Mathematical Discourse in Instruction som analyseverktøy for elevgruppers matematiske diskurser om funksjoner i et kommognitivt perspektiv

Universitetet
i Stavanger

DET HUMANISTISKE FAKULTET

Master i utdanningsvitenskap – Matematikkdidaktikk

Masteroppgave

- VÅR 2017 -

Line Siggerud

Universitetet
i Stavanger

DET HUMANISTISKE FAKULTET

MASTEROPPGAVE

Studieprogram: **Master i utdanningsvitenskap Matematikkdidaktikk**	VÅR semesteret, 2017 Åpen~~/ konfidensiell~~
Forfatter: **Line Siggerud**	…………Line Siggerud…………… (signatur forfatter)
Veileder: **Tone Bulien**	
Tittel på masteroppgaven: ***Mathematical Discourse in Instruction* som analyseverktøy for elevgruppers matematiske diskurser om funksjoner i et kommognitivt perspektiv** Engelsk tittel: ***Mathematical Discourse in Instruction* as an analytical tool for student groups' mathematical discourses about functions in a commognitive perspective**	
Emneord: MDI, funksjoner, gruppesamarbeid, kommognisjon, matematisk diskurs, matematisk objekt, realiseringer, modaliteter	Antall ord: … 24 437 …… + vedlegg/annet: … 5109 … Stavanger, **12/06 – 2017** dato/år

Forord

Fem år på lærerutdanningen ved Universitetet i Stavanger (UiS) nærmer seg slutten og jeg kan se tilbake på en lærerike og meningsfull periode av livet. Denne perioden har formet meg som lærer og som menneske. Masterstudiet i utdanningsvitenskap har gitt meg innblikk i forskning på matematikkundervisning og denne masteroppgaven er et resultat av dette omfangsrike studiet. Jeg håper denne masteroppgaven kan inspirere flere lærerstudenter til å ta en master i utdanningsvitenskap.

Masterstudiet i matematikkdidaktikk ved UiS setter teori i sammenheng med praksis, og gjennom disse to årene har jeg tilegnet meg kunnskap om hvordan lærere kan utvikle sin egen undervisningskompetanse. Selv om kurset er omfattende og mage ulike perspektiv presenteres i løpet av studiet, var det for meg forskning på hvordan elever lærer som virket mest spennende. På grunnskolelærerutdanningen er det behaviorismen, kognitivismen og de sosiokulturelle læringsteoriene som er i fokus, men gjennom masterstudiet fikk jeg kjennskap til kommognitive perspektivet. Som nyutdannet lærer ønsker jeg å kunne bli den beste læreren for mine fremtidige elever og et viktig steg i den rettingen, for meg, er å ha både fagdidaktikk- og fagligkunnskap, samt kunnskap som gjøre meg i stand til å utvikle min egen undervisningskunnskap.

Denne masteroppgaven ble ikke til av seg selv og jeg ønsker derfor å takke alle som har påvirket eller hjulpet meg gjennom mitt masterstudie. Først og fremst ønsker jeg å takke Raymond Bjuland og Reidar Mosvold. Dere gjorde forelesningene engasjerende og spennene, noe som førte til mitt engasjement for matematikkfaget.

Det tette samarbeidet til mine medstudenter, Alfred Ø. Håvardsholm og Tron M. Rød, vært en av de viktigste grunn til at jeg har klart å strekke meg litt lenger enn jeg trodde var mulig og har bidratt til at jeg har klart å gjennomføre masterstudiet ved UiS på en tilfredsstillende måte.

En takk til elevene og deres lærer som stilte opp som deltakere i denne studien.

En takk til min samboer, Ulrik Moen, er også på sin plass. Han har holdt ut med meg i stressa eksamensperioder, ikke minst under dette siste året hvor masteroppgavene har preget både hverdager og "ferier".

Jeg ønsker å takke Tone Bulien, min veileder. Takk for alle konstruktive og konkrete tilbakemeldinger, dette har virkelig fått meg til å reflektere rundt teorier, vinklinger og selve skriveprosessen. Samtaler med Tone Bulien og resten av kollegiet ved UiS har virkelig inspirert meg!

Helt til slutt vil jeg takke mamma og pappa for støtte opp gjennom mine 25 leveår. Dere har støttet meg og lest korrektur gjennom mine 18 år på skolen. På tross av null studiepoeng i pedagogikk har dere lest gjennom masteroppgaven og kommet med kommenterer. Og min lillesøster som har irritert meg siden hun kom inn i mitt liv, men som har inspirert meg til å bli det mennesket jeg er i dag.

Line Siggerud
Stavanger, 11. juni 2017

Sammendrag

Denne studien tar utgangspunkt i det kommognitive perspektivet til Sfard (2008) og undersøker problemstillingen:

> **Hvilke kommgnitive matematiske diskurser i elevers gruppearbeid om funksjoner kan synliggjøres ved hjelp av analyseverktøyet *Mathematical Discourse in Instruction*?**

Dette er et kvalitativt case-studie hvor det ble gjennomført observasjoner ved hjelp av video- og lydopptak, som senere ble transkribert. MDI ble brukt som verktøy før undervisningen, i forbindelse med å planlegge matematikkoppgavene som elevene jobbet med. Elevgruppenes kommognitive diskurser, som ble synligjort gjennom ulike modaliteter; muntlig dialog, skriftlig arbeid, gester og visuelle mediatorer, ble kodet i tråd med MDI. Videre ble kategoriene i MDI og de tilhørende underkategoriene drøftet i lys av definisjoner og begreper fra det kommognitive perspektivet. Studien konkluderer med at MDI verktøyet kan benyttes for å analysere og synligjøre de kommognitive diskursene som oppstår både i gruppen, men også den innvendige diskursen til gruppas medlemmer. Resultatene kan indikere at også det kommognitive perspektivet kan benyttes for å presisere kategoriene og nivåene i MDI. Ved å se Johnson og Johnson (1990) sine prinsippene om gruppearbeid i sammenheng med ritualer i den matematiske diskursen og elevdeltakelse fra MDI, finnes det potensiale for at MDI kan utvikles slik at det passer bedre som analyseverktøy av de matematiske diskursene til elevene i gruppesamarbeid.

Liste over figurer

Innholdsfortegnelse

1 Innledning

Undervisningen i den norske skolene har gjennom de siste hundre årene utviklet seg fra et individperspektiv og et behavioristisk læringsteorisyn til et sosiokulturelt læringsperspektiv hvor enhetsskolen og begreper som mangfold og inkludering står i fokus. Denne utviklingen har også påvirket matematikkundervisningen. På 90-tallet var prosjektarbeid i vinden og gruppearbeid ble en viktig del av undervisningen i Lærerplanen av 97 (Tønnesen, 2004). Det kommognitive perspektivet (Sfard, 2008) tar utgangspunkt i det sosiokulturelle læringsperspektivet og er utviklet spesielt for matematikkundervisning. Matematikkfaget er et fellesfag gjennom de 12 første åren i grunnskolen. I Kunnskapsløftet (LK06) ligger det et krav om grunnleggende ferdigheter i regning og denne ferdigheten skal inkluderes i alle fag. Den grunnleggende ferdigheten regning innebærer at elevene skal være i stand til å "resonnere og bruke matematiske begreper, fremgangsmåter, fakta og verktøy for å løse problemer og for å beskrive, forklare ..." (Kunnskapsdepartementet, 2012, s. 12).

1.2 Bakgrunn for studien

Kommogninsjon, en metamorfose av begrepene kommunikasjon og kognitive handlinger, danner grunnlaget for det kommognitive perspektivet til Anna Sfard (2008). Ved å ta i buk det kommognitive perspektivet var en i stand til å se matematikkundervisningene i et nytt lys, som bidrar til ny kunnskap på områder som tidligere var ukjent. Læringsteorien har sitt utspring i det sosiokulturelle perspektivet med språket i sentrum. Fordi fokuset ligger på den matematiske diskursen, som samler enkelte individer og ekskluderer andre, i klasserommet kan man ved å ta i bruk denne teoretiske tilnærmingen beskrive ulike aspekt ved matematikkundervisningen, som ikke er belyst gjennom andre mer tradisjonelle læringsteorier. Sfard (2008) setter fokus på matematiske objekter, objekter som oppstår i den matematiske diskursen, og hvordan sannheter og regler om disse objektene blir gjeldende i den gitte diskursen.

Med et brennende ønske om å utvide min egen undervisningskunnskap innenfor matematikkundervisning, og den spennende vinklingen det kommognitive perspektivet gir, var det naturlig at dette dannet grunnlaget for denne masteroppgaven. Med utgangspunkt i Sfard (2008) sitt kommognitive perspektiv har denne studien fokusert på den matematiske diskursen mellom elever som jobber sammen i grupper for å utvide min kunnskap om elevers mulige læringsstrategier. For at elevene skal få utbytte av gruppeundervisningen ligger det en del affektive mål til grunne (Johnson & Johnson, 1990). Elevene må bland annet evne å samarbeide og bidra til felleskapet. Adler og Ronda (2015) skriver "... it is participation in formal discourse that ultimately marks out learning mathematics." (2015, s. 9) og bygger på ideer om språkets betydning og ordbruk for at elevene skal lære matematikk. *Mathematics discourse in instruction* (MDI) er et verktøy utviklet av Adler og Ronda for å rette fokuset mot den matematiske diskursen som foregår i klasserommet under undervisningssituasjoner, og tar utgangspunkt i læringsobjektet, det som skal læres i løpet av en matematikktime. For at noe som det skal undervises, eller for at noe skal læres, må dette noe bli presentert i løpet av undervisningstimen i en eller annen form (Adler & Ronda, 2014). Vider ser Adler og Ronda (2105) på hvordan lærerne legger til rette for at elevene skal lære noe om læringsobjektet i løpet av matematikktimen.

Analyseverktøyet MDI er brukt i forskjellige kontekster gjennom studier gjort av Adler og Ronda både med fokus på diskursen i klasserommet (2015), men også i analyse av lærerbok (2016). Adler og Ronda (2017b) indikerer at MDI med fordel kan benyttes i flere kontekster, og Fauskanger og Mosvold (2017) og Mosvold og Fauskanger (2017, June) bruker deler av rammeverket for å se på hvordan norske lærerstudenter kan rette fokuset mot ulike deler av den matematiske diskursen. De finner at MDI kan brukes som et redskap av lærerstudenten, under planleggingsarbeidet av undervisningstimer i praksissituasjoner, og i samhandling med praksislærer som et verktøy både ved før- og etterveiledning. Fauskanger og Mosvold (2017) indikerer også at MDI verktøy kan være like nyttig i faglig utvikling av læreres kunnskap generelt og for lærerstudenter i matematikk spesielt.

1.3 Problemstilling og avgrensing

Adler og Ronda (2015) skriver at MDI med fordel kan brukes i andre kontekster, og det denne studien gjør dette ved ta MDI i bruk for å forske på de kommognitive diskursene i klasserommet. Med utgangspunktet i resultatene til Fauskanger og Mosvold (2017) og Mosvold og Fauskanger (2017, June) om at MDI kan benyttes under planlegging og i etter kant av undervisningstimen, brukes MDI her for å planlegge oppgavene om funksjoner med hensyn til MDI kategoriene i *eksemplifisering* og *elevdeltakelses*. Analysen av de matematiske diskursene som oppstod i undervisningssituasjonen, og hvordan disse diskursene fortoner seg under oppgaveløsningen, er analysert med utgangspunkt i MDI kategoriene *forklarende samtale* og *elevdeltakelse*. Problemstillingen til studien vil derfor være av den karakter å undersøke hvordan MDI verktøyet kan benyttes i lys av den kommognitive perspektivet for å studere elevers diskurs under gruppesamarbeid, når elevgruppene jobber med oppgaver om funksjoner.

> **Hvilke kommgnitive matematiske diskurser i elevers gruppearbeid om funksjoner kan synliggjøres ved hjelp av analyseverktøyet *Mathematical Discourse in Instruction?***

Tema funksjoner er komplekst og sammensatt, som gir elevene muligheten til å realisere, danne nye regler og fortellinger om objekter i matematikken. Realiseringen i funksjonslære skjer gjennom ulike modaliteter, representasjonsformer, i form av graf, formel, verditabell o.l. (Sfard, 2008). Güçler (2016) har sett på elevers arbeid med funksjoner i lys av det kommognitive perspektivet, og finner at realiseringene hos elevene er svært ulike. Funksjoner er derfor et tema hvor flere diskurser om de ulike objektene i funksjonslære samles, og hvor elevene fort kan oppleve at de ikke har like realiseringer om det samme matematiske objektet. Gjennom bruken av MDI er målet å kunne si noe om elevers matematiske diskurs i henhold til nivåene i de ulike kategoriene i MDI, med fokus på den *utforskende samtalen* og *elevdeltakelse* under elevenes gruppesamarbeid. Det er også interessant å undersøke om det oppstår faktorer som hemmer elevene i å oppnå høye MDI nivåer eller andre faktorer som kan være med på å begrense mulighetene for å analysere og tolke de matematiske diskursene.

1.4 Oppgavene oppbygging

For å undersøke og besvare problemstillingen i denne studien er det samlet inn et datamateriale bestående av skriftlige elevbesvarelser og observasjoner ved hjelp av video- og lydopptak. Deltakerne i studien er en 9. klasse hvor to av elevgruppene er i fokus for observasjonene, til sammen åtte elever.

I teorikapittelet, kapittel 2, presenteres og redegjøres det for relevante teorier knyttet til det kommognitive perspektivet, gruppesamarbeid og MDI verktøyet. Det kommognitive perspektivet danner den teoretiske vinklingen for denne studien, og det brukes derfor tid på å redegjøre for de viktigste prinsippene som omhandler matematiske diskurser og hvordan disse utarter seg i matematikkundervisningen. Videre knyttes gruppesamarbeid opp mot elevens deltakelse i diskursen, før MDI presenteres med tilhørende hovedideer i slutten av teorikapittelet.

Videre i metodekapittelet, kapittel 3, blir det foretatt en redegjørelse for studiens metodiske tilnærming. MDI er et verktøy under utforming av oppgaver og for analysene og presenteres i dette kapittelet. Denne kvalitative case-studien baserer seg på to fokusgrupper som jobber med oppgaver og begrunnelse for valg av disse oppgavene i lys av MDI foreligger i dette kapittelet. Videre presenteres den delen av MDI som benyttes som analyseverktøy. Til slutt løftes validitet, reliabilitet og de forskningsetiske betraktningene frem. De etiske perspektivene er spesielt viktige deler av forskningsprosessen når forskningen inkluderer barn.

I kapittel 4, analyse og diskusjon, presenteres transkripsjoner fra hver av fokusgruppene og tilhørende analyse med, MDI som analyseverktøy. Videre i kapittel 4 diskuteres analysen og MDI som verktøy i lys av teorien fra kapittel 2.

I kapittel 5, oppsummering og konklusjon, oppsummeres diskusjonene for å besvare problemstilling samtidig som det pekes på videre utvikling av MDI og forskning med MDI som verktøy.

2 Teori

I denne studien er den matematiske diskursen i klasserommet fokuset i lys av det kommognitive perspektivet til Sfard (2008), og det må derfor redegjøres for en del begreper tilknyttet dette rammeverket. Gruppesamarbeid, gruppesammensetning og teori om ulike gester blir også knyttet opp mot den kommognitive teorien, før analyseverktøyet *Mathematical discourse in Instruction* (MDI) introduseres. MDI er et verktøy som i denne studien brukes til valg og utformingen av oppgaver og som analyseverktøy i etterkant av undervisningen. Det ligger derfor et behov for å utrede for hvilke komponenter som ligger til grunne i MDI, utviklet av Adler og Ronda (2014; 2015; 2017a; 2017b; Ronda & Adler 2016). Deltakerne i denne studien, elevene, jobber i grupper med oppgaver som omhandler teamet funksjoner, og det er derfor behov for teori om hvordan gruppearbeid fungerer som undervisningsmetode.

I dette teorikapittelet redegjøres det for det kommognitive perspektivet med tilhørende begreper. Det kommognitive perspektivet og MDI, sammen med gester som brukes i samhandling med de visuelle mediatorerne, prinsipper under gruppesamarbeid og valg av gruppesammensetning vil danne grunnlaget for analyse og diskusjon. Definisjonen av disse begrepene som er løftet frem i denne teoridelen legger grunnlagt for hvordan begrepene er benyttet videre i denne masteroppgaven.

2.1 Det kommognitive rammeverket

I boken Thinking as Communicating presenter Sfard (2008) et læringsperspektiv som beskriver hvordan læring hos elever i matematikkfaget fortoner seg i diskurser. Rammeverket Sfard (2008) presenterer tar utgangspunkt i ideer fra Wittgenstein og Vygotsky (2008, s. xiii - xiv), og plasseres derfor innenfor det sosiokulturelle læringsperspektivet. Med vekt på Wittgensteins fokus på språket og språkets betydning, og Vygotsky ideer om læring i sosiale kontekster og de språklige interaksjonene. Sfard (2008) redefinerer kjente begreper som; kommunikasjon, tenking, læring, diskurs og matematiske objekter, og danner en ny læringsteori som setter; de kognitive ("cognition") handlingene og kommunikasjonen ("communication") som oppstår, sammen til ett begrep: kommognisjon ("commognition"). Dette rammeverket, forankret i det sosiokulturelle perspektivet, har fått navnet det kommognitive rammeverket. Sfard (2008) tar utgangspunkt i ideen om at mellommenneskelig kommunikasjon og individuell tenking er to sider av samme sak (2008, s. xvii), og at det kommognitive aspekt derfor er viktig for hvordan elever lærer. Videre i dette kapittelet redegjøres det for Sfard (2008) sine ideer knyttet til det kommognitive perspektivet, da dette vil danne det teoretiske grunnlaget videre i oppgaven. Bauersfeld (1980) løfter frem at matematisk argumentasjon som kommer til syne via meningsutveksling gjennom menneskelig samhandling er en skjult dimensjon som kan identifiseres i en klasseromskontekst. Indexicality handler om hvordan ulike kontekster påvirker hvordan språket brukes. Med tanke på menig og innhold, men også med tanke på språkbruken og hvordan ytringer utales. Bauersfeld (1980) understreker at elever utvikler og konstruerer sin kunnskap gjennom den sosiale samhandlingen, hvor normer og regler styrer dette.

2.1.1 Kommunikasjon og kommognisjon

Menneskelig kommunikasjon handler om å dele tanker gjennom å formidle, ved hjelp av ord og/eller handlinger, til en ønsket mottager (Allott, 2015). Sfard (2008) skriver at kommunikasjon, slik det foreligger i samfunnet vi lever i, oppstår gjennom ulike mønster. Det er ulike syn på hvordan meninger og informasjonen utveksles mellom individer hvor kommunikasjonen oppstår, og hun foreslår derfor en redefinisjon av begrepet kommunikasjon, slik at det inkluderer alle sider ved språket som hun ser som nødvendig med hensyn til den kommunikasjonen som oppstår i klasserommet. Sfard (2008, s. 86 - 87) forklarer at kommunikasjon oppstår når et individ A provoserer fram en respons fra et annet individ B. Responsen fra individ B kan være en form for verbal eller en nonverbal respons. Kriteriet for at det kalles kommunikasjon er at responsen fra individ B må være direkte knyttet til handlingen fra individ A. Ut fra definisjonen vil den nonverbale responser av typen; gester, mimikk, kroppsspråk, både fysiske og psykiske forandringer (Sfard, 2009) også være inkludert så lenge de er direkte reaksjoner på den forestående hendelsen.

Kommognisjon ("commognition") (Sfard, 2008, s. xvii) er et samlebegrep for mellommenneskelig kommunikasjon, slik det er definert over, og de innvendige kommunikasjon, de kognitive handlingene og samtaler du fører med deg selv. Sfard understreker at "... these two processes are different manifestations of the same phenomenon" (2008, s. 296), og tenking er i det kommognitive perspektivet sett som en individualisert form for innvendig kommunikasjon.

I en klasseromsituasjon vil en lærer eller observatør kun ha tilgang til den delen av kommognisjonen som foregår verbalt og visuelt mellom lærer og elev eller elevene i mellom. Kommognisjonen som foregår i elevene og i læreren er det ikke mulig å få direkte tilgang på

(Sfard, 2008). Forskerens fokus bør derfor ligge på den delen av kommognisjonen som er observerbar og som foregår mellom lærere og elevene eller elevene i mellom. Sfard (2008) påpeker at en vei inn i til den innvendige kommognisjonen kan være å be elever og lærere sette ord på tanker og de innvendige handlingene. Det er viktig å påpeke at dette kun gir et lite bilde på det som faktisk foregår, men dette kan være en vei inn til den innvendige kommognisjonen som foregår i elevene eller i læreren, og gir muligheter for å tegne et bilde utover den observerbare kommognisjonen i klasserommet.

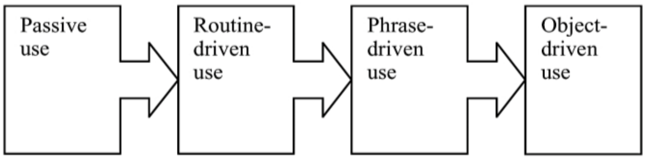
2.1.2 Den matematiske diskursen

Diskurser kan ifølge Grue (2013) bety sammenhengende rekker med språklige ytringer i en gitt kontekst samtidig som det også kan bety samtale, disputt eller vidløftig drøftelse. Diskurs er et viktig begrep i det kommognitive rammeverket og Sfard (2008) definerer diskurser som "The different types of communication, and thus of commognition, that draw some individuals together while excluding some others will be called discourses" (Sfard, 2008, s. 91). Diskurser oppstår i ulike kontekster så lenge kriteriet er oppfylt og har ulike kjennetegn. Den matematiske diskursen kjennetegnes ved hjelp av *ordbruk, visuelle mediatorer, narrative* og *rutine.*

Ordbruk

Ordbruken i den matematiske diskursen er en upersonlig form for diskurs, fordi ordbruken er resultater av fremmedgjøring hvor fokuset går fra å beskrive subjekter til å omhandle objekter. I tillegg beskriver begrepene i matematiske diskurser størrelser og former. Eksempelvis har begrepene graf, en halv og trekant en helt spesiell konkret betydning. I den matematiske diskursen vil derfor eksempelvis trekant være en mangekant med tre sider hvor vinkelsummen er 180 grader, eller et halvt glass med vann vil være ekstrakt halvparten av mengden som glasset rommer. Berger (2013) skriver om betydningen av de ordbruken i diskursen og finner at "... it really does matter how we use words when talking about mathematical phenomena." (Berger, 2013, s. 10). Hun finner at deltakerne i diskursen må bruke ord som beskriver matematiske fenomener for å samtale om matematikk. Denne ordbruken utvikles gjennom deltakelse i diskursen og går fra et passivt bruk til en objektdreven ordbruk (Sfard, 2008).

For at eleven skal oppnå dette læringsmålet må de sette ord på hvordan de eksempelvis kan finne formelen for en lineær linje som er representert i form av en graf.



Figur 1: *De fire stegene for utviklingen av ordbruken i en matematisk diskurs* (Sfard, 2008, s. 182)

Passivt ordbruk ("Passive use") er når elever hører begreper i diskursen, men disse begrepene brukes ikke av deltakeren. Når læreren, eller en annen mer erfaren deltaker, benytter begreper under plenumsdiskusjoner i klassen, for eksempel graf. Dersom eleven som hører begrepet graf ikke vet hvordan en graf ser ut eller hva begrepet betyr har han en diskurs hvor ordbruken er passiv.

Rutinedreven ordbruk ("Routine-driven use") skjer når elevene tar i bruk begreper uten at de vet hva det betyr. De kjenner igjen rutinene for diskursen, mønsteret, og vet at det er forventet av dem og bruker begrepet uten at de vet hva det betyr. Elevene bruker da begreper som de ikke vet hva betyr, og begrepet kan derfor dukke på i setningen hvor det ikke hører hjemme fordi elevene tror at det passer inn.

Frasedreven ordbruk ("Phrase-driven use") oppstår når elevene kjenner diskursen og kan bruke begrepet for de de kjenner igjen og kan bruke dette begrepet i denne kjente situasjonene. Eksempelvis kan elevene svare at koordinatsystemet på tavlene med en lineær linje er en graf. Elevene kjenner da igjen symbolet og vet at dette er en graf, ut fra tidligere situasjoner hvor liknende symboler ble kalt graf.

Objektdreven ordbruk ("Object-driven use") er tilfellet når elevene evner å samtale om og benytte begrepet, eller objektet, i ulike situasjoner og andre kontekster. Et eksempel kan illustreres slik; eleven vet at likningen til den lineære funksjonen $y = ax + b$ vil være en rett linje når de tegner den inn et koordinatsystem.

Ordbruk - Matematiske objekter

Den objektdrevne ordbruken forekommer når den matematiske diskursens ordbruk er fullt utviklet. Disse objektene som er fokus for den matematiske diskursen er i tillegg til helt spesielle ved at de beskriver størrelser og former, skiller de fra andre objekter i andre diskurser fordi de ikke kan representeres en helt konkret ting i den virkelige verden. Med en gang et objekt tas i bruk i en diskurs, blir objektet et diskursivt objekt (Sfard, 2008), og Sfard

(2008) skiller mellom primær objekter og diskursive objekter.

Primærobjekter, p-objekter, er eksisterende ting eller gjenstander som vi kan ta og føle på i den virkelige verden. *Diskursive objekter*, d-objekter, er objekter som har fått navn eller symboler i diskursen den opptrer i. Disse d-objektene opptrer altså i diskursen gjennom språk eller visuelle mediatorer. Sfard (2008, s. 170) skiller mellom tre måter disse d-objekter kan oppstå. *Saming;* ser to eller flere objekter som samme objekt, *Encapsulating;* objektene kobles sammen med andre objekter med samme egenskaper og *Reifying;* objektet går fra å beskrive en handling eller prosesser til å beskrive et objekt.

Det finnes to typer d-objekter, konkrete og abstrakte. Konkrete d-objekter har sin opprinnelse i et p-objekt. Et eksempel på et konkret d-objekt kan være en blyant. Blyanten i seg selv er et p-objekt som vi kan ta og føle på eller som kan beskrives hvordan ser ut. Vi kan bruke den til å skrive med. Med en gang vi benytter ordet "blyant" i en diskurs, eksempelvis i en setning vi uttaler, er "blyant" et konkret d-objekt som viser til et p-objekt. Abstrakte d-objekter representerer abstrakte objekter vi ikke kan ta og føle på. Et eksempel på et abstrakt d-objekt kan være "to". To kan representeres gjennom en mengde av to ting, som i den matematiske diskursen blir omtalt som "to" eller ved symbolet "2". Sfard (2008) skriver at matematiske objekter er abstrakte d-objekter fordi de ikke finnes konkret i den virkelige verden, og konkreter i matematikk er kun et eksempel på hvordan dette d-objektet kan se ut.

Visuelle mediatorer

Visuelle mediatorere er de synlige objekter som er med i diskursen og benyttes for å sette objektet i fokus for diskusjonen (Sfard, 2008). Disse synlige objektene kan eksempelvis være ulike symboler eller notasjoner. Sfard (2008) argumenterer for at dette er en viktig del av den matematiske diskursen og skriver at "Communication-related operation on visual mediators would often become automated and embodied" (2008, s.134), og de blir da en del av den naturlige kommunikasjonen i matematiske diskurser. Sfard (2009) argumenterer for at også gester er en viktig del av de visuell mediatorene som benyttes i diskursen for å fokusere på objekter, og at gestikuleringen ofte erstatter matematiske ord og begreper i det verbale språket.

Narrative

I den matematiske diskursen ligger det en del regler og sannheter til grunne for at deltakerne i diskursen vet hva som er gjeldende. Disse reglene og sannhetene er definert som narrative. Narrative er ytringer eller sekvenser av tekst som beskriver objekter, disse ytringene eller sekvenser av tekst forteller en gitt sannhet om objektet, og styrer derfor de ulike sannhetene som ligger til grunn i den aktuelle matematiske diskursen (Sfard, 2008, s. 300). I funksjonslære kan disse sannhetene omhandler hvordan man kan avgjøre hvor grafen skjærer y-aksen. Et narrativ kan være at grafen skjærer y-aksen når x = 0, eller et narrativ om at dette kan leses av i et koordinatsystem ved å se hvor på y-aksen linja går gjennom.

Rutiner

Rutinene er sett med metaregler (metaregler: ulik type mønster i diskursen (Sfard, 2008, s. 299)) som beskriver en diskursiv handling som gjentar seg. Dette forteller noe om de mønstrene som karakterisere den matematiske diskursen. Rutiner for den matematiske diskursen inneholder flere viktige komponenter; utforskning ("explorations"), gjerninger ("deeds"), ritualer ("rituals").

