Universitetet i Stavanger DET TEKNISK-NATURVITENSKAPELIGE FAKULTET MASTEROPPGAVE			
Studieprogram/spesialisering:	Vårsemesteret, 2018		
Master i teknologi – konstruksjoner og materialer.	Åpen		
Forfatter: Jan Erik Lyngstad	Jan E. dynptad (signatur forfatter)		
Fagansvarlig: Samindi Mudiyansele Samarako	oon (Universitetet i Stavanger)		
Veileder: Pål Vatsvåg Kvalø			
Tittel på masteroppgaven:			
Studie av Soma Øst-bru			
Modellering og sammenligning av resultat gitt program Sofistik	med skall og bjelke-elementer i FEM-		
Engelsk tittel: Case Study Soma Øst			
Studiepoeng: 30			
Emneord:	Sidetall:		
Betongkonstruksjoner			
Sofistik	+ vedlegg/annet:		
FEM-analyse			
Bjelketeori			
Plateteori	Stavanger,31.10.2018 dato/år		

Forord

Dette arbeidet representerer slutten på mitt femårige masterstudium ved institutt for konstruksjoner og materialer, Universitetet i Stavanger. Omfanget av arbeidet tilsvarer 30 studiepoeng og er gjennomført 2018.

Temaet for rapporten er bruprosjektering og anvendelse av modelleringsprogrammet Sofistik. Det er blitt sett nærmere på forskjeller i modeller og resultater fra disse. Arbeidet er utført på bruseksjonen hos Statens Vegvesen. Utbytte av å sitte i kontorlandskap sammen med erfarne bruingeniører har vært formidabel. Modellering og verifikasjon av bruer sammen med anvendelse av det kompliserte FEM-programmet Sofistik har gitt god praktisk øvelse i ingeniørarbeid.

Jeg har følt meg som en del av et arbeidsfellesskap hvor jeg er blitt behandlet på lik linje med andre kollegaer. Jeg har hatt daglige faglige diskusjoner hvor aktuelle problematiske temaer har blitt belyst.

Jeg har virkelig fått føle på hvordan en brudesigners hverdag ser ut. Gjennom tiden min på seksjonen har jeg lært mye om å tenke analytisk. Jeg har benyttet interne beregningsmetoder, program, dokumentasjon og litteratur. I tillegg har jeg utviklet egne prosedyrer, flettet etablerte metoder inn, slik at resultatene kunne sammenlignes.

Jeg takker med dette bruseksjonen for gjestfriheten og et fantastisk inspirerende miljø. Spesielt vil jeg takke min altoppofrende veileder hos SVV, Pål Vatsvåg. Han har støttet meg gjennom hele prosessen og veiledet meg spesielt på Sofistik.

Til slutt vil jeg takke veilederen min på UIS Samindi Samarakoon for faglig støtte og motiverende møter gjennom skriveprosessen.

Jan Erik Lyngstad

Sammendrag

Rapporten studerer forskjellen i krefter og armering for 4 slakkarmerte bruer, disse er modellert som skall- og bjelkemodeller. Bruene har en konstant bredde (B) på 5 meter, sidespennet for bruene skrives som 0.6875*L, hvor L er lengden på midtspennet. Forholdet for bruene (L/B) er: 1.1, 1.5, 2.2 og 3.0.

Bruene er modellert, analysert og dimensjonert i Sofistik. Resultater for krefter og armeringsmengder, samt relative forskjeller er presentert både grafisk og ved tabell.

Referansemodellen «Soma Øst» (L/B=2.2) er hentet fra et samtidig prosjekt ved bruavdelingen, SVV i Stavanger. Denne modellen er verifisert ved hjelp av håndberegninger. Prosedyrer i Sofistik er også kontrollert manuelt med basis i EK2 [1], N-400 [2] og designprogrammet NMH [3].

Skall- og bjelkemodellene gir ulike resultater for krefter og armering gitt forutsetningene i rapporten. Fundamentale forskjeller i teori sees i sammenheng med resultater og det drøftes for de forskjellige lasttilfellene.

Forholdet mellom tverr og lengdearmering for skallmodeller gir betydelig mer enn 20% for enveisplater. Type lastvirkning er avgjørende for armeringsforskjeller mellom skall- og bjelkemodell. Eksentriske laster som gir bøyning i tverretning gir armering i tverretning for skallmodell. Bjelkemodellen armerer i lengderetning for eksentriske laster noe som utgjør at behovene for bjelkeog skallmodeller er svært ulike. Skallmodeller er krevende å verifisere i motsetning til bjelkemodellen som er enklere.

Plateeffekter hvor tverrkontraksjoner er med på å øke stivheten synliggjøres spesielt i de tilfeller hvor L/B er lite. Når L/B øker og er høyere enn to fremkommer det at kreftene distribueres mer i lengderetning.

Abstract

This report study differences in results between forces and reinforcement in bridge-modelling. 4 models with different length- to breath-ratios are investigated and each of these are based on shell-theory and beam-theory. Every bridge-model in this report has the same breath, (B=5 metres). Length of main-span are denoted with L. Side-span for bridge-models can be written as 06875*L. (L/B)-ratios chosen for the models in report are 1.1, 1.5, 2.2 and 3.0.

All bridges are analysed, modelled and designed with Sofistik. The results showing forces, reinforcement-amount and relative differences are presented graphically as well as by tables.

"Soma East" is a real bridge from an ongoing project at the bridge-department, SVV in Stavanger. This bridge which has L/B equal 2.2 are chosen as a reference-bridge in this report. The reference bridge has been verified and checked by hand-calculations. Procedures and input in Sofistik are also verified and checked due to EC2 [1] and N-400 [2]. A locally developed design-programme NMH [3] has been used for checking reinforcement-amounts in shell-models.

Shell-models and beam-models delivers variable results due to assumptions given in the report. Results are discussed up against theories which are fundamentally different from each other. Loadcases and structural behaviour are investigated.

Ratio between transverse and longitudinal reinforcement for shell-models are calculated. It seems that a higher value than the minimum 20%-criteria for one-way-slabs in EC2 are obtained. Amount of deviation in reinforcement-amounts are related to type of loading. Eccentric loading gives transverse bending, hence transverse reinforcement in shell-model. Beam-models account for eccentric loading only in the longitudinal direction, hence longitudinal reinforcement. There is a great difference in results for load-cases which are eccentrically placed. It's difficult and cumbersome to verify shell-results. Beam-results are easier to read and interpret.

Plate-effects and transverse contractions increases stiffnesses for shell-models. When L/B are small these effects are more visible by results. When L/B-ratio are greater than two, forces are distributed in the longitudinal direction.

Innhold

Forord		I		
Sammend	drag	11		
Abstract.		. 111		
Tabellove	Tabelloversikt VII			
FiguroversiktVIII				
1 Innle	dning	1		
1.1	Hensikt og mål	1		
1.2	Definisjon av oppgave	2		
2 Prosj	ekteringsgrunnlag	3		
2.1	Regelverk	3		
2.2	Sikkerhet, pålitelighet og risiko	3		
2.3	Laster og grensetilstander	5		
3 Teori	l	6		
3.1	Bjelketeori	6		
3.1.1	Generelt	6		
3.1.2	Anvendelse av bjelketeori i Sofistik	12		
3.2	Skallteori	13		
3.2.1	Generelt	13		
3.2.2	Anvendelse av skallteori i Sofistik	24		
3.3	Sammenligning og anvendelse av bjelke og skallteori	26		
3.4	Teoretiske prinsipper for design av bjelke og skall i Sofistik	29		
3.4.1	Bjelke AQB [12]	29		
3.4.2	Skall BEMESS [12]	30		
4 Mate	erialer	32		
4.1	Generelt	32		
4.2	Betong	33		
4.3	Armeringsstål	34		
4.4	Eksponeringsklasse og overdekning	35		
5 Kons	truksjonsanalyse	37		
5.1	Soma Øst Bru I	37		
5.1.1	Analysegrunnlag	37		
5.1.2	Materialer	39		

	5	.1.3	Laster	39
	5.2	ι	Utarbeidelse av referansemodell	42
	5.3	I	Forutsetninger og antagelser	45
	5.4	I	Lastoverføringer gjennom konstruksjonen og respons	48
	5.5	9	Sofistik	49
	5	.5.1	Modellering av bjelke og skallmodell i Sofiplus-X	50
	5	.5.2	Forskjell i modellforutsetninger for bjelke og skallmodell	52
	5	.5.3	Funksjonen «Sir Cut» i Sofistik.	52
	5.6	v	Verifikasjon av referansemodell Soma Øst	53
	5	.6.1	Kontroll av egenvekt	53
	5	.6.2	Geometri og tverrsnittskonstanter	54
	5	.6.3	Statisk modell og respons ved hjelp av Hardy Cross-metoden	55
	5	.6.4	Dimensjonering av tverrsnitt med Sandwichmetode.	56
	5	.6.5	Kontroll av elementoptimalisering og grad av konvergens	57
	5	.6.6	Dimensjonering av bruvinge og verifikasjon av tverrarmering skallmodell	58
6	R	esult	tater	61
	6.1	I	Referansemodell Soma Øst, lengde/bredde = 2.2, Bøye og torsjonsmoment	64
	6	.1.1	Lasttilfelle 1: Egenlast	64
	6	.1.2	Lasttilfelle 2: Jevnt fordelt trafikklast i midtspenn, UDL (5kN/m2)	66
	6	.1.3	Lasttilfelle 3: Temperaturlast «summer posdt. TN + wm*dt» no. 91	67
	6	.1.4	Lasttilfelle 4: Jevnt fordelt last halv side på bru	68
	6	.1.5	Lasttilfelle 5: Trafikklast/» lasttog»	69
	6.2	I	Resultater Armeringsbehov	70
	6	.2.1	Lasttilfelle 1: Egenlast	70
	6	.2.2	Lasttilfelle 2: 502 (UDL 2), jevnt fordelt last midtspenn	72
	6	.2.3	Lasttilfelle 3: Temperaturlast «summer posdt. TN + wm*dt» no. 91	74
	6	.2.4	Lasttilfelle 4: 510 (UDL 10), jevnt fordelt last halve brua venstre side	76
	6	.2.5	Lasttilfelle 5: Trafikklast/ «lasttog»	78
	6.3	I	Resultater modifiserte modeller	80
	6	.3.1	Bru I, lengde/bredde = 1.1, krefter og armeringsbehov	81
	6	.3.2	Bru II, lengde/bredde = 1.5, krefter og armeringsbehov	97
	6	.3.3	Bru III, lengde/bredde= 3.0, krefter og armeringsbehov	112
7	Sa	amm	nenligning og diskusjon	127
	7.1	I	ntroduksjon for sammenligningskapittel	127
	7	.1.1	Utslag i resultater ved innlagt torsjonsarmering i bjelkemodell	127
	7	.1.2	Lastforutsetninger for bjelke- og skallmodell	128

7.2	Sammenligning av krefter og relativ variasjon	128
7.2.1	L Lasttilfelle 1 (LC-1).	129
7.2.2	2 Lasttilfelle 2 (LC-2).	130
7.2.3	3 Lasttilfelle 3 (LC-3).	131
7.2.4	1 Lasttilfelle 4 (LC-4).	134
7.2.5	5 Lasttilfelle 5 (LC-5).	134
7.2.6	5 Oppsummering sammenligning av krefter	142
7.3	Sammenligning av armeringsbehov og relativ variasjon	143
7.3.1	L Lasttilfelle 1 (LC-1).	143
7.3.2	2 Lasttilfelle 2 (LC-2).	144
7.3.3	3 Lasttilfelle 3 (LC-3).	145
7.3.4	Lasttilfelle 4 (LC-4)	146
7.3.5	5 Lasttilfelle 5 (LC-5).	147
7.3.6	Oppsummering sammenligning av armeringsbehov, årsaker til avvik og feilkilder	148
7.3.7	7 Armeringsforhold for skallmodellene.	149
8 Opp	summering, drøfting og konklusjon	150
8.1	Drøfting	150
8.2	Konklusjon	151
8.3	Forslag til videre arbeid	152
9 Bibli	ografi	153
10 V	edlegg	154

