,57 \text{ km/min}$$

$$\frac{16 \cdot (2 + 1/7)}{28 \cdot (2 + 1/7)} = \frac{16 + 16 + 16/7}{28 + 28 + 28/7} = \frac{16 + 16 + 16/7}{28 + 28 + 4} = \frac{16 + 16 + 16/7}{60} = \frac{16 + 16 + 16/7}{1 \text{ time}} = \frac{34,28 \text{ km/t}}{60} = 0,57 \text{ km/min}$$

Hvordan Jan uttrykte denne metoden matematisk finnes ikke data på, men resonnementet hans gav ham den korrekte løsningen på oppgaven som var gitt.

23. Jan: Okey, se nå. Seksten delt på fire, nei delt på syv, sant.

24. Bjørn: Hvor får du syv fra?

25. Jan: Jo det er jo-

26. Bjørn: Du bare tar et tall du. (Sies med en lattermild stemme)

27. Jan: Nei, nei, se først deler jeg seksten kilometer. Det er det han har kjørt i 28 minutter sant.

28. Bjørn: Ja

29. Jan: Så deler jeg 28 på syv sant, akkurat det samme sant 16 delt på syv. Okey 16 delt på syv pluss 16 pluss 16, det er gjennomsnittshastigheten, boom, in your face!

30. Bjørn: Det kan godt hende Jan, men jeg henger ikke med på resonnementet ditt, men hva er svaret ditt?

31. Jan: Vente litt.

Bjørn har sett over hva Jan har skrevet i løsningen sin, og Jan begynner å presentere resonnementet han har brukt. Bjørn, som kan se hva Jan har skrevet, retter fokuset på verdien 7 som Jan ikke har hentet fra oppgaveteksten, og ønsker derfor å kartlegge hvordan Jan har kommet frem til at 7 vil gi ham en metode for å komme frem til en løsning. Forsøket på å begrunne dette blir avbrutt med at Bjørn i (26) kommer med en påstand om at 7 er et helt vilkårlig tall. Dette blir sagt med latter, noe som tyder på at det ikke er en alvorlig påstand, men heller kommuniserer at Bjørn ikke har oversikt over hva Jan har tenkt i løsningsprosessen. Det virker også å fungere som en tilbakemelding rettet bakover ved at Bjørn avviser resonnementet som illegitimt hvis Jan ikke kan grunngi dette. Jan forsøker å gjøre dette klart for Bjørn i (27) og (29), men i stedet for å gi en forklaring på hvordan han fant ut at han kunne bruke 7 som felles divisor, forsøker han heller å legitimere bruken av 7 med at metoden hans gir et korrekt svar. Bjørn viser i (30) til Jan at forsøket på å gi en forklaring ikke har gitt ham noe klarhet i hvordan han har tenkt for å komme frem til løsningen han har fått. Han refererer her ikke lenger til divisoren 7, men på resonnementet som helhet. Det Jan kommer med blir ikke avvist, men metoden er ikke selvfølgelig og derfor ikke lett å legitimere på stående fot. Bjørn spør derfor hva svaret til Jan ble, som en test for å sjekke om metoden har noe for seg. Jan har tydeligvis ikke kommet lenger enn  $16 + 16 + 16/7$  i sin egen løsning og trenger derfor litt tid på å finne denne summen. Bjørns fokus på verdien 7 i dialogen med Jan kan ses på et forsøk på å diagnostisere Jans resonnement. For å gi støtte til eleven, vil det være nødvendig at læreren innstiller seg til elevens perspektiv i dialogen (Van de Pol et al., 2010). Bjørn kan kanskje se logikken i Jans videre arbeid, men trenger at Jan forteller ham hvordan han kom frem til å bruke verdien 7 som er startpunktet for den videre løsningen. En annen funksjon dette fokuset kan ha, er å gjøre et forsøk på å la Jan bli klar over strategien han brukte for å løse problemet. Tidligere i løsningsprosessen møtte han kommet til et punkt hvor han har hatt problemer med å komme seg videre, da han endte opp med verdien 0,57. Det kan være lærerikt å reflektere over hva som han gjorde for å komme

seg videre fra dette punktet (Mason & Davis, 1991). Bjørns tilbakemelding knyttet til hvordan Jan kom frem til å bruke verdien 7 handler derfor ikke bare om å gi læreren innsikt i strategien Jan bruker, men vil også være viktig at Jan selv blir klar over.

Etter denne sekvensen avrunder Bjørn arbeidsøkten og går over i en plenumsgjennomgang av oppgaven. I gjennomgangen kommer det først frem en mer konvensjonell løsningsmetode uttrykt som  $60 \cdot 16/28$ . Jan, som har gitt uttrykk for at han fikk samme svar som denne metoden gir, får så anledning til å presentere sin løsningsmetode. I dette resonnementet har han med at  $28/7 + 28 + 28$  til sammen ble 60, uten at han videre gjør greie for hvilken betydning verdien 60 har løsningen. Bjørn gjør et forsøk på å skrive opp Jan sin metode på tavlen for å vise for resten av klassen hvordan resonnementet til Jan gikk. Videre følger vi hvordan Bjørn gir tilbakemelding til Jan på metoden han benyttet seg av. På tavlen er metoden presenter på følgende måte:

$\frac{16}{7}$	$\frac{28}{7}$	$+ 28 + 28$	$60$
$2,28 + 16 + 16$	$= 34,28$		

**Figur 2:** Skissering av tavlen etter endt gjennomgang

93. Bjørn: Du deler på 7 så fikk han et tall. Når han plusset på 28 to ganger så fikk han 60. Jeg vet ikke hvorfor han kom på det.

94. Kjell: Det hadde ikke jeg komt på.

95. Bjørn: Nei ikke jeg heller. Men han fikk 60. Han fikk det som gikk opp i 60 altså en time. Om du tok 60 dele på 28, jeg vet ikke hvordan du kom på det, men han fikk hvert fall et tall som gikk opp i 60. Og her hvorfor 60 (Setter en firkant rundt 60) jo, det er en time. Det er en time. Så fant han ut, jo jeg må gjøre det samme med 16. Må dele på 7 og så plusse på 16 to ganger. (2s) Ehm, om det var litt flaks Jan-

96. Kjell: -Det tror jeg-

97. Bjørn: -Eller det var...(2s) veldig usikker.

98. Kjell: Jeg tror det var en mengde flaks.

99. Bjørn: Jeg synes det er fascinerende, men det som du må passe på Jan. Hadde det stått slik. 12 komma 3 kilometer (Skriver dette på tavlen) på, på 27 komma 3 minutt. Da er jeg litt usikker på om du hadde fått det til.

Sist Bjørn skulle gi Jan tilbakemelding på metoden han hadde brukt, sa han i (30) at han ikke hang med på resonnementet hans. Tiden etter det har gått til plenumsgjennomgang, men Bjørn har fått brukt denne tiden hvor Jan igjen har fått gått gjennom løsningen sin til å sette seg inn i hvordan Jans resonnement kan være legitimt. I oppsummeringen trekker han frem hvordan han brukte 7 som divisor for å få en kvotient som summert med 2 ganger 28 gav 60. Dette er den rekkefølgen Jan selv brukte da han la frem sin metode i plenum og ulikt slik han først presenterte den for Jan da han begynte med 16 delt på 7. Det er også denne rekkefølgen som gir mening til at 7 er brukt som divisor da den gir en sum på 60, tilsvarende en time. Videre viser Bjørn (93) at han ikke har noe dypere innsikt i denne metoden til å si hvordan den utføres før du har opplysningen at den virker hvis du bruker tallet 7 som divisor. Siden dette er Jans metode legger han dette frem som at han ikke vet hvorfor Jan kom frem til dette. Kjell som selv ikke kom frem til noen løsning på problemet, men allikevel har vært kritisk til Jan gir uttrykk for (94) noe som både kan tolkes som kritikk for den ukonvensjonelle metoden Jan har brukt, men er trolig kreditt til Jans kreativitet ettersom stemmeleie han brukte i denne uttalelsen er mildere enn i tidligere uttalelser og de etterfølgende (96, 98). Læreren har før denne sekvensen allerede kreditert Jan for at løsningsmetoden hans er kreativ. I (95) ytrer Bjørn seg også om at denne metoden ikke er noe han selv hadde kommet frem til. Dette kan også tolkes tvetydig som en kreditt for kreativ tenking og for å vise at det ikke er en konvensjonell metode å bruke, og at han derfor selv benytter seg av en annen metode. I lærerens tilfelle kan imidlertid meningen med ytringen være begge disse da det nødvendigvis ikke vil være et paradoks da læreren i intervjuet fortalte at han ønsker at elevene er kreative i løsningen av problemer, men også er tydelig på at ulike måter å løse oppgaver ikke er like gode når det kommer til effektivitet.

Videre i (95) bygger Bjørn på Jans diskurs med å trekke inn det som Jan har brukt implisitt i diskursen til nå. Han gjør det tydelig for resten av klassen, men kanskje spesielt til Jan at verdien 60 i denne konteksten tilsvarer 1 time da den her er gitt i minutter. Grunnen til at Jans metode virker er at den kommer frem til hvor mange ganger 28 minutter går opp i en time og at samme antall ganger vil bli syklet 16 kilometer. Det som gjør presiseringen av likheten mellom 60 og en time, er at den legitimerer at Jan brukte tallet 7 som divisor, noe Jan selv har



slitt med å uttrykke (27) og (29) i tillegg til at han ikke nevnte dette i plenumsfremleggingen sin. Selv om Bjørn har hatt utfordringer med å få oversikt over Jans metode, klarer han å tydeliggjøre for Jan hvordan hans eget resonnement er bygd opp. Etter gjennomgangen gir Bjørn en evaluering av metoden som helhet ved å stille spørsmålsteget (95, 97) ved om den i det hele tatt var et produkt av et slumpetreff eller ikke. I tillegg gir Bjørn en viktig tilbakemelding rundt anvendelsen til metoden i (99). Hvis verdiene ikke gjør det mulig å finne en enkel divisor for å summere seg opp til 60 vil denne metoden være mye mer tidkrevende i tillegg til at restverdien i  $60/x$  vil også kreve en mer raffinert metode enn det Jan senere viste seg å bruke.

Når Bjørn velger å trekke inn Jans metode i plenumsgjennomgangen, vil diskursen Jan bruker for å løse dette problemet bli presentert for hele klassen. Denne diskursen får dermed mulighet til å bli en del av klassens matematikkdiskurs og ikke bare noe som Jan og Bjørn har del i. Det kan hende at andre elever også var klar over metoden, men med å bruke denne og vurdere metoden som legitim for resten av klassen, inviterer Bjørn andre elever inn i en bruk av narrativ på en måte det er grunn til å tro at elever i klassen ikke allerede kjenner til. Ved invitasjon inn i nye diskurser vil det ikke være automatikk i at elevene godtar denne invitasjonen (Sfard, 2010). Bjørn advarer også for bruk av Jans metode da han viser til et eksempel på når den vil være svært utfordrende å bruke. Selv om gjennomgangen som blir gjort for klassen ikke er like fullstendig som resonnementet gitt i starten av dette delkapittelet, viser den hvordan utvidelse av en brøk kan være en metode for å komme frem til en løsning på et problem. Ved å presentere dette for klassen gir Bjørn også kredit til Jan for å tenke kreativt, i tillegg til at klassen blir mint på at det finnes ulike fremgangsmåter for å komme til en løsning, og at matematikk, med andre ord det å løse matematiske problemer, derfor ikke handler om å huske den mest effektive løsningsmetoden, så mye som det å faktisk være en god problemløser (Schoenfeld, 1992).

Etter timen ble denne korte samtalen mellom Jan og Bjørn tatt opp. Her viser Jan at han selv ikke hadde tatt for gitt at han skulle finne en løsning på problemet.

122. Jan: Den ene oppgaven der imponerte neste meg selv.

123. Bjørn: Ja, men hvordan fant du ut 7

124. Jan: Altså, jeg bare delte til jeg kom dit, jeg prøvde meg frem.

Det Jan sier om hvordan han oppfatter det han har gjort (122) må også ses i lys av plassen den ble viet i plenumsgjennomgangen og at det var få elever i klassen som fikk til denne oppgaven. Dette var ikke fordi de ikke visste om å dividere strekningen på tiden, men at Bjørn gav ulik grad av støtte til de ulike elevene i forhold til hvor mye han ledet dem inn på at den verdien de gav hvis de brukte den metoden gav dem en verdi med enheten kilometer i minuttet. Jan viser uansett at han føler at han har prestert bra med å gjøre oppgaven. Bjørn er i (123) fortsatt tydelig på hvor fokuset hans er i forhold til Jans metode. Divisoren 7 er fortsatt et mysterium for ham og er i denne sammenhengen en viktig del av løsningsmetoden da den ikke er kartlagt og Bjørn vil ha problem med å gi en tilbakemelding på hvordan Jan resonnerer i prosessen for å komme frem til løsningen han gjorde. Tilslutt avslører Jan sin metode (124) ved at han brukte prøving og feiling til å få en verdi han kunne bruke. Det ble ikke ytret mer om hva Jan mener med at han delte til han kom frem.

I intervjuet med læreren trakk Bjørn selv frem hvordan Jan hadde kommet frem sin løsning, og hvordan han forholdt seg til dette. Samtalen gikk i utgangspunktet på hvordan Bjørn brukte å gi tilbakemeldinger til elevene rettet mot deres løsningsstrategier. Her trakk Bjørn selv inn eksempelet med Jan.

48. Bjørn: [...] Det var en da vi regnet vei, fart, tid, da var det en som hadde en strategi, som jeg for så vidt skjønner, men jeg klarer ikke likevel henge med hvordan han løste den.

49. Intervjuer: Nei

50. Bjørn: Man han landet, han gjorde akkurat det samme på heldagsprøven. Han ganget seg opp til 60, og får den til, men det tar vanvittig lang tid. Men det var to hele tall, så det gikk opp i 60. Om det var flaks eller uflaks, jeg vet ikke. Men, sånn det er hans strategi, gjør det alltid. Og det er alle typer oppgaver. Han gjør det på forholdsoppgaver. Med oppskrift, du skal øke minke oppskriften, han gjør det alltid. Han ganger opp, og så skal han trekke fra like masse og så til slutt så treffer han det antallet han skal ha.

51. Intervjuer: Da har han hvert fall, har han litt mer kontroll på det han skal gjøre enn hvis han hadde brukt en sånn algoritme som han ikke kjente.

52. Bjørn: Ja, men klart jeg prøver å lære ham veien om 1. Altså vi bruker den om prosent, vi bruker den om alt, altså finn en prosent og så ganger vi det opp.

53. Intervjuer: Ja

54. Bjørn: Men han gjør ikke det. Men, så, ja (Slår ut med armene) funker for han, tar lang tid men.

Bjørn refererer (48) til situasjonen med Jan som er gjennomgått over, og peker på at den strategien Jan brukte er noe han selv forstår matematisk. Han gir likevel uttrykk for at hvordan Jan går frem når han bruker denne er noe Bjørn ikke føler at han klare å følge i samme grad. I episoden over så vi hvordan Bjørn forsøkte å få Jan til å gi uttrykk for hvordan han hadde kommet frem til å bruke 7 som divisor. Jan fortalte til slutt at han hadde funnet dette tallet med prøving og feiling. Bjørn gjengir i siste del av ytringen (50), Jans metode med at han i løsningen til slutt treffer det antallet han skal. Denne formuleringen kan være et uttrykk for at metoden i manglende grad har en plan som fører Jan frem til en løsning, men heller at Jan mer eller mindre tilfeldig til slutt ender opp med å ende opp med en korrekt løsning. At Bjørn har dette inntrykket underbygges ved at han også her stiller spørsmål om det var flaks som gjorde at Jan kom frem til løsningen. At Jan virker å bruke en slik metode så systematisk som han gjør og på tvers av ulike matematiske emner vil være et motargument mot at denne metoden baserer seg på flaks, men til gjengjeld viser ikke Jan at han er i stand til å uttrykke hvordan han går frem i sin metode. I starten av dette kapittelet er det vist til hvordan denne metoden kan forsvares matematisk, i tillegg tyder Bjørns ytringer (50, 54) på at dette er en metode Jan mestrer, og trekker ikke frem eksempler på at metoden har gitt Jan gal løsning.

Det Bjørn heller problematiserer er tidsbruken denne metoden har. På spørsmål om hvordan han ønsket å gi tilbakemeldinger til elever som Bjørn opplevde at var klar for utfordringer utenfor pensum, trakk han frem at han ved å lede dem inn på nye metoder likte å høre at de opplevde den nye metode for å være raskere. At dette med tidsbruk er noe Bjørn fokuserer på gir ikke dataene i denne studien svar på, men det kan både tolkes til at det tilhører en oppgavediskurs (Mellin-Olsen, 1996), alternativt kan det bak dette fokuset ligge en tanke om at elevene ved å ta i bruk mer effektive metoder, vil ha et større potensial for å bygge videre på disse igjen med ny lærdom. På spørsmål om hvordan Bjørn forholder seg til dilemmaet om

Jan burde bruke en ineffektiv metode han mestrer heller enn en algoritme som ikke er like innarbeidet (51), er han tydelig på at han ønsker å gi Jan videre læring i form av å innføre metoden om å gå veien om 1. Selv om han tydelig ytrer en intensjon om dette, viser han (54) likevel dilemmaet han står i som lærer da Jan allikevel har vist seg å velge å bruke sin egen, mer tidkrevende metode, og at dette faktisk er en metode han mestrer.