Utforskning er rutiner hvor de ulike matematiske teoriene blir bekreftet eller forsterket i diskursen. Sfard (2008) skriver "... they are, respectively, about changing the world (transforming concrete objects) and getting to know it (producing endorsed narratives)." (Sfard, 2008, s. 259). Setningen over kan tolkes i den retning at hovedideen bak utforskende rutiner er at elevene gjennom utforskning skal erfare nye objekter og matematiske sannheter om disse objektene. Sfard (2008) skriver videre at dette er grunnpilaren for undervisningen i skolen, og at dette kan skje gjennom tre ulike utforskende rutiner. 1) Elevene kan konstruere nye matematiske rutiner om et objekt og danner da nye narrative om objektene i diskursen, 2) de kan bevise allerede eksisterende narrative og styrker da troverdigheten til de eksisterende narrative eller 3) de kan gjenkalle narrative som tidligere er bevist gjennom å friske opp sannheter som allerede ligger til grunne i diskursen.

Gjerninger er rutiner som omhandler praktiske handlinger som foregår i diskursen (Sfard, 2008). Dette kan for eksempel være algoritmer i matematikkundervisningen. En divisjonsalgoritme er en gitt handling som elevene utfører når de jobber i diskurser som involverer å dividere tall med hverandre.

Ritualer omhandler ikke narrative om de matematiske objektene i diskursen, men omhandler sosial aksept. Disse ritualene er til for å opprettholde og skape bånd mellom deltakerne i diskursen (Sfard, 2008).

2.1.3 Deltaker i en matematisk diskurs

Som deltaker i en matematisk diskurs er eleven en *matematist,* som *matematiserer* med andre *matematister* eller deltakere i diskursen. Før eleven kan bli en matematist i en bestemt matematisk diskurs må han inneha tilstrekkelig med kjennskap til diskursen, og det er kun gjennom deltakelse at eleven kan opparbeide seg kunnskap om diskursen. Fordi de ulike matematistene har ulike kjennskaper om diskursen vil deltakerne også innta ulike roller. Elever som innehar kjennskaper til diskursen vil være den erfarne matematisten, mens elever med mindre kjennskap vil være nykommere i diskursen. Den erfarne matamatisten sitter inne med et ønske om å integrere nykommeren og dette fører til at nykommeren får muligheten til å bli erfaren (Sfard, 2008).

På grunn av problemstillingen i denne oppgaven og det faktum at elevene matematiserer i grupper hvor de samarbeider i heterogene grupper med andre matematister, er gruppesammensetning et viktig prinsipp. Solvang (1992) skriver at størrelsen på gruppene under gruppearbeidet vanligvis på fire til seks elever, fordi større grupper ikke er å anbefale i matematikk. Cohen og Lotan (2014) argumenter at gruppestørrelsen bør være på fire til fem elever. Grupper av denne størrelsen gir elevene muligheten, grunnet den fysiske avstanden, til å høre hva som blir sagt og å oppnå øyekontakt med alle medlemmene i gruppen. Hvis gruppen blir større er det store sjanser for at enkeltmedlemmer blir tilsidesatt blandet annet fordi den fysiske avstanden blir for stor. Er derimot gruppen mindre, med kun tre deltakere, vil to personer ofte "... form a coalition, leaving the third feeling isolated and left out." (Cohen & Lotan, 2014, s. 71). En kan velge å dele elevene i homogene eller heterogene grupper med utgangspunkt i det akademiske nivået til elevene (Solvang, 1992). Hvis en velger en homogen gruppe, hvor eleven ligger på samme nivå i matematikk, gjøres dette som et tiltak for å gjennomføre nivådelt undervisning. Hvis læreren ønsker at elevene skal jobbe med like oppgaver, som ikke er nivådelte, skriver Solvang (1992) at heterogene grupper er en fordel slik at elevene i gruppen kan hjelpe hverandre. I lys av Sfard (2008) tilføre de ulike deltakeren noe til diskursen. Under gruppearbeidet kan elevene ha forskjellige vinklinger fordi elevene kommer med personlige innvendige diskurser som tilfører noe til den felles matematiske diskursen elevene er deltakere i (Sfard, 2008). Solvang (1992) skriver at læreren da vil oppleve at elevene tar med seg andre ferdigheter og evner, både matematiske og sosiale erfaringer. Disse evnene kan bidrar positivt til samarbeidet og elevene kan hjelpe gruppemedlemmer som henger etter (Solvang, 1992), som i lys av Sfard (2008) som skriver at deltakerne innehar roller som den erfarne eller som nykommere til diskursen. Hvor den farne deltakeren jobber kontinuerlig med å inkludere nykommeren inn i diskursen (Sfard, 2008).

2.1.4 Diskursiv læring

I forrige avsnitt trekkes elevenes deltakelse i diskursen fram og det faktum at elevene må delta i diskursen for å kunne bli en mer erfaren deltaker. Ut fra ordbruken i det kommognetive perspektivet vil også læring, slik vi kjenner begrepet i dagligtale, være en tingliggjøring av en handling elevene gjør når de tilegner seg ny kunnskap. Læring er naturlig nok også redefinert i den kommognitive læringsteorien for å passe inn i et diskursivt perspektiv, og Sfard (2008) ser på varig endringer av diskursen hos elevene som læring. Denne diskursive læringen kan skje på objektnivå eller metanivå.

Elevene kan lære på objektnivå gjennom en *endogen* utvidelse av diskursen. Elevene lærer da nye ting ved tilføre noe nytt til diskursen. Dette kan skjer ved å utvide vokabularet med nye begreper og konstruere tilhørende rutiner som bekrefter de nye narrative i en gitt matematisk diskurs. I funksjonslære kan dette være å lære begreper som graf, funksjon eller stigningstall. Stigningstall for lineære funksjoner kan gjennom definisjoner av formelen $y = ax + b$ danne nye narrative om at stigningstallet for den lineære funksjonen tilsvarer a i likningen for en rett linje.

Læring kan foregå på metanivå gjennom en *eksogen* utvidelse av diskursen. Eleven endrer da allerede eksisterende objekter i diskursen ved å gjøre endringer i definisjonene i de gjeldende diskursen. Eksempelvis kan metareglene for diskursen endres ved å bruke eksisterende ord fra den gitte eller andre diskurser på nye måter. Hvis elevene har lært om lineære funksjoner i koordinatsystem og formel for lineære funksjoner vil koblingen mellom formlene og hvordan grafen ser ut i koordinatsystemet være en eksogen utvidelse fordi elevene kobler sammen to diskurser (graf og formel for lineære funksjoner) til en diskurs (lineære funksjoner).

Elever i skoler over hele verden ser ut til å inneha de samme misoppfatningen når det kommer til temaet funksjoner i matematikk på alle nivåer i skolesystemet (Sfard, 2008). Dette til tross for at rammene rundt med tanke på språklige og kulturelle forskjeller samt lærer, klasser, lærersyn og læreverk er svært forskjellige. For at elevene skal kunne utvide sine diskurser er det viktig at det er god flyt i kommunikasjonen som foregår i diskursen, og dette er ikke tilfellet når elevene har forskjellige misoppfatninger om temaet. Disse misoppfatningen har i det kommognitive rammeverket fått navnet kommognitive konflikter. Kommognitive konflikter er definert som situasjoner hvor det ser ut til at kommunikasjonen i diskursen ser ut til å komme fra inkommensurable diskurser kommognitive konflikter (Sfard, 2008, s. 296). Dette kan oppleves når deltakerne i diskursen for eksempel bruker samme begreper på forskjellige måter (Sfard, 2008). Når disse kommognitive konflikter oppstår hemmer dette flyten i kommunikasjonen og de må rettes opp før eleven har muligheten til å videreutvikle diskursen.

2.1.5 Gruppesamarbeid

Problemstillingen i denne studien fokuserer på elever i gruppesamarbeid og i tillegg til god kommunikasjon skriver Heyd-Metzuyanim og Sfard (2012) gruppesammensetningen må ta høyde for mellommenneskelige relasjoner og sosiale evner hos eleven. Den matematiske diskursen inneholder også rutiner, metaregler, som beskriver hvordan den mateamtiske diskursen fortoner seg (Sfard, 2008). For å kunne bli kjent med metareglene i diskursen må eleven tilegne seg disse gjennom deltakelse. Når elevene samarbeider i grupper er det en del metaregler som går på relasjoner og sosiale evner (Heyd-Metzuyanim & Sfard, 2012). Johnson og Johnson (1990) skriver om gruppesamarbeid som kan forklare hvilke metaregler som må ligge til grunne i den matematiske diskursen for at gruppearbeidet skal fungere. De trekker frem fem prinsipper som er viktige når elevene skal få utbytte av gruppesamarbeidet.

Positiv gjensidig avhengighet

Den positive gjensidig avhengigheten beskrives som: "we sink or swim together" (Johnson & Johnson, 1990, s. 105). Det vil si at elevene må ha følelsen at alle medlemmene i gruppen bidrar til gruppearbeidet, og at de må jobbe sammen for å nå et felles mål. Denne avhengigheten kan gruppen oppnå ved; å dele ut ulike roller til gruppens medlemmer slik at alle føler de bidrar, skape ett felles mål, at arbeidet bygger på enkeltmedlemmenes ressurser o.l. (Johnson & Johnson, 1990).

Positivt samspill

Ved å støtte og hjelpe hverandre kan gruppen oppleve positivt samspill. Som medlem av en gruppe må man gjennom muntlige deltakelse dele matematiske ideer, forklare resonnement og lære bort egen kunnskap til andre medlemmer (Johnson & Johnson, 1990).

Individuelt ansvar

Det er viktig at ingen i gruppen velger å "hitchhike" (Johnson & Johnson, 1990, s. 106) på de andre medlemmene eller kopiere andres arbeid. Dette kan unngås gjennom en felles forståelse om at alle i gruppen har et individuelt ansvar for at gruppen og enkeltmedlemmene lykkes med gruppearbeidet (Johnson & Johnson, 1990).

Samarbeidsevner

Effektiviteten i gruppesamarbeid kan være ineffektiv om medlemmene i gruppen ikke innehar samarbeidsevner, dette må trenes opp gjennom deltakelse i gruppesamarbeid og går på evnen til å innta ulike roller i gruppen, som konfliktløser, leder og en må inneha evnet til å opprettholde god kommunikasjon (Johnson & Johnson, 1990).

Evaluering av gruppesamarbeidet

Elevene må selv bli bevisste på hvordan gruppearbeider fungerer, og det er viktig å legge til rette slik at elevene får mulighetene til å reflektere rundt prosessene i gruppearbeidet. De må reflektere rundt de overnevnte punktene og finne ut om disse punktene er ivaretatt i det gruppearbeidet de har vært en del av (Johnson & Johnson, 1990).

De fem punktene vil falle under de rituelle rutinene i den matematiske diskursen fordi de omhandler sosiale mellommenneskelige relasjoner (Sfard, 2008). Når elevene kjenner rutinene vet de hva som forventes av dem og de får muligheten til å ta del i den matematiske diskursen. Disse rutinene er også viktig for å oppnå god kommunikasjonsflyt. Når kommunikasjon flyter godt har eleven muligheten til å utvide sine diskurser, diskursiv læring, ved å konstruere nye fortellinger og narrative om objektene i diskursen. Heyd-Metzuyanim og Sfard (2012) peker på at produktiviteten til elevgruppene dessverre ofte ikke er like effektive som en ønsker. Johnson og Johnson (1990) Argumenterer videre for at alt som skal til for å bruke gruppesamarbeid i undervisningen er en lærer som er villig til å benytte metoden, til fordel for annen individuell undervisning. I tillegg nevner de at ved å bruke gruppesamarbeid med fokus på deres fem punkter kan du oppnå "... higher achievement, greater motivation, more positive attitudes toward the subject area and the teacher, greater self-esteem and psychological health, grater social skills, and many other important instructional outcomes" (Johnson & Johnson, 1990, s. 122 - 123).

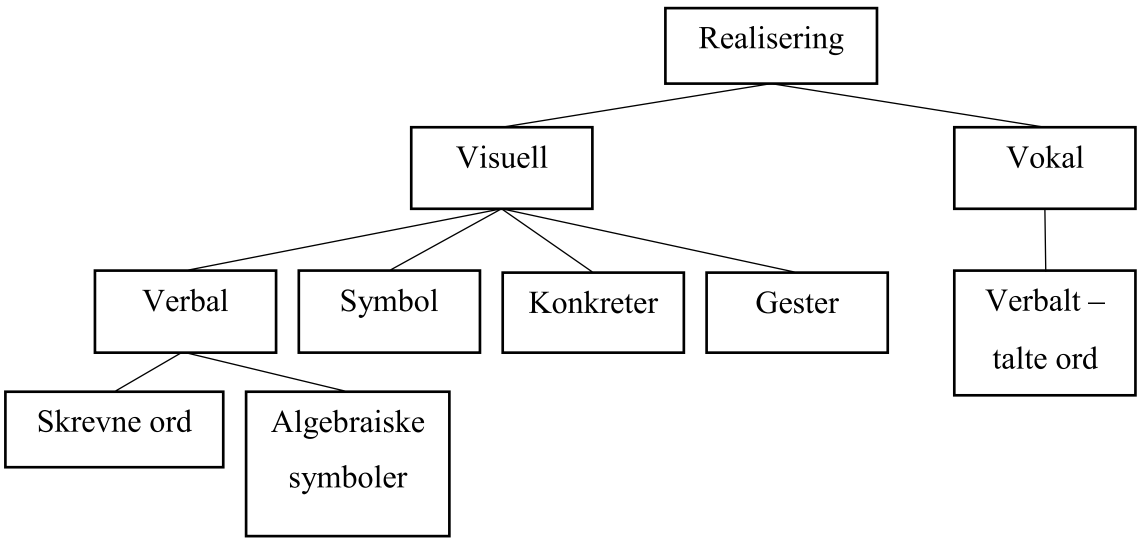
2.1.6 Realisering

I lys av Sfard (2008) er meningen med matematikkundervisningen å gi elevene *realiseringer om matematiske begrepsuttrykk* ("Realizations of Mathematical Signifiers") (Sfard, 2008, s. 154), noe som er særegent for den matematiske diskursen sammenliknet med andre skolefags diskurser. Fordi begrepsuttrykkene, de matematiske objektene, kan en gjennom ulike realiseringer representere de matematiske objekter i andre modaliteter.

> *Realization of the signifier S is a perceptually accessible thing S'*
> *so that every endorsed narrative about S can be translated*
> *according to well defined rules into an endorsed narrative about S'*

(Sfard, 2008, s. 154)

Modellen under viser hvordan realiseringen av et matematisk objekt kan ta form i den matematiske diskurs ved å involvere en overgang fra visuel(le) og/eller vokal modalitet(er) til en ny modalitet. Figuren under viser de ulike vokale og visuelle modaliteter som realiseringen av det matematiske objektet. Sfard (2008) skriver at "Realizations can take the form of spoken or written words, algebraic symbols, drawings (icons), concrete objects, or even gestures." (2008, s.154). Den vokale modaliteten inneholder de verbalt talte orden som forklarer eller representer det matematiske objektet. De visuelle modalitetene kan representeres gjennom gester, konkreter, symboler eller verbalt i form av skrevne ord eller algebraiske symboler.



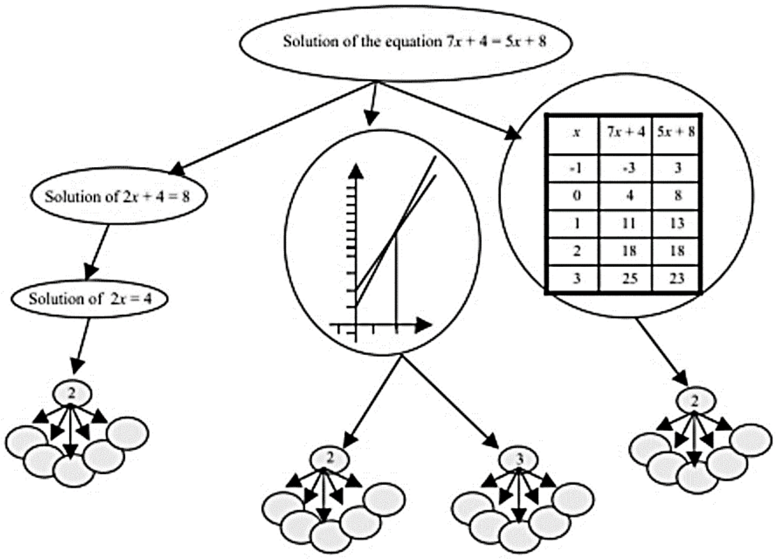
Figur 2: *Ulike typer (modaliteter) realisering av begrepsuttrykkets i matematiske diskurser.*
(Sfard, 2008, s. 155)

Videre trekkes denne modellen fram for å vise at også de visuelle objektene som elevene benytter er en del av den matematiske diskursen. Det matematiske objektet som står i fokus for læringen kan gjennom de ulike realiseringen som eleven benytter i diskursen være med å utvide diskursen til medelever ved å danne nye narrative om objektet. Den matematiske diskursen inneholder flere visuelle mediatorer, kjennetegn for den matematiske diskursen, i form av de ulike modalitetene i realiseringsprosesser. Problemstillingen inkluderer observasjoner av elever i situasjoner hvor gester er en viktig del. Gester defineres som en kroppslig bevegelse som erstatter kommunikasjonens funksjon i diskursen og relasjon mellom gester og språket er gjensidig avhending (Sfard, 2009). I tillegg til at modaliteten forholder seg i strek relasjon med hverandre er gester i en særstilling. Gestene benyttes ofte av elevene for å knytte realiseringen som foreligger i ulike modaliteter sammen (Sfard, 2008). Hvis det matematiske objektet, for eksempel er x-aksen. Kan en symbolsk modalitet av koordinatsystemet knyttes til den vokale modaliteten "x-aksen" gjennom gester. Dette kan skje ved at elevene peker på koordinatsystemet mens han sier "x-aksen".

Bjuland, Cestari og Borgersen (2008) avdekker og definerer begrep for å beskrive gester som oppstår når elever samtaler om matematikk. De avdekker to type gester: *pekinger* ("pointing") og *bevegelser* ("sliding") som de definerer som statiske bevegelser som fokuserer på ett objekt. Bevegelser er peking som inkluderer en eller flere objekter i samme bevegelse i form av en pek-bevegelse ("point slide") hvor elevene peker statisk på flere steder, eller en sirkulær pek-bevegelse ("circular point-slide") hvor pekingen foregår i sirkulære bevegelser. De ulike pekingene og bevegelsene kunne i tillegg være *repeterende peking* ("repeated pointing") hvor eleven gjentatt peking på samme objektet eller *påfølgende peking* ("consecutive pointing") når pekingen fortsetter til et neste objekt. Gjennom analyse kan disse begrepen benyttes for å beskrive de gestene som i samhandling med språket spiller en kritisk rolle for at oppgavene skal gi mening for elevene (Bjuland, 2012). Pek-gestene gir også elevene mulighetene til å identifisere de ulike objektene i diskursen når de brukes på de ulike modalitetene om matematiske objekteter, og dette medfører at eleven får samme referansepunkt for objektene under den gjeldende diskursen (Sfard, 2009).

2.1.7 Realiseringstre

Eksempelet under er hentet fra *Thinking as Communicating* (Sfard, 2008) og viser hvordan ulike realiseringer om begrepsuttrykk, matematiske objekter, i funksjonslære kan forgrene seg. Realiseringstrær generelt inneholder grener med ulike modaliteter, og disse modalitetene er ordnet gjennom et hierarkisk system. Problemstillingen i denne studien omhandler ellevers gruppearbeid under arbeid med funksjoner, derfor trekkes dette eksempelet frem. Eksempelet viser også hvordan tema funksjoner krever flere ulike realiseringer om objektene i temaet gjennom flere forskjellige modaliteter (Güçler, 2016). Dette er også noen av grunnen for at funksjoner er et tema som oppleves som problematisk i skolenes matematikkundervisning, da elevene sliter med å realisere objektene i flere forskjellige modaliteter (Güçler, 2016).



Figur 3: *Et realiseringtre for begrepsuttrykket "solution of the equation 7x + 4 = 5x + 8."* (Sfard, 2008, s. 165)

Spesifikt i dette eksempelet er det matematiske objektet "løsningen av likningen 7x + 4 = 5x + 8". Videre presentert tre ulike realiseringer, ved hjelp av tre ulike visuelle modaliteter, som viser hvordan de ulike komponentene som er inneholde i det matematiske objektet krever andre realiseringer. Løsningen til venstre skjer gjennom verbale, algebraiske symboler. Hver av disse algebraiske symbolene, deler av likningen, er videre knyttet til andre realiseringer. Uten disse videre realiseringene om de ulike objektene som er inneholdt i den øverste, vil ikke eleven ha mulighet til å ta del i diskursen til elevene som presenterer løsningen gjennom den visuelle verbale algebraiske realiseringen. Løsningen i midten og til høyre skjer gjennom symboler i form av fremstillinger gjennom en graf og en verditabell, som igjen også er knyttet til nye realiseringer om de ulike komponentene som er en del av realiseringen. Dette eksempelet viser hvordan elevene ved hjelp av ulike realiseringer kan matematisere i forhold til det matematiske objektet som er det objektet som er fokus for læringen i denne diskursen. Temaet funksjoner kan realiseres gjennom flere ulike modaliteter og som følger av dette forteller elever at de har problemer med temaet. Güçler (2016) skriver at læreren har en essensiell rolle for å legge til rette slik at elevene har muligheten til å reflektere i diskursen om funksjoner, og se flere mulige løsninger av oppgavene. Den objektdrevne ordbruken som er et av kjennetegnene for den matematiske diskursen er et resultat av elevenes realiseringer. Sfard (2008) skriver at det først er når "word becomes linked to unique realization treet hat remains relatively stable across contexts." (Sfard, 2008, s. 182).

2.2 Mathematical discourse in Instruction

Adler og Ronda (2014) forsker på lærerens undervisningskunnskap i en sosiokulturell kontekst med "... aspects of Sfard's (2008) word use and endorsements as key elements of mathematical discourse." (Adler & Ronda, 2014, s. 13). De fokuserer på de matematiske diskurser som oppstår i klasserommet gjennom "... interaction between teacher and learners and amongst learners ..." (Adler & Ronda, 2015, s. 237). De har utviklet et analyseverktøy for å kartlegge i hvilke nivåer læreren klarer å inkludere sine elever med i en plenumsdiskusjon under undervisning i matematikk. *Mathematical discourse in Instruction* (MDI) er navnet på analyseverktøyet og skal rette fokuset mot diskursen som foregår i undervisningen, og de skriver at å undervise i matematikk er å skape muligheter for elevene å delta i diskursen som foregår i klasserommet (Ronda & Adler, 2016). Teorigrunnlaget for analyseverktøyet er delvis basert på ideer fra Sfard (2008). Ordbruk med tanke på den matematiske diskursen er en objektdrevne diskurser, er et av utgangspunktene for MDI, og analyseverktøyet er utviklet for å sette fokus på de matematiske diskursenes som oppstår i klasserommet, fordi "... it is participation in formal discourse that ultimately marks out learning mathematics." (Adler & Ronda, 2015, s. 9).

Utgangspunktet for MDI er tre nøkkelaspekter som Adler og Ronda (2014) skriver er viktig i den matematisk pedagogikk;

1) For at noe skal bli undervis eller lært må dette noe bli presentert i løpet av undervisningstimen i en eller annen form (Adler & Ronda, 2014). Dette noe er objektet som er i fokus og det presenteres gjennom ulike modaliteter gjennom undervisningstimen (Sfard, 2008).

2) Refleksjoner om objektet som læres må til for å gi objektet mening (Adler & Ronda, 2014). Refleksjonene foregår i den utforskende rutinen i den matematiske diskursen (Sfard, 2008)

3) Refleksjonene som gjøres om det som skal læres tar slutt når meningen, i form av hva som kan eller vil være sant om det som skal læres inntreffer (Adler & Ronda, 2014). Sfard (2008)

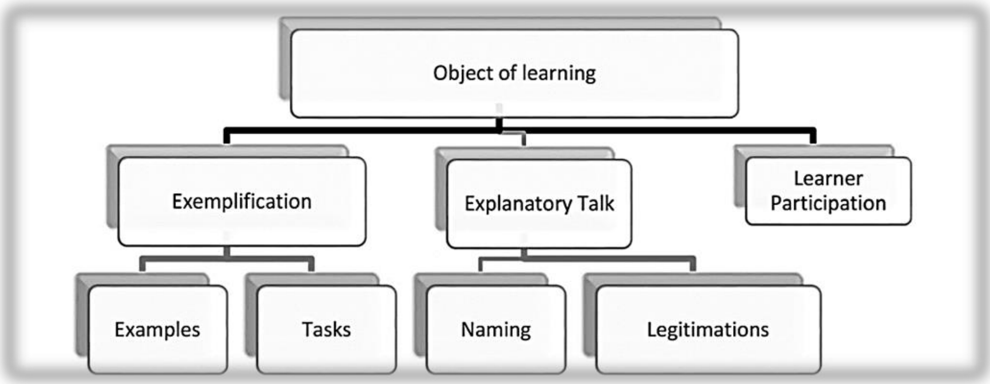
beskriver dette som at det dannes nye narrative om objektet som er i fokus, og diskursen om objektet vil da utvides.

Fra de tre nøkkelaspektene over i lys av ideen om at elevne lærer i den matematiske diskursen designer Adler og Ronda (2015) et analyseverktøyet som er til nytte for å beskrive

> *... (a) whether and how the examples in a lesson and (b) the tasks in which they are embedded accumulate towards generality, (c) the formal and/or informal naming of the mathematical content, (d) whether and how the criteria used to legitimate what counts as mathematics enables the mediation of mathematics as coherent and systematic knowledge and (e) the nature of learners' participation in the discourse.*

(Ronda & Adler, 2016, s. 4)

Sitatet over beskriver de ulike komponentene som oppstår i den matematiske diskursen under undervisningssituasjoner i klasserommet. Dette "noe" som presenteres er *læringsobjektet* ("Object of Learning") og er i fokus for det som skal læres i løpet av en matematikktime. Læringsobjektet kan være "... a concept, procedure or algorithm, or meta-mathematical practice" (Adler & Ronda, 2015, s. 238). Videre deler Adler og Ronda (2015) inn i hvordan læringsobjektet presenteres og forklares, og samtidig hvordan elevenes deltakelse oppleves i løpet av undervisningstimen. Figuren under viser hvordan MDI deler læringsobjektet opp i *eksemplifisering* ("exemplification"), *forklarende samtale* ("explanatory talk") og *elevdeltakelse* ("learner participation").



Figur 4: *Elementene som er inneholdt i MDI og deres innbyrdes forhold* (Adler & Ronda, 2015, s. 239)

Eksemplifisering

I undervisningssituasjoner vil læringsobjektet være presentert og illustrert gjennom *eksempler* ("examples"). Ronda og Adler (2016) definerer eksempler i tråd med Zodik og Zaslavsky (2008) sin definisjon: "... a particular case of a larger class, from which one can reason and generalize." (Zodik & Zaslavsky, 2008, s. 165). Bruken av eksempler i undervisningen kategoriseres gjennom likhet ("similarity"), kontrast ("contrast") og fusjon ("fusion") hvor målet er å oppnå generalisering av læringsobjektet. Likhet går på å benytte eksempler som viser objektet i like situasjoner (Adler & Ronda, 2015), mens kontrast vil vise flere sider av læringsobjektet ved å ta i bruk ulike situasjoner. Fusjon er en blanding av de to ovennevnte som gjør at flere egenskaper ved objektet kan oppfattes samtidig (Adler & Ronda, 2014) og kan da åpner for generaliseringer til ander temaer i matematikken (Adler & Ronda, 2015). Fauskanger og Mosvold (2017) kobler denne typen variasjoner av objektet til de prosessene Sfard (2008) beskriver om å danne nye matematiske objekter; saming, encapsulating and reifying. *Saming:* Skjer når en ser to eller flere ting som samme ting. *Encapsulating:* Hender når objekter med like egenskaper puttes i en gruppe. *Reifying:* Skjer når en går fra å beskrive handling eller prosesser til å beskrive et objekt. Forskjellen mellom disse prosessene (Sfard, 2008) og kategoriene i MDI kan ses i lys av hvordan synet på objekter i diskursen. I Prosessene til Sfard (2008) ser vi på hvordan matematiske objekter oppstår i diskursen, mens MDI undersøker på hvilke måter læringsobjektet er representert gjennom diskursen.