Tabelloversikt

Tabell 2-1 Konsekvensklasser. [10]	4
Tabell 2-2 Utførelseskontroll og klassifisering. [10]	4
Tabell 3-1 Maksimalverdier av spenningskomponenter. [19]	15
Tabell 3-2 Sammenligningsresultanter	28
Tabell 4-1 Materialfaktorer [1]	34
Tabell 4-2 Materialparametere fasthetsklasse B45 [1]	34
Tabell 4-3 Materialparametere B500NC [1]	35
Tabell 4-4	36
Tabell 4-5	36
Tabell 5-1 Materialgrunnlag og krav Soma Øst [Vedlegg A.1.4]	39
Tabell 5-2 Tyngdetettheter benyttet som input Sofistik [28]	39
Tabell 5-3 Lasttilfeller benyttet i rapporten, se Vedlegg C.1.2 for ytterligere info	42
Tabell 5-4 Modell prosess matrise [16]	43
Tabell 5-5 Klassifisering av dekker. [29]	47
Tabell 5-6 Manuell beregning av egenvekter for konstruksjonsdeler Soma Øst	54
Tabell 5-7 Sammenligning av håndberegninger og Sofistik-verdier, Lastilfelle 1, Egenlast	55
Tabell 5-8 Resultater Sandwichmetode og relativ forskjell Sofistik	57
Tabell 6-1 Resultatverdier I/b=2.2, Lasttilfelle 1: Egenlast	65
Tabell 6-2 Resultatverdier I/b=2.2, Lasttilfelle 2: Jevnt fordelt trafikklast i midtspenn	66
Tabell 6-3 Resultatverdier I/b=2.2, Lasttilfelle 3: Temperaturlast	67
Tabell 6-4 Resultatverdier I/b=2.2, Lasttilfelle 4(504 UDL-5)	68
Tabell 6-5 Resultatverdier I/b=2.2, Lasttilfelle 5: Lasttog	69
Tabell 6-6 Resultatverdier armering I/b=2.2, Lasttilfelle 1: Egenlast	72
Tabell 6-7 Resultatverdier armering I/b=2.2, Lasttilfelle 2: Jevnt fordelt trafikklast i midtspenn, UD	L
(5kN/m2)	74
Tabell 6-8 Resultatverdier armering I/b=2.2, Lasttilfelle 3: Temperaturlast «summer	
posdt.TN+wm*dt» no.91	76
Tabell 6-9 Resultatverdier armering l/b=2.2, Lasttilfelle 4: Jevnt fordelt last halv side på bru	78
Tabell 6-10 Resultatverdier armering I/b=2.2, Lasttilfelle 5: Trafikklast/ «lasttog», case 309	80
Tabell 6-11 lengde/bredde forhold sammenligningsmodeller.	80
Tabell 6-12 Resultatverdier I/b=1.1, Lasttilfelle 1: Egenlast	84
Tabell 6-13 Resultatverdier I/b=1.1, Lasttilfelle 2: Jevnt fordelt trafikklast i midtspenn, UDL (5kN/n	n2)
	87
Tabell 6-14 Resultatverdier I/b=1.1, Lasttilfelle 3: Temperaturlast «summer posdt.TN+wm*dt» no.	.91
	90
Tabell 6-15 Resultatverdier I/b=1.1, Lasttilfelle 4: Jevnt fordelt last halv side på bru	93
Tabell 6-16 Resultatverdier I/b=1.1, Lasttilfelle 5: Trafikklast/ «lasttog», case 309	96
Tabell 6-17 Resultatverdier I/b=1.5, Lasttilfelle 1: Egenlast	100
Tabell 6-18 Resultatverdier I/b=1.5, Lasttilfelle 2: Jevnt fordelt trafikklast i midtspenn, UDL (5kN/n	n2)
Taboll 6 10 Popultatuardiar I/b-1 E Lasttilfalla 2. Tamparaturlast «summar pasedt TALuum*dt» pa	703 703
Tabell 0-15 Resultativer diel 1/0-1.5, Lastimene 5. Temperaturast «summer posul. IN+WM*dt» no.	.91 105
Tabell 6-20 Resultatverdier I/b=1.5. Lasttilfelle <u>4</u> : Jevnt fordelt last halv side nå bru	102
Tabell 6-21 Resultatverdier I/b=1.5 Lasttilfelle 5. Trafikklast/ «lasttog» case 309	111
Tabell 6-22 Resultatverdier I/b=3.0 Lasttilfelle 1. Frenlast	115
	110

)
18
1
20
23
26
»,
27
28
49

Figuroversikt

Figur 3-1 Differensialelement brubjelke	7
Figur 3-2 Lineær spenningsdistribusjon	7
Figur 3-3 Bjelke påsatt last P	9
Figur 3-4 Skjærdiagram V	9
Figur 3-5 Momentdiagram M	9
Figur 3-6 Tangentfunksjon for deformasjonen	10
Figur 3-7 Nedbøyningsdiagram	10
Figur 3-8 Brubjelke utsatt for eksentrisk aksialkraft	11
Figur 3-9 Generelle bjelkeelementer [19, p. 65]	12
Figur 3-10 Spenningsresultanter for et skall-element [29]	13
Figur 3-11 Spenninger påkjent elementsidene. [21]	15
Figur 3-12 Membranelement med respektive kurvaturer [22, p. 19]	16
Figur 3-13 Likevektsbetingelser for et plateelement [18]	. 17
Figur 3-14 Likevektsbetingelser for et membranelement [18]	17
Figur 3-15 Relasjonsoppsett for skall	18
Figur 3-16 Membran og plate-resultanter [22]	25
Figur 3-17 Skall elementer [19]	. 25
Figur 3-18 Skjermdump fra teorigrunnlaget for skallelementer ASE	26
Figur 3-19 Resultanter bjelkeberegning	28
Figur 3-20 Resultanter skallberegning	29
Figur 3-21 Konvensjon koordinatsystem bjelkeelement	29
Figur 3-22 Oppsett for kalkulasjonsmodellen i Sofistik	31
Figur 4-1 Idealisert tøyningsdiagram for betong trykkutsatt [27]	33
Figur 4-2 Idealisert og dimensjonerende spennings-tøyningskurve for armeringsstål [27]	35
Figur 4-3 Parametere for armering [12]	36
Figur 5-1 3D-modell Soma Øst	37
Figur 5-2 Planriss av bruplate med akser	38
Figur 5-3 Tverrsnitt av overbygning akse 2,3	38
Figur 5-4 Input temperaturlast bjelkemodell	40
Figur 5-5 Kombinasjon og lasttilfeller temperatur	40
Figur 5-6 Skjermdump fra Eurokode [7]	41
Figur 5-7 Prosjektinput for lasttog	41
Figur 5-8 Modelleringsprosess [16]	. 44

Figur 5-9 Globalt koordinatsystem definert ut fra standard Sofistik oppsett	45
Figur 5-10 Lokalt koordinatsystem definert ut fra standard Sofistik oppsett	46
Figur 5-11 Brubane referansemodell Soma Øst	46
Figur 5-12 Forenklet tverrsnitt B-B	48
Figur 5-13 Grensesnittene til Sofistik [12]	49
Figur 5-14 Bjelkemodell referansemodell, I/b =2.2 (Soma Øst)	50
Figur 5-15 Skallmodell referansemodell, I/b=2.2 (Soma Øst)	51
Figur 5-16 Linjeelementer landkarakse skall (venstre) og bjelke (høyre)	52
Figur 5-17 Illustrasjon av Sir-cut [12]	53
Figur 5-18 Resultat skallmodell Lasttilfelle 1 (egenlast), My	53
Figur 5-19 Sum laster i z-retning grunnet egenlaster, output fra Sofistik	53
Figur 5-20 Modell for utregning av tverrsnittskonstanter.	54
Figur 5-21 Modellgrunnlag for håndberegninger brubjelke	55
Figur 5-22 Sandwichmodell for brutrau.	56
Figur 5-23 Prinsipp for kalkulasjon av spenningsresultant	56
Figur 5-24 Lokasjon av kontrollsnitt langs brubanen	57
Figur 5-25 Bruvinge antatt fast innspent	58
Figur 5-26 FBD utkraget vinge	58
Figur 5-27 Grafisk resultat armeringsmengde ,«NMH» [2]	59
Figur 5-28 Grafisk resultat tøyningsforløp ved «normalarmert tverrsnitt», «NMH» [2]	59
Figur 5-29 Armeringsbehov skall, tverrarmering topp (Ast, topp), snitt fast innspent vinge, I/b=2.2,	
Egenlast, [cm2/m]	60
Figur 6-1 Metode for å bestemme relevant moment over støtten. [26]	61
Figur 6-2 Illustrasjon av iso-linje for gjennomsnittlige elementverdier, «Wingraf-Sofistik»	62
Figur 6-3 Grafisk presentasjon for lengdearmeringsareal skallmodell.	62
Figur 6-4 Prinsipp uttak av snitt i skallmodell (kalkulasjon av armeringsmengder i lengde- og	
tverretning)	63
Figur 6-5 Sofiplus, "Conseptual model, Shell" Figur 6-6 Sofiplus, "Conseptual	
model, Beam"	64
Figur 6-7 Resultat skallmodell Lasttilfelle 1 (egenlast), My, [kNm]	64
Figur 6-8 Resultat bjelkemodell Lasttilfelle 1 (egenlast), My, [kNm]	65
Figur 6-9 Resultat skallmodell Lasttilfelle 2 (502 UDL-3), My, [kNm]	66
Figur 6-10 Resultat bjelkemodell Lasttilfelle 2(502 UDL-3), My, [kNm]	66
Figur 6-11 Resultat skallmodell Lasttilfelle 3, My, [kNm]	67
Figur 6-12 Resultat bjelkemodell Lasttilfelle 3, My, [kNm]	67
Figur 6-13 Resultater skallmodell Lasttilfelle 4 (510 UDL-10), MT, [kNm]	68
Figur 6-14 Resultater bjelkemodell Lasttilfelle 4 (504 UDL-5),MT, [kNm]	68
Figur 6-15 Resultater Lasttilfelle 5 (309: TS Right (10), skallmodell, MT, [kNm]	69
Figur 6-16 Resultater Lasttilfelle 5 (309: TS Right (10), bjelkemodell, MT, [kNm]	69
Figur 6-17 Armeringsbehov bjelke, lengdearmering topp: Asl, topp, [cm2]	70
Figur 6-18 Armeringsbehov skall, lengdearmering topp: Asl, topp, [cm2/m]	70
Figur 6-19 Armeringsbehov skall, tverrarmering topp: Ast, topp, [cm2/m]	70
Figur 6-20 Armeringsbehov bjelkemodell, lengdearmering bunn: Asl, bunn, [cm2]	71
Figur 6-21 Armeringsbehov skall, lengdearmering bunn: Asl, bunn, [cm2/m]	
Figure 6.22 Armoring chobour chall two representing human (Act human [am2/m]	/1
Figur 6-22 Armeningsbenov skall, tverrarmening bunn: Ast, bunn, [cm2/m]	/1 71
Figur 6-23 Armeringsbehov bjelke, lengdearmering topp: Asl, topp, [cm2]	71 71 72
Figur 6-22 Armeringsbehov skall, tverfarmering bunn: Ast, bunn, [cm2/m] Figur 6-23 Armeringsbehov bjelke, lengdearmering topp: Asl, topp, [cm2] Figur 6-24 Armeringsbehov skall, lengdearmering topp: Asl, topp, [cm2/m]	71 71 72 72