Episodene i dette delkapittelet viser hvordan Bjørn i et forsøk på å klare å følge Jans fremgangsmåte tar tak i et svakt punkt i Jans resonnement, hvor fikk han verdien 7 fra? Dette spørsmålet kan gjøre at Jan blir mer bevist på strategien han har brukt for å komme frem til en løsning. Det at Jan ikke kan gi et svar på dette kan tyde på at han har problemer med å forstå problemet, da han ikke på egenhånd er klarer å formulere intensjonen med å bruke dette tallet er å gå fra 28 minutter til en time. Øving i å forstå betydningen av innholdet i problemformuleringen og selv formulere dette kan derfor være nyttig for at Jan skal bli en bedre problemløser (Polya, 1945). Slik Bjørn beskriver Jans metode i intervjuet virker det ikke som om dette er en strategi som brukes når den er best passende, noe som kjennetegner bruken hos gode problemløsere (Schoenfeld, 1992). Metoden virker heller å være en default strategi som brukes selv om det finnes bedre metoder. Bjørn forteller at han ønsker å lære Jan nye metoder som kan være bedre å bruke i ulike tilfeller. Når læreren inviterer en elev inn i en ny diskurs slik Bjørn beskriver her, er det ikke alltid at eleven ønsker å ta del i denne nye diskursen (Sfard, 2010). Ofte oppleves elevens nåværende bruk av diskursen tilstrekkelig, og det kan være vanskelig å se fordelene med å bruke en alternativ diskurs da disse ikke vil bli åpenbart før eleven har valgt å delta i denne nye diskursen. Bjørn forsøker å peke på ulempen ved en slik bruk Jan nå har ved å vise til et eksempel hvor dette ikke vil være tilstrekkelig. Hvis Jan kunne fått oppleve dette selv ved å se at metoden hans vil være problematisk i et slikt tilfelle, kan det være at læreren vil ha et enda bedre grunnlag for å invitere Jan inn i nye diskurser.

#### **4.2.2 Nora gir tilbakemelding til lærer**

I oppgaven om å finne gjennomsnittshastigheten på sykkelturen var Nora og Lena raskt ute med å bruke metoden for regning med vei, fart og tid som de tidligere har brukt. Spørsmålet om å finne hastighet viste seg derfor å være en mer rutinemessig regneoperasjon for dem heller enn et problem. I svaret de får, møtte de imidlertid et problem da verdien (0,57) ikke virket korrekt med tanke på at den skulle gi hastigheten på en sykkeltur.

74. Nora: Om du kjører en halv kilometer i timen?

75. Bjørn: En halv kilometer i timen! Da kan du jo krype.

76. Nora: Ja det var liksom det.

77. Bjørn: Ja, det var liksom det

Jentene kommer ikke lenger enn til å få verdien 0,57 etter å dele oppgitt strekning på tid. Dialogen virker ikke å produsere nye ideer, og Nora gjør et forsøk (74) på å få tilbakemelding fra Bjørn som kan lede dem i retning av en riktig løsning. Hun stiller spørsmål om det de har kommet frem til er riktig løsning, men på grunn av det de har snakket om før dette og det Nora ytrer i (76) er dette trolig ikke et svar hun selv har tro på at er riktig. Bjørn som før denne situasjonen har snakket med andre elever og derfor trolig ikke hører forslaget for første gang, reagerer allikevel overrasket (75) over forslaget til Nora. Dette kan tolkes som en form for skuespill for å kommunisere til Nora at dette forslaget aldri kan stemme og viser til at en slik hastighet er noe man forbinder med noe helt annet enn sykling. Nora uttrykker (76) at hun er klar over at denne hastigheten ikke er noe hun kjente seg igjen i denne situasjonen, hvorpå Bjørn velger (77) å spille ballen tilbake til Nora med å gjenta det Nora selv sa og ikke gi noe videre tilbakemelding om selve problemet. I intervjuet trekker Bjørn frem at han i tilbakemeldingene sine til elevene ønsker å gjøre dem bevisste på spørsmålet om tallene de får i svaret virker fornuftige. I denne episoden viser Bjørn til dette ved å stille spørsmålsteget med om det er rimelig at han sykler en halv kilometer i timen. Jentene blir etter dette gitt å selv å finne ut hva problemet er og hvorfor de ikke kommer frem til en korrekt løsning selv om de bruker en legitim metode.

I det jentene kommer inn på spørsmålet om enheten svaret deres har oppdager de at 0,57 er verdi for antall kilometer i minuttet. De får kontakt med Bjørn som bekrefter dette og presiserer at han ønsker at svaret skal oppgis i km/t eller m/s. Nora reagerer på dette og gir ved to tilfeller uttrykk for at dette er noe Bjørn burde ha sagt tidligere. Sekvensen under er hentet ut like etter at en elev i klasserommet kommer med et forslag til løsning som ikke kunne tydes i opptaket.

131. Bjørn: Ja, men jeg vil ikke vite kilometer i minuttet.

132. Lena: Da må vi gang-

133. Nora: -Ja, men det er jo det du spør etter!

134. Bjørn: Nei, jeg...

135. Lena: Ja men hvis man gjør om spørsmålet.

136. Bjørn: Men jeg vil, sorry, jeg vil vite det i kilometer i timen eller meter per sekund.

137. Lena: Da må du gange, da må du gange med 100 da.

138. Nora: Må du ikke gange med 60 da?

Elevene har arbeidet med oppgaven i ca. 8 minutter og Bjørns respons på forslag (131) vil være en naturlig respons på et forslag av typen 0,57 kilometer i minuttet. Dette kan ikke sies med sikkerhet ut i fra opptaket, men responsen er uansett rettet mot et svar oppgitt i km/min. Sammenligner vi denne ytringen fra Bjørn med den tilbakemeldingen han gav Nora (75), er denne i større grad tydelig ved å peke i retning av hva målet med oppgaven er, heller en å bare være en bakover rettet tilbakemelding som avviser svaret som feil. Der Bjørn tidligere viste til hvorfor et forslag ikke kunne være riktig, sier han nå hva det er han ønsker at løsningen skal inneholde. Etter å ha fått tid til å diagnostisere elever ved å høre forslag de kommer med, øker Bjørn dermed støtten han gir ved å rette fokus hos elevene. Lena reagerer ikke (132) på denne ytringen, som ikke er relevant for henne og Nora da de allerede har fått klargjort spørsmålet om enheter, og forsøker heller å komme med et forslag til hvordan de må fortsette i arbeidet. Hun blir avbrutt, men det hun hadde planer om å si har trolig sammenheng med det hun ytrer i (137). Nora fortsetter i stedet med å kritisere Bjørn (133) for at han ikke godtar en løsning oppgitt i km/min. Når hun påstår at det er denne benevnningen Bjørn spør etter, kan ikke dette komme av noe Bjørn har sagt tidligere i timen. I det elevene var i ferd med å starte på løsningen gav han en fellesbeskjed om at han ønsket at svaret skulle oppgis i km/t eventuelt m/s, og har ikke ytret seg om at han ønsker noe annet enn dette.

Noras påstand kommer derfor trolig av hvordan hun har forstått oppgaveteksten. Det er trolig slik Lena også oppfatter dette da hun forslår (135) at de gjør om på oppgaven for at Nora skal akseptere at svaret skal oppgis i km/t. Bjørn virker først litt satt ut (134) over at Nora igjen er så krass i sin kritikk av problemet de er blitt gitt, men gjør ikke noe forsøk på å gå i konflikt med Nora. Han velger (137) heller å beklage og igjen presisere hva han er ute etter i løsningen. Lena gjør igjen et forsøk på å komme med et forslag for (137) en metode for å gjøre om verdien de har fra km/min til km/t. Nora er ikke enig og gir et alternativt forslag

hvor du multipliserer med 60 i stedet for 100. Etter dette følger jentene Noras forslag og kommer frem til løsningen. Jentene gjør ikke noen videre refleksjoner rundt spørsmålet om enheter eller hvorfor det vil være riktig å multiplisere med 60 og ikke 100 i omgjøringen fra km/min til km/t. Når de kommer frem til svaret 34,2 km/t konkluderer Nora med å si greit og søker ikke en bekreftelse fra Bjørn om at dette svaret er korrekt.

For begge jentene virket metoden for å finne et uttrykk for hastigheten ved hjelp av strekning og tid rutinemessig. Nora virker også å ha kontroll på hvordan hun gjør om fra km/min til km/t. Relasjonen mellom disse to diskursive rutinene i en større matematisk sammenheng er imidlertid noe jentene hadde problemer med å se. Selv etter at Bjørn i dialogen tydeliggjør denne, er Nora mer opptatt av å forsvare den løsningen de først kom frem til, ved å kritisere formuleringen av problemet. At Nora er så kritisk til Bjørn kan tolkes til et spørsmål om hvordan Bjørn gav tilbakemelding tidligere i timen, og at hun selv oppfatter at hun og Lena ikke hadde hatt like store vansker hvis Bjørn tidligere hadde tydeliggjort hvilke enheter som var legitime å oppgi i besvarelsen. Forslaget Nora kom (74) med tyder imidlertid på at hun fortsatt hadde problemer med å bruke enhetene som oppgis i oppgaveteksten. At hun leser verdien som km/t tyder heller på at hun bruker verdien instrumentelt i beregningen for så å tolke svaret som en verdi oppgitt i km/t på grunn av at dette er det som er vanlig i denne typen oppgaver.

At Bjørn velger å holde igjen støtte til jentene i denne løsningsprosessen gir dermed mulighet for at jentene selv må arbeide med å bli klar over de realiseringene som er mulig å knytte til verdiene i oppgaveteksten, som her vil være kilometer og minutter. Dette virker ikke som noe de har erfaring med å gjøre da Nora trolig av ren rutine bruker kilometer i timen som enhet på den første hastigheten de kommer frem til. En dyktig problemløser vet når han skal bruke ulike metoder i løsningsprosessen (Schoenfeld, 1992). Selv om Bjørn til slutt gav elevene hint om dette, fikk jentene i sin løsningsprosess på egenhånd mulighet til å komme frem til dette da de fant ut av det før læreren begynte å opplyse om det. Jentene blir dermed nødt til å se sammenhengen mellom å beregne hastighet og å gjøre denne om, to rutiner de virker å se separat fra hverandre i utgangspunktet. Når læreren fungerer som et stillas for elevene, vil dette være en kumulativ prosess (Smit et al., 2013). Når Bjørn først gir tilbakemelding til Nora (75), har han på forhånd kjennskap til jentenes kompetanse knyttet til dette problemet. Noras forslag til løsning (138) viser hvor rutinepreget problemet vil være for henne hvis hun hadde blitt opplyst om å se på enhetene i problemet tidligere. At Bjørn velger å holde igjen

det å gi tilbakemelding vil derfor være en del av hans støttende rolle i elevenes læring da det er nødvendig å holde denne igjen for at problemet skal befinne seg i Noras nærmeste utviklingszone heller en at det får en form som Nora allerede er kompetent til å løse.

### 4.3 Oppsummering av observasjonsresultater

For å strukturere funnene i kapittelet, har jeg valgt å sette disse inn i en tabell. Tabellen gir en oversikt over tilbakemeldingene som er blitt identifisert i analysen, og situasjonen som ledet opp mot tilbakemeldingen og hvilken informasjon tilbakemeldingen gir mottaker. I kolonnen som oppsummerer informasjonen som gis i tilbakemeldingene, er denne blitt kategorisert etter hvilket av de tre spørsmålene Hattie og Timperley (2007) knytter til effektiv tilbakemelding. Det er ikke nødvendigvis gitt at tilbakemeldingene kun faller innenfor en av de tre kategoriene, da de i noen tilfeller kan tolkes til å havne i flere av kategoriene. I slike tilfeller er de blitt kategorisert etter hvilket spørsmål det i størst grad relaterer seg til. Det vil her brukes følgende koding: (I) Hvor skal jeg? (II) Hvordan gjør jeg det nå? (III) Hvor går veien videre?

Episode	Situasjon	Tilbakemeldingen	Hva gir tilbakemeldingen svar på.
4.1.1. Tilbakemelding til Nora	- Nora ønsker å finne nøyaktig skjæringspunkt.	- Bjørn omformulerer Noras spørsmål, og bruker etterpå begrepet skjæringspunkt	- Nora får en tilbakemelding på nåværende formulering (II), ved at Bjørn omformulerer og bruker et mer presis begrep.
	- Nora tolker skjæringspunktet	- Bjørn stiller spørsmål som er relevante for tolkningen av punktet.	- Spørsmålene er rettet fremover (III) i løsningsprosessen ved at når Nora gir et svar, er neste spørsmål relevant i forhold til hvordan hun skal bruke denne informasjonen videre. Bjørn presenterer en alternativ metode (II) og er behjelpelig i en grad slik at han ikke styrer Nora, men heller fokuserer hennes arbeid for så å trekke seg tilbake og la Nora selv ta ansvar for videre arbeid.
	- Nora kommer med forslag til videre fremgangsmåte	- Bjørn aviser denne og gir Nora sitt eget narrativ	- Bjørn gir tydelig svar på at fremgangsmåten ikke omhandler regning (II), og gir heller Nora støtte i å heller se av grafene hva svaret blir (III)
	- Nora fortsetter med å spørre om	- Bjørn omformulerer dette og velger å heller	- Omformuleringen er en presiserende raffinering av Noras spørsmål (II), videre



	neste steg i løsningsprosessen	gi Nora en videre utfordring enn å støtte henne i dette.	overfør Bjørn ansvar til Nora ved å peke på veien videre (III)
4.1.2. Nora veileder Lena	- Lena spør Nora om hvordan hun bruker verktøyet skjæring mellom punkter.	- Nora beskriver i detalj hvordan verktøyet brukes.	- Nora forteller Lena hvor verktøyet er (II) for så å fortelle hvor hun skal bruke verktøyet (III).
	- Lena spør Nora «er dette midt på» spørsmål er trolig knyttet til et krysningspunkt.	- Nora gjennomgår løsningen av problemet.	- Nora tydeliggjør målet med aktiviteten for Lena (I), i stedet for å la Lena ta del i aktiviteten (III). Samme form for tilbakemelding blir gitt igjen senere når Nora blir bedt om å forklare på ny.
	- Lena spør om hvor verdien 527 skal tolkes i koordinatsystemet.	- Når Nora oppdager at Lena har en annen realisasjon av verdien 527 enn henne, går hun mer grunnleggende til verks og forteller Lena hvilke realisasjoner de ulike aksene kan gi.	- Nora gir tilbakemelding på Lenas forslag ved å korrigere det og klargjøre premissene for grafene i koordinatsystemet (II).
4.1.3. Lena rettleder Nora	- Nora oppfatter en oppgaveformulering som paradoksal	- Lena oppfatter ikke at formuleringen er paradoksal og fokuserer heller på hvordan problemet skal forstås.	- I dialogen med Lena som kommer med forslag til hva de skal gjøre for å løse problemet (III). I dialogen løses paradokset Nora oppfatter.
4.2.1. Tilbakemelding til Jan	- Jan har kommet frem til en løsning på problemet.	- Bjørn er kritisk til metoden Jan har brukt, og beskylder Jan for å ikke ha grunnlag for å gjøre det han har gjort	- Bjørn setter i tvil om Jan har kommet frem til en korrekt løsning (II), noe som får til Jan å argumentere for at metoden han har brukt er riktig. Og at han har løst problemet. Jan blir så bedt om å komme med et løsningssvar (III), som grunnlag for vurdering av korrektheten (II)
	- Bjørn forklarer egen forståelse av Jans metode i plenum for klassen	- Bjørn gir Jan kredit for å ha vært kreativ i løsningsmetoden, og anerkjenner metoden som legitim.	- Bjørn gir en mer strukturert gjennomgang av Jans egen metode, og kan derfor hjelpe Jan med å resonere og uttrykke hvorfor metoden matematisk vurderes som legitim (II). I tillegg viser Bjørn for klassen at målet ikke nødvendigvis er å finne den «korrekte»

			metode, men at det ofte er ulike muligheter for å nå målet (I).
	- Bjørn gir Jan en vurdering av metoden Jan har brukt.	- Bjørn gjør Jan, og resten av klassen oppmerksom på tilfeller hvor metoden ikke vil være like effektiv som i dette tilfellet.	- Bjørn legger et premiss for når metoden kan være hensiktsmessig å bruke (II) ved å akseptere metoden, men peker på en svakhet med metoden. Det vil derfor være nødvendig å lære metoder som er anvendbare også i slike situasjoner (III). Et implisitt mål kan oppfattes som at det er viktig å kunne ha kompetanse i bruk av ulike metoder, og kunne bruke disse når dette er hensiktsmessig (I)
4.2.2. Nora gir tilbakemelding til lærer om oppgaven	- Nora etterspør en tilbakemelding fra Bjørn om verdien hun har kommet frem til.	- Bjørn vurderer hastigheten som Nora foreslår, som urealistisk, for så å la henne sitte igjen uten videre tilbakemelding.	- Bjørn gir en respons på hvor Nora nå er (II), men holder tilbake informasjon om hva suksesskriteriet for løsningsvaret er (I) og hvordan hun skal gå videre (III).
	- Bjørn begynner å gi tydeligere tilbakemeldinger til klassen at verdien må gjøres om fra km/min til km/t.	- Nora kritiserer Bjørn for å ikke ha kommet med denne informasjonen tidligere.	- Kritikken er rettet bakover mot at Bjørn ikke har gitt en god nok tilbakemelding (II) av hva målet med aktiviteten er (I). Nora virker å gi uttrykk for at hun selv mener å ha kunnet gjennomført problemet hvis hun hadde fått mulighet til å få premissene (I) for problemet tydeliggjort av Bjørn.
	- Jentene har blitt bevist på enhetene.	- Bjørn står på at svaret skal oppgis i km/t eller m/s.	- Når det blir tydelig hva problemet etterspør en omgjøring av den opprinnelige hastigheten (I), får problemet en mer rutineformet preg for Nora.