> *Whereas these processes from Sfard's framework are useful for describing the construction of general mathematical objects in discourse, the patterns of variation presented by Adler and Ronda (2015) are particularly relevant for examples as discursive objects and the discursive acts of exemplification.*
>
> Fauskanger og Mosvold (2017, s. 43)

I tillegg til eksemplene som læreren benytter i undervisningen kommer de *oppgavene* ("tasks") som elevene blir satt til å arbeide med. Disse oppgavene er valgt for å fokusere på læringsobjektet, og skal synligjøre evnene elevene må ha om læringsobjektet. Det er tre typer oppgaver; 1) elevene får oppgaver som er like som eksemplene og blir elevene kjent med å utføre operasjoner og prosedyrer relatert til læringsobjektet. 2) Elevene får oppgaver hvor de må bestemme hvilke operasjoner eller prosedyrer som skal benyttes med hensyn på læringsobjektet. 3) Elevene får oppgaver som er problemløsningsorientert og de må da ta i bruk operasjoner eller prosedyrer som kan ligge utenfor læringsobjektet (Adler & Ronda, 2015, s. 242).

Den forklarende samtalen

Målet med den forklarende samtalen er å tydeliggjøre hva som legges vekt på i henhold til læringsobjektet, relatert til de ulike eksemplene og oppgavene som det jobbes med i undervisningstimen (Adler & Ronda, 2015). Dette inkluderer alt av kommunikasjon om læringsobjektet i løpet av timen (Adler & Ronda, 2017a). Analyseverktøyet er til for å undersøke hvordan den matematiske diskursen utarter seg med hovedvekt på det matematisk språk og legalisering av matematiske ideer (Adler & Ronda, 2015). Adler og Ronda (2015) skriver at selve nøkkelen for å finne ut hva som er gjort tilgjengelig for elevenes læring, gjennom de forklarende samtalene, er å fokusere på hvordan objektet er navngitt; *navngiving* ("naming") og legitimert; *legitimeringskriterier* ("legitimering criteria"). Navngivingen av objektene ses i sammenheng med språket som brukes i diskursen og omhandler i hvilken grad språket er dagligdags eller mer matematisk korrekt. Legitimeringskriterier er kriterier for hva som teller, eller ikke teller, som matematikk i diskursen. De påstander og regler som ikke er begrunnet i matematikken er gjort gjeldende gjennom ikke - matematiske hint om hvordan løsningsmetoden ser ut, fordi det kommer fra en person med høyere autoritet, eller det kan være hverdagslige erfaringer og kunnskaper. I den matematiske faglige legitimeringen kan objektet kan være legitimert i et spesiellest tilfelle eller en enkelt situasjon, eller det kan være generalisert.

Elevdeltakelse

Elevdeltakelsen går på i hvilken grad elevene er delaktig i diskursen om læringsobjektet. Gjennom undervisningstimen får elevene muligheten til å svare på spørsmål og elevdeltakelsen går på i hvordan elevene svarer på disse spørsmålene. Eleven kan svare ja, nei eller setninger med få ord. De kan svare på hva eller hvordan spørsmål med fullstendige eller elevene kan deltar i diskusjonen ved å svare på hvorfor spørsmål og presenterer matematiske ideer mens læreren speiler, bekrefter og stiller nye spørsmål.

3 Metode

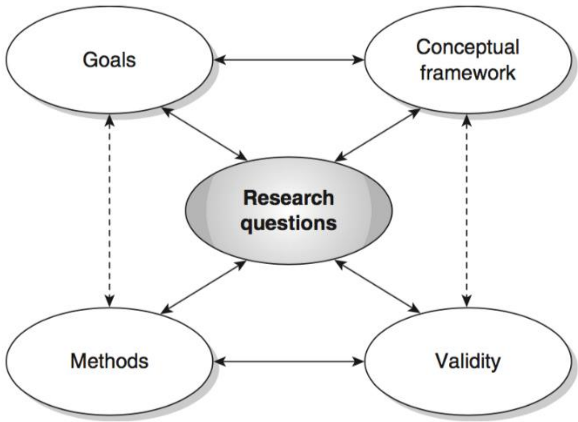
Denne studien er kvalitativt case-studie (Thagaard, 2013) med hensikt å belyse problemstillingen:

> **Hvilke kommgnitive matematiske diskurser i elevers gruppearbeid om funksjoner kan synliggjøres ved hjelp av analyseverktøyet *Mathematical Discourse in Instruction?***

"Studier av kulturelle diskurser gir utgangspunkt for analyser av den kultur hvor diskursen er representert, og analyser av hvordan individer forholder seg til kulturen" (Thagaard, 2013, s. 44). Utgangspunktet for denne studien ligger i det kommognitive perspektivet (Sfard, 2008), og målet er å finne ut hvordan MDI (Adler & Ronda, 2015) kan benyttes som analyseverktøy for å si noe om diskursen til grupper under arbeidet med funksjoner i en undervisningssituasjon. Et personlig mål er å utvide undervisningskunnskapen hos meg personlig, men også tilføre en ny vinkling og kontekst til MDI. Dataen ble innhentet med observasjon som metode gjennom video- og lydopptak av to fokusgrupper, som er i tråd med et klassisk kvalitativt case-studie (Thagaard, 2013), hvor en gjennomføre "... intensive undersøkelser av et fåtall analyseenheter." (Thagaard, 2013, s. 56). Fokusgruppene i denne studien danner enheten hvor fenomener innehold i den kommognitive teorien ble undersøkt ved å benytte MDI som analyseverktøy i hver enkelt enhet, med mulighet til å sammenlikne dette i de to elevgruppene (Thagaard, 2013). Det disiplinert-konfigurativ studie undersøker det spesifikke, et fenomen i kulturen det forekommer med teori som rettesnor. Forskningsspørsmålet over fokuserer derfor på hvordan elevgruppens diskurs spesifikt kan forklares og forstås i lys av teori. Målet er at resultater fra studien kan være med på å skape en ny forståelse av interaksjonen mellom teorien som er benyttet og praksisfeltet (Thagaard, 2013).

3.1 Studiens design

Maxwell (2008) og Thagaard (2013) skriver om forskningsprosessen som en kompleks og fleksibel prosess og løfter frem komponentene; mål, teoretisk innramming, forskningsspørsmål, metoden og validitet (Maxwell, 2008). Disse fem komponentene må ses i sammenheng, og hvert enkelt element er gjensidig avhengige av hverandre og må derfor tilpasses kontinuerlig underveis. Derfor vil problemstillingen i denne studien "Hvilke kommgnitive diskurser under elevers gruppearbeid om funksjoner kan synliggjøres ved hjelp av analyseverktøyet *Mathematical discourse in Instruction*?" påvirke valgene i de andre komponentene. Denne problemstillingen forutsetter innhenting av empirisk data om elevgruppers diskurser under arbeid i grupper. I tillegg legger problemstillingens begrepsbruk direkte føringer for valg metode og teori. I denne studien legger begrepene *kommognisjon* og *Mathematical discourse in Instruction* (MDI). Ordene *Elevgruppers matematiske diskurser* i problemstillingen krever et datamateriale hvor elevrs diskurs observeres. Figuren under viser komponentene som inngår i den kvalitative forskningen og hvordan disse forholder seg til hverandre.



Figur 5: *En interaktiv modell for forskningsdesign*
(Maxwell, 2008, s. 217)

Fordi problemstillingen introduserer begreper som omhandler hvordan deltakere opptrer i undervisningssammenhenger og hvordan ulike fenomener fra teorien utarter seg i slike situasjoner (Thagaard, 2013) var det naturlig og bruke observasjon som metode gjennom video- og lydopptak. Intensjonen bak datainnhentingen er å forske på situasjoner som er mest mulige naturlige, men under observasjoner vil det likevel bli en situert situasjon grunnet forskerens tilstedeværelse (Kleven, Tveit & Hjardemaal, 2014; Sfard, 2008). Under observasjoner i felte oppstår det vanskeligheter for forskeren å få med seg alle situasjoner som foregår parallelt i klasserommet (Thagaard, 2013). Dette medfører at det stilles store krav til forskerens evner om å vurdere relevant informasjon. Det er opp til han eller henne i hvilken grad datamaterialet inneholder den informasjon som kreves for å besvare problemstillingen, og forskeren må fortløpende vurdere og gjøre valg underveis i observasjonene, for å få med seg dette. Fordi dette er en utfordring under datainnhentingen ble det valgt å gjøre video- og lydopptak som observasjonsmetode. Ved hjelp av video- og lydopptak har forskeren muligheten til å hente inn data som kan analyseres og vurderes i etterkant, og dette medfører muligheten til å bruke tid og vurdere grundig hvilke situasjoner som er mest relevant og hvilken data som er viktig for å belyse problemstillingen.

3.2 Forskerperspektiv

Sfard (2008) skiver om den dialogiske forskeren, et perspektiv som passer med denne studien. En dialogisk forsker anser seg selv som en deltaker i menneskehetens stadig pågående konversasjon, og er opptatt av om teorier og resultater er nyttige. I lys av det Maxwell (2008) skriver om forskningsprosesser, vil forskerens perspektiv, innstilling til datamaterialet og den nytteverdien studien kan ha for han selv eller andre, påvirker de valgene som gjøres underveis i forskningsprosessen. Fordi forskeren påvirker studien fortløpende, både i observasjonssituasjoner, i valg av teori og under analyseprosessen, gjøres det her rede for forskerens rolle i denne studien.

3.2.1 Forskerrollen

I lys av Thagaard (2013) finnes det et subjekt - subjekt forhold. Dette forholdet illustrerer en gjensidig påvirkning mellom forskeren og subjektet det forskes på. I denne studien er dette subjektforholdet et triangulært gjensidig forhold mellom forsker, klassens matematikklærer og elevene som deltar i studien. Dette medfører at forskersubjektet, elevene og læreren, kan opptre påvirket av forskerens tilstedeværelse. Thagaard (2013) påpeker at det er umulig å avgjøre i hvilken grad bevisstheten om forskerens tilstedeværelse har påvirket situasjonen som observeres. Forskningen som gjennomføres i denne studien vil derfor alltid til en viss grad være situerte situasjoner. Dette stemmer godt overens med det Sfard (2008) skriver om at uavhengige av hvilken rolle forskeren velger å innta, vil forskeren være en påvirkning på grunn av den fysiske tilstedeværelsen i klasseromssituasjonen (Sfard, 2008). Forskeren kan velge å innta rollen som *insider*; hvor han er inkludert i den diskursen som forgår i klasserommet, altså en deltaker i undervisningssituasjonene. Eller forskeren kan innta rollen som *outsider*, som er tilfelle i denne studien, hvor forskeren er en inntrenger i klasserommet. Forskeren velger å ikke inkludere seg i diskursene som oppstår og det som ellers skjer i undervisningssituasjonen. Uavhengige av hvilken rolle forskeren velger å innta vil forskeren alltid være en påvirkning (Sfard, 2008).

I tillegg til synet på rollen i klasserommet velger forskeren hvilken tilnærming han ønsker å ha under datainnsamlingen. En induktiv tilnærming, hvor forskeren konstruerer hypoteser før innhenting av data, og går ut i feltet i jakten på en bekreftelse eller avkreftelse av disse hypotesene (Postholm & Jacobsen, 2011). En deduktiv tilnærming hvor forskeren går inn uten forutinntatte meninger. Den teoretiske vinklingen vil da har utspring i datamaterialet som innhentes (Postholm & Jacobsen, 2011). I denne masteroppgaven inntok forskeren en pragmatisk tilnærming til forskningen; en symbiose av de overnevnte tilnærmingene. Forskeren vekslet mellom forutinntatte holdninger/hypoteser og ble påvirket av det innhentede materialet. Dette resulterte i en endring av problemstillingen, og fokuset i teorigrunnlaget for denne studien ble satt (Maxwell, 2008; Postholm & Jacobsen, 2011).

3.3 Rammer for studien

Bauersfeld (1980) skriver at kommunikasjonen i klasserommet påvirkes av institusjonelle rammer. Forskning på matematikkundervisning som foregår i klasserommet må derfor ta hensyn til konteksten hvor forskningen foregår for at forskningen skal kunne ha betydning på feltet. Videre vil de derfor brukes tid på å rengjøre for rammene i denne studien.

Utvalget i denne studien er valgt på bakgrunn av et tilgjengelighetsprinsipp, det vil si at læreren og klassen er valgt fordi de hadde tid og anledning til å delta. Tilgjengelighetsprinsipp er det mest brukte i den kvalitative forskningen, da det ofte er vanskelig å finne et tilfeldig utvalg som har tid og anledning til å delta (Thagaard, 2013). I den kvalitative forskningen ønskers det et utvalg basert med tanke på å utforske en problemstilling, i dette tilfellet en klasse som blir undervist i matematikk og som benytter gruppesamarbeid som metode. Deltakerne ble valgt med tanke på målet med studien, som var å undersøke og analysere diskursen som foregår mellom elevene under arbeidet i grupper. Størrelsen på utvalget i den kvalitative forskningen tar utgangspunkt i et metningspunkt, hvor utvalgets omfang er av en slik art at forskeren opplever det at informasjonen han får gjentar seg, men dette er sjelden praksisen. I sær er tidsperspektivet og tilgangen på deltakere er i denne studien en begrensende faktor for å oppnå dette metningspunktet (Thagaard, 2013).

Deltakeren i denne studien var en 9. klasse på en ungdomsskole. Kontakt med klassens matematikklærer ble etablert gjennom masterstudie ved Universitetet i Stavanger. Etter samtaler med denne læreren sa han seg villige til å stille seg selv og klassen til disposisjon i denne studien. Elevene og foresatte er informert gjennom informasjonsskrivet (Vedlegg 3) i tillegg er elevene informert muntlig av klassens lærer og forskeren. Innhentingen av samtykke for deltakelsen i studien er gjort gjennom informasjonsskrivet, både fra foresatte og eleven. Studien er meldepliktig fordi det innhentes informasjon gjennom videoopptak som gjør at deltakerne i studien er identifiserbare. Studien er derfor meld inn og godkjent hos NSD (Norsk senter for forskningsdata) (Vedlegg 1 og 2).

Klassen består av totalt 25 elever, 15 jenter og 10 gutter, hvor 20 av elevene var tilstedte under datainnhentingen. Elevene har ikke jobbet med funksjoner siden november og datainnsamlingen ble gjennomført i mars påfølgende år. Emnet er pensum dette skoleåret og eleven møter temaet funksjoner på den avsluttende tentamen i 9. klasse. Elevene er vant til å jobbe sammen i grupper i matematikktimene. Under datainnsamlingen jobbet elevene i grupper på tre til fire elever (Cohen & Lotan, 2014), hvor to av gruppene var i fokus, totalt åtte elever. Matematikktimene på denne ungdomskolen er 60 minutters timer, med 10 minutter friminutter mellom hver time. Datainnhentingen ble gjort i to påfølgende matematikktimer på slutten av skoledagen.

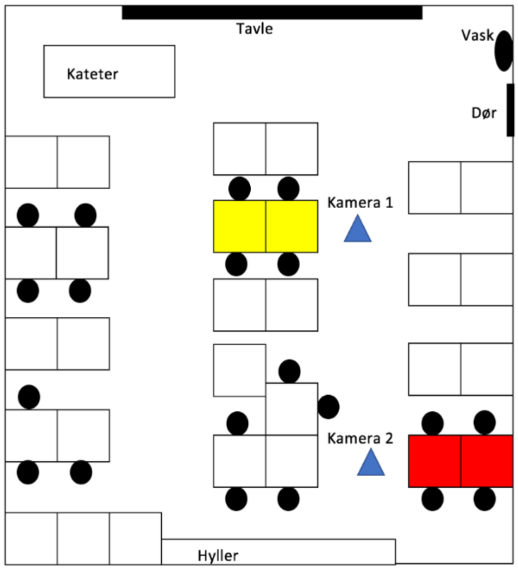
3.4 Datamaterialet

Den første matematikktimen ble observert ved hjelp av feltnotater hvor fokuset lå på samarbeidsevnene elevene viste under oppgaveløsning og hvilke ulike realiseringer de benyttet under diskursen når de løse oppgaven. I denne timen hadde klassenes matematikklærer planlagt og forskeren var til stede som en observatør. Dette ble gjort slik at elevene skulle bli vant til tilstedeværelsen av forskeren før kameraene ble satt opp. Elevene valgte selv i denne undervisningstimen å jobbe i grupper på to til tre elever hvor og jobbet med de som satt i nærheten.

Under den andre matematikktimen, ble data materialet som benyttes i analyse delene innhentet. Elevene jobbet selvstendig med oppgavene i 55 minutter, og det var totalt fem grupper som deltok. Observasjonene av fokusgruppene ble gjennomført ved hjelp av video- og lydopptak. Det gikk to minutter i starten av timen til oppstart og utdeling av oppgavene, og i slutten av timen gikk det med tre minutter til avslutning. Gruppene ble satt sammen av klassens matematikklærer. Etter prinsippet om heterogene grupper ut fra karakternivået til elevene i matematikk (Solvang, 1992). I tillegg ble det lagt vekt på at gruppene bestod av elever de er vant til å samarbeide med, for å gjøre situasjonen tryggere og mest mulig naturlig. Det ble lagt vekt på å danne grupper ut ifra mulighetene eleven hadde for å mestre oppgavene, samarbeidsevne hos elevene og delvis basert på observasjonene fra den første undervisningstimen. Gruppestørrelsen var på fire elever i hver av fokusgruppene (Cohen & Lotan, 2014; Solvang, 1992). Det var også læreren i samarbeid med forskeren som valgte hvilke grupper som skulle filmes.

Kameraet ble plassert slik at alle gruppens medlemmer, notater og lærebøker var synlig på opptaket og at lyden ble fanget opp. I tillegg ble det plassert en diktafon på pulten hvor gruppen var plassert for å fange opp lyden i tilfelle dette ikke kom tydelig nok fram på videoen.

Kamera 1 er rettet mot venstre og filmer de fire elevene som sitter ved de gule pultene. Kamera 2 er rettet mot høyre og filmer de fire elevene som sitter ved de røde pultene. Kameraene stod stille på stativene under hele undervisningsøkten, da informasjonen som ble fanget opp var i tråd med planen for datainnhentingen. Elevarbeidet til alle de fem gruppene som jobbet med oppgavene ble samlet inn i slutten av timen og er også en del av datamaterialet, i alt 20 elevbesvarelser.



Figur 6: *Plassering av elevgrupper og kameraene i klasserommet.*

3.4.1 Utvalg av oppgaver

Oppgavene elevene jobbet med denne timen var valgt ut i samarbeid med klassens matematikklærer. Målet med oppgavene var at de skulle tilfredsstille de høyeste nivåene i MDI kategoriene eksemplifisering, samtidig som de skulle stilles på en slik måte at eleven hadde muligheten til å bidra på et høyt nivå for elevdeltakelse. Først presenteres en egen oversettelse av den delen av MDI verktøyet som ble benyttet under dette arbeidet. Videre løftes Kunnskapsløftet (LK06) sine kompetansemål i funksjonslære og prinsipper fra gruppearbeid fra Solvang (1992) frem, da dette også påvirket valget av oppgavene. Etter at disse prinsippene er klargjort, blir oppgavene som er fokus for analysen presentert i lys av MDI.

MDI – Eksemplifisering og elevdeltakelse

Tabellen, figur 7, som presenteres under er en egen oversettelse av MDI verktøyet fra Adler og Ronda (2015). Figur 7 inneholder MDI kategoriene *eksemplifisering* og *elevdeltakelse* og var utgangspunktet for utvelgelse av oppgaver.

Læringsobjektet		
Eksemplifisering		**Elevdeltakelse**
Eksempler	**Oppgaver**	
Gjennom undervisningstimen girs det mulighet til elevene å oppleve variasjon i form av: Likhet (S: *similarity*) Kontrast: (C: *contrast*) Fusjon (F: *fusion*)	I løpet av undervisningen blir eleven bedt om å: Utføre kjente operasjoner og prosedyrer (**K**) Ta i bruk ferdigheter og/eller bestemme hvilke operasjoner og prosedyrer som skal benyttes(**A**) F.eks: Sammenlikne/klassifisere/ representere Ta i bruk ulike konsepter og ulike sammenhenger (**C/PS**) F.eks: løse problemer på forskjellige måter, benytte ulike løsningsmetoder, løse problemer, bevise og begrunne.	Eleven svarer på lærerens spørsmål med ja, nei, ufullstendige setninger eller setninger med få ord (**Y/N**: *Yes/No* – Ja/Nei). Elevene svarer på hva/hvordan spørsmål i fullstendige setninger (**P/S**: *phrases/sentences –* fraser/setninger). Eleven svarer på hvorfor spørsmål ved å presentere ideer i diskusjonene. Læreren speiler, bekrefter og stiller nye spørsmål (**D**: *discussion* - diskusjon)
Eksemplene i undervisningen gir elever muligheten til å erfare: Nivå 1 – En form for variasjon gjennom S (Likhet) eller C (Kontrast) Nivå 2 – Minst to former for variasjon S og S eller S og C Nivå 3 – Fusjon (samtidig variasjon) av mer enn et aspekt ved læringsobjektet, sammen med likhet og kontrast (S, C, F). Nivå 0 – Fusjon uten likhet og / eller kontrast	Oppgaver som gir mulighet for: Nivå 1 – Kun utfører kjente prosedyrer (**K**) Nivå 2 – **K** og/eller delvis (**A**) Nivå 3 – **K** og/eller **A** og **C**/**PS** **L** (nivå) **2** => **L** (nivå) **1**: **A** => **K** eller **C**/**PS** => **K** Oppgavene på nivå 2 eller nivå 3 er av denne typen, men reduseres til nivå 1 når oppgaven blir for utfordrende.	Mulighet for elever å kommunisere, og bruke matematikk i diskusjon: Nivå 1 – Kun **Y/N** (kun enkeltord) Nivå 2 – Noen **P/S** (fraser og setninger) i flere tilfeller Nivå 3 – **P/S** og noe **D** (diskusjon) i flere tilfeller.

Figur 7: *Mathematical discourse in Instruction; eksemplifisering* og *elevdeltakelse*

I teorikapittelet ble det redegjort for de tre kategoriene eksempler, oppgaver og elevdeltakelse. MDI kan også si noe om hvilket nivå innenfor hver av kategoriene diskursen befinner seg på. Oppgavene er laget ut i fra at elevene skal oppnå et høyt nivå i alle kategoriene. For å oppnå det høyeste nivået, nivå 3, i MDI kategorien eksempler er det lagt vekt på oppgaver hvor elevene skal få oppleve fusjon (F) av objekter gjennom sammenlikning (S) og kontrast (C). For eksempel er objektet koordinater gjennom oppgave 2 fremstilt på forskjellige måter. Elevene er her nødt til å ta i bruk realiseringer som både viser objektet gjennom sammenlikning og kontrast, før en ser koordinater under ett. Ved først å se på punkter og deres plassering i deloppgave 1), deretter avstand til origo fra to gitte punkter i deloppgave 2), for så å bli presentert en regel om hvilken koordinat som står først i deloppgave 3). Oppgaver på et nivå 3 var også vektlagt, og elevene måtte selv finne fremgangsmåter og bruke ulike realiseringer for å komme frem til svaret. Her må de da ta i bruk ulike konsepter i matematikken (C) og sammenlikne disse (PS) for å løse oppgavene. Oppgavene var også formulert på den slike måten at elevene til enhver tid måtte avgjøre hvordan ting hang sammen og hvorfor det henger sammen, og hvorfor de mener akkurat det de mener. Dette gjør at elevene får muligheten til å oppnå et nivå 3 i elevdeltakelse hvor de er delaktige i diskusjoner (D) og formulerer fullstendige fraser og setninger (P/S).

Kunnskapsløftet og Solvang (1992)

Oppgavene elevene jobbet med var valgt med tanke på å dekke flere temaer i funksjonslære og det ble tatt utgangspunkt i kunnskapsløftet (LK06) ved valg av oppgaver.

> ***Funksjonar***
>
> *- Mål for opplæringa er at eleven skal kunne lage funksjonar som beskriv numeriske samanhengar og praktiske situasjonar, med og utan digitale verktøy, beskrive og tolke dei og omsetje mellom ulike representasjonar av funksjonar, som grafar, tabellar, formlar og tekstar*
>
> *- Identifisere og utnytte eigenskapane til proporsjonale, omvendt proporsjonale, lineære og kvadratiske funksjonar og gje døme på praktiske situasjonar som kan beskrivast med desse funksjonane*

(Kunnskapsdepartementet, 2013, s. 9)

I tillegg til å dekke kompetansemålene over om funksjoner med vektlegging på å løse oppgavene "uten digitale verktøy" og at elevene skal "beskrive og tolke" og "identifisere og utnytte eigenskapane" til funksjoner, er valget av oppgavene basert på prinsippet om gruppearbeid som Solvang (1992) legger til grunne. "... materialet lages i samsvar med den undervisningen elevene har vært med på, og med samling om de problemene elevene hadde ..." (1992 s. 67).

Med utgangspunkt i de LK06, Solvang (1992) og MDI ble oppgave 1 laget og de åtte andre oppgavene i vedlegg 4 valgt. De utvalgte oppgavene er, med unntak av to oppgaver, ordrett gjengitt i oppgavesettet. Oppgave 5 er omskrevet fordi ordlyden i oppgaven kunne trigge diskusjoner som ikke var ønskelig, fra "måter å løpe på" til å "beskriver forskjellige løpeturer". Oppgave 9 er uendret i ordlyd, men i den opprinnelige oppgaven står det skrevet tre måter elevene skal løse oppgavene på. Disse hintene var ikke ønskelige da studien ville gi elevene muligheten til selv å velge løsningsmetode (en av kategoriene i MDI). Derfor ble "ved å tegne punktene i et koordinatsystem og måle med linjal", "ved å bestemme stigningstallet mellom to og to av punktene og se om det blir det samme svaret" og "ved å bestemme likningen for linja gjennom to av punktene og se om det siste punktets koordinater passer i likningen" fjernet.

Videre redegjøres det for valget av oppgave 2 og for hvordan disse oppgavene er valgt på bakgrunn av MDI. Oppgave 2 er trukket frem i dette delkapittelet fordi det er disse oppgavene som er relevante med tanke på analyse og diskusjonsdelen som er fokuset for denne studien og som blir presentert i diskusjons kapittelet.

3.4.2 Oppgaven

Denne oppgaven er hentet fra *Tetra 9* (Hagen, Carlsson, Hake & Öberg, 2006), og teksten "Her skal dere sammen komme frem til om påstandene under er sant eller usant. - Vis utregning eller figurer og start svaret med: Sant/Usant fordi ..." er lagt til for å instruere elevene. Oppgavene ligger i sin helhet i Vedlegg 4.

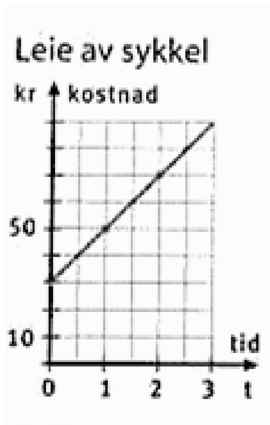
Oppgave 2

Sant eller usant?

Her skal dere sammen komme frem til om påstandene under er sant eller usant.

- Vis utregning eller figurer og start svaret med: **Sant/Usant fordi ...**

1) Punktene (2,3) og (3,2) har samme plassering i et koordinatsystem.
2) Fra origo er det like langt til punktene (4,0) og (0,-4).
3) Koordinatene til et punkt skrives alltid med x-koordinaten først.
4) En graf som er ei rett linje, angir alltid en proporsjonalitet.
5) Grafen til en proporsjonalitet er alltid ei rett linje.
6) Av diagrammet *Leie av sykkel* til høyre kan vi lese at det i tillegg til grunnavgiften på 30 kr koster 20 kr per time å leie en sykkel
7) Tallparet (1,2) hører sammen med funksjonen y = 2x.
8) Tallparet (2,1) hører sammen med funksjonen y = 2x.
9) Funksjonen er y = 2x. Dersom x = 2, er y = 4.
10) Funksjonen er y = 2x. Dersom y = 2, er x = 4.
11) Tallparene (3,1), (5,3) og (9,7) ligger på grafen til funksjonen. Funksjonen er y=x-2.
12) Funksjonen y = 15x er en proporsjonalitet.



(Vedlegg 4, Oppgave 2)

Disse oppgavene er oppgavetype der "svaret" presenteres gjennom en påstand og eleven må argumentere for om oppgaven er sann eller usann. I disse oppgavene holder det ikke med ett ord og elevene måtte vise hvordan de legitimerte eller avkreftet påstandene over, som også er en av kategoriene til Adler og Ronda (2015) under den forklarende samtalen. Oppgavene spenner over flere matematiske objekter som relateres til funksjonslære, derfor er dette en oppgave som tar utgangspunkt i fusjon (F: fusjon), hvor elevene ser likheter (S: likhet) og forskjeller (C: kontrast) med objektet. I for eksempel deloppgavene 5) og 6) hvor lineære linjer og proporsjonalitet knyttes sammen og problematiseres gjennom to ulike påstander. Da benyttes variasjoner i begrepet proporsjonalitet gjennom likhet (S), kontrast (C) og fusjon (F) under MDI kategorien eksempel. Elevene måtte benytte løsningsstrategier, ulike realiseringer om objektene og det de tidligere har lært for å forklare og legitimere påstanden som er gitt i oppgaven. Dette gjorde at elevene måtte forklare resten av gruppene hva og hvorfor de mener dette, som relateres til prinsipper i Johnson og Johnson (1990) om gruppesamarbeids kriterier med gjensidig avhengige og samarbeidsevner, i tillegg til MDI kategorien elevdeltakelse.