Figur 6-26 Armeringsbehov bjelkemodell, lengdearmering bunn: Asl, bunn, [cm2]	73
Figur 6-27 Armeringsbehov skall, lengdearmering bunn: Asl, bunn, [cm2/m]	73
Figur 6-28 Armeringsbehov skall, tverrarmering bunn: Ast, bunn, [cm2/m].	73
Figur 6-29 Armeringsbehov bjelke, lengdearmering topp: Asl, topp, [cm2]	74
Figur 6-30 Armeringsbehov skall, lengdearmering topp: Asl, topp, [cm2/m]	74
Figur 6-31 Armeringsbehov skall, tverrarmering topp: Ast, topp, [cm2/m].	74
Figur 6-32 Armeringsbehov bjelkemodell, lengdearmering bunn: Asl, bunn, [cm2]	75
Figur 6-33 Armeringsbehov skall, lengdearmering bunn: Asl, bunn, [cm2/m]	75
Figur 6-34 Armeringsbehov skall, tverrarmering bunn: Ast, bunn, [cm2/m].	75
Figur 6-35 Armeringsbehov bjelke, lengdearmering topp: Asl, topp, [cm2]	76
Figur 6-36 Armeringsbehov skall, lengdearmering topp: Asl, topp, [cm2/m]	76
Figur 6-37 Armeringsbehov skall, tverrarmering topp: Ast, topp, [cm2/m].	77
Figur 6-38 Armeringsbehov bjelkemodell, lengdearmering bunn: Asl, bunn, [cm2]	77
Figur 6-39 Armeringsbehov skall, lengdearmering bunn: Asl, bunn, [cm2/m]	77
Figur 6-40 Armeringsbehov skall, tverrarmering bunn: Ast, bunn, [cm2/m].	77
Figur 6-41 Armeringsbehov bjelke, lengdearmering topp: Asl, topp, [cm2]	78
Figur 6-42 Armeringsbehov skall, lengdearmering topp: Asl, topp, [cm2/m].	78
Figur 6-43 Armeringsbehov skall, tverrarmering topp: Ast, topp, [cm2/m].	79
Figur 6-44 Armeringsbehov bjelkemodell, lengdearmering bunn: Asl, bunn, [cm2]	79
Figur 6-45 Armeringsbehov skall, lengdearmering bunn: Asl, bunn, [cm2/m]	79
Figur 6-46 Armeringsbehov skall, tverrarmering bunn: Ast, bunn, [cm2/m].	79
Figur 6-47 Sofiplus, "Conseptual model, Beam" Figur 6-48 Sofiplus, "Conseptual model,	
Shell"	81
Figur 6-49 Hovedmoment bjelkemodell, [kNm]	81
Figur 6-50 Hovedmoment skallmodell, [kNm].	82
Figur 6-51 Armeringsbehov bjelke, lengdearmering topp: Asl, topp, [cm2]	82
Figur 6-52 Armeringsbehov skall, lengdearmering topp: Asl, topp, [cm2/m].	82
Figur 6-53 Armeringsbehov skall, tverrarmering topp: Ast, topp, [cm2/m].	83
Figur 6-54 Armeringsbehov bjelkemodell, lengdearmering bunn: Asl, bunn, [cm2]	83
Figur 6-55 Armeringsbehov skall, lengdearmering bunn: Asl, bunn, [cm2/m]	83
Figur 6-56 Armeringsbehov skall, tverrarmering bunn: Ast, bunn, [cm2/m].	83
Figur 6-57 Hovedmoment bjelkemodell, [kNm]	84
Figur 6-58 Hovedmoment skallmodell, [kNm].	85
Figur 6-59 Armeringsbehov bjelke, lengdearmering topp: Asl, topp, [cm2]	85
Figur 6-60 Armeringsbehov skall, lengdearmering topp: Asl, topp, [cm2/m].	85
Figur 6-61 Armeringsbehov skall, tverrarmering topp: Ast, topp, [cm2/m].	86
Figur 6-62 Armeringsbehov bjelke, lengdearmering bunn: Asl, bunn, [cm2].	86
Figur 6-63 Armeringsbehov skall, lengdearmering bunn: Asl, bunn, [cm2/m]	86
Figur 6-64 Armeringsbehov skall, tverrarmering bunn: Ast, bunn, [cm2/m].	86
Figur 6-65 Hovedmoment bjelke, [kNm]	87
Figur 6-66 Hovedmoment skallmodell, [kNm].	88
Figur 6-67 Armeringsbehov bjelke, lengdearmering topp: Asl, topp, [cm2]	88
Figur 6-68 Armeringsbehov skall, lengdearmering topp: Asl, topp, [cm2/m].	88
Figur 6-69 Armeringsbehov skall, tverrarmering topp: Ast, topp, [cm2/m].	89
Figur 6-70 Armeringsbehov bjelke, lengdearmering bunn: Asl, bunn, [cm2].	89
Figur 6-71 Armeringsbehov skall, lengdearmering bunn: Asl. bunn. [cm2/m]	89
Figur 6-72 Armeringsbehov skall, tverrarmering bunn: Ast, bunn, [cm2/m].	89
Figur 6-73 Torsjonsmoment bjelkemodell, [kNm].	90

Figur 6-74 Torsjonsmoment skallmodell, [kNm]	91
Figur 6-75 Armeringsbehov bjelke, lengdearmering topp: Asl, topp, [cm2]	91
Figur 6-76 Armeringsbehov skall, lengdearmering topp: Asl, topp, [cm2/m].	91
Figur 6-77 Armeringsbehov skall, tverrarmering topp: Ast, topp, [cm2/m]	92
Figur 6-78 Armeringsbehov bjelke, lengdearmering bunn: Asl, bunn, [cm2].	92
Figur 6-79 Armeringsbehov skall, lengdearmering bunn: Asl, bunn, [cm2/m]	92
Figur 6-80 Armeringsbehov skall, tverrarmering bunn: Ast, bunn, [cm2/m].	92
Figur 6-81 Torsjonsmoment bjelkemodell, [kNm]	93
Figur 6-82 Torsjonsmoment skallmodell, [kNm]	94
Figur 6-83 Armeringsbehov bjelke, lengdearmering topp: Asl, topp, [cm2]	94
Figur 6-84 Armeringsbehov skall, lengdearmering topp: Asl, topp, [cm2/m].	94
Figur 6-85 Armeringsbehov skall, tverrarmering topp: Ast, topp, [cm2/m]	95
Figur 6-86 Armeringsbehov bjelke, lengdearmering bunn: Asl, bunn, [cm2].	95
Figur 6-87 Armeringsbehov skall, lengdearmering bunn: Asl, bunn, [cm2/m]	95
Figur 6-88 Armeringsbehov skall, tverrarmering bunn: Ast, bunn, [cm2/m]	96
Figur 6-89 Sofiplus, "Conseptual model, Beam" Figur 6-90 Sofiplus, "Conseptual model	Ι,
Shell"	97
Figur 6-91 Hovedmoment bjelkemodell, [kNm]	97
Figur 6-92 Hovedmoment skallmodell, [kNm].	98
Figur 6-93 Armeringsbehov bjelke, lengdearmering topp: Asl, topp, [cm2]	98
Figur 6-94 Armeringsbehov skall, lengdearmering topp: Asl, topp, [cm2/m].	98
Figur 6-95 Armeringsbehov skall, tverrarmering topp: Ast, topp, [cm2/m]	99
Figur 6-96 Armeringsbehov bjelkemodell, lengdearmering bunn: Asl, bunn, [cm2]	99
Figur 6-97 Armeringsbehov skall, lengdearmering bunn: Asl, bunn, [cm2/m]	99
Figur 6-98 Armeringsbehov skall, tverrarmering bunn: Ast, bunn, [cm2/m].	99
Figur 6-99 Hovedmoment bjelkemodell, [kNm]	101
Figur 6-100 Hovedmoment skallmodell, [kNm].	101
Figur 6-101 Armeringsbehov bjelke, lengdearmering topp: Asl, topp, [cm2].	101
Figur 6-102 Armeringsbehov skall, lengdearmering topp: Asl, topp, [cm2/m].	102
Figur 6-103 Armeringsbehov skall, tverrarmering topp: Ast, topp, [cm2/m].	102
Figur 6-104 Armeringsbehov bjelkemodell, lengdearmering bunn: Asl, bunn, [cm2].	102
Figur 6-105 Armeringsbehov skall, lengdearmering bunn: Asl, bunn, [cm2/m]	102
Figur 6-106 Armeringsbehov skall, tverrarmering bunn: Ast, bunn, [cm2/m].	103
Figur 6-107 Hovedmoment bjelkemodell, [kNm]	104
Figur 6-108 Hovedmoment skallmodell, [kNm].	104
Figur 6-109 Armeringsbehov bjelkemodell, lengdearmering bunn: Asl, bunn, [cm2].	104
Figur 6-110 Armeringsbehov skall, lengdearmering bunn: Asl, bunn, [cm2/m]	104
Figur 6-111 Armeringsbehov skall, tverrarmering bunn: Ast, bunn, [cm2/m].	105
Figur 6-112 Torsjonsmoment bjelkemodell, [kNm].	106
Figur 6-113 Torsjonsmoment skallmodell, [kNm]	106
Figur 6-114 Armeringsbehov bjelke, lengdearmering topp: Asl, topp, [cm2]	106
Figur 6-115 Armeringsbehov skall, lengdearmering topp: Asl, topp, [cm2/m].	107
Figur 6-116 Armeringsbehov skall, tverrarmering topp: Ast, topp, [cm2/m].	107
Figur 6-117 Armeringsbehov bjelke, lengdearmering bunn: Asl, bunn, [cm2].	107
Figur 6-118 Armeringsbehov skall, lengdearmering bunn: Asl, bunn, [cm2/m]	107
Figur 6-119 Armeringsbehov skall, tverrarmering bunn: Ast, bunn, [cm2/m].	107
Figur 6-120 Torsjonsmoment bjelkemodell, [kNm].	108
Figur 6-121 Torsjonsmoment skallmodell, [kNm]	109

Figur 6-122 Armeringsbehov bjelke, lengdearmering topp: Asl, topp, [cm2]	109
Figur 6-123 Armeringsbehov skall, lengdearmering topp: Asl, topp, [cm2/m]	109
Figur 6-124 Armeringsbehov skall, tverrarmering topp: Ast, topp, [cm2/m]	110
Figur 6-125 Armeringsbehov bjelke, lengdearmering bunn: Asl, bunn, [cm2].	110
Figur 6-126 Armeringsbehov skall, lengdearmering bunn: Asl, bunn, [cm2/m]	110
Figur 6-127 Armeringsbehov skall, tverrarmering bunn: Ast, bunn, [cm2/m].	110
Figur 6-128 Sofiplus, "Conseptual model, Beam" Figur 6-129 Sofiplus, "Consep	tual
model, Shell"	112
Figur 6-130 Hovedmoment bjelkemodell, [kNm]	112
Figur 6-131 Hovedmoment skallmodell, [kNm].	113
Figur 6-132 Armeringsbehov bjelke, lengdearmering topp: Asl, topp, [cm2].	113
Figur 6-133 Armeringsbehov skall, lengdearmering topp: Asl, topp, [cm2/m].	113
Figur 6-134 Armeringsbehov skall, tverrarmering topp: Ast, topp, [cm2/m].	114
Figur 6-135 Armeringsbehov bjelkemodell, lengdearmering bunn: Asl, bunn, [cm2].	114
Figur 6-136 Armeringsbehov skall, lengdearmering bunn: Asl, bunn, [cm2/m]	114
Figur 6-137 Armeringsbehov skall, tverrarmering bunn: Ast, bunn, [cm2/m].	114
Figur 6-138 Hovedmoment bjelkemodell, [kNm]	115
Figur 6-139 Hovedmoment skallmodell, [kNm].	116
Figur 6-140 Armeringsbehov bjelke, lengdearmering topp: Asl, topp, [cm2].	116
Figur 6-141 Armeringsbehov skall, lengdearmering topp: Asl, topp, [cm2/m].	116
Figur 6-142 Armeringsbehov skall, tverrarmering topp: Ast, topp, [cm2/m].	116
Figur 6-143 Armeringsbehov bjelkemodell, lengdearmering bunn: Asl, bunn, [cm2]	117
Figur 6-144 Armeringsbehov skall, lengdearmering bunn: Asl, bunn [cm2/m].	117
Figur 6-145 Armeringsbehov skall, tverrarmering bunn: Ast, bunn, [cm2/m].	117
Figur 6-146 Hovedmoment bjelkemodell, [kNm]	118
Figur 6-147 Hovedmoment skallmodell, [kNm].	119
Figur 6-148 Armeringsbehov bjelkemodell, lengdearmering bunn: Asl, bunn, [cm2]	119
Figur 6-149 Armeringsbehov skall, lengdearmering bunn: Asl, bunn, [cm2/m]	119
Figur 6-150 Armeringsbehov skall, tverrarmering bunn: Ast, bunn, [cm2/m].	119
Figur 6-151 Torsjonsmoment bjelkemodell, [kNm].	120
Figur 6-152 Torsjonsmoment skallmodell, [kNm].	121
Figur 6-153 Armeringsbehov bjelke, lengdearmering topp: Asl, topp, [cm2]	121
Figur 6-154 Armeringsbehov skall, lengdearmering topp: Asl, topp, [cm2/m]	121
Figur 6-155 Armeringsbehov skall, tverrarmering topp: Ast, topp, [cm2/m]	122
Figur 6-156 Armeringsbehov bjelke, lengdearmering bunn: Asl, bunn, [cm2]	122
Figur 6-157 Armeringsbehov skall, lengdearmering bunn: Asl, bunn, [cm2/m]	122
Figur 6-158 Armeringsbehov skall, tverrarmering bunn: Ast, bunn, [cm2/m]	122
Figur 6-159 Torsjonsmoment bjelkemodell, [kNm]	123
Figur 6-160 Torsionsmoment skallmodell. [kNm]	124
Figur 6-161 Armeringsbehov bielke, lengdearmering topp: Asl. topp. [cm2]	124
Figur 6-162 Armeringsbehov skall. lengdearmering topp: Asl. topp. [cm2/m]	124
Figur 6-163 Armeringsbehov skall, tverrarmering topp: Ast. topp. [cm2/m]	124
Figur 6-164 Armeringsbehov bielke, lengdearmering bunn: Asl, bunn. [cm2]	125
Figur 6-165 Armeringsbehov skall, lengdearmering bunn: Asl, hunn, [cm2/m]	125
Figur 6-166 Armeringsbehov skall, tverrarmering bunn: Ast, bunn, [cm2/m]	125
Figur 7-1 Lokasion av kontrollsnitt langs brubanen for referansemodell	178
Figur 7-2 Relativ variasion for LC-1.	129
Figur 7-3 Plotting av snittkrefter I C-1 skall og bielke 1/b=1 1 Moment [kNm]	120
	±50

