En analyse av den matematiske diskursen i klasserom med omvendt undervisning

Universitetet i Stavanger

Masteroppgave i utdanningsvitenskap – matematikkdidaktikk

Våren 2018

Torunn Sand Knotten

Universitetet i Stavanger

FAKULTET FOR UTDANNINGSVITENSKAP OG HUMANIORA

MASTEROPPGAVE

Studieprogram: Master i utdanningsvitenskap Matematikkdidaktikk	Vårsemesteret, 2018 Åpen
Forfatter: Torunn Sand Knotten	………………………………………… (signatur forfatter)
Veileder: Reidar Mosvold	
Tittel på masteroppgaven: **En analyse av den matematiske diskursen i klasserom med omvendt undervisning ved hjelp av MDI (Mathematical Discourse in Instruction)** Engelsk tittel: **An analysis of the mathematical discourse in a flipped classroom using MDI (Mathematical Discourse in Instruction)**	
Emneord: Omvendt undervisning, diskurs, utforskende eller rituell diskurs, matematiske objekter, individualisering, lærerens valg i undervisningen, MDI.	Antall ord: 31 855 + vedlegg/annet: 2 196 Stavanger, 12. juni 2018

FORORD

Etter 25 år som lærer, av dem 12 år som matematikklærer, har jeg etter hvert blitt presentert for ulik forskning som forteller hvordan undervisningen bør foregå. Stikkord som problemløsning, yrkesretting, inquiry basert matematikk, digitale ferdigheter og den matematiske samtalen kan nevnes i den forbindelse. Jeg har i de siste årene blitt stadig mer opptatt av hvordan elevene lærer og hvilken undervisning som fungerer best. Derfor begynte jeg å undersøke mulighetene for videreutdanning i matematikk, og særlig i matematikkdidaktikk. Gjennom bekjente fikk jeg høre at Universitetet i Stavanger tilbød masterutdanning på deltid, og da var beslutningen enkel.

I nærmere fire år har jeg sagt at jeg «prøver» å ta en master. Nå som studiet nærmer seg slutten, kan jeg forhåpentligvis snart si at jeg «har tatt» en master. Det er mange som fortjener en takk for at det har latt seg gjøre.

For det første vil jeg takke forelesere og studieledere ved Universitetet i Stavanger for stor velvilje og god tilrettelegging for en fjernstudent fra Trondheim. Jeg skulle gjerne ha fått med meg både forelesningene og de faglige diskusjonene dere har hatt, for dette har vært svært interessante emner. Takk også til mine medstudenter Norunn, Heidi og Wenche for oppdateringer og oppmuntringer!

Størst takk fortjener min veileder, Reidar Mosvold, som hele tiden har hatt troen på at jeg ville komme i mål. Det har gått fint å få veiledning via mail og Skype. Reidar har alltid kommet med positive og konstruktive tilbakemeldinger, også når han syntes innholdet var tynt eller framdriften dårlig.

Så vil jeg takke informantene til denne studien. To lærere som lot meg komme inn i klasserommene deres med videokamera og opptaker, og to elevgrupper som var villige til å la seg bli filmet. Uten dere hadde ikke denne oppgaven latt seg gjennomføre. Tusen takk!

Utdanningsdirektoratet med sin støtteordning «Kompetanse for kvalitet», og min arbeidsgiver, Charlottenlund videregående skole, fortjener også en takk for at jeg har fått benytte meg av denne støtten. Jeg vil også takke mine kollegaer for faglige diskusjoner og inspirasjon.

Takk til søster Kari for korrekturlesing, og takk til Hege og Torfinn for lån av kamerautstyr.

Til slutt vil jeg takke familien min Kjersti, Guro og Vegard som har vært støttende og tålmodige, særlig det siste halvåret da skriveperioden har vært intens. Takk for at dere har

holdt styr på hus og hjem og dere selv, og en ekstra takk til Vegard for at du hele tiden har hatt troen på forskeren i meg. Du har gitt meg selvtilliten tilbake flere ganger i løpet av denne prosessen! Nå skal jeg vende tilbake til familien igjen, nå skal jeg bli med på fotballkamper og konserter, nå skal jeg bli med på skiturer og byturer, og nå skal jeg ikke studere mer i hele mitt liv!

Trondheim, 5. juni 2018

Torunn Sand Knotten

Sammendrag

Dette er en kvalitativ case-studie av omvendt undervisning i matematikk. Hensikten var å analysere den matematiske diskursen i slike klasserom med tanke på å si noe om nivået på diskursen og elevenes muligheter til å lære. Det er Sfards kommognitive læringsperspektiv som ligger til grunn for studien, og i dette perspektivet defineres læring som varig endring av diskurs.

Data er innhentet fra to grupper i Matematikk 1T i videregående skole, og det er gjort video- og lydopptak. Datamaterialet ble analysert i tråd med MDI (Mathematical Discourse in Instruction), og deretter drøftet opp mot teoretisk grunnlag og tidligere forskning.

Resultatene indikerer at endringene i diskurs hos elevene *kan* skje tidligere i omvendt undervisning enn i mer tradisjonell undervisning. Dette betinger at mulighetene som omvendt undervisning gir, utnyttes på riktig måte. Det viste seg at elevenes motivasjon og lærernes valg i undervisningssituasjonen hadde stor betydning for hvorvidt den omvendte undervisningen var effektiv.

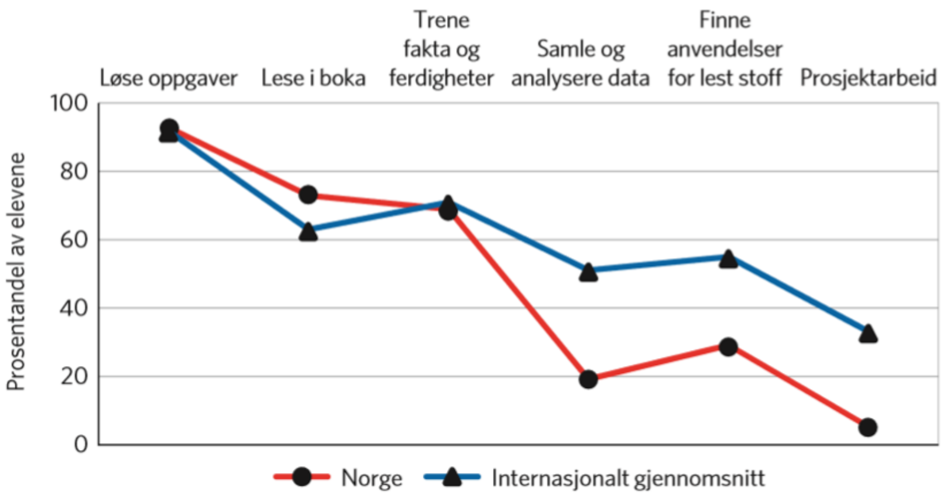
Innholdsfortegnelse

1. INNLEDNING

I de siste ti årene har det vært stort fokus på norske elevers dårlige resultater i matematikk. I 2015 fikk 41,6 % av elevene karakterene 1 eller 2 på matematikkeksamen i grunnskolen. Dette har bedret seg noe de to siste årene. For de praktiske matematikkfagene i videregående skole (1P og 2P), var denne andelen omtrent 50 % i 2017. Dette inspirerer en matematikklærer i videregående skole til å undersøke om det er noe med matematikkundervisningen som kan gjøres annerledes.

Borge m.fl. (2014) viser til internasjonale undersøkelser som TIMMS og PISA når de peker på at norske elevers prestasjoner ligger rundt gjennomsnittet, men at det er for få elever som presterer på høyt nivå. De hevder at norsk skole ikke makter å utfordre elevene nok. Rapporten deres sier ikke så mye om selve undervisningen i matematikk, men jeg velger likevel å ta med et sitat: «Det er stor enighet om at barn og unge skal lære matematikk, men mindre enighet om hva de skal lære og *hvordan* [egen kursiv] de skal lære det» (Borge m.fl., 2014, s. 6).

Grønmo, Hole og Onstad (2016) har analysert resultatene fra TIMMS Advanced for 2015. Dette er en internasjonal undersøkelse som blant annet ser på elevprestasjoner i matematikk R2. Forfatterne peker her på den samme tendensen som man fant for grunnskolen, nemlig at norske elever presterer rundt gjennomsnittet. Grønmo m.fl. har i tillegg til å se på resultatene også drøftet om motivasjon og lekser kunne ha betydning for elevenes prestasjoner. Når det gjaldt lekser kunne det se ut til at det på *klassenivå* var en positiv sammenheng mellom tid brukt på lekser og prestasjoner, mens hvis man gikk ned på *elevnivå* fant man en svak negativ sammenheng. Forfatterne sier derfor at det kan være like interessant å se på hvilke typer lekser som gis, og om det kan være noen sammenheng mellom type lekse og elevprestasjoner. I land som Russland og Libanon, som er land der elevene presterte vesentlig bedre enn norske, var det mer vanlig å gi lekser som «finne anvendelser av lært stoff» enn det var i Norge (Grønmo m.fl., 2016, s. 81). Figur1 illustrerer type av lekser som gis i Norge sammenlignet med andre land.



Figur 1: Typer lekser gitt i matematikk i Norge sammenlignet med internasjonalt gjennomsnitt. TIMMS Advanced 2015. (Grønmo m.fl., 2016 s. 82)

Ludvigsenutvalget la i 2015 fram sin rapport «Fremtidens skole. Fornyelse av fag og kompetanser» (Kunnskapsdepartementet, 2015). Utvalget har vurdert hvordan grunnopplæringen – ikke bare i matematikk – skal møte krav til kompetanse i fremtidig samfunns- og arbeidsliv. De har konkludert med at elevene vil trenge fire typer kompetanse: fagspesifikk kompetanse, kompetanse i å lære, kompetanse i å kommunisere, samhandle og delta, og kompetanse i å utforske og skape. Videre sier de at det sentrale poenget med kompetanse er anvendelse, det vil si å ha «kapasitet til å ta i bruk kunnskaper og ferdigheter til å mestre utfordringer og løse oppgaver» (Kunnskapsdepartementet, 2015, s. 10). Et viktig begrep i denne rapporten er *dybdelæring* som defineres som utvikling av helhetlig og varig forståelse innenfor et fag. Utvalget mener at dybdelæring er essensielt for at elevene skal kunne ta i bruk det de lærer på skolen senere i livet. Lærerne må derfor legge til rette for at dybdelæring kan skje, for eksempel gjennom å gi tilstrekkelig tid til fordypning og å gi elevene utfordringer på sitt nivå (Kunnskapsdepartementet, 2015, s. 74).

Med disse tilstandsbeskrivelsene og mål for fremtidens skole som inspirasjon, skal jeg i min masteroppgave studere omvendt undervisning i matematikk. Jeg vil se på om det er mulig å vurdere hvilken effekt denne undervisningsformen har på elevenes læring. Fokuset vil ligge de valgene læreren gjør i undervisningssituasjonen og på elevenes diskurs. Hvis det er mulig å dokumentere positiv effekt, kan man kanskje argumentere for at omvendt undervisning kan legge til rette for dybdelæring og derigjennom bedre elevresultater.

Undervisningsformen omvendt undervisning har vokst fram i løpet av 2000-tallet, og en av de første definisjonene finner vi hos Lage m.fl.: «Inverting the classroom means that events that have traditionally taken place inside the classroom now take place outside the classroom and vice versa» (Lage m.fl., 2000, s. 32). Kort forklart vil det si å flytte gjennomgang av nytt stoff *ut av* klasserommet, og gi dette som lekse i form av online videoleksjoner. Etter hvert har læringsaktivitetene *i* klasserommet fått en like stor betydning i begrepet omvendt undervisning, som det å flytte teorigjennomgangen ut. Dette understrekes av Bishop og Verleger (2013). De beskriver omvendt undervisning som en undervisningsmetode som består av to deler: interaktive læringsaktiviteter i grupper i klasserommet, og databasert individuell instruksjon utenfor klasserommet (Bishop & Verleger, 2013, s. 4). I nyere forskning brukes «flipped classroom» om denne undervisningsmetoden, men jeg velger å bruke den norske oversettelsen (omvendt undervisning) i denne oppgaven.

Det er flere syn på hvordan læring skjer og hvordan effekt av undervisning kan måles. I denne studien vil jeg legge Sfards kommognitive rammeverk til grunn (Sfard, 2008). Sfard sier at matematikk er en diskurs, og at læring skjer gjennom varig endring av diskurs. Det er derfor naturlig å ha elevens diskurs som analyseenhet, og jeg vil bruke verktøyet MDI (Mathematical Discourse in Instruction) utarbeidet av Adler og Ronda (2015) for å analysere denne diskursen.

Problemstillingen for oppgaven min er følgende:

> *Hva kan en analyse ved hjelp av MDI fortelle om nivået på den matematiske diskursen i klasserom med omvendt undervisning?*

Omvendt undervisning må kunne sies å være «i vinden» og det er gjort en god del forskning på metoden tidligere. Flere studier har undersøkt både læreres og elevers syn på undervisningsformen, samt forsøkt å måle læringsutbytte. Jeg vil komme tilbake til en oversikt over tidligere forskning i kapittel 2. I denne studien vil jeg ha fokus på hvordan lærerne faktisk underviser når de benytter omvendt undervisning, i tillegg til at jeg vil forsøke å si noe om hvilket nivå elevenes diskurs ligger på når undervisningen starter.

Som et ledd i å strukturere arbeidet har jeg delt problemstillingen opp i to forskningsspørsmål:

1. I hvilken grad er matematiske objekter individualisert hos elevene?
2. Hvordan påvirker lærernes valg i undervisningen elevenes muligheter for å lære?

Samtidig vil det være naturlig å reflektere rundt hvordan MDI fungerer som analyseverktøy for diskursen i omvendt undervisning.

For å svare på dette har jeg har observert undervisning i to forskjellige klasser, og gjort både video- og lydopptak av elevenes og lærerens diskurs. Diskursen ble så analysert ved hjelp av verktøyet MDI (Adler & Ronda, 2015).

En del nyere forskning har kritisert noe av arbeidet som har vært gjort tidligere, blant annet fordi det ikke har eksistert en entydig definisjon av begrepet (Bishop & Verleger, 2013; Abeysekera & Dawson, 2015). Dette kan gjøre det vanskelig å sammenligne forskningsresultater og bruke forskning til å utvikle undervisningen videre. Jeg vil i min studie legge Bishop og Verlegers (2013) definisjon til grunn.

I denne oppgaven vil jeg først ta for meg tidligere forskning på omvendt undervisning før jeg i kapittel tre forklarer Sfards kommognitive rammeverk samt Adler og Rondas MDI. Der vil jeg også beskrive hvordan disse to henger sammen. Metoden for studien beskrives i kapittel fire, før resultatene presenteres og diskuteres opp mot tidligere forskning og teori. Avslutningsvis forsøker jeg å konkludere og svare på forskningsspørsmålene mine, før jeg peker på mulige implikasjoner både for undervisning og forskning videre.

2. OMVENDT UNDERVISNING

I dette kapitlet vil jeg ta for meg bakgrunnen for omvendt undervisning og se på tidligere forskning om temaet. Selv om omvendt undervisning er en forholdsvis ny metode, begynner det å bli en del forskning på området. Min studie av omvendt undervisning har fokus på aktivitetene og samtalene i klasserommet. Dette har jeg som bakteppe når jeg har valgt ut hvilke sider ved tidligere forskning jeg vil trekke fram her. Ulike studier har hatt ulikt fokus, men jeg har konsentrert meg om forskning på hvilke læringsaktiviteter som brukes i og utenfor klasserommet. Jeg har også sett på noen studier av hvordan elevenes motivasjon og resultater påvirkes av omvendt undervisning. Til slutt i kapitlet tar jeg for meg noe av kritikken som har kommet mot tidligere forskning. Dette er for å vise hvordan min studie eventuelt kan dekke hull i forskningen så langt.

2.1 Bakgrunn

Lage m.fl. (2000) er blant de første som beskriver denne undervisningsformen. De rapporterer fra forsøk som ble gjort blant økonomistudenter ved universitetet i Miami, der hensikten var å gi en undervisning som var bedre tilpasset de ulike studentenes læringsstiler. Her ble det laget videoleksjoner av temaene i læreboka, men den gjeldende teknologien gjorde det ikke mulig for studentene å se disse via internett. Videoene kunne sees på universitetets data-lab, eller studentene kunne få laget egne kopier. Det var også mulig å se Power Point-presentasjoner med lyd på denne måten. Tiden på skolen ble brukt til å jobbe med økonomiske eksperimenter, slik at studentene kunne se hvordan de økonomiske prinsippene fungerte. Det ble gjennomført spørreundersøkelser for å kartlegge begge parters oppfatning av undervisningen. Disse viste at både studenter og lærere var mer fornøyd med omvendt undervisning enn med tradisjonelle forelesninger. Blant studentene var det noen som mente at de lærte mer av denne typen undervisning fordi den var kreativ og inspirerende. Andre sa at demonstrasjonene og gruppearbeidene hjalp dem til å forstå begrepene mye bedre enn en vanlig time ville ha gjort. Lærerne syntes at studentene virket mer motiverte og tok mer eierskap i sin egen læring. Det var også mer stimulerende å undervise faget på denne måten enn etter den tradisjonelle, blant annet fordi det skapte mer tid til én-til-én interaksjoner med studentene.

Det er likevel Bergmann og Sams som regnes som grunnleggerne av omvendt undervisning. De underviser i kjemi ved en high school i delstaten Colorado i USA. De erfarte at flere studenter var forhindret fra å være til stede i undervisningen, og de ble av den grunn interessert i å finne måter å gi disse studentene den undervisningen de hadde mistet. Løsningen ble å gjøre videoopptak av sine leksjoner og legge dem ut på internett. Etter hvert fant de ut at ikke bare de fraværende studentene benyttet seg av videoene, men også de som hadde vært til stede. Dette førte til at de kunne planlegge aktivitetene i klasserommet på en annen måte, og etter hvert «snudde» de klasserommet slik at hjemmearbeidet ble å se video med teorigjennomgang, og tiden på skolen ble brukt til elevaktiviteter, som f.eks. laboratorieøvelser (Bergmann & Sams, 2009).

2.2 Tidligere forskning

Blant de mest siterte publikasjonene om omvendt undervisning, er Bishop og Verlegers (2013) oversiktsstudie. De tar for seg bakgrunnen for den nye undervisningsmetoden og hvilket teoretisk grunnlag den bygger på, før de presenterer forskning som er gjort på området.

Ifølge Bishop og Verleger er det et teoretisk grunnlag med fokus på elevsentrert læring som legges til grunn når man vil begrunne (rettferdiggjøre) omvendt undervisning. Det vil si undervisningsformer der elevene er aktive i læringsprosessen, i motsetning til lærersentrert undervisning som har mer fokus på overføring av kunnskap og en passiv elevrolle.

Forfatterne Bishop og Verleger refererer til litteratur om læringsstiler, peer-assisted læring, samarbeidslæring, medvirkende læring, problembasert læring og aktiv læring. Enkelte av disse teoriene har sitt utspring i Piagets teorier om konstruktivisme og mentale skjema, mens andre bygger på Vygotskys sosiokulturelle læringssyn. Forfatterne understreker betydningen av disse elevsentrerte læringsteoriene når de hevder at uten disse teoriene eksisterer ikke det omvendte klasserom. Man må legge like stor vekt på de aktivitetene som foregår i klasserommet, som det at man flytter teorigjennomgangen fra klasserommet til en video.

Bishop og Verleger fant gjennom et litteratursøk 24 studier relatert til omvendt undervisning gjennomført fram til juni 2012. Av disse var det kun 11 som oppfylte forfatternes definisjon av omvendt undervisning når det gjaldt hva som skal foregå i og utenfor klasserommet. Enkelte studier hadde ikke videoleksjoner som lekse, kun tradisjonell leselekse. Andre hadde teorigjennomgang som den viktigste aktiviteten i klasserommet, og lite eller ingen smågruppe-aktiviteter. Likevel presenteres alle 24 studiene i Bishop og Verlegers oversikt, og de trekker fram eksempler både fra de «godkjente» og de «ikke-godkjente». De fleste studiene undersøkte elevenes oppfatninger av undervisningsmetoden. Resultatene var i hovedsak positive, både blant elever og lærere. Generelt ser det ut til at de fleste elever foretrekker personlige forelesninger fremfor videoforelesninger, men at de liker interaktive klasseromsaktiviteter bedre enn tradisjonell undervisning. Dette stemmer med det Lage m.fl. fant ut i sin studie. Forfatterne oppsummerer med at det så langt (2012) har vært lite forskning på elevenes læringsutbytte. Av de 24 studiene som arbeidet deres startet med, var det kun to studier som målte elevenes resultater. Den ene studien ble gjennomført av Moravec m.fl. (Moravec m.fl., 2010 i Bishop og Verleger, 2013). De prøvde ut omvendt undervisning i tre leksjoner i biologi. Selv om elevene gjorde det bedre på eksamensspørsmål relatert til emnene som ble undervist på denne måten, understreker forfatterne at forsøksperioden var veldig kort, og det ble undervist tradisjonelt både før og etter forsøket. Den andre studien gikk gjennom et helt semester, og ble utført av Day og Foley (Day & Foley, 2006, i Bishop og Verleger, 2013). De hadde både en eksperimentgruppe og en kontrollgruppe, og fant at elevene som hadde fått omvendt undervisning fikk signifikant bedre resultater enn kontrollgruppa.

I en av studiene som Bishop og Verleger analyserte sammenlignet Strayer (2012) omvendt undervisning med tradisjonell undervisning i to statistikkurs ved samme universitet i USA. Han ville finne ut hvordan omvendt undervisning påvirket samarbeid, innovasjon og fokus på arbeidsoppgaver (task orientation). Han fant at studentene så verdien i å lære av hverandre, og at de både ønsket og erfarte mer innovasjon i klasserommet. Når det gjaldt fokus på arbeidsoppgaver, var dette høyere i det tradisjonelle klasserommet. Strayer antar at det tradisjonelle klasserommet er mer forutsigbart for studentene (Strayer, 2012, s. 190).

I en nyere oversiktsartikkel har Lo og Hew (2017a) analysert 15 studier som er foretatt på omvendt undervisning i K-12 education, noe som tilsvarer grunnskole og videregående skole i Norge. I tillegg til å undersøke elevenes holdninger til omvendt undervisning, fokuserte Lo og Hew på hvilke læringsaktiviteter som ble brukt og hvilken effekt den omvendte undervisningen hadde på elevenes læring. De så også på hvilke utfordringer som kan oppstå ved å bruke omvendt undervisning, og hvordan kan vi utforme omvendt undervisning slik at vi møter disse utfordringene.

Lo og Hew organiserte sine funn om læringsaktiviteter i tre hovedkategorier: Aktiviteter som fant sted før undervisning, aktiviteter i klasserommet og aktiviteter som foregikk etter undervisning. Alle de 15 studiene hadde videoleksjon som før-aktivitet, så resultatene som presenteres som før-aktiviter kommer i tillegg. Den aktiviteten som forekommer oftest i klasserommet er smågruppe-aktiviteter. Dette finner man i 11 av studiene. Deretter følger «kort tilbakeblikk» i åtte studier og «individuelt arbeid» i seks studier. Smågruppe-aktiviteter som nevnes er diskusjoner, problemløsning og «hands-on»-aktiviteter.

Forfatterne har også undersøkt forskning på elevenes resultater. Da fokuserte de på sammenligningsstudier som involverte minst én gruppe som fikk omvendt undervisning og minst én gruppe med tradisjonell undervisning. Det var i alt ni av studiene som inneholdt et slikt eksperimentelt design. Dette viser at fokuset i forskningen på omvendt undervisning er noe endret siden Bishop og Verleger la fram sin oversiktsstudie i 2013. I nyere forskning er det lagt mer vekt på effekten av metoden enn tidligere, da mange studier så på holdninger blant elever og lærere.

I fem av de ni sammenligningsstudiene rapporterte man at elevenes resultater hadde blitt bedre enn hos de elevene som fikk tradisjonell undervisning. Dette gjelder blant annet Bhagat m. fl. (2016) som har undersøkt hvilken effekt omvendt undervisning har på elevenes resultater og motivasjon. Studien sammenlikner to elevgrupper i high-school i Taiwan som fikk undervisning i trigonometri. Den ene gruppen fikk omvendt undervisning og den andre fikk tradisjonell. Begge gruppene gjennomgikk en pre-test og en post-test. Funnene viser at både læringsresultater og motivasjon var større i den gruppen som fikk omvendt undervisning. (Bhagat m. fl., 2016, s. 134). Forfatterne mener at dette blant annet kan henge sammen med at elevene fikk mer oppmerksomhet fra læreren i denne gruppen (Bhagat m. fl., 2016, s. 140). Dette førte også til at elever med svake resultater gjorde det bedre i gruppen med omvendt undervisning. Forfatterne hevder også at ettersom mange elever i high-school er lavt presterende, bør resultatene fra denne studien være et bevis på at elevsentrert undervisning fungerer bedre enn lærersentrert undervisning (Bhagat m. fl., 2016, s. 140).

Clark (2015) gjennomførte en sammenligningsstudie med to klasser der elevene var i alderen 13–15 år. Formålet var å sammenligne engasjement og resultater i tradisjonell og omvendt undervisning. Clark benyttet seg av både kvantitative og kvalitative data for å måle dette. Elevene svarte på en spørreundersøkelse før og etter forsøksperioden. I tillegg gjennomførte de en test som læreren hadde utarbeidet. Det ble også foretatt intervju av elever, både individuelt og i fokusgrupper, og forskeren førte journal for hver dag. Intervjuene viste at elevene som fikk omvendt undervisning opplevde at de ble mer engasjert og deltakende i undervisningen enn de hadde vært tidligere. Det var også mer kommunikasjon og samarbeid mellom elevene, noe som én elev mente bidro til å øke både hans forståelse og selvtillit. I tillegg ble det en bedre utnyttelse av tiden i klasserommet, og kvaliteten på teorigjennomgangen ble bedre. Lærerne fikk tid til å snakke med alle elevene i løpet av en time (Clark, 2015, s. 106).

Forskningen viser også at elevene generelt sett er fornøyd med undervisningsformen. En av grunnene til det, mener Lo og Hew (2017a), er at omvendt undervisning fører til økt interaksjon mellom elever og lærer og mellom elever. Det blir også større muligheter til å bruke kunnskap til å løse nye og vanskelige problemer (Lo & Hew, 2017a, s. 10).

Vi ser at mange av de nyere studiene i Lo og Hew (2017b) sin oversikt har tatt for seg det Bishop og Verleger (2013) etterspurte, nemlig forskning på elevenes læringsutbytte. Det kan imidlertid ikke trekkes noen entydig konklusjon om at resultatene blir bedre, da ulike studier har hatt ulike funn.

2.3 Kritikk av tidligere forskning

Oversiktsstudiene til Bishop og Verleger (2013) og Lo og Hew (2017a) gir et bilde på hva som har vært gjort av forskning på omvendt undervisning de siste årene. Der Bishop og Verleger analyserte 24 studier som omhandlet alle trinn fra grunnskole til høyere utdanning i 2012, kunne Lo og Hew vise til 17 studier kun på K-12 education i 2017. Dette antyder at det har vært en økning i forskningen i løpet av de årene. Oversiktsstudiene viser også at fokuset har dreid noe fra å studere holdninger til å se på effekt og resultater. Det er likevel viktig å se på noe av kritikken som har kommet til tidligere forskning, og forslag til forbedringer.

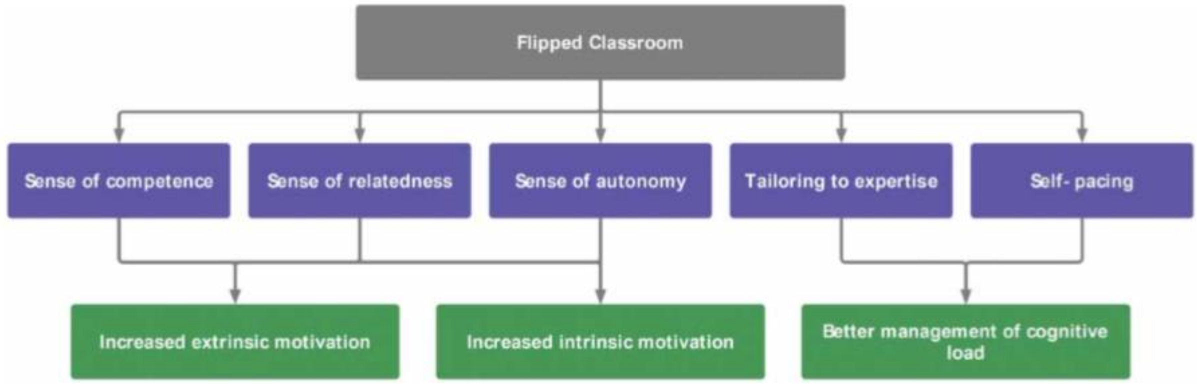
Abeysekera og Dawson (2015) hevder at til tross for at omvendt undervisning har blitt en populær metode og at det foreligger mye forskning, er det fortsatt få beviser for hvor effektiv metoden er. Det er også liten grad av enighet (konsensus) om hva omvendt undervisning egentlig er. Abeysekera og Dawson hevder også at det er få studier som har undersøkt undervisningsmetoden gjennom et «pedagogisk mikroskop». Med det mener de at mange studier har fokus på metoden i seg selv, og hvorvidt den fører til bedre resultater og hvilke holdninger elever og lærere har til den. Forfatterne sier at det er liten forskning som tar utgangspunkt i pedagogisk teori, og som ser på om omvendt undervisning er en metode som støttes av teorien. I sin artikkel presenterer de derfor en definisjon som oppsummerer eller favner om de tidligere definisjonene. De kommer også med forslag til hvordan omvendt undervisning kan knyttes til pedagogiske teorier, noe de mener kan danne utgangspunkt for videre forskning.