3.5 Transkripsjon

Transkripsjon og analyse er en sammensatt prosess hvor det først ble gjennomført en grovanalyse for å få overblikk over materialet. Videre ble det valgt ut sekvenser som analyseres nærmere. Det tilhørende elevarbeidet ble vurdert opp mot transkripsjonene. Elevarbeidet var med på å påvirke utvalget av sekvenser fra videomaterialet, da dette avdekket kommognitive konflikter i diskursen. Elevarbeidet fra de to fokusgruppene ble analysert på flere måter. Steder hvor elevarbeidet hos et eller flere individer ikke samsvarte var utgangspunkt for videre analyse, da disse stedene ble vurdert som steder hvor diskursen til enkeltindivider skilte seg fra de observerte visuelle og verbale modalitetene i den felles diskursen. Elevarbeidet fra resten av klassen som ikke var medlemmer av fokusgruppene er i denne omgangen valg å se bort ifra av to grunner. For det første var tidsperspektivet en begrensende faktor i denne oppgaven siden en masteroppgave strekker seg over et halvt år, og det var mye datamateriale i disse elevbesvarelsen i form av visuelle besvarelser som krever tolking og koding gjennom MDI. For det andre var ønskelig å se hele diskursen under ett, det vil si at den muntlige kommunikasjonen ble sett i sammenheng med det skriftlige arbeidet til elevene i de to fokusgruppene.

3.5.1 Utvalg av sekvenser

Etter gjennomgang transkribering av video- og lydopptak ble det valgt ut de sekvensene der det er tydelige, synlige tegn på kommognitive konflikter mellom deltakere i diskursen. Dette følger prinsippet til Sfard (2008) om at effektiv kommunikasjon fører til utvidelse av den matematiske diskursen, og at forskerens fokus bør ligge på å avdekke brudd i kommunikasjonen som oppstår som følger av kommognitive konflikter i stedet for å fokusere på bevis for effektiv kommunikasjon, da det er lettere å finne bevis på kommognitive konflikter. I lys av det Bauersfeld (1980) skriver om *indexicality* er sekvensene, hvor utdragene i diskusjonsdelen er hentet fra, lagt med som vedlegg (vedlegg 5,6,7 og 8). Da har leseren muligheten til å gå inn i transkripsjonen og se en større kontekst enn de ytringene som presenteres.

3.5.2 Transkripsjonsnøkkel

Transkripsjonsnøkkelen som er benyttet er hentet fra Markle, West og Rich (2011) og følger prinsippet de diskuterer om at transkriberingen burde være mer uniform slik at det ikke oppstår misoppfatninger og ulike tolkninger i forskningen. I tabellen under ligger det en oversikt over transkripsjonsnøklene som er benyttet i denne oppgaven, samt en forklaring på hvordan disse er benyttet i transkripsjonsarbeidet.

Symbol	Fiktivt eksempel	Forklaring
[ ]	Kari: Regn ut [to x (2x)] pluss fem (5) Per: [Det der?]	Overlappende snakking av en eller flere deltakere
=	Kari: Ja= Per: =Hvordan da?	Ytringen fortsetter uten pause til neste deltaker i diskursen
(.)	Kari: Du tar (.) den	Ett sekunds pause
(sek)	Par: Men (6 sek) sånn liksom?	Antall sekunder det er pause i ytringen. For eksempel (2 sek): da er det to sekunder pause før ytringen fortsetter
(L)	Per: Nå skjønner jeg (L)	Ler mens han eller hun snakker
["Utenomsnakk"]	Kari: ["Utenomsnakk"] Ytring: Jeg er sulten	Slik ytringene opplever er ikke ytringene relatert til oppgavene eller annen matematikk.
?	Per: Sånn?	Det forskeren tolker at det stilles et spørsmål (Roth & Bautista, 2011)
(tall)	Kari: y er lik tre x pluss tre (y = 3x + 3) Per: Så når x er lik to (x = 2), er svaret på oppgaven ni (9)?	De vokale realiseringene blir her representert gjennom to modaliteter; skreven tekst og algebraiske symboler. Når elevene ytrer tall eller regnestykker leses det ofte tekst eller skriver tall. For at elevens vokale modalitet skal komme frem i transkripsjonene blir begge visuelle modalitetene skrives med algebraiske tekst i parentes. Dette gjøres for at lesere skal ha en felles forståelse for det som ytres (Markle et al., 2011).

Figur 8: *Transkripsjonsnøkler benyttet i transkripsjonene*

I tillegg til transkripsjonsnøkkelene over finnes det en nøkkel for når ytringen har tilhørende gester, mimikk eller kroppsspråk (Markle et al., 2011). Når en skriver transkripsjoner av opptak som video og lyd, vil dataen mangle en del vesentlig informasjon. Et enkelt " "Hello" may be said in any number of ways that change the speaker's tone and intent." (Markle et al., 2011, s. 5). En av modalitetene, hvor realiseringer om objektet kan ta form, er gester (Sfard, 2008). Derfor er gester en viktig del av diskursen i denne studien, og språk og gester er to sider av sammen sak (Sfard, 2009). Bjuland, Cestari og Borgersen (2008) skriver at gester er en del av kommunikasjonen og en hjelp for elevene for å forstå de ulike elementene i oppgavene. "That is, as speech unfolds so do gestures; and speech and gesture mediate their mutual development in the same way as speech (communication) and thought." (Roth & Bautista, 2011, s. 60). Av grunnene nevnt over vil denne studien presentere en beskrivelse av gestene den som snakker gjør under de ulike ytringen, og det er lagt vekt på begrepene til Bjuland et al. (2008): *Pekinger; repeterende peking* og *påfølgende peking* og *bevegelser; pek-bevegelse: lineær pek-bevegelse* og *sirkulær pek-bevegelse.*

3.5.3 Fremstilling av transkripsjoner

Under presenteres et fiktivt tilfelle som kan oppstå i en undervisningssituasjon. Presentasjonen av ytringene under er inspirert av den måten Sfard (2008) presenterer sekvenser av ytringer i sin bok, hvor gestene er presentert til hver enkelt ytring. For å beskrive hvilken måte elevene peker på ulike visuelle mediatorer er begrepene til Bjuland et al. (2008) og Bjuland et al. (2008) benyttet. Kolonnen til høyre viser kodingene av ytringene i hver kategori fra den utforskende samtalen og elevdeltakelsen i MDI verktøyet.

Et fiktivt eksempel:

Nr	Navn	Ytring	Gester	MDI
34	Lars	Hva med den der? (3 sek) Denne er vel ikke lineær?	Peking y = 2x + 4 på oppgavearket.	**Ms** **P** **P/S**
35	Arne	Jo=		**NM** **Y/N**
36	Lars	=Hvorfor det?		**NM** **P/S**
37	Arne	Se der da. (4 sek) Fordi den går her, ikke sant. Da vil den ikke treffe der.	Sirkulær-pek bevegelse koordinatsystemet Lineær pekbevegelse på langs rette linja	**Ms** **L** **D**

Figur 9: *Et fiktivt transkriberingseksempel*

3.5 Analyseprosessen

Tabellen under er en egen oversettelse av MDI verktøyet fra artikkelen til Adler og Ronda (2015). Her presenteres MDI kategoriene *elevdeltakelse, navngiving* og *legitimeringskriterier*, da dette er utgangspunktet for analyseringen av diskursen mellom elevene under gruppesamarbeidet. Ved analyse av diskursen elevene tar del i under gruppearbeidet, hvor elevene løser funksjonsoppgaver, blir verktøyet fra Adler og Ronda (2015) "Mathematics Discourse in Instruction" (MDI) i tabellen under benyttet for å analysere og identifiser de ulike nivåene av elevdeltakelse, legitimeringskriterier og navngiving i elevenes matematiske diskurser. Tabellen tar for seg underkategorier av hver av MDI kategoriene, og forklar på hvilken måte diskursen oppnår de ulike nivåene.

Læringsobjektet		
Forklarende samtale		**Elevdeltakelse**
Navngiving	**Legitimeringskriterier**	
Gjennom undervisningsøkten er ordbruken: Dagligtale (NM: *Non-Math*) dagligtale eller ikke-matematisk språk F.eks: hverdagslig språk og/eller tvetydige pronomen som dette, det eller tingen når det referes til læringsobjektet Matematisk språk brukes som objektets navn (Ms) F.eks: lese rett av symboler Matematisk språk brukes riktig (Ma) for å referere til andre ord, symboler, bilder, prosedyrer, o.l.	Legitimeringskriterier for hva som teller som matematikk Ikke-matematisk (**NM**: *Non-Math*): Visuell (**V**: *Visuell*). F.eks hint som er naturlige eller huskeregler. Posisjons bestemt (**P**: *positional*) F.eks: En uttalelse eller påstand, vanligvis av læreren, som om det er et faktum. Hverdag (**E:** *everyday*) Matematiske kriterier: Lokal (**L:** *local*). F.eks. spesifikke eller enkelte tilfeller (både fra virkeligheten og matematikken), etablert snarvei eller fremgangsmåter. Generell (**G**: *general*), tilsvarer representasjon, definisjon, tidligere etablert generalisering, prinsipp, struktur, egenskaper, som kan være delvis (**GP**) eller fullstendige (**GF**)	Eleven svarer på lærerens spørsmål med ja, nei, ufullstendige setninger eller setninger med få ord (**Y/N**: *Yes/No* – Ja/Nei). Elevene svarer på hva/hvordan spørsmål i fullstendige setninger (**P/S**: *phrases/sentences* – fraser/setninger). Eleven svarer på hvorfor spørsmål ved å presentere ideer i diskusjonene. Læreren speiler, bekrefter og stiller nye spørsmål (**D**: *discussion* - diskusjon)
Bruk av hverdagslig språk og matematiske begreper: Nivå 1 – NM, alt tale er hverdagslig og det finnes ingen fokus på matematiskk Nivå 2 – Veksling mellom NM og Ms, samtidig som noe Ma kan forekomme Nivå 3 – Veksling mellom hverdagslig språk NM og formelt matematisk språk Ma	Det som dukker opp gjennom en undervisning og gir mulighet for læring av vitenskapelige begreper: Nivå 0 – Alle kriterier er **NM**, dvs. **V, P, E**; Nivå 1 – Kriteriene inkludere **L**, F.eks. enkelttilfelle Nivå 2 – Kriteriene strekke seg utover **NM** og **L** for å inkludere devise generaliseringer **GP** Nivå 3 – **GF** matematiske legitimering av konsept eller prosedyre er prinsipp og/eller avledet/påvist.	Mulighet for elever å kommunisere, og bruke matematikk i diskusjon: Nivå 1 – Kun **Y/N** (kun enkeltord) Nivå 2 – Noen **P/S** (fraser og setninger) i flere tilfeller Nivå 3 – **P/S** og noe **D** (diskusjon) i flere tilfeller.

Figur 10: *Mathematical discourse in Instruction; forklarende samtale* og *elevdeltakelse*

Ut i fra tabellen over viser den hvordan diskursen kan foregå på de høyeste nivåene innenfor hver MDI kategori. Hvis eksempelvis elevene skal oppnå et nivå 3 under elevdeltakelse må elevene delta i diskusjoner (D) ved å presentere matematiske ideer og delta med fullstendige fraser eller setninger (P/S). Navngivning strekker seg fra dagligtale (NM) til et mer presist matematisk språk, og for å oppnå nivå 3 må elevene veksle mellom dagligtale (NM) og et presist formelt matematisk språk (Ma). Når det kommer til legitimeringskriterier av matematiske i diskursen, må elevene generalisere matematikken til å gjelde i flere situasjoner, gjennom fullstendig generalisering (GF) utover generaliseringer i enkelttilfeller (GP) for å oppnå nivå 3.

Ved å benytte MDI settes deler av den matematiske diskursen mellom elevene i gruppene i fokus, og gjennom kodingen av ytringene kan man avgjøre på hvilke nivåer elevens ytringer og diskurser ligger på i de ulike kategoriene.

3.6 Forskningsetikk

Forskning på mennesker er et svært komplekst forskningsfelt. Det er derfor viktig at forskeren til enhver tid arbeider bevisst for å ivareta det etiske perspektivet (Thagaard, 2013). Gjennom denne forskningsprosessen er det enda viktigere at forskeren jobber aktivt med å ivareta det etiske perspektivet fordi forskningen inkluderer barn (NESH, 2016). Thagaard (2013) påpeker at det er forskeren selv som er ansvarlig for å ivareta det etiske perspektivet, og det settes derfor fokus på de aspektene som er vurderte og de valgene som er gjort i samsvar med det etiske arbeidet som er gjort i forbindelse med denne studien.

3.6.1 Det informert og det frie samtykket

Det ble vektlagt at alle deltakerne i studien skulle gi sitt frivillige og informerte samtykke for å delta (NESH, 2016). Med det frie samtykket menes det at deltakeren ikke er påvirket av et ytre press for å delta, mens det informerte samtykket vil si at deltakeren er tilstrekkelig informert. Dette er ivaretatt gjennom å fortelle deltakerne hva deltakelsen innebærer, eventuelle konsekvenser og hva dataene skal brukes til. I tillegg er deltakeren informert om at de kan trekke seg fra studien uansett tidspunkt. Fordi denne studien inkluderer deltakelse av barn foreligger det andre regler og praksis for innhenting av samtykke. Når deltakerne i studien er under fylte 15 år, er det de foresatte som skal gi samtykket for at barnet kan delta i studien (NESH, 2016). Elevene i denne studien er under fylte 15 år og samtykke fra foresatte er derfor innhentet gjennom et informasjonsskriv. I tillegg er det valgt å legge vekt på at elevene også skal gi sitt frie og informerte samtykke. NESH (2016) påpeker at barnekonvensjonen mener at alle barn over 12 år skal bestemme selv om de ønsker å delta eller ikke. For å etterkomme begge prinsippene er det derfor innhentet samtykke fra begge parter, både foresatte og elevene, gjennom et samtykkeskjema. Barn er i en sårbar posisjon overfor det frie samtykke fordi de står i et asymmetrisk maktforhold overfor de voksne. I denne studien vil disse personene være læreren, foresatte og forskeren, i tillegg står elevene i et pliktforhold ovenfor skolen. Derfor er det lagt ekstra vekt på å informere elevene om at deltakelsen er frivillig (NESH, 2016) flere ganger gjennom muntlig og skriftlig informasjon.

3.6.2 Anonymitet

NESH (2016) løfter frem prinsippet om at datamateriale skal behandles konfidensielt, og det er forskeren som er ansvarlig for at dette (Kleven et al., 2014). Skolen er anonymisert og deltakerne har fått fiktive navn for å unngå gjenkjenning (Kvale, Brinkmann, Anderssen & Rygge, 2015). Rådatamateriale som video- og lydopptak presentert i oppgaven er transkribert i etterkant med disse fiktive navnene, og fra det skriftlige arbeidet til elevene benyttes kun utdrag fra besvarelsene. Det skriftlige arbeidet er anonymisert ved å fjerne identifiserbare opplysninger som navn og klasse.

3.6.3 Språklig oversettelse

Transkripsjonene er skrevet på normert bokmål av to ulike grunner. Ved å normalisere språket ivaretas elevenes anonymitet (Kvale et al., 2015), enkelte av elevene snakker dialekter som ikke stammer fra området, og det forekommer en fare for dialekt gjenkjenninga av enkelte deltakere. I tillegg vil det normerte bokmålet utløse en allmenn (Markle et al., 2011) forståelse for det som ytres. Ordene i seg selv er ikke fokuset for mine analyser, men på hvilke ulike måter elevene velger å beskrive de matematiske objektene.

3.6.4 Tilgang til forskningsfeltet

Tilgangen for å kunne hente inn data kan være vanskelig fordi det er forskning på et felt som omhandler mennesker. Forskning i undervisning krever at skolen, lærer, foresatte og elever er villige til å delta i studien. Dette kan medføre at resultatene forskeren ender opp med kan danne et skjevt bilde av virkeligheten. I denne studien finnes det ingen for og imot sider, men likevel kan mine resultater fremstille et skjevt bilde på hvordan virkeligheten av undervisningen i denne klassen eller på denne ungdomskolen generelt er. I denne studien presenterer forskeren kun et lite utsnitt av et ellers langt skoleår og forskeren er bevisst på at studien ikke gir et endelig bilde av matematikkundervisning i ungdomsskolen. På den andre siden kan resultatene være et eksempel på hvordan en kan bruke teorien som er valgt på en fruktbar måte slik at studien kan inspirere til etterfølgelse og videre forskning.

3.6 Kvalitet i studien

3.6.1 Reliabilitet

Reliabilitet til et studie handler om studien er pålitelig eller ei, og i hvilken grad studien er påvirket av tilfeldige målingsfeil (Kleven et al., 2014), altså i hvilken grad deltakeren i studien påvirkes i målingsøyeblikket. Disse tilfeldige målingsfeilene er påvirkninger som vi til en viss grad ikke klarer å styre, og i denne studien er lengden på undervisningen, at elevene har en dobbeltime i matematikk, at denne timen er den siste timen på skolen denne dagen, faktorer i lys av det Kleven et al. (2014) ser på som tilfeldige målingsfeil. I tillegg omhandler tilfeldige målingsfeil hvordan forskeren tolker dataene og hva forskeren får med seg av data under observasjonen. I denne studien er alt video- og lydopptaksmateriale transkribert i tråd med det som er presentert over.

Allerede her starter tolkingen og analyseringen av datamaterialet (Kvale et al., 2015). Under transkripsjonene skjer det tolking av sosiale kontekster og forskeren må eksempelvis avgjøre hva som er spørsmål og å skrive om muntlig tale til skriftlig tekst (Roth & Bautista, 2011). Roth og Bautista (2011) påpeker at situasjonen på videoen setter i gang følelser og tolkninger hos seeren, som ikke kommer gjennom den transkriberte teksten. Det er forskerens ansvar at datamaterialet er presentert på en slik måte at resultatene er troverdige og at argumentasjonen er godt begrunnet, og dette er avgjørende for god reliabilitet, men også validiteten. I denne studien må også resultatene være grunnet i den teorien som benyttes for at leseren skal finne studien troverdig (Kvale et al., 2015).

3.6.2 Validitet

Kleven et al. (2014) skriver at validiteten ved en studie stiller krav til kvaliteten, og validiteten omhandler kvaliteten av dataene som resultatene bygger på og kvaliteten på de slutningene som trekkes fra datamaterialet, gjennom begrepsvaliditet, indrevaliditet og ytrevaliditet. Teorien i studien danner grunnlaget og de teoriene som er best begrunnet er å regne for de mest valide teoriene. I denne studien er teorigrunnlaget det kommognitive perspektivet og analyseverktøyet MDI. Det kommognitive perspektivet har vært utgangspunkt for flere case-studier etter at det første gang ble presenter i en egen bok i 2008, og analyseverktøyet MDI er benyttet i flere ulike kontekster og publiserte artikler.

Hvilket validitetshensyn som skal få høyest prioritet, vil naturligvis avhengig av problemstillingen som ønskes å belyse. Problemstillingen i denne studien undersøker hvordan MDI, et allerede eksisterende analyseverktøy, kan benyttes for å si noe om det datamaterialet som er innhentet, i lys av den kommognitive teorien. Ved slike tilfeller er det en fare for at det oppstår systematiske feil, feil som ikke jevner seg ut i det lange løp (Kleven et al., 2014).

God indre validitet innebærer at leseren av studien kan stole på den tolkningen som presenteres, og det er opp til forskeren å argumentere for at disse tolkningene er valide (Kleven et al., 2014). Forskeren må hele tiden argumentere og forklare hvordan og hvorfor disse resultatene kan tolkes og ses i lys av den valgte teorien. I tillegg er det lagt stor vekt på primærkilder i denne oppgaven og Kleven et al. (2014) argumenterer for at primærkilder er en mer troverdig kilde når validiteten for teorien og forskningen skal styrkes.

Den ytre validiteten går på resultatets gyldighetsområde (Kleven et al., 2014), altså i hvilken eller hvilke kontekster resultatene gjelder for. Denne studien er et kvalitativt case-studie, hvor enheten er en 9. klasse. Grunnet studiens kultur vil resultatene være begrenset til å gjelde i akkurat denne situerte situasjonen, men forskning på dette området gir likevel implikasjoner til hvordan det kan se ut i liknende situasjoner. Roth og Bautista (2011) skriver at kvalitativ forskning som omhandler studier av mennesker, inneholder situasjonene som er sosiale og komplekse. Derfor må disse situasjonene alltid ses i lys av et større bilde. Dette stemmer overens med det Bauersfeld (1980) skriver om at kommunikasjonen i klasserommet påvirkes av ulike faktorer, og at dette må tas i betraktning for å kunne forske på matematikk undervisning. Det vil si at om studien gjennomføres på nytt er det ikke gitt at en vil få de samme resultatene. Studien er særegen fordi datainnsamlingen gjøres i en situert situasjon hvor kontekst, deltakerne og rammene aldri vil være like. For å oppnå god ytre validitet som kan overføres til andre kontekster er det optimale studie et laboratorium eksperiment hvor forskeren har muligheten til å kontrollere alle rammer og faktorer som kan påvirker forsøket (Kleven et al., 2014). Likevel er kvalitative case-studier som dette viktig for å drive forskningen videre, og undersøke hvordan teoriene kan ses i lys av praktiske situasjoner (Kleven et al., 2014).

4 Analyse og diskusjon

I dette delkapittelet presenteres oppgavene sammen med kommentarer om grunnlaget for analysen. Videre presenteres utdrag fra elevenes gruppearbeid med korte kommentarer til samtalen og elevbesvarelsene, før en analyse i hver av MDI kategoriene presenteres. Først presenteres gruppe 1, med tilhørende analyse, før utdrag fra gruppe 2 blir presentert. I den videre diskusjonen vil de analytiske betraktningen og tilhørende MDI kategorier ses i lys av teorien som er presentert i teorikapittel.

4.1 Oppgaven

Oppgaven som presenteres under er den oppgaven elevene jobber med i de sekvensene som er analysert og presentert i dette delkapittelet. Oppgave 2 deloppgave 2), slik den ble presentert for elevene, ligger i vedlegg 4. Videre i dette delkapittelet presenteres oppgaveteksten sammen med mine forventninger til hvordan elevens nivå i de ulike MDI kategoriene kan utarte seg i arbeidet med denne deloppgaven.

> Oppgave 2
>
> **Sant eller usant?**
>
> Her skal dere sammen komme frem til om påstandene under er sant eller usant.
> - Vis utregning eller figurer og start svaret med: **Sant/Usant fordi ...**
>
> 2) Fra origo er det like langt til punktene (4,0) og (0,-4).
>
> (Vedlegg 4, Oppgave 2, deloppgave 2))

Objektene i denne oppgaven vil være origo og koordinatene (4,0) og (0,-4), og læringsobjektet vil omhandle hvordan objektene i oppgaven forholder seg til hverandre. For å vurdere og diskutere denne påstanden må minst en av deltakerne ha en diskurs om hva et koordinatsystem er og hva som menes med "like langt" i et slikt system. Videre må elevene delta i en diskurs hvor origo er definert og en diskurs som inneholder koordinater, som i dette spesielle tilfellet er koordinatene til punktene (4,0) og (0,-4). Disse objektene kan forklares og realiseres gjennom andre modaliteter, ved å benytte andre objekter som koordinater, koordinatsystem, x-aksen, y-aksen osv. Elevene velger selv hvilke objekter og modaliteter de ønsker å benytte når de skal avgjøre om påstanden "Fra origo er det like langt til punktene

(4,0) og (0,-4)." er sann eller usann. Oppgaven åpner i utgangspunktet for at elevene kan oppnå høy nivåer i de ulike kategoriene i MDI, og elevene er selv nødt til å bidra på et høyt nivå i elevdeltakelse for å få avgjøre gyldigheten til påstanden. For å oppnå det høyeste nivået for elevdeltakelse må elevene være i stand til å delta i en diskusjon (D) hvor det presenteres matematiske ideer og svarer på hvorfor spørsmål, i tillegg til at de bidrar med fullstendige setninger og fraser (P/S). Under navngivning av de matematiske objektene i diskursen, en av to kategorier i den forklarende samtalen fra MDI, har elevene i disse oppgavene muligheter til å ta i bruk det matematiske språket (Ma) for å avgjøre om oppgavene er sanne eller usanne. Hvis de klarer dette har de muligheten til å oppnå nivå 3 for navngiving, som også er det høyeste nivået i denne kategorien. For å oppnå dette nivået må elevene veksle mellom dagligtale (NM) og et korrekt matematisk språk (Ma) under arbeide med å forklare matematiske konsept (Adler & Ronda, 2015). Legitimeringskriterier er den andre kategorien i den utforskende diskusjonen. Fordi oppgaven er av den karakter at elevene må forklare hvorfor påstander er sanne eller usanne må elevene ta i bruk matematiske konsepter og legitimere disse for å kunne forklare påstandens gyldighet og for å oppnå en felles forståelse av de matematiske konseptene som benyttes (Adler & Ronda, 2015).

4.2 Gruppe 1

4.2.1 Vokale-verbale-talte ord og tilhørende gester

Utdragene som presenteres under er utdrag fra en lengere sekvens som foreligger i sin helhet i Vedlegg 5. Dette utdraget er et utdrag fra en sekvens fra gruppe 1 hvor de setter i gang med arbeidet for å besvare oppgave 2 deloppgave 2). Thea leser oppgaven høyt for de andre elevene i gruppen:

Nr	Navn	Ytring	Gester	MDI
243	Thea	Okey, fra origo, fra origo er det like langt til punktene fire komma null (4,0) og null komma fire (0,4).	Lineære pek-bevegelser på oppgaveteksten	**Ma**

Thea leser høyt i Ytring 243 "... punktene fire komma null (4,0) og null komma fire (0,4)", men i den opprinnelige oppgaveteksten står det punktene (4,0) og (0,-4).

Noen ytringer senere presiseres oppgaveteksten, deretter følger en rekke ytringer hvor elevene diskuterer om påstanden er sann.

Nr	Navn	Ytring	Gester	MDI
252	Nora	Men (5 sek) det er null komma fire (0,4) eller null komma minus (0,-4)? fire i retningen liksom (2 sek) Det er to forskjellige ting	Legger blyanten først vannrett i luften, så loddrett. Veksler mellom vannrett og loddrett posisjon på blyanten.	**Ma** **D**
253	Sander	Null komma minus fire (0,-4)		**Ma** **V** **P/S**
254	Thea	Ok		**MN** **Y/N**
255	Sander	Men det blir jo uansett like langt fra origo=		**Ma** **P** **D**
256	Nora	=Jaja, men det er [to forskjellige punkt]		**Ma** **P** **D**
257	Thea	[Men se på null] komma fire (0,4), nei fire komma null (4,0) (3 sek)	Peker på 0,4 i oppgaveteksten	**Ma** **V** **D**
258	Nora	Ja, det kan både være den veien og den veien kan det ikke det	Setter blyanten i en vannrett for så en loddrett posisjon i luften	**Ma** **GP** **D**
259	Sander	Men du går jo uansett like langt=	Peker bortover i luften	**Ma** **P**
260	Nora	=Jaja men hvis vi skal tegne det liksom, (3 sek) hva om vi bare tegner alle fire og ser at punktene er like langt fra?	 Påfølgende peking i luften hvor de fire punktene vil ligge	**Ma** **L** **D**
261	Oskar	Sant null komma fire (0,4) er nesten rett ved null (0)		**Ms** **V** **P/S**

Sekvens med ytringene 252 til 261 starter med at elevene klargjør hvilke punkter som står i oppgavene. Videre beskrives diskusjonen mellom elevene som handler om at punktene ikke er det samme punktet. Gjennom Nora sin ytring 256 "Jaja, men det er to forskjellige punkt" legitimeres, kategori i MDI, hvilke punkter som er fokus for oppgaven. Elevene har da et felles og riktig utgangspunkt for å jobbe videre med påstanden. Elevene kommuniserer her hvilke regler som er gjeldende for de matematiske objektene i diskursen, og her får de muligheten til å drøfte om denne "like avstanden" også vil gjelde for punktene (0,4) og (-4,0).