## 5.1 Lærerens oppfatning av egne tilbakemeldinger

Etter endt observasjonsperiode ble Bjørn intervjuet om hvordan han selv oppfattet undervisningen i de foregående observasjonstidene. I tillegg inneholdt intervjuet spørsmål knyttet til Bjørns tanker om undervisning og læring. Disse spørsmålene var særlig rettet inn mot arbeid med problemløsning og tilbakemeldinger han gav til elever. I dette kapittel presenteres 2 sekvenser fra intervjuet hvor Bjørn uttrykker seg om dette.

### 5.1.1 Lærerens tanker om å hvordan tilbakemeldinger kan gis

Intervjuet som ble gjort etter endt observasjon startet uformelt med en samtale hvor intervjuer selv fortalte om en erfaring hvor han synes det var problematisk å gi tilbakemeldinger til elever som arbeidet med enkle oppgaver knyttet til utregning. Dette kan trolig ha vært med å påvirke det Bjørn sier i denne sekvensen. Videre har Bjørn fått spørsmål om hvordan han selv bruker problemløsning i egen undervisning, og hvordan han opplever at det har innvirkning på elevenes læring. Spørsmålet som stilles av intervjuer gjelder derfor arbeid med problemløsning i undervisningen.

87. Intervjuer: Opplever du at denne måten å jobbe med, gjør det lettere å gi tilbakemeldinger som er læringsfremmende og på hvilken måte?

88. Bjørn: Det er ingen tvil om at oppgaver som er sånn riktig galt er det vanskelig å gi gode tilbakemeldinger på. Enten så er det riktig, eller så er det galt. Det er sånn som med delingsalgoritmen eller multiplikasjonsalgoritmen for den saks skyld. Men klart på større oppgave så synes jeg det er lettere... Hvordan tenkte du for å komme dit, høres det fornuftig ut, ehm, det å koble inn litt sånn tankene rundt det, kan dette stemme. Det synes jeg er enklere på slike større oppgaver, altså ser dette riktig ut. For når elever får et vanvittig høyt tall, eller et vanvittig lavt tall, så er det sånn, nei dette kan ikke stemme. At de skjønner ut i fra oppgavetypen... Ta den bussturen sant, altså det var noen som fikk et utrolig høyt tall flere millioner, kan det st-, nei det kan ikke stemme. Altså de ser selv det er noe galt. Men hadde det bare vært noen tall, ikke noe tekst rundt oppgaven, så kunne de godt akseptert svaret for de har ikke noe forhold til det. Så det liker jeg med den typen oppgave at det, det er, det er noe riktig, altså det er en sunn fornuft i oppgaven.

Formuleringen til intervjuer kan være ledende da den kan gi inntrykk av at et korrekt svar på spørsmålet vil være at arbeid med problemløsning gjør det enklere for læreren å gi tilbakemeldinger til elevene. På grunn av struktureringen av intervjuet fungerte dette på

mange måter som en samtale mellom intervjuer og Bjørn, og spørsmålet er formulert av intervjuer på bakgrunn av hans inntrykk av Bjørn. Siden Bjørn allerede har gitt uttrykk for at han selv liker å bruke problemløsningsoppgaver i undervisningen, vil ikke spørsmålet derfor være så ledende som det kan gi inntrykk av å være.

Det Bjørn innleder med bør ses i sammenheng med at det tidligere i intervjuet har blitt problematisert hvordan en som lærer kan gi tilbakemeldinger til elever utover det å kommentere feil eller bekrefte at det er riktig. Som eksempel på dette trekker Bjørn inn algoritmer som kan forbindes med en gitt metode elevene læres å bruke og derfor innebærer en mer mekanisk form for matematikkunnskap. Bjørn bruker ikke selv begrepet problemløsningsoppgaver, men omtaler oppgavetyper han synes er lettere å arbeide med for å gi tilbakemelding for «større oppgaver». Hva som ligger i dette blir ikke definert, men i utdraget; «men hadde det bare vært noen tall, ikke noe tekst rundt oppgaven» viser han til at slike oppgaver er kontekstualisert med tekst i motsetning til utregningsoppgaver. Det Bjørn trekker frem som hva han selv opplever med kontekstualiserte oppgaver, er at de er fornuftige og at dette kan relateres til riktigheten av svaret. Dette blir eksemplifisert med funksjonsoppgaven med ulike busselskap hvor en løsning med verdi på flere millioner ikke kan være riktig. Elevene vil selv kunne se dette hvis de har et forhold til hva disse verdiene innebærer, og stoler på at oppgaven tar i bruk verdier som stemmer overens med virkelige verdier. I starten av Bjørns presentasjon av funksjonsoppgaven sa han til elevene at han ikke hadde fått sjekket om prisene var reelle. At elevene skal kunne ha et forhold til problemet som noe mer enn bare tall synes å være viktig for Bjørn.

Ved at oppgaven er kontekstualisert får Bjørn i tilbakemeldingene mulighet til å la elevene selv vurdere svaret de kommer frem til. «Høres det fornuftig ut?» og «Kan dette stemme?» er eksempler på spørsmål som han gir uttrykk for at han ønsker å kunne gi elevene. I kontrast til å gi elevene vurdering i forhold til om en løsning er korrekt eller ikke, er disse spørsmålene rettet mot elevenes egne vurderinger, og krever dermed at elevene kobler «inn litt sånn tankene rundt det». Tilbakemeldingene er rettet bakover ved at de er rettet mot å vurdere arbeidet opp mot en standard (Hattie & Timperley, 2007). Standarden vil i dette tilfelle være hva en kan forvente som svar i oppgavekonteksten. Tilbakemelding etterspør elevenes egne refleksjoner og tanker om problemet de har arbeidet med. Det er også i større grad enn en endelig vurdering fra læreren en invitasjon til dialog om det gitte problem, da elevene blir gitt rom for å ytre seg om hva de selv tenker utover det å bare gjengi hva de har gjort.

Spørsmålene vil derfor rette seg inn mot at elevene monitorerer egen løsningsprosess, noe som vil være nødvendig for å utvikle kompetanse som problemløser (Schoenfeld, 1992). Bjørn gir også eksempel på hvordan han kan spørre mer eksplisitt om at elevene uttrykker sine tanker med «Hvordan tenkte du for å komme dit?». Denne typen spørsmålsformulering er imidlertid mer generell da den også kan brukes i forbindelse med enklere utregningsoppgaver.

I et diskursivt perspektiv kan spørsmål knyttet til hvordan elever oppfatter et svar i forhold til hva som kan forventes i et reelt problem, være en metode for vise elevene at den matematiske diskursen kan brukes i en større kontekst enn i matematikkundervisningen. I at elevene må bruke fornuft, slik Bjørn legger opp til, kan det ligge mer enn bare det at elevene må tenke seg om. Når elevene oppfordres til å se på konteksten rundt problemet, blir de også invitert til å utvide sin matematiske diskurs (Sfard, 2010). Elever kan også bli klar over sammenhenger mellom en hverdagsmatematisk og en skolematematisk diskurs, da de gjennom spørsmål blir oppfordret til å bruke den matematiske diskursen knyttet opp mot hva som er rimelig å anta, noe som kan være mer naturlig å gjøre i forbindelse med reelle problemer fra hverdagen utenom skolen.

### **5.1.2 Forholdet mellom tilbakemeldinger og undervisning**

På spørsmål om hvordan Bjørn oppfattet at observasjonstimene var i samsvar med hans tidligere erfaringer, reflekterte han om hvordan han kan gi tilbakemeldinger til elevene og hvordan måten elevene arbeider på har betydning for de tilbakemeldingene han gir.

104. Bjørn: Klart, det som jeg kanskje tenkte på i ettertid er det der hvordan gir vi tilbakemeldinger som er læringsfremmende, altså hvordan kan du hjelpe å løfte elevene fremover ved hjelp av de tilbakemeldingene du gir. En tilbakemelding kan slakte, nei det fikk du ikke til, ferdig. Eller du kan hinte litt slik at du gidder å jobbe videre, eller hinte så mye at oppgaven ble løst og så ble det ikke hjelp likevel. Og det å treffe der det synes jeg er viktig. Det som er ulempen med det å sette to og tre og fire elever i lag, det er at det er veldig ofte en elev som løser oppgaven. Og når jeg kommer og skal hinte eller hjelpe eller et eller annet, to av elevene skjønner ikke hva jeg snakker om, en kan det så den gidder ikke å følge med og den siste lærte kanskje litt. Det synes jeg er ulempen av å sitte gruppe med elever og jobbe i lag. Hvis jeg kommer inn. Hvis to og to elever sitter, så synes jeg det er bedre. Uten at jeg, bare kanskje at jeg hører på, og hjelper dem å formulere det de prøver å si. Men da, bare den eleven som forteller, har da læring fordi han repeterer for seg selv, bare ved å høre det, altså han må kunne det for å undervise. Og den eleven som blir undervist lærer av en som er

likesinnet, som han gidder å lytte til. Både i form av respekt fordi dette er en kompis venninne, og at elevene forteller det på en måte som de skjønner. Så det bruker jeg veldig mye. Der er jeg mer og mer observatør i samtalen. For der, tenk deg slike små hint i samtalen, og det synes jeg er spennende.

I denne ytringen gir Bjørn et innblikk i hvordan han tenker om læringsfremmende tilbakemeldinger sett i lys av hvordan elevene arbeider sammen i undervisningen. Bjørn omtaler læringsfremmende tilbakemeldinger som tilbakemeldinger som gis for «å løfte elevene fremover». Fremover virker her å være knyttet til de ulike matematiske problemene elevene møter i klasserommet. Når han videre i ytringen eksemplifiserer ulike tilbakemeldinger, brukes tilbakemeldingene som respons på elevers arbeid med oppgaver. Måten Bjørn i ytringen knyttet tilbakemeldinger opp mot elevenes oppgaveløsning, kan relateres til metaforen om lærers rolle som stillas i elevenes læring. I møte med et problem kan det være nødvendig å få en midlertidig støtte av en mer kompetent annen (Bakker et al., 2015). Hvordan denne mer kompetente andre kan gi slik støtte, blir eksemplifisert i Bjørns ytring i tillegg blir det vist til fallgruver på begge sider som er nødvendig å unngå for at elevene skal lære av arbeidet. Å slakte vil være å ikke gi støtte til eleven i det hele tatt, men kun påpeke at eleven har gjort feil. På den andre siden kan den støtten som gis bli så mye, at elevene selv blir fratatt ansvaret for problemet, slik at det løses bare på grunn av støtten som ble gitt uten at elevene selv fikk ta del i selve problemet, eller at problemet som eleven står igjen med å løse er uten det opprinnelige matematiske innholdet (Bauersfeld, 1988). Bjørn ønsker å gi elevene hint for at de, slik han omtaler det, «gidder å jobbe videre». Når han bruker omtalen gidder er dette en indikasjon på at han relaterer tilbakemeldinger som skal støtte elevenes arbeid med problemer, til elevenes motivasjon for å arbeide videre. Det kan derfor være snevert å se på rollen som en tilbakemelding har bare med tanke på informasjon den kan gi slik at elevene er i stand til å løse problemet.

Slik Bjørn formulerer det, virker det å også være viktig å gi tilbakemeldinger som gjør at elevene opplever det som meningsfullt å fortsette arbeidet. For at arbeidet skal være meningsfullt vil det være naturlig at elevene har tro på at arbeidet de gjør, på en eller annen måte, fører frem (Bandura, 1993). Slik Bjørn videre skisserer scenarioet om å gi tilbakemelding til en gruppe av 4 elever, kan det virke som at det å gi elever motivasjon for videre arbeid relateres til elevenes proksimale utviklingszone. Det Bjørn kommer med inn i

dialogen kan være utenfor elevenes utviklingszone eller noe elevene allerede kan fra før. I begge tilfeller vil etter det Bjørn sier, elevene få mindre motivasjon til å følge med.

Bjørn har tidligere gitt uttrykk for at han ønsker at elevene skal samarbeide i matematikkfaget. At elevene arbeider i en form for grupper virker derfor ønskelig, men i ytringen over peker Bjørn på utfordringen denne arbeidsformen gir ham som lærer når han skal gi elevene tilbakemeldinger. Han trekker frem at parsamarbeid er noe han foretrekker heller enn samarbeid i større grupper. Dette kan ses i sammenheng med det han tidligere har problematisert i forhold til at nivået på tilbakemeldingene ikke er like lett å treffe på i en større gruppe. Et annet moment med parsamarbeidet, er dynamikken i dialogen mellom to elever som Bjørn peker på her. I dialogen kan en elev få rollen som lærer og må formulere matematisk mening på en forståelig måte til motparten som på sin side kan få en mulighet for tilrettelagt undervisning. Dialogen vil her fungere som et verktøy og resultat, ved at læring blir distribuert mellom deltakerne og at disse får øving i tilpasse seg hverandres resonering ved å uttrykke seg matematisk til hverandre (Hunter, 2012). Det blir ikke ytret noe om hvordan denne dynamikken skiller seg fra den i større grupper, men at Bjørn trekker frem mulighetene som ligger i at elevenes dialog med å vise til parsamarbeid, kan tyde på at han har best erfaring med hvordan elevene samarbeider når de sitter sammen to og to.

Hvordan elevdialogen gir mulighet til å gi gode tilbakemeldinger trekkes også frem i det Bjørn sier. Eksempel på støtte han bruker, er at han hører på elevenes samtale og hjelper dem med å formulere seg. I siste del av ytringen forteller han også at i elevenes undervisning av hverandre, vil han selv bli mer en observatør, og trekker inn små hint som det han ønsker å bidra med i dette. Elevene vil således få bakover og fremover rettet tilbakemelding ved at de får korreksjoner på formuleringene sine, for så å bli gitt en retning i videre løsningsprosess gjennom hint (Hattie & Timperley, 2007). Bjørn relaterer det å lytte til elevenes dialog med tilbakemeldinger han ønsker å gi. Dette samsvarer med stillasmodellen for hvordan læreren kan bidra med støtte av elevenes læring. Læreren bruker tid på å diagnostisere elevene gjennom dialogen de fører, for å kunne gi støtte tilpasset den enkelte elev eller elevgruppe (Van de Pol et al. 2010).

## **5.2 Elevenes oppfatninger av tilbakemeldinger**

### **5.2.1 Timing på tilbakemeldingen**

I intervjuet etter endt observasjon ble Nora og Lena spurt om hvordan de selv hadde opplevd undervisningen de hadde vært gjennom i observasjonstimene. Begge hadde oppfatning av at

oppgavetyperne de hadde fått var av en slik karakter at de la opp til dialog. Å diskutere matematikk var noe de satte pris på, og argumenterte med at det gikk raskere å formulere seg muntlig enn skriftlig, og at det var godt å ha en annens perspektiv i møte med utfordrende problemer de ikke selv var i stand til å mestre alene. De trakk også frem at det var lettere for dem å fortsette å bruke tid på et problem de ikke fikk til å løse hvis de var flere om dette. Jentene forteller at Bjørn ofte gir dem hint når han hjelper dem, og eksemplifiserer med hvordan han oppfordrer dem til å se i en spesiell retning for å finne løsningen. I intervjuet var Nora den mest aktive, og tok ofte ordet først, hvorpå Lena som regel kom med kommentarer til det Nora sa. Elevene ble så spurt om hvordan de tilnærmet seg Bjørn i spørsmål når de ikke kom videre i løsningen av et problem.

179. Intervjuer: Når dere spør Bjørn har dere en ting dere spør om eller spør dere om hele oppgaven? Tenker dere ut spørsmål på forhånd?

180. Nora: Det er ikke slik at jeg tenker at nå skal jeg spørre ham om det og det. Men når han kommer bort så spør jeg ikke om liksom, hva er svaret på dette. Men hvordan kan vi gjøre det liksom.