Figur 7-4 Relativ variasjon for LC-2	130
Figur 7-5 Relativ variasjon for LC-3	131
Figur 7-6 Nodale forskyvningsvektorer, X-Y plan, skallmodell LC-, I/b =2.2, [mm]	131
Figur 7-7 Nodale forskyvningsvektorer, global Z, skallmodell LC-, I/b =2.2 [mm]	132
Figur 7-8 Skjermdump fra animasjonsfunksjonen i SSD-grensesnitt. LC-3	132
Figur 7-9 Rotasjon om global Y-akse bjelkemodell, LC-3, I/b=2.2, [mrad]	132
Figur 7-10 Rotasjonsvektorer representert som iso-linjer i globalt Y-plan skallmodell, I/b=2.2, LC-3	,
[mrad]	132
Figur 7-11 Figur 7-12 Rotasjonsvektorer representert som iso-linjer i globalt Xplan skallmodell,	
I/b=2.2, LC-3, [mrad]	133
Figur 7-13 Nodale forskyvninger bjelkemodell, LC-3, global x-akse [mm]	133
Figur 7-14 Nodale forskyvninger bjelkemodell, LC-3, global z-akse [mm]	133
Figur 7-15 Relativ variasjon for LC-4	134
Figur 7-16 Relativ variasjon for LC-5	134
Figur 7-17 Statisk modell for skallmodell utsatt for LC-5	135
Figur 7-18 Iso-plott av skallresultant myy for LC-5, [kNm/m]	135
Figur 7-19 Statisk modell for bjelkemodell utsatt for LC-5	136
Figur 7-20 Sammenligning av torsjonsmoment LC-5, I/b = 3.0	137
Figur 7-21 Plott av relativt avvik langs brubanen, LC-5, I/b =3.0	137
Figur 7-22 Sammenligning av torsjonsmoment LC-5, I/b = 1.1	138
Figur 7-23 Plott av relativt avvik langs brubanen, LC-5, I/b =1.1	138
Figur 7-24 Endring av rotasjonsvinkelen ($\mathrm{d} \phi \mathrm{d} x$), (0.24 - 0.22 [mrad]), bjelkemodell, l/b=2.2, LC-5 .	139
Figur 7-25 Endring av rotasjonsvinkelen ($\mathrm{d} \phi \mathrm{d} x$),(0.279- 0.258 [mrad]), skallmodell, l/b=2.2, LC-5.	139
Figur 7-26 Nodal rotasjon om global x-akse presentert ved iso-linjer, skallmodell, LC-5	139
Figur 7-27 Nodal rotasjon om global x-akse presentert ved vektorer, bjelkemodell, LC-5	139
Figur 7-28 Nodal rotasjon om global y-akse presentert ved iso-linjer, skallmodell, LC-5	140
Figur 7-29 Nodal rotasjon om global y-akse, bjelkemodell, LC-5	140
Figur 7-30 Skjermdump fra grensesnittet SSD, visualisering for LC-5, bjelkemodell	140
Figur 7-31 Nodale forskyvninger i global z-retning, bjelkemodell, l/b=2.2, LC-5 [mm]	141
Figur 7-32 Skjermdump fra grensesnittet SSD, visualisering for LC-5, skallmodell	141
Figur 7-33 LC-5, Nodale forskyvninger i global z-retning, skallmodell, I/b=2.2, LC-5 [mm]	141
Figur 7-34 Relativ armeringsforskjell LC-1	143
Figur 7-35 Relativ armeringsforskjell LC-2	144
Figur 7-36 Relativ armeringsforskjell LC-3	145
Figur 7-37 Relativ armeringsforskjell LC-4	146
Figur 7-38 Relativ armeringsforskjell LC-5	147
Figur 7-39 Armeringsforhold Ast/Asl, LC-5 – Skallmodeller	148

1 Innledning

1.1 Hensikt og mål

Hensikten med rapporten er å undersøke forskjellene på en bjelkemodell og en skallmodell ved brudimensjonering. I tillegg er det et mål å utvikle forståelse for kontroll og design av ulike typer beregningsmodeller. To ulike beregningsmodeller settes opp for en referansebru Soma Øst, og med basis i denne modifiseres ytterligere tre bruer. Bruene har forskjellige forhold mellom spennvidde og bredde. Rapporten søker å generalisere forskjeller i resultater fra disse.

Rapporten er gjennomført ved bruseksjonen, Statens Vegvesen i Stavanger. SVV er tiltakshaver og således byggherre for offentlige vei- og bruprosjekter. Dette utløser et ansvar i forhold til å ivareta kvalitet, krav og gjennomføringsmetoder. Ved prosjektering av bruer stilles det strenge krav til beregning og kontroll. Det er derfor interessant for seksjonen å delta i diplomarbeider for å utvikle og sjekke egne prosedyrer. Referansebrua i rapporten er en del av et større prosjekt på Nord-Jæren kalt «Sykkelstamvegen» og prosjekteringsgrunnlaget samt forutsetningene er hentet herfra.

I oppgaven benyttes et data-verktøy som håndterer styrkeberegning og modellering av bruer. Dataprogrammet heter «Sofistik» og er et såkalt FEM-analyse program. Masterstudiet ved UIS har gitt grunnleggende kunnskap om «FEM-design» og «Betongkonstruksjoner» og det søkes å utvikle praktisk forståelse ved å studere parametriske variasjoner mellom modeller ved brudimensjonering.

Et FEM-analyse program benytter seg av «finite element method». Denne metoden er en kraftfull teknikk som opprinnelig ble utviklet for numerisk løsning av komplekse systemer innen konstruksjonsmekanikk. Konstruksjonene modelleres og deles opp i et forvalgt antall diskrete elementer. Elementene er knyttet sammen via noder og har fysiske egenskaper som tykkelse, tetthet, elastiske moduluser (Young), termale koeffisienter for utvidelser og Poissons tall. [4]

Sofistik håndterer skall- og bjelkeelementer og rapporten søker å se på forskjeller i resultater fra disse.

Kontroller og håndberegninger utføres for å verifisere resultater fra Sofistik. Armeringsmengder, krefter og relative variasjoner presenteres i et resultatkapittel. Modellene sammenlignes for utvalgte lasttilfeller og rapporten søker å generalisere endringer basert på variasjonen i lengde/bredde forhold.

Det overordnede målet er å utvikle forståelse for ulike beregningsmetoder og modeller.

1.2 Definisjon av oppgave

Rapporten ser på forskjeller i armeringsbehov og snittkrefter ved å sammenligne resultater for bjelke- og skallmodell. Tolkning og forståelse av skallteori og tilhørende verifikasjon er komplisert og i tillegg har bjelke- og skallteori fundamentale forskjeller. Dette gjør sammenligning og kontroll av resultater til en krevende og ikke «rett frem prosess». Bjelketeorien er den etablerte metoden ved brudimensjonering og en ser også at tilgjengelige regelverk og forskrifter er bygd opp rundt denne, blant annet Eurokoden og almenne dimensjoneringsprinsipper. Det stilles derfor spørsmål om hvordan Sofistik behandler modellene og hvilke forskjeller som fremkommer utfra de forutsetningene som legges til grunn.

- Hvilke resultater får vi for de ulike lasttilfellene?
- Hvilke forskjeller i resultat er det mellom skall- og bjelkemodell.
- Hvordan påvirker tverreffekten i skallmodellen?
- Hva har effekten å si for sammenligning av designresultater

Rapporten tar for seg noe grunnleggende prosjektering slik at referansemodellene blir dokumenterte og leseren forberedt. Det etableres modellprosedyre sammen med verifikasjon av modellene før resultatene behandles. Rapporten drøfter sammenligning av de ulike modeller og resultater. Flytskjema og grov prosessplan for rapporten kan finnes som vedlegg [B.1.1].

2 Prosjekteringsgrunnlag

2.1 Regelverk

Prosjektering og utførelse av brukonstruksjoner er regulert gjennom et hierarki av lover og regelverk. Plan- og bygningsloven er plassert øverst i systemet og er en ramme- og fullmaktslov. Tilhørende loven følger tekniske forskrifter som legger føringer for praksis og hvilke standarder som skal benyttes ved prosjektering og utførelse.

Regelverkene legger føringer og kriterier for modellene basert på klassifisering av konstruksjonsdeler, type analyse og geometri.

I denne rapporten er det lagt vekt på forskjeller i resultater mellom to ulike teoretiske modeller. Prosjekteringsgrunnlaget er dermed forenklet og avgrenset i forhold til hva som er nødvendig i rapporten.

Følgende standarder, regelverk og håndbøker er benyttet:

Eurokoder:

- NS-EN 1991-1-1:2002+NA:2008: Eurokode 1: Laster på konstruksjoner, Del 1-1: Allmenne laster, Tetthet, egenvekt, nyttelaster i bygninger. [5]
- NS-EN 1990:2002+NA:2008: Eurokode: Grunnlag for prosjektering av konstruksjoner [1], og NS-EN 1990:2002/A1:2005+NA:2016. Endringsblad A1. [6]
- NS-EN 1991-1-5:2003+NA:2008: Eurokode 1: Laster på konstruksjoner, Del 1-5: Allmenne laster, Termisk påvirkning . [7]
- NS-EN 1991-2:2003+NA:2010: Eurokode 1: Laster på konstruksjoner, Del 2: Trafikklast på bruer. [8]
- NS-EN 1992-1-1:2004+NA:2008: Eurokode 2: Prosjektering av betongkonstruksjoner, Del 1-1: Allmenne regler og regler for bygninger. [1]
- NS-EN 1992-2:2005+NA:2010: Eurokode 2: Prosjektering av betongkonstruksjoner, Del 2: Bruer. [9]

Håndbøker:

• N400 Bruprosjektering [2]

2.2 Sikkerhet, pålitelighet og risiko.

Rapporten evaluerer resultater ved ulike modelloppsett og gransker hvilke metoder som er konservative og sikkerhetsmessige basert på valg av geometri og laster. Regelverkene legger normalt sett sikkerhetsteoretiske føringer ved hjelp av partialfaktormetoden. Denne metoden baserer seg på statistikk og sikrer de numeriske inngangsverdiene ved å multiplisere/dividere disse med en sikkerhetsfaktor. Rapporten benytter kun karakteristiske verdier for inngangslastene og ser heller ikke på kombinering for å finne den verst tenkelige påkjenningen i brukroppen.

Generelt sett er vegbruer og samferdselskonstruksjoner klassifisert som konsekvensklasse 3 med utvidet kontrollklasse. Dette impliserer stor konsekvens ved sammenbrudd og høye krav til kontroll. [10] Konsekvensklassene sikrer kontrollen av prosjektering og utførelse. Ønsket sikkerhetsnivå ivaretas gjennom pålitelighetsklasser som funksjon av konsekvensklassen. Krav til internkontroll, kvalitetssystem, personell, materialkontroll, utførelseskontroll og ikke minst dokumentasjon av prosjekteringskontrollen. SVV benytter Sofistik i sine bruberegninger og rapporten og dens kontroll av modellkvalitet er motivert ut fra disse kravene. [11]

Konsekvensklasse	Konsekvens ved sammenbrudd	
CC1	Liten	
CC2	Middels	
CC3	Stor	

Tabell 2-1 Konsekvensklasser. [10]

Tabell 2-2 Utførelseskontroll og klassifisering. [10]

Tabell NA.A1(902) – Krav til graden av prosjekteringskontroll og graden av utførelseskontroll (kontrollklasse) hver for seg, avhengig av pålitelighetsklasse

Pålitelighetsklasse (CC/RC)	Kontrollklasse	
1	B (begrenset)	
2	N (normal)	
3	U (utvidet)	
4	Skal spesifiseres	

Kapittel 2 i NS-EN 1990 definerer bestemmelser for pålitelighet og en konstruksjon ansees å oppfylle kravene til pålitelighetsklasse RC2 dersom partialfaktorer angitt i NS-EN 1992 og NS-EN 1990 benyttes.

Håndboka N400 definerer spesifikt bestemmelser og kontroll for vegbruer.

- Krav til kvalitetssystem i henhold til NS-EN ISO 9001 med revisjon i henhold til NS-EN ISO 19011.
- Krav til kontroll og godkjenning gjennom.
 - o Oversendelse av prosjekteringsmaterialet sendes Vegdirektoratet
 - Kollegakontroll
 - Prosjekteringskontroll med tilhørende gradering.
 - Teknisk godkjenning
 - Godkjenning av arbeidstegninger

Brukonstruksjoner skal prosjekteres i overenstemmelse med de generelle reglene gitt i NS-EN 1990. I tillegg skal bestemmelser gitt i NS-EN 1992 Grunnlag for prosjektering følges.