Elevene jobber individuelt med sine elevbesvarelser. Etter det individuelle arbeidet følger disse ytringene:

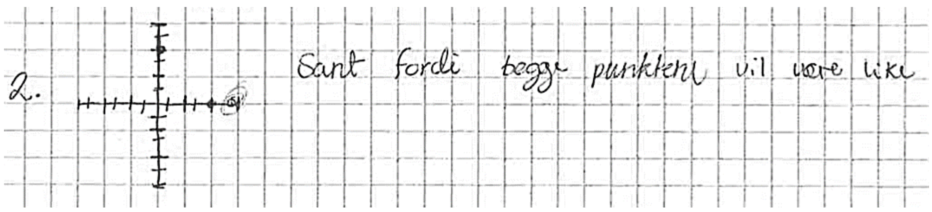
Nr	Navn	Ytring	Gester	MDI
275	Thea	Jo det er like langt, sånn (3 sek) fordi		**Ms** **L** **D**
276	Sander	For vi går fire opp og, nei vi går=		**Ms** **V** **D**
277	Nora	=fire (4) ut og fire (4) ned	Tegner i luften med blyanten	**Ms** **L** **D**
278	Oskar	Å ja! Nå forstår jeg hva dere mener		**NM** **P/S**

Som en konsekvens av refereringen av feil koordinater har det oppstått feil i forklaringen til Sander, og i denne delen av sekvensen oppdager Sander at han har gjort feil i sitt skriftlige arbeid. I tillegg gir Oskar uttrykk for at han forstår hva medelevene i gruppen forsøker å beskrive.

4.2.2 Skriftlige elevbesvarelser

Oppfatningen av hvilke koordinater som står skrevet i oppgaven, ser ut til å prege elevenes individuelle arbeid. Under presenteres de individuelle elevbesvarelsene som er samlet inn i slutten av undervisningsøkten.

Oskar:

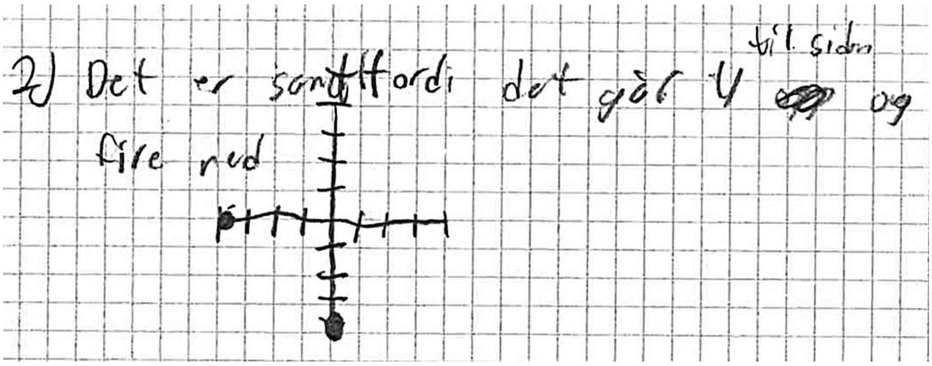


Figur 11: *Oskar sin elevbesvarelse*

Elevsvar	Tekst	MDI
Teksten i Figur 11	2. Sant fordi begge punktene vil være like	**Ms, V, P/S**
Tegningen i Figur 11		**Ma**

Gjennom realisering via den visuelle modaliteten symboler i form av et koordinatsystem har Oskar tegnet et koordinatsystem hvor omtrent 2,5 mm tilsvarer et intervall på x- og y-aksen. Punktene Oskar har tegnet er i form av små kuler. Det ene punktet er tegnet på intervall strek nummer fire oppover på y-aksen og har koordinatene (0,4). Det andre punktet er tegnet inn på intervallstrek nummer fire bortover til høyre på x-aksen og har koordinatene (4,0). Oskar har tegnet inn to punkt med koordinatene (0,4) og (4,0). Realiseringen gjennom den visuelle modaliteten verbalt-skrevne ord har Oskar skrevet at påstanden er "Sant fordi begge punktene vil være like".

Sander:

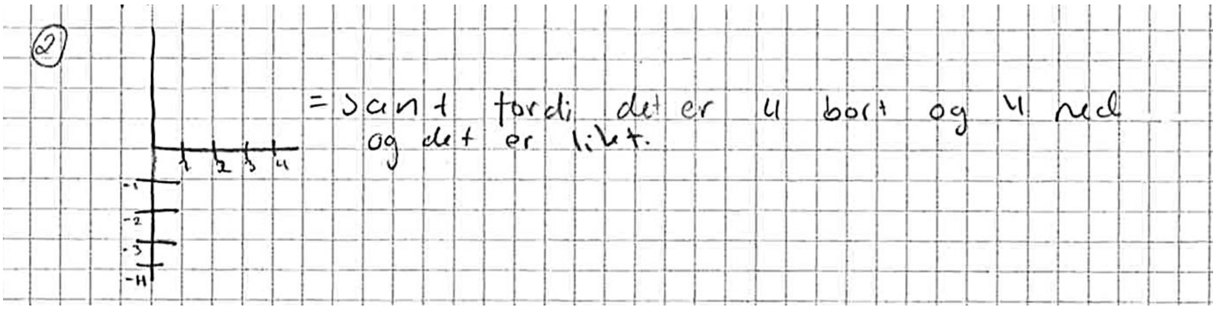


Figur 12: *Sander sin elevbesvarelse*

Elevsvar	Tekst	MDI
Teksten i Figur 12	2) Det er sant fordi det går 4 til siden og fire ned	**Ms, GP, D**
Tegningen i Figur 12		**Ma**

Sander har gjennom en realisering i den visuelle modaliteten symbol tegnet et koordinatsystem hvor 5 mm tilsvarer intervallene på aksene. Sander har tegnet inn punktene som små kuler, og disse er markert inn på intervall fire i horisontal retning langs x-aksen på venstre side av origo, altså den negative siden. Dette gir et punkt med koordinater (-4,0). Det andre punktet er tegnet langs y-aksen nedover på intervall strek nummer fire, den negative siden, og har koordinatene (0,-4). I realiseringen gjennom modaliteten visuelt-verbal-skrevne ord står det at "Det er sant fordi det går 4 til siden og fire ned". Her har Sander strøket over "opp" og skrevet "til siden" rett over utstrykningen. Denne utstrykningen kommer som en konsekvens av ytring 276 og 277 mellom Nora og Sander, hvor Nora i ytring 277 sier "fire ut og fire ned".

Nora:

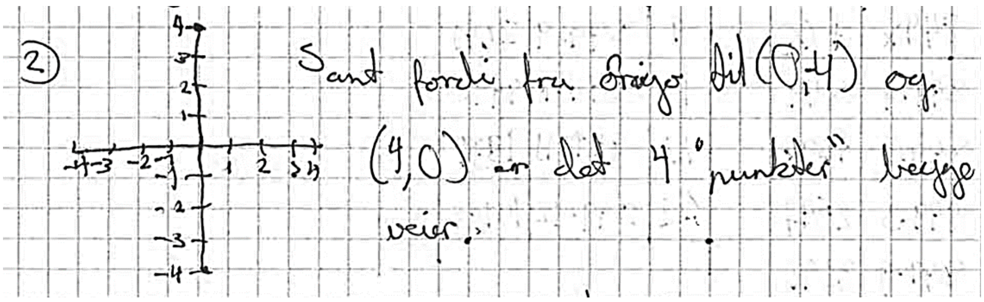


Figur 13: *Nora sin elevbesvarelse*

Elevsvar	**Tekst**	**MDI**
Teksten i Figur 13	2 = Sant fordi det er 4 bort og 4 ned og det er likt.	**Ms, PG, D**
Tegningen i Figur 13		**Ma**

Nora har gjennom den visuelle modaliteten symbol, realisert påstanden ved å tegne et koordinatsystem med streker med 5 mm avstand for intervallene i positiv retning på x-aksen og negativ retning på y-aksen. Hun har ikke satt punkter for koordinatene i form tegn, men har kun laget intervallstreker til koordinatene (4,0) og (0,-4). I den verbale-skrevne ord, visuelle modaliteten skriver Nora at påstanden er "sant fordi det er 4 bort og 4 ned og der er likt.".

Thea:



Figur 14: *Thea sin elevbesvarelse*

Elevsvar	**Tekst**	**MDI**
Teksten i Figur 14	Sant fordi fra origo til (0,-4) og (4,0) er det 4 "punkter" begge veier.	**Ms, PG, D**
Tegningen i Figur 14		**Ma**

Thea realiserer her koordinatene gjennom den visuelle, symbolske modaliteten og har tegnet et koordinatsystem med avstanden 5 mm på aksene. Punktet hun har tegnet inn har koordinatene (0,4) og (0,-4). Realiseringen gjennom den visuelle-verbal-skrevne ord modaliteten er en tekst hvor det står "Sant fordi fra origo til (0,-4) og (4,0) er det 4 "punkter" begge veier". Merk her at den visuelle realiseringen gjennom modaliteten symbol i form av punkter i koordinatsystemet og modaliteten i form av visuelt-verbalt-skrevne ord om koordinatene og punktene ikke samsvarer.

4.2.4 MDI kategorier

Navngiving

Gjennom kodingene av disse sekvensen kommer det frem at elevene benytter et språk som er av en matematikkfaglig art (Adler & Ronda, 2015), hvor mattematistene benytter matematiske objekter og ord som beskriver størrelser når de matematiserer (Sfard, 2008). Dette kommer frem fordi de benytter objektene fra oppgaveteksten i den muntlige kommunikasjonen samtidig som det forekommer realiseringer om origo og punktene gjennom visuelle symbolske realiseringer i form av et koordinatsystem. I tillegg erstatter gestene i diskursen matematiske ord for objektene. Dette gjør elevene ved å vise til retninger i koordinatsystemet ved å peke eller benytte blyanten som hjelpemiddel, eksempelvis ytring 258. Selv om diskursen er på nivå 2 fordi elevene veksler mellom å benytte dagligtale (NM), ord for matematiske objekter (Ms) og presist matematisk språk for å forklare matematiske konsepter (Ma). For at diskursen skal oppnå det høyeste nivået må elevene ta i bruk objektets matematiske navn i stedet for å benytte seg av et språk i Ms kategorien. Til tross for at diskursen i gruppen ligger på nivå 2 gjelder ikke dette for hvert individ i diskursen. Oskar bidrar kun gjennom NM og noe Ms, og ligger derfor på nivå 1. Den forklarende samtalen mellom Thea og Nora er til tider på et nivå 3 fordi disse to benytter NM og Ma for å forklare hvordan de mener oppgaven skal løses, og hvorfor de mener at påstanden er sann.

Legitimeringskriterier

Ut fra kodingen i transkripsjonen ligger diskursen på legitimeringnivå 2 hvor matematikken legaliseres til en matematisk aksept gjennom lokale tilfeller (L) og noe delvis generalisering (GP). Elevene tar i bruk realiseringer om læringsobjektet, og benytter disse for å legitimere påstanden som er gitt i oppgaven. Thea og Nora sette oppgavene i sammenheng med andre matematiske diskurser om koordinater og hvordan plasseringen av koordinatene avsettes i et koordinatsystem. Sander gir uttrykk for å ha de samme realiseringene gjennom sin aktive deltakelse, mens det ser ut til at Oskar sin diskurs ikke inneholder de samme matematiske realiseringene som resten av gruppen. Mens de andre elevene setter i gang med å svare individuelt forblir Oskar sittende uten å skrive noe. Det ser ut til at han videre adopterer realiseringen som kommer til uttrykk gjennom den forklarende samtalen og Oskar utvider dermed sin egen diskurs (Sfard, 2008). Dette kommer frem gjennom ytring 278 "Å ja! Nå forstår jeg hva dere mener" og at han etter denne ytringen benytter den visuelle modaliteten symboler ved å tegne et koordinatsystem med tilhørende punkter på sin elevbesvarelse. Oskar kan har tilegnet seg disse realiseringene gjennom den forklarende samtalen. Her har de andre elevene fortalt hva som er gjeldende matematikk for diskursen (P) og gjennom diskusjon som er delvis generalisert (PG) i ytring 252 til 261 ved å si at det vil gjelde uansett hvilken av retningen fra origo langs x- eller y-aksen du beveger deg. På det visuelt-verbale-skrevne ord i besvarelsene til elevene skiller Oskar sin besvarelse seg fra de andre deltakerne i diskursen. Når de andre deltakerne har forklart hvor punktet ligger og hvorfor de mener at det er dette som gjør at det er lik avstand, har Oskar skrevet "Sant fordi begge punktene vil være like" (Figur 11). I tillegg til at dette er et lavere nivå av legitimeringskriterier er dette også en forklaring som i elevdeltakelse vil være på det laveste nivået fordi dette er en ufullstendig setning i lys av påstanden "avstanden vil være lik" og ikke Oskars svar om at "punktene vil være like".

Til tross for at den observerte muntlige kommunikasjonen mellom disse elevene tilsier at de er enige om at de må gå fire "hakk" eller "steg" langs x- og y-aksen for å komme til disse koordinatene, ser det ut til at diskursen om selve koordinatene ikke er lik. Diskursen mangler en legitimering av hva som er gjeldende praksis for koordinater det vil si om det er x- eller y-koordinatene som står først i (x,y), og det er derfor problemer rundt realiseringen av disse koordinatene til en symbolsk-visuell modalitet i form av et koordinatsystem.

Elevdeltakelse

Generelt foregår kommunikasjonen i denne sekvensen hovedsakelig mellom Thea og Nora i lys av den verbale kommunikasjonen som observeres. Gjennom kodingen av elevdeltakelsen hos Thea og Nora kommer det frem at denne elevdeltakelsen foregår på nivå 3 fordi de to elevene veksler mellom å snakke i fullstendige fraser og setninger (P/S) og delta i en diskusjon (D) hvor de presenterer matematiske ideer og svarer på hvorfor spørsmål, både gjennom spørsmål som genereres gjennom oppgaven og spørsmål fra andre matematister. Sander er også en delaktig matematist og ligger på nivå 2 i henhold til elevdeltakelse fordi han kommuniserer med fullstendige setninger (P/S) og fullfører Nora og Thea sine ytringer med kortere ufullstendige setninger (Y/N). Oskar er ikke like delaktig i diskursen i arbeidet med denne oppgaven og bidrar ikke like fult i kommunikasjonen. I ytring 278 "Å ja! Nå forstår jeg hva dere mener" viser Oskar at han har vært en lytter til kommunikasjonen som har foregått. Selv om han ikke har vært delaktig i den verbale kommunikasjonen som er MDI kriterier for kategorien elevdeltakelse (Adler & Ronda, 2015) har han vært en deltaker i diskursen som har foregått (Sfard, 2008). Ytring 278 er et tegn på at Oskar sin kognitive individuelle diskurs har foregått parallelt med den observerte verbale diskursen mellom de resterende deltakerne i gruppen. Oskar kan ses på som en nykommer i diskursen (Sfard, 2008), som først gjennom deltakelse og hjelp fra mer erfarne matematister kan ta del i og gjøre diskursen til sin egen.

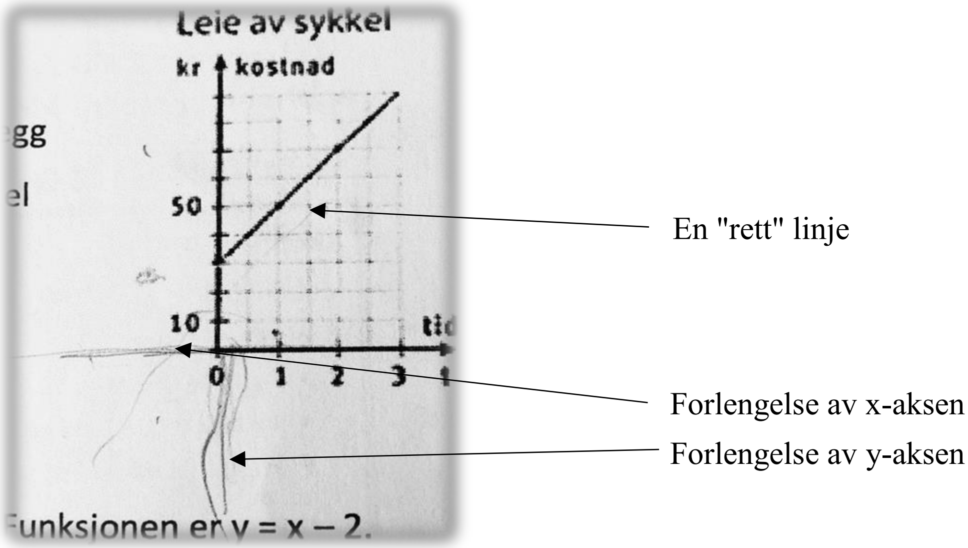
Kommognitivt brudd

Fordi elevene svarer individuelt på disse oppgavene oppstår det er mulighet for å avdekket et kommognitivt brudd (Sfard, 2008) i denne diskursen. Selv om elevene sier uttrykk som "... Nå forstår jeg hva dere mener" eller fullfører hverandres ytringer i yting 275 til 277, er det ikke slik i realiteten at de snakker om det samme. Når elevene benytter begreper på forskjellige måter, og kommunikasjonene ser ut til å komme fra inkommensurable diskurser oppstår det en kommognitiv konflikt (Sfard, 2008). Elevene skriver svarene individuelt på hvert sitt ark under denne undervisningstimen. Ved å studere den observerte kommunikasjonen og de tilhørende elevbesvarelsene i denne oppgaven avdekkes det at elevene har tegnet inn forskjellige punkter, realiseringer av koordinatene, ved å bruke en visuelt-symbolsk modalitet (Figur 11, 12, 13 og 14). Dette kan tyde på at den individuelle diskursen som foregår hos den enkelte deltakeren er annerledes enn den felles diskursen som finnes mellom elevene i plenum.

4.3 Gruppe 2

4.3.1 Vokale-verbale-talte ord og tilhørende gester

Utdragene som presenteres under er utdrag fra en lengere sekvens som foreligger i sin helhet i vedlegg 7. Den andre fokusgruppen, gruppe 2, jobbet også med oppgave 2 deloppgave 2), og utdraget av sekvenser under er fra den samme oppgaven. Gruppe 2 benyttet diagrammet, Figur 15, som tilhører deloppgave 6) i oppgave 2 mens de diskuterte oppgavene i plenum. De tegnet videre på diagrammet og når elevene var ferdige med oppgavene hadde diagrammet blitt utvidet med linjer laget med en gråblyant.



Figur 15: *Diagrammet med elevenes tegninger*

Gestene som tilhører ytringene 220 til 231 som følger fra gruppe 2, inneholder henvisninger til diagrammet over. Begrepene som er benyttet over, som peker på de komponentene som er tegnet inn, brukes for å beskrive hvor pekingene til elevene foregår.

Oppgavene leses høyt slik at alle elevene i gruppen får med seg oppgaveteksten. Ytringene som følger er utdrag fra diskusjonen som foregår mellom elevene under arbeidet for å finne ut hvordan de skal forklare at påstanden er sann.

Nr	Navn	Ytring	Gester	MDI
220	Tom	For origo er det krysset der	Tegner et kryss i lufta over diagrammet (Figur 15) med blyanten	**Ma Ms D**
221	Ane	Ja fordi det, vent		**NM Y/N**
222	Tom	Også er det jo [helt rett på streken uansett]	Peker på x-aksen til diagrammet (Figur 15)	**Ms V P/S**
223	Ane	[Får vi lov til å tegne på det]	Peker på stedet hvor x- og y-aksen møtes i diagrammet (Figur 15)	**NM**
224	Mona	Fire (4) også null (0), også er det null (0) og minus fire (-4)	Peker på x-aksen på diagrammet (Figur 15)	**Ms L P/S**
225	Ane	Sånn. Jeg har faktisk Og hvis du tar en linje sånn så vil det ligge helt likt	Tegner inn *forlengelsen av x-aksen* og *forlengelse av y-aksen* på diagrammet (Figur 15) Tegner den "*rette*" *linjen* som stiger og krysser y-aksen på diagrammet (Figur 15)	 **Ms**
226	Tom	Men det ligger ikke her det ligger her fordi det er null (0) på den andre	Påfølgende peking fra den "*rette*" *strekens* start og inn på y-aksen på diagrammet (Figur 15)	**Ma V P/S**
227	Mona	Og hvis du tar en linje sånn så ligger det likt	Pek-bevegelse langs den "*rette*" *strekens* på diagrammet (Figur 15)	**Ms L D**
228	Tom	Og da er det null (0) på de andre	Påfølgende peking på koordinatene "(4,0)" og "(0,-4)" i oppgaveteksten	**Ma L P/S**
229	Ane	Å, men da blir det rett over hverandre	Påfølgende peking først på y-aksens negative side på diagrammet (Figur 15), så på y-aksens positive side på diagrammet (Figur 15).	**Ma PG P/S**
230	Tom	Begge blir rette streker	Påfølgende peking på y-aksen på diagrammet (Figur 15), under så over x-aksen på diagrammet (Figur 15)	**Ms PG D**
231	Ane	Så det blir rett, hvis den hadde vært der hadde det ikke vært riktig	Peker der hvor streken fra ytring 225 startet	**Ms L D**
232	Tom	Det ligger vel her og her (3 sek) men det er vel like langt unna	Peker på et punkt langs den negative siden av x-aksen på diagrammet (Figur 15) Peker på et punkt langs den positive siden av y-aksen på diagrammet (Figur 15)	**Ms PG P/S**

De verbale-talte ord modalitetene, kommer til uttrykk gjennom kommunikasjonen mellom Tom og Ane, denne støttes opp av modalitetene visuelle-gester og visuelle-symboler gjennom diagrammet til deloppgave 6) i oppgave 2 (Figur 15). Dette gir gruppe 2 et felles referansepunkt for diskursen (Sfard, 2009) som fører til at elevene bedre kan forstå deler av oppgaveteksten (Bjuland, 2012). I tillegg er disse gestene erstatninger for den verbale-talte ord modaliteten (Sfard, 2009). Selv om diagrammet (Figur 15) har andre benevninger og ikke har akser som inneholder de negative delene av aksen, velger deltakerne i denne diskursen å ta i bruk diagrammet. Anes ytringer inneholder ikke begrepene "origo", "x-aksen" eller "y-aksen", men hun peker på de delene av diagrammet (Figur 15) som representerer realiseringer for disse objektene. Sener i ytring 269 "Jo det er y-aksen og x-aksen liksom" (Vedlegg 7) tar hun i bruk objektene i en vokal realisering etter at Tom introduserer denne modaliteten i diskursen i ytring 248: "Ja, men den her ligger jo ikke på samme linje som den, for den her er y-aksen sant, eller x-aksen" (Vedlegg 7). Dette kan indikere at mattematisten utvider sin diskurs ved å ta del i den (Sfard, 2008), fordi en mer erfaren deltaker introduserer matematiske objekter inn i diskursen.

Den neste ytringen er den første ytringen hvor forslag til en forklaring presenteres.

Nr	Navn	Ytring	Gester	MDI
239	Ane	Ja, har samme tall, bare att det er minus (4 sek) nei kødda, de har ikke det, de har ikke det. Unnskyld jeg prøver i hvert fall		**Ma** **P** **P/S**

Dette er første ytringen hvor Ane sin ide om at forklaringen kan være at det er "samme tall" i de to koordinatene presenteres. Ytringene mellom ytring 239 og 251, inneholder ikke ideen om "samme tall". Etter ytring 251 diskuterer elevene videre med utgangspunkt i ideen om "samme tall".

Nr	Navn	Ytring	Gester	MDI
251	Ane	Men de ligger på samme plass holdt jeg på å si men på et annet sted på en måte		**Ms** **L** **P/S**
252	Tom	Ja det er jo åpenbart riktig, for det er jo like tall også er det liksom på null (0)		**Ms** **P** **P/S**
253	Ane	Ja også er det bare minus liksom		**Ms** **Ms** **Y/N**
254	Tom	Ja, hvordan beskriver man det på en forståelig måte?		**NM** **P/S**

255	Ane	Ehh vi skriver det på en forståelig måte hvis vi skriver ehh. (5 sek) vent, jeg kommer på det altså (3 sek) hvis vi skriver det er sant fordi atte eh.. Liksom det er jo samme tall men vik an jo ikke si at det er samme tall liksom.		**Ms** **L** **P/S**

I yting 255 ytrer Ane igjen at det er "samme tall" etter at Tom i ytring 252 sier at "Ja det er jo åpenbart riktig ...". I ytring 255 følger så "... vi kan jo ikke si at det er samme tall liksom. ". Første gangen Ane presenterer ideen om "samme tall" blir ikke dette fulgt opp av de andre i gruppen. Dette kan være en forklaring på at Ane sier at de ikke kan bruke denne ideen.

Mellom ytring 255 og 291 diskuterer elevene hvordan de skal formulere svaret på oppgaven, og forklaringen "... avstanden er jo like lang fra origo ..." går igjen. Mona sier "men det er jo det som står der da." (ytring 260), og henviser til oppgaveteksten. Ideen om "samme tall" blir først tatt opp igjen som en mulig forklaring på oppgaven i Tom sin ytring, ytring 291. Videre forøker elevene å forklare hvorfor ideen om samme tall kan være en forklaring på påstanden.

Nr	**Navn**	**Ytring**	**Gester**	**MDI**
291	Tom	Det er ikke akkurat samme tall men (5 sek) men begge har fire (4) og null (0) i seg		**Ms** **P** **P/S**
292	Ane	Har samme tall		**Ms** **P** **Y/N**
293	Tom	Fordi begge punktene har fire (4) og null (0) i seg.		**Ms** **P** **D**
294	Mona	Det er jo avstanden fra origo, det er jo det.		**Ms** **P** **P/S**
295	Ane	Men vi kan ikke skrive det samme som står, men vi skriver det **Tom** sa		**E** **P** **P/S**
296	Tom	Punktene har fire (4) og null (0) i seg, hvis du har gitt to punktene?		**Ms** **P** **P/S**
297	Mona	Men da skriver dere jo på en måte det som står i oppgavene dere og.		**NM** **P** **P/S**
298	Tom	Jeg er lei av å finne på noe.		**NM** **P/S**
299	Ane	Vi skriver bare det		**NM** **P/S**
300	Sofie	At punktene		**Ms** **Y/N**

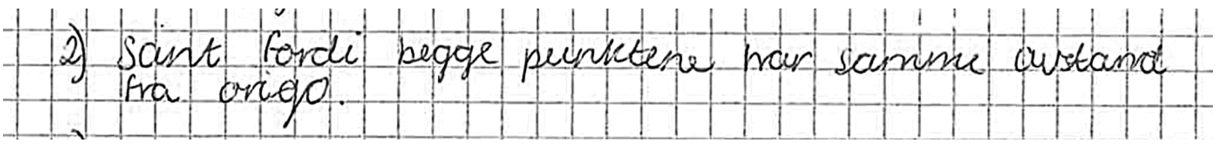
301	Mona	Har fire (4) og null (0) i seg.	**Ms** **P** **P/S**
302	Tom	Det holder for meg	**NM**
303	Sofie	Hæ, hva skrev dere nå?	**NM**

Etter ytringene 301 svarer elevene individuelt skriftlig. Det er ingen observerbar muntlig kommunikasjon mellom elevene om denne påstanden etter at elevene setter i gang det individuelle arbeidet.

4.3.2 Skriftlige elevbesvarelser

Det individuelle arbeidet ble samlet inn i slutten av undervisningsøkten og presenteres under.

Mona:

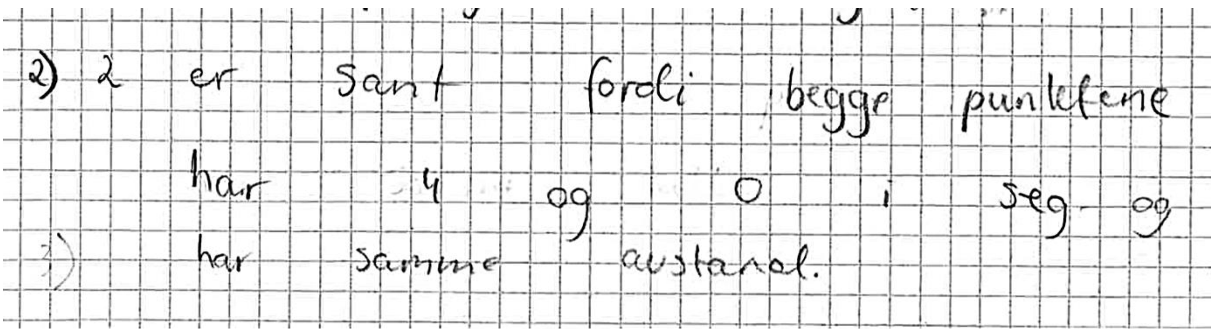


Figur 16: *Mona sin elevbesvarelse*

Elevsvar	Tekst	MDI
Teksten i Figur 16	2) Sant fordi begge punktene har samme avstand fra origo.	**Ms, P, P/S**

Denne visuelt-verbale-skrevne ord modaliteten er det samme som står i oppgaveteksten. Hvis en isolert ser på denne forklaringen har ikke Mona klart å realisere oppgaveteksten over i en annen modalitet for å forklare avstanden mellom origo og punktene. Hun forklarer heller ikke hvorfor hun mener avstanden er den samme, eller hva hun mener med dette.