Forfatterne definerer omvendt undervisning til å være

> en mengde pedagogiske tilnærminger som 1) flytter informasjonsoverføring ut av klasserommet, 2) bruker tiden i klasserommet til læringsaktiviteter som er aktive og sosiale, og 3) krever at elevene fullfører før- og etter-time aktiviteter for å ha fullt utbytte av arbeidet i klasserommet (Abeysekera & Dawson, 2015, s. 3).

De pedagogiske teoriene de legger til grunn i studien er SDT (self-determining theory) og CLT (cognitive load theory). Abeysekera og Dawson (2015) sier at suksessen ved omvendt undervisning avhenger av at elevene gjør det arbeidet som forventes av dem utenfor klasserommet, og at de har en motivasjon til å gjøre dette. SDT er en pedagogisk teori som har fokus på elevenes motivasjon, og hvordan motivasjon påvirker individuelle resultater. SDT legger vekt på at motivasjon et resultat av læringsmiljøet elevene befinner seg i, og at dette miljøet enten kan fremme eller hindre følelsen av tilfredsstillelse av kognitive behov. Ifølge SDT finnes det tre universelle grunnleggende kognitive behov: kompetanse, autonomi og slektskap/tilhørighet. Forfatterne støtter seg på tidligere forskning og litteratur når de argumenterer for at omvendt undervisning sannsynligvis vil tilfredsstille elevenes kognitive behov, og dermed øke både deres indre og ytre motivasjon. Teorien CLT går i korte trekk ut på at mennesket har et begrenset arbeidsminne, og at dette kan blir overbelastet («loaded»). Forfatterne hevder at omvendt undervisning kan gi muligheter for å håndtere denne belastningen, og dermed gi økt læring. Dette kan skje gjennom elevenes muligheter til selv å styre tempoet i teoretisk gjennomgang, og ved at læreren i større grad kan tilpasse opplæringen til hver enkelt.

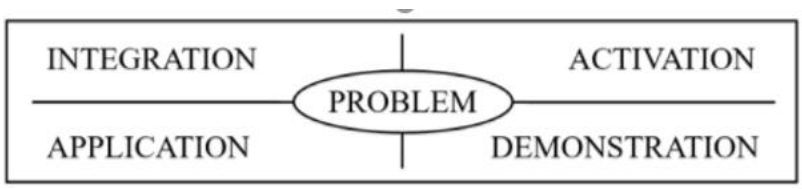
Abeysekera og Dawson (2015) oppsummerer med en modell de mener kan danne utgangspunkt for videre forskning på omvendt undervisning. De ser på modellen som en serie spørsmål som bør undersøkes, og kanskje kan man få svar på om omvendt undervisning faktisk fører til økt motivasjon og bedre håndtering av kognitiv belastning.



Figur 2: En teoretisk modell for omvendt undervisning (Abeysekera & Dawson, 2015, s. 10)

Avslutningsvis foreslår Abeysekera og Dawson (2015) noen forskningsmetoder som kan benyttes: små-skala intervensjoner som inkluderer eksperimentelle studier, metastudier eller oversikter i større skala, og kvalitativt arbeid innenfor elevens læring og engasjement. Uansett hva slags forskning man foretar, er det viktig å bruke en entydig definisjon av omvendt undervisning, påpeker de. De støtter seg til slutt på Pawson (2006), når de sier at vi må passe på så vi ikke ender opp med policy-baserte bevis i vår vei mot en bevis-basert policy (Abeysekera & Dawson, 2015, s. 12).

To andre forfattere som foreslår forbedringer i forskningsmetodene, er Lo og Hew (2017b). De peker på at mye av forskningen som er gjort tidligere kun har sett på forventede gevinster av omvendt undervisning, som økt motivasjon og bedre resultater. Studiene har ikke definert eller undersøkt prinsippene bak omvendt undervisning, og det har heller ikke vært brukt noe konseptuelt rammeverk. Deres studie hadde som formål å teste ut en designteori kalt «First principles of instruction» (Merill, 2002 i Lo & Hew, 2017b):



Figur 3: Merill's (2002) First Principles of Instruction, (Lo & Hew, 2017b, s. 223)

Merill hevdet at læring fremmes ved at ny kunnskap blir demonstrert for eleven, ved at gammel kunnskap aktiveres for å danne grunnlag for ny kunnskap og ved at ny kunnskap integreres i elevens verden og dermed anvendes av eleven til å løse problemer (referert i Lo &

Hew, 2017b). Modellen ovenfor illustrerer disse prinsippene. Lo og Hew (2017b) bruker begrepet «faser» i stedet for «prinsipper» når de beskriver hvordan modellen brukes som teoretisk rammeverk for omvendt undervisning.

I sin studie testet Lo og Hew (2017b) ut dette designet på to grupper av elever i ungdomstrinnet (secondary school) i Hong Kong (elever mellom 12 og 15 år). Den ene gruppen bestod av lavtpresterende elever, mens i den andre gruppen var elevene høytpresterende. Forfatterne ville finne ut i hvilken grad omvendt undervisning påvirket læringen til disse elevgruppene, hvilken oppfatning elever og lærere hadde til undervisningsmetoden, og hvordan designet og undervisningsmetoden kunne forbedres.

De flyttet fasene aktivering, demonstrasjon og anvendelse ut av klasserommet i form av videoleksjoner og online arbeidsoppgaver. Det var likevel behov for noe aktivering og anvendelse i klasserommet, men det meste av tiden kunne brukes på integrering; å diskutere og løse virkelighetsnære problemer i grupper.

Lo og Hew (2017b) fant at omvendt undervisning etter disse prinsippene hadde positiv påvirkning på læringen i begge gruppene. Læreren så nytten av å flytte noen faser ut av klasserommet, da dette gav muligheter for bedre tilpasset undervisning. Det var blant annet ikke alle elever som hadde like stort behov for aktivering og demonstrasjon. Spørsmålene elevene skulle svare på i forkant, var til hjelp for lærerens forberedelser til timen. Samtidig var han usikker på om alle elevene svarte seriøst på spørsmålene. Det var også noen elever som gjorde forarbeidet til timen veldig lenge før, slik at de hadde glemt det de hadde lært når de kom til time. Begge elevgruppene var positive til undervisningsformen. De fremhevet muligheten til å lære i sitt eget tempo. For de underpresterende elevene dreide det seg om å kunne se videoene flere ganger, mens den andre gruppa satte pris på å kunne hoppe over gjennomgang som de ikke fant nødvendig. Nesten alle elevene var positive til samarbeidet med læringspartnere, men de savnet muligheten til å kunne stille spørsmål til læreren når gjennomgangen foregikk på video. De ønsket derfor et «sted» til dette.

Lo og Hew (2017b) oppsummerer sine funn med anbefalinger både når det gjelder planlegging av hele kurs, og hvordan man kan lære utenfor og i klasserommet. De sier blant annet at tiden i klasserommet bør starte med en kort oppsummering av viktige begreper fra videoen. Videre bør det legges til rette for samarbeid, og læreren må designe problemløsningsoppgaver på ulike nivå. Elevene må få velge den læringsaktiviteten de selv føler behov for. Resultatene fra Lo og Hew sin studie viser at lavtpresterende elever gjerne ønsker basisoppgaver for å trene på ferdigheter, mens de høytpresterende ønsker utfordrende problemer. De konkluderer med at omvendt undervisning ikke uten videre fører til tilpasset undervisning. Lo og Hew sier at vanskegraden til og mengden av læringsmateriale som tilbys, må stå i samsvar til mulighetene og behovene til elevene i gruppa (Lo & Hew, 2017b).

Selv om forfatterne presenterer positive resultater for læring for både lavt- og høytpresterende elever, peker de på en del begrensninger ved sin studie både når det gjelder testene, utvalget, tidsrammen og det at de ikke hadde kontrollgrupper.

2.4 Oppsummering av tidligere forskning

Det eksisterer en god del forskning både på holdninger til omvendt undervisning og effekten av undervisningsmetoden. Mange studier er eksperimentelle, det vil si at en lærer «flipper» undervisningen for én gruppe eller for en begrenset periode. I enkelte av disse studiene opererer man med kontrollgrupper, men det gjelder ikke alle. Det etterlyses at man ser mer på omvendt undervisning gjennom en pedagogisk linse, eller at man benytter et konseptuelt rammeverk ved planlegging av omvendt undervisning. Min studie vil forsøke å svare på noe av dette.

3. TEORIGRUNNLAG

Det teoretiske grunnlaget for min studie, er Anna Sfards kommognitive læringssyn der eleven betraktes som deltaker i en diskurs (Sfard, 2008). Målet for studien er å kunne si noe om nivået på elevenes diskurs i klasserom med omvendt undervisning. For å måle nivået skal jeg analysere i hvilken grad elevene har individualisert matematiske objekter. Jeg vil derfor i dette kapitlet gjøre rede for begrepene matematisk diskurs, matematisk objekt og individualisering. I tillegg skal jeg i studien se på hvordan det legges til rette for at elevene skal kunne utvide sin diskurs. Det er derfor nødvendig å forklare noe av teorien rundt dette.

Etter at jeg har tatt for meg disse utdragene fra Sfards teori, vil jeg gå inn på rammeverket MDI (Mathematical Discourse in Instruction) som jeg skal bruke for å strukturere analysen av diskursen. MDI er utviklet av Adler og Ronda (2015), blant annet med utgangspunkt i Sfards teori. Jeg skal forklare prinsippene i MDI og hvordan rammeverket brukes til analyse. Jeg går også inn på hvordan kategoriene i MDI kan knyttes sammen med Sfards teorier, slik at det kommer tydelig fram hvordan bruk av MDI kan hjelpe meg å svare på forskningsspørsmålene mine.

3.1 Matematikk som diskurs – Anna Sfard

Anna Sfard er professor ved universitetet i Haifa, og har forsket på undervisning og læring i matematikk i flere tiår. I sin bok «Thinking As Communicating» (Sfard, 2008), oppsummerer hun sin forskning og presenterer en teori om læring som ofte omtales ved ett av kjernebegrepene i teorien: kommognisjon. Dette begrepet er konstruert av Sfard selv, og det er en sammensmelting av ordene *kommunikasjon* og *kognisjon*. Hennes kommognitive rammeverk bygger på antakelsen om at tenking er en form for kommunikasjon (kommunikasjon med seg selv), og at å lære matematikk er ensbetydende med å utvikle egen diskurs (Sfard, 2007). Jeg vil her ta for meg de delene av Sfards teori som jeg vil bruke i analysen og diskusjonen i studien.

3.1.1 To læringsmetaforer

Det er flere syn på hvordan læring skjer. Ifølge Sfard finnes det to metaforer som beskriver læring: tilegnelsesmetaforen og deltakermetaforen. Når man sier at læring skjer gjennom tilegnelse, ser man på kunnskap som en eksisterende enhet som kan overføres til andre; læring blir dermed noe den lærende skal tilegne seg. Behaviorisme, som var det rådende læringssynet fram til starten av 1900-tallet, er et eksempel på tilegnelsesperspektivet. Ifølge Lo og Hew (2017b) gjelder behaviorismen fortsatt i mange asiatiske skoler. En del asiatiske lærere mener at direkte demonstrasjon er en effektiv måte å «overlevere» ny kunnskap til elever. Metaforen er også gjeldende innenfor kognitivisme, der man mener at hjernen lagrer kunnskap i mentale skjema. Den som lærer sees på som en som mottar og bearbeider informasjon, og denne informasjonen overføres til egne erfaringer og tankesett. Likevel mener man at kunnskap er «en ting» som allerede finnes. Dette var blant annet Piagets syn på læring.

Den andre hovedsynet på læring er at det skjer gjennom deltakelse. Dette bygger på Vygotskys sosiokulturelle læringssyn: «Uansett hva man kaller det som læres (kunnskap, begrep), så refererer det til kulturelt produserte og konstant modifiserte resultater av felles menneskelig innsats» (Sfard, 2008, s. 77. Forfatters oversettelse). Lave og Wenger støtter seg på Vygotsky når de sier at læring må betraktes som *legitim perifer deltakelse* i sosialt organiserte aktiviteter. Den lærende skal ikke lenger sees på som en «aquirer of goods», men heller som en begynnende deltaker som prøver å få tilgang til en veldefinert historisk etablert form for menneskelig aktivitet (Lave & Wenger, 1991, nevnt i Sfard, 2008, s. 78)

Sfard tar utgangspunkt i Vygotskys teorier og Wittgensteins filosofi om språk, når hun utvikler sitt rammeverk. Wittgenstein definerte *meningen* ved et ord til å være «ordets bruk i språket», og sa dermed at mening kan variere ut fra kontekst. Han sa også at *å forstå* er å vite hvordan man skal gå videre (Sfard, 2008, s. 273). Med dette utgangspunktet sier Sfard at matematikk er en *diskurs*, og at å lære matematikk handler om å bli i stand til å delta i denne diskursen (Sfard, 2016). I sin kommognitive læringsteori, definerer hun *læring* som varig endring av diskurs.

3.1.2 Matematikk som diskurs

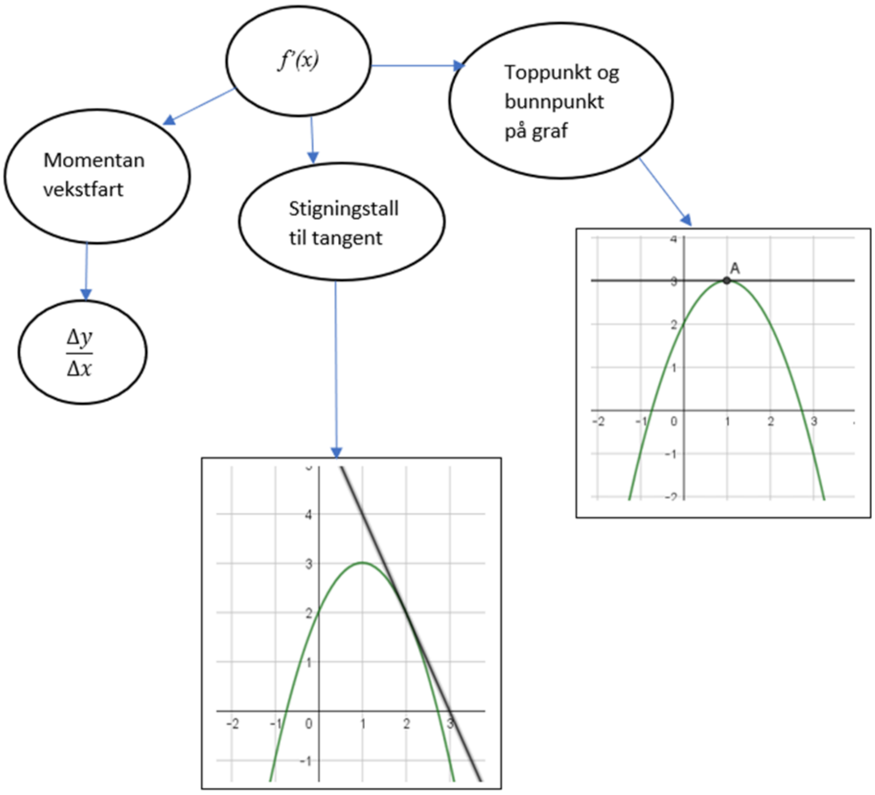
Sfard definerer *diskurs* som «en type kommunikasjon (og dermed kommognisjon) som samler noen individer samtidig som den utelater andre» (Sfard, 2008, s. 91). Hun utdyper senere dette til «Hva mennesker sier, viser og skriver» (Sfard, 2016, s. 2), der hun også sier at matematikk er en bestemt, veldefinert form for kommunikasjon. Når vi skal skille diskurser fra hverandre, er det mest naturlig å se på hvilke objekter diskursene handler om. En matematisk diskurs er diskurs om matematiske objekter (Sfard, 2008), for eksempel tall, mengder, funksjoner og geometriske former. Jeg vil komme nærmere tilbake til matematiske objekter senere i dette kapitlet.

Sfard sier videre at diskurser identifiseres gjennom ordbruk, visuelle mediatorer, rutiner og bekreftede narrativer (Sfard, 2008, s. 133). I matematikk kommuniseres det om ord som beskriver mengder og form. Visuelle mediatorer er visuelle objekter som er en del av kommunikasjonen. Det som er spesielt med visuelle mediatorer i matematisk diskurs, er at de ikke er «bilder» av materielle gjenstander, men symbolske artefakter som for eksempel algebraisk notasjon som x^2 og $f'(x)$, eller grafer og diagrammer. Et narrativ er en setning som beskriver selve objektet, relasjoner mellom objekter eller prosesser med objekter, for eksempel definisjoner og teoremer. Rutiner er gjentatte handlinger som utføres etter gitte mønstre. Det kan dreie seg om å utføre prosesser på en bestemt måte eller å komme fram til sannheter (regler) om matematiske objekter. I min studie er det diskurselementene ordbruk og rutiner som står mest sentralt.

Matematiske objekter

Et *matematisk objekt* er et abstrakt, diskursivt objekt med distinkte matematiske «signifiers». (Sfard, 2008, s. 172). Begrepene i denne definisjonen krever en forklaring. Alle objekter er enten primære eller diskursive ifølge Sfard (s. 169). Et primærobjekt er noe konkret som kan sees, berøres eller høres. Fysiske gjenstander eller bilder av geometriske figurer eller grafer er eksempler på dette. Det er mulig for et barn å se en sirkel eller leke med en ball uten å vite at disse primærobjektene har et navn.

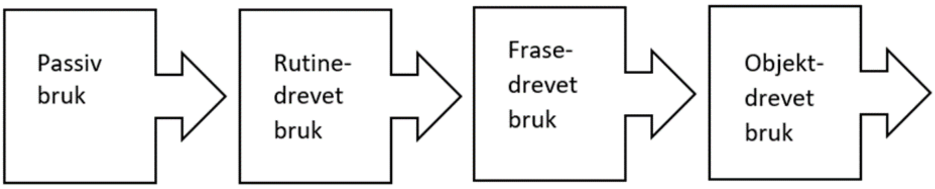
Sfard definerer *diskursivt objekt* på denne måten: «Det diskursive objektet betegnet ved S (eller objektet S) i en gitt diskurs om S, er realisasjonstreet til S innenfor diskursen». (Sfard, 2008 s. 166. Forfatters oversettelse). Som nevnt er en visuell mediator noe som gir oss «bilder» av det objektet vi snakker om. En realisasjon er et annet ord for et slikt «bilde». Sfard bruker ordet «signifier» om ord eller symboler som fungerer som substantiv. En «signifier» kan for eksempel være *f'(x)*, som er en etablert skrivemåte for den deriverte av funksjonen *f* med hensyn på *x*. En «signifier» kan ha flere realisasjoner. For *f'(x)* kan dette være det algebraiske uttrykket, grafen til funksjonen med tilhørende tangent, grafen til den deriverte eller en tallverdi for den momentane vekstfarten i et punkt. En samling av flere realisasjoner knyttet til samme «signifier», kalles et *realisasjonstre*. Slike realisasjonstrær er personlige, det vil si at det kan variere fra elev til elev hvilke bilder han knytter til ulike objekter.



Figur 4: Eksempel på realisasjonstre til f'(x)

Å «ha» et matematisk objekt, betyr å være i stand til å realisere dette ordet ved hjelp av andre matematiske ord og mediatorer (Sfard, 2016, s. 5). Å utvikle denne egenskapen burde være hovedfokuset innenfor opplæring i skolen, sier hun videre. Når man «har» et matematisk objekt, kan vi også si at objektet er *individualisert*.

Målet for skolematematikken er ifølge Sfard at elevene skal kunne delta flytende i en matematisk diskurs (Sfard, 2008, s. 148). Det innebærer å objektivisere nye begreper slik de får sine egne realisasjonstrær, og å kunne forflytte seg mellom forskjellige realisasjonstrær fordi man vil løse nye matematiske problemer. Sfard deler opp prosessen med å individualisere nye begreper i fire faser: passiv bruk, rutinedrevet bruk, frasedrevet bruk og objektdrevet bruk av nye ord. Denne figuren illustrerer stegene i prosessen:



Figur 5: Fire-stegs modell for utvikling av ordbruk (Sfard, 2008, s. 182. Egen oversettelse).

Passiv bruk vil si at man kan utføre korrekte handlinger knyttet til ordet uten at man bruker det selv. Hvis man bruker ordet aktivt, men bare som en del av en pågående diskurs, kalles det rutinedrevet bruk. Neste fase er at man kan bruke ordet naturlig i hele setninger (fraser). Til slutt lever det nye ordet sitt eget liv som et substantiv. Det knyttes nå til et unikt realisasjonstre, og vi sier at bruken av ordet er objektdrevet (Sfard, 2008, s. 182). Hun sier videre at et opplagt spørsmål nå blir hvordan en fersk «matematist» kan hjelpes med sin objektkonstruksjon. En deltaker i matematisk diskurs er en «matematist» ifølge Sfard.

Rutiner

Den matematiske diskursen i klasserommet foregår etter bestemte mønstre, og Sfard omtaler disse mønstrene som rutiner. En rutine er en mengde metaregler som beskriver *hvordan* og *når* handlingene i diskursen skal utføres (Sfard, 2008 s. 208). Et eksempel på en «hvordan»-rutine kan være prosedyren for hvordan vi deriverer en polynomfunksjon. Reglene om «når» forteller oss når en diskursiv handling er anvendbar, for eksempel når det er aktuelt å derivere en funksjon for å løse et problem.

De diskursive rutinene kan deles inn i tre nivå, alt etter hva slags oppgave de utretter: utforsking, gjøremål og ritualer (Sfard, 2008). Ritualer utføres for å knytte sosiale bånd med andre. I klasserommet kan det være med læreren eller med medelever. Elever svarer slik de forventer at læreren vil, eller de jobber med oppgaver fordi læreren har sagt det. De er fornøyde hvis de får positiv respons fra læreren eller hvis de får riktig svar på oppgaven. Målet med å delta i den matematiske diskursen er ikke å lære noe nytt, men å være en del av fellesskapet. Ritualisering er det laveste nivået i diskursen. Gjøremål har som formål å skape forandringer i konkrete objekter. Det kan for eksempel være å dele et visst pengebeløp på en viss mengde personer. Det øverste diskursnivået er utforsking. En rutine teller som utforsking når man ender opp med et bekreftet narrativ når rutinen er ferdig utført. Eksempler på slike narrativer kan være teorier, aksiomer og teoremer, men det å løse en likning eller derivere uttrykk er også utforsking. Litt forenklet kan vi si at ritualer handler om å gjøre, mens gjøremål og utforsking handler om å kunne eller vite.

For at elevene skal kunne individualisere matematiske objekter, må diskursen bestå av utforsking - ikke ritualer - men det er ikke realistisk å tro at en elev vil tre rett inn i utforskende rutiner når han møter en ny diskurs. Når en elev skal lære rutiner knyttet til nye matematiske objekter, skjer læringen best gjennom interaksjon med andre som allerede er på «innsiden» i diskursen, altså læreren (Sfard, 2008). De første diskursive rutinene knyttet til et nytt objekt, er gjerne ritualer, og Sfard sier at det er naturlig – eller nødvendig – å gå inn i en ny diskurs ved å herme etter erfarne diskursdeltakere (Sfard, 2008, s. 250). Forhåpentligvis vil en elev som utfører ritualer (hermer) begynne å fundere på hva som er årsaken til at han skal gjøre akkurat slik. Denne økte nysgjerrigheten vil gradvis føre til mindre ritualisering og mer utforsking. En elev som har gått fra ritualisering (en hvordan-rutine) til utforsking (når-rutine), har individualisert objektet. Først da kan vi si at han er en fullverdig deltaker i diskursen. Det må derfor være målet for opplæringen at så mange elever som mulig tar steget fra ritualisering til utforsking, men ikke alle er i stand til dette på egen hånd. Sfard hevder at suksess i læring er avhengig av hvilke læringsmuligheter eleven møter i klasserommet (Sfard 2016, s. 6). Hun sier at så lenge undervisningen fokuserer på hvordan i stedet for når, vil diskursen mest sannsynlig ende opp med ritualer i stedet for utforsking (Sfard, 2008). Lærere kan støtte elevene i overgangen fra ritualisert til utforskende diskurs på to måter: enten ved å modellere (demonstrere) en utforskende diskurs eller ved å oppmuntre til slik diskurs gjennom pedagogiske valg (Sfard, 2016). Med omvendt undervisning kan deler av individualiseringen starte før elevene er i klasserommet. Det er mulig å legge opp videoene slik at de inneholder både teorigjennomgang og korte, ritualpregede oppgaver. Dermed kan man bruke kortere tid på ritualer i klasserommet og komme raskere over i utforsking.

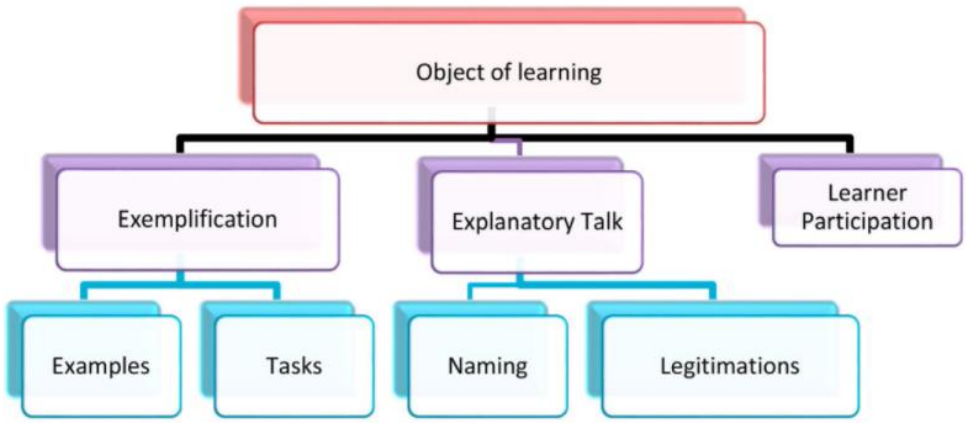
3.2 Mathematical discourse in instruction (MDI)

MDI (Mathematical discourse in instruction) er et rammeverk utarbeidet av Adler og Ronda (2014) for å analysere læreres diskurs i instruksjon (undervisning). I denne delen vil jeg beskrive dette rammeverket, hvordan forfatterne skiller mellom ulike komponenter i undervisningen og hvilke kategorier de har definert for å analysere de ulike komponentene. Jeg vil også vise hvordan disse komponentene og kategoriene innenfor MDI henger sammen med Sfards teori som jeg har beskrevet ovenfor, dette for å begrunne hvorfor jeg har valgt MDI som analyseverktøy. MDI-verktøyet er et resultat av flere forskningsprosjekter om matematikkundervisning i Sør-Afrika på 2000-tallet. Målet for forskningen har vært å forsterke elevenes muligheter til å lære matematikk, og rammeverket belyser den matematikken elevene gis mulighet til å lære. Teoretisk sett plasserer Adler og Ronda MDI-verktøyet i et sosiokulturelt perspektiv, der vi blant annet finner Vygotsky og Sfard.

MDI karakteriseres ved fire samhandlende (interacting) komponenter som en undervisningstime i matematikk typisk består av: et objekt som skal læres, eksemplifisering, forklarende tale og elevdeltakelse (Adler & Ronda, 2015). Disse fire komponentene er en videreføring av Adler og Rondas tidligere «tre kjerneelementer ved matematisk pedagogikk»: Det som skal læres må *presenteres* på en eller annen form. Etter at objektet for læring er presentert, følger *refleksjon* omkring objektet før refleksjonen opphører og *mening* dannes. (Adler & Ronda, 2014, s. 2). Her kjenner vi igjen elementer fra Sfards teori om matematiske objekter, og at de rutinene som foregår i klasserommet skal ha som formål at objektet individualiseres. Jeg vil i det følgende utdype de fire komponentene nevnt innledningsvis.

3.2.1 Objektet for læring

Utgangspunktet er at all læring er om *noe*. Det finnes et objekt som skal læres i enhver matematikktime, og dette må presenteres. Ettersom matematiske objekter er diskursive og abstrakte (Sfard, 2008), blir de presentert ved en representasjon – ikke «tingen» i seg selv. Læreren må fokusere på å få fram hva objektet er (hva elevene skal kunne) og hva elevene skal være i stand til å gjøre med objektet. Den refleksjonen som skjer fra objektet er presentert til det har en mening hos eleven, beskrives av Adler og Ronda som et utvalg av kulturelle verktøy som eksempler og oppgaver, ordbruk og sosiale interaksjoner (Adler & Ronda, 2015, s. 2). Figuren nedenfor illustrerer de fire komponentene og sammenhengen mellom dem:



Figur 6: Elementer i MDI og sammenhengen mellom dem (Adler & Ronda, 2015, s. 3)

3.2.2 Eksemplifisering

Adler og Ronda viser til Bills m. fl. (2006) som sier at det er nødvendig med mer forskning på rekkefølgen i eksempler, og variasjonen gjennom en eksempelsekvens. De bruker Zodik og Zaslavskys definisjon som sier at et eksempel er «et bestemt tilfelle fra en større helhet, som man kan generalisere fra» (Adler & Ronda, 2015, s. 3. egen oversettelse).

Forfatterne vil vise hvordan eksempler akkumulerer slik at objektet for læring kommer i fokus for elevene. De vil også se om eksemplene fører til generalisering. For å analysere eksempelbruk, bruker Adler og Ronda elementer av variasjonsteori av Marton og Pang (2006) og Marton og Tsui (2004). Variasjonsteori bygger på at vi kan skille ut én egenskap ved et objekt og la den egenskapen variere, mens andre egenskaper holdes konstant (Adler & Ronda, 2014). Da vil ulike former for variasjon komme til syne. Forfatterne deler opp i tre kategorier av variasjonsmønstre: likhet, kontrast og fusjon. Ved å fokusere på hva noe *er* gjennom eksempler av samme type (S) (likhet), kan man få fram muligheter for generalisering. Kontrast, eller moteksempel (C), vil si at det gis mulighet til å se hva som *ikke* er objektet. Ved fusjon (F) er det flere aspekter ved objektet som varierer samtidig.