2.3 Laster og grensetilstander

I bruprosjektering definerer normalt sett prosjekteringsreglene kriterier basert på grensetilfeller. Dette betyr at for en gitt situasjon skal lastvirkningen S ikke overskrider motstanden R, ($S \leq R$).

Bruene i oppgaven er påsatt karakteristiske egenlaster, nyttelaster og naturlaster. De ulike bruene modelleres med nøyaktig de samme lastene. Samtidigheten og tilfellene av disse lastene er nøye definert gjennom kombinasjoner hentet fra NS-EN 1990.

Lastene i rapporten er av indirekte karakter som eksempelvis tøyninger utløst av temperaturfastholding mellom søyler. I tillegg er det valgt å benytte direkte påførte laster som eksempelvis en jevnt fordelt last på brudekket og last fra kjøretøy.

Lastene i rapporten er påført konstruksjonen statisk. Rapporten ser dermed bort fra dynamisk lastpåføring som er forbundet med krefter som skyldes akselerasjoner. Dette kan eksempelvis være fluktuerende vindlast, jordskjelv, bølgelast mot fundamenter og søyler eller krefter som oppstår på grunn av påkjørsel [11].

Karakteristiske verdier for laster er hentet fra NS-EN 1991-X og rapporten begrenser seg til følgende laster kort nevnt her:

- Egenlaster (1-1)
 - o Permanente laster
 - \circ Beregnes ved hjelp av materialenes tyngdetettheter og romlig posisjon.
 - Angis utfra forhåndsbestemte verdier i regelverk.
 - Egenlaster angis i Sofiplus-modulen som linjelaster, punktlaster eller tyngdetetthetsangivelse under modellering. [12]
- Termiske påkjenninger (1-5)
 - Variabel og uavhengig last
 - Angis som dominerende eller øvrig ved kombinasjoner for lasttilfeller.
 - Statistiske verdier hentes fra isotermkart.
 - Laster oppstår som følge av kombinert jevnt fordelt temperaturandel sammen med en lineært varierende temperaturdifferanse. [13]
 - Temperaturlaster angis i Sofistik via tekstfiler i modulen Teddy og det henvises til prosedyre i vedlegg [B.1.1]
- Trafikklaster (1-2)
 - Modifisert lastmodell 1, gang og sykkelvei.
 - Variabel last påsatt brudekket.
 - Dimensjoneres for jevnt fordelte laster og boogilast med to akslinger som følge av servicekjøretøy/betongbil.
 - Trafikklaster og kombinasjoner angis i Sofistik via tekstfiler basert på aksesystem definert i Sofiplus-X.

3 Teori

3.1 Bjelketeori

3.1.1 Generelt

Euler-Bernouilli bjelketeori, også kjent som klassisk bjelketeori, er en forenkling av Timoshenkos lineær elastisitets-teori [14]. Skjær deformasjon er neglisjert i Euler-Bernouilli teorien. Sofistik håndterer skjærdeformasjon, men håndberegningene er gitt med Euler-Bernouilli i form av Crossmetoden.

Teorien ser på sammenhengen mellom last og nedbøyning i en bjelkestreng og kan benyttes i de tilfeller hvor nedbøyningen er liten. Utviklingen og oppdagelsen av teorien skjedde i 1750 men ble først benyttet i storskala på slutten av 1800-tallet, og har siden blitt en hjørnesteinsteori ved prosjektering av bruer og bygninger [15].

Bjelketeorien ser på brudekket som endimensjonalt. Alle laster påsatt konstruksjonen blir i hovedsak tatt opp ved bøyning. Indre snittkrefter i konstruksjonen er momenter (M) og skjærkraften (V).

Endimensjonal bjelketeori er som nevnt innledningsvis utledet med basis i Naviers hypotese om at plane tverrsnitt forblir plane og er gitt ved differensialligning (3-1)[11].

Ytterligere forutsetninger er:

- Lineær teori (lineær-elastisk materiale, homogent og små translasjoner)
- Neglisjering av normalspenningene σ_z på tverretningen av bjelkesnittet.

$$\frac{d^4w}{dx^4} = \frac{q}{EI} \tag{3-1}$$

Figur 3-1 viser et differensialelement av en brubjelke i et høyrehånds koordinatsystem. Aksesystemet er for ordens skyld orientert lik den lokale definisjonen i oppgaven og Sofistik. Bjelken er utsatt for bøyning om y-aksen. Ved hjelp av likevekts betraktninger i vertikal retning og moment om Oy utledes:

$$dq = -dV \tag{3-2}$$

$$Vdx = dM \rightarrow V = dM/dx$$
 (3-3)

Ved hjelp av elementær matematikk kan moment og skjærligninger for et diskret intervall langs xaksen utledes og globale bøye- og skjærdiagrammer kan tegnes. [16]



Figur 3-1 Differensialelement brubjelke

Utfra et armeringsdesignperspektiv er det interessant å se på spenningsdistribusjonen som oppstår på grunn av indre krefter i bruplata. Ved å benytte lineær elastisk bøyning av bjelker og anta Naviers hypotese kan det vises at spenningen er proporsjonal med tøyningen i de langsgående fibrene i bjelken (langs x-aksen).



Figur 3-2 Lineær spenningsdistribusjon

Ved å anta lineær elastisk materialmodell og derav proporsjonalitet mellom tøyning og spenning kan denne sammenhengen skrives:

$$\frac{\sigma}{z} = \frac{M}{I} = \frac{E}{R} \tag{3-4}$$

Her er momentet (M), andre arealmomentet (I), Youngs Modulus (E) og (R) er kurvatur-radius som følge av fleksibel bøyning. Se vedlegg [E.1.3.3] for utledning av andre ordens arealmoment. Kapittel 4.1 tar for seg materialparametere Youngs Modulus og Poissons tall.

$$R = -\frac{1}{\frac{d^2w}{dx^2}} \tag{3-5}$$

(R) er begrenset til små nedbøyninger da høyere ordens effekter i utrykket er neglisjert. Orientering av koordinatsystemet sammen med krumningen av parabelen gir negativt utrykk.

$$\frac{M}{I} = \frac{E}{R} \rightarrow \qquad \frac{d^2 w}{dx^2} = -\frac{M}{EI} \rightarrow \quad M = \frac{d^2 w}{dx^2} EI$$
(3-6)

Ved å sette inn uttrykket for kurvaturen inn i ligning (3-6) utledes et utrykk for den andre deriverte av nedbøyningsfunksjonen. Ved å benytte relasjonene V(x) = dM/dx og q(x) = dV/dx utledes deretter differensialligningen for en bjelke (3-9).

$$V(x) = \frac{dM}{dx} = \frac{d}{dx} \left(\frac{d^2 w}{dx^2} EI \right)$$
(3-7)

$$q(x) = \frac{d^2 M}{dx^2} = \frac{d^2}{dx^2} \left(\frac{d^2 w}{dx^2} EI \right)$$
(3-8)

$$\rightarrow \frac{d^4w}{dx^4} = \frac{q(x)}{EI}$$
(3-9)

Nedbøyningsfunksjonen kan finnes ved å integrere ligning (3-9)

- Lastdistribusjonen q(x) er kjent -> Ligningen integreres ved hjelp av fire integrasjonskonstanter som utledes ved hjelp av minst fire randbetingelser.
- Momentdistribusjonen M(x) er kjent -> Ligningen integreres to ganger og kun to konstanter behøves.

Figur 3-4 til Figur 3-7 viser gangen og diagrammer for de ulike parametere beskrevet ovenfor.

En enkelt opplagt brubjelke statisk bestemt påsettes en last P og det sees bort fra egenvekt. Lasten medfører en skjær- og momentdistribusjon i bjelken. Her er momentdistribusjonen kjent slik at Figur 3-6 og Figur 3-7 utledes ved å integrere henholdsvis en og to ganger. I dette eksempelet må integrasjonen deles inn i to diskrete intervaller [0, a]; [a, l] på grunn av diskontinuitet i momentdistribusjonen (punktlast).

$$\frac{dw}{dx}EI = \int M \, dx \tag{3-10}$$

$$wEI = \iint M \, dx \, dx \tag{3-11}$$

I tilfeller hvor E og I varierer langs brubjelken må disse også integreres. Her er det antatt at disse størrelsene er konstante.







Figur 3-4 Skjærdiagram V



Figur 3-5 Momentdiagram M



Figur 3-6 Tangentfunksjon for deformasjonen



Figur 3-7 Nedbøyningsdiagram

Som vist hjelper denne teorien oss til å finne tangent og nedbøyningsfunksjoner for en brubjelke. Dette er grunnlaget for statiske beregningsmetoder, eksempelvis kontinuerlige brubjelke-analyse og Hardy-Cross metoden [16], Vedlegg E.1.1.

Krefter som ikke oppstår normalt på planet i brubjelken bidrar til tilleggsbøyninger og skjærkrefter i lengderetningen. For eksempel bremsekrefter eller temperaturlaster gir aksielle krefter som ikke nødvendigvis er jevnt fordelt over tverrsnittet. Ved lineær analyse slik som ved kontroll og verifikasjon av modellen kan disse spenningsbidragene legges til ved hjelp av superposisjoneringsprinsippet. [17]

$$\sigma_a = \frac{Mz_e}{I} \tag{3-12}$$

Spenningsbidraget σ_a oppstår på grunn av aksialkraften påsatt i ned kant av tverrsnitt.

$$P = \frac{MAz_e}{I} \tag{3-13}$$

Spenningen skrives som kraft over areal og ved å betrakte likevekt for Figur 3-8 utledes utrykket for differensiell skjærstrøm i planet.

$$\tau b dx = dP = \frac{dMAz_e}{I} \tag{3-14}$$

Fra tidligere i kapittelet er relasjonen V(x) = dM/dx kjent og dermed omskrives (3-14) til (3-15).

$$\tau b = \frac{VAz_e}{I} \tag{3-15}$$



Figur 3-8 Brubjelke utsatt for eksentrisk aksialkraft

En brubjelke utsettes i tillegg for bøyedeformasjoner som vist ovenfor men også for skjærdeformasjon og dette gjelder spesielt når brubjelken blir relativ dyp eller har et smalt steg.

Sofistik håndterer skjærdeformasjon som standard i analysen når QUAD-elementer benyttes [12]. Skjærdeformasjon kan neglisjeres i de tilfeller hvor spennvidde-tykkelse forholdet s/t > 10. Elementer benyttet i FEM-analyse er følsomme ovenfor skjærfastholding og det bør utvises forsiktighet ved analyse av slanke bjelker som får betydelig kurvatur [18].

Tilleggsdeformasjonen på grunn av skjærkraft kan generelt skrives som:

$$\left(\frac{dw}{dx}\right)_{s} = \frac{S}{A_{s}G} \tag{3-16}$$

Her er (A_s) skjærarealet for bjelken og (G) er skjærmodulusen.

$$G = \frac{E}{2(1+v)}$$
(3-17)

Torsjon oppstår når brubjelken utsettes for usymmetriske laster, eksempelvis trafikk. Generelt vil laster som påføres eksentrisk i forhold til lengdeaksen føre til deformasjon og skjærspenninger. Hvordan spenningene oppstår og distribueres er avhengig av konseptmodellens innspenninger og koblinger. Generelt kan torsjonsmomentet uttrykkes som endring i rotasjonen om hovedaksen per lengdeenhet [16]:

$$\left(\frac{d\phi}{dx}\right)_t = \frac{T}{-CG} \tag{3-18}$$

Her er (C) torsjonskonstanten, ofte kalt St Venant torsjons-konstant, (T) er torsjonsmomentet, (G) er skjærmodulusen og (Ø) er torsjonsvinkelen. For solide tverrsnitt formet som triangler, rektangler, sirkler eller ellipser kan torsjonskonstanten finnes ved hjelp av følgende ligning:

$$C = \frac{A^4}{40I_p} \tag{3-19}$$

Her er (A) arealet av tverrsnittet og (I_p) det polare treghetsmomentet.

3.1.2 Anvendelse av bjelketeori i Sofistik

Brudekket behandles som en enveisplate og analyseres som en ramme hvor kreftene distribueres langs en bjelkestreng i lengderetningen. Det foretas sekundæranalyser av tverrkrefter. Modellen i Sofistik består av diskrete linjeelementer koblet sammen via noder. Modellen tar ikke hensyn til distribusjon av krefter i tverretningen.