181. Lena: Ja

182. Intervjuer: Mhm, forteller dere hva dere har tenkt på forhånd?

183. Nora: Ja (ser på Lena)

184. Lena: Av og til

185. Nora: Ja det er liksom hvis vi har komt litt inn i oppgaven, men ikke, hvis vi sitter fast liksom midt inni, så får vi ham ikke til å forklare liksom alt, men bare så langt som vi har komt.

Intervjuer ønsker å få et innblikk i hvordan elevene tilnærmer seg dialogen med læreren når de arbeider med problemer de selv ikke klarer på egenhånd (179). Spørsmålet er stilt i et forsøk på å få et innblikk i hvor beviste jentene er på hvordan de ønsker at Bjørn kan hjelpe dem. Nora avviser (180) at hun tenker over konkrete spørsmål som hun ønsker å stille. I stedet fokuserer hun på hva det er hun ønsker at læreren skal hjelpe henne med, gjennom at hun ønsker hjelp til å finne en metode for å løse problemet på, heller at Bjørn gir henne svaret på



problemet. Dette kan ses i sammenheng med det Nora sier (185) om å få tilbakemelding på en oppgave de har arbeidet med, men hvor de møter et problem de ikke klarer å finne ut av. Her peker hun på at hun ikke ønsker at Bjørn skal gi forklaring på problemet ut over det de allerede har kommet til. «bare så langt som vi har komt» kan både forstås som en gjennomgang av det de allerede har gjort, men også en rettleiding for videre løsning av problemet. At Bjørn ikke skal gi en forklaring på oppgaven som går ut over det som er nødvendig for at hun skal komme seg videre i løsningsprosessen virker uansett rimelig å anta.

Jentene samsvarer ikke (183,184) på spørsmålet om de forteller hva de har tenkt i forbindelse med spørsmål til Bjørn (182). Etter observasjonstimene og intervjuet å dømme, kan en grunn til dette være at Nora i større grad enn Lena er tidligere ute med å ytre seg og at Lena derfor ikke alltid får mulighet til å forklare hva hun selv har tenkt. I 4.1 vises en hendelse hvor det er Nora som stiller spørsmål til læreren, hvorpå Lena senere i timen stiller et lignende spørsmål til Nora. Datagrunnlaget i observasjonene er ikke godt nok til å si noe sikkert om dette, men kan allikevel tyde på at Lena ikke alltid får mulighet til å forklare Bjørn hva hun har tenkt da Nora er først ute. Hvis dette er tilfelle, er ikke dette nødvendigvis noe som hindrer at Lena får støtte av en mer kompetent annen, hvis hun kan få dette gjennom Nora.

At Nora relaterer det å fortelle læreren (183) hva hun har tenkt på forhånd med at han (185) forklarer fra oppgaven, tyder på det er en sammenheng mellom disse to. Denne sammenhengens blir ikke eksplisitt gitt av Nora, men kan tyde på at i tilfeller hvor Bjørn gir forklaring på problemer jentene har arbeidet med, så er dette en respons på det elevene selv har greid ut om i forhold til hva de tenkt. Hvis læreren gir respons på elevenes forståelse av problemet heller enn å forklare hvordan han selv tenker at jentene kan løse problemet, samsvarer dette med en tilbakemelding som ikke går ut over der hvor elevene har komt i løsningsprosessen slik Nora ytret at var ønskelig. For å fungere som stillas for elevenes læring, vil denne måten å støtte på samsvare med det Van de Pol et al. (2010) trekker frem som viktig for å gi elevene støtte, ved å diagnostisere elevenes læringsprosess for så å gi tilbakemelding på grunnlag av dette.

I forbindelse med at Nora skisserer senarioet med å møte et problem midt inne i løsningsprosessen blir jentene spurt om hvordan løsningsprosessen deres spiller en rolle for hvordan tilbakemeldingene de får oppleves.

186. Intervjuer: Ja, når er det best å spør, er det hvis, eller når får du de beste svaret er det hvis du ikke forstår oppgaven i det hele tatt eller-

187. Lena: -Da føler jeg at han gjør. Da føler jeg, hvis jeg sier at jeg ikke forstår den, så føler jeg at han begynner å forklare og så kan det hende at han begynner å skrive [ned]

188. Nora: [Ja] (Sier dette med en stønnende tone)

189. Lena: Og begynner å gjøre oppgaven for oss. Og da etterpå så sitter jeg igjen med et svar på arket, men jeg har ikke forstått noen ting av hva han gjorde.

190. Nora: Det er lettere hvis vi har forstått litt å så bare viser han at ja du må heller gjøre sånn og så, ja, da husker jeg det bedre og.

Spørsmålet (186) som stilles til jentene er et forsøk på å få dem til å reflektere over hvor de selv ønsker å være i løsningsprosessen når de får tilbakemeldinger fra læreren. Spørsmålet blir avbrutt av Lena (187), som problematiserer det å få tilbakemeldinger på oppgaver hvor hun ikke har kommet i gang med noen løsningsprosess. I ytringen, som trekker frem en form for tilbakemelding Lena selv ikke ønsker, omtaler hun det Bjørn gjør som at han forklarer. I Noras ytring (185) blir også bruken av å forklare brukt for noe hun ikke ønsker at læreren skal gjøre. I det tilfellet blir det brukt i en lignende sammenheng, hvor Nora ikke ønsker en forklaring på hele problemet. En forklaring virker derfor ikke å være noe jentene ønsker som tilbakemelding, i hvert fall ikke når den blir av et slikt omfang at den går ut over det de allerede har arbeidet med. Lena trekker frem (189) problemene med at læreren gir forklaring på oppgaver. Hvis forklaringen blir av en slik form at han begynner å skrive ned, opplever Lena det som at han begynner å gjøre oppgaven for dem. Formuleringen Lena bruker kan tyde på at hun ikke ser på seg selv som en deltaker i problemløsningen når dette skjer. Hennes egen rolle blir passiv, mens det er Bjørn som gjør jobben i stedet for henne. Hvis læreren kommer frem til en løsning virker hun å ta enda sterkere avstand fra denne.

Løsningen omtaler hun ikke som svaret, men heller et svar, noe som tyder på at i slike tilfeller ser hun på dette mer som en vilkårlig verdi enn en løsning. Forklaringer som går ut over det elevene selv har en relasjon til gjennom at de har arbeidet med det, virker derfor å ha et lite egnet potensial for å invitere jentene inn i nye diskurser. Lena gir uttrykk for å føle seg som en passiv deltaker og viser tydelig at hun havner utenfor når diskursen blir presentert på en

slik måte. Nora bifaller ikke (190) Lenas ytring direkte, men peker også på at det ikke er ønskelig å få tilbakemelding i oppstarten av løsningsprosessen, men heller etter at hun selv har fått litt forståelse av hva problemet innebærer. I tilbakemeldingen som blir skissert her, er lærerens rolle mer moderert enn ved en forklaring hvor han gjør oppgaven for elevene. En tydelig forskjell på de to er hvem som utfører selve problemløsningen. Lena snakker om det at Bjørn begynner å løse oppgaven med at han skriver ned en fremgangsmåte(187). Nora bifaller dette (188) som negativt. Når Nora derimot gjengir hjelp fra læreren som hun heller ønsker (190), omtaler hun det som at han «bare viser», og at dette angår noe hun må gjøre. I dette scenarioet omtaler Nora sin egen rolle i større grad som en deltaker. Forklaringer jentene her viser til å ikke ønske, vil være relatert til en tanke om at læring er noe som tilegnelses ved at de må ta til seg nyttig informasjon fra forklaringen, og lære av dette. Jentene viser heller å ville være aktive deltakere i læringsaktiviteten. At læring er tett knyttet til det å være en deltaker i praksisfelleskapet (Lave & Wenger, 1991) ser vi i hvordan Lena posisjonerer seg selv som utenfor deltakelsen når læreren gjennomgår noe for henne som hun ikke klarer å følge med på.

### 5.2.2 Hvordan gi tilbakemeldinger

Jentene forteller videre hvordan de går frem når de ikke får til problemer i temaer de allerede har vært gjennom i undervisningen. I første instans ville de brukt eksemplene i læreboken, men de må av og til spørre læreren når de ikke forstår eksemplene i boken. I denne sammenhengen ble de spurt hvordan de ønsket at Bjørn skulle gå igjennom et slikt problem for dem.

209. Intervjuer: Ja, liker dere best at han går igjennom det på tavlen, eller bare for dere?

210. Nora: Bare for oss.

211. Lena: Mhm

212. Intervjuer: Hvorfor tror dere at det er slik?

213. Nora: For han vet jo akkurat hva vi kan. For hvis han forklarer mye av noe du allerede kan så faller jeg litt av for det er ikke så interessant da.

214. Lena: Men så føler jeg at det er lettere å spørre ham om ting hvis han ikke forklarer for hele klassen. For hvis jeg rekker opp hånden og spør om ting hele tiden, så føler jeg at jeg er litt irriterende for resten.

På spørsmålet (209) om hvordan jentene ønsker at læreren skal gå gjennom oppgaver eller problemer de ikke forstår, svarer begge at det er noe de ønsker han gjør alene med dem, heller enn i en plenumsgjennomgang. De får så spørsmål (212) om hva det er som gjør at de ønsker dette. Nora fokuserer (213) på hvordan en forklaring direkte myntet til dem vil være bedre tilrettelagt hennes behov ettersom læreren på forhånd har kjennskap jentenes kunnskap. Han trenger derfor ikke å gå like grundig til verks i forklaringen sin for å sikre at hele klassen klarer å henge med. Nora uttrykker det som et problem hvis en gjennomgang tar for seg noe hun allerede er kjent med fordi det kan føre til at hun mister interessen og hun faller av det læreren snakker om. På den andre siden peker Lena (214) på muligheten som ligger i dialogen med læreren, som ikke er like gjeldene i en plenumsdialog. Hun opplever at spørsmål knyttet direkte til gjennomgangen er noe hun er mer komfortabel å komme med når det ikke avbryter gjennomgangen for resten av klassen.

Begge to legger her vekt på hvordan de sammen med Bjørn kan innrette forklaringen inn mot deres egne perspektiv eller nivå. Selv om de to uttrykker dette på hver sin måte, er begge relatert til at støtten læreren gir må tilrettelegges eleven (Van de Pol et al. 2010), og at dette ikke alltid er tilfellet når den er rettet mot klassen som helhet. Nora argumenterer ut i fra en situasjon hvor hun opplever at gjennomgangen er på et lavere nivå enn det hun selv har behov for. Lena er på sin side opptatt av at hun har mulighet til å komme med oppfølgingsspørsmål. Dette kan være relatert til ulikt perspektiv med Bjørn, hvor spørsmålene gir mulighet for dem til å skape et felles perspektiv gjennom gjensidig innretning. Det jentene argumenterer for, kan også relateres til i hvilken grad de blir deltakere i en den matematiske diskursen. I Noras tilfelle står hun i fare for å bli passiv i en plenumsdialog på grunn av manglende motivasjon til å delta. I Lenas tilfelle ytrer hun et ønske om å kunne gi oppfølgingsspørsmål for å delta i diskursen. Dette kan relateres til hennes ytring (189) hvor hun i diskursen blir pasifisert når læreren ikke gir rom for dialog.

### **5.3 Problemløsning som metode for å fremme gode tilbakemeldinger**

I intervjuet ble jentene og Bjørn også spurt om hvilke erfaringer de hadde med å arbeide med problemløsningsoppgaver i undervisningen. I dette kapittelet er det hentet ut sekvenser hvor de to partene gir uttrykk for hvordan de oppfatter dette.

### 5.3.1 Nora og Lena argumenterer for å arbeide dialogisk med problemløsningsoppgaver

I oppstarten av intervjuet, fikk jentene et åpent spørsmål om hvordan de hadde opplevd arbeidet de hadde gjort i observasjonstimen. Det åpne spørsmålet ble innsnevret da intervjuer stilte videre delspørsmål. Svaret jentene gir er relatert til oppgavene de arbeidet med. Det åpne spørsmålet som først blir gitt kan derfor ikke ses på som like relevant i denne episoden.

1. Intervjuer: [...] Hva har dere jobbet med? Type form for oppgaver. Skiller de seg fra oppgaver dere jobber med til vanlig?
2. Nora: Det var jo ulikt tema.
3. Lena: Ja, altså jeg synes det var mer slik at vi kunne snakke sammen om det-
4. Nora: -Ja-
5. Lena: -enn å bare jobbe en og en. Og... Ja bare holde på med...
6. Nora: Litt mer sånn diskuteringsoppgaver.
7. Intervjuer: Ja, hva var det som gjorde at det var, type diskuteringsoppgaver.
8. Nora: Det var liksom, det tok litt lenger tid å finne svaret.
9. Intervjuer: Ja
10. Nora: Så da måtte en liksom tenke mer igjennom det, da er det lettere hvis en har to forskjellige meninger da.

Spørsmålene fra intervjuer er alle rettet mot oppgavene jentene har arbeidet med i observasjonsøktene (1). Det siste spørsmålet ber etter jentenes oppfatning av forskjellen mellom de oppgavene de har arbeidet med i denne perioden sammenlignet med oppgaver de arbeider med til vanlig. Når Nora svarer at det var ulikt tema (2), kan dette derfor være rettet mot spørsmålet om disse forskjellene. Det kan også være en bemerkning rettet mot at oppgavene de arbeidet med i perioden hadde en variasjon av ulike matematiske temaer. Det er derfor usikkert hva hun legger i denne ytringen. Lena er tydeligere i hvordan hun opplever at problemløsningsoppgavene skiller seg fra de oppgavene de vanligvis arbeider med (3). Hun peker på at problemløsningsoppgavene i større grad enn andre oppgaver hadde egenskapen at de kunne snakke sammen om dem, noe Nora bifaller. Når Lena bruker formuleringen «vi kunne snakke sammen», kan dette være et uttrykk for en ønskelig mulighet oppgavene gav. Det å kunne ha en samtale rundt oppgavene virker å være ønskelig for henne heller enn å

arbeide alene med oppgaver (5). Når hun her beskriver dette alternativet, blir svaret hennes hengene i luften, i tillegg til at hun formulerer det som å «bare holde på med», noe som tyder på at dette er en arbeidsform Lena ikke foretrekker. Videre i intervjuet kom det også frem at begge jentene ønsket å arbeide sammen i dialog når de løste oppgaver.

På ytringen til Nora (6) om at problemløsningsoppgavene var i større grad en form for «diskuteringsoppgaver», blir hun spurt (7) om å utdype egenskaper med oppgavene som gjorde at hun tenker dette. Nora trekker her frem både aspektet at oppgavene tok lenger tid å løse (8), og at arbeidet med problemene krevde mer gjennomtenkte prosesser (10). Disse to kan ses i sammenheng da det å tenke igjennom vil bety mer tidsbruk, og dette kan derfor være en utdypning av det Nora mener når hun peker på at oppgavene tar lenger tid å løse. Tidsbruk kan dermed forstås som en konsekvens av mer tenking. Videre peker Nora på hvorfor nødvendigheten av mer tenking gjør at oppgavene blir en form for «diskuteringsoppgaver». I ytringen sier hun at det er lettere å tenke mer igjennom når en har to forskjellige meninger. Hva Nora legger i begrepet meninger kommer ikke tydelig frem i denne ytringen, men ut fra konteksten det blir sagt i, kan det tolkes som det er snakk om to elever med hvert sitt perspektiv som i dialogen både forsøker å imøtekomme hverandres perspektiv i forhold til en oppgave, på samme tid som de samarbeider i en løsningsprosess knyttet til samme oppgave. Sekvensen viser dermed at jentene oppfattet problemløsningsoppgavene som oppgaver hvor det var naturlig å snakke sammen i løsningsprosessen. Nora utdypet dette med å argumentere for hvorfor hun foretrekker å føre en dialog rundt slike oppgaver, da hun opplever det som lettere å tenke gjennom slike oppgaver i en dialog med en annen. Videre i intervjuet sier Nora også at hun opplever at hun lettere husker ting når det foregår en dialog rundt oppgavene. Lena uttrykker at hun foretrekker å arbeide på denne måten, og i sekvensen under trekker hun også frem et faglig fundert argument på hvorfor hun oppfatter at å arbeide med problemløsningsoppgaver er bedre enn andre oppgaver.

26. Lena: Og, hvis jeg ikke fatter en ting, så kan jeg si til Nora liksom, hva var det jeg-, eller hva-, hvordan var det?

27. Intervjuer: Ja, at hun forklarer?

28. Lena: mhm

29. Intervjuer: Er det vanskeligere i andre typer oppgaver?

30. Lena: Ja, jeg føler da får du ikke sånn. Da får du ikke to sider av en sak på en måte.

31. Intervjuer: Ja, hvordan tenker du da? Med en vanlig oppgave så får du bare en side av-

32. Lena: -Da får du ikke diskutert det, om det er rett eller galt. Da får du ikke noen annen måte å tenke på enn din egen.