Sammen med eksemplene følger oppgaver som skal løses. Adler og Ronda definerer «oppgave» som «hva elevene blir bedt om å gjøre med de ulike eksemplene som er presentert», og de skiller mellom oppgaver som er lavt og høyt kognitivt krevende (Adler & Ronda, 2015). Oppgavene deles inn i disse kategoriene: utføre en kjent (known) prosedyre (K), anvendelse (application) av hva som er kjent i forhold til læringsobjektet (A) og oppgaver der man må se flere sammenhenger (multiple connections) og problemløsning (C/PS). Dette har likheter med Sfards inndeling i rutinene ritualer og utforsking, noe vi også finner forfatternes egen argumentasjon for i Adler og Venkats studie fra 2013, (Adler & Venkat, 2013). Adler og Venkat presiserer at der Sfard fokuserer på læring og elevenes diskurs, er MDI et verktøy som fokuserer på undervisning og lærernes diskurs. De peker likevel på hvordan MDI bygger på Sfards teori, for eksempel knytter de sitt begrep «eksemplifisering» sammen med Sfards «mediatorer» når de sier at eksempler er én type mediator læreren kan velge for å hjelpe elevene til å lære matematikk.

3.2.3 Forklarende tale

Adler og Ronda støtter seg her på Bernstein (2000) som sier at i enhver pedagogisk diskurs, dermed også matematisk diskurs, overføres det kriterier for hva som skal telle som matematikk (Adler & Ronda, 2015, s. 5). Når forfatterne skal kategorisere forklarende tale, skiller de først mellom navngiving og legitimering. Navngiving dreier seg om hvordan lærerne refererer til objekter eller prosesser, og man deler inn i hovedkategoriene dagligtale (non-mathematical) (NM) og matematisk ordbruk (M). Matematisk ordbruk kan være at matematiske begreper brukes kun som navn, for eksempel ved at man leser de matematiske symbolene man skriver på tavla (Ms), eller det kan være at man bruker formelt matematisk språk på en naturlig måte (Ma). Legitimering vil si å synliggjøre/begrunne hva som skal telle som matematikk eller ikke. Forfatterne skiller også her mellom ikke-matematiske og matematiske kriterier. De ikke-matematiske kan være visuelle (visual) hint eller huskeregler (V), hverdagskunnskap (everyday knowledge) (E) eller knyttet til autoritet (positional) (P). Matematiske legitimeringskriterier deles i to hovedgrupper; lokale (L) og generelle (G). Eksempel på lokale, matematiske legitimeringskriterier er enkelttilfeller eller snarveier etablert av denne læreren, mens et generelt legitimeringskriterium kan være en definisjon eller et tidligere etablert prinsipp. Generaliteten kan være delvis (partial) eller fullt (fully); (GP) eller (GF).

Disse kategoriene innenfor forklarende tale kan sees i sammenheng Sfards teori om at en diskurs kjennetegnes blant annet ved ordbruk og narrativer (Adler & Venkat, 2013). Adler og Venkat setter likhetstegn mellom Sfards begrep «begrunnede (substantiating) narrativer» og sitt eget «forklaringer». Den forklarende talen kan beskrives ved hvilke forklaringer læreren bruker (legitimeringskriterier) og hvilken ordbruk det er i forklaringene (navngiving).

3.2.4 Elevdeltakelse

Den siste kategorien i MDI beskriver på hvilken måte elevene deltar i diskursen. Her ser man både på hva elevene blir invitert til å si, og på mulighetene elevene har til å bruke matematisk språk og engasjere seg i matematisk resonnering (Adler & Ronda, 2015, s. 9). Den laveste formen for elevdeltakelse er at elevene får mulighet til å svare på spørsmål som krever korte svar som for eksempel ja eller nei (Y/N), eller at de fullfører lærerens setning. Hvis elevene svarer med hele setninger eller fraser (P/S) på spørsmål av typen «hva» eller «hvordan», vurderes elevdeltakelsen til et høyere nivå. Det høyeste nivået av elevdeltakelse finner man hvis elevene får mulighet til å resonnere og svare på «hvorfor»-spørsmål eller komme med egne idéer i diskursen (D). Disse gradene av elevdeltakelse kan både knyttes til Sfards hvordan- og når-rutiner, og de fire fasene for utvikling av ordbruk (Sfard, 2008). Forfatterne sier at denne inndelingen i grader av elevdeltakelse ikke bare kan brukes til å beskrive samtale mellom lærer og elev, men også samtaler elever i mellom. Dette kan tyde på et bredere syn på hvordan MDI kan brukes enn det vi finner i Adler og Venkat's studie fra 2013. Der fremhevet de forskjellen mellom Sfards fokus på *elevenes* læring og ytringer, og sitt eget fokus på undervisning og *lærerens* ytringer og handlinger for å få andre til å lære (Adler & Venkat, 2013, s. 5). MDI-rammeverket oppsummeres i en tabell i slutten av dette kapitlet.

3.2.5 Tidligere studier med bruk av MDI

Adler og Ronda har selv undersøkt anvendelsesområder for MDI gjennom flere studier. I arbeider som ledet fram til MDI-verktøyet har de blant annet sett på sammenhenger innenfor ett problem/oppgave når det gjaldt eksemplifisering og forklarende tale, de har studert sammenhenger mellom eksempler/oppgaver innenfor én undervisningstime og de har undersøkt endringer i en lærers undervisning ved hjelp av MDI.

Alle Adler og Rondas studier er foretatt i Sør-Afrika, og de etterspør derfor utprøving av MDI-verktøyet i andre kontekster (Adler & Ronda, 2015). Som et svar på dette har Mosvold og Fauskanger brukt MDI til å studere aspekter ved norsk lærerutdanning i matematikk. De har blant annet sett på undervisningen til én lærerstudent i én time, og analysert eksempler og forklarende tale ved hjelp av MDI. I denne studien fant de behov for å innføre flere nyanser av enkelte koder, for eksempel GP_{err} som indikerer at legitimeringen er feil (Mosvold & Fauskanger, 2017). Adler og Ronda peker også på at kategoriene «elevdeltakelse» og «oppgaver» begge forteller noe om elevaktivitet, og at det kan være mulig å kombinere disse til å utvikle nye kategorier som reflekterer begge (Adler & Ronda, 2015).

Mathematical discourse in instruciton:

Objektet som skal læres				
Eksemplifisering		Forklarende tale		Elevdeltakelse
Eksempler	**Oppgaver**	**Navngiving**	**Legitimerings-kriterier**	
Eksemplene gir innenfor en episode eller gjennom episoder elevene muligheter for å erfare: • Likhet (S) • Kontrast (C) • Fusjon (F)	I løpet av timen blir elevene bedt om å: • Utføre kjente operasjoner og prosedyrer (K) • Anvende kjente ferdigheter og/eller bestemme hvilken operasjon og/eller prosedyre som skal brukes (A) • Bruke flere begreper og utnytte sammenhenger (C/PS).	Innenfor og på tvers av episoder er ordbruken: • Hverdagsspråk (NM) • Matematiske ord brukt kun som navn (Ms) • Matematisk språk brukt på en passende, naturlig måte (Ma)	• Ikke-matematisk (NM) ○ visuell (V), ○ posisjonelt (P), ○ hverdagsspråk (E) • Matematiske: ○ Lokale (L) ○ Generelle, delvis (GP) ○ Generelle, fullt (GF)	Elevene svarer på ja/nei-spørsmål eller fullfører lærerens setninger (Y/N) Elevene svarer på hva/hvordan-spm. i fraser eller setninger (P/S) Elevene svarer på hvorfor-spm., presenterer idéer i diskusjonen, lærer gjentar/bekrefter/stiller spørsmål (D)
Eksemplene gir mulighet for: Nivå 1: Én form for variasjon Nivå 2: Minst to former for variasjon Nivå 3: Samtidig variasjon i mer enn et aspekt ved objektet som skal læres, og i sammenheng med likhet eller kontrast innenfor en mengde eksempler. Nivå 0: Samtidig variasjon uten noen sammenheng med variasjon eller kontrast.	Oppgavene gir muligheter for: Nivå 1: Kun å utføre kjente prosedyrer (K) Nivå 2: K og/eller noe anvendelse (A) Nivå 3: K og/eller A og C/PS Nivå 2 →1: A → K eller C/PS → K Når oppgavene er gitt som nivå 2 eller 3, men som reduseres til nivå 1 når de fremstilles.	Bruk av dagligtale og matematiske ord: Nivå 1: NM. Det er ikke noe bevisst matematisk språk, kun hverdagsspråk/ Dagligtale. Nivå 2: Bevegelse mellom NM og Ms, noe Ma. Nivå 3: Bevegelse mellom NM og Ma	Kriterier for hva som teller som matematikk som viser seg over tid i en time, og skaper muligheter for læring rettet mot vitenskapelige begreper. Nivå 0: Alle kriteriene er NM, f.eks. V, P, E. Nivå 1: Kriteriene inneholder L, f.eks. enkelttilfelle. Nivå 2: Kriteriene strekker seg fra NM og L til å inneholde generalitet, men kun delvis (GP). Nivå 3: Full generalitet (GF). Legitimeringen av et begrep eller prosedyre er prinsipiell eller utledet/bevist.	Mulighet for elevene til å snakke og bruke matematisk diskurs er på Nivå 1: Kun Y/N Nivå 2: Noe P/S i mer enn én episode. Nivå 3: P/S og noe D i mer enn en episode.

Figur 7: Et analytisk rammeverk for MDI (Adler & Ronda, 2015, s. 6. Egen oversettelse)

4. METODE

Denne studien er en kvalitativ case-studie (Thagaard, 2013). Jeg vil i dette kapitlet beskrive og begrunne de valg som er gjort både med tanke på valg av forskningsdesign og på hvordan jeg har samlet inn og analysert data. Til slutt vil jeg redegjøre for etiske problemstillinger knyttet til studien, samt hvordan validitet og reliabilitet er hensyntatt.

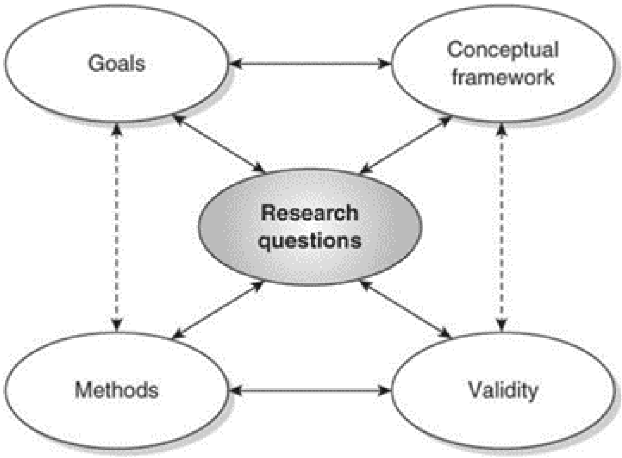
4.1 Kvalitativt forskningsdesign

Denne studien skal forsøke å finne svar på hva en analyse ved hjelp av MDI kan fortelle om nivået på den matematiske diskursen i klasserom med omvendt undervisning. Hensikten er å gi en grundig beskrivelse av diskursen for så å vurdere om det er mulig å si noe om effekten av undervisningsmetoden. Jeg har derfor valgt et kvalitativt forskningsdesign. Kvalitativ forskning innebærer å utforske menneskelige prosesser eller problemer i en virkelig setting (Postholm, 2005), og kvalitative tilnærminger gir et godt grunnlag for å forstå sosiale fenomener på bakgrunn av fyldige data om personer og situasjoner (Thagaard, 2013). Fenomenet som studeres er omvendt undervisning.

Et kvalitativ forskningsdesign består ifølge Maxwell (2008) av flere komponenter og kan beskrives som en interaktiv prosess. Sentralt for designet er forskningsspørsmålet, som i sin tur legger føringer for teoretisk rammeverk, metode og validitet. Før et forskningsspørsmål kan utformes må imidlertid forskeren ha et klart mål for sin studie. Mitt mål er å kunne si noe om effekten av omvendt undervisning. En undervisning som har effekt, må være en undervisning som fører til at elever lærer. Det teoretiske grunnlaget i studien er Sfards kommognitive rammeverk som sier at matematikk er diskurs, og at læring er endring av diskurs. Derfor er analyseenheten i min studie selve diskursen. Jeg har brukt analyseverktøyet MDI (Adler & Ronda, 2015) for å systematisere og kategorisere diskursen. Dette vil jeg begrunne nærmere senere i kapitlet.

Data til studien ble innhentet i form av observasjon i to klasser som hadde omvendt undervisning, og det ble brukt video- og lydopptak. Dette er en hensiktsmessig observasjonsmetode ettersom diskurs, ifølge Sfard, er «hva mennesker sier, viser eller skriver» (Sfard, 2016, s. 2). Det ble også gjort lydopptak av ett fokusgruppeintervju.

Maxwell illustrerer den interaktive prosessen i et kvalitativt design i denne modellen:



Figur 8: En interaktiv modell av forskningsdesign (Maxwell, 2008, s. 217)

Pilene i modellen viser til at kvalitativ forskning ikke kan sees på som en lineær prosess der den ene fasen avsluttes før den neste begynner. Derimot kan det bli nødvendig å gå tilbake og justere både problemstilling og metode underveis i løpet av forskningsperioden. Dette var noe jeg erfarte, og som jeg vil komme tilbake til.

Case-studier er analyser av fenomener i sin naturlige sammenheng (Yin, 2009 i Thagaard, 2013). Dette er en viktig side ved min studie: Jeg har kun studert undervisningen i klassene slik den var planlagt av lærer, og ikke foretatt intervensjoner av noe slag. Det er heller ikke gjort sammenligning av diskursen i de to klasserommene. To klasser er valgt ut for å kunne belyse diskursen fra flere sider.

4.2 Datainnsamling

Både Yin (2009, i Thagaard 2013) og Creswell (2013, i Thagaard 2013) sier at case-studier kjennetegnes ved at analysene baserer seg på flere kilder av data, for eksempel observasjon, intervju og dokumentanalyser. Jeg hadde opprinnelig tenkt å benytte både observasjon, skriftlig elevarbeid og intervju av lærer og elever som datainnsamlingsmetoder. Etter at observasjonene startet, så jeg at undervisningen foregikk på litt andre måter enn jeg hadde antatt. Jeg vurderte det derfor slik at nøytrale video- og lydopptak ville gi meg det beste datagrunnlaget. Hensikten med studien var som nevnt å beskrive en virkelighet slik den er. I utgangspunktet hadde jeg planlagt å gjennomføre to fokusgruppeintervju, med én gruppe fra hver av klassene. Det ble gjort et intervju med tre elever fra den ene klassen, men jeg så at intervjuet var best egnet til å få fram meninger og oppfatninger hos elevene, og det var ikke det jeg ønsket med min studie. Det ble derfor ikke gjennomført flere intervju. Jeg så også at det var oppgavetypene i seg selv og samtalene rundt oppgavene som kunne gi meg svar på spørsmålet mitt. Hvordan de skrev løsninger i bøkene sine var ikke like viktig, så jeg gikk derfor bort fra å ta kopi av elevbesvarelser.

4.2.1 Utvalg

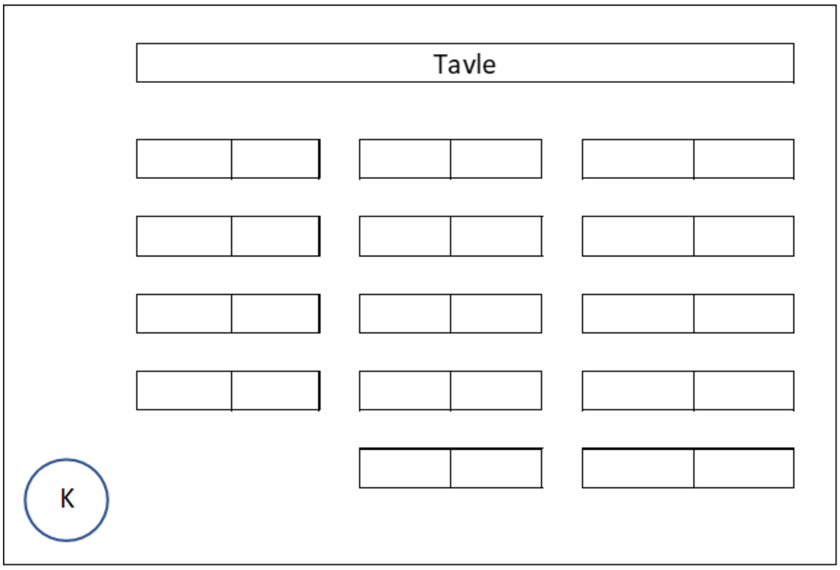
Utvalget i studien kan beskrives både som et strategisk utvalg og som et tilgjengelighetsutvalg (Thagaard, 2013). Ettersom jeg skulle studere omvendt undervisning, måtte jeg samle data i klasser som fikk akkurat dette (strategisk). Jeg henvendte meg derfor til to lærere som jeg visste drev slik undervisning, og spurte om å få observere deres klasser (tilgjengelighet). Elevene som ble observert gikk på to forskjellige videregående skoler i en større by i Trøndelag. I observasjonsperioden gikk de første året på studiespesialisering på videregående skole, og begge gruppene hadde matematikk 1T (teoretisk matematikk). Det var omtrent 25 elever i hver av gruppene.

For å kunne observere undervisning ved hjelp av videoopptak, må elevene som skal filmes gi sitt samtykke. Elevene i disse klassene ble først introdusert for studien av sin egen lærer, der han spurte om de var villige til å bli filmet. Denne fasen tok litt tid, da noen av dem trengte betenkningstid før de kunne svare. Etter at jeg hadde sondert terrenget på denne måten, kunne jeg søke til Personvernombudet ved NSD (Norsk senter for forskningsdata AS) om tillatelse til å gjennomføre studien. Samtidig fikk elevene en skriftlig beskrivelse av studien, der de også måtte skrive under på at de var villige til å delta. Disse formalitetene var mer tidkrevende enn jeg hadde sett for meg, og jeg kom derfor i gang med observasjonene senere på skoleåret enn jeg hadde planlagt.

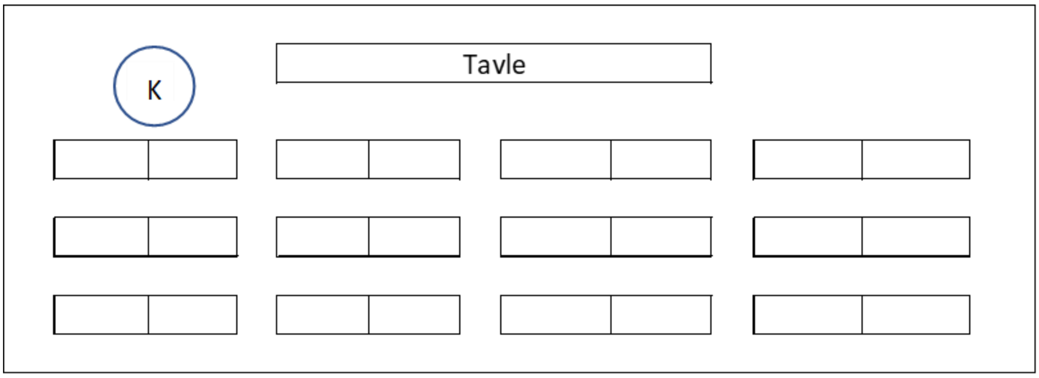
4.2.2 Observasjon

Jeg gjennomførte tre observasjoner á 90 minutter i begge gruppene. I den ene klassen fikk jeg observert tre sammenhengende økter, men det gikk ikke i den andre. Dette hang sammen med at jeg selv også underviste i egne klasser i denne perioden, og måtte ta hensyn til egen timeplan. Dette var like før påskeferien, og i begge klassene ville det komme en lang periode med repetisjon etter påske. Det var derfor naturlig å avslutte observasjonen etter disse øktene. Samtidig begynte jeg å se et mønster i begge klassene, og jeg tror ikke jeg ville observert noe nytt hvis jeg hadde vært der lenger.

Jeg startet med videoopptak i den første observasjonstimen i begge klassene. Lærerne hadde forslag til plassering av kameraet, bakerst i det ene klasserommet og foran ved tavla i det andre. Dette hadde sammenheng med utforming av rommene, og hva som skulle være i fokus.



Figur 9: Kameraplassering i klasserom 1.



Figur 10: Kameraplassering i klasserom 2.

Etter første observasjonstime kunne jeg vurdere om kvaliteten på bilde og lyd var tilfredsstillende. Det viste seg at jeg hørte lyden av lærerne selv om de ikke brukte noen form for mikrofon, men det var vanskelig å fange opp samtaler elevene imellom. Jeg hadde imidlertid dannet meg et inntrykk av noen elevpar som samarbeidet godt og diskuterte matematikk, så jeg plasserte en diktafon på en pult i hvert klasserom i den neste observasjonsøkta.

Det viste seg å være mer tavleundervisning enn jeg hadde antatt, slik at det var naturlig å vri kameraet mer mot tavla enn mot elevene i klasserom 2. Rommet har vinduer på høyre side, og dette førte til noe dårlig bildekvalitet ved filming av læreren og tavla. Ettersom man ikke visste hvordan undervisningen ville foregå, ble det enkelte ganger filmet mot tavla og andre ganger mot elevene.

4.3 Analyse

Etter at observasjonene var ferdig ble opptakene transkribert og analysert. Da jeg startet observasjonen, hadde jeg tenkt å velge ut sekvenser som var nyttige for å kunne besvare forskningsspørsmålet og transkribere kun disse. Allerede i første time som ble observert så jeg at undervisningen inneholdt mer gjennomgang ved lærer og mindre samarbeid om problemløsning enn jeg hadde antatt. Det ble derfor til at jeg transkriberte alle opptakene, samtidig som jeg faktisk lurte på om det var mulig å svare på spørsmålene i problemstillingen. Det var i løpet av denne prosessen at jeg så nytten av å ta i bruk MDI som verktøy i tillegg til å ha Sfard som teoretisk grunnlag. MDI hadde ferdig utarbeidede kategorier til å beskrive hvordan både læreren og elevene brukte matematisk språk, hvilket nivå det var på oppgaver og eksempler og hvordan elevene deltok i diskursen. Det var også i denne fasen at problemstillingen ble endelig formulert.

4.3.1 Transkribering

Jeg har forsøkt å holde meg til en fast transkripsjonsnøkkel, blant annet ved å skrive tall som tallord og ikke symboler. Likevel har jeg nok ikke vært helt konsekvent i den klassen som holdt på med derivasjon. Der ble det ofte «lest» matematiske uttrykk, slik at transkripsjonene noen ganger vil inneholde formuleringer som «f derivert av x» og andre ganger «f'(x)». Dette begrunner jeg med at det ikke ble brukt noen andre måter å uttale «f'(x)» på enn den først nevnte. I de tilfellene tallordene ble lange, har jeg skrevet tallet i parentes i tillegg, for eksempel: «tre komma fem (3,5)». De fleste transkripsjonene er på bokmål, men i enkelte tilfeller har det vært naturlig å skrive på dialekt. Dette skyldes at hensikten var å få fram språket som ble brukt, om det var matematisk eller ikke, og på hvilken måte det var matematisk. Her ville mye av nyansene ha forsvunnet om jeg hadde oversatt til bokmål. Likevel mener jeg at anonymiteten beholdes, ettersom det uansett er kjent at observasjonene foregikk på skoler i Trøndelag. Pauser er markert ved antall sekunder, for eksempel (3s), eller ved (…) når pausene var korte. Her er det ikke alltid konsekvens når pausene var rundt to sekunder. Dette kan ha sammenheng med at transkriberingen gikk over en lang periode, slik jeg ikke greide å holde nøkkelen helt lik gjennom hele prosessen. Jeg mener likevel at pausene er markert godt nok, noe som var viktig for å vise hvorvidt elevene fikk anledning til å delta i diskursen. Læreren er betegnet som «L» i begge klassene, mens elevene har fått fiktive navn. I de tilfellene jeg ikke klarte å observere hvem som hadde kommet med ytringen, er eleven betegnet med «E». Jeg har skilt ut ytringer som foregår kun mellom elever ved å skrive disse i kursiv. Enkelte ganger foregikk slike samtaler samtidig som læreren hadde gjennomgang og snakket med andre elever, og da vil ytringene i kursiv stå innimellom de andre ytringene. Begge klasserommene var utstyrt med smartboard og whiteboard. I transkripsjonene har jeg brukt «tavle» som fellesbetegnelse på disse, for eksempel «oppgaven vises på tavla» eller «skriver y = ax + b på tavla». Intervjuet ble også transkribert. Selv om det ikke tas med utdrag fra dette i resultatdelen, ligger det som et underlag for å forstå noen av elevenes uttalelser.

4.3.2 Koding etter MDI

Etter at transkriberingen var avsluttet, startet arbeidet med å kode ytringene i samsvar med MDI. Denne kodingen ble også gjennomført for alle øktene i sin helhet, og det var nødvendig å gå tilbake og se videoene flere ganger for å kvalitetssikre arbeidet. Forskningsspørsmålet skulle besvares ved å se på graden av individualisering av matematiske objekter og på elevenes muligheter til å utvide sin diskurs. Jeg måtte derfor passe på å kode alle ytringene så detaljert og riktig som mulig. I første omgang tenkte jeg at det var nok å bruke kategoriene «oppgaver», «forklarende tale» og «elevdeltakelse». Kategorien «eksempler» hadde jeg gått bort fra allerede etter de første observasjonene, blant annet fordi det var liten bruk av eksempler og fordi det var vanskelig å skille mellom eksempel og oppgave. Etter å ha jobbet litt med analysen, så jeg at også «legitimering» fortalte mye om indvidualiseringen, noe som førte til at jeg måtte gå tilbake og kode flere ytringer på nytt.

Det viste seg å ikke alltid være entydig hva slags koding i MDI som er mest riktig. Man skulle kanskje tro at det fantes nøyaktig én MDI-kategori for hver ytring, ettersom verktøyet er inndelt i så mange hoved- og underkategorier. I mitt arbeid med analysen møtte jeg flere ganger utfordringer i forbindelse med kodingen. Skulle en ytring kodes som oppgave eller elevdeltakelse, og var språket som ble brukt Ms eller Ma? Det dukket også opp ytringer som MDI-verktøyet ikke hadde detaljerte nok koder til å beskrive. Et eksempel på problemer med koding kan være at læreren stiller et «hvordan»-spørsmål som eleven svarer med en frase. Denne utvekslingen blir da P/S. Hvis læreren så bekrefter elevens svar, kan det også sees på som D. «Hva skal jeg fortsette med da?» kan sees på både som et hvordan-spørsmål (P/S) og som å be om forslag til diskusjon (D).

Et eksempel på en ytring som var vanskelig å kode er ytring nr. 131 s. 38: «Du kan se det grafisk ved at den flater seg ut» er et eksempel på utfordringer med kodingen. Eleven begrunner svaret sitt ved å henvise til grafen. Denne ytringen er kodet til D, ettersom det er et svar på «hvorfor». Eleven bruker ikke-matematisk språk når han sier «den flater seg ut», og dette er kodet både som NM og V (visuelt). Samtidig er legitimeringen knyttet til egenskaper ved grafer. Jeg mener derfor at det også er riktig å kode dette med GF, fordi det peker tilbake på tidligere etablert struktur. Én enkelt ytring er altså kodet med både V og GF.

Et annet eksempel er ytring 111 s. 52. Her spør eleven «Men setter vi inn 0 for x, da?». Dette er et forslag (D) og det brukes matematisk språk sammen med dagligtale (Ma). Dermed er denne ytringen på det høyeste nivået både når det gjelder elevdeltakelse og forklarende tale. Forslaget eleven kommer med er imidlertid feil, og her har MDI ingen kode for å synliggjøre at eleven har misforstått. Jeg har derfor latt kodingen stå som D og Ma, men tar opp noen av disse problemene i diskusjonsdelen.

I den ene av klassene som ble observert var aktiviteten «snakk med sidemannen» ofte benyttet. Læreren styrte diskursen, selv om elevene ble «sluppet fri» til å diskutere i smågrupper/par. Da hadde alle elevene mulighet til å komme med forslag, stille hvorfor-spørsmål, bekrefte eller avkrefte det de andre sa. Noen av elevene ble så bedt om å fortelle hva de hadde kommet fram til, og dermed var det til slutt læreren som bekreftet eller avkreftet elevenes utsagn. Jeg har valgt å kode slike ytringer elevene imellom på samme måte som mellom elever og lærer. Jeg har også kodet ytringer der læreren inviterer til deltakelse med enten Y/N, P/S eller D, alt etter hvilken type spørsmål læreren stiller.

Under arbeidet med kodingen, så jeg at forklaringer ikke alltid trenger å være tale, selv om kategorien heter nettopp «forklarende tale». Det ligger også mye forklaring i det læreren skriver på tavla eller viser non-verbalt, selv om det ikke uttales, noe som stemmer overens med Sfards begrep «visuelle mediatorer». Derfor er noen slike skjermbilder fra tavla også kodet med Ms eller Ma.

4.3.3 Utdrag

Samtidig som kodingen foregikk, startet arbeidet med å velge ut hvilke sekvenser som skulle presenteres i resultatdelen. Her var det viktig å ta med utdrag som kunne svare på spørsmålene problemstillingen:

1. I hvilken grad er matematiske objekter individualisert hos elevene?
2. Hvordan påvirker lærernes valg i undervisningen elevenes muligheter for å lære?