Figur 3-9 Generelle bjelkeelementer de vanligste elementene. Disse har konstante verdier langs lengdeaksene, laster påført midt på elementene blir omgjort til ekvivalente nodekrefter. Sofistik benytter et innovativt system av diskretiserte 2-D Quad-elementer som ivaretar skjærdeformasjon. Disse elementene håndterer også bøying i to plan, aksielle krefter, torsjon og hver node beskriver seks frihetsgrader akkurat som 3-D-elementet i figuren.



Figur 3-9 Generelle bjelkeelementer [19, p. 65]

3.2 Skallteori

3.2.1 Generelt

Brudekker kan som vist i kap 3.1.1 analyseres endimensjonalt ved at designeren antar at alle krefter distribueres i lengderetningen. Dette kapittelet tar for seg distribusjon av krefter i lengde og tverretning. Altså to-dimensjonal distribusjon av normalkrefter, momenter, skjærkrefter og torsjonskrefter.

Skallteorien bygges opp ved å analysere membran og platedel hver for seg for så å koble dem sammen i en differensialligning bestående av homogen og inhomogen del. Kapittelet viser den analytiske oppbygningen med basis i likevektsbetraktningen av et differensialelement. Sist i kapittelet vises den praktiske bruken av teorien og Sofistiks anvendelse av denne.

Skallelementet er bygd opp av en membrandel og en platedel og håndterer krefter i planet så vel som krefter på planet. Figur 3-10 viser de respektive delene i et skallelement og Figur 3-16 viser kombinasjonen.



Figur 3-10 Spenningsresultanter for et skall-element [29]

Figur 3-10 viser de åtte uavhengige spenningsresultanter som er utledet gjennom integrasjon av de ulike spenninger påkjent elementsidene. Membranresultanter gitt fra krefter parallelt med planet skrives som:

$$n_{2x} = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_x \cdot dz$$
(3-20)

$$n_y = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_y \cdot dz \tag{3-21}$$

$$n_{xy} = n_{yx} = \int_{-t/2}^{t/2} \tau_{xy} \cdot dz$$
(3-22)

Bøyeresultantene oppstått fra krefter påsatt normalt på planet.

$$m_x = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_x \cdot z \cdot dz \tag{3-23}$$

$$m_y = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_y \cdot z \cdot dz \tag{3-24}$$

$$m_{xy} = m_{yx} \, \int_{-t/2}^{t/2} \tau_{xy} \cdot z \cdot dz \tag{3-25}$$

Skjærresultantene som følge av krefter påsatt normalt på planet.

$$v_x = \frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_{xy}}{\partial y} = \int_{-t/2}^{t/2} \tau_{zx} \cdot dz$$
(3-26)

$$v_{y} = \frac{\partial m_{y}}{\partial y} + \frac{\partial m_{xy}}{\partial x} = \int_{-t/2}^{t/2} \tau_{zy} \cdot dz$$
(3-27)

Denne utledningen antar at $m_{xy} = m_{yx}$ og $n_{xy} = n_{yx}$ og dette er kun sant hvis kurvaturen i de respektive planretninger er lik -> $r_x = r_y$. Kurvatur av midtplanet medfører også en kobling mellom membran og bøyekrefter, likevektsbetraktningen medfører justering av spenningsresultantene. Figur 3-12 viser et membranelement med kurvaturer og effekten av kurvaturforskjeller kan tilnærmes ved å multiplisere integrandene i ligningene 3-20 til 3-25 med $(1 - z/r_x)$ for resultanter med siste notasjon y og $(1 - z/r_y)$ for resultanter med siste notasjon x [20]. På grunn av små nedbøyninger og derav store radier er det en god tilnærming og praksis ved dimensjonering av tynne skall å neglisjere disse effekter. [21]

Tabell 3-1 Maksimalverdier av spenningskomponenter. [19]

Spenningskomponent	Maksimalverdi	Lokasjon av verdi	Fasong på spenningsblokk
Direkte spenning	$\sigma_x = \frac{6m_x}{t^2}$ $\sigma_y = \frac{6m_y}{t^2}$	$z = t/2 \qquad z = -t/2$	Lineær
Skjærspenning torsjonsmoment	$\tau_{xy} = \frac{6m_{xy}}{t^2}$	$z = t/2 \qquad z = -t/2$	Lineær
Skjærspenning tverrgående skjærkraft	$\tau_{xz} = \frac{1.5v_x}{t}$ $\tau_{yz} = \frac{1.5v_y}{t}$	<i>z</i> = 0	Parabel

Tabell 3-1_viser at maksimalspenningene som følge av bøyning oppstår i underkant og overkant tverrsnitt, distribusjonen gjennom tverrsnittet er henholdsvis lineær og parabelformet.



Figur 3-11 Spenninger påkjent elementsidene. [21]



Figur 3-12 Membranelement med respektive kurvaturer [22, p. 19]

Ved å se på likevektsbetraktninger av et differensialelement påsatt spenningsresultanter kan differensialligner for plateoppførsel og membranoppførsel utledes hver for seg og kobles sammen. Det antas at kurvaturendringer som følge av bøyning oppstår, og at forskyvninger parallelt og normalt på planet oppstår. Det er nødvendig å definere frihetsgrader som beskriver tøyninger og kurvaturer i skallet.

Figurene benyttet i illustrasjonene er fra ulike kilder og har litt ulike notasjoner men prinsippet er at resultantene tildeles den koordinaten som samsvarer med sidekantens normal. Høyrehåndsregelen er gjeldende og orienteringen av koordinatsystemene samsvarer med globalt eller lokalt Sofistik oppsett. Fortegnskonvensjoner fremgår av figurene.



Figur 3-13 Likevektsbetingelser for et plateelement [18]



Figur 3-14 Likevektsbetingelser for et membranelement [18]



Figur 3-15 Relasjonsoppsett for skall

Figur 3-15 viser skjematisk oversikt over de parametriske sammenhengene for et skall. Det er hensiktsmessig å skrive parameterne som vektorer.

$$u = \begin{bmatrix} u_x & u_y & u_z \end{bmatrix}^T$$
(3-28)

$$e = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{yy} & \gamma_{xy} & \kappa_{xx} & \kappa_{yy} & \rho_{xy} \end{bmatrix}^T$$
(3-29)

$$s = \left[n_{xx} n_{yy} n_{xy} m_{xx} m_{yy} m_{xy} \right]^{T}$$
(3-30)

$$p = \begin{bmatrix} p_x & p_y & p_z \end{bmatrix}^T$$
(3-31)

Tøyninger og rotasjoner kan skrives som en funksjon av forskyvningene:

Membrandelen utsatt for planspenninger og bidrag fra kurvaturen gir følgende tøyninger:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u_x}{\partial x} - \kappa_x \cdot u_z \tag{3-32}$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{\partial u_y}{\partial y} - \kappa_y \cdot u_z \tag{3-33}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} - 2 \cdot \kappa_{xy} \cdot u_z$$
(3-34)

Platedelen og dens bøyning gir rotasjoner i begge planretninger:

$$\varphi_x = -\frac{\partial u_z}{\partial x} \tag{3-35}$$

$$\varphi_y = -\frac{\partial u_z}{\partial y} \tag{3-36}$$

I kapittelet om bjelketeori vises det at kurvaturen kan skrives som den andre deriverte av forskyvningen. Bjelke er et spesialtilfelle av plate og for plater inkluderes begge planretninger slik:

$$\kappa_{xx} = \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} = -\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2}$$
(3-37)

$$\kappa_{yy} = \frac{\partial \varphi_y}{\partial y} = -\frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2}$$
(3-38)

$$\rho_{xy} = \frac{\partial \varphi_x}{\partial y} + \frac{\partial \varphi_y}{\partial x} = -2 \frac{\partial^2 u_z}{\partial x \partial y}$$
(3-39)

Dermed kan vi skrive $e = B \cdot u$ som representerer den kinematiske relasjonen:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \ \varepsilon_{yy} \ \gamma_{xy} \ \kappa_{xx} \ \kappa_{yy} \ \rho_{xy} \end{bmatrix}^{T} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & -\kappa_{x} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & -\kappa_{y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & -2\kappa_{xy} \\ 0 & 0 & -\frac{\partial^{2}}{\partial x^{2}} \\ 0 & 0 & -\frac{\partial^{2}}{\partial y^{2}} \\ 0 & 0 & -2\frac{\partial^{2}}{\partial x\partial y} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_{x} \ u_{y} \ u_{z} \end{bmatrix}^{T}$$
(3-40)

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{yy} & \gamma_{xy} & \kappa_{xx} & \kappa_{yy} & \rho_{xy} \end{bmatrix}^{T} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & -\kappa_{x} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & -\kappa_{y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & -2\kappa_{xy} \\ 0 & 0 & -\frac{\partial^{2}}{\partial x^{2}} \\ 0 & 0 & -\frac{\partial^{2}}{\partial y^{2}} \\ 0 & 0 & -2\frac{\partial^{2}}{\partial x\partial y} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_{x} & u_{y} & u_{z} \end{bmatrix}^{T}$$
(3-41)

Neste steg er å skrive den konstitutive relasjonen mellom resultantvektoren og deformasjonsvektoren. Denne relasjonen baserer seg på materialets rigiditet. Her introduseres stivhetene for henholdsvis plate og membran. Parametere som Youngs Modulus og Poissons tall er definert og omtalt i materialkapittelet. Et brudekke er en komposittstruktur bestående av betong og armering og tøyningen er i realiteten ujevn, kompleks og ikke lineær. I tillegg er armeringen ofte plassert ortogonalt i lengde og tverretning noe som medfører ulike stivheter i de respektive retninger.

Denne analytiske fremstillingen er antatt ved isotropisk og lineærelastisk materialoppførsel og ansees som en forenklingsmodell og et grunnlag for videre numerisk modellering.

 $s = D \cdot e$:

$$\begin{bmatrix} n_{xx} \\ n_{yy} \\ n_{xy} \\ m_{xx} \\ m_{yy} \\ m_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_m & vD_m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ vD_m & D_m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & D_m \left(\frac{1-v}{2}\right) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_b & vD_b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & vD_b & D_b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D_b \left(\frac{1-v}{2}\right) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \\ \kappa_{xx} \\ \kappa_{yy} \\ \rho_{xy} \end{bmatrix}$$
(3-42)

Membranrigiditeten for en skive i planspenningstilstand og bøyerigiditeten for en plateenhet er gitt ved ligning (3-43) og (3-44)

$$D_m = \frac{Et}{1 - v^2} \tag{3-43}$$

$$D_b = \frac{Et^3}{12(1-v^2)} \tag{3-44}$$

Bøyerigiditeten (3-44) er et matematisk utrykk som gir et bilde av den økte stivheten som oppstår ved tverrkontraksjon i planet og denne er fundamentalt forskjellig fra bjelketeorien.

Figur 3-13 og Figur 3-14 viser differensialelementer av plate og membran [18] og disse benyttes for å sette opp likevektsformuleringer for de tre frihetsgradene.

Det antas at likevekten av krefter som tangerer planet er kontrollert av membrantilstanden alene mens normalretningen på planet er avhengig av begge tilstander siden tilleggsmomenter oppstår som følge av påsatt eksentrisk membrankraft.

Følgende utrykk skrives:

$$\frac{\partial n_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial n_{xy}}{\partial y} + p_x = 0$$
(3-45)

$$\frac{\partial n_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial n_{xy}}{\partial x} + p_y = 0$$
(3-46)

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \kappa_x \cdot n_{xx} + \kappa_y \cdot n_{yy} + 2\kappa_{xy} \cdot n_{xy} + p_z = 0$$
(3-47)

Ved å betrakte bøyekreftene av platen skrives likevekten for planretningene.

$$v_x = \frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_{xy}}{\partial y}$$
(3-48)

$$v_y = \frac{\partial m_y}{\partial y} + \frac{\partial m_{xy}}{\partial x}$$
(3-49)

Dermed kan likevektsbetraktningen i tverrgående retning modifiseres slik at den blir representert ved parametere i resultantvektoren. Lastvektoren kan skrives da skrives som et produkt av den adjungerte B -matrisen og resultantene.

$$p = B' \cdot s$$

$$\begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\partial}{\partial x} & 0 & -\frac{\partial}{\partial y} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\partial}{\partial y} & -\frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & 0 \\ -\kappa_x & -\kappa_y & -2\kappa_{xy} & -\frac{\partial^2}{\partial x^2} & -\frac{\partial^2}{\partial y^2} & -2\frac{\partial^2}{\partial x\partial y} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} n_{xx} \\ n_{yy} \\ n_{xy} \\ m_{xx} \\ m_{yy} \\ m_{xy} \end{bmatrix}$$
(3-50)

Grunnlaget for utledning av differensialligningen for totaltilstanden bygges opp ved hjelp av to ulike metoder.