Sofie:

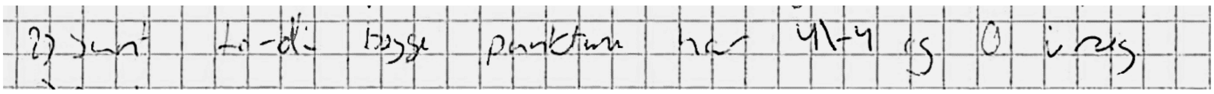


Figur 17: *Sofie sin elevbesvarelse*

Elevsvar	Tekst	MDI
Teksten i Figur 17	2) 2 er sant fordi begge punktene har 4 og 0 i seg og har samme avstand.	**Ms, P, P/S**

Denne realiseringen til Sofie gjennom den visuelt-verbale-skriftlige ord modaliteten, har med de komponentene som elevene diskuterer og som kommer frem i transkripsjonene over. Selv er Sofie lite delaktig i den verbale kommunikasjonen, har det individuelle svaret hennes med de tingene som gruppen diskuterer.

Tom:

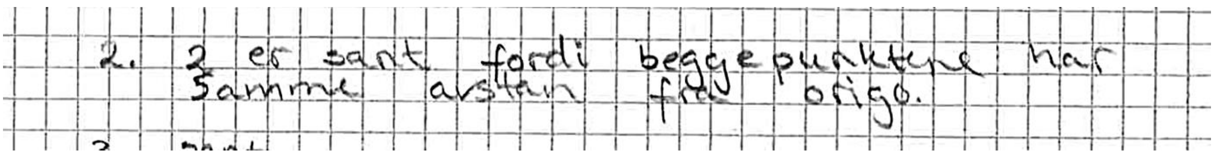

2) Sant fordi begge punktene har 4/-4 og 0 i seg

Figur 18: *Sofie sin elevbesvarelse*

Elevsvar	Tekst	MDI
Teksten i Figur 18	2) Sant fordi begge punktene har 4/-4 og 0 i seg	**Ms, V, P/S**

Denne skriftlige ord-verbalt-visuelle modaliteten representerer realisering om at koordinatene har samme tallverdier.

Ane:


2. 2 er sant fordi begge punktene har samme avstand fra origo.

Figur 19: *Sofie sin elevbesvarelse*

Elevsvar	Tekst	MDI
Teksten i Figur 19	2. 2 er sant fordi begge punktene har samme avstand fra origo.	**Ms, P, P/S**

Ane har svart det samme som Sofie. Gjennom modaliteten visuelt-verbale-skrevne ord presenteres ideen om at "2 er sant fordi begge punktene har samme avstand fra origo."

I oppgaveteksten står det: "Vis utregning eller figurer ...", men elevene i gruppe 2 benytter ikke figurer i form av modeller eller tegninger når de arbeider med den skriftlige delen av oppgaven, til tross for at de benytter en visuell realisering gjennom modaliteten symboler i form av et koordinatsystem i den verbale kommunikasjonen. Samtidig er det formuleringen av svaret de strever med. Læreren spør om "... det (er) problemer å få det ned på arket eller er det problemer å si det?" (Ytring 342, Vedlegg 8) Mona svarer at "Egentlig å få det ned på arket." (Ytring 343, Vedlegg 8), mens Ane uttrykker i ytring 344 at det er "... hvordan kan vi si det på en måte?" som er problemet. Gjennom diskursen kan det tolkes dit hen at elevene strever med å finne andre begreper enn de som står i oppgaveteksten, og de skriftlige elevbesvarelsene til Nora og Mona inneholder kun det som står i den opprinnelige påstanden, uten ytterligere forklaring. De skriftlige elevbesvarelsen til Sofie og Tom ender opp med en forklaring som går på det som er felles for koordinatene og som Tom ytrer i ytring 293 at punktene "... har fire (4) og null (0) i seg".

4.3.4 MDI kategorier

Navngivning

Kodingen av disse utdragene, i henhold til navngiving, viser at diskursen til gruppe 2 generelt ligger på legitimeringsnivå 2. Fordi elevene veksler mellom å benytte ikke-matematisk (NM) språkbruk og matematisk språk om objektets navn og symboler (Ms). Samtalen i ytring 220 til 231 som i hovedsak foregår mellom Ane og Tom inneholder også ytringer hvor Tom bruker matematisk språk riktig (Ma) for å referere til origo (ytring 220) og koordinater (ytring 227), men fordi det fortsatt forekommer Ms vil navngivigsnivå forbli på nivå 2.

Legitimeringskriterier

Generelt er sekvensen preget av å være på legitimeringsnivå 0 og 1. Når diskursen er på legitimeringsnivå 0 vil det si at alle legitimeringskriterier er ikke-matematiske (NM), og de er legitimert gjennom visualisering (V), fordi noen påstår at det er slik (P) eller at det er en hverdagslig sannhet (E). For at diskursen skal være på legitimeringsnivå 1 må matematikken være gjeldende lokalt (L). Fordi det inntreffer noen lokale matematiske legaliseringer ved at koordinatene i akkurat dette tilfelle inneholder "like tall" uten at det argumenteres for hvorfor dette er en forklaring for at påstanden er sann. De ulike objektene som elevene legaliserer, bidrar til at alle deltakerne får samme realiseringer om objektene. Eksempelvis blir origo realisert som "krysset" og de tilhørende gestene som viser krysset på en visuell-symbolsk modalitet av Tom i ytring 220. Objektene x-aksen og y-aksen er tilstede visuelt i diagrammet (Figur 15), men den vokale realiseringen må introduseres av en deltaker før andre deltakerne tar dette i bruk. Disse legaliseringene kan være tidligere fullstendige realiseringer (GF) som legaliseres i denne diskursen ved at en deltaker som styrer diskursen kommuniserer dette (P).

Fenomenet at tidligere gitte sannheter trekkes frem og tas i bruk i diskursen er definert som "tidligere etablert generalisering" i MDI verktøyet til Adler og Ronda (2015). Sfard (2008) skriver at dette er et av kjennetegnene i den matematiske diskursen rutine, som forteller om mønsteret for diskursen. En av komponentene i rutiner er utforskninger. Disse utforskningene er grunnlaget for skolenes undervisning (Sfard, 2008) hvor elevene i dette tilfellet gjenkaller narrative som tidligere er definert og benytter disse for å løse oppgaven.

De skriftlige elevbesvarelsene inneholder en påstand som ikke er legitimert gjennom matematikkspråklig forklarende samtalen. Diskursen som kommer frem i ytringen over fokuserer ikke på om det er sant eller usant. Elevene forklarer ikke hvorfor det er slik, men de er på jakt etter noe å skrive. Ut fra ytringene til Ane kan det se ut som vi får et innblikk i den innvendige kommognitive diskursen som foregår. Dette kan indikere hvorfor hun foreslår at ideen om at tallene er de samme har noe å si for avstanden. Uten en forklaring legitimeres Anes påstand om "like tall" når Tom ordlegger dette på nytt i ytring 291 og 296. Denne legitimeringen skjer derfor gjennom posisjons avhengige legitimering (P) fordi de erfarne mattematistene i denne diskursen Ane og Tom introduserer denne ideen. Elevene finner en forklaring uten å forklare hvorfor det må være slik.

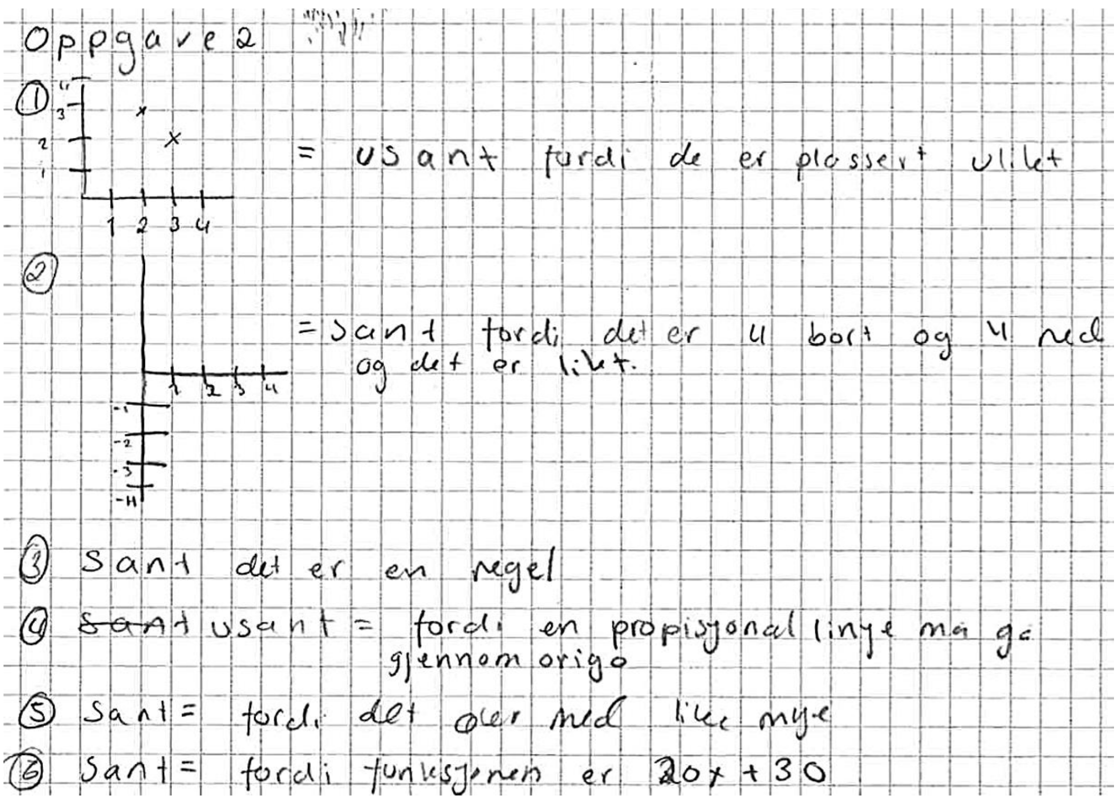
Elevdeltakelse

Elevdeltakelsen varierer gjennom diskursen. Gjennom kodingene av ytring 220 til 231, hvor den verbale kommunikasjonen foregår i hovedsak mellom Ane og Tom, fremkommer det at diskursen ligger på nivå 3 fordi elevene svarer i fullstendige setninger og fraser (P/S) og deltar i diskusjonen (D). Dette gjør Ane og Tom ved å veksle på å forklare og å stille hverandre spørsmål. Ytringene videre bærer preg av elevene forsøker å formulere et svar som ikke er det samme som i oppgaveteksten. Her er elevdeltakelsen på et lavere nivå, nivå 2, fordi elevene stort sett svarer i hele setninger (P/S) uten å gå videre inn i noen diskusjon. For å komme opp på et høyere nivå trenger denne diskursen en deltaker som kan stille spørsmål og speile det som sies, slik at elevene får muligheten til å svare på hvorfor. Dette henger sammen med at elevene har "godtatt" den matematikken som blir presentert (P) under legitimeringskriterier, i stedet for å diskutere seg frem til hva som er gjeldende matematikk i denne oppgaven. Fokuset ligger på hva elevene skal skrive i stedet for hvorfor det er sant. Dette kommer til uttrykk gjennom Monas spørsmål i ytring 297 "Men da skriver dere jo på en måte det som står i oppgavene dere og" og Sofie i ytring 303 "Hæ, hva skrev dere nå?". Til tross for at Mona og Sofie stiller disse spørsmålene fører ikke dette til at Tom eller Ane utdyper eller forklarer hvorfor det må være slik. En viktig del av gruppesamarbeid er at elevene må inneha samarbeidsevner. I dette tilfellet evner ikke eller er ikke elevene villige til å sette ord på og forklare matematiske resonnement og løsningsmetoder (Johnson & Johnson, 1990).

4.4 Elevbesvarelsene

Figur 20 og Figur 21 under er bilder av de visuelle besvarelsene fra hver av gruppene. Disse besvarelsene er representative for gruppas medlemmer, med unntak av de bemerkningene som er gjort om gruppe 1 sin besvarelse på oppgave 2 deloppgave 2). På oppgave 2, deloppgave 1) og 2) benytter gruppe 2 kun den visuelt-verbale-skrevne ord modaliteten, mens gruppe 1 tar i bruk visuelle symboler i form av figurer når de besvarer disse to oppgavene. Videre på oppgave 2 svarer gruppe 1 med delvis forklarende (D) og fullstendige setninger (P/S), mens gruppe 2 svarer i et ord; sant eller usant (Y/N).

4.4.1 Gruppe 1 sin elevbesvarelse



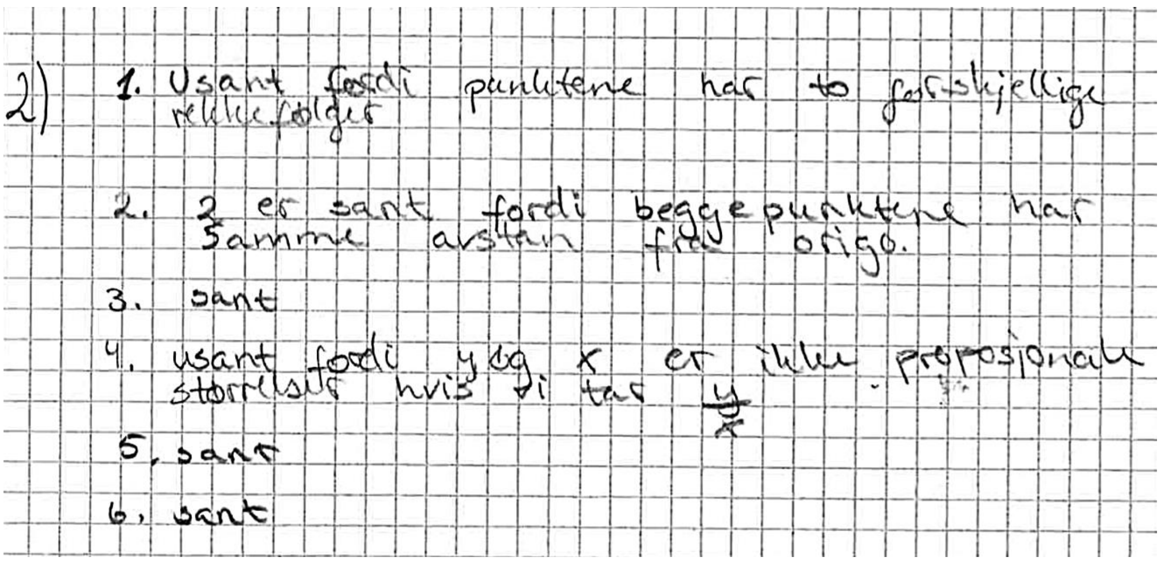
Figur 20: *Eksempel på gruppe 1 sin elevbesvarelse*

I figur 20 ligger en elevbesvarelse som representerer gruppe 1 sine elevbesvarelser. Her har elevene benyttet en visuelle-symbolsk modalitet i form av koordinatsystem for å bevise om påstandene er sanne eller usanne. Svaret på siden av koordinatsystemet er en visuelt-verbal-skrevne ord modalitet. Svaret på deloppgave 1) og 2) er gjort gjennom to ulike visuelle modaliteter. Det som er forskjellig i gruppens individuelle besvarelser er hvordan og hvor elevene har valgt å tegne inn punktene på koordinatsystemet i deloppgave 2), og Oskar sin formulering i den visuelt-verbalt-skrevne ord modaliteten.

På de videre oppgavene svarer elevene gjennom en visuell-verbal-skrevne ord modalitet i form av fullstendige setninger (P/S) og forsøker å forklare hvorfor (D) de mener påstandene er sanne eller usanne. Navngivingen i disse besvarelsene er på et nivå 3 fordi elevene benytter dagligtale (NM) sammen med matematisk korrekt språk (Ms). Når det gjelder legitimeringskriterier så benytter elevene her alle kategoriene, og ligger derfor på forskjellige legitimeringsnivåer i de enkelte oppgavene. Legitimering gjennom ikke-matematiske (NM) språk, legitimeringsnivået 0, skjer eksempelvis i deloppgave 3) der elevene påstår at dette er en regel. Dette er et posisjonelt avhengig (P) legitimeringskriterium.

I deloppgave 6) forekommer det et lokalt (L) legitimeringskriteriums tilfelle fordi elevene viser til funksjonene for disse punktene for å forklare at påstanden er sann. Nivå 2 oppnår elevene gjennom en delvis generalisering av punktene som ligger langs x- og y-aksen og avstanden til origo i deloppgave 2). For at elevene skal oppnå legitimeringsnivå 3 må de gjennomføre en fullstendig generalisering (GF) og det skjer i deloppgave 4) og 5) hvor de definerer at den rette linjen må gå gjennom origo, og stige likt hele tiden.

4.4.2 Gruppe 2 sin elevbesvarelse



Figur 21: *Eksempel på gruppe 2 sin elevbesvarelse*

Elevbesvarelsene i denne elevgruppene er like i formuleringen som den presenterte besvarelsen i figur 21, med unntak av det som er påpekt over med to forskjellige forklaringer på oppgave 2 deloppgave 2). Her har elevene benyttet en visuelt-verbalt-skrevne ord modalitet på alle oppgavene. De har svart utfyllende (P/S) med fullstendige setninger på deloppgave 1), 2) og 4) og på de resterende oppgavene har de svart med sant eller usant (Y/N) uten forklaringer på hvorfor. Navngivningen i disse besvarelsene er begrenset til den ordbruken som er gitt i oppgaveteksten, og ligger på et nivå 2 fordi det veksling mellom dagligtale (NM) i form av sant/usant, elevene benytter ord for å forklare avstand, punkter o.l. og det forekommer noe korrekt matematisk språk (Ma) for å forklare proporsjonalitet i deloppgave 4). Når det kommer til legitimeringsnivåer i disse elevbesvarelsene, ligger de på legitimeringsnivå 0 og 2. Nivå 0 i deloppgave 2) fordi dette er et ikke-matematisk (NM) legitimeringskriterium gjennom at elevene påstår at dette er en sannhet (P). Nivå 2 forekommer i deloppgave 1) og 4) fordi elevene klarer å delvis generalisere disse påstandene.

4.5 Oppsummering av analyse

I delkapittel 4.1 over ble det rukket fram forventinger til elevene og oppgaven før undervisningsøkten. Ut ifra disse forventingene var det viktig at minst en av deltakerne hadde en diskurs som definerte de matematiske objektene som var inneholdt i oppgaveteksten. Fra observasjonene og de tilhørende analysen så det ut til at begge gruppenes diskurser inneholdt de samme narrative om origo, mens narrative om koordinater viste seg å være forskjellige i elevbesvarelsene. Begge gruppene kommer inn på ideen om at alle punktene, (0,4), (4,0), (-4,0) og (0,-4) vil ha lik avstand til origo. Denne ideen kunne ført videre til en generalisering, med er ikke tilfellet hos noen av gruppene. Til tross for at elevene jobber med samme oppgaven er de matematiske diskursene i disse to gruppene ulike. En konsekvens for at diskursene blir forskjellige i oppgave 2 er fokuset som gruppene har gjennom diskursen. Begge gruppene fokuserer på å avgjøre om påstandene er sanne eller usanne, men måten dette gjøres på er forskjellig. Gruppe 1 bruker tid på å forklare hvorfor (D: diskusjon) og de vil ikke går videre før deltakerne opplever at dette er en felles forståelse (positive gjensidig avhengighet), der de står fast legitimeres de ulike matematiske ideene ved å sjekke læreboken eller spørre læreren (P: posisjonelt). Gruppe 2 fokuserer på å hva de skal skrive (P/S: fraser og setninger). De er opptatt av at formuleringen høres grei ut og legitimeringene her skjer fordi Ane og Tom avgjør at gruppa kan svare det de gjør (P: posisjonelt). Det legges ikke fokus på om alle deltakeren er eige, men enkelte deltakere får beskjed om hva de skal skrive. Elevene i gruppe 2 forsøker å finne svaret i læreboken, men da definisjonene i læreboken ikke gir mening for deltakerne velger de å se bort ifra disse. I stedet for å spørre læreren om de matematiske ideene velger de heller å svare sant eller usant uten forklaring (Y/N: svarer med enkelte ord). Til tross for at oppgaven var planlagt for å gi elevene mulighet til å oppnå høye nivåer i alle MDI kategoriene ser det ut til at det kommer an på evnene til matematistene i den gitte matematiske diskursen om gruppen når de høyeste nivåene.

4.6 Elevdeltakelse og gruppesamarbeid

Diskursene under gruppesamarbeidet i denne klassen utarter seg på forskjellige måter, og i disse to tilfellene kan det se ut til at den enkelte matematisten en avgjørende faktor for hvilket diskursnivå elevgruppene har muligheten til å oppnå. I lys av den utforskende rutinen som Sfard (2008) skriver om må elevene erfare nye objekter og matematiske sannheter om disse objektene gjennom deltakelse i diskursen. Nykommeren blir en mer erfaren deltaker gjennom deltakelse, og inkluderes av de mer erfarne deltakerne i den matematiske diskursen (Sfard, 2008). Dette samsvarer med den høyeste diskursnivået for elevdeltakelse, diskusjon (D), i MDI (Adler & Ronda, 2015). For at elevene skal oppnå nivå 3 i elevdeltakelse må læreren speile og stille oppfølgingsspørsmål til elevenes forklaringer på hvorfor spørsmål. I gruppe 1, ved Nora og Thea, og i gruppe 2, ved Tom og Ane, drives en slik diskusjon (D) fremover ved at elevene bytter på å stille spørsmål og forklare komponenter for hverandre. Dette kan indikere at de mer erfarne deltakerne i diskursen tar rollen som lærer i MDI rammeverket.

Det ligger flere faktorer til grunne for at diskursen er unik i hvert enkelt tilfelle. Hver enkelt deltaker tilfører noe til diskursen (Sfard, 2008), og dette kommer til uttrykk gjennom de forskjellige rollene elevene velger å ta (Johnson & Johnson, 1990). Elevene i disse gruppene tar på seg ledende roller ved å lese oppgaver og driver kommunikasjonene framover, eksempelvis Tom og Thea. Eller mindre ledende roller som stiller oppfølgingsspørsmål, eksempelvis Mona. Mens noen elever som Sofie og Oskar, er mer passive og stiller få spørsmål. Til tross for at gruppene er elever fra samme klasse og rammen rundt er like sådan, er elevene i seg selv en viktig ressurs for at gruppearbeider skal oppnå utbytte gjennom å oppfylle de kriteriene som Johnson og Johnson (1990) påpeker for; positiv gjensidig avhengighet, positivt samspill, individuelt ansvar, samarbeidsevner og evaluering av gruppesamarbeidet. Gruppene i denne studien var satt sammen på bakgrunn av samarbeidsevne ut i fra hvordan klassens matematikklærer tidligere har erfart at elevene har fungert i gruppesamarbeids situasjoner. Gruppene var heterogent satt sammen med tanke på elevenes nivå i matematikk, et kriterium når elevgruppene skal jobbe med samme oppgaver

(Solvang, 1992). I tillegg var det nivåforskjeller mellom gruppene, i henhold til standpunkt karakterer i matematikk før jul. Gruppe 1 hadde en høyere gjennomsnittskarakter enn gruppe 2. I lys av Johnson og Johnson (1990) sine kriterier for å oppnå et godt utbytte ved bruk av gruppesamarbeid, mangler begge gruppene det siste punktet som går på å reflektere over hvordan gruppearbeidet har fungert. Når elevene er vant til å gjennomføre dette punktet i slutten av et gruppearbeid, har de mulighetene til å sette ord på de forventningene de har til de andre medlemmene i gruppen og vurdere i hvilken grad gruppens medlemmer, og dem selv, har bidratt i de resterende kategoriene; samarbeidsevner, positiv gjensidig avhengighet, positivt samspill og individuelt ansvar (Johnson & Johnson, 1990). Dette kan ses i sammenheng med rutiner som ligger til grunne i den matematiske diskursen (Sfard, 2008). De komponentene som Johnson og Johnson (1990) trekker frem om gruppearbeid kan med fordel ses i sammenheng med rutiner i den matematiske diskursen. Hvis det finnes rutiner om gruppearbeid i den matematiske diskursen vil elevene vite hvordan de skal jobbe sammen i denne typen diskurser.

Hvordan elevene i de to gruppene arbeider i lys av kategoriene til Johnson og Johnson (1990) er svært forskjellig, både mellom elevene og mellom gruppe 1 og gruppe 2. Sofie og Oskar har en undrende rolle som i lys av Sfard (2008) defineres som nykommere til diskursen. De stiller ofte spørsmål om hva ting betyr eller hva de andre medlemmene i gruppen sier. Dette utløser forskjellige handlinger hos de andre medlemmene i gruppen som er mer erfarne i diskursen (Sfard, 2008). Sofie får beskjed av sine gruppemedlemmer om hva de skriver. Oskar på den andre siden opplever at når han stiller spørsmål bruker Thea tid på å forklare hvorfor noe er slik eller hvordan ting skal gjøres, mens Nora og Sander venter med å gå videre i oppgaven. Dette tyder på positiv gjensidig avhengighet og et positiv samspill i gruppe 2. Oskar streber etter å oppfylle den individuelle ansvarsrollen og ikke forbli en som "hitchhike" (Johnson & Johnson, 1990, s. 106). Ut i fra diskursnivået til de to gruppene ser det også ut til at elevene i gruppe 1 ikke alltid er i stand til å realisere objektene slik at de kan forklare det vokalt til Sofie, noe som er essensielt for at Sofie kan utvide diskursen sin (Sfard, 2008). Selv om klassen ofte benytter gruppearbeid i matematikkundervisningen kan det være at elevene ikke strekker til i de affektive målene, som Johnson og Johnson (1990) retter fokus mot. I gruppe 1 ser vi at Oskar ligger på andre MDI-nivå både i den observerte muntlige diskursen, fordi hans deltakelse her ikke er like aktiv som de andre medlemmene i hans gruppe, noe som kan indikere at Oskar ikke har samme type samarbeidsevner som resten av gruppen (Johnson & Johnson, 1990). Dette kommer frem gjennom Oskar sine ytringer som stort sett består av ufullstendige setninger eller ja/nei svar (Y/N). Han ligger også på et annet nivå for kategoriene i MDI i de visuelle realiseringene av objektene under arbeidet med Oppgave 2 del 2), enn resten av gruppemedlemmene, fordi han i denne oppgaven ikke svarer på hvorfor eller forklarer hvordan.

4.7 Realiseringer: fra vokale til visuelle modaliteter

De skriftlige elevbesvarelsene er på forskjellige nivåer i alle kategoriene i MDI, og bruken av realiseringer er varierende i disse to gruppene. Gruppe 1 bruker visuelle realiseringer som en del av den skriftlige individuelle diskursen, mens gruppe 2 bruker de visuelle realiseringer i den muntlige diskursen. Nivået på de individuelle svarene er et produkt av den felles diskursen og den innvendige kommognitive diskursen. Derfor vil den observerte diskursens MDI-nivå henge sammen med MDI-nivået på de individuelle besvarelsene. Fordi elevens deltakelse i den felles matematiske diskursen kan endre eller utvide den individuelle innvendige diskursen hos deltakeren (Sfard, 2008). Når elevene er på nivå 3 i elevdeltakelsen ved å bidra gjennom diskusjon (D), eksempelvis i ytring 257 til 261 (for gruppe 1 under arbeide med deloppgave 2)), oppnår elevene et høyere nivå i den utforskende samtalen. I disse situasjonene stiller elevene oppfølgingsspørsmål og lurer på hvorfor det er slik, for eksempel i ytring 258 "Ja, det kan både være den veien og den veien kan det ikke det?". Svaret som gis genererer igjen et nytt spørsmål, ytring 259 "Men du går jo uansett like langt?", som driver den forklarende samtalen videre. Som følger av dette presenteres en ny ide i ytring 260 "Jaja, men hvis vi skal tegne det liksom, (3 sek) hva om vi bare tegner alle fire og ser at punktene er like langt fra?". Denne sekvensen er på et høyt elevdeltakelsesnivå fordi elevene stiller spørsmål og presenterer nye matematiske ideer som i ytring 260. Nivået for navngiving og legitimeringskriterier er tilsvarende høyt trolig fordi elevene tar i bruk mer et presist matematisk språk (Ma) og legitimerer matematisk ideene for resten av elevgruppen.