For å belyse individualiseringen av matematiske objekter har jeg tatt med sekvenser som viser hvordan elevene snakker om matematikk. Både forklarende tale og legitimering forteller noe om graden av individualisering. For å svare på hvordan lærernes valg påvirker mulighetene for å lære, har jeg tatt med sekvenser som viser i hvilken grad elevene inviteres til deltakelse og på hvilken måte de får delta. Jeg har også tatt med eksempler på oppgaver, ettersom det kognitive nivået på disse forteller hvilken type rutiner elevene blir bedt om å utføre (ritualer eller utforsking). Hvorvidt elevene er i stand til å utføre disse rutinene forteller samtidig noe om individualiseringen av objektene. Lærerens diskurs slik den kommer til syne gjennom språk i forbindelse med forklaring og legitimering forteller også noe om elevenes muligheter til å utvide sin egen matematiske diskurs.

Jeg hadde som tidligere nevnt en antakelse om å få se elever som mesteparten av tiden samarbeidet om problemløsende oppgaver. Nå måtte jeg passe på å trekke fram utdrag som kunne svare på spørsmålene mine, samtidig som jeg måtte få fram de viktigste kjennetegnene fra akkurat disse to klassene. Jeg har etter beste evne forsøkt å være objektiv og velge ut sekvenser som både viser hvilke muligheter undervisningsmetoden gir med tanke på individualisering av objekter og utvidelse av diskurs, men også sekvenser der lærerens diskurs kunne ha vært mer utforskende og utnyttet den omvendte undervisningen på en bedre måte.

Etter hver sekvens som presenteres i resultatdelen, har jeg skrevet en utdypende begrunnelse for hvordan kodingen er gjort. Jeg har også skrevet en oppsummering av analysen etter hver klasse. Det er ikke foretatt noen opptelling av hyppigheten av hver enkelt kategori. Dette skyldes at jeg bare viser utvalgte sekvenser, ikke hele datamaterialet, og da vil ikke et slikt antall gi riktig informasjon. Det er også ulik lengde på mange ytringer som kun har fått én kode, dermed kan en opptelling også gi et feilaktig bilde. Det er uansett mulig å lese ut fra resultatene hvilken type diskurs som dominerer i hvert av klasserommene. I diskusjonsdelen vil jeg komme inn på sider ved diskursen som ikke ble fanget opp av MDI, noe som også er et argument for at opptelling ikke var hensiktsmessig her.

4.4 Validitet og reliabilitet

4.4.1 Validitet

Validitet dreier seg om «hvorvidt metoden i en studie er egnet til å undersøke det den skal undersøke» (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 276). Validitet er også knyttet til tolkning av data (Thagaard, 2013), og validiteten kan vurderes ut fra om resultatene fra studien representerer den virkeligheten vi har studert (Silverman, 2011). Silverman bruker begrepet gjennomsiktighet for å forklare hvordan en forsker kan styrke validiteten i sin studie. Med gjennomsiktighet mener Silverman (2011) at det redegjøres for grunnlaget for tolkninger, og hvordan tolkningene gir grunnlag for konklusjonene i studien. I min studie har jeg forsøkt å styrke validiteten ved å redegjøre for hvorfor jeg har valgt observasjon som metode for å analysere diskurs. Jeg har også argumentert for bruken av MDI ved å gi en detaljert beskrivelse av dette analyseverktøyet, og vist hvordan nivåene innenfor MDI kan kobles til Sfards kommognitive teori. Alle rådata ble transkribert etter samme nøkkel og kodet i samsvar med MDI, og i resultatdelen har jeg tatt med et så bredt utvalg fra transkripsjonene at det er mulig å komme med en begrunnet konklusjon eller svar på forskningsspørsmålene.

Ifølge Kvale og Brinkmann handler ikke validitet bare om metodene som benyttes, men også om forskeren som person (Kvale & Brinkmann, 2015). En lærer som skal forske på andre læreres undervisning, må være seg bevisst den forforståelsen han/hun har med seg inn i prosjektet. Det er klart at pedagogikk, didaktikk og «trender i tiden» diskuteres hver dag blant lærere, og ofte ytres det sterke meninger og sannheter som ikke alltid kan begrunnes med teori eller forskning. Uansett hvor objektiv man tror man er når man går inn i en annen lærers klasserom, har man med seg sin egen oppfatning hva som er god og dårlig undervisning. En av grunnene til å velge MDI som analyseverktøy, var at kategoriene var utarbeidet av andre forskere. Dette mener jeg bidro til å holde analysen min mer objektiv enn om jeg skulle komme fram til kategorier på egen hånd.

Validiteten kunne vært ytterligere styrket om flere forskere jobbet sammen om transkribering og ikke minst koding. Det kunne være utfordrende å holde seg objektiv, særlig i de tilfellene der kodingen ikke var helt entydig. Det at flere samarbeider enten i analyseprosessen, eller ved å vurdere hverandres analyser, styrker validiteten i forskningen.

4.4.2 Reliabilitet

Reliabilitet handler om forskningens pålitelighet. Ifølge Postholm er et normalt kriterium for reliabilitet «repliserbarhet», nemlig at andre forskere skal kunne komme fram til de samme resultatene ved å bruke de samme metodene (Postholm, 2011). Innenfor kvalitative studier kan dette være vanskelig å oppnå, så forskeren må i stedet argumentere for sin reliabilitet ved å gi en detaljert beskrivelse av forskningsstrategi og analysemetoder (Silverman, 2011).

I dette kapitlet har jeg beskrevet alle trinnene i forskningsprosessen. Jeg har beskrevet hvilket teoretisk perspektiv jeg har lagt til grunn og argumentert for det analyseverktøyet som er anvendt. Jeg har også forklart hvordan transkriberingen har foregått og hvordan transkripsjonene videre ble kodet i henhold til MDI. I resultatdelen vil man finne et bredt utvalg av sekvenser fra transkripsjonene, slik at leseren skal få et godt grunnlag til å forstå hvordan jeg har kommet fram til mine konklusjoner.

Jeg ser også at det er grunn til å stille spørsmål ved reliabiliteten i studien. Selv om intensjonen var å beskrive virkeligheten slik den er, er det viktig å være klar over at de som observeres kan bli påvirket av at det er kamera og observatør til stede. Dette kan føre til at observasjonene ikke skildrer den reelle virkeligheten hele tiden. Plassering av kameraet kan også ha betydning. I det ene klasserommet stod kameraet foran ved tavla, i det andre helt bakerst. Det er mulig at de elevene som hele tiden så kameraet og observatøren foran seg, kan ha pratet mindre enn de ellers ville ha gjort.

4.5 Etiske betraktninger

Når en studie baserer seg på datainnsamling i form av observasjon av undervisning, er det en del etiske spørsmål som må ivaretas (NESH, 2016). For det første må det understrekes at deltakelse i studien er frivillig. Dette ble ivaretatt ved å gi skriftlig informasjon om hva det innebar å delta i studien, at det var frivillig å delta og at det var mulig å trekke seg fra studien underveis. Deretter måtte de som ønsket å delta skrive under på en samtykkeerklæring (Se vedlegg). Alle deltakerne i denne studien var over 16 år, og kunne dermed skrive under selv. Deltakerne har dermed avgitt fritt, informert samtykke.

Prosjektet er meldt til NSD (Norsk senter for forskningsdata AS) ettersom det ble samlet inn personopplysninger. Både skolene og alle personer som deltok er anonymisert, og alle video- og lydopptak vil bli slettet etter at studien er avsluttet.

Forskeren må være seg bevisst etiske problemstillinger gjennom hele prosessen, selv om de formelle sidene er ivaretatt ved oppstart av prosjektet. Deltakerne samtykket i å bli observert og filmet, men de visste ikke hva jeg som forsker vil bruke av observasjonene og heller ikke hvordan jeg ville bruke det. Dette hang blant annet sammen med at jeg ikke ville informere for detaljert om problemstillingen da dette kunne påvirke både lærerens valg og elevenes måte å kommunisere på (Thagaard, 2013).

Jeg har etter beste evne forsøkt å analysere dataene objektivt i henhold til rammeverket MDI. Det er viktig å være grundig i en slik prosess slik at analysen ikke blir farget av forskerens egne meninger. Dette gjelder særlig i tilfeller hvor man kommer i tvil om hvilken kode som er riktig, og jeg har gått tilbake og sett på opptakene flere ganger i forbindelse med analysen.

5. RESULTATER

I dette kapitlet presenteres utdrag fra diskursen i de to klasserommene. Jeg vil ta for meg hver klasse for seg, og jeg starter med å gjengi utdrag fra diskursen i de tre øktene jeg observerte i hver av klassene. Så vil jeg for hver klasse knytte utdragene opp mot MDI-kategoriene eksemplifisering, forklarende tale og elevdeltakelse, med den hensikt å beskrive nivået på diskursen.

5.1 Klasse A

5.1.1 Gjennomsnittlig og momentan vekstfart

Dette var første økt med et nytt kapittel; «Vekstfart og derivasjon». Selv om elevene har jobbet både med funksjoner og rette linjer tidligere i skoleåret, er vekstfart og derivasjon nye begreper som introduseres for første gang i 1T. Før timen hadde elevene hadde hatt som hjemmearbeid å lære de to første delkapitlene i boka ved å se undervisningsvideoer.

Første time kan deles inn i fem sekvenser: Presentasjon av nytt tema (objektet som skal læres), eksempel med gjennomsnittlig vekstfart grafisk, det samme eksemplet ved regning, eksempel med momentan vekstfart og oppgaveløsning knyttet til temaet.

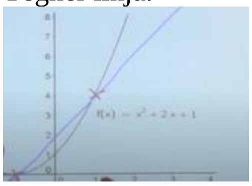
Timen startet med at lærer introduserte det nye kapitlet samtidig som han henviste til arbeidsplanen for perioden. Denne ble også vist på tavla. Etter ca. tre minutter presenterte han et eksempel på tavla som han løste i fellesskap med elevene. Jeg har valgt å gjengi hele denne eksempelgjennomgangen for å illustrere diskursen.

Nr	**Hvem**	**Ytring**	**Tilleggskommentarer. Gester.**	**MDI**
6	L	Så her har jeg tegnet en, grafen til en funksjon, f av x. Vi ser det er en andregradsfunksjon dette her. Så ønsker jeg nå å finne den gjennomsnittlige vekstfarten … mellom x er lik minus én og x er lik én. Da kan jeg gjøre det på flere måter, da. Jeg kan finne den gjennomsnittlige vekstfarten grafisk, ut fra grafen her (viser grafen med hendene), eller jeg kan finne det ved regning.	Peker/viser grafen med hendene ved tavla. Oppgaven står på tavla. Grafen er tegnet.   	Ma P (C/PS →) A P
7	L	Hvis jeg først nå tenker at jeg skal finne den gjennomsnittlige vekstfarten grafisk … Snakk litt med sidemannen, hvordan skal vi gå frem for å gjøre det?	Elevene snakker sammen parvis	A D

8	L	Hvordan skal jeg sette i gang her nå, hvis jeg tenker grafisk først? Hva er det første jeg bør gjøre? Hvis jeg skal finne den gjennomsnittlige vekstfarten … mellom x er lik minus én og x er lik én? Hvordan kan jeg starte da?		(C/PS →) A Ma
9	L	Ida, har du noe forslag?		
10	Ida	Svarer (uhørbart)		P/S
11	L	(Nikker). Da syns jeg det er lurt å finne punkter på grafen først. Hvis jeg merker nå, det stod x er lik minus 1, x er lik minus 1 – det må bli det punktet der. Og så har jeg x er lik 1. x er lik 1, det må bli det punktet der. Så da har jeg de to punktene … mm	Merker av punktet på grafen med kryss. Merker av $(1, f(1))$ med kryss.	Ma E

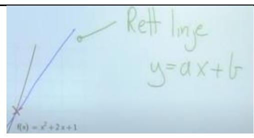
Figur 11: Hvilken type ordbruk

Ytring 6 er den første i denne sekvensen. Læreren bruker formelt matematisk språk (Ma), for eksempel «grafen til en funksjon», «f av x», «andregradsfunksjon» og «gjennomsnittlig vekstfart». Selv om begrepet «gjennomsnittlig vekstfart» ikke defineres, dreier første eksempel seg om å finne gjennomsnittlig vekstfart mellom to punkter på grafen. Dette er kodet C/PS fordi det er flere måter å komme fram til svaret på, og elevene må bruke kompetanse fra ulike deler av matematikken for å løse oppgaven. Læreren slår umiddelbart fast at denne kan finnes enten grafisk eller ved regning. Dette er kodet som P (en påstand fra læreren). Deretter blir elevene bedt om å snakke sammen to og to om hvordan dette kan gjøres grafisk. Da er oppgaven redusert til kategori A; å bestemme en prosedyre for deretter å utføre kjente ferdigheter. Denne formen for elevdeltakelse er kodet som D, selv om de skal besvare et «hvordan»-spørsmål. Et «hvordan»-spørsmål kan være både snevert og vidt, for eksempel «Hvordan løser vi likningen $2x = 4$?» eller som her «Hvordan finner vi gjennomsnittlig vekstfart grafisk?» Det siste spørsmålet krever både resonnering og flere delsvar, før man kommer fram til det endelige svaret. Elevene får omtrent 30 sekunder til å diskutere, før læreren spør en vilkårlig elev om et forslag. Selv om dette ikke kunne høres på opptaket, går det fram av lærerens bekreftelse, at forslaget var riktig. Nå er imidlertid det kognitive nivået på oppgaven redusert ytterligere. Fra å starte med «finn gjennomsnittlig vekstfart» via «finn vekstfarten grafisk» til det siste spørsmålet «Hvordan kan jeg starte da?». Selv om læreren innsnevrer og gir flere hint, er oppgaven fortsatt kodet med A. Læreren bekrefter elevens forslag med «det syns jeg er lurt», noe som er kodet med E. Det er en ikke-matematisk (hverdagslig) legitimering av operasjonen som skal utføres.

Nr	Hvem	Ytring	Tilleggskommentarer. Gester.	MDI
12	L	Så skal jeg finne gjennomsnittlig vekstfart til den grafen mellom de to punktene. Hva bør jeg fortsette med da? Er det noen som har noe forslag? Peker på elev		Ma C/PS D
13	Marit	Kan ta delta y delt på delta x.		D, Ms
14	L	Ja! Da har du hoppet allerede dit for da holder du på å regne på det. Men hvis jeg først skal gjøre det grafisk? Peker på ny elev	Peker på kulepunktet «ved regning».	D
15	Jan	Kan jo slå en linje mellom punktene.		D, Ma
16	L	Vi kan tegne en linje … som går gjennom punktene. Så hvis jeg prøver meg på det, da. Da får jeg ei linje som går et eller annet sånn. Nå har jeg prøvd å tegne en linje gjennom de to punktene. Og det jeg ønsker å finne, er den gjennomsnittlige vekstfarten. Hvordan kan jeg bruke den linja der til å finne den gjennomsnittlige vekstfarten der nå? (3 s). Fortell det til sidemannen!	Tegner linja. 	D, Ma NM C/PS D
17	*Stian*	*Y øker når x øker*	Elevene prater sammen i par	Ma, D
18		*Du skal finne … (ser på tavla sammen)*		D
19	*Eva*	*Så … vekstfarten er to da?*		Ma, D
20	*Stian*	*Er den ikke det da? Gjennomsnittet … den gjennomsnittlige vekstfarten.*		Ma, D

Figur 12: Flere elever bruker ordet "gjennomsnittlig vekstfart"

Etter å ha fått forslag om å markere de to punktene, spør læreren om hvordan han skal gå fram videre. Dette er en oppgave av typen C/PS. Her kreves det at begrepet «gjennomsnittlig vekstfart» har en mening for elevene, og de må kombinere grafen med algebraisk kompetanse. For å bruke Sfards begreper kan vi si at de må kunne bruke «gjennomsnittlig vekstfart» på en passiv måte, og være i stand til å forflytte seg mellom ulike realisasjonstrær. Selv om spørsmålet er av typen «hva», er det kodet som elevdeltakelse D. Det begrunnes med at også dette er et vidt spørsmål. Dessuten følger læreren opp med å be om et forslag. I denne delen av sekvensen henvender læreren seg til to nye elever, som begge har svar på oppgavene. Selv om Marit foreslår noe annet enn det læreren var ute etter (nr. 13), får hun en bekreftelse på at hun har tenkt riktig (D). Jan kommer med den grafiske løsningen (nr. 15). Dette er kodet til Ma. Å «slå en linje mellom punktene» er en kombinasjon av ikke-matematisk og formelt matematisk språk. Marits ytring er kodet til Ms etter som den arter seg som en opplesning av symboler. Også i denne sekvensen blir elevene bedt om å snakke med sidemannen om hvordan de kan bruke en rett linje til å finne gjennomsnittlig vekstfart. Ytring nr. 17–20 viser eksempler på hva elevene foreslår som fremgangsmåte. Stians ytring (nr. 17) er kodet til Ma, selv om man også kan si at dette er matematiske begreper brukt kun som ord (navn). Videre er den kodet som elevdeltakelse D, selv om han kun ytrer en frase. Dette er gjort fordi det er svar på spørsmålet «Hvordan kan jeg bruke den linja …?». Her kan man ytre seg på flere måter, men likevel komme med riktig forslag. Jeg ser derfor på dette som et forslag i diskusjonen, og at det formelle matematiske språket er brukt på en naturlig måte. Den samme argumentasjonen for koding gjelder for ytringene 18–20. Her ser vi eksempler på at nykommere i diskursen prøver å bruke det nye begrepet på en riktig måte, og koble det sammen med andre realisasjonstrær, for eksempel realisasjoner knyttet til rette linjer og stigningstall. Vi ser eksempler på passiv ordbruk: «x øker når y øker», og rutinedrevet ordbruk: «vekstfart» og «gjennomsnittlig vekstfart» brukes som en del av pågående diskurs. Både Stians og Evas siste ytringer er spørsmål, noe som tyder på at det matematiske objektet «gjennomsnittlig vekstfart» ennå ikke er helt individualisert.

Nr	Hvem	Ytring	Tilleggskommentarer. Gester.	MDI
21	L	Så dette her, det er jo ei rett linje, da. Rett linje. Hvordan beskrev vi, hvordan var uttrykket for ei rett linje? Det matematiske uttrykket for ei rett linje? Generelt? Hvordan beskriver vi ei rett linje?	Tegner pil mot linja. Skriver «Rett linje». Tegner rett linje med hendene i lufta. Peker på elev som rekker opp hånda.	 P/S Ma
22	Jan	ax pluss b		Ms, P/S
23	L	(Nikker). y er lik ax pluss b. Mm. Den gjennomsnittlige vekstfarten, greier vi å finne igjen den i det uttrykket der? Er det noen av størrelsene der som har noe å gjøre med den gjennomsnittlige vekstfarten? (2s) Iver?	Skriver *y = ax + b* 	D Ms, Ma D
24	Iver	Eh .. Du ser nå at … for … når den «fær» én plass til høyre så «fær» den opp.		D NM
25	L	Ja. Så det er stigningstallet egentlig, som er den gjennomsnittlige vekstfarten. Det er egentlig den der vi er ute etter, da. (3s) Så det vi har gjort nå, vi har tatt en kurve som ikke er lineær, og så har vi laget oss en linje – en lineær funksjon – igjennom de to punktene vi er ute	Tegner pil mot bokstaven a. Følger kurven med hånda. Følger linja og funksjonen alt etter hva han snakker om.	Ma P NM, Ma

		etter. Og så tar vi og kikker på den linja, i stedet for at vi kikker på den der funksjonen. For det er jo bare de to punktene vi er interessert i nå, og gjennomsnittig vekstfart, da er vi ute etter hvor mye stiger den … funksjonen her (grafen) i gjennomsnitt. Men det blir jo det samme som den til linja, for den har jo den samme stigningen hele tida. Så da gjør vi da det samme som Iver sa, vi må finne ut stigningstallet til den linja der. Og den så du at når … kan du gjenta det du sa?		E P

Figur 13: "Refleksjon opphører og mening dannes"

I løpet av ytring 21–25 kommer man fram til meningen med begrepet «gjennomsnittlig vekstfart». I ytring 21 stiller læreren flere «hvordan»-spørsmål etter hverandre, uten at elevene gis mulighet til å svare. Disse spørsmålene er kodet med P/S ettersom læreren inviterer til deltakelse. Selv om han stiller flere spørsmål, fører ikke det til at nivået på elevdeltakelsen synker. Spørsmålene er hele tiden av typen «hvordan». Jan svarer med en frase (P/S) på matematisk språk (Ms) i (nr. 22), og læreren bekrefter dette (nr. 23). Han fortsetter så med å stille to «ja/nei»-spørsmål. Disse er kodet til D i stedet for Y/N. Dette henger sammen med Ivers svar (nr. 24) som er en slags resonnering fram til at stigningstallet til den rette linja og gjennomsnittlig vekstfart er det samme. Læreren bekrefter dette i ytring 25, og det blir slått fast at det er stigningstallet som er den gjennomsnittlige vekstfarten. Dette legitimeres ikke ytterligere, og ytringen er derfor kodet som P slik den står. Her kan det kanskje argumenteres for å kode som GP, ut fra den diskursen som har foregått fram til nå. Det samme gjelder for siste del av ytring 25, der læreren igjen sier at hvor mye funksjonen stiger i gjennomsnitt er det samme som stigningstallet til den rette linja. Denne første sekvensen avsluttes med ytterligere to ytringer om å finne stigningstallet til rett linje. Disse er ikke gjengitt her.

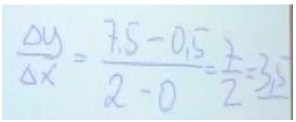
I den tredje sekvensen i denne timen skulle man komme frem til momentan vekstfart til funksjonen i et punkt.

Nr	Hvem	Ytring	Tilleggskommentarer. Gester	MDI
52	L	Så der har vi samme grafen, samme funksjonen. Nå ønsker jeg å finne den momentane vekstfarten … til funksjonen i et punkt. Og hva mener jeg med den momentane vekstfarten i et punkt? Fortell det til sidemannen først.	Peker på ordet momentan	A D
53	Stian	Stigninga i punktet …. Men det er rart at et punkt kan stige, når man tenker over det …		P/S Ma D
54	L	Eli, har du noe forslag? Hva er den momentane vekstfarten? La oss si at … nå har jeg tatt et punkt x er lik én her nå da. Hvordan skal jeg finne den momentane vekstfarten?		D C/PS
55	Eli	Ehh .. Det er stigningstallet til det punktet.		D (P/S) Ma
56	L	Ja! Så hvis vi tar og merker av det punktet først her nå, x er lik én. Så da er vi altså på det punket her. Så ønsker jeg å finne stigninga til kurva, til grafen, akkurat i det punktet. Den kurva her den er jo krum, den går jo sånn som dette her. Så hvordan skal jeg greie – grafisk nå da, først – hvordan skal jeg greie å finne stigninga til et punkt som er krum sånn som dette? Kan jeg gjøre noe sånn som, kan jeg lage meg en hjelpestørrelse som gjør det enklere å finne den? Jan?	Tegner punktet på grafen. Viser grafen med hånda.	D Ma P/S C/PS D Y/N A
57	Jan	Du kan tegne en rett linje som tangerer punktet.		D Ma

Figur 14: Når MDI ikke "passer"

Sekvensen starter med at elevene skal forklare det nye begrepet til sidemannen (D). Stian svarer først «stigninga i punktet» (nr. 53) som er kodet med P/S og Ma fordi det er en frase som kombinerer matematisk og ikke-matematisk språk. Deretter uttrykker han undring eller usikkerhet rundt begrepet «momentan vekstfart». Dette er kodet som D, selv om slike spørsmål eller funderinger ikke er beskrevet i MDI-rammeverket. Denne gangen er det ikke han som blir bedt om å svare, så dette spørsmålet blir ikke tatt tak i, noe som er synd ettersom dette er et fint utgangspunkt for å utvide diskursen og individualisere objektet «momentan vekst». Eli svarer riktig og med matematisk språk, noe læreren bekrefter i ytring 56. Etter å ha slått fast at man skal finne stigningen i ett punkt, stiller læreren flere spørsmål til hvordan man kan gå frem. Spørsmålet «Hvordan skal jeg greie å finne stigninga til et punkt som er krum sånn som dette?» er både en oppgave på høyeste kognitive nivå (C/PS) ettersom man må anvende kunnskap fra flere områder i matematikken, og en invitasjon til å komme forslag (D). Elevene får mulighet til å svare først når spørsmålet har endt opp med «kan jeg lage meg en hjelpestørrelse?». Dette spørsmålet er kodet både Y/N og A ettersom man fortsatt må avgjøre *hvilken* hjelpestørrelse man skal lage. Jans svar er kodet til D, selv om han strengt tatt svarer på et ja/nei-spørsmål. Dette begrunnes med at han kommer med et forslag til hjelpestørrelse.

De neste ytringene dreier seg om å finne stigningstallet til tangenten. Ytring 61 består i stor grad av at læreren «leser» det regnestykket han gjennomfører for å finne stigningstall, så den er gjengitt noe forkortet. Det interessante i utdraget nedenfor er invitasjonen til refleksjon rundt svarene.

Nr	Hvem	Ytring	Tilleggskommentarer. Gester.	MDI
61	L	(Forkortet) Jeg fikk to i sted, gjorde jeg. Her fikk jeg tre komma fem (3,5). Høres dette fornuftig ut? At den momentane vekstfarten er større enn den gjennomsnittlige som vi fikk i sted? Er det noen som har noe syn på det? (5s) Heidi, syns du det høres rimelig ut? Hva er egentlig … hvis tallet her blir større nå … hvis … her fikk jeg tre komma fem (3,5). Hva betyr egentlig det for linja? Hvis tallet blir større? Stigninga er større. Hva har det å si for linja? Stian?	 Eleven rekker verken å tenke eller svare. Viser «rett linje» med armen, at stigningstallet varierer.	(Y/N) D P/S
62	Stian	Den blir brattere.		P/S, NM
63	L	Den blir brattere, ja. Er det rimelig å tenke seg at denne her er brattere enn den gjennomsnittlige som vi hadde i sted?		Y/N
64	Stian	Ja.		Y/N
65	L	Ja, det er jo det. Den gikk jo gjennom de punktene der. Det høres jo rimelig ut.	Viser retningen på de to linjene på grafen.	V

Figur 15: Elevdeltakelsen reduseres

Læreren påpeker at gjennomsnittlig og momentan vekstfart ikke ble like (nr. 61), og lurer på om noen av elevene har noe syn på det. Også her stiller han flere spørsmål før elevene får mulighet til å svare. Alle spørsmålene er av typen «ja/nei» og er derfor kodet som Y/N. De er også kodet som D, ettersom det egentlig er en oppfordring til refleksjon rundt svarene de har fått. Etter det første spørsmålet «Er det noen som har noe syn på det?», gis elevene tid til å tenke seg om. Han spør så Heidi hva hun syns, før han raskt utdyper spørsmålene mer og mer og ender opp med å spørre Stian. Da har spørsmålet endret seg til å handle om hva stigningstallet har å si for en linje.

Siste sekvens i første time var å løse en oppgave som læreren viste på tavla. På grunn av dårlig kvalitet, gjengir jeg ikke bildet fra opptaket, men skriver i stedet oppgaveteksten:

Oppgave:	**MDI**
«Vi tar ei flaske med 1,5 liter brus ut av kjøleskapet og lar den stå på benken i lang tid. Temperaturen *T(x)* målt i celsiusgrader *x* timer etter at vi tok ut flaska, er da gitt ved $T(x) = 21 - 15 \cdot 0,75^x$.	
a) Tegn grafen til *T* digitalt	K
b) Hva er temperaturen i kjøleskapet?	C/PS
c) Hvor mye stiger temperaturen i brusen i gjennomsnitt per time i perioden 0 – 5 timer?	K
d) Hva er den momentane vekstfarten etter fem timer?	K
e) Hva mener du romtemperaturen kan være ut fra modellen?»	C/PS

Figur 16: Oppgave 8.113 (Oldervoll m.fl., 2014, s.436)

Oppgaven består av flere delspørsmål, og vi ser at det er ulikt kognitivt nivå på delspørsmålene. Å tegne en graf digitalt krever kun at elevene utfører en kjent prosedyre (K). For å komme fram til temperaturen i kjøleskapet, må de først forstå hva *x* og *T(x)* forteller i dette tilfellet, eller «ha» objektene *«x»* og *«T(x)»* for å bruke Sfards uttrykksmåte (Sfard, 2016). Deretter må de forstå at *x* er null akkurat i det flaska tas ut av kjøleskapet, og at de må finne *T(0)* for å løse oppgaven. Når de har kommet så langt, kan de velge om de skal løse oppgaven grafisk eller ved regning. Dette delspørsmålet krever at de kombinerer kunnskaper om koordinatsystemet, om sammenhengen mellom variabel og funksjonsverdi, og knytter disse kompetansene sammen med den praktiske situasjonen. Delspørsmål b) er derfor kodet som C/PS. Spørsmål c) og d) besvares ved å utføre de samme prosedyrene som de har jobbet med tidligere i timen, og har fått koden K. Det siste delspørsmålet er på samme nivå som b). Selv om dette presenteres som en oppgave og ikke eksempel, er arbeidsmåten veldig lik det som har skjedd tidligere i timen: Lærer og elever gjør oppgaven sammen etter at elevene har prøvd på egen hånd i et par minutter. Jeg har valgt ut ytringer rundt det siste delspørsmålet.