33. Intervjuer: Ja, tenker du da at på en vanlig oppgave så er det en ting som er rett? Mens på disse-

34. Lena: -Nei, altså-

35. Intervjuer: -Flere måter?-

36. Lena: - Hvis jeg har en oppgave foran meg som jeg skal skrive ned, og bare jeg skal jobbe med, så har jeg bare min egen måte å tenke på. Så da får jeg ikke diskutert sånn, ja er det en annen måte som er bedre kanskje.

Sekvensen er hentet ut fra det jentene svarte på spørsmål om det var lettere å forstå hvis de snakket om oppgavene enn hvis de bare arbeidet skriftlig. Nora svarer med å si at du på en gitt tid får sagt mer enn det du skriver, hvorpå Lena peker på hvordan dialogen støtter henne når hun opplever at hun ikke forstår (26). I ytringen viser hun med eksempler hvordan hun da kan komme med spørsmål til Nora om det hun lurte på. Spørsmålene, eller spørsmålsformuleringene Lena bruker her, kan tyde på at spørsmålene retter seg mot noe som har med løsningsprosessen å gjøre. I den første «hva» formuleringen, som hun selv avbryter, virker spørsmålet å rette seg mot en konkret detalj med denne prosessen. Et eksempel på dette kan være; hva var det jeg gjorde annerledes enn deg? Det siste spørsmålet er sagt i fortid og tyder derfor på at hun selv har et forhold til det hun spør om. En annen formulering om det samme er «hvordan er det?». Forskjellen vil her være at formuleringen Lena bruker tyder på at hun selv har et forhold til det hun spør om og ønsker en tilbakemelding på hvordan Nora forstår dette. Den andre formulering spør etter en mer direkte forklaring på hvordan Nora mener at det er.

Intervjuer følger opp (27) Lenas eksempler på spørsmål med å spørre om hun med disse ønsker at Nora skal forklare henne, noe Lena bekrefter (28). Spørsmålet om at Nora forklarer er imidlertid et upresist spørsmål, da Lena i senere ytringer (30, 32) virker å legge noe mer i denne dialogen en bare en forklaring. Lena blir så spurt (29) om denne muligheten å støtte seg til Nora er vanskeligere å få hvis hun arbeider med andre oppgaver. Responsen Lena gir (30) på dette er nært knyttet en diskurs om perspektiv. Å kunne få to sider av samme sak virker å

være noe hun ønsker i møte med oppgaver. Intervjuer stiller spørsmål (31) for å få Lena til å utdype hva Lena legger i det å se to sider, og dette skal forstås som at vanlige oppgaver bare gir henne en side å arbeide med. Lena avbryter spørsmålet (32) og endrer diskursen fra å snakke om sider ved oppgaven til å mer konkret uttrykke at dette handler om hun får diskutert oppgaven eller ikke. Hun konkretiserer videre det å diskutere med å eksemplifisere til diskusjonen om noe er rett eller ikke. Spørsmålet om rett eller galt kan i matematikk ofte relateres direkte til svaret mange matematiske problem gir ved en korrekt løsning. I den matematiske diskursen vil imidlertid en løsning inneholde en samling av ulike begreper, mediatorer og narrativ. Bruken av disse kan være kjente rutiner for elevene, men diskursen vil ofte inneholde elementer elevene ikke er fullverdige deltakere i bruken av (Sfard, 2010). Før bruken av slike elementer blir en rutine for dem, vil det være et spørsmål om bruken er rett eller ikke.

Når Lena derfor snakker om å diskutere om noe er rett eller galt, kan dette bety at hun også relaterer dette spørsmålet til løsningsprosessen. Dette underbygges av det hun sier videre om å få en annen måte å tenke på. Spørsmål om hvordan en tenker vil være mer naturlig å rette mot prosess heller enn et svar. Videre i ytringen sier Lena at hun ønsker å få tilgang på en annen måte å tenke på, enn bare sin egen. Dette gjentar hun igjen (36), hvorpå hun viser til et potensial diskusjonen med en annen kan ha, gjennom at hun kan bli klar over en ny måte som kan være bedre enn den hun selv bruker. En annen måte vil her trolig være relatert til en annen måte å tenke på. I en løsningsprosess vil dette kunne spenne fra hvordan problemet leses og oppfattes til hvilken resonnering som brukes frem mot en endelig løsning.

Et interessant aspekt her er at Lena her omtaler det å få høre en annen persons perspektiv, som å få en annen måte å tenke på. Hun uttrykker dette som mer ønskelig enn å bare ha sin egen måte å tenke på, og at dette kan føre til at hun blir klar over en bedre måte å løse problemet på. At dette ikke er mulig i individuelt arbeid, kan ses i sammenheng med mulighetene som ligger i det dialogiske rommet som oppstår mellom deltakernes ulike perspektiver som møtes i dialogen (Kazak et al., 2015). I det dialogiske rommet, vil deltakerne forsøke å tilnærme sine ideer til hverandre, og i denne prosessen skape mulighet for kreative gjennombrudd. At dette ikke vil være naturlig i arbeid med andre problem, kan være at disse heller enn kreativitet krever en riktig bruk av algoritmer i løsningsprosessen (Orton, 2004, Mason & Davis, 1991, Schoenfeld, 1992), mens elevene i møte med problemer de ikke kjenner noen metode for er nødt til å «tenke mer igjennom» problemet for å løse dette og derfor har behov for å arbeide i det dialogiske rommet.



I et kognitivt perspektiv kan det Lena sier handle om at hennes matematiske diskurs ikke er tilstrekkelig for å løse problemet. Dette kan innebære at diskursen hun er deltaker i ikke er tilstrekkelig, eller at hun er en perifer deltaker i bruken av diskursen. I det første tilfellet har hun behov for en invitasjon fra en mer erfaren matematist til å kunne delta i en ny diskurs. Denne invitasjonen skjer best i en dialog mellom Lena og den erfarne matematisten, fordi det ofte er nødvendig for den mer erfarne matematisten å være klar over Lenas manglende deltakelse i diskursen for å gi denne invitasjonen. Hvis dette gjennom en dialog hvor Lena får gitt uttrykk for sin egen diskurs, vil det være mulig for den andre å identifisere mangler i denne. Hvis Lena må arbeide med problemet på egenhånd vil ikke dette møtet skje, det vil også være et problem hvis elevens eneste møte med en erfaren matematiker skjer gjennom gjennomgang og forklaringer, som har mer monologisk preg. Her kan det i møte mellom Lenas og den erfarne matematikers diskurs oppstå en kognitiv konflikt deltakerne ikke vil være klar over, og invitasjonen til en ny diskurs står i fare for å utebli. I tilfellet der Lena er en perifer deltaker, er det nødvendig at hun får støtte gjennom bruk av diskursen for å kunne få en mer raffinert bruk av denne for å kunne bli en fullverdig deltaker. Hvis Lena ikke får mulighet til å bli deltaker i en ny diskurs og/eller øve seg i bruken av denne står hun i fare for å ikke få ta del i læringen som ligger i problemløsningen ved at hun verken får utvidet sin matematiske diskurs eller brukt denne for å kunne bli en mer sentral deltaker i diskursen (Sfard, 2010).

### 5.3.2 Lærerens dilemma

I intervjuet etter endt observasjon, fikk Bjørn spørsmål om hvordan han opplevde å arbeide med problemløsningsoppgaver i egen undervisning.

22. Bjørn: Altså jeg synes at problemløsningsoppgaver er masse gøyere fordi det engasjerer flere elever. Det er lettere å få med alle elevene.

23. Intervjuer: Ja

24. Bjørn: Så er konflikten hele tiden den dere der, lærer de noe nytt med å arbeide med problemløsningsoppgaver, eller velger de alltid den enkleste strategien. Altså jeg tenker veldig sånn, tegn grafen, finn svaret, men når skal de lære å løse ved ligning, når skal de lære å løse ved ligning med to ukjente. Det må de lære også. Og så er det slik når går grensen. Når skal jeg lære dem det nye. Det synes jeg er knallvanskelig. Når er det jeg som skal lære dem det, og når er det de selv som skal finne ut løsningssvaret? Og da er det konflikt med tiden.

25. Intervjuer: Mhm

26. Bjørn: Lang liste med kompetansemål, hvor mye skal vi leke oss og la elevene selv finne ut av ting, og når skal jeg gå inn og undervise. Den er jeg i konflikt med hele tiden. Og synes det er vanskelig. Ehm, jeg faller nok ofte på at jeg underviser, elevene regner og lærer det, så tar jeg på slutten at de får velge mellom metoder de har lært for å løse oppgaver.

27. Intervjuer: Ja

28. Bjørn: Det er nok måten jeg jobber på

29. Intervjuer: Ja, ser den

30. Bjørn: Men jeg ønsker å jobbe mer med problemløsningsoppgaver, men jeg prioriterer ikke det, for jeg synes det, det tar for lang tid.

Når Bjørn her omtaler problemløsningsoppgaver som «gøyere» (22), tolkes ikke dette som et uttrykk for Bjørns egne preferanser uavhengig av aspekter knyttet til elevenes læring, da han senere i intervjuet brukte «gøy» og «gøyere» for å uttrykke egne opplevelser knyttet til elevens læring. At dette handler om en undervisningsform han foretrekker å bruke og ikke bare er et uttrykk for egne preferanser, kommer også frem i denne sekvensen (30). Hva Bjørn foretrekker problemløsningsoppgaver over, er den undervisningsformen han vanligvis bruker (26), hvor han foreleser og lar elevene regne oppgaver knyttet til dette. Når han setter disse oppgavene opp mot problemløsningsoppgaver, tyder dette på at han selv ikke definerer de oppgavene han lar elevene arbeide med i vanlig undervisning som problemløsningsoppgaver. Oppgavene han trekker frem på slutten, har mer form av å være problemløsningsoppgaver. Senere i intervjuet kommer Bjørn selv inn på dette og forklarer at dette handler om at han i slutten av arbeidet med et matematisk tema gir elevene problemløsningsoppgaver hvis det er tid igjen av perioden til å bruke på dette.

Bjørns begrunnelse for hvorfor han foretrekker å arbeide med problemløsningsoppgaver (22), handler om engasjement hos en større andel av elevmassen enn i vanlig undervisning. På den andre siden problematiserer han denne undervisningsformen med spørsmålet om elevene lærer noe nytt når de arbeider med disse problemene (24). En utfordring han gir uttrykk for er at hvis elevene alltid velger den enkleste strategien, vil de gå glipp av å lære alternative metoder. Han opplever dermed å stå i et veldig utfordrende dilemma i valget mellom å la elever arbeide med problemer hvor de på egenhånd kommer frem til løsningen, eller selv

gripe inn og mer direkte og ta styringen av hva elevene skal lære. Senere i intervjuet, forteller Bjørn at han vanligvis er tydelig i bruk av læringsmål ovenfor elevene i undervisningen, men at han ikke setter opp slike når elevene arbeider med problemløsningsoppgaver. Han gir i intervjuet også uttrykk for at han ikke er opptatt av å styre elevene i hvilke strategier de bruker når de løser problemer, men at han ønsker å lære mer om de ulike strategiene de bruker, for å kunne hjelpe elevene i løsningsprosessen, med å støtte dem når de arbeider ut i fra den strategien velger å bruke. På den andre siden uttrykker Bjørn at han ønsker at elevene skal lære seg å bruke ulike strategier når de løser problemer.

Slik Bjørn omtaler den undervisningen han vanligvis gir elevene og undervisning med problemløsningsoppgaver, med tanke på læringsmål og strategier, kan det tyde på forskjell mellom hensikten han har i bruken av de to undervisningsformene. I vanlig undervisning skisserer han tydelig læringsmål for elevene relatert til kompetansemålene fra læreplanen (26). Siden han gir uttrykk for å ta utgangspunkt i elevenes egne strategier når de løser problemer, kan det tyde på at han legger hovedvekten på elevenes læring av ulike strategier i denne undervisningsformen. Den undervisningsformen Bjørn vanligvis bruker virker derfor å ha til hensikt at elevene lærer ulike matematiske emner styrt av Bjørn selv. På den andre siden skisseres undervisning med problemløsning som en mindre tydelig undervisning med tanke på hva elevene skal lære. Her får elevene i større grad styre hvordan de går frem for å løse oppgavene og Bjørn selv uttrykker at elevene i denne undervisningen får mulighet til å leke seg (26). Hensikten med denne undervisningsformen virker derfor å være mer at elevene får mulighet til å prøve ut den kunnskapen de har, både får å utvikle strategiene de kjenner til, men også for å oppleve matematikk som gøy.

Dette skillet kom ikke tydelig frem i de observasjonstimene hvor elevene arbeidet med problemløsningsoppgaver, da Bjørn både hintet til elevene om fremgangsmåte de kunne bruke og lot elevene sitte igjen uten noen form for veiledning for hvordan de skulle løse problemet. Den oppfattelsen Bjørn virker å ha om forskjellen mellom den undervisningsformen han vanligvis gir og problemløsende, belyser imidlertid dilemmaet han skisserer hvor han på grunn av spørsmålet om tid prioriterer vekk bruken av problemløsningsoppgaver i vanlig undervisning.



## 6 Diskusjon

I analysekapittelet ble ulike episoder analysert for å undersøke de tilbakemeldingene som ble gitt mellom deltakerne. I tillegg ble episoder fra intervjuet med læreren og en elevgruppe presentert for å se på hvilke tanker deltakerne i klasseromsdiskursen har av det å få tilbakemelding og arbeid med problemløsning. I dette kapittelet vil jeg se disse ulike episodene i sammenheng i forsøk på å kunne gi et svar på hvordan tilbakemeldinger kan gis mellom deltakerne i klasserommet for å fremme læring, og hvilken rolle problemløsningsoppgaver kan ha for å fremme de tilbakemeldingene som blir gitt.

### 6.1 Læringspotensial i tilbakemeldinger

I dette delkapittelet vil jeg diskutere læringspotensialet ved de ulike formene for tilbakemeldinger som er blitt identifisert i denne studien. De ulike tilbakemeldingene er kategorisert etter hvilken informasjon de gir mottaker. Som utgangspunkt for dette er de tre spørsmålene Hattie og Timperley (2007) mener at effektive tilbakemeldinger må gi svar på.

#### 6.1.1 Gjøre målet tydelig for mottaker

Å gi elever mulighet til tydelig å se hva målet for læringsaktiviteten er, vil gi elevene større mulighet til å relatere egen læringsprosess opp mot ulike kriterier og derfor i større grad ha mulighet for å gjøre vurdering av egen læring (Hattie & Timperley, 2007). I intervjuet fortalte Bjørn at han i arbeid med problemløsningsoppgaver ikke bruker å gi elevene slike mål i forkant av undervisningen. Grunnen til dette kan være knyttet til måten han vanligvis bruker slike oppgaver i undervisningen. Problemløsningsoppgaver blir brukt, etter at han selv i en periode har gjennomført instruerende undervisning, etterfulgt av elevers arbeid knyttet til dette, og løsningsprosessene blir gjort på elevenes egne premisser med at Bjørn i stor grad tar utgangspunkt i strategiene elevene selv velger å benytte seg av. Et mål med dette arbeidet vil kan oppfattes som det å klare å løse problemene, uten å tydeliggjøre hensiktsmessige fremgangsmåter for å løse disse. Det vil være problematisk å kategorisere et slik mål som et læringsmål, da det kun omfatter resultatet, og ikke tar stilling til hvilken læring elevene har av å nå dette resultatet.

I plenumsgjennomgangen av Jans metode for klassen bruker Bjørn denne metoden som et eksempel på at det finnes ulike fremgangsmåter for å komme frem til en løsning på et

problem. Målet fremstår dermed ikke å være det å finne den “korrekte” metoden, men å finne en fremgangsmåte som fungerer. Dette målet er gitt implisitt og er derfor ikke tydelig presentert for elevene, i tillegg blir det gitt etter endt arbeid og står i fare for ikke være noe elevene vil relatere til før neste økt. I møte med Noras forslag til løsnings svar på samme problemet velger Bjørn å holde tilbake på tilbakemelding som kan tydeliggjøre suksesskriteriet for en løsning. Selv om Nora i ettertid reagerer på dette viser det seg at ved å gjøre dette, lar Bjørn problemet fremstå som en problemløsningsoppgave for jentene, heller enn et rutinemessig problem som Nora kjenner løsningsmetode for. Dette betyr ikke at det ikke finnes hensiktsmessige mål som kan gis elevene for denne episoden, men at disse må være overordnet oppgaven i form av å heller rette seg mot hvordan elevene arbeider med problemer, enn å omtale et mål for hvordan elever overens med suksesskriterier løser et gitt problem. Det siste tilfelle skjer i Noras gjennomgang av bussturproblemet for Lena, hvor Nora tydelig gir suksesskriteriene for en løsning, uten at Lena får ta del i løsningsprosessen.