Felles for disse gruppene i oppgave 2 deloppgave 2) er navngivingen og det matematiske språket om de matematiske objektene; koordinatsystemet, origo, x- og y-aksen. Origo introduseres i diskursen gjennom oppgaveteksten, mens de andre objektene er avhengig av introduksjon fra en deltaker. Begge gruppene tar i bruk en visuell realisering gjennom koordinatsystem. Koordinatsystemet fremkommer ikke gjennom visuelle-verbalt-skrevne ord modaliteten, eller vokalt-talte ord, men realiseres gjennom modaliteten visuelle symboler. Hvis de visuelle og de tilhørende pek-gestene ikke hadde vært en del av disse transkripsjonene ville kodingen heller ikke vært den samme. For eksempel ville kodingen av navngivingen ikke bli sett på som bruk av det matematiske språket, noe ytring 220 til 231 viser fordi forholdet mellom språket og gestene tydelig kommer til syne her. Ytring 231"Det ligger vel her og her (3 sek) men det er vel like langt unna". Språket og gesten må ses i sammenheng (Sfard, 2009) og denne ytringer sier ingen ting i seg selv, men gir mening i den konteksten den forekommer (Bauersfeld, 1980). De tilhørende gestene til ytring 231 "Peker på et punkt langs den negative siden av x-aksen" og "Peker på et punkt langs den positive siden av y-aksen", og det visuelle symbolet koordinatsystemet, hvor pek-gestene benyttes er helt avgjørende for å vurdere hvilket nivå navngivingen ligger på. Isolert sett ville navngivings nivået for den vokale ytringen vært dagligtale (NM), men på grunn av det Sfard (2009) peker på om at de tilhørende gestene er erstatninger for språket og Bjuland (2012) trekker frem at dette er helt vesentlig for at elevene skal forstå hva det snakkes om, kan det være nødvendig å inkludere alt under disse analysene. Ronda og Adler (2016) legger til grunne Sfard (2008) sin definisjon av diskurser i matematikken, og derfor må alle komponentene som benyttes av elevene i diskursen tas med i analysen av diskursen.

4.8 Legitimeringskriterier, narrative og den utforskende rutinen

Adler og Ronda (2015) skriver at legitimeringskriterier handler om å avgjøre hva som teller som matematikk i undervisningstimen. Hvordan dette gjøres er helt avgjørende for å gir elevene mulighet til å lære vitenskapelige begreper i matematikk. Dette gjøres via ikke-matematiske (NM) handlinger, eller gjennom matematiske handlinger i form av lokalt (L) definert i enkelte tilfeller eller delvis (GP) og/eller fullstendige (GF) generaliseringer. I lys av Sfard (2008) er de ulike sannhetene som ligger til grunne i den aktuelle matematiske diskursen narrative. Narrative i form av sekvenser av ytringer eller skreven tekst som beskriver objekter forteller en gitt sannhet om objektet. I tillegg til narrative er et annet kjennetegn av den matematiske diskursen, rutiner. Rutinene som sier noe om de mønstrene som karakterisere den matematiske diskursen og gjennom den utforskende rutinen blir narrativ gjeldende eller forsterket (Sfard, 2008). Elevene kan konstruere nye matematiske rutiner om et objekt og danner da nye narrative, de kan bevise allerede eksisterende narrative og styrke troverdigheten til de eksisterende narrative eller de kan gjenkalle narrative som tidligere er bevist gjennom å friske opp sannheter som allerede ligger til grunne i diskursen (Sfard, 2008).

Adler og Ronda (2014) skriver at MDI retter fokus mot den diskursen som foregår i klasserommet, og at MDI kategoriene er et resultat av Sfard (2008) sitt fokus på at elevene er deltakere i diskurser, og at matematikk undervisningen sin oppgave er å gi elevene mulighet til å delta i matematiske diskurser (Ronda & Adler, 2016). Adler og Ronda (2015) forsøker å inkludere dette i MDI kategorien legitimering ved at generaliseringer også kan inkludere tidligere etablert generalisering. Det kommer ikke tydelig nok frem om eleven må ytre denne generaliseringen for at den skal være gjeldende, eller om det holder at den tilsynelatende er tilstede i diskursen. Den sistnevnte utforskende rutinen som omhandler å ta opp, gjenkalle, narrative som tidligere er bevist gjennom å friske opp sannheter som allerede ligger til grunne i diskursen, kan forklare "tidligere etablert generalisering" i MDI kategoriene legitimeringskriterier. Elevene i denne studien trekker frem påstander som "For origo er det krysset der" (ytring 220, vedlegg 7) og "X går bortover" (ytring 265, vedlegg 7) som i MDI (Adler & Ronda, 2015) kan tolkes i den retningen at elevene godtar disse påstandene fordi elevene som ytrer dette er ansett som en som kan dette (P: posisjonelt), mens det i tillegg kan være en generalisering (G) hvor allerede eksisterende narrative, om origo og koordinater, gjenkalles for å styrke det matematiske prinsippet i diskursen.

Legaliseringen av det som anses som matematikk i undervisningstimen, kan forklares som resultat av tidligere generaliseringer (G) og som grunnet narrative som ligger til grunne i diskursen ikke trenger nærmere forklaringer for å legitimeres. Av denne grunn kan derfor legitimeringsnivået i den observerte diskursen i klasserommet være på et lavere nivå, fordi diskursen inneholder disse narrative og deltakernes innvendige kommognitive diskurs kan inneha generaliseringer om de matematiske objektene som ikke kommer til syne for observatøren.

4.9 Navngiving og ordbruk

Den matematiske diskursen er i lys av det kommognitive rammeverket upersonlig og inneholder ord som er betegnelse for størrelser og former, og går fra å være en passiv ordbruk, gjennom rutinedreven ordbruk, videre til frasedrevet ordbruk og til slutt et objektdrevet ordbruk (Sfard, 2008). Navngivingen av en matematisk karakter kan knyttes til denne delen av kjennetegnene på den kommognitive diskursen. Ytringen "Også er det jo helt rett på streken uansett" er i seg selv er dagligtale (NM) og vil i MDI kategori navngiving være på et nivå 1. Eleven snakker i denne ytringen om et koordinat (4,0) og henviser gjennom denne ytringen at punktet med disse koordinatene ligger helt rett på streken. Streken er i denne ytringen er x-aksen og kommer til uttrykk gjennom de visuelle modalitetene gester og symboler. Vider vil derfor dette punktet med koordinatene (4,0) ligge "helt rett på streken" fordi y-koordinaten her er lik null. Ved å se på de tilhørende pek-gestene i samsvar med de visuelle modalitetene; visuelt-verbalt-skrevne ord realiseringen av koordinatene som finnes i oppgaveteksten og den visuelle realiseringen gjennom modaliteten symboler i form av koordinatsystemet, er elevens diskurs på et matematisk navngivingsnivå. Ordbruken i denne ytringen er derfor objektfokusert, hvor elevene evner å ta i bruk realiseringer om objektene for å forklare hvorfor påstanden er sann. Dette kan indikere at det kan være nyttig å se hele diskursen under ett, med de tilhørende modalitetene som elevene tar i bruk (Bauersfeld, 1980). Kategoriene i navngivingen kan være nyttige for å undersøke hvordan ordbruken i den matematiske diskursen har utviklet seg. I eksempelet over er elevenes diskurs objektdreven fordi de evner å ta i bruk realiseringer om objektet fra en modalitet til andre ulike modaliteter (Sfard, 2008), dette samsvarer med den kategorien og de tilhørende nivåene som er inneholdt i MDI.

Når det kommer til om situasjonen over skal kodes ved at elevene benytter navngiving på en måte hvor matematiske ord brukes som objektets navn (Ms) eller om det matematisk språk brukes riktig for å referere til andre ord, symboler, bilder, prosedyrer, o.l. (Ma) er uklart slik rammeverket foreligger hos Adler og Ronda (2015). Fordi språket og gester utvikles i takt med hverandre og elevene benytter gestene som erstatning for språket (Sfard, 2009), vil en definisjon om "ord" og om"språk brukes riktig" være et definisjonsspørsmål som ikke trekkes godt nok frem i MDI. Adler og Ronda (2015) løfter selv frem at det kan være vanskeligheter med å skille de ulike underkategoriene i MDI fra hverandre, og dette bekreftes av Mosvold og Fauskanger (2017, June). De påpeker at mangelen på definisjoner gjør det vanskelig å skille mellom de ulike underkategoriene i legitimeringskriterier og navngiving.

Ut i fra ordbruken som Sfard (2008) beskriver kan både matematikkspråklig legitimeringskriterier, Ms og Ma slik de foreligger i MDI, være en objektdreven ordbruk. En mulig vei å gå kan være å skille disse to fra hverandre ved å se Ms i sammenheng med frase dreven ordbruk i det kommognitive rammeverket. I ytring 300 bruker Stine ordet punktene. Punktene i denne sammenhengen er et matematisk språkbruk da hun referer til punktene som er fokus for oppgaven. Det som ikke kommer frem er om Stine bruker ordet "punktene" fordi hun har en rutinedrevet ordbruk, og ut i fra situasjonen vet hun at hun skal bruke dette ordet, uten å egentlig vite hva "punktene" betyr. I lys av rutinedreven ordbruk, kan det for en observatør som benytter MDI, se ut til at Stine benytter et matematisk språkbruk (Ms), men i lys av Sfard (2008) kan denne elever benytte en rutinedreven ordbruk hvor matematisk objekter benyttes uten å virte hva narrative om objektet. Slev om selve begrepet er et matematisk objekt kan det i Sofie sitt tilfelle være slik at hun ikke har forståelse for objektet og begrepet "punktene" vil ikke ha en matematisk betydning i denne sammenhengen. En redefinisjon av matematiske språkbruk under navngiving med hensyn til den objektdrevne ordbruken og at elevene må evner å benytte ulike realiseringer om det matematiske objektet ved å beskrive og benytte objektet i andre kontekster, kan være en vei å gå for slik at det blir lettere å skille ikke-matematikk fra matematisk språkbruk.

4.10 Kommognitivte brudd

De kommognitive bruddene i gruppe 1 kan forklares gjennom diskursen til gruppe 2. Fordi elevene går i samme klasse er det naturlig at diskursene til elevene kan inneholde de samme realiseringene, fordi utvidelse av diskursen slik den foreligger i denne undervisningstimen, er et resultat av undervisning i denne klassen (Bauersfeld, 1980). I oppgaveteksten for oppgave 2 deloppgave 1) står det skrevet at "Punktene to komma tre (2,3) og tre komma to (3,2) har samme plassering i et koordinatsystem." (Vedlegg 4). Her diskuterer gruppe 2 seg frem til at y-koordinater alltid står først. Påstanden i oppgave 2 deloppgave 3) lyder slik "Koordinatene til et punkt skrives alltid med x-koordinaten først." (Vedlegg 4). Her mener gruppe 2 at påstanden er sann, altså et x-koordinaten alltid står først, og endrer mening uten å forklare hvorfor. Mona registrerer at de endrer mening og at de nå mener x-koordinaten er først, men at i deloppgave 1) mente de at y-koordinaten står først. Det finnes ikke en slik diskusjon i gruppe 1, Thea spør i ytring 236 om: "Er x eller y først? X er først?" og får svaret "ja" av Nora i ytring 264. Ytring 265 "X går bortover" viser at Thea refererer til koordinatsystemet og ikke hvordan koordinatene skrives med visuelt-verbale-algebraiske symboler. Dette kan tyde på at elevene i denne klassen er usikre på om x- eller y-koordinaten står først, og kan derfor være med på å forklare det kommognitive bruddet som oppstår i gruppe 1. Etter deloppgave 3) vil derfor elevene i gruppe 1 ha en felles diskurs om disse objektene, hvor elevene hadde legitimert den matematiske ideen (Adler & Ronda, 2015) og hadde et felles sett med narrative (Sfard, 2008). Hvis elevene hadde fått deloppgave 2) på nytt og nå benyttet det felles narrative kunne det kommet til syne om elevene hadde utvidet den matematiske diskursen. Dette kunne også ha indikert at konklusjonene i deloppgave 3) hadde fremprovosert en diskursiv læring hos deltakerne som plasserte punktene feil i deloppgave 2).

Dette kommognitive bruddet kunne også fremprovosert andre utfall for diskursen. Hvis oppgavene denne undervisningstimen hadde andre rammer eksempelvis ved at elevene hadde svart felles på en besvarelse kunne diskursen utartet seg på minst to forskjellige måter: 1) Elevene kunne oppdaget at de ikke mente det samme om hvor punktene med koordinatene (4,0) og (0,-4) skulle plasseres i koordinatsystemet. Da kunne de fått mulighetene til å rette opp i denne kommognitive konflikten før de gikk videre til neste oppgave. Da kunne narrative i diskursen hos samtlige deltakere blitt de samme og realiseringene om punktene (4,0) og (0,-4) ville vært lik. Her er det derfor et behov av legitimeringskriterier av matematikken som Adler og Ronda (2015) skriver om. 2) elevene kunne ikke tatt seg bryet med å se hva sekretæren, den som hadde rollen med å skrive (Johnson & Johnson, 1990), hadde skrevet. Hvis dette hadde vært tilfellet ville elevene, på lik linje som i tilfellet som kommer til uttrykk gjennom observasjonene, ikke hatt muligheten til å rette opp den kommognitive konflikten. Læreren har i dette tilfellet heller ikke muligheten til å avdekke denne kommognitive konflikten, fordi han eller hun kun har tilgang på denne én elevenes besvarelse. Dette er et eksempel på vanskelighetene som Sfard (2008) skriver om, i forhold til å få innblikk i de kommgnitive handlingene som forgår hos de enkelte deltakerne i diskursen.

Denne kommognitive konflikten i dette tilfellet kan indikere at det foregår flere diskurser parallelt med den diskursen som observeres, og på tvers av elevgruppens felles matematiske diskurs. Fordi elevene i gruppe 2 svarer forskjellig på denne oppgaven etter at de har diskutert oppgaven i plenum. I denne diskursen finnes det ingen synlige tegn på at den felles matematiske diskursen inneholder andre narrativ og realiseringer om de matematiske objektene.

5 Oppsummering og konklusjon

Denne studien undersøker problemstillingen:

> **Hvilke kommgnitive matematiske diskurser i elevers gruppearbeid om funksjoner kan synliggjøres ved hjelp av analyseverktøyet *Mathematical Discourse in Instruction?***

5.1 Oppsummering

Målet med studien har vært å undersøke hvilken informasjon om elevenes kommognitive matematiske diskurser som kommer til syne når en tar i bruk MDI som analyseverktøy og når en analyserer en undervisningssituasjon hvor elevene jobber i grupper med oppgaver som omhandler funksjoner. Fordi MDI er utviklet i en undervisningskontekst hvor Adler og Ronda (2015) ser på hvordan lærerens handlinger inviterer elevene til å lære, bærer MDI kategoriene preg av dette. Dette kommer tydelig frem gjennom MDI kategorien eksemplifisering; eksempler og oppgaver som handler om hvordan læringsobjektet presenteres i løpet av undervisningstimen. Derfor var det naturlig for meg å benytte denne delen av analyseverktøyet under planleggingen av oppgaven, fordi det var hensiktsmessig med tanke på å undersøke diskursen til elevene under arbeid med disse. I tillegg handler elevdeltakelse om i hvilken grad læreren fremprovoserer elevenes respons under plenumsdiskusjoner. I lys av Sfard (2008) sin definisjon om matematiske diskurser og denne diskursens kjennetegn, som er utgangspunktet for fokuset som Adler og Ronda (2014) velger å utvikle verktøyet i, finner jeg at MDI også kan benyttes for elever når gruppesamarbeid brukes som undervisningsmetode. Fordi elevene er deltakere i en diskurs, og på samme måte som læreren styrer diskursen under plenums diskusjoner i klasserommet må elevene fylle denne rollen under gruppesamarbeidet. Johnson og Johnson (1990) påpeker at elevene må ha evner og innta ulike roller under gruppesamarbeid for å skape et velfungerende samarbeid som bidrar til utbytte av arbeidet. I diskusjons kapittelet kom det fram at Thea og Nora, og Ane og Tom er elevene som tok på seg slike roller. I de situasjonene hvor gruppens medlemmer klarer å fylle lærerens rolle ved å stille oppfølgingsspørsmål og presenterer nye matematiske ideer inn i diskursen, oppnår elevene det høyeste nivået innenfor elevdeltakelse ved hjelp av diskusjon (D). Denne diskusjonen bidrar også til at elevene oppnår høyere nivåer innenfor navngiving og legitimering. Dette kan være et resultat av at elevene måtte ta i bruk matematiske begreper og forklare hvorfor det de sier er gjeldende. En forutsetning for at elevene skal oppnå diskusjon (D) i elevdeltakelses kategorien ved å speile, stille oppfølgingsspørsmål og presentere matematiske ideer, er at elevenes diskurs inneholder i lys av (Sfard, 2008) metaregler for hvordan et gruppesamarbeid skal fortone seg. Disse metareglene må presenteres for elevene og elevene må bli vant til å bruke disse. Ut fra de observerte situasjonene i denne klassen kan det se ut til at elevene i deler av dette arbeidet ikke vet hvilke metaregler som er gjeldende da samarbeidsevnene ikke er synlig til stedet ved at enkeltelever melder seg ut av de muntlige diskusjonene. En spennende vei videre i forskning på dette kan gjøres ved å ta i bruk Johnson og Johnson (1990) sine prinsipper og utvide elevenes diskurser for hvordan de skal jobbe under gruppearbeidet, og sett om dette kunne bidratt til at gruppene i flere situasjoner oppnådde elevdeltakelse på nivå 3 som igjen kan føre til høyere nivå i den forklarende samtalen.

De matematiske diskursene til de to elevgruppene viste seg å være svært forskjellige. I tillegg til at den observerte diskursen var ulik med tanke på hvilke modaliteter om det matematiske objektet eleven benyttet, kom det fram i analysen at nivået i MDI kategoriene var forskjellig. Det ser det ut til at den matematiske diskursen er avhengig av evnene til de enkelte matematistene for om gruppen når de høyeste nivåene eller ei. Den matematiske diskursen til gruppe 1 og gruppe 2 var forskjellig, men det så også ut til at det var flere diskurser til stedet under gruppearbeidet. Det avdekkes kommognitive konflikter gjennom tilgangen på de individuelle elevbesvarelsen. Dette kan tyde på at det foregår innvendige matematiske diskurser parallelt med den felles diskursen elevene tar del i gjennom gruppearbeidet. Dette var for meg en viktig funn, da det tilsynelatende så ut som elevene var enige før de begynte det individuelle arbeidet.

Det er til tider vanskelig å vite hvilken kategori innenfor underkategoriene diskursen til elevene befinner seg. En vei videre i utviklingen av MDI kan være å utvide definisjonene av disse underkategoriene slik at de passer inn i en diskursiv kontekst, uavhengig om det er elevene selv eller læreren som styrer diskursen fremover. Slik jeg tolker det kommognitive perspektivet til Sfard (2008) er det like viktig at elevene selv kan drive den matematiske diskursen frem mot utvidelse, og opp på et høyere nivåene innenfor hver av MDI kategoriene. Denne studien kan indikere at MDI med fordel kan ta høyde for og inkludere de definisjonen som Sfard (2008) skriver om med tanke på kjennetegnene til den matematiske diskursen. Slik jeg ser det kan en definisjonsendring av navngiving ses i lys av hvordan ordbruken i den matematiske diskursen fortoner seg, en presisering av legitimeringskriteriene sett opp mot utforskende rutiner og narrative. Og elevdeltakelsen opp om Johnson og Johnson (1990) når elevene jobber sammen i grupper.

5.2 Konklusjon

Gjennom denne studien styrkes funnene til Fauskanger og Mosvold (2017) som indikerer at MDI kan være like nyttig i faglig utvikling av læreres kunnskap generelt og for lærerstudenter i matematikk spesielt. Fordi analyseverktøyet i denne konteksten var til hjelp for å analysere diskursene som oppstår under gruppearbeid med funksjoner, og har her løftet frem deler av diskursen som kanskje ikke ville kommet til syne uten MDI kategoriene.

Denne kvalitativt case-studie forsker på få enheter, innenfor en kort tidsramme og på et lite geografisk område. Resultatene fra denne studien kan derfor ikke generaliseres til å gjelde i andre kontekster, men resultatene gir et bilde av hvordan det var i denne klassen, når de jobbet med akkurat disse oppgaven og kan derfor gi et bilde av hvordan MDI kan benyttes. Slik jeg ser det er MDI i denne sammenhengen nyttig når elevenes diskurser under gruppearbeid skal undersøkes. De problemene som oppstod med kodingen for underkategoriene i MDI kan være et resultat av at observatøren i denne studien ikke kjenner klassen og har dermed ingen kontekst å sette de ulike matematiske diskursen som oppstår underveis (Bauersfeld, 1980). Spesielt i forhold til legitimeringskriterier som inkluderer tidligere generaliseringer, og med mer kjennskap til den matematiske diskursen i klassen kunne kanskje vært unngått. MDI oppleves som et verktøy under utvikling, men i denne studien var analyseverktøyet et nyttig verktøy for å undersøke elevers matematiske diskurser under gruppesamarbeid som omhandler tema funksjoner på 9. trinn. MDI setter fokus på deler av diskursen som er viktig for å invitere elever til å utvide sine diskurser om læringsobjekt, men det må utvikles videre for å inkludere alle realiseringen om læringsobjektet og de kjennetegnene som gjøre den matematiske diskursen særegen.

6 Litteraturliste:

Adler, J. & Ronda, E. (2014). An analytic framework for describing teachers' mathematics discourse in instruction. *Proceedings of the Joint Meeting 2 - 9 of PME 38 and PME-NA 36*(Vol. 2), 9-16.

Adler, J. & Ronda, E. (2015). A framework for describing mathematics discourse in instruction and interpreting differences in teaching. *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education*, 1-18.

Adler, J. & Ronda, E. (2017a). Mathematical discourse in instruction matters. I J. Adler & A. Sfard (red.), *Research for educational change : Transforming researchers' insights into improvement in mathematics teaching and learning* (s. 64 - 81): Routledge.

Adler, J. & Ronda, E. (2017b). A lesson to learn from - from research insights to teaching a lesson. I J. Adler & A. Sfard (red.), *Research for educational change : Transforming researchers' insights into improvement in mathematics teaching and learning* (s. 133 - 144): Routledge.

Allott, N. (2015, 11. juni) Komunikkasjon. *Store Norske Leksikon.* Hentet 5. juni 2017 fra https://snl.no/kommunikasjon.

Bauersfeld, H. (1980). Hidden dimensions in the so-called reality of a mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics, 11*(1), 23-41.

Berger, M. (2013). Examining mathematcal discourse to understand in-service teachers' mathematcal actvites. *Pythagoras, 34*.

Bjuland, R. (2012). The mediating role of a teacher's use of semiotic resources in pupils' early algebraic reasoning. *The International Journal on Mathematics Education, 44*(5), 665-675.

Bjuland, R., Cestari, M. L. & Borgersen, H. E. (2008). The interplay between gesture and discourse as mediating devices in collaborative mathematical reasoning: A multimodal approach. *10*(Mathematical Thinking and Learning), 271-292.

Cohen, E. G. & Lotan, R. A. (2014). Designing groupwork : Strategies for the heterogeneous classroom, a new edition *Designing Groupwork*

Fauskanger, J. & Mosvold, R. (2017). Mathematics discourse in student teachers' instruction: The case of a norwegian student teacher. *In M.K. Mhlolo, S.N. Matoti, & B. Fredericks (Eds.), Proceedings of The 25th Annual Meeting of the Southern African Association of Research in Mathematics, Science & Technology Education (SAARMSTE): Book of long papers*, 41–51.

Grue, J. (2013, 16.oktober) Diskurs. *Store Norske Leksikon.* Hentet 5. juni 2017 fra https://snl.no/diskurs.

Güçler, B. (2016). Making implicit metalevel rules of the discourse on function explicit topics of reflection in the classroom to foster student learning. *Educational Studies in Mathematics, 91*(3), 375-393.

Hagen, M. B., Carlsson, S., Hake, K.B. & Öberg, B. (2009). *Tetra 9B: Matematikk for ungdomstrinnet* (Bokmål utg.). Oslo: Samlaget.

Heyd-Metzuyanim, E. & Sfard, A. (2012). Identity struggles in the mathematics classroom: On learning mathematics as an interplay of mathematizing and identifying. *International Journal of Educational Research, 51*, 128-152, s.128-145.

Johnson, D. W. & Johnson, R. T. (1990). Using cooperative learning in math. I N. Davidson (red.), *Cooperative learning in mathematics : A handbook for teachers*. Menlo Park, Calif: Addison-Wesley Pub. Co.

Kleven, T. A., Tveit, K. & Hjardemaal, F. (2014). *Innføring i pedagogisk forskningsmetode : En hjelp til kritisk tolking og vurdering* (2. utg.). Oslo Unipub.

Kunnskapsdepartementet (2012) *Rammeverk for grunnleggende ferdigheter - Til bruk for læreplangrupper oppnevnt av Utdanningsdirektoratet*. Hentet fra: https://www.udir.no/Upload/larerplaner/lareplangrupper/RAMMEVERK_grf_2012.pdf?epslanguage=no

Kunnskapsdepartementet. (2013). Læreplan i matematikk fellesfag læreplankode*: Mat1-04*. Oslo: utdanningsdirektoratet.

Kvale, S., Brinkmann, S., Anderssen, T. M. & Rygge, J. (2015). *Det kvalitative forskningsintervju* (3. utg.). Oslo: Gyldendal akademisk.

Markle, T. D., West, R. E. & Rich, P. J. (2011). Beyond transcription: Technology, change, and refinement of method. *Forum Qualitative Sozialforschung, 12*(3).

Maxwell, J. A. (2008). Designing a qualitative study. I L. Bickman & D. J. Rog (red.), *The sage handbook of applied social research methods* (vol. 46, s. 46-3328-3346-3328). London.

Mosvold, R. & Fauskanger, J. (2017, June). Applying the mdi framework in a norwegian teacher education context. Paper presentert på *The Eighth Nordic Conference on Mathematics Education*, NORMA 17, Stockholm, Sweden.

NESH. (2016). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi* (4. utg.). Oslo: De nasjonale forskningsetiske komiteene.

Ronda, E. & Adler, J. (2016). Mining mathematics in textbook lessons. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 1-18.

Roth, W.M. & Bautista, A. (2011). Transcriptions, mathematical cognition, and epistemology. *The Mathematics Enthusiast, 8*(1), 51-76.

Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses, and mathematizing.* New York: Cambridge university press.

Sfard, A. (2009). What's all the fuss about gestures? A commentary. *Educational Studies in Mathematics, 70*(2), 191-200.

Solvang, R. (1992). *Matematikk-didaktikk* (2. utg.). Bekkestua: NKI.

Thagaard, T. (2013). *Systematikk og innlevelse : En innføring i kvalitativ metode* (4. utg.). Bergen: Fagbokforlaget.

Tønnesen, L. K. B. (2004). *Norsk utdanningshistorie. En innføring med fokus på grunnskolens utvikling*. Bergen: Fagbokforlaget. ss. 17-166. (150 s.).

Zodik, I. & Zaslavsky, O. (2008). Characteristics of teachers' choice of examples in and for the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics, 69*(2), 165-182.

7 Vedlegg:

Vedlegg 1 – Godkjenning fra NSD

NSD

Tone Bulien
Institutt for grunnskolelærerutdanning, idrett og spesialpedagogikk Universitetet i Stavanger

4036 STAVANGER

Vår dato: 23.02.2017 Vår ref: 52132 / 3 / AGL Deres dato: Deres ref:

TILBAKEMELDING PÅ MELDING OM BEHANDLING AV PERSONOPPLYSNINGER

Vi viser til melding om behandling av personopplysninger, mottatt 12.01.2017. Meldingen gjelder prosjektet:

52132	*Observasjon av elever som jobber med oppgaver og hvilke visuelle og verbale hjelpemidler de tar i bruk for å løse oppgaven*
Behandlingsansvarlig	*Universitetet i Stavanger, ved institusjonens øverste leder*
Daglig ansvarlig	*Tone Bulien*
Student	*Line Siggerud*

Personvernombudet har vurdert prosjektet og finner at behandlingen av personopplysninger er meldepliktig i henhold til personopplysningsloven § 31. Behandlingen tilfredsstiller kravene i personopplysningsloven.

Personvernombudets vurdering forutsetter at prosjektet gjennomføres i tråd med opplysningene gitt i meldeskjemaet, korrespondanse med ombudet, ombudets kommentarer samt personopplysningsloven og helseregisterloven med forskrifter. Behandlingen av personopplysninger kan settes i gang.