Nr	Hvem	Ytring	Tilleggskommentarer. Gester.	MDI
120	L	Siste spørsmålet her: Hva mener du romtemperaturen kan være ut fra modellen? (2s) Snakk litt med sidemannen og tenk gjennom: Hva er temperaturen i rommet – kan vi tenke oss frem til hva den kan være?		C/PS D
121	*Stian*	*Den kan være rundt tjue*		D
122	*Erik*	*Jaaa …. Tjueén (21) grader (uhørbart videre)*		D
123	*Stian*	*Det blir jo ikke varmere enn det der*		
124	*Eva*	*Det blir jo ikke varmere!*		D
125	*Stian*	*Nei, det er det jeg tenker. Det kan ikke bli noe varmere enn det allerede er. Det går ikke an.*		D, E
126	L	Er det noen som har noe forslag?		D
127	Erik	(Mumler) Tjueén (21)?		D
128	L	Aksel?		
129	Aksel	Tjueén (21).		D
130	L	Tjueén (21). Jaha. Hvorfor det?		D
131	Aksel	Du kan se det for eksempel grafisk at den flater seg ut		D GF NM, V
132	L	Den flater ut ja. Nå stoppet vi jo å tegne grafen ved femten her da, men hvis den hadde fortsatt oppover, så ser det ut som om den nærmer seg den derre der, ja. Kan vi si det ut fra funksjonsuttrykket at det nok blir tjueén (21)?	Peker	NM, V Y/N A

Figur 17: Elevenes bruk av legitimeringskriterier

I ytring 120 ber læreren elevene om å snakke med sidemannen om oppgaven. Simen, Erik og Eva blir enige om at temperaturen må være rundt 20 eller 21 grader, men de har vanskelig for å legitimere dette matematisk. Simen sier at «det kan ikke blir varmere enn det allerede er», noe som kodes til E. Når læreren spør Aksel om et forslag, og Aksel svarer «21» i ytring 129, er dette kodet som D. Selv om Aksel svarer med bare ett ord, ser jeg på det som et forslag til diskusjonen. Aksels ytring nr. 131 er interessant på flere måter. For det første er det en begrunnelse, så den er kodet som elevdeltakelse kode D. Han begrunner (legitimerer) svaret med at «du kan se det grafisk ved at den flater seg ut», noe som både er V (ikke-matematisk) og GF. Ved å begrunne på denne måten viser Aksel at han kobler dette sammen med andre realisasjonstrær, som for eksempel realisasjoner om koordinatsystemer, funksjonsuttrykk og grafer.

Andre time bestod av oppgaveløsning, slik at det ikke er naturlig å dele den inn i sekvenser på samme måte. Læreren henviste til arbeidsplanen, og oppfordret elevene til å komme så langt at de prøvde på de oppgavene som går litt dypere. Arbeidsplanen for timen inneholder seks oppgaver som jeg velger å gjengi:

Oppgave 1	**MDI**
«Høyden av ei gran målt i meter *t* år etter at den ble plantet, er gitt ved	
$h(t) = -0{,}0003t^3 + 0{,}025t^2\ ,\ \ t \in [0, 50]$	
a) Tegn grafen til *h* digitalt	K
b) Finn den gjennomsnittlige vekstfarten til grana i periodene [0, 10], [10, 20], [20, 30], [30, 40] og [40, 50]»	K

Figur 18: Oppgave 8.10 (Oldervoll m. fl., 2014, s. 265)

Oppgave 2	**MDI**
«Stein I. Hage planter ei solsikke. Høyden målt i centimeter *x* dager etter at den ble plantet, er gitt ved $h(x) = 0{,}01x^{2,7}$.	
a) Tegn grafen til *h* digitalt.	K
b) Finn den gjennomsnittlige vekstfarten i periodene [0, 5], [15, 20] og [25, 30]	K
c) Finn den gjennomsnittlige vekstfarten i periodene [10, 11], [10, 10,1] og [10, 10,01]	K
d) Hva vil du si at vekstfarten er etter nøyaktig 10 dager?»	C/PS

Figur 19: Oppgave 8.11 (Oldervoll m. fl., 2014, s. 265)

Oppgave 3	**MDI**
«Høyden av et tre i centimeter *t* år etter at det ble plantet, er gitt ved	
$h(t) = -\frac{1}{30}t^3 + \frac{5}{2}t^2\ ,\ t \in [0,\ 50]$	
Tegn grafen og finn grafisk den momentane vekstfarten etter	
a) 10 år b) 30 år c) 40 år	K

Figur 20: Oppgave 8.21 (Oldervoll m. fl., 2014, s. 267)

Oppgave 4	**MDI**
«Løs oppgave 3 digitalt	K

Figur 21: Oppgave 8.23 (Oldervoll m. fl., 2014, s. 268)

Oppgave 5	**MDI**
«En funksjon *f* er gitt ved $f(x) = x^3 - 2x, \quad x \in [-1, 4]$.	
a) Tegn grafen til *f* på et ruteark	K
b) Bestem den gjennomsnittlige vekstfarten for *f* i intervallet [-1, 4].	A
c) Bestem grafisk den momentane vekstfarten for *f* når $x = 1$.»	K

Figur 22: Oppgave 8.200 (Oldervoll et al, 2014, s. 443)

Oppgave 6	**MDI**
«Høyden i meter av et tre etter *t* år er gitt ved $h(t) = -\frac{1}{4500}t^3 + \frac{1}{50}t^2, \; t \in [0, 60]$. I hvilken av periodene	A
a) [0, 20]	
b) [20, 40]	
c) [40, 60]	
vokser treet mest per år?	
Hva er den gjennomsnittlige vekstfarten til treet i denne perioden?	A

Figur 23: Oppgave 8.301 (Oldervoll m. fl., 2014, s. 449)

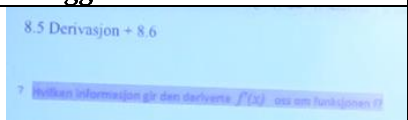
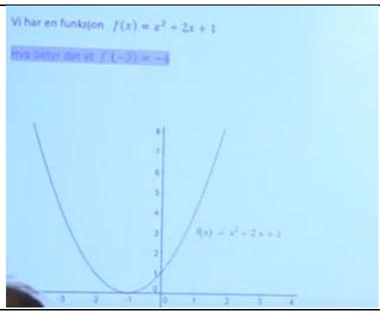
De fleste oppgavene går ut på å utføre en kjent prosedyre, og er derfor kodet som K. I oppgave 2d) må man først tolke spørsmålet og skjønne at det spørres etter momentan vekstfart. Deretter må man velge hvordan man vil gå fram for å finne denne. Oppgaven kan løses både grafisk og ved regning. På grunn av kompleksiteten, er den kodet som C/PS. Oppgave 5b) er kodet som A fordi man også her må bestemme seg for fremgangsmåte; grafisk eller ved regning. Det samme gjelder oppgave 6. Vi ser at det er en overvekt av oppgaver på laveste nivå, og kun én oppgave som inneholder problemløsning eller som krever at de kombinerer kunnskap fra flere områder.

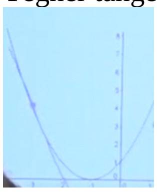
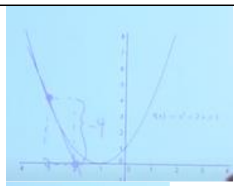
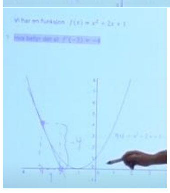
5.1.2 Derivasjon. Noen derivasjonsregler.

I den andre økta som ble observert, var temaet derivasjon og derivasjonsregler. Klassen hadde jobbet med grenseverdier og vekstfart som grenseverdi i en økt som ikke ble observert. Da hadde de også kommet fram til definisjonen av den deriverte, og sett på anvendelse av den. Før denne økta hadde de hatt i lekse å se to videoer og løse tilhørende oppgaver.

Økta kan deles inn i disse fire sekvensene: Læreren innledet først med et kort tilbakeblikk på forrige times tema og henvisning til dagens lekse. Så gikk man direkte over til å tolke betydningen av den deriverte i et punkt. Den tredje sekvensen bestod av flere eksempler på bruk av derivasjonsregelen $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$, og i den fjerde sekvensen jobbet elevene med en større oppgave. Hver sekvens kan deles ytterligere inn i episoder, og jeg velger å gjengi noen av disse episodene.

Utdraget nedenfor handler om å tolke betydningen av den deriverte. Det starter generelt, og så går man over til en konkret oppgave: Hva betyr $f'(-3) = -4$?

Nr	Hvem	Ytring	Tilleggskommentarer. Gester	MDI
11	L	La oss si at vi har en funksjon nå da, en eller annen funksjon. Og så får vi vite den deriverte til funksjonen. Hva er det egentlig vi får vite da? Hva er det den deriverte forteller oss? Om en funksjon?		Ma D
12	L	Jan?		
13	Jan	Vekstfarten?		D, Ms
14	L	Vekstfarten, ja! Og da er det snakk om den momentane vekstfarten. Så har vi den deriverte til funksjonen, så kan vi finne ut hva er den momentane vekstfarten over alt egentlig på funksjonen vår. (3 s). Det er et uttrykk for den momentane vekstfarten.	Peker på «f'(x)» på tavla. «Tegner» graf i lufta med hånda.	Ma P
15	L	Så hvis vi har .. skal vi se da, om vi kan få denne her til å reagere … Hvis vi har en funksjon (2s) f av x er lik x i andre pluss to x pluss én ($f(x) = x^2 + 2x + 1$). Andregradsfunksjon. (2 s) Og så får vi vite at f-derivert av minus tre, den er minus fire.		Ms Ma
16	L	Fortell til sidemannen hva det betyr.		D, C/PS
17	*Simen*	*(Mumling). Der hvor x er minus tre – vet ikke – så er funksjonen, nei, så er vekstfarten fire. Eller minus fire, da.*		D Ma L
18	*Iver*	*Altså. Hvis du legger inn minus tre som x-verdien, så får du minus fire i y-verdien.*		D Ma L_{err}
19	*Simen*	*Altså, du får jo … eh … minus tre som x-verdi og*		D, Ma L
20	*Iver*	*Ja, og da får du minus fire når du legger det inn i … uttrykket (?)*		D, Ma L_{err}
21	*Iver*	*Minus tre … i andre …*		Ms
22	L	Aksel, har du noe forslag? Hva betyr det egentlig, dette her? Det aller første, f-derivert av minus tre, den minus tre'en – hva er det for noe?		D → P/S C/PS → K
23	Aksel	x		Y/N

24	L	x'en er minus tre. x er minus tre. Det betyr at, her er x lik minus tre. Så det betyr at da er vi i det punktet der da. For her er x lik minus tre.	Markerer punkt på grafen der x = -3.	Ms, Ma GF (strukt ur)
25	L	Og så sier vi at den deriverte til f i det her minus tre er lik minus fire. Hva betyr det?		Ma D
26	Simen	At y er minus fire.		D, Ma
27	L	At y er, tilfeldigvis nå så, ja, y er fire, ser du. Men der står det at f-derivert er lik minus fire. Hva betyr det? Marit?		D
28	Marit	At den momentale vekstfarten til minus tre er minus fire?	Sier «momentale»	D
29	L	Akkurat! Hvis vi ser på kurva i det punktet her, så er den momentane vekstfarten, altså helninga på den kurva, hvis jeg hadde laget en tangent nå til kurva, i det punktet der, så vil stigninga til den tangenten være minus fire (2s). Ble det det? Hvis jeg går (4s) Hvis jeg tar punktet der og punktet der. Sånn (3s). Momentane vekstfarten, hva var det det samme som? Marit?	Peker på punktet. Tegner tangent. 	Ma NM Ma Y/N
30	Marit	Stigningstall.		Y/N
31	L	Stigningstallet. Så det er egentlig delta x på delta y, da. Nei, delta y på delta x. Delta y hvor mye er den? Hvis vi ser her? Jo, vi går dit og dit. Vi går minus fire, vi går fire nedover. En, to, tre, fire – minus fire - når vi går én bortover (2s) langs x-aksen. Så delta y er minus fire, delt på én, som er minus fire. Så den deriverte den sier oss altså hva er den momentane vekstfarten i det punktet der x er lik minus tre, da.	  «Hopper» nedover samtidig som han sier «en, to, tre, fire». Peker én mot høyre langs x-aksen.	GF (Regel) NM V Ms Ma GF

Figur 24: Når legitimeringen er feil.

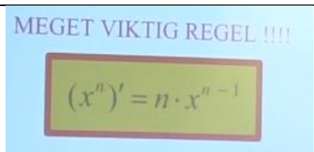
Læreren spør i ytring 11 om hva den deriverte forteller oss, og Jan svarer «vekstfarten», noe læreren bekrefter. Spørsmålet som stilles er av typen «Hva», noe som kan kodes som P/S. Jan svarer med ett ord, dermed kunne svaret vært kodet med Y/N. Men for å svare på spørsmålet «Hva forteller den deriverte?» må man ha kommet langt i sin individualisering av objektet «den deriverte». Jeg har derfor kodet denne oppfordringen til elevdeltakelse som D: Læreren ber om forslag, og elevene må resonnere for å kunne svare. Etter å ha bekreftet svaret utdyper læreren at det er den momentane vekstfarten det nå er snakk om, og slår fast at hvis vi har den deriverte, så kan vi finne den momentane vekstfarten overalt på en funksjon. Dette er kodet som P fordi det oppfattes som en påstand slik det ytres her. Ettersom vi vet at klassen har jobbet med definisjonen av den deriverte forrige økt, kunne ytringen også vært kodet som GF; en legitimering med bakgrunn i tidligere etablert generalisering, nemlig en regel.

Etter å ha gitt elevene oppgaven å tolke $f'(-3) = -4$, ber han dem fortelle til sidemannen hva det betyr. Dette kan analyseres både med hensyn på oppgavetype og på elevdeltakelse. Her er det samtaler mellom stort sett alle læringsparene i klassen, men det er ikke mulig å høre hva som blir sagt i mer enn én gruppe. Vi ser eksempler på at nykommere i diskursen prøver å delta selv om samtalen mellom Simen og Iver viser at objektet «den deriverte» på langt nær er individualisert ennå (ytring 17-21). Sfard definerer «passiv bruk» av et matematisk objekt ved at deltakerne kan utføre *korrekte* handlinger knyttet til objektet uten at de bruker ordet selv. Simens første ytring er riktig (nr. 17), mens Ivers fortsettelse viser at han ikke skiller tydelig mellom $f'(-3)$ og $f(-3)$. En koding ved hjelp av MDI slik det er utarbeidet av Adler og Ronda, tar ikke høyde for at uttalelser om eller handlinger med objekter ikke er korrekte. Jeg støtter meg derfor på Mosvold og Fauskanger, og innfører den nye koden L_{err} som indikerer at legitimeringen av matematikken er lokal, men feil (Mosvold & Fauskanger, 2017).

Når elevene har fått omtrent et halvt minutt til å diskutere, spør læreren Aksel (ytring 22) om et forslag. Det første spørsmålet; «Hva betyr egentlig dette her?» er av kategorien C/PS, ettersom det kreves både resonnering og tolking av representasjoner (algebraisk notasjon, definisjon av den deriverte, betydning av momentan vekstfart) for å kunne svare på oppgaven. Før Aksel rekker å svare, omformulerer læreren spørsmålet til «… den minus 3'en der, hva er det for noe?». Fra å skulle tolke betydningen av hele uttrykket, snevres det først inn til å se kun på venstresiden, til å kun se på tallet minus 3. Da blir Aksels oppgave å tolke tallet minus 3 i skrivemåten $f'(-3)$. Dette karakteriserer jeg som en K-oppgave, ettersom han nå skal utføre en kjent prosedyre. Elevene har jobbet med funksjoner i tidligere kapitler, og skrivemåter som $f(x)$ og $f(-3)$ er kjent. Dermed er de også kjent med at det er variabelen x som byttes ut med en verdi i slike tilfeller. Lærerens omformulering av spørsmålet fører også til at graden av elevdeltakelse reduseres. Når læreren ber om forslag, er dette kodet med D, men når det til slutt spørres om hva minus tre står for, er elevdeltakelsen på nivået Y/N. I stedet for å gi en tolkning av «Hva betyr $f'(-3) = -4$?», blir Aksels svar kun «x».

Her ser vi et eksempel på et forhold påpekt av Adler og Ronda selv: Man bør vurdere å definere nye kategorier som kombinerer elevdeltakelse og oppgave (Adler & Ronda, 2015). I ytring 22 må man bruke mange koder for å vise at både oppgavenivået og graden av elevdeltakelse synker.

Etter denne sekvensen følger et lignende eksempel, før læreren viser definisjonen av den deriverte på tavla og minner om at de sammen hadde regnet ut den deriverte forrige time. Vi er nå over i den tredje sekvensen av økta. Eksempelfunksjonen denne timen er det samme som forrige gang, og elevene ser nå at de hadde regnet ut $f'(-3)$ og $f'(2)$ ved hjelp av definisjonen. Dette blir overgangen til derivasjonsregler:

Nr	Hvem	Ytring	Tilleggskommentar. Gester.	MDI
61	L	Men det å bruke definisjonen, det er komplisert … Så dermed bruker vi i stedet en regel.		E P
62	L	Og denne her kommer dere til å bruke utrolig mye.		P
63	L	Hva er det den sier for noe? Jo, den sier at hvis vi har x opphøyd i en eksponent, og nå sier vi at i stedet for å kalle eksponenten én eller to eller tre, så gjør vi det helt generelt, vi kaller den bare n, så kan vi etterpå bestemme hva n'en skal være for noe.		Ma NM
64	L	Da sier regelen at OK, hvis vi har x opphøyd i n derivert, så er den deriverte n ganger x opphøyd i n minus én. Altså, vi skal ta den der eksponenten, vi skal sette den foran, og så skal vi trekke fra én oppi eksponenten etterpå. Og da har vi funnet den deriverte. Da trenger vi ikke å holde på med den der definisjonen og, og holde på å styre videre. Det er bare å sette inn i den formelen der. Og det er betraktelig mye lettere enn å regne med definisjonen.	Peker på aktuelle steder i formelen samtidig som han snakker.	GF Ma NM GF P P

Figur 25: Introduksjon av derivasjonsregel - deltakelse eller tilegnelse?

Ytring 61 kan sees på som presentasjon av et nytt objekt for læring, før derivasjonsregelen $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$ introduseres av læreren uten noen videre forklaring (nr. 62). Denne kodes derfor som P. Ytring 64 fra læreren handler om hvordan man rent teknisk finner den deriverte ved hjelp av formelen. Her forklarer læreren på et språk som både er Ma («så er den deriverte n ganger x opphøyd i n minus én») og NM («vi skal ta den der eksponenten», «trekke fra én oppi …»). Legitimeringen er GF ettersom han henviser til den regelen han akkurat har presentert. Når han slår fast at «da har vi funnet den deriverte», er dette kodet som P. Det samme gjelder «Det er bare å sette inn i den formelen der». Etter at regelen er presentert, skriver læreren funksjonen $f(x) = x^3$ på tavla, og oppgaven er nå at denne skal deriveres. Dette er en oppgave på det laveste kognitive nivået (K), ettersom det dreier seg om å utføre en bestemt prosedyre.

Nr	**Hvem**	**Ytring**	**Tilleggskommentar. Gester.**	**MDI**
66		(Noe forkortet). F av x er lik x i tredje, står det der. Hvis vi sammenligner med formelen - hva er n? Eva?	$f(x) = x^3$	Y/N
67	Eva	Tre		Y/N
68	L	N er lik tre. (3s) Hva sier formelen da at den deriverte blir? Fortell det til sidemannen.	Skriver «n = 3»	K D
69	*Iver*	*Tre ganger x i tredje minus én.*		D, Ms
70	*Simen*	*Tre ganger x i andre.*		D, Ms
71	*Iver*	*I andre?*		Ms
72	*Simen*	*Hvis du minuser*		P/S NM GF
73	*Iver*	*Men det blir fortsatt tre ganger x, ja?*		D, Ms
74	*Simen*	*Ja, tre x i andre blir det.*		Ms, GF
75	*Iver*	*Tre x i andre, ja.*		Ms
76	*Simen*	*Ja*		

Figur 26: Ordbruk i forklaring og legitimering hos elever.

Også i denne episoden blir elevene bedt om å forklare noe til sidemannen, og det prates i alle grupper. Ytring 69 kan tyde på at Iver vet hvordan regelen skal brukes, ettersom han «leser» riktig fremgangsmåte (Ms). Når Simen trekker sammen, og sier løsningen, viser Iver i ytring 71 at han likevel ikke har individualisert objektet fullt ut. Simens ytring «hvis du minuser» er en forklaring i ikke-matematisk språk, samtidig som han begrunner fremgangsmåten sin med derivasjonsregelen (GF). Den er også svar på et slags «hvordan»-spørsmål fra Iver, og har derfor fått kodingen P/S. Iver ber om bekreftelse fra Simen i ytring 74, og Simen slår igjen fast hva svaret er. Han starter sin ytring med «Ja, …», noe som kan indikere at han vet at han har brukt regelen riktig. Ytringen karakteriseres derfor som GF.

Etter at klassen og læreren sammen har kommet fram til at $(x^3)' = 3x^2$, setter læreren opp flere eksempler på tavla:

	MDI
1. $f(x) = x^5$	K
2. $f(x) = 3x^5$	K → A
3. $f(x) = x^{7,5}$	K
4. $f(x) = \ x^{-4}$	K
5. $f(x) = \sqrt{x}$	A

Figur 27: Variasjon i eksempler

Eksempel 1, 3 og 4 har lik struktur ettersom grunntallet i potensen er likt mens eksponenten varierer. Eksempel 2 varierer fra eksempel 1 med at vi har fått en konstant foran potensen, mens eksempel 5 ikke ser ut til å inneholde en potens – ved første øyekast. Ved å skrive om $\sqrt{x}$ til $x^{\frac{1}{2}}$ har vi også her en potens med samme grunntall som i eksempel 1, 3 og 4. Her kan vi identifisere MDI-koden S (similarity, likhet) i eksempelbruk. Dette er den eneste gangen i observasjonsperioden at elevene blir presentert for flere korte eksempler etter hverandre der det er naturlig å analysere variasjon mellom eksemplene. Eksemplene er også kodet ut fra hvilket kognitivt nivå de ligger på, ettersom elevene skal utføre operasjoner på dem. Dette illustrerer at det kan være vanskelig å skille mellom eksempel og oppgave.

I siste del av første time jobbet elevene med en større oppgave:

Oppgave	**MDI**
En funksjon f er gitt ved $f(x) = x^3 - 4x$.	
a) Tegn grafen til f i GeoGebra.	K
b) Regn ut $f'(x)$.	K
c) Finn ved regning likningen for tangenten i punktet $(1, f(1))$.	C/PS
d) Sjekk svaret i GeoGebra.	A

Figur 28: Kognitivt nivå på øvingsoppgave

Deloppgave a) og b) går ut på å utføre kjente prosedyrer, mens c) ligger på det høyeste nivået. Her må man bruke kunnskap om rette linjer, skrivemåte for funksjonsverdi og punkt, og sammenhengen mellom tangent og den deriverte. Oppgave d) krever at man velger en fremgangsmåte før man kommer fram til løsningen, men den er ikke på det samme kognitive nivået som c).

5.1.3 Optimering

I den tredje og siste undervisningsøkta som ble observert i Klasse A, var temaet optimering. Elevene hadde hatt to videoleksjoner i lekse, og økta hadde den samme organiseringen som de to foregående. Læreren introduserte først dagens tema og ba elevene snakke sammen om hva som menes med «optimering». De to neste sekvensene dreide seg om gjennomgang av to større, praktiske eksempler for å illustrere hva optimering er, og hvordan derivasjon henger sammen med optimering. Til slutt skulle elevene regne oppgaver om emnet.

Etter at elevene hadde diskutert begrepet «optimering» seg imellom, kom man fram til at å optimere vil si å finne «det optimale» som igjen kan forklares med mest, minst eller det mest lønnsomme. Klassen ble så presentert for et eksempel som blant annet gikk ut på å finne den produksjonsmengden som gir størst overskudd:

	MDI
En bedrift produserer gressklippere. Ved produksjon og salg av *x* gressklippere er overskuddet i kroner $O(x) = -0{,}10x^2 + 200x - 75\,000$.	
a) Tegn grafen til *O* digitalt.	K
b) Finn grafisk hvilken produksjonsmengde som gir bedriften størst overskudd.	A
c) Finn *O'(x)*.	
d) Finn ved regning når bedriften har størst overskudd. Hva er overskuddet	K
da?	C/PS

Figur 29: Størst mulig overskudd

Læreren kaller dette et eksempel, men det kan også sees på som en oppgave som skal løses sammen. Derfor er kodingen gjort med MDI-kategoriene for oppgavenivå. Før grafen tegnes, diskuterer læreren med elevene hvordan grafen vil se ut, og man kommer fram til at det vil bli en parabel med toppunkt («sur-munn»). Oppgaven sier at grafen skal brukes til å finne den produksjonsmengden som gir størst overskudd.

Nr	Hvem	Ytring	Tilleggskommentarer. Gester.	MDI
32	L	(Forkortet). Så hvis vi tenker hvordan den funksjonen der ser ut, da, er det sånn at vi vil finne en x-verdi som gjør at overskuddet blir mest mulig? Kan vi forvente oss å finne det? Ask?		Y/N
33	Ask	Ja.		Y/N

34	L	Ja. Fordi at her er det sånn at vi vil få en funksjon som ser ut et eller annet sånn som dette her. Så har vi x-aksen, som var antall gressklippere som produseres. Og så har vi y-aksen som gir oss overskuddet. Og da vil det være en eller annen plass hvor et gitt antall gressklippere gir det største overskuddet. Så det er det vi skal finne da. Så vi skal finne et toppunkt til funksjonen. Det er egentlig det det går ut på.	Tegner på tavla ved siden av (parabel med toppunkt) Tegner aksene samtidig med at de nevnes.	GF Ma NM P A → K

Figur 30: Kognitivt nivå reduseres I

Her ser vi igjen et eksempel på at det som var en oppgave på nivå A, reduseres til nivå K ved at læreren stiller stadig mer ledende spørsmål. I ytring 34 er legitimeringen kodet som GF fordi læreren refererer til en kjent struktur, nemlig at funksjoner med negativt andregradsledd vil få en graf med toppunkt. Det kan virke som en påstand (P) slik det står her, men denne sammenhengen ble understreket like før denne episoden.

Etter dette tegner man grafen i GeoGebra, og finner toppunktet som har koordinatene (1000, 25 000). Læreren ber videre elevene snakke sammen og tolke tallene 1000 og 25 000:

Nr	**Hvem**	**Ytring**	**Tilleggskommentarer. Gester.**	**MDI**
69	L	Hva betyr dette her nå? Hva betyr tusen og tjuefem tusen (25 000) her? Ta og fortell det til sidemannen.		C/PS D
70	*Simen*	*Når han selger tusen, så blir overskuddet*		D, Ma
71	*Iver*	*Hæ?*		
72	*Simen*	*Er det ikke når han selger tusen … gressklippere … Nei, hva blir det da?*		D, Ma
73	*Iver*	*Ja, hvis han selger tusen gressklippere, så får de overskudd på tjuefem tusen (25 000).*		D, Ma GP
74	*Simen*	*Ja, det er jo det det betyr, da. Men hvorfor er det optim … Er det der de tjener mest?*		GF D Ma
75	*Iver*	*Jaa, det er sikkert det. Hvis du er nedpå her og sånn, så får du ikke overskudd på tjuefem tusen (25 000).*		D (V) GF
76	*Simen*	*Mm*		
77	*E*	*Når det er tusen gressklippere går de med tohundreogfemti tusen (250 000) i overskudd.*	*Samtale mellom andre elever*	
78	L	Hva betyr tusen og tjuefemtusen (25 000)?		P/S
79	L	Arve?		

80	Arve	At tusen tilsvarer antall gressklippere, og at tjuefem tusen (25 000) tilsvarer overskuddet han har fått etter så mange solgte gressklippere.		D Ma
81	L	Akkurat! x'en, x-verdien er antall gressklippere. Det betyr at når vi har solgt tusen gressklippere, da er overskuddet tjuefem tusen (25 000) kroner. (2s) Det var ikke så veldig stor avanse på hver klipper, da. Tjuefem (25) kroner.	Peker på aktuelle steder på grafen og aksene.	GF

Figur 31: Praktisk tolkning av toppunkt.

Simen starter på en ytring som kan tyde på at han er i stand til å veksle mellom ulike representasjoner (graf, koordinater til et punkt, praktisk tolkning av aksene) (ytring 70). Når Iver i ytring 71 signaliserer at han ikke skjønner, er det interessant å observere Simens etterfølgende ytring (72). Fra å starte på en stadfestelse i ytring 70, går han nå over til å stille spørsmål, før han trekker tilbake det han har begynt på. Dette viser at ved å gi elever mulighet og tid til å snakke om matematikk, kan vi avdekke om objektene som skal læres er individualisert eller ikke. Iver kommer med sin (korrekte) tolkning i ytring 73. Her viser han at han knytter sammen grafen og benevningen på koordinataksene på riktig måte. Selv om det ikke er noen eksplisitt begrunnelse av svaret i Ivers ytring, har jeg kodet den som GP. Det er tydelig at han begrunner med en etablert struktur, og at i akkurat dette tilfellet gjelder x-aksen antall gressklippere og y-aksen overskudd i kroner. I ytring 74 viser Simen at han vet at det er toppunktet på en graf som har den høyeste funksjonsverdien («Ja, det er jo det det betyr, da»). Her legitimerer han med en tidligere etablert generalisering (GF). Likevel uttrykker han usikkerhet til om dette kan stemme. I ytring 75 legitimerer Iver svaret ved å henvise til grafen («Hvis du er nedpå her og sånn»). Dette kan tolkes som en ikke-matematisk, visuell (V) legitimering. Samtidig viser han til verdier på y-aksen, og peker på at y-verdiene er ikke like høye andre steder på grafen som i toppunktet. Dermed er det mer riktig å kategorisere dette som GF.

Etter at koordinatene til toppunktet er forklart, regner læreren og elevene ut $O'(x)$ i fellesskap, før de i neste oppgave skal finne det største overskuddet ved regning.