I dialogen elevene deltar i, vil det ligge læring i at elevene uttrykker seg og får tilbakemeldinger på dette (Hunter, 2012; Sfard, 2010). Det kan derfor være vanskelig å skissere mål for dette da, det er utfordrende å på forhånd predikere hvilket utbytte elevene kan ha av dialogen. Ved å gjøre elevene klar over overordnede mål for læringsaktiviteten kan imidlertid elevene selv bli bevist over hvordan det de lærer i dialogen relaterer seg til dette målet (Hattie & Timperley, 2007). Et slikt mål kan i en problemløsningskontekst være å reflektere over hvordan elevene klarte å komme seg videre i en løsningsprosess etter å ha opplevd at løsningsprosessen ikke førte noe sted (Mason & Davies, 1991). Et mer helhetlig mål vil være å bli bevist egen løsningsprosess ved å reflektere over når og hvordan ulike strategier blir brukt (Schoenfeld, 1992). I intervjuet til Bjørn kommer det frem at han ønsker at elevene lærer seg å bruke ulike strategier for å løse problemer. Ved å presentere ulike løsningsmetoder for klassen legitimerer han også bruken av disse ulike metodene, og fremstiller dermed det å være en god problemløser som et mål, ikke bare det å finne den beste metoden for å løse problemet. For å tydeliggjøre målet om å bli en god problemløser kan en metode være å presentere modeller for strategibruk i løsningsprosessen (Polya, 1957; Borgersen, 1994). Elevene vil da i større grad få mulighet til å relatere egen problemløsning opp mot et gitt mål for hvordan de kan lære seg å bli bedre problemløsere.

### 6.1.2 Vurdering av utført arbeid og prestasjoner

Tilbakemeldinger gitt av lærer til elever, faller som regel inn i kategorien at de gir informasjon til eleven om kvaliteten på utført arbeid eller prestasjon (Hattie & Timperley, 2007). Faren ved å bruke slike tilbakemeldinger, er at de ikke gir eleven særlig informasjon om hvordan de kan gjøre endringer for å forbedre egen læringsprosess, men heller gir en klinisk vurdering av kvalitet. En slik vurderingsform kan være skadelig for elevene da de kan oppleve at korrigerende tilbakemeldinger er rettet mot dem som person og ikke mot kvaliteten av et produkt. Ved å motta korrigerende tilbakemeldinger står elevene i fare med å identifisere seg selv med det å feile, og kan derfor utvikle lav self-efficacy (Bandura, 1993). Når Bjørn gir støtte til Nora i arbeidet med å finne skjæringspunkt i forbindelse med bussturen-problemet, omformulerer han heller enn å direkte korrigere Noras upresise omtalelse av skjæringspunkt. En slik bruk av korrigerende tilbakemelding vil ikke være knyttet til Nora som person, men innebærer heller en forhandling av mening gjennom ulik bruk av begreper i dialogen (Ryve, 2009). I det Bjørn direkte korrigerer Noras forslag om å regne ut hvilket tilbud som er billigst, følger han videre opp med å sette fokus og derfor støtte henne i hans alternative forslag. Korreksjonen blir dermed fulgt opp med en vei videre, og viser at læreren er bevisst på at det å vurdere elevens ideer og løsninger som rett eller galt, ikke har noen ønsket funksjon i seg selv.

I intervjuet med Bjørn gir han eksempler på hvordan ønsker at elevene selv tar del i vurderingen av eget arbeid ved at han selv ikke gjør vurderingen av løsninger, men at elevene selv gjør dette etter om det ut i problemkonteksten er rimelig å anta at løsningsverdien kan være rimelig. Denne formen for tilbakemelding gav han til både Nora og Jan når de forslo at hastigheten på sykkelturen var på en halv kilometer i timen. En slik tilbakemelding vil være enkel for elevene å forstå, og bevisstgjør elevene på å tolke løsninger de kommer frem til. Denne enkle formen for vurdering kan være nyttig for elever som har behov for en bekreftelse på om en løsning er riktig, og dermed redusere usikkerheten elevene har av forholdet mellom egne prestasjoner og målet, som i dette tilfelle vil være om problemet er løst (Shute, 2008). En svakhet med metoden er at den ikke vil avdekke feil hvis dette ikke gir store utslag, i tillegg rettes vurderingen opp mot resultatet av løsningsprosessen, og ikke selv prosessen.

Tilbakemeldingen Bjørn gir til Jan om hvordan han har kommet frem til en verdi han bruker i løsningen sin, er i større grad rettet mot løsningsprosessen. Bjørn gir ikke en vurdering av metoden som riktig eller gal, men viser i tilbakemeldingen hva han ser på som viktig for å

kunne vurdere metoden Jan har brukt. Som resultat av dette må Jan forsøke for å gjøre rede for hvordan han har gått frem for å komme til en løsning. Gjennom å fokusere tilbakemeldingen på prosessen vil den kunne ha større effekt på elevenes læring (Hattie & Timperley, 2007). I tilfellet det vises til over, vil det handle om å bli mer bevist egen løsningsprosess, gjennom at eleven får formulert egen fremgangsmåte. Tilbakemeldingen har også potensial til å gjøre eleven mer bevist på hvordan han brukte en strategi, og hvorfor han brukte nettopp denne. At elevene er beviste egne løsningsstrategier vil gjøre dem til bedre problemløsere (Schoenfeld, 1992). Situasjonen som vises til her kan tyde på at ikke hadde denne effekten på Jan. da han ikke virket å kunne gjøre rede for hvordan han hadde nådd gjennombruddet som lå til grunn for metoden, ved å bare gjengi strategien som prøving og feiling.

I elevintervjuet kom det også frem at de det var et ønske fra jentene som ble intervjuet å motta tilbakemeldinger som rettet seg på en prosess. Ved å få tilbakemelding på et problem uten å ha kommet inn i en løsningsprosess, opplevde Lena at tilbakemeldingen heller tok form av å bli en forklaring, hun selv uttrykte seg distansert til, fordi hun ikke klarte å følge med i resonnetet. Videre uttrykte Nora det som mer ønskelig å være delaktig i denne prosessen ved å få hint for hvordan hun selv kunne fortsette arbeidet. At tilbakemeldingene er rettet mot prosessen elevene er i, ved at eventuelle hint gis ut i fra dette, og ikke beskriver veien videre synes derfor å være viktig for at elevene skal kunne være deltakere i læringsfellesskapet (Lave & Wenger, 1991). Bjørn virker også å ha et ønske om dette når han i intervjuet sier at han ønsker å treffe med sine tilbakemeldinger på en måte som verken slakter elevene eller løser oppgaven for dem. Ved å ta utgangspunkt i elevdialogen ønsker han å hjelpe til i formuleringer og gi små hint. Denne måten å tilnærme seg elevene på vil være i tråd med hvordan læreren best fungerer som et stillas for elevene, ved at tilbakemeldingene som gis tar utgangspunkt i diagnostisering av elevenes egen læringsprosess (Van de Pol et al. 2010). I observasjonen ble det ikke gjort funn som viser hvordan læreren praktiserer dette, men episoden hvor Nora instruerer Lena, er et eksempel på det Lena beskriver som en forklaring av oppgaven. Episoden viser hvordan Lena blir lytter til Noras gjennomgang av løsningen ut i særlig grad å delta i diskursen. Selv om gjennomgangen til Nora her kan ha verdi ved at den klargjør premissene for problemene for Lena, og senere også forklarer hvordan hun skal tolke aksene i koordinatsystemet, blir aldri Lena invitert inn i diskursen, og vil derfor miste en stor del av læringspotensialet som ligger i problemet (Sfard, 2010). Dette kommer frem senere i timen når Lena fortsatt har problemer med hvordan hun skal tolke en x-verdi.



Episoden viser at det ikke alltid vil være slik at læring blir distribuert mellom elever i dialogen. Måten Nora her gjennomgår problemet heller enn å støtte Lena i løsningsprosessen er ikke representativt for hvordan de to arbeidet sammen, men er et eksempel på hvordan tilbakemeldinger som blir gitt mellom elever ikke alltid er like læringsfremmende. Som Lena viser til i intervjuet, kan også dette skje ved tilbakemeldinger gitt av læreren, men kan være et argument for at det er behov for at læreren har en overordnet struktur på hvordan ulike ressurser i form av menneskelig og artefakter fungerer som støtte for elevenes læring (Bakker et al., 2015). Læreren kan for eksempel strukturere hvordan elevene skal forklare løsninger for hverandre for å sikre at alle elevene får delta i dialogen med å gjengi sin forståelse av en løsning.

De fleste korrigerende tilbakemeldingene som blir presentert i denne studien blir fulgt opp av at den som gir tilbakemeldingen kommer med et alternativ til det tilbakemeldingene retter seg mot. På denne måten vil mottaker få en retning på veien videre etter å ha fått korreksjon på egen forståelse eller prosess. Dette vil være nødvendig for at den korrigerende tilbakemeldingen i seg selv skal kunne ha noen læringseffekt for mottaker (Hattie & Timperley, 2007). Et unntak fra dette er tilbakemeldingen Bjørn gir til Nora knyttet til sykkelturen problemet. I denne episoden ser vi at tilbakemeldinger også kan rettes fra elever til læreren, og gi læreren informasjon om elevenes oppfatning av undervisningen. For å utvikle seg som lærer er det nødvendig at læreren åpner for slike tilbakemeldinger og lærer av dette (Hattie, 2009). I kritikken Nora gir er det vanskelig å tolke om denne er rettet mot oppgaveformuleringen eller tilbakemeldingene læreren har gitt dem underveis i løsningsprosessen. Selv om kritikken kan være velberettiget, blir det i analysen klart at Bjørn gjennom å holde tilbake informasjon inviterer Nora inn i en problemløsningsprosess hun ikke ville kunne ta del i hvis han hadde gitt for mye hint. Situasjonen viser imidlertid at tilbakemeldinger ikke er en enveisprosess hvor elever mottar disse fra lærer. Dialogen mellom lærer og elever i klasserommet foregår gjennom en dynamisk prosess hvor elevene også gir tilbakemeldinger som læreren må forholde seg til (Bakker et al., 2015). I situasjoner som den som vises til over vil det kanskje være behov for at læreren i større grad er tydelig på hva som er målet med læringsaktiviteten, da frustrasjonen Nora uttrykker virker å komme av at hun måtte bruke så mye tid på å løse et rutinemessig problem, og ikke er klar over at løsningsprosessen hun deltok i kan ha gitt henne nyttig læring i det å bli en bedre problemløser.

### 6.1.3 Veien videre etter endt arbeid

Fra intervjuet med Bjørn, uttrykker han at det i arbeid med problemløsningsoppgaver er utfordrende å gi elever tilbakemeldinger som kan vise dem veien videre for å lære noe nytt. For å la elevene lære nye matematiske emner, bruker han derfor heller i større grad å styre denne undervisningen selv gjennom instruksjon. Hattie og Timperley (2007) hevder at fremover rettede tilbakemeldinger, har potensial å være den formen for tilbakemeldinger som gjør størst påvirkning på elevenes læring. Et problem ved å gi slike tilbakemeldinger i klasseromsundervisningen, vil være at det kan være utfordrende å tilpasse slike tilbakemeldinger til den enkelte elev, og i kampens hete derfor ende opp med å gi elevene beskjed om å fortsette videre på neste oppgave (Mellin-Olsen, 1996), uten å gi noen spesifikk informasjon om hva eleven kan fokusere på for å lære enda mer.

I den støttende dialogen Bjørn fører med Nora i arbeidet med bussturen-oppgaven, avslutter han dialogen med å oppfordre henne til å finne en nøyaktig verdi av et skjæringspunkt. Tilbakemeldingen har både den funksjonen at den gir Nora informasjon om hennes pågående prosess, ved at forslaget hun har gitt er ok med tanke på at det var et overslag, i tillegg gir tilbakemeldingen henne informasjon knyttet til hvordan hun må arbeide videre med problemet. Grunnen til at dette ikke blir kategorisert som en bakover rettet tilbakemelding som gir informasjon som forteller mottaker hvordan å fortsette i et gitt problem, er at Bjørns oppfordring «finn nøyaktig», er en tilbakemelding som oppfordrer Nora til å løse et problem som ligner veldig på det problemet hun sammen med Bjørn nettopp har løst. I tilbakemeldingen kan det derfor ligge informasjon om sammenhengen mellom de to problemene. Nøyaktig kan også relateres til hvordan løsningsvaret skal forstås med at dette handler om intervaller som skal oppgis nøyaktig, slik Nora gjør det når hun presenterer løsning for Lena senere i timen. Det vil være vanskelig å se på hvilket læringspotensial som ligger i denne fremover rettede tilbakemeldingen ut i fra hvilken informasjon den gir Nora, da det i ikke kommer frem i observasjonen hvilken informasjon Nora oppfatter. Et mer hjelpelig perspektiv her, kan være hvordan Bjørn først fungerer som et støttende stillas for Nora i løsningsprosessen, og gjennom tilbakemeldingen overfører ansvar tilbake til henne ved at hun selv må løse det neste problemet på egenhånd (Van de Pol et al., 2010). Selv om det ikke kommer frem av dataen at Nora ikke opprinnelig hadde vært i stand til å løse problemet på egenhånd, ligger den støtten Bjørn her gir tett opp mot definisjonen av stillasprosessen, som den prosessen som gjør det mulig for et barn eller en nybegynner å løse et problem som er utenfor rekkevidden av det han/hun kan klare på egenhånd (Bakker et al., 2015).

Stillasprosessen skal som tidligere nevnt fungere som en midlertidig støtte av elevenes arbeid, og i episoden det refereres til over, har den fremover rettede tilbakemeldingen en funksjon ved at den overfører ansvar tilbake til eleven som har mottatt støtte.

En mer tydelig fremover rettet tilbakemelding gis av Bjørn når han i plenumsdialogen med klassen advarer Jan mot å bruke metoden for å omgjøre hastighet. Denne advarselen kan gi informasjon om anvendelsen til den strategien Jan har brukt i sin løsningsprosess og oppfordrer indirekte til at han bør ha alternative strategier i møte med slike problem. Et problem med denne tilbakemeldingen kan derimot være situasjonen den blir gitt i. Jan ytrer like etterpå at han er imponert over egen prestasjon og virker ikke å forholde seg til at metoden han brukte har klare svakheter. I intervjuet trekker læreren også frem at Jan fortsatt bruker denne metoden med hell. Omfattende studier på læringseffekten av ulike tilbakemeldinger viser at timingen på når tilbakemeldinger gis kan spille en stor rolle for hvordan denne påvirker mottaker (Hattie & Timperley, 2007; Shute, 2008). Uten at det kan klart dokumenteres i denne episoden vil det være grunn til å tro at den tilbakemeldingen Bjørn her gir, som kan være nødvendig for at Jan skal se svakheten ved sin egen metode, og derfor se behovet for å lære en alternativ, ville hatt et større potensial i en situasjon hvor Jan kunne oppleve at dette vil være nødvendig (Sfard, 2010). Lena og Nora argumenterer selv for at tilbakemeldinger best gis av læreren i de situasjonene hvor de selv er i gang med en løsningsprosess, og hvor de kan relatere den informasjonen de får gjennom disse i den videre løsningsprosessen. Lena trekker også frem det vil være bedre å få tilbakemeldinger, i en dialog mellom henne og læreren, heller enn i plenumsdialogen da det vil være utfordrende å gi komme med innspill i form av oppfølgings spørsmål i denne formen for dialog. Dette vil bygge opp under forskningen som viser til at effekten av tilbakemeldinger er situasjonsbetinget.

## **6.2 Problemløsningsoppgaver som metode for å fremme læringsfremmende tilbakemeldinger**

Som utgangspunkt for å bruke problemløsningsoppgaver som metode lå hypotesen om at bruk av slike problem i undervisningen ville være med på å trigge elevene til i større grad å søke tilbakemeldinger. Til grunn for denne hypotesen ligger det at en i møte med slike problem i større grad vil oppleve matematikk som en empirisk vitenskap som er utviklet gjennom sosial samhandling (Schoenfeld, 1992). I tillegg er problemene av en slik karakter at de utfordrer elevene til å se etter nye metoder i løsningsprosessen (Orton, 2004, Mason & Davis, 1991,

Schoenfeld, 1992). Det kan derfor være naturlig å søke støtte hos en annen i denne prosessen. Forut for datainnsamlingen ble det avklart med læreren i studien at elevene vanligvis samarbeidet med hverandre i matematikkundervisningen. Dette ble det også oppfordret til. At det foregikk dialog mellom elevene i observasjonstimene, og at de både gav hverandre og søkte å få tilbakemeldinger i undervisningen vil derfor ikke være et bevis for at problemløsningsoppgaver som metode er med på å fremme dette. Det er heller ikke mulig å vurdere tilbakemeldingene opp mot en eventuell kontrollgruppe, da denne studien ikke har datagrunnlag til å gjøre en slik vurdering.