Kraftmetoden benyttes for membranproblemet og Airy [23] benyttes som spenningsfunksjon. Ved å se på den kinematiske relasjonen i planspenningsproblemet og derav kompabilitet dannes basisen for plandifferensialligningen. Gevinsten ved å benytte denne matematiske manipulasjonen er at forskyvninger i planretningene elimineres. Basis-differensialligning kan dermed skrives som to ledd bestående av den bi-harmoniske fjerde-grads differensialligningen Airy og en kompabilitetsbetinget andre-grads differensialligning av vertikal forskyvning. Denne delen ivaretar kurvaturendringene. Dermed er det homogene membranproblemet redusert til to ukjente, og her skrives kun resultatet. For utledning og praktiske eksempler henvises leseren til Blaauwendraads «Structural Shell Analysis» [22, pp. 73-82].

 $\Phi(x, y)$ og $u_z(x, y)$ er løsningsfunksjoner:

$$n_{xx} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \tag{3-51}$$

$$n_{yy} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \tag{3-52}$$

$$n_{xy} = -\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} \tag{3-53}$$

$$\frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 \Phi}{\partial y^2 \partial x^2} + \frac{\partial^4 \Phi}{\partial y^4} + D_m \cdot (1 - v^2) \left(\kappa_x \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2} + 2\kappa_{xy} \frac{\partial^2 u_z}{\partial x \partial y} + \kappa_y \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2}\right) = 0$$
(3-54)
Stivhetsmetoden gjelder for bøyetilstanden og her utnyttes den konstitutive relasjonen. Kurvaturene skrives som den andre deriverte av vertikal forskyvning og Airy stress funksjonen benyttes for inkludering av tilleggsmomenter som følge av eksentrisitet. Dermed kan den homogene differensialligningen for platetilstanden skrives.

$$-\kappa_{x}\frac{\partial^{2}\Phi}{\partial y^{2}} + 2\kappa_{xy}\frac{\partial^{2}\Phi}{\partial x\partial y} - \kappa_{y}\frac{\partial^{2}\Phi}{\partial x^{2}} + D_{b}\cdot\left(\frac{\partial^{4}u_{z}}{\partial y^{4}} + 2\frac{\partial^{4}u_{z}}{\partial y^{2}\partial x^{2}} + \frac{\partial^{4}u_{z}}{\partial x^{4}}\right) = 0$$
(3-55)

Hvis kurvaturen i bruplata er null bortfaller leddene som er produkter av kurvaturen og det fremkommer da at gjenstående ligninger er kun Airy Stress-funksjonen for et planspenningsproblem og Kirchhoff's bi-harmoniske differensialligning for platebøyning [22]. Det er frem til nå kun sett på den homogene delen av løsningen noe som impliserer at $p_x = p_y = p_z = 0$. Kapittel 3.1 tok for seg endimensjonal bjelketeori og denne kan sammenlignes med spesialtilfellet hvor bruplata analyseres som en endimensjonal plate utsatt for ren bøyning.

Forutsetninger:

- Neglisjerer platespenning: $n_{xx} = n_{yy} = n_{xy} = 0$.
- Neglisjerer momenter i tverretning, samt torsjonsmomenter: $m_{yy} = m_{xy} = 0$.
- Introduserer inhomogen del (vertikal påført last): $p_z = q$; $p_x = p_y = 0$.
- Antar at platen er uten kurvaturer (helt flat): $\kappa_x = \kappa_y = \kappa_{xy} = 0$.
- Ser på en platestripe med konstant tykkelse og 1 meter bred: $D_b = \frac{Et^3}{12} = EI$.

Ligningen reduseres da til:

$$D_b \cdot \left(\frac{\partial^4 u_z}{\partial x^4}\right) = q \tag{3-56}$$

Dette er ekvivalent med ligning (3-1) fra kapittel 3.1.1.

Det er mulig å koble membran og plate-tilstand sammen i en helhetlig differensialligning. Det er i denne anledning hensiktsmessig å introdusere differensial-operatoren Γ og Laplace Δ .

$$\Gamma = \kappa_x \frac{\partial^2}{\partial y^2} - 2\kappa_{xy} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} + \kappa_y \frac{\partial^2}{\partial x^2}$$
(3-57)

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$
(3-58)

Dermed kan ligningene skrives om til:

$$-\Gamma \Phi + D_b \Delta \Delta u_z = 0 \tag{3-59}$$

$$\Delta\Delta\Phi + D_m (1 - v^2) \Gamma u_z = 0 \tag{3-60}$$

Ved å anta at kurvaturene holdes konstant og dermed kreve at $\Gamma \Delta = \Delta \Gamma$ kan ligningene multipliseres med henholdsvis $\Delta \Delta$ og Γ . Ved deretter å legge sammen ligningene elimineres leddet som ivaretar spenningsfunksjonen og en eneste åtte-grads differensialligning basert på en ukjent fremkommer:

$$D_b \Delta \Delta \Delta u_z + D_m (1 - v^2) \Gamma^2 u_z = 0$$
(3-61)

Denne homogene ligningen kan løses ved hjelp av 16 grensebetingelser.

Ved å innføre ekstern last i vertikalretning innføres en inhomogen del som må løses separat.

$$D_b \Delta \Delta \Delta u_z + D_m (1 - v^2) \Gamma^2 u_z = \Delta \Delta p_z$$
(3-62)

3.2.2 Anvendelse av skallteori i Sofistik

Brudekket er en toveisplate og analyseres som en plate hvor kreftene distribueres samtidig i lengde og tverretning.

Skallelementer håndterer analyse av krefter i planet så vel som krefter normalt på planet og er et såkalt overflateelement. [19]

Skallelementet betraktes som en kombinasjon av platebøyning og planspenning. Elementet ivaretar distribusjon av krefter i både lengde- og tverretning. Figur 3-16 viser et element med krefter parallelt med planet og et med krefter normalt på planet.



Figur 3-16 Membran og plate-resultanter [22]

Figur 3-17 gir et generelt eksempel på isoparametriske skallelementer og viser at hver node har seks frihetsgrader. To translatoriske frihetsgrader for krefter parallelt i planet, en translatorisk frihetsgrad normalt på planet og tre roterende frihetsgrader. Det finnes et stort antall forskjellig formulerte isoparametriske elementer og det gås ikke videre inn på disse her.



Figur 3-17 Skall elementer [19]

Sofistik benytter Mindlins degenererte volumelementer [12].Disse elementene er isoparametriske elementer og teorigrunnlaget hentes fra Cook [4]. Mindlins teori kan betegnes som en tykkskallteori som er kontinuumbasert formulert. Også for Mindlin-element gjelder antagelsen om at tverrsnittsplanet holdes plant, men dette planet trenger ikke nødvendigvis stå normalt på nøytralaksen, noe som gir skjærdeformasjon. Det forutsettes videre også at normalspenningen $\sigma_{zz} = 0$ ut av planet.

Formfunksjonene for de isoparametriske elementene som benyttes er de samme for bøye og skjær deformasjon, slik at total rotasjon skrives:

$$\varphi_x = \frac{\partial u_z}{\partial x} + \varphi_{Sx} \tag{3-63}$$

Her er:

arphi total rotasjon

 $\frac{\partial}{\partial x}$ deriverte av tverretning med respekt på x (samme for y-retning)

Membranelementet modelleres ved hjelp av klassisk isoparametrisk formulering modifisert for å unngå membranlåsing. [24]

For å unngå skjærfastholding [4] benytter Sofistik ikkesamsvarende formfunksjoner. Disse kvadratiske formfunksjonene fører til at spenningstilstanden i nodene blir null, dette motstrider kontinuum-prinsippet mellom elementene, likevel blir resultatene med disse funksjonene mer korrekte. Disse formfunksjonene sammen med elementet QART1 skaper ikke kunstig høy stivhet som følge av skjærdeformasjon. Siden membran og bøyedeformasjoner er koblet kan det oppstå uheldig nodeforskyvning, noe som fører til misvisende konstruksjonsatferd. Membranstivheten er mye høyere enn bøyestivheten og elementet kan dermed «feile» ved å utvise manglende bøyning.



Figure 2.12: on top element QART 0, bottom QART 1 with intern nonconforming shape functions

Figur 3-18 Skjermdump fra teorigrunnlaget for skallelementer ASE

I Sofistik benyttes numerisk integrasjon i motsetning til klassisk teori som benytter eksakt integrasjon. Numerisk integrasjon brukes for å hente ut tøyningene for elementene. Integrasjonspunkter eller såkalte Gauss-punkter bestemmes for elementene og det interpoleres over formfunksjonene med basis i disse punktene. For «mykere» elementoppførsel og forhindring av skjærlåsing kan det ofte være en fordel å redusere integrasjonsregelen med én, eksempelvis fra 2.ordens til 1. ordens.

Tøyningene varierer lineært over høyden mens tverrskjærtøyninger holdes konstante i tykkelsesretning. Synonymt med klassisk teori innføres deretter materialloven for lineært elastiske materialer og spenninger hentes ut.

Spenningsresultantene er de samme som i Figur 3-10 og ligningene er gitt (3-20) – (3-27)

3.3 Sammenligning og anvendelse av bjelke og skallteori

Som vist i de to foregående kapitelene skilles det mellom en- eller todimensjonal teori. I tillegg er det forskjell på kinematiske frihetsgrader og dermed også fysisk virkelig oppførsel. Bjelketeorien krever at tverrsnittet holdes plant i tverretningen, i tillegg overføres kreftene endimensjonalt langs en akse og har få kinematiske frihetsgrader. Bjelketeorien gir flere konstante verdier langs lengdeaksen og tar ikke hensyn til at spenningen varierer over bredden. Tverrplanet modelleres som ett element. Skallteorien ivaretar krefter i begge planretninger og stivheten økes noe som en konsekvens av forhindret kontraksjon ved innføring av bøyerigiditeten. Elastisitetsmodulen modifiseres for å ta høyde for tverrkontraksjoner og verdien av Poissons tall er parameteren som styrer effekten av bidraget, ofte omtalt som platevirkning. Bjelketeori tar ikke hensyn til denne effekten siden den ikke inkluderer de kinematiske frihetsgradene i tverrplanet. Skallteorien er mer kompleks ved at den har flere kinematiske frihetsgrader. Skallteorien tar høyde for variasjonen i spenninger både i lengde- og tverretning. I modelleringen deles tverrplanet opp i elementer og det kan således leses av nodeverdier i skjæringen mellom elementene.

Den største forskjellen er som nevnt antallet og plasseringen av de kinematiske frihetsgradene. Det kan antas at bjelketeorien mangler evne til å distribuere laststrømmen sideveis på bruplanet og er derfor mangelfull når geometri og opplagring impliserer at lastene overføres i begge planretninger. Bjelketeorien forenkler i forhold til skallteorien og dermed overføres tverrkrefter til lengdekrefter. Dette gjør bjelketeorien konservativ. Man kan derfor spekulere på om de største forskjeller oppstår i de tilfellene hvor tverrkrefter er dominerende, eksempelvis når lengde/bredde forholdet er lite og ved skjevplasserte laster.

For å kunne sammenligne resultatene må det defineres noen regler for hvordan resultatene settes opp. Som nevnt ovenfor gir bjelkemodellen konstante verdier i tverretningen mens skallmodellen gir varierende resultanter gitt per meter eller nodevis alt etter hvilken «mesh» som er benyttet. Sofistik har en innebygd funksjon «Sir Cut» i skallmodellen, denne benyttes til å summere/integrere resultantene og presentere dem som konstante verdier langs lengdeaksen og dermed kan disse sammenlignes direkte med bjelkemodell. I designdelen må dette gjøres manuelt og armeringsareal må kalkuleres basert på nodeverdier for elementene i tverretning. Dette gjøres ved å summere/integrere armeringsbehovet over tverretningen.

Figur 3-19 og Figur 3-20 viser krefter og prinsipp for bjelke og skallmodell. Tabell 3-2 lister opp resultanter for sammenligning.