Nr	Hvem	Ytring	Tilleggskommentarer. Gester.	MDI
108	L	Så står det «Finn ved regning når bedriften har størst overskudd. Hva er overskuddet da?» (3s). Så da skal vi finne det altså ved regning. Vi fant det jo grafisk her i sted. Nå skal vi vise at vi får det samme ved regning. (3s). Hvordan kan vi bruke den deriverte til å finne ut når vi har et toppunkt eller bunnpunkt? (3s). Fortell det til sidemannen. Hva er det som er spesielt med den deriverte når vi har et topp- eller bunnpunkt, da?		Ms C/PS A A

Figur 32: Kognitivt nivå reduseres II

Her får elevene oppgaven «Finn ved regning når bedriften har størst overskudd. Hva er overskuddet da?» Dette er i utgangspunktet en oppgave på nivå C/PS, ettersom de må kombinere det de vet om den deriverte i et toppunkt, og hva et toppunkt forteller om størrelsen på funksjonsverdien. Før elevene rekker å starte, har læreren omformulert (innsnevret) spørsmålet to ganger. Likevel beholder oppgaven nivå A, ettersom de må finne fremgangsmåte selv.

Disse ytringene følger så mellom Simen og Iver:

Nr	Hvem	Ytring	Tilleggskommentarer. Gester.	MDI
109	*Simen*	*Er den ikke null, da?*		D
110	*Iver*	*Jo. Så …*		
111	*Simen*	*Men setter vi inn null for x da?*		D, Ma
112	*Iver*	*Du setter null for hele greia der, tror jeg da. Sånn at du får …*		D Ma NM
113	*Simen*	*Ja*		
114	*Iver*	*Du får det der er lik null*		NM
115	*Simen*	*… null for x der ja …*		Ms
116	*Iver*	*Også da kan du bare flytte over og sånn … Og da … Null er lik*		GF NM, Ms
117	*Simen*	*Det blir to hundre, da.*		P/S
118	*Iver*	*Eh … Kanskje der, det er det. Jeg vet ikke hva jeg gjør, jeg*		

Figur 33: Finne toppunkt ved derivasjon. Koding av misforståelse.

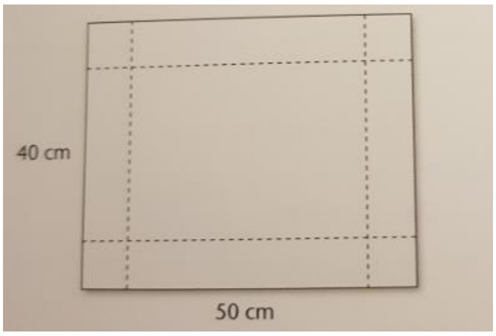
Simen starter med et utsagn som indikerer at han vet at den deriverte er null i et toppunkt. Ytring 111 er kodet som Ma fordi det er matematisk språk brukt naturlig. Likevel viser ytringen «den deriverte er lik null» bare er en regel Simen kan gjenta ordrett uten at ordene gir mening for ham. Iver mener at de skal sette «null for hele greia» i ytring 112. Selv om han bruker ikke-matematisk språk, er det tydelig at han mener at uttrykket for den deriverte skal settes lik null. Dette kommer enda tydeligere fram i ytring 116, der han sier at man kan «bare flytte over og sånn». Også her er språket NM, men han viser til regler for likningsløsning. Simen kommer med et forslag til svar i ytring 117. Det kan vises at han har satt inn null for x i uttrykket for den deriverte, så selv om Iver har forklart den riktige fremgangsmåten i flere ytringer, holder Simen fast på det han først trodde. Det kommer ikke fram om Iver har regnet ut noe svar selv, men han høres usikker ut i den siste ytringen i denne sekvensen. Det kan henge sammen med en oppfatning av hvordan styrkeforholdet mellom Iver og Simen når det gjelder matematisk kompetanse. I en tidligere økt har de diskutert resultatene fra sist prøve, og der har Simen gjort det betraktelig bedre enn Iver. Dette kan føre til at Iver stiller spørsmål ved om hans egen oppfatning kan være riktig, særlig dersom Simen mener noe annet.

Etter dette regner læreren ut at den optimale produksjonsmengden er 1000 enheter, og at overskuddet da blir 25000 kr, etter innspill fra elever.

Det neste store eksemplet dreier seg om å brette en papplate om til en eske slik at volumet blir størst mulig.

MDI

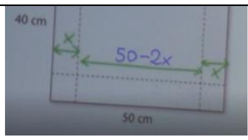
Vi har en rektangulær papplate med lengden 50 cm og bredden 40 cm. Vi skal lage ei eska av papplata ved å brette opp kantene. Se figuren.



Hvor høy bør vi lage eska for at den skal romme mest mulig? CP/SA
Hvor mange liter rommer den da?

Figur 34: Størst mulig volum.

Diskursen følger det samme mønsteret som i tidligere eksempler, læreren styrer diskursen og lar elevene komme med innspill. Først repeteres det hvordan vi kommer fram til volum av et prisme. Deretter ber læreren om forslag til hvordan lengde og bredde kan uttrykkes med x. Man kommer fram til at lengden kan uttrykkes som $50 - 2x$ og bredden som $40 - 2x$.

Nr	Hvem	Ytring	Tilleggskommentarer. Gester	MDI
178	L	Og så kommer (3s) hovedspørsmålet her da: «Hvor høy bør vi lage eska for at den skal romme mest mulig»?	Peker på oppgaveteksten.	C/PS
179	L	Jobb sammen og prøv å komme fram til det!		D
180	*Iver*	*Vent litt!*		
181	*Simen*	*Hvorfor har det noe å si?*		D
182	*Iver*	*Er det ikke en sånn regel på dette her da, at den kommer til å romme like mye uansett, fordi overflata er den samme?*		D GF Ma
183	*Simen*	*(Prøver seg fram med tall). Det blir jo det samme.*		D
184	L	Og her ser vi ikke svaret med en gang, så her må vi lage oss en funksjon, og så må vi gjøre noe med den funksjonen for å finne den største verdien.	Lærer sier dette til hele klassen. Samtalen mellom Iver og Simen foregår samtidig.	P C/PS → A Ma NM
185	*Iver*	*Men det jeg tenker er at, se her nå: Jo høyere sidene er, jo mer overflate blir tapt på de der hjørnekantene.*		D Ma NM
186	*Simen*	*Jo lavere, jo mer … mer grunnflate har den.*		Ma
187	*Iver*	*Ja. Ja, men liksom, se her nå: Ser du de der småe grønne der? De blir jo ikke brukt til noe når vi bretter opp, ikke sant?*		NM V E
188	*Simen*	*Mm*		
189	*Iver*	*Så hvis sidene er så lave som mulig da, så rommer den mer (ler litt), men da kommer vannet til å «dette ut» av alle sidene,*		E
190	*Simen*	*Men vi skulle jo prøve å sette opp noe … ei likning? (2s). A er lik førti …*		
191	L	Har dere noe forslag? Hvordan skal vi gripe det an?	Lærer henvender seg til en gruppe på 4 elever. Samtalen mellom Iver og Simen foregår uavhengig.	
192	*Iver*	*Det her … det her blir jo bortkastet. Det der (den lille der?) (uhørbart). Den rommer jo ikke noe, ikke sant?*		NM E
193	*Simen*	*Jeg trodde ikke det hadde noe å si jeg, hvor høy den var.*		

Figur 35: Fra hverdagsspråk til matematisk språk.

Læreren ber elevene om å jobbe sammen for å finne ut svaret. Etter et drøyt minutt kommer han med et hint: «… lage oss en funksjon, og så må vi gjøre noe med den funksjonen …». Med det utsagnet går oppgaven fra å være C/PS til å bli nivå A. Etter flere ytringer mellom lærer og flere av elevene, kommer man frem til en funksjon for volumet. Det er også brukt litt tid i fellesskap på å multiplisere ut uttrykket $(50-2x)(40-2x)x$.

Nr	Hvem	Ytring	Tilleggskommentarer. Gester.	MDI
236	L	Men jeg ønsker jo å finne nå: Hva er det største mulige volumet vi kan få? (3s). Fortell til sidemannen hva vi må gjøre videre nå, for å finne ut hvilken x-verdi som gir det største volumet.		Ma C/PS CP/S → A

Figur 36: Kognitivt nivå reduseres III.

I denne ytringen spør læreren først «Hva er det største volumet …?» Da er oppgaven på nivå C/PS fordi her kreves det at man ser sammenhenger mellom flere deler av faget for å komme fram til svaret (hva forteller variabelen x, hva forteller V(x), hvordan finne «størst mulig»). Like etterpå stilles spørsmålet mer detaljert: «… finne ut hvilken x-verdi som …». Fortsatt kan oppgaven løses på flere måter, men nå har elevene fått mye hjelp til å velge fremgangsmåte. Oppgaven har derfor gått fra C/PS til A.

Etter dette diskuteres oppgaven i flere elevgrupper, og det snakkes om derivasjon.

Nr	Hvem	Ytring	Tilleggskommentarer. Gester	MDI
245	L	Heidi, har du noe forslag?		D
246	Heidi	Jeg ville først derivert den hvertfall.		D, Ma
247	L	Ja! Det var akkurat det jeg var ute etter! Vi trenger å derivere. For nå … dette her er jo en tredjegradsfunksjon, vi vet ikke helt hvordan den egentlig ser ut, da. Men nå skal vi altså finne … vi er ute etter et toppunkt for den funksjonen her. Toppunkt: Da deriverer vi, aller først. Men det gjør vi etter pausen. Vi tar 5 minutter først.		P P

Figur 37: Liten elevdeltakelse.

Heidi foreslår å derivere funksjonen, noe læreren bekrefter. Så kommer læreren med to påstander: «Vi trenger å derivere» og «vi er ute etter et toppunkt …». Her kunne elevene fått deltatt i større grad. Hvorfor ønsker Heidi å derivere? Hva er hensikten med å derivere i dette tilfellet? Det er mulig at læreren slår fast dette fordi det er like før pause, og at det derfor ikke vil bli tid nok til å diskutere dette ordentlig.

I andre time bruker man nesten tjue minutter på å gjøre eksemplet ferdig. Resten av tiden brukes til oppgaveløsning i boka.

5.1.4 Oppsummering av funn i Klasse A

De tre øktene som ble observert og analysert i denne klassen, fulgte i stor grad samme mønster. Her vil jeg oppsummere funnene ved å henvise til aspektene fra MDI.

Det første man legger merke til i denne klassen, er at det brukes veldig få eksempler. Allerede etter fire minutter i den første timen med nytt kapittel, blir elevene bedt om å regne ut gjennomsnittlig vekstfart. Dette gjentar seg i de to andre øktene. Enten man velger å kalle det eksempelgjennomgang eller oppgaveløsning i fellesskap, gjelder det samme: Man tar i bruk det nye matematiske objektet med en gang. Her var det «gjennomsnittlig vekstfart», «momentan vekstfart», «den deriverte» og «optimering». Oppgavene veksler mellom å være K, A og C/PS. Noen av de oppgavene som løses i fellesskap er på det høyeste nivået, mens når elevene skal løse oppgaver alene, ligger hovedvekten på K- og A-oppgaver. Selv om vi ser flere eksempler på at det kognitive nivået reduseres før elevene rekker å starte, er eksemplifiseringen vurdert til nivå 3.

Lærerens forklarende tale er i første rekke veksling mellom Ma og NM. Dette er på nivå 3. Legitimeringen i utdraget om innføring av derivasjonsregler (ytring 61 – 65, s. 38) ligger hovedvekten av legitimeringen på P, men i ytring 64 s. 38 ser vi et eksempel på veksling mellom NM og Ma. Her er det mulig at NM er brukt for å ufarliggjøre eller forenkle det nye objektet «derivasjonsregler». Det virker som det er naturlig i klassen med et formelt matematisk språk, ettersom det også er Ms og Ma som er mest fremtredende blant elevene i de situasjonene de blir bedt om å snakke med sidemannen.

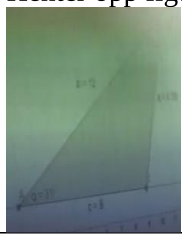
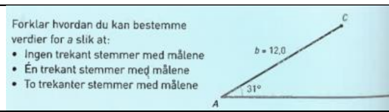
Vi finner elevdeltakelse på alle tre nivåer, og det er vanskelig å peke på at enkelte er mer fremtredende enn andre. Ett trekk som går igjen, er at noen spørsmål starter med å være D men reduseres til P/S eller Y/N ved at læreren innsnevrer og gjør spørsmålene mer ledende før elevene rekker å svare. Ytring 66 og 67 s. 47 er på nivået Y/N, mens de som følger etterpå er kodet til D. Ved å stille spørsmålet «hva er n» innledningsvis, åpnes det sannsynligvis opp slik at flere elever greier å samtale om å finne den deriverte etterpå. For at elevdeltakelsen skal vurderes til nivå 3, må vi finne «noe deltakelse i minst én episode», og det er oppfylt.

En oppsummering av analysen i Klasse A viser derfor at både eksemplifisering, forklarende tale og elevdeltakelse ligger på det høyeste nivået.

5.2 Klasse B

5.2.1 Sinus-setningen og Cosinus-setningen.

Klassen har jobbet med trigonometri en stund, og dette er ifølge planen den siste timen om emnet. De har <u>ikke</u> hatt videoleksjoner i lekse til denne økta. Det kan skyldes at de skal fortsette å jobbe med oppgaver om teori som allerede er gjennomgått, men det blir også sagt at de hadde vikar i timen før. Det er dermed ikke sikkert læreren hadde mulighet til å legge ut slik lekse. Klassen har uansett hatt annet hjemmearbeid, og timen starter med gjennomgang:

Nr	Hvem	Ytring	Tilleggskommentarer. Gester.	MDI
6	L	Skal vi se. (2s). Kjenner dere igjen den figuren der?	Henter opp figur i GeoGebra. 	
7	Flere	Ja, var ikke det leksa?		Y/N
8	L	Den var deler av leksa. Det er mulig noen ble ferdige med den i timen.		
9	E	Hvilken oppgave er det?		
10	E	(Uhørbart)		
11	L	Dette der var en sånn «snakke matte»-oppgave.		Ma
12	L	Og hva var det oppgaven gikk ut på? Jo, hvilke verdier kunne den siden der ha, i en sånn trekant? Det var vel det oppgaven gikk ut på. … Var det ikke det? … Og det fant dere kanskje ut?	Peker på én side i trekanten.	C/PS NM Ma
13	L	Jeg har laget en slik figur der jeg kan flytte på det der punktet. Punktet B eller hjørnet B i trekanten må ligge en eller annen plass langs … langs den linja der. Vinkelen skulle være trettién (31) grader, stod det.	Viser i GeoGebra. Flytter punktet, trekanten forandrer utseende.	Ma P
14	L	Ja, jeg vil gjerne høre, jeg, om dere har kommet fram til noe? (2s) Eller er det ingen som har kommet fram til noe som helst?		D
15	E	Jeg syns det var vanskelig.		
16	L	Hva sier du?		
17	E	Jeg syns det var vanskelig. Jeg skjønte liksom ikke helt hva vi skulle fram til.		

Figur 38: Snakke matte.

Læreverket som brukes inneholder flere «snakke-matte»-oppgaver, og nå har én av disse vært gitt som lekse. Disse oppgavene er gjerne på nivået C/PS, ettersom man ofte skal resonnere seg fram til en løsning, og det ikke alltid er bare én fremgangsmåte som fører fram. I tillegg til figuren i læreboka har læreren laget en figur i GeoGebra som illustrerer problemet bedre. Figuren er kodet til Ma, ettersom forklaringer også kan være visuelle. Oppgaven gir gode muligheter for elevdeltakelse. I ytring 13 slår læreren fast at «punktet B må ligge … langs den linja her» (noe forkortet). Selv om elevene har lært flere definisjoner og setninger/regler innenfor trigonometri, er det ingen bestemt regel som kan brukes for å finne ut dette. Ytringen er derfor kategorisert som P. I neste ytring ber læreren om å få høre hva elevene har kommet fram til. Her ber han om forslag (oppfordrer til deltakelse), og ytringen er derfor kategorisert med D. Etter kun to sekunder sier han: «Eller er det ingen som har kommet fram til noe som helst?» Det er kun én elev som svarer, og hun sier at det var vanskelig å skjønne oppgaven. Den lave responsen kan tyde på at det er få som har gjort leksa. Det er ikke mulig ut fra diskursen å si noe om årsaken til dette, men det kan tenkes at oppgavetypen er vanskelig å jobbe med på egen hånd. I denne sekvensen har læreren to muligheter til å oppfordre til mer elevdeltakelse: Han kan i ytring 13 spørre om det er noen krav til plassering av punkt *B* i stedet for å slå det fast, eller han kan i ytring 14 be elevene samarbeide om oppgaven i stedet for å stille det spørsmålet han gjør.

Etter denne innledningen begynner læreren å gjennomgå oppgaven ved å flytte på punkt *B* og se hva som skjer med trekanten. Han viser at siden *a* må ha en viss minimumslengde for at *B* skal ligge på linja som er gitt av vinkel *A*. Så flytter han punktet *B* andre veien for å undersøke om siden *a* har en maksimumslengde, eller om det ikke finnes noen begrensninger her.

Nr	Hvem	Ytring	Tilleggskommentarer. Gester.	MDI
30	L	Enn om vi begynner å flytte punktet sånn da? Går det an å flytte punktet på andre siden av A? (2s) Er det tillatt?		Ma NM (Y/N) D
31	Flere	«Ja» «Nei»		(Y/N) D
32	L	Eller?		
33	L	Skal vi se. Skal flytte litt på …		
34	E	Da blir det jo ikke noe …		D
35	L	Var det du som sa noe, (navn elev)?		
36	E	Ja, det er ikke noen vinkel der i den … vinkel A blir jo		D, NM Ma V, GF
37	L	Nei, da ødelegger vi på en måte oppsettet, for da har vi ikke at vinkel A er trettién (31) grader lenger.	Peker på figuren.	NM Ma L
38	E	Nei		
39	L	Så det går ikke sånn som her i hvertfall ikke.		P
40	L	Men … ja, så kan vi ikke ha akkurat den verdien der. I hvertfall ikke på den sida der. Kan vi ha tolv cm på andre sida? (2s) Jo, det går. Så opp til tolv, da, så er det to muligheter.	Trekker i figuren. 	Y/N P

Figur 39: Utforsking av figur.

Lærerens spørsmål i ytring 30 er kodet både som Y/N og D. For å kunne svare på dette, kreves det resonnering. Elevens svar er delte, og må kunne beskrives som forslag i diskusjonen heller enn ja/nei. Eleven som svarer begrunner sitt «nei» med at det skjer noe med vinkel *A*. Hun bruker både matematisk og ikke-matematisk språk når hun forklarer og legitimerer sitt syn. Matematisk fordi hun henviser til egenskaper ved trekanter, mens når hun sier «det er ikke noen vinkel der» er det visuell legitimering. Læreren bekrefter svaret og begrunnelsen med at «oppsettet» ødelegges (NM), fordi vinkel *A* skal være 31 grader. Dette er et krav som stilles i denne bestemte oppgaven, og legitimeringskategorien blir dermed L. Etter dette spør læreren om lengden kan være 12 cm hvis side *a* er på den «andre sida» og flytter på punkt *B* igjen for å vise. Han stiller et ja/nei-spørsmål, men elevene rekker ikke å svare før han slår fast at «jo, det går». Han oppsummerer med at når siden er opp til 12, «er det to muligheter».

Læreren gjør ferdig oppgaven, og skriver utfyllende svar på tavla. Så går han over til en oppsummering over hva de har lært om trigonometri så langt: definisjonene av sinus, cosinus og tangens i rettvinklede trekanter, arealsetningen og sinussetningen. De to siste skrives opp på tavla. Etter det går læreren tilbake til figuren igjen:

Nr	Hvem	Ytring	Tilleggskommentarer. Gester.	MDI
105	L	Når vi først har denne figuren her nå … går det an å regne ut hvor lang denne sida her er nå, ut fra de opplysningene vi har her?	Peker på trekanten på tavla. Peker på den korteste sida.	NM C/PS (Y/N) D
106	E	Ja!		Y/N
107	L	Ja, prøv! Dere skal få tredve sekund. … Bare for å avgjøre om det går an eller ikke. … Prøv å regne ut – nei, jeg skal ikke skrive – prøv å regne ut hvor lang den sida der er, ut i fra de opplysningene vi har. Vi har vinkelen, og så har vi de to sidene der.	Peker på den korteste sida.	D Ma
108	J	Skal vi bruke sinus-setningen da?		D, Ma
109	L	Ja, det var det dere skulle prøve å finne ut nå! ... Så det kan dere gjøre. Tredve sekunder fra nå!	Mye prat om oppgaven i klasserommet. Flere elevpar snakker sammen. Vanskelig å fange opp lyd.	
110	L	Det er igjen fem sekund!		

111	L	Ja! Da var tida ute … eh … arealsetningen, er den aktuell her?	Peker på arealsetningen på tavla	Y/N
112	G	Nei		Y/N
113	L	Nei, ikke til akkurat dette her. For vi har ikke noen opplysninger om arealet eller noe sånt, så det … hjelper oss ikke. Men går det an å bruke denne der? Det var egentlig det jeg ville dere skulle finne ut nå.	Peker på sinus-setningen.	GF Y/N

Figur 40: Utforskende diskurs.

Læreren stiller et ja/nei-spørsmål når han i ytring 105 spør om det er mulig å regne ut lengden av den siste siden med de opplysningene de har til nå. Samtidig er det en oppfordring til deltakelse eller utforsking. Denne ytringen er også kodet som en oppgave på nivå C/PS, selv om oppgave ifølge MDI er å «gjøre noe med eksemplet som er presentert». For å kunne svare, må man prøve flere setninger eller fremgangsmåter eller være i stand til å knytte bildet av trekanten sammen med realisasjoner av arealsetningen og sinussetningen. Når læreren stiller spørsmålet på denne måten, fører det til stor aktivitet i klasserommet (etter ytring 109). Det ser også ut til at tidsfristen på tretti sekunder gjør at elevene kommer raskt i gang med diskusjonen. Når tiden er ute, bryter læreren inn for å be om et svar. En elev svarer «nei» på om arealsetningen kan brukes, noe læreren er enig i ytring 113. Videre begrunner læreren selv dette med at vi ikke har noen opplysninger om arealet. Dermed får elevdeltakelsen her kategorien Y/N, selv om det var en fin mulighet til å be eleven begrunne svaret sitt.

Elevene ser nå behovet for flere regler, og skjønner at det sannsynligvis er cosinus-setningen som er nødvendig. Læreren skriver opp setningen på tavla, og elevene blir bedt om å regne ut den siste siden i trekanten. Resten av økta brukes til oppgaveløsning.

Læreren oppsummerer økta og informerer om lekse og timene fremover:

Nr	Hvem	Ytring	Tilleggskommentarer. Gester.	MDI
292	L	Eh … sannsynlighet det har dere jo hatt en del av før, har jeg en mistanke om. Så … eh … jeg kommer til å legge ut … jeg legger ut tre leksjoner. Det er ikke sikkert dere trenger å se absolutt alle videoene. Prøv å se om dere klarer å svare på oppgavene, og hvis dere klarer det så trenger dere kanskje ikke se så mye av de videoene. Men jeg legger de ut for fullstendighetens skyld, altså sånn at dere har muligheten til å se det.		

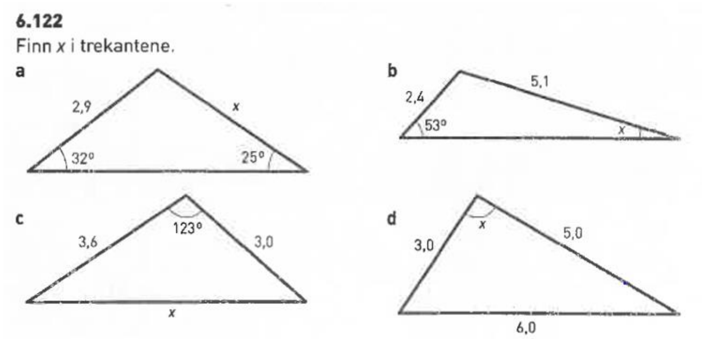
Figur 41: Følelse av autonomi?

Denne ytringen er tatt med som en dokumentasjon på at elevene selv kan styre hvordan de vil jobbe med videoene.

5.2.2 Trigonometri. Frekvens og relativ frekvens

Den første timen av denne økta, brukes til å gjøre ferdig oppgavene om trigonometri. I andre time starter klassen med et nytt kapittel; Sannsynlighet. Dette er et tema elevene har jobbet med både i barneskolen og ungdomsskolen, så læreren har gitt dem tre videoleksjoner i lekse. Denne timen kan deles inn i tre sekvenser. Læreren går først gjennom begrepene utfall, utfallsrom, frekvens og relativ frekvens. Deretter kjører han en digital simulering med terningkast, og til slutt løser elevene oppgaver om sannsynlighet.

Det første utdraget fra denne økta, er en samtale mellom to elever som løser en oppgave i trigonometri.

Oppgave 1	**MDI**
	A

Figur 42: Oppgave 6.122 (Heir m. fl., 2014, s. 319)

Oppgaven er kategorisert som A. Elevene må først finne ut hvilken fremgangsmåte som skal brukes, og så utføre denne. Oppgaven oppleves som vanskelig, men i realiteten er det kun tre fremgangsmåter å velge blant: arealsetningen, sinus-setningen og cosinus-setningen. Etter at man har funnet ut hvilken setning som skal brukes, er oppgaven å utføre en kjent prosedyre. Elevene i utdraget jobber med oppgave d).

Nr.	**Hvem**	**Ytring**	**Tilleggskommentarer. Gester.**	**MDI**
209	Iris	Å …. Skal vi sjekke fasiten?		
210	Per	Den har førtiseks (46), da.		Ms
211	Iris	Nittitre komma åtte (93,8)? Hææ? (Uhørbart etterpå)		
212	Per	Nei, det skjønte jeg ikke noe av.		

213	Per	Å, jeg vet det! Det må være seks i andre er lik. For det at seks i andre det er jo, har jo på en måte, og dem to, de henger jo sammen, ikke sant? Så hvis du regner med sinus seks så må det være seks her, i andre, er lik. For du har tre her er lik, ja, begge har jo det da, men		D GF NM
214	Iris	Ååå!		
215	Per	Ingen av oss …		
216	Iris	Å ja! Fordi det er viktig at det er a i andre		D
217	Per	Ja, også liksom minus		NM, Ms
218	Iris	Å, jeg tenkte at det var litt tilfeldig, jeg.		
219	Per	Jeg også tenkte det.		
220	Iris	OK, men da vet nå i hvertfall hva vi skal gjøre. (Uhørbart etterpå)		
221	Per	Skal det være seks i andre, da?		D, Ms
222	Per	Ja, seks i andre er lik.		D, Ms
223	Iris	Men, hvorfor er dette her side a? Hvis dét er a i andre?		D Ma
224	Per	Det er jo egentlig ikke a, det er jo egentlig ikke a, det er jo (4s) det er jo c er lik a, eller det er jo egentlig c i andre da. Er lik b i andre pluss a i andre som er lik sinus til c, må det på en måte være. Det blir den måten … der, da, ikke sant, den her … Så c minus den liksom.		Ms GF
225	Per	Det der er vinkel C, ikke sant?		Ma
226	Iris	Ja.		
227	Per	Og da må vi bruke lille c er lik, ikke sant?		GF Ms
228	Iris	Ååå ja! Nå skjønner jeg!		

Figur 43: Utvidelse av elevers diskurs.

Ytringene mellom Iris og Per ovenfor viser en gradvis utvidelse av diskursen om cosinus-setningen. I ytring 213 har Per sett sammenhengen mellom benevningen til sidene, og hvordan formelen må settes opp ut fra hvilken side som er den ukjente. Han legitimerer fremgangsmåten med cosinus-setningen (GF) i ytring 213, men han bruker for det meste ikke-matematisk språk («dem to», «henger sammen», «her» og «her») så Iris skjønner ikke helt hva Per mener før i ytring 228.

I den andre timen starter klassen med det nye kapitlet:

Nr	Hvem	Ytring	Tilleggskommentarer. Gester	MDI
397	L	Og … det er vel et kapittel dere der i hvertfall kan det meste fra før, tror jeg.		
398	L	Så, da kan dere jo være klare til å skrive litt, da kanskje.	Skriver noe på tavla (rett ved kamera).	
399	L	Og dere som har vært inne på Campus har jo sett, har jo fått en liten introduksjon. Så jeg har ikke tenkt å si så veeeldig mye. Vi skal se litt hvordan det går med dere når dere prøver dere på oppgavene etter hvert.		
400	L	Men en liten intro må vi vel ha.	Skriver noe på tavla	

Figur 44: Introduksjon til sannsynlighet - deltakelse eller tilegnelse?

Selv om det ikke er rene MDI-kategorier i dette utdraget, er det tatt med for å vise hvordan det første møtet med nytt stoff arter seg i denne klassen. Som tidligere nevnt, har elevene hatt i lekse å se tre videoer om et tema de kan det meste om fra før (ytring 397). Likevel vil læreren i ytring 398 at de skal gjøre seg klare til å skrive. Dette kan skyldes at han vet at ikke alle har sett videoene, jfr. ytring 399: «Og dere som har vært inne på Campus har jo sett …».