I gruppeintervjuet kom det imidlertid frem funn av hvordan de to jentene som ble intervjuet, oppfatter problemløsningsoppgaver i forhold til hvordan det var naturlig å føre en samtale knyttet til disse. Lena uttrykte det som at problemene gav mulighet for å snakke om, uten at det kom tydelig frem hva som gjorde at denne mulighet også gjaldt for arbeid med det som i dialogen ble omtalt som vanlige oppgaver. Hva som ligger i dette vil være en definisjonssak som ikke ble kartlagt, men Nora uttrykte på sin side at problemløsningsoppgavene krevde at de måtte tenke mer igjennom det de gjorde for å komme til en løsning. Hun så det derfor som en nødvendighet at de arbeidet sammen da det ville gjøre det lettere for dem å nå en løsning. Selv om de uttrykte seg forskjellig om hva det var som gjorde at arbeide med problemløsningsoppgaver førte til mer dialog, pekte begge på at de i dialogen fikk mulighet til å få en annens perspektiv på problemet. Dette samsvarer med teorien om det dialogiske rommet, som en arena for å produsere nye kreative ideer gjennom at deltakerne i dialogen forsøker å tilnærme seg hverandres perspektiv ved å få en felles forståelse av problemet (Kazak et al., 2015). På grunn av omfanget av datamaterialet, kommer det ikke frem tydelige eksempler på dette i resultatene denne studien presenterer, men episoden hvor Nora opplever et paradoks i oppgaveformuleringen, vil være et eksempel på hvordan problemer blir løst i dialogen. I tillegg til å støtte seg til hverandres ulike perspektiv i dialogen, kan uttalelsene tyde på at jentene ønsker å føre dialog for å kunne lære som deltakere i et sosialt fellesskap. Lena trekker særlig frem et behov for å være en aktiv deltaker i dialogen, heller enn å være passiv lytter, eller å løse problemer på egenhånd. Det hun argumenterer for som utbytte av å være deltaker i et slikt fellesskap virker å være det å kunne få tilbakemelding på egen løsningsprosess og muligheten for å bli klar over metoder som er bedre enn den hun selv bruker. Dette kan tyde på at hun ser på dialogen som en viktig arena for å kunne bli invitert inn i nye diskurser og å få tilbakemelding på egen bruk av de diskursene hun allerede er deltaker i (Sfard, 2010).

Når Bjørn i intervjuet uttrykker seg om egen bruk av tilbakemeldinger, er disse uttalelsene knyttet til dialog, relatert til problemløsning, med elevene. Dette tyder på at den bruken læreren har av tilbakemeldinger som gis til elevene er nært knyttet opp mot prosessen elevene er i når de arbeider med problemer av ulikt slag. Han forteller hvordan han gjennom tilbakemeldinger forsøker å få elevene til å relatere seg til problemkonteksten og vurdere egne løsninger ut i fra denne. For å kunne gi slike tilbakemeldinger er det derfor nødvendig at problemene han bruker i undervisningen har en kontekstuell innramming. En annen form for tilbakemeldinger læreren selv uttrykker et ønske om å gi deltakerne, tar utgangspunkt i hans diagnostisering av dialogen elevene har seg imellom i arbeid med problemer. Nora og Lena uttrykte det å arbeide i dialog som mer naturlig i arbeid med problemløsningsoppgaver. Jentenes uttalelser kan imidlertid ikke tas som inntekt for problemløsningsoppgaver som metode, da det ikke finnes grunnlag for å uttale seg om deres meninger er representative for resten av klassen, men Bjørn peker selv på at slike problemer i større grad engasjerer elevene noe som kan tyde på at disse fører til større grad av elevdialog. I intervjuet problematiserer han bruken av problemløsningsoppgaver på grunn av tidspress, og at det er utfordrende å gi elevene mulighet til å lære noe nytt når de arbeider med problemløsningsoppgaver. Ut i fra hvordan han selv forteller at han bruker læringsmål i undervisningen, kan det tyde på at en del av dette problemet kommer av at elevene i arbeid med problemløsningsoppgaver ikke blir gitt tydelige mål for hva de skal lære i arbeidet, og derfor gjøre det vanskeligere for elevene å vite hvordan de skal vurdere eget arbeid i forhold til hva som er målet med aktiviteten, og hva de skal fokusere på videre for å arbeide mot det som anses som kvalitativt gode resultat i aktiviteten (Hattie & Timperley, 2007).



## 7 Avslutning

Funnene som kommer frem i denne studien bygger alene på kvalitative data fra en enkelt skoleklasse. Hensikten med prosjektet har ikke vært å komme frem til generaliserbare funn, og det er derfor viktig å presisere at de funnene som her presenteres, i seg selv ikke gir svar på forskningsspørsmålene ut over den klassen som har vært med i prosjektet, under de rammene som ligger til grunn for prosjektet.

### 7.1 Konklusjon

Denne studien har som mål å undersøke muntlige tilbakemeldinger gitt av deltakerne i matematikkundervisningen som fenomen. Ved å bruke problemløsningsoppgaver som metode ønsket jeg å fremme graden av hvordan elevene søkte å få tilbakemeldinger i arbeidet med disse. På bakgrunn av dette er forskningsspørsmålene formulert.

*Hvilket potensial ligger det for læring i tilbakemeldinger som blir gitt til deltakerne i matematikkundervisning som omhandler arbeid med problemløsningsoppgaver?*

*Kan bruk av problemløsningsoppgaver være med å fremme tilbakemeldinger mellom deltakere i matematikkundervisningen?*

På grunn av studiens metodikk, er det første forskningsspørsmålet formulert for å se på potensialet for læring, da det ikke vil være mulig å vise til konkrete utfall av læring i datamaterialet som ligger til grunn. For å gjøre vurderinger i forhold til dette potensialet, er tilbakemeldingene som ble identifisert i studien kategorisert etter om de er rettet oppover mot et mål, bakover mot utført arbeid, eller fremover mot videre arbeid (Hattie & Timperley, 2007).

Funnene i denne studien tyder på at det kan være utfordrende å gi tydelige tilbakemeldinger om hva målet med læringsaktiviteten er, når elevene arbeider med problemløsningsoppgaver. Siden en del av læringspotensialet ligger i de dialogene elevene fører med hverandre i løsningsprosessene kan det være problematisk å sette opp suksesskriterier for denne læringen. Et naturlig mål i arbeidet med problemløsningsoppgaver vil være det å klare å løse disse problemene. I studien kommer det frem et eksempel på at læreren gir tilbakemelding til elevene som kan gjøre elevene bevisste på at problemløsningsprosessen ikke har som overordnet mål å få et svar på problemet, men å utvikle kompetanse for å bli gode

problemløserne. Læring i matematikk handler om å utvikle evnen å løse matematiske problemer (Schoenfeld, 1992). Det som kommer frem i denne studien tyder på at det vil være viktig å utvikle tydelige læringsmål for elever når de arbeider med problemløsningsoppgaver, hvis slik undervisning skal kunne få en integrert rolle i den vanlige undervisningspraksisen.

Tilbakemeldinger som er rettet mot elevenes arbeid knyttet til et bestemt problem tyder på å ha et læringsfremmende potensial når de er rettet mot elevenes løsningsprosess. Læreren fungerer som et støttende stillas i elevenes løsningsprosess. I dette ligger det at læreren tar utgangspunkt i diagnostisering av elevenes prosess for å gi tilbakemeldinger som er tilrettelagt elevenes behov (Van de Pol et al., 2010). Tilbakemeldinger som gir elevene korreksjon på utført arbeid, følges opp med et alternativ, slik at korreksjonen fungerer som en rettleider for eleven. Slike rettleidende tilbakemeldinger kan også gis uten å gi korreksjon. I begge tilfeller vil det være nødvendig at den informasjonen tilbakemeldingen gir ikke inneholder så mye informasjon at elevene mister deltakelse i løsningsprosessen. Studien viser også eksempler på hvordan elevene kan gi hverandre tilbakemeldinger. Et interessant poeng vil her være at et av funnene tyder på at det er nødvendig for læreren å gjøre elevene bevisste på hvordan elevene gir hverandre tilbakemeldinger for at disse skal kunne fremme læring hos mottaker

På samme måte som det kan være utfordrende å gi tydelige tilbakemeldinger om hva målet med læringsaktiviteten er, viser studien at dette også kan være vanskelig når elevene skal få tilbakemelding på hvordan de skal arbeide videre. En grunn for denne sammenhengen kan være at veien videre ikke kan ses uavhengig av hva som er målet med læringsaktiviteten. Fra et eksempel i studien vises det en sammenheng mellom det å gi eleven en tilbakemelding for veien videre og det å overføre ansvaret for løsningsprosessen fra lærer til elev. I prosessen hvor eleven overtar ansvaret for videre arbeid, vil eleven selv i større grad styre fokuset på dette arbeidet (Van de Pol et al. 2010). Det vil derfor være en fordel at læreren gjennom tilbakemeldinger gjør eleven oppmerksom på veien videre. Funn i studien tyder på at tidspunktet slike tilbakemeldinger blir gitt på spiller inn på hvordan disse påvirker elevene.

Forskningsdesignet som brukes i denne studien gjør at det ikke er mulig å svare på det andre forskningsspørsmålet ut i fra de observasjonsdataene studien bygger på. Fra gruppeintervjuet kommer det imidlertid tydelig frem at de to elevene som deltok på dette, opplever at arbeid med problemløsningsoppgaver gjør det mer naturlig å samtale i løsningsprosessen, og dermed



fremme bruken av tilbakemeldinger. Læreren trekker også frem dialogen som et viktig utgangspunkt for å kunne gi tilrettelagte tilbakemeldinger. Dette relateres derimot ikke direkte til problemløsningsoppgaver. En annet argument for bruken av problemløsningsoppgaver for å fremme tilbakemeldinger, vil være at disse ofte er kontekstuellt oppbygget, noe læreren i denne studien gir uttrykk for å noen ganger bruke som utgangspunkt for tilbakemeldinger han gir.

## **7.2 Pedagogiske implikasjoner**

I studien har jeg identifisert ulike former for tilbakemeldinger som er relatert til tre av prinsippene vurdering for læring er tuftet på. Funnene tyder på at det kan være utfordrende å gi elever gode tilbakemeldinger knyttet til mål for læringsaktiviteten og veien videre når elevene arbeider med problemløsningsoppgaver. At jeg viser til dette her, vil ikke si at dette vil være gjeldende for andre lærere som arbeider med problemløsningsoppgaver i undervisningen sin, men det kan være med å skape bevissthet rundt i hvilken grad man som lærer klarer å gi elevene mål de kan relatere egen læringsprosess til når de arbeider med slike oppgaver. Oppgaven viser også til hvordan tilbakemeldinger om elevenes arbeid kan ha et læringsfremmende potensial hvis de er relatert til prosessen elevene deltar i. Selv om dette på forhånd er kjent fra annen litteratur, kan de episodene som blir presentert her gi eksempler på hvordan dette gjøres i en lærer-elev dialog, og hvorfor dette bør ha en betydning når lærere gir tilbakemelding til elever om elevenes arbeid.

Det er også vært å merke seg elevenes argumentasjon for å arbeide med problemløsningsoppgave. Her bruker de faglige argumenter for hvorfor de ønsker å løse problemer hvor de har behov for å få en annens perspektiv for å komme frem til en løsning. Og trekker frem muligheten for læring i slike løsningsprosesser, som ikke er like relevant i løsningen av enklere problem. Dette kan derfor være et argument for at problemløsningsoppgaver bør ha en sentral rolle i undervisningen.

## **7.3 Videre forskning**

Effekten av ulike tilbakemeldinger har i litteraturen blitt grundig redegjort for (Hattie & Timperley, 2007; Kluger & DeNisi, 1996; Shute, 2008). I min studie har jeg studert muntlige tilbakemeldinger gitt av deltakerne i matematikkundervisningen som fenomen. Jeg har benyttet meg av problemløsningsoppgaver som en metode for å fremme dette. Funnene tyder

på at det kan være utfordrende å gi gode tilbakemeldinger knyttet til målet for læringsaktiviteten, og hvordan læreren kan gi tilpassede rettleiding i for hva som vil være hensiktsmessig arbeid i veien videre. Det vil derfor kunne være spennende å forske videre på hvordan tilbakemeldinger knyttet til disse to spørsmålene kan gis for å fremme læring hos elever som arbeider med problemløsningsoppgaver.

Et annet spørsmål det kunne være interessant å finne mer ut av som en videreføring av denne studien, kan være spørsmålet om det å gi elevene opplæring i hvordan de gir hverandre tilbakemeldinger i dialogen knyttet til problemløsning kan ha en effekt på hva de kan lære av disse dialogene.

## 8 Referanseliste

- Adler, J. & Ronda, E. (2014). An analytic framework for describing teachers' mathematics discourse in instruction. I C. Nicol, P. Liljedahl, S. Oesterle, & D. Allan (Red.), *Proceedings of the Joint Meeting of PME 38 and PME-NA 36*, 2, (s. 9–16) Vancouver, Canada: PME.
- Askew, S., & Lodge, C., (2000). Gifts, ping-pong and loops – linking feedback and learning. I S. Askew (Red.), *Feedback for Learning*. (s. 1-17) London: RoutledgeFalmer
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special? *Journal of Teacher Education*, 59, 389-407.
- Bakker, A., Smit, J. & Wegerif, R. (2015). Scaffolding and dialogic teaching in mathematics education: Introduction and review. *ZDM*, 47(7), 1047-1065.
- Bandura, A. (1993) Perceived Self-Efficacy in Cognitive Development and Functioning. *Educational psychologist*, 28(2), 117-148 Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Bauersfeld, H. (1988). Interaction, construction, and knowledge: Alternative perspectives for mathematics education. I D. A. Grouws, T. J. Cooney & D. Jones (Red.), *Effective mathematics teaching* (s. 27-46). Reston, VA: NCTM & Lawrence Erlbaum.
- Björkqvist, O. (2007). Matematisk problemløsning. I B. Grevholm (red.), *Matematikk for skolen* (s. 51-70). Bergen: Fagbokforlaget.
- Bjørkås, Ø.J., & Bulien, T. (2010). Elevers utforskninger i matematikksamtaler i klassen. *Tidsskriftet FoU i praksis*, 4(3), 23–37.
- Boaler, J. (1998). Open and closed mathematics approaches: Student experiences and understandings. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29(1), 41–62.
- Borgersen, H. E. (1994). Open ended problemsolving in geometry. *Norsk matematikdidaktikk*, 2(2), 6-35.
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2011). *Research methods in education*. London: Routledge.
- Cooper, J. (2014). Mathematical discourse for teaching: A discursive framework for analyzing professional development. I C. Nicol, P. Liljedahl, S. Oesterle & D. Allan (Red.), *Proceedings of the Joint Meeting of PME 38 and PME-NA 36*, 2, (s. 337-344). Vancouver, Canada: PME.
- Johannessen, A., Tufte, P.A. & Christoffersen, L. (2011). *Introduksjon til samfunnsvitenskapelig metode*. Oslo: Abstrakt forlag AS
- Hattie, J. & Timperley, H. (2007) The power of feedback. I *Reveiw of Educational Research*, 77(1), 81-112

- Hattie, J. (2009). *Visible learning. A synthesis of over 800 meta-analyses relating to achievement*. New York: Routledge.
- Hunter, R. (2012). Coming to 'know' mathematics through being scaffolded to 'talk and do' mathematics. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, Hentet fra <http://www.cimt.plymouth.ac.uk/journal/hunter2.pdf>
- Kazak, S., Wegerif, R., & Fujita, T. (2015). Combining scaffolding for content and scaffolding for dialogue to support conceptual breakthroughs in understanding probability. *ZDM Mathematics Education*, 47(7). 1269-1283.
- Kluger, A. N., & DeNisi, A. (1996). The effects of feedback interventions on performance: A historical review, a meta-analysis, and a preliminary feedback intervention theory. *Psychological Bulletin*, 119(2), 258-284.
- Kvale, S. (1997). *Det kvalitative forskningsintervju*. Oslo: Ad notam Gyldendal.
- Lave, J., & Wenger, E. (1991). *Situated Learning: Legitimate Peripheral Participation*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- Lampert, M. (1990). When the problem is not the question and the solution is not the answer: Mathematical knowing and teaching. *American educational research journal*, 27(1), 29-63.
- Lie, J. (2013) *Dialogiske tilbakemeldingers betydning på undervisningsvurdering og læring: En studie av lærer-elev dialogen fra to klasser i matematikk*. (Masteroppgaver). Universitet i Stavanger, Stavanger.
- Mason, J., & Davis, J. (1991). *Fostering and sustaining mathematics thinking through problem solving*. Geelong, Victoria: Deakin University.
- Mason, J. (1998, mars). *Asking mathematical questions mathematically*. Hentet fra <http://people.math.jussieu.fr/~jarraud/colloque/mason.pdf>
- Mellin-Olsen, S. (1996). Oppgavediskursen, en rekonstruksjon av en diskurs, *Tangenten* 7(2), Hentet fra <http://www.caspar.no/tangenten/1996/oppgavediskurs.html>
- NESH (2006) *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi*.
- Nevøy, A. (2004). *Et arbeidsnotat om Case-studier og kvalitativ metode. En teoretisk diskusjon*. Upublisert arbeidsnotat. Universitetet i Stavanger. Hentet fra <https://uis.itslearning.com/ContentArea/ContentArea.aspx?LocationID=19293&LocationType=1>
- Orton, A. (2004). *Learning mathematics : issues, theory, and classroom practice* (3. utg.). London ; New York: Continuum.
- Polya, G. (1957). *How to solve it. A new aspect of mathematical method*. (2. utg.). Princeton: Princeton University Press.