Det gjøres oppmerksom på at det skal gis ny melding dersom behandlingen endres i forhold til de opplysninger som ligger til grunn for personvernombudets vurdering. Endringsmeldinger gis via et eget skjema, http://www.nsd.uib.no/personvern/meldeplikt/skjema.html. Det skal også gis melding etter tre år dersom prosjektet fortsatt pågår. Meldinger skal skje skriftlig til ombudet.

Personvernombudet har lagt ut opplysninger om prosjektet i en offentlig database, http://pvo.nsd.no/prosjekt.

Personvernombudet vil ved prosjektets avslutning, 31.12.2017, rette en henvendelse angående status for behandlingen av personopplysninger.

Vennlig hilsen

Kjersti Haugstvedt

Audun Løvlie

Kontaktperson: Audun Løvlie tlf: 55 58 23 07

Dokumentet er elektronisk produsert og godkjent ved NSDs rutiner for elektronisk godkjenning.

Vedlegg 2 – Personvernombudet for forskning

Personvernombudet for forskning

Prosjektvurdering - Kommentar

Prosjektnr: 52132

Utvalget informeres skriftlig om prosjektet og samtykker til deltakelse. Informasjonsskrivet er godt utformet.

Foreldre samtykker for sine barn. Selv om foreldre/foresatte samtykker til barnets deltakelse, minner vi om at barnet også må gi sin aksept til deltakelse. Barnet bør få tilpasset informasjon om prosjektet, og det må sørges for at de forstår at deltakelse er frivillig og at de når som helst kan trekke seg dersom de ønsker det. Dette kan være vanskelig å formidle, da barn ofte er mer autoritetstro enn voksne. Frivillighetsaspektet må derfor særlig vektlegges i forhold til barn, og spesielt når forskningen foregår på eller i tilknytning til en organisasjon som barnet står i et avhengighetsforhold til, som for eksempel skole. Forespørselen må derfor alltid rettes på en slik måte at de forespurte ikke opplever press om å delta, gjerne ved å understreke at det ikke vil påvirke forholdet til skolen hvorvidt de ønsker å være med i studien eller ikke. Videre bør det planlegges et alternativt opplegg for de som ikke deltar. Dette er særlig relevant ved utfylling av spørreskjema i skoletiden, og ved filmopptak.

Personvernombudet legger til grunn at forsker etterfølger Universitetet i Stavanger sine interne rutiner for datasikkerhet.

Forventet prosjektslutt er 31.12.2017. Ifølge prosjektmeldingen skal innsamlede opplysninger da anonymiseres. Anonymisering innebærer å bearbeide datamaterialet slik at ingen enkeltpersoner kan gjenkjennes. Det gjøres ved å:
- slette direkte personopplysninger (som navn/koblingsnøkkel)
- slette/omskrive indirekte personopplysninger (identifiserende sammenstilling av bakgrunnsopplysninger som f.eks. bosted/arbeidssted, alder og kjønn)
- slette digitale lyd-/bilde- og videoopptak

Vedlegg 3 – Informasjonsskriv

Forespørsel om deltakelse i forskningsprosjektet

Arbeidstittel: Elevgruppers bruk av mediatorer og realiseringer i en matematisk diskurs

Bakgrunn og formål

I denne masteroppgaven som skrives ved Universitetet i Stavanger (UiS) skal jeg undersøke hvordan elever kommuniserer med hverandre når de løser matematikkoppgaver i grupper. Målet er å studere klasseromsdiskursen mellom elever, og vil dreie seg om elevers diskusjon omkring sentrale matematiske begreper i undervisningssammenheng.

Gjennom masterstudien på Universitetet i Stavanger har jeg fått kontakt med klassens lærer som er villig til å delta i et slikt forskningsprosjekt.

Hva innebærer deltakelse i studien?

Deltakelse i studien vil skje i løpet av en skoletime i matematikk i løpet av mars 2017 der elevene jobber i grupper og løser matematikkoppgaver. Det gjøres video- og lydopptak av enkelte elevgrupper under arbeidet og det skriftlige elevarbeidet samles inn. Oppgavene vil omhandle temaet funksjonslære i matematikk på ungdomsskoletrinnet.

Hva skjer med informasjonen om deg?

Alle personopplysninger vil bli behandlet konfidensielt. Under arbeidet med dataene vil deltakerne bli anonymisert. Det er kun masterstudenten og hennes veiledere som har tilgang til datamaterialet som er identifiserbart. De som er involverte gjennom Universitetet i Stavanger er underlagt taushetsplikt, og data vil bli behandlet deretter.

Prosjektet skal etter planen avsluttes 31.12.2017 og materialet vil bli slettet etter det. Da vil kun den transkriberte versjonen med fiktive navn som er benyttet i masteren bli tatt vare på. Det ferdige arbeidet vil bli presentert i en skriftlig masteroppgave som senere kan bli publiserer. Materialet kan også være grunnlag for en artikkel. Hverken skolen, læreren eller elevene vil kunne gjenkjennes i eventuelle publikasjoner.

Frivillig deltakelse

Det er frivillig å delta i studien, og du kan når som helst trekke ditt samtykke uten å oppgi noen grunn. Dersom du trekker deg, vil alle opplysninger om deg bli anonymisert. All medvirkning i masterstudie er basert på frivillighet, og dere står selvsagt helt fritt til å velge om deres barn skal være med eller avstå fra å delta seller ikke. Dersom dere ikke ønsker at deres barn skal delta i prosjektet, vil kamera og lydopptakere plasseres slik at disse elevene ikke blir synlige i video-opptakene. Eventuelle ytringer som disse elevene kommer med underveis vil ikke transkriberes og brukes som en del av det videre datamaterialet i prosjektet.

Dersom du ønsker har spørsmål til studien, ta kontakt med masterstudent Line Siggerud (tlf. 98 40 13 56 og e-post: l.siggerud@stud.uis.no) eller hennes veileder Tone Bulien (tlf. 91 52 19 09 og e-post: tone.bulien@uis.no) som er ansvarlig for masterprosjektet. Studien er meldt til Personvernombudet for forskning, NSD - Norsk senter for forskningsdata AS.

Samtykke til deltakelse i studien

Jeg har mottatt informasjon om studien, og er villig til å delta (Sett kryss): • Ja • Nei

---	---
(Signert av prosjektdeltakers foresatte, dato)	(Signert av elev (prosjektdeltaker), dato)

Vedlegg 4 – Elevoppgaver

Tema: Funksjoner

Oppgavene skal løses uten digitale hjelpemidler.

Oppgave 1

Melina har jobbet hele sommeren og skal kjøpe seg iPhone 7 32GB.
Hun vil ha et mobilabonnement med en datapakke på 2 GB data fra Mobildilla uansett hvor hun velger å kjøpe telefonen.

Vilkårene for 2 GB data abonnementet fra Mobildilla:

Mobildilla

Abonnement

Mobil 2 GB 199,- pr mnd

- Data Rollover
- Ingen avtaletid
- Inkludert tale, SMS og MMS
- Hastighet opptil 256 Mbit/s

Totalt per mnd: 199,-

Mobil uten abonnement hos Varehuset:

Varehuset

Apple iPhone 7 - 32GB

APPLE iPhone 7 32GB Black

6 790 ,-

Mobil med abonnement 2 GB data hos Mobildilla:

Mobildilla

Apple iPhone 7 32GB

Telefon + Mobil 2GB

849/ MND

a. Hvilket alternativ vil være det rimeligste for Melina etter 12 måneder?
   - Forklar hvordan dere tenker og hvorfor akkurat dette alternativet er rimeligst.

b. Gi forslag for hvordan en funksjon for kostnaden til hvert av alternativene vil se ut de 12 første månedene?
   - Forklar hvordan dere tenker.

c. Hvilken mobil er rimeligst det første 10 månedene?
   - Beskriv hvordan dere finner ut dette.

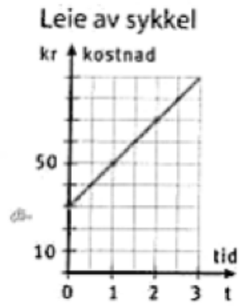
Oppgave 2

Sant eller usant?

Her skal dere sammen komme frem til om påstandene under er sant eller usant.

- Vis utregning eller figurer og start svaret med: **Sant/Usant fordi ...**

1) Punktene (2,3) og (3,2) har samme plassering i et koordinatsystem.
2) Fra origo er det like langt til punktene (4,0) og (0,-4).
3) Koordinatene til et punkt skrives alltid med x-koordinaten først.
4) En graf som er ei rett linje, angir alltid en proporsjonalitet.
5) Grafen til en proporsjonalitet er alltid ei rett linje.
6) Av diagrammet *Leie av sykkel* til høyre kan vi lese at det i tillegg til grunnavgiften på 30 kr koster 20 kr per time å leie en sykkel
7) Tallparet (1,2) hører sammen med funksjonen y = 2x.
8) Tallparet (2,1) hører sammen med funksjonen y = 2x.
9) Funksjonen er y = 2x. Dersom x = 2, er y = 4.
10) Funksjonen er y = 2x. Dersom y = 2, er x = 4.
11) Tallparene (3,1), (5,3) og (9,7) ligger på grafen til funksjonen. Funksjonen er y = x – 2.
12) Funksjonen y = 15x er en proporsjonalitet.



Oppgave 3

a) Tegn grafen til funksjonene $y = 3x$ og $y = 3x + 2$ i det samme koordinatsystemet.

b) Hva er likheten mellom de to grafene?

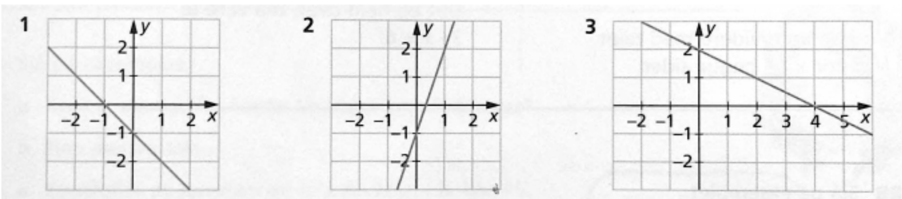
c) Hva er forskjellen på de to grafene?

d) Hvilken av funksjonene har graf som går gjennom origo?

Oppgave 4

Finn ut hvilken graf og hvilket funksjonsutrykk som hører sammen:

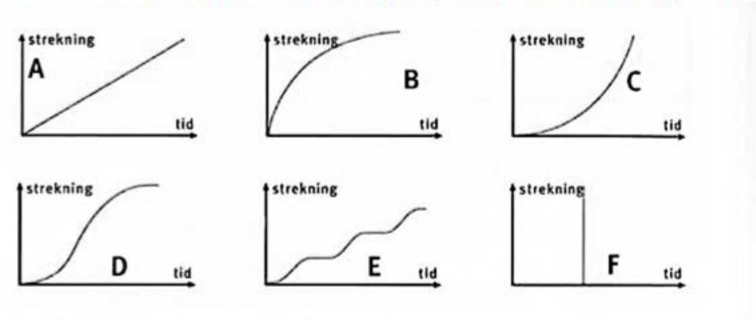
- Begrunn svaret



A $y = 3x - 1$ **B** $y = -0{,}5x + 2$ **C** $y = -x - 1$

Oppgave 5

Arne trener ved å løpe oppover en bratt bakke.
Grafene under beskriver forskjellige løpeturer Arne løper opp baken.



a) Beskriv løpeturen til Arne i hver av grafene A – E.
b) Hvilken graf gir den mest realistiske beskrivelsen av en løpetur?
c) Graf F er umulig. Hvorfor?

Oppgave 6

a) Hvilke av funksjonene har parallelle grafer?

1 $y = 3x$ 2 $y = 4x + 7$ 3 $y = -3x + 2$

4 $y = 3x - 4$ 5 $y = 4x - 1$ 6 $y = -3x$

b) Forklar svarene dine.

Oppgave 7

Hvilke av sammenhengene under er lineære?

- Forklar hvorfor den er lineær og hvordan dere finner dette ut.

A $y = 2x$ C $y = 3 : x$ E $y = -0{,}5x - 5x$

B $y = -2x - 0{,}5$ D $y = x : 3$ F $y = 0{,}5x \cdot x$

Oppgave 8

Hvilke av funksjonene nedenfor har grafer som er rette linjer?

a) $y = -6x + \frac{1}{4}$ b) $y = \frac{5}{x} + 3$ c) $y = 3x^2 + 7$

d) $y = \frac{15}{x^3}$ e) $y = -\frac{3x}{4} + 7$ f) $y = 6 + \frac{x}{3}$

Oppgave 9

Avgjør om punktene ligger på samme rette linje:

a (5, 13), (10, 23) og (100, 230)

b (-2, 8), (0, -2) og (10, -52)

c (4, -6), (18, -6) og (-6, -6)

Oppgavene er hentet fra:

Oppgave 1: Oppgaven selvlaget og er inspirert av oppgave G5 i Nye mega grunnbok 9b (Gulbrandsen, Løchsen & Melhus, 2007, s. 155)

Oppgave 2: Denne "Sant eller Usant" oppgaven er hentet fra Tetra 9 (Hagen et al., 2009, s. 215)

Oppgave 3: Oppgave er hentet fra Nye Mega 9B (Gulbrandsen et al., 2007, s. 158)

Oppgave 4: Oppgaven er hentet fra Sirkel 10B (Torkildsen & Maugesten, 2008, s. 13)

Oppgave 5: Oppgaven er hentet fra Tetra 9, og omskrevet for å passe til formålet (Hagen et al., 2009, s. 228)

Oppgave 6: Oppgaven er hentet fra Nye Mega 9B (Gulbrandsen et al., 2007, s. 178)

Oppgave 7: Oppgaven er hentet fra Sirkel 10B (Torkildsen & Maugesten, 2008, s. 11)

Oppgave 8: Oppgave er hentet fra Nye Mega 9B (Gulbrandsen et al., 2007, s. 178)

Oppgave 9: Denne oppgaven er modifisert slik at den skal passe til formålet og er hentet fra Maximum 9 (Tofteberg & Holth, 2014, s. 86).

Litteraturliste:

Gulbrandsen, J. E., Løchsen, R. & Melhus, A. (2007). *Nye mega : Matematikk for ungdomstrinnet : [9. Trinn] grunnbok 9b* (Bokmål 3. utg.). Oslo: Damm.

Hagen, M. B., Carlsson, S., Hake, K.-B. & Öberg, B. (2009). *Tetra 9: Matematikk for ungdomstrinnet* (Bokmål utg.). Oslo: Samlaget.

Tofteberg, G. N. & Holth, B. (2014). *Maximum : Matematikk for ungdomstrinnet : [9. Trinn] grunnbok* (Bokmål utg.). Oslo: Gyldendal undervisning.

Torkildsen, S. & Maugesten, M. (2008). *Sirkel : Matematikk for ungdomstrinnet : 10B Grunnbok* (Bokmål utg.). Oslo: Aschehoug.

Vedlegg 5 – Transkripsjoner

Gruppe 1 – Oppgave 2 deloppgave 2)

Nr	Navn	Ytring
243	Thea	Okay, fra origo, fra origo er det like langt til punktene fire komma null (4,0) og null komma fire (0,4).
244	Sander	Ja
245	Thea	Ja (3 sek) Det er sant fordi det er like lagt (L)
246	Nora	For da går det fire hakk opp og fire hakk bort
247	Thea	Hvorfor har du så smart, nei sa jeg det riktig nå?
248	Oskar	Origo?
249	Thea	Det er null (0) null (0)
250	Oskar	Å ja
251	Thea	Ok jeg bare tegner det opp
252	Nora	Men (5 sek) det er null komma fire (0,4) eller null komma minus (0,-4)? fire i retningen liksom (2 sek) Det er to forskjellige ting
253	Sander	Null komma minus fire (0,-4)
254	Thea	Ok
255	Sander	Men det blir jo uansett like langt fra origo=
256	Nora	=Jaja, men det er [to forskjellige punkt]
257	Thea	[Men se på null] komma fire (0,4), nei fire komma null (4,0) (3 sek)
258	Nora	Ja, det kan både være den veien og den veien kan det ikke det
259	Sander	Men du går jo uansett like langt=
260	Nora	=Jaja men hvis vi skal tegen det liksom, (3 sek) hva om vi bare tegner alle fire og ser at punktene er like langt fra?
261	Oskar	Sant null komma fire (0,4) er nesten rett ved null (0)
262	Nora	Det er like langt fra null (0)
263	Thea	Er x eller y først? X er først
264	Nora	ja
265	Thea	X går bortover
266	Nora	Ja=
267	Thea	=ja
268	Nora	En, to, tre, fire
269	Thea	Minus en, minus to, minus tre, minus fire, vi kommer aldri til å bli ferdig vi har ett kvarter igjen og er på oppgave 2
270	Oskar	Hvor mange oppgaver er det da?
271	Thea	Eh, fem oi, eh. Ni
272	Nora	Oi få se
273	Oskar	Sant vi skal ikke bli ferdige med de?
274	Sander	De forventer ikke at vi skal bli ferdige med alle hvis det er det du trodde (30 sek)
275	Thea	Jo det er like langt, sånn (3 sek) fordi
276	Sander	For vi går fire opp og, nei vi går=
277	Nora	=fire (4) ut og fire (4) ned
278	Oskar	Å ja! Nå forstår jeg hva dere mener

Vedlegg 6 – Transkripsjoner

Gruppe 2 – Oppgave 2, deloppgave 1)

Nr	Navn	Ytring
154	Ane	Det må jo være med noen. Punktene to komme tre (2,3) og tre komma to (3,2) har samme plassering i et koordinatsystem
155	Tom	Det er ganske, det er opplagt feil
156	Mona	Få se, jeg ser ikke
157	Ane	Det er usant (3 sek) jeg mener vertfall at det er usant
158	Tom	Hvordan var regelen nå igjen? Var det x eller y foran?
159	Ane	Ehhh. x, nei y (3sek) y var foran
160	Mona	Har ikke peiling, husker ikke
161	Tom	Ja, og hva vil vi skrive som forklaring da?
162	Ane	Må vi skrive en forklaring? (5 sek) må vi skrive en forklaring?
163	Tom	En forklaring?=
164	Mona	=Ja vi må skrive forklaring på alle
165	Tom	Ja det står jo: vis utregning eller figurer og start svaret med sant eller usant fordi
166	Ane	Å ja (2 sek) ja hvorfor er
167	Mona	Usant fordi
168	Tom	Vi kan jo skrive sånn at y er der vi starter så, det vil bli to (2) y og en tre (3) y=
169	Ane	=Og det er usant?
170	Tom	Ja de vil ikke havne på samme plass da
171	Ane	Nei de er to forskjellige punkter
172	Tom	Ja
173	Ane	Ja, så de er ikke like så det er usant
174	Tom	Men hvordan nøyaktig vil vi skrive det?
175	Ane	Eh, punktene eller (3 sek) punktene 2,3 og 3,2 er
176	Sofie	Vi kan bare skrive usant fordi også (4 sek)
177	Tom	Usant fordi rekkefølgen på punktene gjør atte, ja noe sant
178	Ane	Kan vi ikke si at en (1) er usant fordi blablabalbbla
179	Mona	Ja men vi kan ikke bare skrive blablabalbbla
180	Tom	Ja men vi trenger forklaringen
181	Ane	Nei men vi skriver jo ikke blablabalbbla men vi må skrive en forklaring
182	Mona	Ja, ja jeg vet jeg vet (5 sek)
183	Tom	Men hva er forklaringen, det er det=
184	Mona	=Det er det du vil frem til
185	Ane	Forklaringen er det det er to forskjellige punkter så de kommer ikke til å være på samme plass (3 sek)
186	Tom	Ja men hvorfor er de to forskjellige punkter? Hva er det som gjør at de er forskjellige?
187	Ane	Fordi det er 2,3 og det er 3,2=
188	Tom	=Ja men er det på grunn av rekkefølgen? Kan vi si at det er på grunn av rekkefølgen på, at det er y først og så x?
189	Mona	Ja=
190	Tom	=ja
191	Ane	Rekkefølgen på tallene

192 Tom Ja hvis vi hadde snudd rekkefølgen på en av de så hadde jo vært likt
193 Ane Ja hvis du hadde bytta 2,3 så ville det jo være helt prikk likt
194 Tom Ja=
195 Ane =mmhm
196 Tom Jeg jeg kommer ikke på hva jeg skal skrive nå
197 Ane Men jeg kan skrive noe jeg må bare, det må være flere kanskje (5 sek)
198 Mona Veit vi egentlig i det heletatt at det er feil?
199 Ane Ja det er jo feil fordi du kan ikke sette punkt 2,3 og 3,2 det blir to forskjellige steder
200 Mona Oki, oki
201 Tom Kan vi ikke sette den her litt mer på midten sånn at alle kan se=
202 Ane =Jaja! (30 sek)
201 Ane Punktene har to forskjellige tall (2 sek) vi skriver er eh, en er usant fordi punktene har to forskjellige tall, har forskjellige tall
202 Sofie Usant fordi tallen eh
203 Tom Eh, for rekkefølgen for hvordan man leser opp tallene
204 Ane Punktene har to forskjellige rekkefølger
205 Tom Eh ja, det (3) ja det går vel ann.

Vedlegg 7 – Transkripsjoner

Gruppe 2 – Oppgave 2, deloppgave 2)

Nr	Navn	Ytring
211	Tom	Origo er, fra origo er det like langt fra punktene fire (4) og null (3 sek) minus fire (0,-4)
212	Ane	Hva sa du kan jeg få lese
213	Sofie	Er det sant?=
214	Tom	=Er ikke det?=
215	Ane	=Vent litt, vent litt
216	Tom	Nei
217	Ane	Vent, minus er på den
218	Tom	Det skal vel være
219	Mona	[Det er rett]
220	Tom	For origo er det krysset der
221	Ane	Ja fordi det, vent
222	Tom	Også er det jo [helt rett på streken uansett]
223	Ane	[Får vi lov til å tegne på det]
224	Mona	Fire (4) også null (0), også er det null (0) og minus fire (-4)
225	Ane	Sånn. Jeg har faktisk Og hvis du tar en linje sånn så vil det ligge helt likt
226	Tom	Men det ligger ikke her det ligger her fordi det er null (0) på den andre
227	Mona	Og hvis du tar en linje sånn så ligger det likt
228	Tom	Og da er det null (0) på de andre
229	Ane	Å, men da blir det rett over hverandre
230	Tom	Begge blir rette streker
231	Ane	Så det blir rett, hvis den hadde vært der hadde det ikke vært riktig
232	Tom	Det ligger vel her og her (3 sek) men det er vel like langt unna
233	Ane	Vi tar og sier at det er sant
234	Tom	Jeg er ganske sikker på at det er sant ja.
235	Ane	Jeg tror det
236	Tom	Hvorfor er det sant
237	Ane	Fordi det ligger på en lineærlinje eller noe sånt
238	Tom	Bare fordi de ligger på en rett linje betyr ikke det at de er like lange eller noe sånt.
239	Ane	Ja, har samme tall, bare att det er minus (4 sek) nei kødda, de har ikke det, de har ikke det. Unnskyld jeg prøver i hvert fall
240	Tom	Nei det gjør ingen ting
241	Ane	Nei vent litt vi skriver, oppgave 2 er sant fordi blablabalbbla bla men er vi sikre på
242	Tom	Fordi=
243	Ane	=Eh fordi liksom, men
244	Tom	Det må vi si
245	Ane	Fordi di ligger på samme linje, det er jo mulig
246	Tom	Ja men det betyr ikke det, hvis det ligger på samme linje kan det ene ligge her og den andre ligge her
247	Ane	Nei, det er jo ikke på samme linje da
248	Tom	Ja, men den her ligger jo ikke på samme linje som den, for den her er y-aksen sant, eller x-aksen=

249	Ane	=Å ja, ja, ja
250	Tom	Så ligger en her og en her liksom
251	Ane	Men de ligger på samme plass holdt jeg på å si men på et annet sted på en måte
252	Tom	Ja det er jo åpenbart riktig, for det er jo like tall også er det liksom på null (0)
253	Ane	Ja også er det bare minus liksom
254	Tom	Ja, hvordan beskriver man det på en forståelig måte?
255	Ane	Ehh vi skriver det på en forståelig måte hvis vi skriver ehh. (5 sek) vent, jeg kommer på det altså (3 sek) hvis vi skriver det er sant fordi atte eh.. Liksom det er jo samme tall men vik an jo ikke si at det er samme tall liksom.
256	Tom	Avstanden er jo like langt fra=
257	Ane	=Fra den, til den
258	Tom	Fra origo ja, avstanden er jo like lang fra origo ehhh man sier vel egentlig bare at avstanden er like lang fra origo, avstanden er jo bare like lang fra midten der
259	Mona	Den er jo det
260	Tom	Men det er jo det som står der da.
261	Ane	Vent, de er jo like
262	Sofie	De er jo like, hvorfor kan vi ikke bare skrive det da?
263	Mona	Hvis det stemmer så kan vi jo bare skrive det for det er jo rett, og så kan vi jo skrive
264	Tom	Fordi=
265	Mona	=Fordi det er like langt
266	Tom	Det er jo vanskelig å få frem at, det er jo bare det at de er på samme sted hvor det er like lag avstand
267	Ane	Ja, vi sier det
268	Tom	Vi skriver bare det, hva kalles det krysset her, kalles det origo? Er det ikke punktet i midten her som er origo?
269	Ane	Jo det er der y-aksen og x-aksen liksom
270	Tom	Hvordan formidler man dette på en forståelig måte?
271	Mona	Ja det var liksom det.
272	Ane	Men kan vi ikke bare skrive at det er en rett linje
273	Mona	Lineær linje
274	Tom	For tallen er like og de ligger på en rett linje
275	Sofie	Det er jo bare å skrive det som står der
276	Tom	Men da forklarer vi jo ingen ting
277	Mona	Er like langt vekke fra origo, fordi punktene er like langt vekke fra origo, nei jeg veit ikke
278	Tom	Men har står det at punktene er like langt vekke fra origo
279	Ane	Ja
280	Tom	Da skriver vi at punktene er like langt vekke fra origo, fordi de er like langt vekke fra origo
281	Mona	Ja det er sant
282	Tom	Vi kan jo skrive att ehhh
283	Sofie	["Utenomsnakk"]
284	Tom	["Utenomsnakk"]
285	Tom	Oki, men da skriver vi (3 sek) avstanden er like (4 sek) eh, jeg kommer ikke på noe, vi bare skriver noe. Dette tok for lang tid. Sant fordi (5 sek) begge
286	Ane	Begge punktene

287	Tom	Ja begge punktene (4 sek) punktene har samme tall
288	Ane	Har samme tall
289	Tom	Det går faktisk an
290	Mona	Har samme avstand fra origo
291	Tom	Det er ikke akkurat samme tall men (5 sek) men begge har fire (4) og null (0) i seg
292	Ane	Har samme tall
293	Tom	Fordi begge punktene har fire (4) og null (0) i seg.
294	Mona	Det er jo avstanden fra origo, det er jo det.
295	Ane	Men vi kan ikke skrive det samme som står, men vi skriver det **Tom** sa
296	Tom	Punktene har fire (4) og null (0) i seg, hvis du har gitt to punktene?
297	Mona	Men da skriver dere jo på en måte det som står i oppgavene dere og.
298	Tom	Jeg er lei av å finne på noe.
299	Ane	Vi skriver bare det
300	Sofie	At punktene
301	Mona	Har fire (4) og null (0) i seg.
302	Tom	Det holder for meg
303	Sofie	Hæ, hva skrev dere nå?
304	Mona	Vi trenger ikke skrive likt=
305	Tom	=Ikke nøyaktig likt, men
306	Mona	Bare skriv det jeg sa
307	Sofie	Fordi begge punktene=
308	Mona	=har samme avstand

Vedlegg 8 – Transkripsjoner

Gruppe 2 – Samtale med lærer

Nr	Navn	Ytring
330	Lærer	Hvor langt har dere kommet?
331	Mona	Ikke så veldig langt=
332	Tom	=Vi sliter med å få fram=
333	Ane	=Å få fram forklaringen lissom
334	Tom	Vi må liksom fokalere det på en måte=
335	Ane	=Det er liksom bare det vi sliter med.
336	Lærer	Men er dere enige om det?
337	Tom	Jeg håper det
338	Ane	Eh, ja
339	Lærer	Har Tom bil enige for dere eller hvordan er det?
340	Mona	Nei=
341	Ane	=Vi alle er enige, og sier hva de mener liksom
342	Lærer	Er det problemer å få det ned på arket eller er det problemer å si det?
343	Mona	Egentlig å få det ned på arket.
344	Ane	Ja, hvordan kan vi si det på en måte? Hvordan kan vi skrive det, for å må (2 sek) en måte?