Etter noen ordvekslinger om hva de forbinder med sannsynlighet, følger denne sekvensen:

Nr	Hvem	Ytring	Tilleggskommentarer. Gester	MDI
407	L	Det er noe som heter utfallsrom. Nå husker jeg ikke om det var med på videoen her nå eller ikke. Noen som husker at de var borti utfallsrom?	Litt småmumling blant elevene.	Ms Y/N
408	L	Det var antakelig med.		
409	L	Og hva er det vi tenker på da? (2s) Du har kanskje det klart, Iris? Hva var det det betydde?		P/S
410	Iris	Det er alle mulige … eh … resultat? Eller jeg vet ikke.		P/S Ma
411	L	Ja. Alle … mulige … ja, vi kan si alle mulige utfall. (2s) Eller resultat, da, om vi vil ... Og da skriver man vanligvis det på mengdeform. … Og mengdeform det betyr at vi bruker slike sløyfeparenteser. (2s) Og med alle vanlige terninger, da, så har vi vel seks utfall.	Skriver på tavla samtidig. Skriver {1, 2, 3, 4, 5, 6}	Ma P
412	L	Og hvis vi da skal for eksempel finne, eller se på … skal vi se … sannsynligheten for å kaste en femmer. (2s). Det har dere sikkert ikke hatt før! Dere har vel bare hatt sannsynligheten for å kaste seksere og enere, og ikke femmere.	Skriver «sannsynligheten for å kaste en femmer». Peker på 6 og 1.	K

Figur 45: Objektet "utfallsrom".

Læreren starter med å si at «det er noe som heter utfallsrom». Her bruker han matematisk språk, men han uttrykker seg som om «utfallsrom» er noe fremmed, og ytringen er derfor kategorisert som Ms. Videre uttrykker han usikkerhet til om begrepet var forklart i videoen, men slår fast at «det var antakelig med». Med denne måten å introdusere sannsynlighet på, sier læreren mye både om viktigheten av emnet og viktigheten av å gjøre lekse. Selv om det ikke er en del av det som skal studeres, kunne det vært interessant å se på årsak og virkning her: Uttrykker læreren seg på denne måten fordi han regner med at flertallet ikke har sett videoen? Eller er det på grunn av at læreren pleier å uttrykke seg slik, at elever velger å ikke se video? I den videre gjennomgangen av teori er det mye skriving på tavla – til dels fulle setninger – og i ytring 398 ovenfor gjør han det klart at han forventer at elevene tar notater. I denne introduksjonsfasen blir det lite elevdeltakelse. Det ser vi blant annet i ytring 411 der læreren selv slår fast at «så har vi vel seks utfall» før han skriver dem opp på tavla.

Etter dette følger noen ytringer om at sannsynligheten for å en femmer når man kaster en terning én gang er en sjettedel, og litt om hvorfor det er slik. Så kommer denne sekvensen:

Nr	Hvem	Ytring	Tilleggskommentarer. Gester.	MDI
426	L	Hvordan er det nå, hvis … nå kunne vi jo hatt med terninger og kastet, men det har dere sikkert gjort før. (2s) Hvis vi nå skulle kaste en terning mange ganger, hadde det gått an ut i fra de resultatene og kommet fram til det svaret bortpå der?	(Mener 1/6, som er skrevet på tavla).	Y/N NM
427	Ola	Tenker du på relativ frekvens?		D Ma
428	L	Ja! Det er akkurat det! Det var med på videoen, var det ikke det? Relativ frekvens? Jo.		D
429	Ola	Er ikke det antall ganger du får en femmer delt på antall kast?		D Ma
430	L	Ja, totalt antall. Mm. Det er riktig.		D
431	L	På grunn av at hvis vi gjør det forsøket her da, altså å kaste terning, (2s) vil … det som heter relativ frekvens, ja, (5s) bli … lik … en sjettedel. Er det nok å … det jeg har skrevet her nå?	Skriver hele setningen på tavla samtidig som han snakker.	P Ms
432	Ola	Men vil det alltid bli det?		D
433	L	Ja, det var akkurat det!		D
434	Ola	Det er jo ikke sagt at det blir sånn uansett.		D
435	Iris	Blir det ikke mer likt en sjettedel desto mer forsøk man har?		D Ma
436	Ola	Ja, det blir jo på en måte mer riktig		D

437	L	Ja, det var akkurat det. Og det er ikke nok med å kaste, hvis vi kaster én gang så vil vi i hvertfall aldri fått en sjettedel. Hvor mange ganger må vi kaste?		P D
438	Ola	Det blir jo mer nøyaktig jo flere ganger du kaster, da.		D
439	L	Ja, eller i hvertfall i teorien så skal vi komme nærmere den, nærmere dette her jo lengre vi holder på.		D P (GF)
440	L	Hvis vi kaster (4s) ja, *veldig* mange ganger, skriver vi,	Skriver dette på tavla samtidig som han snakker.	NM
441	Ola	… kan vi ikke bare skrive mange nok?		D
442	Tor	Nei, det blir ikke riktig		D, P
443	Hans	Det blir aldri nok		D, P
444	L	(ler litt) Jaa, kunne gjort det, for så vidt,		D
445	L	Men det er ikke så lett å si når det er nok. (2s) (Forkortet)		P

Figur 46: Utforskende diskurs om relativ frekvens.

Nå inviterer læreren til elevdeltakelse i ytring 426, og Ola responderer i ytring 427. Ola virker å ha individualisert objektet «relativ frekvens», på grunn av måten han bruker begrepet i ytringene 427 og 429. Læreren bekrefter det Ola sier i ytring 429, og fortsetter å forklare «relativ frekvens» i ytring 431, samtidig som han skriver hele setninger på tavla. Når han formulerer seg på måten «det som heter relativ frekvens» har jeg kategorisert det som Ms i stedet for Ma, selv om setningen inneholder en blanding mellom ikke-matematisk og matematisk språk. Ved å si «det som heter relativ frekvens» i stedet for kun «relativ frekvens», skapes en distanse til begrepet i stedet for at det glir inn som en naturlig del av den eksisterende diskursen hos elevene. I tillegg sier læreren at relativ frekvens vil bli en sjettedel hvis man gjennomfører forsøk med terningkast (nr. 431). Dette kan høres direkte feil ut, men det er sagt i en tidligere ytring som ikke er gjengitt, at det skal kastes mange ganger. Videre følger interessante ytringer fra Ola og Iris om betydningen av begrepet relativ frekvens, og hvorvidt den relative frekvensen vil være en sjettedel eller ikke. Begge stiller spørsmål, og Ola bekrefter og kommer med forslag til diskusjonen om relativ frekvens er lik en sjettedel. I ytring 437 bekrefter læreren det Iris og Ola har sagt om at det blir mer nøyaktig jo flere forsøk man gjør. Begrunnelsen får kategorien P, for her sier han at «hvis vi kaster én gang, så vil vi aldri få en sjettedel». Ola startet i ytring 432 med å spørre om det alltid vil bli slik, og svaret fra læreren blir «aldri hvis vi kaster én gang». Det kan virke som Ola etterspør en begrunnelse ut fra regel eller empiri uten at han får det. Videre i ytring 437 åpner læreren for mer elevdeltakelse og undring rundt begrepet når han spør «hvor mange ganger må vi kaste?».

Ytringene 440 – 445 dreier seg om hvor mange kast som er nødvendig. Det er flere elever som kommer med forslag til diskusjonen, og læreren konkluderer i ytring 445 med at «det er ikke lett å si når nok er nok». Her legger elevene selv opp til deltakelse og diskusjon, men læreren går ikke videre inn på dette.

Etter denne sekvensen går læreren over til å vise simulering av terningkast digitalt, og man ser at den relative frekvensen nærmer seg den sannsynligheten man har «lært», nemlig en sjettedel. Den siste halvdelen av timen brukes til oppgaveløsning. Oppgavene var hovedsakelig av to typer, og jeg gjengir én av hver type:

Oppgave 1	**MDI**
a) Andreas varmer opp vann til 50 ^{o}C. Kan Andreas på forhånd vite om vannet vil koke eller ikke?	D
b) Thea kaster en tikrone. Kan Thea på forhånd vite om hun vil få mynt eller krone?	D
c) I lotteriet til idrettslaget er det solgt 250 lodd. Sara har kjøpt ett av loddene. Kan Sara på forhånd vite om hun vil vinne førstepremien eller ikke?	D
d) I gymtimen skal læreren dele elevene inn i to lag. Det skjer ved at elevene står på en lang rekke og læreren teller 1, 2, 1, 2 osv. Eivind er nummer tretten i rekka. Kan Eivind på forhånd vite hvilket lag han kommer på?	D

Figur 47: Oppgave 7.1 (Heir m. fl., 2014, s. 325)

Selv om dette er gitt som en oppgave, er det vanskelig å kode den ut fra kategoriene innenfor oppgaver ettersom det ikke er noen regneoperasjoner som skal utføres. Oppgaven gir imidlertid fine muligheter for diskusjon mellom elevene, så den er kodet som D i kategorien elevdeltakelse.

Oppgave 2	**MDI**
Du kaster en terning og ser hvor mange øyne du får.	
a) Skriv opp utfallsrommet til forsøket	(K)
b) Gi en sannsynlighetsmodell for forsøket	P/S

Figur 48: Oppgave 7.9 (Heir m. fl., 2014, s. 331)

Også her er det vanskelig å kode ut fra kognitivt nivå på oppgave. Det kan argumenteres for at dette er å utføre en kjent prosedyre, nemlig å skrive opp et utfallsrom – noe som er vist i eksempel på tavla. Da får oppgaven kategorien K. Man kan også si at dette er elevdeltakelse av typen P/S, nemlig å svare skriftlig med en frase eller setning.

5.2.3 Oppsummering av funn i Klasse B

De øktene som ble observert i denne klassen hadde noe mer variasjon innenfor MDI-kategoriene enn i den første. Dette henger sammen med at de var i ferd med å avslutte kapitlet om trigonometri og starte på det nye temaet sannsynlighet. Likevel er det mulig å se et mønster man jobbet etter, og jeg vil her oppsummere funnene mine med henblikk på aspektene innenfor MDI.

Det ble brukt mye tid på å presentere objektet for læring ved at det ble skrevet mange begrepsforklaringer på tavla. I innledningen av sannsynlighetsregning er det mange begreper som må på plass før man starter å regne på sannsynlighet. Det ble derfor ikke brukt eksempler i særlig grad, og det var derfor ikke naturlig bruke MDI-kategorien eksempler til å analysere diskursen. Oppgavene i trigonometri var på nivået A og C/PS, mens i sannsynlighet lå oppgavene på et lavere nivå. Der var også oppgavene av en sånn type at det var mer naturlig å kode dem i forhold til grad av elevdeltakelse. Selv om det er stor variasjon i det kognitive nivået på oppgavene, har jeg vurdert det til å være på nivå 3.

Læreren veksler mellom matematisk språk (Ma) og ikke-matematisk språk (NM) i sine forklaringer, mens legitimeringen varierer mellom påstander/fakta (P) og lokale (L) og generelle (GF) matematiske kriterier. Totalt sett vurderer jeg den forklarende talen til å ligge mellom nivå 2 og 3.

Elevdeltakelsen ligger på nivå 3, ettersom de fleste av lærerens invitasjoner og elevenes bidrag er kodet til D. Både innenfor trigonometri og sannsynlighet får elevene mulighet til å diskutere og komme med forslag. Et fint eksempel på dette er når læreren spør «går det an å regne ut …» og lar elevene få tretti sekunder til å finne det ut. Oppstarten av sannsynlighet og refleksjoner rundt begrepet «relativ frekvens» viser også at elevene resonnerer og kommer med begrunnede forslag.

Etter å ha observert klassen i tre økter, så jeg at undervisningen fulgte det samme mønsteret: En god del gjennomgang av teori ved lærer etterfulgt av arbeid med oppgaver i læreboka. Denne klassen må kunne beskrives som «meget pratsom». Det var derfor til tider vanskelig å oppfatte hva som ble sagt når elevene jobbet med oppgaver. På grunn av at jeg har forholdvis lite samtale mellom elever i datamaterialet, har jeg valgt å ta med utdrag fra kun to av øktene i denne klassen.

6. DISKUSJON

I dette kapitlet vil jeg diskutere hovedtrekkene i funnene mine i lys av det teoretiske grunnlaget og tidligere forskning. Jeg vil også drøfte hvilken grad MDI-verktøyet var egnet til å få fram de viktigste aspektene ved Sfards teori. Tidligere studier har etterlyst forskning på effekten av omvendt undervisning, og at både forskere og lærere brukte et teoretisk rammeverk som grunnlag i arbeidet sitt. Med min studie har jeg prøvd å svare på noen av disse spørsmålene.

6.1 Ulik bruk av omvendt undervisning

Jeg startet dette arbeidet med en hypotese om at klasserom med omvendt undervisning ville være preget av stor grad av elevaktivitet og problemløsning. Jeg regnet med å kunne dokumentere at elevenes matematiske diskurs var på et utforskende nivå, og at læreren hadde en veiledende rolle. Dette ville vært i samsvar med Bishop og Verlegers (2013) definisjon av omvendt undervisning: en undervisningsmetode som består av interaktive læringsaktiviteter i grupper i klasserommet, og databasert individuell instruksjon utenfor klasserommet.

6.1.1 Hovedtrekk ved funn

Undervisningen viste seg å være mer lærerstyrt enn antatt, noe som overrasket meg med tanke på den hypotesen jeg startet med. Det var en del forskjeller mellom de to klassene, men det er uansett riktig å si at begge lærerne styrte klassene med felles gjennomgang omtrent halvparten av tiden. Selv om dette ikke inngår direkte i mine forskningsspørsmål, er det likevel interessant å drøfte både hvorfor det var slik, og hvorvidt dette er problematisk eller «feil».

Lo og Hew (2017b) fant i sin studie, der de brukte Merills prinsipper for undervisning som rammeverk, at det var behov for *noe* aktivering av gammel kunnskap i klasserommet selv om elevene hadde sett video hjemme. Begge lærerne i min studie brukte mye tid på felles gjennomgang i starten av timene, men de hadde likevel valgt to ulike strategier for denne gjennomgangen. I klasse A gikk man direkte i gang med felles oppgaveløsning som innebar bruk av de nye matematiske objektene, for eksempel «hva betyr det at $f'(-3) = -4$?». Læreren satte i gang samtaler mellom elevene, og dermed fikk alle mulighet til å snakke matematikk og bruke de nye ordene på en alt fra passiv til objektdrevet måte. Elevene fikk mulighet til å vise at de var i ferd med å bli deltakere i den nye diskursen, og at individualiseringen av det nye objektet hadde startet. Denne lærerens brukte elevenes tilbakemeldinger på læringsplattformen som utgangspunkt, og fortsatte der videoen sluttet. I klasse B startet man et nytt tema ved at læreren gjennomgikk det samme som på videoen. Han skrev nye ord med forklaringer på tavla, og det var forventet at elevene skulle ta notater. Samtidig må det sies at det ble lagt opp til dialog med elevene også i denne klassen, men her var det i større grad mellom lærer og elev. Denne måten å starte timen på var en interessant observasjon i et klasserom med omvendt undervisning, ettersom man må kunne si at det strider mot også de tidligste definisjoner av undervisningsformen.

Lo og Hew (2017b) understrekte at *det meste av tiden* i klasserommene i deres studie ble brukt til å diskutere og løse problemoppgaver. I de klassene som jeg observerte, var tidsfordelingen omtrent halvt om halvt med felles gjennomgang og elevaktiviteter. Dette er et eksempel på at jeg som forsker og de lærerne jeg observerte muligens ikke hadde felles definisjon eller forståelse av hva omvendt undervisning er, noe både Bishop og Verleger (2013) og Abeysekera og Dawson (2015) har understreket betydningen av.

Et annet funn som ikke var som forventet, var at oppgavene lå på et lavere kognitivt nivå enn jeg hadde trodd. Hovedtyngden lå på oppgaver der elevene skulle utføre kjente prosedyrer (K) eller først finne riktig fremgangsmåte for så å utføre en kjent prosedyre (A). Det ble kun jobbet med oppgaver fra læreboka, og det ble kun jobbet sammen i par – ikke i grupper. Bare noen få av oppgavene kunne karakteriseres som problemløsning der elevene måtte se sammenhenger fra flere deler av faget (C/PS). Selv om dette gjaldt i begge klassene, vil jeg trekke fram noen forskjeller her også. I klasse A kunne noen av oppgavene i utgangspunktet være på nivået C/PS, for eksempel «Hvordan skal vi brette eska for at volumet skal bli størst mulig?». Deretter observerte jeg flere ganger hvordan det kognitive nivået ble redusert av læreren slik at oppgaven ble innsnevret og endte opp med å utføre en kjent prosedyre. Den kunne også innsnevres så mye at eleven til slutt skulle svare med et enkelt ord, for eksempel «Hva står 3-tallet for her?». Dette er også en side ved den store graden av lærerstyrt aktivitet. I den andre klassen var det større variasjon i oppgavetypene. Det var flere enkle oppgaver som nærmest lå under nivå K: «Skriv opp utfallsrommet for dette forsøket», men også flere oppgaver som kombinerte problemløsning (C/PS) og det høyeste nivået i elevdeltakelse (D), for eksempel «Er det mulig å regne ut den ukjente siden med de opplysningene vi har her?». Her ser vi tydelig hvordan lærernes valg påvirker elevenes muligheter til å utvide diskursen. Undervisningsformen burde legge godt til rette for en utforskende diskurs i klasserommet, men vi ser at det som i utgangspunktet var utforskende rutiner kunne ende opp med å bli ritualer (Sfard, 2016).

6.1.2 Hvorfor var ikke alle funnene mine som forventet?

Som observatør var det tydelig å se at de to klassene var ulike i forhold til motivasjon for skolearbeid. Abeysekera og Dawson (2015) peker på at forutsetningen for å lykkes med omvendt undervisning er at elevene har gjort de oppgavene som kreves av dem før timen, noe som igjen fordrer at de har en motivasjon til å gjøre dette. Forfatterne har derfor etterspurt forskning på omvendt undervisning med utgangspunkt i motivasjonsteori, og mine funn underbygger behovet for dette. Abeysekera og Dawson (2015) støtter seg på SDT-teori (self determination theory) når de sier at omvendt undervisning kan føre til en opplevelse av å ha blant annet kompetanse og autonomi, noe som i sin tur fører til økt indre motivasjon. Det er viktig å understreke at min studie ikke skal lete etter og forklare årsaker til ulik motivasjon, men det synes likevel naturlig å knytte mine funn opp mot denne motivasjonsteorien. I tillegg til å diskutere aspektene kompetanse og autonomi, vil jeg se på hvordan elevenes motivasjon eventuelt påvirkes av lærernes forventninger til dem.

Å ha kompetanse på et område kan likestilles med Sfards beskrivelse av å være en fullverdig deltaker i en gitt diskurs. Når man går fra å være nybegynner i diskursen til å oppleve at man deltar, har man fått ny eller økt kompetanse. Men hva skjer med motivasjonen hvis man allerede føler at man har kompetanse til å delta i diskursen? Når det gjelder diskursen om den deriverte, var alle elevene nybegynnere, og alle videoene inneholdt nye begreper og eksempler på rutiner som de bare delvis kjente til fra før. Diskursen om sannsynlighet skal være kjent for elever som går første året på videregående, ettersom det er en god del repetisjon av de samme begrepene som står i læreplanen for grunnskolen. Kan mine funn indikere at motivasjonen for å se videolekse er større når videoene dreier seg om nye, ukjente diskurser og ikke om kjente tema? Kan man i forlengelsen av det spørre om omvendt undervisning er best egnet når man skal bli deltaker i ny diskurs, og mindre egnet til å friske opp diskurser man kjenner fra før? Det er rimelig å spørre om videoene både kan oppfattes som for enkle og for vanskelige av elevene, og at motivasjonen for å se dem påvirkes av dette.

Autonomi kan forklares som selvbestemmelse og kontroll, og autonomi kan øke motivasjonen ifølge Abeysekera og Dawson (2015). Hvordan kan så omvendt undervisning legge til rette for autonomi? Lærer A understrekte at det var mulig å se videoene i raskere tempo hvis man følte at man forstod stoffet, og dette kan være med å gi en følelse av autonomi. Hvordan føler en elev at han forstår stoffet? Sfard (2008) bruker ikke begrepet «forstå» i sitt rammeverk, men støtter seg på Wittgensteins tolkning av ordet: å forstå er å vite hvordan man skal gå videre. Oppgavene som er gitt i tilknytning til instruksjonene i videoene er hovedsakelig av rituell art, og man kan derfor si at en elev som greier å løse oppgavene, har innarbeidet hvordan-rutiner knyttet til objektet. Hvis eleven allerede «har» objektet (Sfard, 2016), vil han også være i stand til å se hvordan oppgaven skal løses uten å være nødt til å foreta de aktuelle beregningene. En annen mulighet som kan gi følelse av autonomi, er at man kan se videoene flere ganger hvis man har behov for det. Lo og Hew (2017b) trekker fram mulighetene til å tilpasse undervisningen på en bedre måte dersom man driver omvendt undervisning, men sier samtidig at mengden av læringsmateriale og vanskegraden må tilpasses elevenes behov. I begge klassene som ble observert jobbet elevene ut fra arbeidsplaner, der oppgavene var inndelt etter vanskegrad. Lærer A presiserte viktigheten av å gjøre oppgaver på det høyeste nivået, og han karakteriserte disse oppgavene som «prøve-oppgaver». Likevel observerte jeg mange elever som jobbet med ritual-pregede oppgaver, både når det gjaldt derivasjonsregler og sannsynlighetsregning. Det kunne derfor virke som om de fant det vanskelig å velge oppgaver som var tilpasset sitt eget nivå. I begge klassene holdt læreren felles gjennomgang i starten av økta, og denne var det ikke mulig å ikke delta på. Jeg vil vurdere det slik at den graden av autonomi som kunne observeres, ikke var så høy at den kunne bidra vesentlig til økt motivasjon.

Det siste forholdet knyttet til motivasjon, men også noe av det mest interessante, er hvilken betydning lærerens forventninger til elevene har å si for motivasjonen. Lærer A startet undervisningen om gjennomsnittlig vekstfart med å spørre «Hvordan finner vi gjennomsnittlig vekstfart?» mens lærer B innledet sannsynlighet med å spørre «Hva er utfallsrom?» Den ene læreren tok det for gitt at elevene hadde sett video slik at det var unødvendig å definere begrepet, mens den andre nærmest antok det motsatte. Er det slik at læreren gjennomgår teori fordi elevene ikke har sett video, eller er det slik at elevene ikke ser video fordi læreren uansett pleier å gjennomgå? Lærer B sier ved et tilfelle «… dere som har vært inne og sett videoen, har sett at …». Med dette sier han implisitt mye om sine forventninger til elevene. Nå er ikke dette et aspekt i SDT-teorien, men det kan være grunn til å spørre om motivasjonen påvirkes.

Er det så et problem at undervisningen var annerledes enn jeg trodde? I hvilken grad er det viktig at omvendt undervisning drives likt av alle som regner seg som «omvendte undervisere»? Jeg analyserte diskursen i et kommognitivt perspektiv, der antakelsen om at læring skjer gjennom deltakelse i diskurs ligger til grunn. Lærerne i studien er ikke intervjuet, og jeg har derfor ingen opplysninger om deres pedagogiske ståsted og syn på læring. Hvis man heller mer mot et tilegnelsesperspektiv enn et deltakerperspektiv, vil man nok mene at denne undervisningen at er mer «riktig» enn det jeg gjorde. Lo og Hews studie (2017b) med Merills prinsipper for instruksjon som rammeverk speiler også et tilegnelsessyn på læring, ettersom en av fasene er å demonstrere ny kunnskap for eleven. Sfard (1998) har også selv sagt at selv om synet på læring kan beskrives ved hjelp av de to metaforene tilegnelse og deltakelse, er det ikke nødvendigvis riktig å rendyrke bare den ene. Fra et forskersynspunkt hadde det vært ønskelig at de som ble observert hadde samme syn på læring som forskeren. Samtidig kunne det ha gitt de resultatene forskeren håpet på, og man ville ha kommet i en situasjon med policy-baserte bevis (Abeysekera & Dawson, 2015).

Etter disse noe negative betraktingene omkring funnene mine, er det viktig å påpeke begrensningene i studien. Jeg har kun et begrenset datamateriale, ettersom jeg har observert tre undervisningsøkter á 90 minutter i hver av klassene. De observerte øktene foregikk i månedsskiftet mars/april, så det begynte å nærme seg slutten av undervisningsåret. Det førte til at jeg måtte observere den undervisningen som foregikk der og da, noe som hadde både fordeler og ulemper. Intensjonen med studien var hele tiden å beskrive omvendt undervisning slik den faktisk foregår, ikke å foreta noen intervensjon. Samtidig har jeg i denne diskusjonen stilt spørsmål ved om omvendt undervisning er best egnet når man skal starte med et helt ukjent tema. Det kunne derfor ha vært interessant å observere hvordan læreren i klasse B startet opp kapitlet om trigonometri i stedet for sannsynlighet. Praktiske omstendigheter om formaliteter knyttet til personvern gjorde ikke dette mulig denne gangen. Et annet interessant forhold er hvordan lærerne presenterer undervisningsformen for elevene i starten av skoleåret. Kunne vi allerede her fått et inntrykk av lærernes forventninger til elevene? Er det slik at mange av elevene i klasse B aldri startet å gjøre lekser, eller har flere og flere sluttet underveis?

6.2 MDI som analyseverktøy

Jeg ønsket i studien å måle nivået på den matematiske diskursen gjennom å se på hvordan matematiske objekter var individualisert hos elevene og hvordan lærerens valg i undervisningen påvirket elevenes muligheter til å lære. Her vil jeg drøfte hvorvidt MDI-verktøyet som opprinnelig er utarbeidet for å analysere læreres undervisning også kan fungere til å analysere elevers læring.

6.2.1 MDI og individualisering av matematiske objekt

Dersom et matematisk objekt er individualisert, bruker diskursdeltakeren ordet på en objektivisert måte. Vi kan beskrive det som om det lever sitt eget liv (Sfard, 2008). Jeg har brukt MDI-kategorien «Forklarende tale» til å vurdere graden av individualisering av objektet hos elevene. Elevenes ytringer er kodet med NM (ikke-matematisk språk), Ms (matematisk språk, men kun som «navn») og Ma (matematisk språk brukt på en naturlig måte) for å beskrive hvordan de snakker om (navngir) matematiske begreper. Ifølge MDI ligger denne navngivingen på det høyeste nivået hvis språket er en naturlig veksling mellom NM og Ma (Adler & Ronda, 2015). Dette samsvarer med Sfards «objektdrevet bruk» av matematiske ord, nemlig at ordet lever sitt eget liv – det er en naturlig del av språket ellers (Sfard, 2008). Sfard skiller mellom rutinedrevet og frasedrevet bruk av matematiske ord, mens innenfor MDI faller begge disse fasene under kategorien Ms. I en klasseromssituasjon kan det være vanskelig å skille mellom når ordbruken er rutinedrevet (bruker ordet aktivt, men kun i en pågående diskurs) eller frasedrevet (bruker ordet i hele setninger), da man som regel befinner seg i en pågående diskurs. Selv om MDI akkurat her ikke var like findelt som Sfards modell, har jeg ikke funnet behov for flere enn disse tre gradene av matematisk språk for å vurdere ordbruk.

MDI bruker også legitimeringskriterier som et mål på den forklarende talen. Hvordan elevene begrunner sine fremgangsmåter sier også noe om i hvilken grad de har individualisert objektet. Sfard (2016) hevder at for at elevene skal kunne utvikle sin diskurs fra ritualisert til utforskende, må lærerens diskurs også være utforskende. Diskursen er utforskende hvis den handler om abstrakte matematiske objekter, hvis kildene til narrativene er allerede bekreftede narrativer og hvis målene for den matematiske aktiviteten er å lære matematikk generelt, ikke bare produsere svar (Sfard, 2016, s. 7). Her kan vi si at narrativer er ytringer som forklarer og legitimerer operasjoner på matematiske objekter. Hvis kildene til disse er bekreftede narrativer betyr det at legitimeringskriteriet er en etablert regel (enten delvis generalisert (GP) eller fullstendig generalisert (GF)). Hvis derimot diskursen er ritualisert, brukes ikke-matematiske legitimeringskriterier som V, E og P (visuelle, hverdagsspråk og påstander/fakta). MDI opererer også med legitimeringskriteriet L, som er et matematisk men kun lokalt kriterium (for eksempel gyldig i en konkret oppgave). Jeg vil argumentere for at L også er eksempel på utforskende diskurs, fordi årsaken til at noe er «sant» i en konkret oppgave er at det finnes en generell regel (bekreftet narrativ) som begrunner dette. Her ser vi at MDI opererer med seks ulike legitimeringskriterier der Sfard kun skiller mellom ritualisert og utforskende diskurs. MDI kan dermed gi mer informasjon enn om man kun skulle kodet med Sfards kategorier.

6.2.2 MDI og Sfards rutiner

Når det kommer til MDIs inndeling i ulike oppgavetyper og Sfards inndeling i rutiner, var ikke linjene like klare som jeg antok før analysen startet. For at oppgavene skal sies å ligge på det høyeste kognitive nivået, må de bestå av noe problemløsning (C/PS) i tillegg til oppgaver på lavere nivå, som å utføre en kjent prosedyre (K) og anvende riktig prosedyre (A). I utgangspunktet trakk jeg linjer mellom K-oppgaver og ritualer, og mellom A- og C/PS-oppgaver og utforskinger, men etter hvert som analysearbeidet gikk framover så jeg at dette ikke nødvendigvis stemte. Sfard sier at en utforsking skal ende opp med et bekreftet narrativ, for eksempel en teori eller et bevis. Samtidig sier hun at å derivere et uttrykk og komme fram til en løsning også regnes som utforsking (Sfard, 2008). I MDI vil det å derivere et uttrykk ved hjelp av en bestemt regel karakteriseres som K-oppgave (laveste nivå), selv om det ifølge Sfard altså kan være utforsking. Sfard sier også at målet for matematikkundervisningen må være at eleven skal gå fra ritualer til utforsking. Dermed blir det viktig at den som analyserer diskursen klarer å skille disse fra hverandre. Rutinene kan alternativt deles inn i hvordan- og når-rutiner, og denne inndelingen har mer til felles med MDI enn ritualer, gjøremål og utforsking. Å utføre en kjent prosedyre (K) hører med til hvordan-rutiner, og å velge riktig fremgangsmåte (A) og problemløsningsoppgaver (C/PS) er når-rutiner. Senere hevder Sfard at for mye fokus på hvordan-rutiner gjør at diskursen ender opp i ritualer i stedet for i utforsking (Sfard, 2008), og da kan det synes som om hun går tilbake på at K-oppgaver kan regnes som utforsking.