- Postholm, M. B. (2010). *Kvalitativ metode - En innføring med fokus på fenomenologi, etnografi og kasusstudier* (2.utg.). Oslo: Universitetsforlaget.
- Robson, C. (2002). *Real world research: a resource for social scientists and practitioner-researchers*. Oxford: Blackwell.
- Ryve, A. (2008). Analyzing mathematical classroom discourse. Initiating elaborations on the usefulness of the dialogical approach. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 13(3), 7-30.
- Schoenfeld, A. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. I D. A. Grouws (red.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (s. 334 - 370). New York: Macmillan Publishing Company.
- Sfard, A. (2010). *Thinking as Communicating Human Development, The Growth of discourses, and Mathematizing*. New York: Cambridge University Press.
- Shute, V. J. (2008). Focus on Formative Feedback. *Review of educational research* 78 (1) 153-189
- Smit, J., Van Eerde, H. A. A., & Bakker, A. (2013). A conversation of whole-class scaffolding. *British Educational Research Journal*, 39(5), 817–834.
- Thagaard, T. (2013) *Systematikk og innlevelse. En innføring i kvalitativ metode*. (4. utg.) Bergen: Fagbokforlaget.
- Udir (2014) Nasjonal satsing på vurdering for læring. Hentet fra <http://www.udir.no/Vurdering-for-laring/Nasjonal-satsing1/Nasjonal-satsing-pa-Vurdering-for-laring/>
- Kunnskapsdepartementet. (2016) *Læreplanen i matematikk* (MAT1-04). Oslo: Utdanningsdirektoratet. Hentet fra <http://www.udir.no/kl06/MAT1-04/Hele/Formaal>
- Van de Pol, J., Volman, M., & Beishuizen, J. (2010). Scaffolding in teacher–student interaction: A decade of research. *Educational Psychology Review*, 22(3), 271–296.
- Van de Walle, J. A. (2004). *Elementary and middle school mathematics: teaching developmentally* (5. utg.). Boston: Allyn and Bacon.
- Vygotsky. (1978). Interaction between learning and development. I M. Gauvain & M. Cole (red.), *Readings on the development of children* (s. 29 - 36). New York: W.H. Freeman and Company.
- Wood, D., Bruner, J. S., & Ross, G. (1976). The role of tutoring in problem solving. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 17, 89–100.







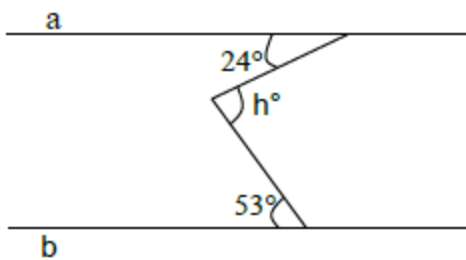


## Vedlegg 2: Problemløsningsoppgaver samling

### Oppgave 1

I en godteripose er det færre enn 60 drops. Hvis Anne, Berit og Cecilie forsøker å dele innholdet i posen likt mellom seg, blir det ett drops til overs. Det samme skjer hvis Didrik og Erik også er med. Men det går opp hvis innholdet i posen deles bare på de tre jentene og Didrik. Hvor mange drops blir det til overs om vi deler likt på sju barn?

### Oppgave 2:

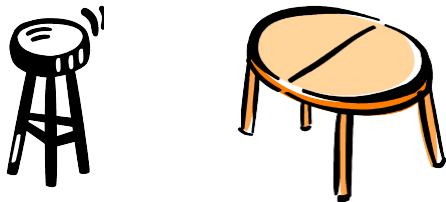


Hva er verdien til  $h$ ?

### Oppgave 3:

#### KRAKKER OG BORD

Tenk dere at en snekker lager krakker med 3 bein og bord med 4 bein. En dag hadde snekkeren brukt 33 bein. Hvor mange stoler og bord kan han ha laget?



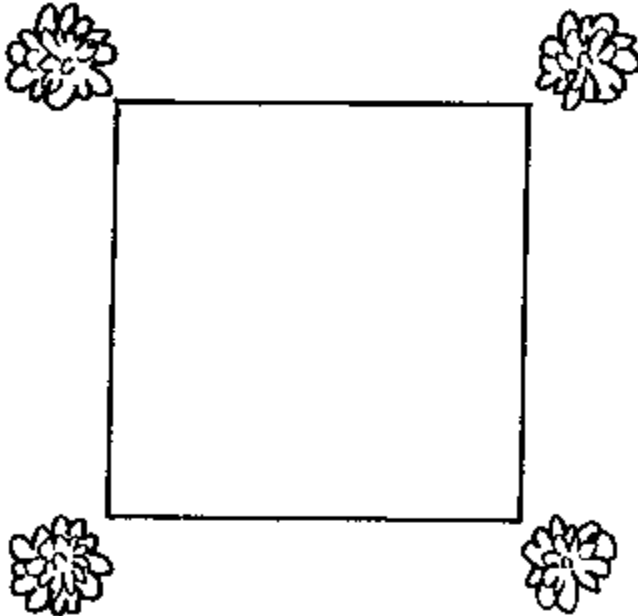
Ekstra utfordring:

En annen dag har snekkeren brukt 35 bein. Hvor mange stoler og bord kan han ha laget da?

Elevene arbeidet med disse problemene i timen hvor kvaliteten på observasjonsmaterialet gjorde at dataene ikke kunne brukes i studien.

#### Oppgave 4:

De skal utvide sandkassa i barnehagen slik at den blir dobbelt så stor og fremdeles er kvadratisk. Men de vil ikke hogge ned de vakre buskene utenfor hjørnene av sandkassa. Det går an å få det til. Hvordan?



#### Oppgave 5

Anne, Bjørn, Celine, Dag og Erik var på sopptur. Anne og Bjørn plukket sammenlagt like mange sopper som Celine og Dag til sammen. Bjørn og Dag plukket sammenlagt flere sopper enn Anne og Celine til sammen, som igjen plukket flere sopper sammenlagt enn Dag og Erik til sammen. Erik og Celine plukket sammenlagt flere sopper enn Dag og Anne til sammen. Hvem plukket flest sopper?

#### Oppgave 6

Niels Henrik bestemte seg for å trene etter nyttår. Han skulle trene styrke hver femte dag, mykhet hver sjuende dag og kondisjon hver ellefte dag. Niels Henrik lar seg lett engasjere, og startet treningsprogrammet allerede på nyttårsaften, slik at de første treningsdagene ble 5. januar (styrke), 7. januar (mykhet) og 11. januar (kondisjon). En dag Niels Henrik våkner, er batteriet i den digitale klokka hans gått tomt, og han kan ikke komme på hvilken dato det er. Treningen har gått til hodet på ham, og det eneste han husker, er at han trente kondisjon dagen før, styrke for to dager siden og mykhet for tre dager siden. Det er ikke skuddår, og han har fulgt treningsopplegget mindre enn et år. Hvilken dato er det?

### Vedlegg 3: Bussturen

#### Klassetur med buss (Funksjoner/Likninger)

9.klasse på [navn på skolen] skal på klassetur. Klassen har vært i kontakt med tre forskjellige reiseselskap og bedt om pristilbud:

Haga bussreiser gir dette tilbudet:

- 1100 kr i fast avgift
- 5,50 kr per kilometer

Kolumbus gir dette tilbudet:

- 9 kr per kilometer

Tur-Retur AS tilbyr fast pris:

- 4000 kr for turer opp til 800km

a. Still opp de tre ulike tilbudene grafisk i Geogebra

b. Hvilket selskap er billigst dersom vi skal kjøre 200km? Hvordan kan du si dette?

c. Hvilket av disse tilbudene vil du si er billigst?

d. Klassen bestemmer seg for å gå på klassetur til Kristiansand Dyrehage. Det er 600 km kjøring frem og tilbake. I denne sammenhengen skal dere foreslå et tilbud til et fjerde reiseselskap, som skal være billigere enn de tre andre. Klassen har allerede samlet 2000 kr, og tenkte å bruke dette som et engangsbeløp for å få en billigere kilometerpris. Hvor høy kan kilometerprisen være og det fjerde selskapet fremdeles er det billigste?





## Vedlegg 4: Kvittering NSD, godkjenning for gjennomføring av observasjon

### Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste AS

NORWEGIAN SOCIAL SCIENCE DATA SERVICES

Raymond Bjuland  
Institutt for grunnskolelærerutdanning, idrett og spesialpedagogikk Universitetet i Stavanger

4036 STAVANGER

Vår dato: 14.01.2016

Vår ref: 46074 / 3 / AGL

Deres dato:

Deres ref:



Harald Hårfagres gate 29  
N-5007 Bergen  
Norway  
Tel: +47-55 58 21 17  
Fax: +47-55 58 96 50  
nsd@nsd.uib.no  
www.nsd.uib.no  
Org.nr. 985 321 884

#### TILBAKEMELDING PÅ MELDING OM BEHANDLING AV PERSONOPPLYSNINGER

Vi viser til melding om behandling av personopplysninger, mottatt 10.12.2015. Meldingen gjelder prosjektet:

*46074 Tilrettelegging for god feedback-kultur i klasserommet gjennom bruk av rike matematisk problem*

*Behandlingsansvarlig  
Daglig ansvarlig  
Student*

*Universitetet i Stavanger, ved institusjonens øverste leder  
Raymond Bjuland  
Peder Haga Simonsen*

Personvernombudet har vurdert prosjektet og finner at behandlingen av personopplysninger er meldepliktig i henhold til personopplysningsloven § 31. Behandlingen tilfredsstiller kravene i personopplysningsloven.

Personvernombudets vurdering forutsetter at prosjektet gjennomføres i tråd med opplysningene gitt i meldeskjemaet, korrespondanse med ombudet, ombudets kommentarer samt personopplysningsloven og helseregisterloven med forskrifter. Behandlingen av personopplysninger kan settes i gang.

Det gjøres oppmerksom på at det skal gis ny melding dersom behandlingen endres i forhold til de opplysninger som ligger til grunn for personvernombudets vurdering. Endringsmeldinger gis via et eget skjema, <http://www.nsd.uib.no/personvern/meldeplikt/skjema.html>. Det skal også gis melding etter tre år dersom prosjektet fortsatt pågår. Meldinger skal skje skriftlig til ombudet.

Personvernombudet har lagt ut opplysninger om prosjektet i en offentlig database, <http://pvo.nsd.no/prosjekt>.

Personvernombudet vil ved prosjektets avslutning, 31.07.2016, rette en henvendelse angående status for behandlingen av personopplysninger.

Vennlig hilsen  
Vigdis Namtvedt Kvalheim      Audun Løvlie

Kontaktperson: Audun Løvlie tlf: 55 58 23 07  
Vedlegg: Prosjektvurdering  
Kopi: Peder Haga Simonsen [peder\\_h\\_s@hotmail.com](mailto:peder_h_s@hotmail.com)



## Prosjektvurdering - Kommentar

---

Prosjektnr: 46074

Utvalget informeres skriftlig om prosjektet og samtykker til deltakelse. Informasjonsskriv til foreldre er godt utformet.

Personvernombudet forutsetter at det utformes likedan informasjonsskriv til elever og lærere. Disse skal sendes til [personvernombudet@nsd.no](mailto:personvernombudet@nsd.no) før utvalget kontaktes.

Foreldre samtykker for sine barn. Selv om foreldre/foresatte samtykker til barnets deltakelse, minner vi om at barnet også må gi sin aksept til deltakelse. Barnet bør få tilpasset informasjon om prosjektet, og det må sørges for at de forstår at deltakelse er frivillig og at de når som helst kan trekke seg dersom de ønsker det. Dette kan være vanskelig å formidle, da barn ofte er mer autoritetstro enn voksne. Frivillighetsaspektet må derfor særlig vektlegges i forhold til barn, og spesielt når forskningen foregår på eller i tilknytning til en organisasjon som barnet står i et avhengighetsforhold til, som for eksempel skole. Forespørselen må derfor alltid rettes på en slik måte at de forespurte ikke opplever press om å delta, gjerne ved å understreke at det ikke vil påvirke forholdet til skolen hvorvidt de ønsker å være med i studien eller ikke. Videre bør det planlegges et alternativt opplegg for de som ikke deltar. Dette er særlig relevant ved filmopptak i skoletiden.

Personvernombudet legger til grunn at forsker etterfølger Universitetet i Stavanger sine interne rutiner for datasikkerhet. Dersom personopplysninger skal lagres på mobile enheter, bør opplysningene krypteres tilstrekkelig.

Forventet prosjektslutt er 31.07.2016. Ifølge prosjektmeldingen skal innsamlede opplysninger da anonymiseres. Anonymisering innebærer å bearbeide datamaterialet slik at ingen enkeltpersoner kan gjenkjennes. Det gjøres ved å:

- slette direkte personopplysninger (som navn/koblingsnøkkel)
- slette/omskrive indirekte personopplysninger (identifiserende sammenstilling av bakgrunnsopplysninger somf.eks. bosted/arbeidssted, alder og kjønn)
- slette video- og lydopptak

## Vedlegg 5: Intervjuguide lærerintervju

### Innledning

Jeg har nå observert undervisningen i klassen din i [periode]. I denne samtalen har jeg derfor lyst til å snakke med deg om dine erfaringer om hvordan du opplevde undervisningen i denne perioden. Jeg takker for at du har sagt deg villig til å være med, og håper det er greit for deg at samtalen blir tatt opp med lyd og film. Din deltakelse er basert på frivillighet, og du har derfor full rett til å trekke deg dersom du ønsker det. Men vi håper selvsagt at du er villig til å være med på denne intervjusamtalen også! Når prosjektet vårt er over, så vil alle opptakene slettes, og du kan være trygg på at alt datamaterialet blir brukt på en slik måte at identiteten til deg, elevene eller skolen ikke blir offentliggjort.

Da er vi klar til å begynne!

### Spørsmål

- Vi kan starte åpent med at du forteller om hvordan du som lærer opplevde å gjennomføre de undervisningsøktene som jeg har observert.  
Hvordan opplevde du at elevene arbeidet i perioden?
- Hva tenker du om læringsmål knyttet til slik undervisningsform, og hvordan det kan tydeliggjøres for elevene?
- På hvilken måte er denne måten å undervise matematikk på egnet for å gi mulighet for læringsfremmende tilbakemeldinger i klasserommet?
  - Er det ulemper med denne formen for undervisning som gjør det vanskelig å gi gode tilbakemeldinger?
  - Hvilken erfaring har du fra undervisningen av hvilken form for tilbakemelding som er mest hensiktsmessig?
  - Hvordan opplever du at klassen og klasseroms miljøet er egnet for å gi og få læringsfremmende tilbakemeldinger under arbeid med denne typen oppgaver?
- Hvordan opplevde du at elevene responderte annerledes i de to første øktene kontra den siste arbeidsøkten som var mer repeterende?
- Opplever du som lærer at du har gjort deg noen erfaringer fra denne perioden som du vil ta med deg videre (Noe som ikke fungerte/må gjøres annerledes, noe som fungerte som du vil bruke videre)?
- Har du noen ytterligere kommentarer helt til slutt? Da må vi bare si tusen takk for at du stilte opp – både i intervjuet her og i prosjektet som helhet.





## Vedlegg 6: Intervjuguide elevintervju

### Innledning

Mitt navn er Peder, jeg er mastergradsstudent ved Universitetet i Stavanger. Grunnen til at jeg ønsker å gjennomføre dette intervjuet, er at jeg ønsker å undersøke hvordan dere elever og lærer gir hverandre tilbakemeldinger i matematikkfaget, og hvordan vi kan lære bedre av å gi hverandre gode tilbakemeldinger. Det har vært veldig spennende for oss å observere mattetimene den siste perioden. I denne samtalen har jeg lyst til å snakke med dere om det dere har jobbet med i undervisningen. Jeg takker for at dere har sagt dere villige til å være med, og håper det er greit for dere at vi tar opp denne samtalen med lyd og filmopptak. Deres deltakelse er basert på frivillighet, og dere har derfor full rett til å trekke dere dersom dere ønsker det. Når prosjektet vårt er over, så vil alt av opptak slettes, og dere kan være trygge på at dette blir brukt på en slik måte at dere ikke blir gjenkjent.

Da er vi klar til å begynne!

### Spørsmål

- Kanskje dere kan starte med å si litt om det dere har jobbet med i matematikktimene [den siste perioden]?
- Kan dere fortelle om oppgavetyper dere jobbet med?
- Hva tenker dere om å sitte i smågrupper og å diskutere oppgaver sammen? (plenum)
- Er det forskjell på hvordan dere snakker sammen når dere jobber med denne typen oppgaver enn når dere jobber med vanlige regn ut oppgaver?
- Hvordan tenker dere at [læreren] kan hjelpe dere når dere arbeider med disse oppgavene?
- Hvordan opplevde dere at [læreren] hjalp dere i oppgaveløsningen?
- Hva har dere lært av å jobbe med disse oppgavene?
- Kan dere si noe om når i oppgaveprosessen at dere følte at dere fikk denne nye lærdommen, fikk dere noen gang en aha opplevelse av å ha lært noe nytt?
- Da var vi ferdige. Tusen takk for at dere stilte opp!