MDI-verktøyet har tidligere vært brukt til å beskrive nivået på oppgavene i den enkelte timen som studeres, men det har ikke vært sett på utvikling av det kognitive nivået over tid. Jeg var i utgangspunktet interessert i å se på hvilket nivå diskursen startet på, både når det gjaldt matematisk språk hos elever og lærere, og hvilket nivå det var på oppgaver. Som nevnt hadde jeg ventet å finne mer utforsking enn jeg gjorde, men dersom Sfard hevder at målet er å gå fra ritualisert til utforskende diskurs (Sfard, 2016), kan man da si at målet er å gå fra prosedyreoppgaver til problemløsningsoppgaver? Er det realistisk å anta at elevene skal være i stand til å drive med problemløsning i den første timen av en ny diskurs? Sannsynligvis vil en del forskere vil mene «ja», og argumentere for at dette ligger i definisjonen av omvendt undervisning (Bishop og Verleger (2013); Abeysekera & Dawson (2015). Er det en tilstrekkelig gevinst ved omvendt undervisning hvis denne forflytningen skjer raskere her enn den ville ha gjort med tradisjonell undervisning?

Den siste kategorien innenfor MDI er elevdeltakelse, og sammen med oppgavenivå kan denne si noe om elevenes muligheter til å utvide sin diskurs. Kategoriene Y/N (svare på ja/nei-spørsmål), P/S (svare på hva- og hvordan-spørsmål) og D (svare på hvorfor-spørsmål og komme med forslag) har også likheter med rutinene ritualer og utforsking. Et eksempel på en ytring som kodes med Y/N, er at eleven fullfører lærerens setning. Dette er det samme som Sfards beskrivelse av ritual og formålet med et ritual: det utføres for å bli en del av et fellesskap. Ytringer som er et svar på hvorfor-spørsmål er et eksempel på D. Å prøve å bygge opp egne argumenter er et kjennetegn ved utforskende diskurs (Sfard, 2016, s. 8). Vi ser dermed at kategoriene innenfor elevdeltakelse kan fortelle om hvorvidt diskursen er utforskende eller ritualisert.

Adler og Ronda (2015) har stilt spørsmål ved om kategoriene «oppgaver» og «elevdeltakelse» kunne slås sammen, og om det kunne utvikles nye kategorier som reflekterer begge. I mitt analysearbeid kom jeg opp i situasjoner der det var vanskelig å kategorisere en ytring som enten oppgave eller elevdeltakelse, for eksempel der elevene blir bedt om å avgjøre om det er mulig å regne ut en gitt størrelse. Dette er både en invitasjon til å komme forslag i diskusjonen (D), og en oppgave på minst nivå A (velge riktig fremgangsmåte). For å kunne komme med et begrunnet forslag, må de nemlig utføre operasjoner på det objektet de står overfor. Mine funn støtter dermed opp under Adler og Rondas syn på hvordan MDI bør videreutvikles, selv om jeg ikke har definert nye kategorier i denne studien. Innenfor elevdeltakelse er Y/N det laveste nivået, men jeg har blant mine resultater flere eksempler på at ytringer som starter som en invitasjon til deltakelse fra lærerens side, innsnevres opptil flere ganger og ender opp med at læreren svarer på spørsmålet selv. Disse tilfellene kan ikke kodes med en definert MDI-kategori, og er altså et aspekt ved diskursen som MDI ikke fanger opp. Det kunne ha vært et nivå 0 innenfor elevdeltakelse slik det er innenfor eksemplifisering.

En annen side ved elevdeltakelse er at man ser på hvilken type deltakelse elevene inviteres til, men ikke mengden av deltakelse. Ettersom jeg skulle analysere nivået på diskursen, var selvfølgelig min analyseenhet selve diskursen; nøyaktig det som ble sagt, skrevet og vist. Noen vil kanskje hevde at klasseromsforskning der man registrerer hvor mye av tiden læreren snakker i forhold til elevene, hører hjemme på 70-tallet. Ifølge min analyse er dette fortsatt et aspekt som sier mye om elevenes mulighet til deltakelse.

For at elevene skal få utvidet sin matematiske diskurs, må det legges til rette for dette i timen. Sfard sier at de fleste diskurser om nye matematiske objekter starter med ritualisering, men at målet må være å komme til utforsking. Det virker som det er vanlig å tenke at utforskende undervisning og problemløsning betyr det samme (min personlige oppfatning). Sfard er «snillere» i sin definisjon av utforsking når hun sier at utforsking har som mål å produsere et narrativ som kan bekreftes eller avkreftes. Dermed vil det være utforsking å beregne gjennomsnittlig vekstfart mellom to punkter, eller å bruke sinussetningen til å regne ut en ukjent side i en trekant. Samtidig sier Sfard at for å være en fullverdig deltaker i en diskurs, må man vite når de ulike utforskingsrutinene skal brukes. Utforsking består altså av både hvordan- og når-rutiner, og nivået på diskursen kan måles ut fra hvilke rutiner man behersker. Ut fra den drøftingen som er gjort ovenfor, mener jeg at MDI-kategoriene oppgavenivå og graden av elevdeltakelse kan brukes som mål på hvordan det legges til rette for utvidelse av diskurs.

6.3 Andre sider ved diskursen

Som diskusjonen foran illustrerer, var MDI-verktøyet forholdsvis godt egnet til å analysere nivået på den matematiske diskursen. Jeg observerte likevel fenomener som ikke kunne analyseres verken ved hjelp av MDI eller Sfards rammeverk, men som også handlet om diskursen. I den ene klassen var «Snakk med sidemannen» en vanlig aktivitet. I de øktene jeg var til stede forekom dette fra tre til fem ganger hver økt. Det kunne være at de skulle forklare et begrep eller en fremgangsmåte, og det var interessant å se at alle elevene da snakket med sidemannen om matematikk. Denne læreren henvendte seg også direkte til elever under felles gjennomgang, selv om ikke alle hadde rukket opp hånda. Dette førte til at mange elever snakket matematikk i hver økt, noe som bekreftes med at jeg har måttet bruke 16 ulike navn i transkripsjonene mine. Både MDI og Sfards rammeverk beskriver hvordan ting sies, skrives eller vises, men det kommer ikke fram hvor mange som deltar i diskursen.

Et annet spørsmål som dukket opp i analysearbeidet var: Når starter diskursen? Jeg har kun tatt for meg diskursen i klasserommet, men kan det være riktig å si at diskursen også består av videoene som elevene skal se på forhånd? Dette kunne hatt betydning for kodingen av matematisk språk både i forklaring og legitimering. Det er mulig at det som er kodet som matematisk språk brukt på en naturlig måte (Ma) i mine transkripsjoner, egentlig er Ms (leser matematiske ord eller symboler) fordi eleven gjentar ordrett noe han/hun har hørt på videoen.

«Stigninga til punktet» brukes for eksempel i video om momentan vekst. Dermed kan en slik ytring fra en elev være eksempel på feilkoding. Det samme gjelder legitimering som kan ha blitt kodet som henvisning til regel (GF), men som i realiteten er en påstand (P) fordi det er noe som er sagt av læreren på videoen.

Sfard definerer diskurs som «hva mennesker sier, viser og skriver» (Sfard, 2016). Jeg har tidligere begrunnet hvorfor jeg har konsentrert meg om det som sies av lærer og elever, men jeg fant ut at måtene å kommunisere på utvikler seg raskere enn rammeverk for å analysere kommunikasjon. I den ene klassen brukte de læringsplattformen OneNote til kommunikasjon begge veier mellom lærer og elever. På denne måten kunne blant annet elevene melde fra hvis det var noe i videoene de ikke hadde forstått, og ønsket gjennomgang av. Læreren la ut sine forelesningsnotater i OneNote før timen, og ettersom gjennomgangen foregikk ved hjelp av smartboard ble de fullførte notatene tilgjengelig for elevene umiddelbart etter timen. I tillegg ble OneNote brukt til vurdering, ved at ferdigrettede prøver med kommentarer ble lagt på OneNote i stedet for å deles ut i papirversjon. Elevene var også oppfordret til å ta notater etter et bestemt system (Cornell-notater) samtidig som de så videoene. Der skulle de notere viktige stikkord og skrive ned hva de lurte på. Denne måten å notere på innebærer også at man skal reflektere rundt hva man har lært til slutt, og det ble satt av tid i enkelte timer til å ferdigstille Cornell-notatene i hvert tema. Her kunne de blant annet stille spørsmålene sine til medelever, eller de kunne jobbe sammen om å komme fram til spørsmål knyttet til temaet. Både bruk av OneNote og Cornell-notater er en vesentlig del av det som sies og skrives i denne klassen, men disse sidene ved diskursen er ikke en del av min analyse.

Jeg har tidligere drøftet sammenhengene mellom oppgavenivåene i MDI og Sfards rutiner ritualer og utforsking. Et annet forhold knyttet til oppgavenivå, har med presentasjon av oppgavene å gjøre. Enkelte ganger ble oppgavene presentert på tavla, andre ganger løste elevene oppgaver i læreboka. Det var to ulike læreverk som ble brukt i de to klassene, men felles for begge er at de er inndelt i avsnitt etter tema. Kapitlet om trigonometri har for eksempel hvert sitt avsnitt for arealsetningen, sinussetningen og cosinussetningen. Oppgavene i hvert avsnitt går ut på å bruke disse setningene på riktig måte (ferdighetstrening). Dermed har elevene kommet langt på vei i å velge løsningsmetode bare ved oppgavens plassering i boka, og det er naturlig å kode den til det midterste kognitive nivået (A). Hadde den samme oppgaven vært gitt i en løsrevet kontekst, kunne den muligens blitt vurdert til å være en problemløsningsoppgave (C/PS).

7. KONKLUSJON

I denne studien har jeg analysert den matematiske diskursen i klasserom med omvendt undervisning. Jeg har hatt et kommognitivt perspektiv når jeg har forsøkt å svare på hva en analyse ved hjelp av MDI kan fortelle om nivået på diskursen. Hvilke konklusjoner er det mulig å trekke ut fra dette arbeidet?

Jeg har funnet tydelige tegn på at individualiseringen av matematiske objekt er i gang når klassen starter med nye tema. Den ene klassen brukte ingen tid på å forklare begreper, men gikk direkte i gang med oppgaveløsning. Den høye andelen av elever som bidro muntlig, er også en indikasjon på en begynnende individualisering hos mange. Det samme gjelder elevenes bruk av matematisk språk både i forklaringer og legitimering. Det kan se ut som at omvendt undervisning skaper muligheter for at individualiseringen kan starte tidligere enn ved tradisjonell undervisning. Det er viktig å være tydelig på at man ikke kan si sikkert om dette skyldes den omvendte undervisningen med videoleksjoner i lekse, eller om man ville oppnådd det samme resultatet om elevene hadde forberedt seg ved å lese i læreboka. Elevene som ble intervjuet sier imidlertid at det er lettere å gjøre lekse når det går ut på å se en video, i motsetning til å «finne tak i bok og blyanter, og sette seg ned og …».

Når det gjelder mulighetene for elevene til å utvide sin diskurs, er ikke resultatene like positive, og vi ser at de valgene lærerne gjør i undervisningen får betydning for elevenes muligheter til å lære. Selv om lærerne bruker matematisk språk på høyt nivå både i forklaring og legitimering, kan mulighetene som denne undervisningsformen gir utnyttes bedre. Sfard er også inne på dette når hun sier at læreren kan stimulere til utforskende diskurs gjennom enten å demonstrere slik diskurs eller gjennom sine pedagogiske valg (Sfard, 2016). I begge disse klassene gjøres det pedagogiske valg knyttet til tidsbruk, arbeidsmetoder og oppgavetyper som har større preg av ritualisering enn utforsking.

Når dette er sagt, er det naturlig å spørre seg hva vi vil med omvendt undervisning. Bergman og Sams (2012), som regnes som grunnleggerne av metoden, sier at hensikten var å bruke tiden i klasserommet til elevaktiviteter. Forskere som Bishop og Verleger (2013) og Abeysekera og Dawson (2015) understreker betydningen av å ha en entydig definisjon av omvendt undervisning, og at en viktig komponent i definisjonen er at tiden i klasserommet skal brukes til aktive og sosiale læringsaktiviteter. Abeysekera og Dawson (2015) sier videre at det er viktig at både forskere og lærere har en felles forståelse for hva omvendt undervisning er. Hvis man skal sammenligne undervisningsmetoder eller klasser, er jeg enig i disse forskernes syn om at en entydig definisjon er nødvendig. Når det gjelder hvordan den enkelte lærer skal drive omvendt undervisning, har denne studien gjort meg mer usikker, og her kommer jeg tilbake til et spørsmål jeg stilte i drøftingsdelen: Hvorvidt er det problematisk eller «feil» at undervisningen i disse klasserommene ikke falt så tydelig inn under definisjonen av omvendt undervisning? Jeg vil argumentere for at det ikke er det. Det må fortsatt være tillatt å støtte seg på ulike læringssyn, selv om utviklingen har beveget seg noe fra læring gjennom tilegnelse til læring gjennom deltakelse. Lærerne må fortsatt føle eierskap til den undervisningen de driver. For noen vil det si å snu klasserommet fullstendig ved at all tiden brukes til problemløsning, men for andre kan det være å undervise som før bare med flere forberedte elever som kan delta i diskursen. Samtidig er det viktig å peke på at det kan oppleves bekvemt for en lærer å drive undervisning på måte som elevene foretrekker. De elevene som ble intervjuet fortalte at de satte pris på omvendt undervisning fordi det representerte en variasjon i forhold til tidligere matematikkundervisning og i forhold til andre fag. De understrekte også fordelen av å få gjennomgått stoffet to ganger. Selv om det kan dokumenteres at større vekt på problemløsning gir bedre læring, liker mange elever den tradisjonelle undervisningen der de «blir lært», for å sitere en tidligere elev. Dermed vil jeg si at det er forskeren som eventuelt vil oppleve det som problematisk hvis undervisningen ikke er i henhold til definisjonen, og ikke nødvendigvis elevene.

Som lærer selv har jeg fått høre at «Du må vise, du må skrive på tavla. Da forstår jeg». Lærere kan møte motstand ved overgang til mer problembasert undervisning. Som sagt er ikke disse lærerne intervjuet, så jeg ser ingen grunn til å spekulere i hvorfor det var så lite vekt på problemløsning her. Studien min skulle heller ikke være en kritikk eller ros til de lærerne som ble observert, jeg skulle kun analysere det jeg så og forsøke svare på mine forskningsspørsmål.

Når det gjelder videre forskning, kan denne studien peke på interessante spørsmål i flere retninger. For det første etterspurte Abeysekera og Dawson (2015) forskning på omvendt undervisning med motivasjonsteori som rammeverk, og min studie er et bidrag i denne retningen. Hva er det som motiverer elevene til å møte forberedt? Adler og Ronda (2015) ønsket at deres MDI-rammeverk skulle prøves ut i flere kontekster enn i Sør-Afrikansk skole, noe jeg har gjort her. I tillegg til å teste ut om kategoriene «oppgaver» og «elevdeltakelse» kan kombineres, foreslår jeg å legge til et nivå 0 i elevdeltakelse. Man kunne også sett på mulighetene for å kode en ytring som isolert sett høres riktig ut, men der det ut fra konteksten er tydelig at eleven misforstår eller løser en oppgave feil.

Til slutt vil jeg komme tilbake til spørsmålet om alle lærere må undervise på samme måte for å si at man driver omvendt undervisning, og dette med at man må føle eierskap til sin egen undervisning. Jeg har ikke oversikt over all forskning på læreres oppfatninger om omvendt undervisning, men det burde være interessant å undersøke hva som er læreres begrunnelse for å undervise etter denne metoden. Er det en interesse for teknologi, eller er det et pedagogisk syn som vektlegger problemløsning og samtale som ligger til grunn? I denne forbindelsen vil jeg trekke fram et aspekt innenfor undervisning som den danske forskeren Jeppe Skott beskriver som lærerens «beliefs» eller SMI (school mathematics images) (Skott, 2001). Denne teorien har ikke vært nevnt tidligere i denne studien, men den kunne være en interessant innfallsvinkel for å forske på lærernes begrunnelser for omvendt undervisning.

Dette arbeidet har endt opp med like mange spørsmål som svar. Målet var kanskje heller ikke å presentere så mange svar og sannheter, men å analysere virkeligheten i omvendte klasserom slik den er. Jeg vil derfor til slutt sitere May Britt Postholm:

> *«Hensikten med klasseromsforskning er å inspirere og initiere til drøfting og diskusjon slik at praksisfeltet stadig utvikler seg og blir bedre».*

(Postholm, 2011, s. 37).

Jeg har prøvd å inspirere og initiere til drøfting og diskusjon ved belyse ulike sider ved omvendt undervisning. Studien min peker på at omvendt undervisning ikke automatisk vil føre til mer dybdelæring, men at ligger et potensial i undervisningsformen.

8. REFERANSELISTE

Abeysekerea, L. & Dawson, P (2015). Motivation and cognitive load in the flipped classroom: definition, rationale and call for research. *Higher Education Research & Development, 34*(1), 1–14. doi: 10.1080/07294360.2014.934336

Adler, J. & Ronda, E. (2014). An analytic framework for describing teachers' mathematics discourse in instruction. I C. Nicol, P. Liljedahl, S. Oesterle & D. Allan (red.), *Proceedings of the Joint Meeting 2 - 9 of PME 38 and PME-NA 36, Vol. 2 (*ss. 9–16). Vancouver, Canada: PME.

Adler, J & Ronda, E. (2015). A framework for describing mathematics discourse in instruction and interpreting differences in teaching, *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education,* 19(3), 237–257. doi:10.1080/10288457.2015.1089677

Adler, J. & Venkat, H. (2014). Teachers' mathematical discourse in instruciton: Focus on examples and explanations. I H. Venkat, M. Rollnick, J. Loughran & M. Askew (red.), *Exploring Mathematics and Science Teachers' Knowledge: Windows into Teacher Thinking.* (ss. 132–146). London: Routledge.

Bergmann, J & Sams, A. (2012). *Flip your classroom.* USA: International Society for Technology in Education.

Bhagat K. K., Cheng-Nan, C. & Chun-Yen, C. (2016). The impact of the flipped classroom on mathematics concept learning in high school. *Educational Tecnology & Society, 19 (3), 134–142.*

Bishop, J. L. & Verleger, M. A. (2013). The flipped classroom: A survey of the research, *120th ASEE Annual Conference & Exposition*

Borge, I., Sanne, A., Nordtvedt, G. A., Meistad, J. A., Skrindo, K., Ranestad, K., … Kristensen, T. E. (2014). *Matematikk i norsk skole anno 2014 - Faggjennomgang av matematikkfagene - Rapport fra ekstern arbeidsgruppe oppnevnt av Utdanningsdirektoratet.* Oslo: Utdanningsdirektoratet.

Clark, K.R. (2015). The effects of the flipped model of instruciton on student engagement and performance in the secondary mathematics classroom, *Journal of Educators Online, 12*(1), 91–115.

Grønmo L. S., Hole A. & Onstad, T. (2016). *Ett skritt fram og ett tilbake.* Oslo: Cappelen Damm Akademisk.

Heir, O., Moe, H., Engeseth, J. & Borgen, Ø. (2014). *Matematikk 1T.* Oslo: Aschehoug.

Kunnskapsdepartementet. (2015). *Fremtidens skole: Fornyelse av fag og kompetanser*. (Norges offentlige utredninger [NOU] 2015:8. Oslo: Departementet.

Lage M. J., Platt G. J. & Treglia, M. (2000). Inverting the classroom: A gateway to creating an inclusive learning environment. *The Journal of Economic Education 31*(1), 30–43.

Lo, C. K. & Hew, K. F. (2017 a). A critical review of flipped classroom challenges in K-12 education: possible solutions and recommendations for future research. *Research and Practice in Technology Enhanced Learning*, *12*(4). doi:10.1186/s41039-016-0044-2.

Lo, C. K. & Hew, K. F. (2017 b). Using «First Principles of Instruction» to design secondary school mathematics flipped classroom: The findings of two exploratory studies. *Educational Technology & Society, 20*(1), 222–236.

Maxwell, J. A. (2008). Designing a qualitative study. I L. Brinkman & D. J. Rog (red.), *The Sage handbook of applied social research methods* (ss. 214–253). Thousand Oaks, CA: Sage Publications.

Mosvold, R. & Fauskanger, J. (2017). Applying the MDI framework in a Norwegian teacher education context. Paper presentert på The Eighth Nordic Conference on Mathematics Education, NORMA 17, Stockholm, Sweden.

NESH. (2016). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi* (4. utg.). Oslo: De nasjonale forskningsetiske komiteene.

Oldervoll, T., Orskaug, O., Vaaje, A., Svorstøl, O. & Hals, S. (2014). *Sinus. Matematikk 1T* (3. utgave). Oslo: Cappelen Damm.

Sfard, A. (2007). When the rules of discourse change, but nobody tells you: Making sense of mathematics learning from a commognitive standpoint. *The Journal of the Learning Sciences, 16*(4), 1–50.

Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: Human Development, the growth of discourses, and mathematizing*. New York: Cambridge University press.

Sfard, A. (2016). Ritual for ritual, exploration for exploration or what learners are offered is what they present back to you in return. I J. Adler & A. Sfard (red.), *Resarch for educational change: Transforming researchers' insights into improvement in mathematics teaching and learning* (ss. 41–63). London: Routledge.

Silverman, D. (2011). *Interpreting qualitative data: A guide to the principles of qualitative research.* (4. utg.). Los Angeles, CA: SAGE.

Skott, J. (2001). The emerging practises of a novice teacher: The roles of his school mathematics images. *Journal of Mathematics Teacher Education, 4,* 3–28.

Strayer, J. (2007). *The effects of the classroom flip on the learning enviroment: A comparison of learning activity in a traditional classroom and a flip classroom that used an intelligent tutoring system.* (PhD thesis, The Ohio State University. Columbus, Ohio, USA).

9. VEDLEGG

Vedlegg 1 Informasjonsskriv elever

Forespørsel om deltakelse i forskningsprosjektet

"En analyse av den matematiske diskursen i klasserom med omvendt undervisning"

Bakgrunn og formål

Dette forskningsprosjektet er en del av mitt mastergradsstudium i matematikkdidaktikk ved Universitetet i Stavanger (UiS). Formålet med studien er å analysere den matematiske diskursen i klasserom med omvendt undervisning. Jeg vil prøve å finne ut om diskursen har spesielle kjennetegn, og om disse eventuelt kan si noe om læringsprosessene.

Grunnen til at deres klasse forespørres om å delta, er at jeg har behov for å observere omvendt undervisning for å kunne analysere dette. Videre kjente jeg til at læreren deres har drevet med omvendt undervisning i flere år, og det var grunnen til at jeg tok kontakt.

Hva innebærer deltakelse i studien?

Observasjon av undervisningen vil skje ved hjelp av video- og lydopptak av 4 – 5 økter (8 – 10 skoletimer). I tillegg kan det bli aktuelt å intervjue enkelte elever og ta kopier av arbeidsoppgaver med løsninger. Det vil også bli tatt feltnotater under observasjonen. Datainnsamlingen vil skje i perioden februar – april 2017.

Frivillig deltakelse

Det er frivillig å delta i studien, og du kan når som helst trekke ditt samtykke uten å oppgi noen grunn. Dersom du trekker deg, vil alle opplysninger om deg bli anonymisert.

Dersom du ikke ønsker å delta i prosjektet, vil du få tilbud om alternativ undervisning i den perioden observasjonen foregår. Det kan være individuelt arbeid utenfor klasserommet, eller å følge undervisningen i en annen gruppe.

Hva skjer med informasjonen om deg?

Alle observasjoner og kommentarer fra lærer og elever vil bli behandlet konfidensielt, og datamaterialet vil bli anonymisert ved prosjektslutt slik at det ikke vil kunne spores tilbake til elevene, klassen eller skolen. Prosjektet er meldt til Personvernombudet for forskning ved NSD - Norsk senter for forskningsdata AS.

Under prosjektperioden vil det kun være meg og eventuelt min veileder ved UiS som har tilgang til datamaterialet. Vi er selvfølgelig underlagt taushetsplikt, og all data vil bli behandlet deretter. Det innebærer at video- og lydopptak oppbevares på en sikker måte.

Mastergradsstudiet skal etter planen avsluttes i juni 2018 med skriftlig rapport og presentasjon. Alt datamateriale er selvfølgelig anonymisert også her. Alle opptak vil bli slettet/destruert når prosjektet er avsluttet.

Dersom du har spørsmål til studien, ta kontakt med

Torunn Sand Knotten, tlf. 928 97 449 eller mail tsknotten@gmail.com.

Det er også mulig å kontakte min veileder Reidar Mosvold, tlf. 51 83 23 41 eller mail reidar.mosvold@uis.no.

Samtykke til deltakelse i studien

Jeg har mottatt informasjon om studien, og er villig til å bli observert og filmet.
Jeg tillater også at det blir samlet inn data som beskrevet ovenfor.

Sted og dato   Signatur deltaker

Vedlegg 2

Reidar Mosvold
Institutt for grunnskolelærerutdanning, idrett og spesialpedagogikk Universitetet i Stavanger

4036 STAVANGER

Vår dato: 07.03.2017 Vår ref: 52438 / 3 / AMS Deres dato: Deres ref:

TILBAKEMELDING PÅ MELDING OM BEHANDLING AV PERSONOPPLYSNINGER

Vi viser til melding om behandling av personopplysninger, mottatt 23.01.2017. Meldingen gjelder prosjektet:

52438	*En analyse av den matematiske diskursen i klasserom som bruker omvendt undervisning (foreløpig tittel)*
Behandlingsansvarlig	*Universitetet i Stavanger, ved institusjonens øverste leder*
Daglig ansvarlig	*Reidar Mosvold*
Student	*Torunn Sand Knotten*

Personvernombudet har vurdert prosjektet og finner at behandlingen av personopplysninger er meldepliktig i henhold til personopplysningsloven § 31. Behandlingen tilfredsstiller kravene i personopplysningsloven.

Personvernombudets vurdering forutsetter at prosjektet gjennomføres i tråd med opplysningene gitt i meldeskjemaet, korrespondanse med ombudet, ombudets kommentarer samt personopplysningsloven og helseregisterloven med forskrifter. Behandlingen av personopplysninger kan settes i gang.

Det gjøres oppmerksom på at det skal gis ny melding dersom behandlingen endres i forhold til de opplysninger som ligger til grunn for personvernombudets vurdering. Endringsmeldinger gis via et eget skjema, http://www.nsd.uib.no/personvern/meldeplikt/skjema.html. Det skal også gis melding etter tre år dersom prosjektet fortsatt pågår. Meldinger skal skje skriftlig til ombudet.

Personvernombudet har lagt ut opplysninger om prosjektet i en offentlig database, http://pvo.nsd.no/prosjekt.

Personvernombudet vil ved prosjektets avslutning, 21.06.2018, rette en henvendelse angående status for behandlingen av personopplysninger.

Vennlig hilsen

Kjersti Haugstvedt

Anne-Mette Somby

Kontaktperson: Anne-Mette Somby tlf: 55 58 24 10

Dokumentet er elektronisk produsert og godkjent ved NSDs rutiner for elektronisk godkjenning.

NSD – Norsk senter for forskningsdata AS Harald Hårfagres gate 29 Tel: +47-55 58 21 17 nsd@nsd.no Org.nr. 985 321 884
NSD – Norwegian Centre for Research Data NO-5007 Bergen, NORWAY Faks: +47-55 58 96 50 www.nsd.no

Vedlegg: Prosjektvurdering
Kopi: Torunn Sand Knotten tsknotten@gmail.com

Personvernombudet for forskning

Prosjektvurdering - Kommentar

Prosjektnr: 52438

Utvalget (elever og lærere) informeres skriftlig og muntlig om prosjektet og samtykker til deltakelse. Informasjonsskrivet er godt utformet.

Personvernombudet legger til grunn at forskere og studenter følger Universitetet i Stavanger sine rutiner for datasikkerhet. Dersom personopplysninger skal lagres på mobile enheter, bør opplysningene krypteres.

Forventet prosjektslutt er 21.06.2018. Ifølge prosjektmeldingen skal innsamlede opplysninger da anonymiseres. Anonymisering innebærer å bearbeide datamaterialet slik at ingen enkeltpersoner kan gjenkjennes. Det gjøres ved å:
- slette direkte personopplysninger (som navn/koblingsnøkkel)
- slette/omskrive indirekte personopplysninger (identifiserende sammenstilling av bakgrunnsopplysninger som f.eks. bosted/arbeidssted, alder og kjønn)
- slette digitale lyd- og videoopptak

Vedlegg 3

INTERVJUGUIDE

Hva mener du er en god måte å lære matematikk på?

(Hvordan er en god matematikktime, hva er en god matematikklærer)

Hvordan vil du beskrive matematikkundervisningen?

(forberedelser, oppfølging, læringsaktiviteter i timene, plassering i klasserommet)

Hvordan vil du forklare «omvendt undervisning»?

Hvordan ble du introdusert/informert om metoden?

Hadde du erfaringer med denne undervisningsformen fra tidligere?

Hvorfor tror du læreren har valgt denne metoden?

Hvordan er din motivasjon for og resultater i matematikk i forhold til tidligere?

Hva er bra / hva kunne vært annerledes?