Tabell 3-2 Sammenligningsresultanter

Resultanter bjelkemodell (konstante)					
M _y	Bøyning i lengderetning (kNm)				
M _z	Bøyning sideveis (kNm)				
T_{xy}	Torsjonsmoment (kNm)				
N _x	Normalkraft i lengderetning (kN)				
V_z	Skjærkraft (kN)				
$V_{\mathcal{Y}}$	Skjærkraft i tverretning (kN)				
Resultanter skallmodell (per enhet/variabel)					
m_{yy}	Bøyning i tverretning (kNm/m)				
m_{xx}	Bøyning i lengderetning (kNm/m)				
m_{xy}	Torsjonsmoment (kNm/m)				
n _{yy}	Normalkraft i tverretning (kN/m)				
n_{xx}	Normalkraft i lengderetning (kN/m)				
n_{xy}	Skiveskjær (kN/m)				
q_{xz}	Skjærkraft normalt på lengderetning (kN/m)				
q_{yz}	Skjærkraft normalt på tverretning (kN/m)				



Figur 3-19 Resultanter bjelkeberegning



Figur 3-20 Resultanter skallberegning

3.4 Teoretiske prinsipper for design av bjelke og skall i Sofistik

Sofistik benytter de innebygde modulene AQB og BEMESS til design av henholdsvis bjelke og skallelementer. Disse modulene skriver tilbake til databasen slik at resultater kan hentes ut i Wingraf (se kap. 6 for plott av armeringsdistribusjoner)

3.4.1 Bjelke AQB [12]



Figur 3-21 Konvensjon koordinatsystem bjelkeelement

Design av bjelkeelementene foregår per element. Figur 3-21 viser skjermdump fra dokumentasjonen til AQB. Den viser et linjeelement med tilhørende noder, bjelkeakse (x-akse), interne krefter, skjærsenter og gravitetssenter. Nå opereres det på lokalnivå og derav lokalt koordinatsystem. Tverrsnittskonstanter og materialparametere er allerede utregnet og skrevet til databasen fra modellen i Sofiplus-X. Spenningsanalysen foregår ved elastisk materialteori og von Mises spenninger. Normalspenninger og skjærspenninger utledes ved hjelp av elementvise internkrefter hentet fra databasen. Spenningene kontrolleres for alle punkt i bjelkeelementene siden det generelt sett og på grunn av kompliserte lastarrangementer er vanskelig å predikere hvor den høyeste spenningen oppstår. Designingeniøren må undersøke og validere resultatene i «Wingraf» og eventuelt «Result-Viewer» for å ha kontroll på om distribusjonen er som forventet. Spenningene undersøkes deretter for grenseverdier i henhold til regelverk og forhåndsdefinerte parametere i modellen.

$$\sigma_x = \frac{N}{A} + \frac{M_y I_z + M_z I_{yz}}{I_y I_z - I_{yz}^2} \cdot z - \frac{M_z I_y + M_y I_{yz}}{I_y I_z - I_{yz}^2} \cdot y - \frac{Mb}{CM} \cdot w$$
(3-64)

$$\sigma_I = 0.5 \cdot \left(\sigma_x + \sigma_y\right) + \sqrt{0.25 \cdot \left(\sigma_x - \sigma_y\right)^2 + \tau^2}$$
(3-65)

$$\sigma_{II} = 0.5 \cdot \left(\sigma_x + \sigma_y\right) - \sqrt{0.25 \cdot \left(\sigma_x - \sigma_y\right)^2 + \tau^2}$$
(3-66)

$$\sigma_V = \sqrt{\sigma_x^2 + \tau^2} \tag{3-67}$$

Lengdearmeringen beregnes utfra de forhåndsbestemte «armeringslinjene» i Sofiplus-X (crossectioneditor). Disse linjene er designert med lagnummer. Lag 1 er armering i topp og Lag 2 er bunnarmering. Normalt sett er minimumsarmeringen en begrensende parameter i beregningene men denne er overstyrt i rapporten slik at det er mulig å sammenligne mindre arealer. Armeringsdesign baserer seg på Eurokoden og normalarmerte tverrsnitt beregnes iterativt. En tøyningstilstand og en armeringsfordeling skal matche likevekten mellom eksterne og interne krefter. Iterasjonen tar utgangspunkt i flytning av armeringen slik at duktilt brudd sikres. Trykksonen kontrolleres slik at trykkspenninger ikke overskrider betongkapasiteten. [12]

3.4.2 Skall BEMESS [12]

BEMESS henter lokale skallresultanter fra databasen som i forkant er blitt analysert av programmet ASE. Figur 4-3 illustrerer den forhåndsdefinerte plasseringen av armeringslagene (disse er skrevet inn i modellen ved hjelp av tekstfil og hentes ut fra databasen). Skallresultantene som består av momentene m_{xx} , m_{yy} og m_{xy} og membrankreftene n_{xx} , n_{yy} og n_{xy} konverteres til effektive skivekrefter (Figur 3-10). Figur 3-22 viser standardoppsettet i Sofistik som er hentet fra Baumann [25, pp. 367-377].



Figure 2.1: Fictitious disks and lever arm for shells

Please notice the different symbols:

DIN1045-1988	DIN 1045-1, EN1992
d=element thickness	d = efficient reinforcement height
h=effective depth	h = element thickness

Figur 3-22 Oppsett for kalkulasjonsmodellen i Sofistik

Prosedyre for design av skallstruktur i henhold til Baumann:

- 1. Kraftarmen z i modellen regnes ut basert på lagret data i basen.
- 2. Skivekrefter kalkuleres med basis i lokale elementkoordinater.

$$F_x = \frac{N_x}{2} + \frac{M_x}{z} \tag{3-68}$$

$$F_{y} = \frac{N_{y}}{2} + \frac{M_{y}}{z}$$
(3-69)

$$F_{xy} = \frac{N_{xy}}{2} + \frac{M_{xy}}{z}$$
(3-70)

- 3. Deretter kalkuleres prinsipalkreftene F_I og F_{II}
- 4. Vinkelforskjellen α for prinsipalkreftene og armeringsretningen beregnes.
- 5. Deretter beregnes skivekreftene i armeringsretningene, F_{R1} og F_{R2}
- 6. Siden armeringen kun tar opp uniaksiale krefter må betongen fungere som «avstiver» for å ta opp skjærkrefter i armeringsnettet. Betongen kontrolleres for denne trykkpåkjenningen og hvis grensene overskrides kalkuleres det om mulig trykkarmering-
- 7. Det kalkuleres armering i de tilfeller hvor skivekreftene gir strekk.

$$A_{s,req} = \frac{F_{R,t}}{f_{yd}} \tag{3-71}$$

4 Materialer

4.1 Generelt

Konstruksjonsmekanikken og dens matematiske modeller baserer seg på kompabilitetsmodeller utarbeidet for de ulike materialer.

Modellene som benyttes i analyser er basert på materialenes tøyningsegenskaper. Videre benyttes relasjonen mellom tøyning og spenning for å bestemme forskyvninger forårsaket av kreftene. Tøyningsegenskapene endrer seg etter hvert som betongen aldrer og som en funksjon av påsatte spenninger over tid. Sofistik benytter seg av «byggetrinn» hvor effekt av alder og kryp ivaretas.

Faktisk tøyningsforløp er ikke-lineært i betong og stål men forenklede modeller gir et lineært forløp som enkelt kan benyttes i håndberegninger gjennom kompatibilitet og antagelsen om at tverrsnittsplan forblir plane etter påsatte krefter.

Ikke-lineære modeller kan benyttes i beregningsprogrammer som Sofistik eller gjennom iterative metoder. Superposisjonsprinsippet er i disse tilfellene ikke gjeldende og det lar seg således ikke gjøre å summere kreftene fra de enkelte lasttilfeller. Heller ikke separat analyse av membran og bøyeresultanter for således å summere disse lar seg gjøre.

Usikkerheten og variasjonen i materialparametere ivaretas ved å benytte partialfaktormetoden.

Analysen antar at betongen er isotrop elastisk. Dette betyr at stivheten er lik i alle retninger og kun to parametere behøves. Disse parameterne antas konstante i det lineær-elastiske området.

Poissons tall er den ene parameteren og er definert som forholdet mellom tverrgående og langsgående tøyning. I tilfeller hvor det ikke er påsatte spenninger eller tøyninger fra tidligere kan dette tallet defineres som:

$$v = \epsilon_t / \epsilon_l \tag{4-1}$$

I følge EC2 settes denne verdien til 0,2 for urisset betong i trykk. I strekksoner og ved opprissing antas v = 0. [26]

Youngs Modulus er forholdet mellom uniaksial spenning og tøyning og denne parameteren defineres ved ligning (4-2)

$$E = \sigma/\varepsilon \tag{4-2}$$

Skjær-modulusen er for isotrope materialer en funksjon av Youngs modulus og Poissons tall. Denne defineres som forholdet mellom skjærspenninger og skjærtøyninger.

$$G = \frac{\tau}{\gamma} = E/(2(1+\nu))$$
(4-3)

4.2 Betong

Betong er et komplekst materiale som utviser fullstendig ikke-lineær spennings-tøyningsoppførsel i trykk og strekk. I tillegg er fastheten for strekk meget lav i forhold til trykk. Tøyningsforløpet er forskjellig for de ulike fasthetsklassene og en designer må forstå de tilhørende egenskapene.

Lavere fasthetsklasser utviser høyere grad av duktilitet og høyere tøyningsverdi ved brudd mens høyere fasthetsklasse gir en sprøere oppførsel og lavere tøyningsgrad. [27]

Betong er et materiale som endrer egenskap over tid. Kryp, svinn og aldring er faktorer som har innflytelse på betongens egenskaper. Avgrensing av oppgaven medfører at disse faktorene blir utelatt.

$$\frac{\sigma_c}{f_{cd}} = 1 - \left(1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c2}}\right)^n \qquad 0 \le \epsilon_c \le \epsilon_{c2}$$
(4-4)

$$\sigma_c = f_{cd} \qquad \qquad \varepsilon_{c2} \le \varepsilon_c \le \varepsilon_{cu2} \qquad (4-5)$$

EK2 gir en utfyllende oversikt over de ulike materialparametere utfra alle fasthetsklasser [Vedlegg F] Figur 4-1 gir et grafisk bilde av forløpet og ligning (4-4) gir et ikke-lineært forhold mellom faktisk og dimensjonerende spenning i intervallet $[0, \varepsilon_{c2}]$. Etter dette kan ifølge modellen ikke betongen ta ytterligere påkjenning og spenningen forblir konstant frem til tøyningsbrudd. (4-5)



Figur 4-1 Idealisert tøyningsdiagram for betong trykkutsatt [27]

Materialfaktorer for brudd og bruksgrensetilstander i.h.t tabell Tabell 4-1 [1]

Tabell 4-1 Materialfaktorer [1]

Dimensjonerende situasjon	γ_c	γs
Permanent og forbigående	1.5	1.15
Bruksgrensetilstand	1.0	1.0
Ulykkessituasjon	1.2	1.0

Betongfasthet er hentet ut fra prosjekteringsgrunnlag. Fasthetsklasse B45 og tilhørende verdier er gitt i Tabell 4-2.

Tabell 4-2 Materialparametere fasthetsklasse B45 [1]

Materialparametere B45	Notasjon	Verdi	Analytisk sammenheng/forklaring
Karakteristisk sylinderfasthet trykk	<i>f_{ck}</i> [MPa]	45	Empirisk fastsatt ved trykktesting
Midlere strekkfasthet	f_{ctm} [MPa	3.8	$f_{ctm} = 0.3 * f_{ck}^{2/3}$
Karakteristisk strekkfasthet	$f_{ctk,0,05}$ [MPa]	2.7	$f_{ctk,0,05} = 0.7 * f_{ctm}$
Dimensjonerende trykkfasthet	<i>f_{cd}</i> [MPa]	25.5	$f_{cd} = \alpha_{cc} * f_{ck} / \gamma_c$
Dimensjonerende strekkfasthet	f_{ctd} [MPa]	1.53	$f_{ctd} = \alpha_{ct} * f_{ctk,0,05} / \gamma_c$
Eksponent i (4-4)	n	2	$n = 1.4 + 23.4 * ([90 - f_{ck}]/100)^4$
Tøyningsgrense maksimal spenning	€ _{c2}	2e-3	$\varepsilon_{c2} = 2 + 0.085 * (f_{ck} - 50)^{0.53}$
Tøyningsgrense ved brudd	€ _{cu2}	3.5e-3	$\varepsilon_{cu2} = 2.6 + 35$
			$*([90 - f_{ck}]/100)^{1}$
Sekant E-modul	E_{cm} (GPa)	36	$E_{cm} = 22 * (f_{cm}/10)^{0.3}$
Tyngdetetthet normalbetong	$\gamma_b \ (kN/m^3)$	25	[5] [2]

4.3 Armeringsstål

I Norge benyttes kamstål med typebetegnelse B500NC. Stengene er kammet for å sikre god forbindelse til betongen og leveres med en karakteristisk flytegrense på 500 MPa. Vanlige størrelser på armeringsstenger er Ø 8, 10, 12, 16, 20, 25 og 32 mm. Som for betong benyttes det idealiserte materialmodeller som viser spenning-tøynings forhold. I motsetning til betong antas armeringen som likeverdig i strekk og trykk.



Figur 4-2 Idealisert og dimensjonerende spennings-tøyningskurve for armeringsstål [27]

Materialparametere B500NC	Notasjon	Verdi	Analytisk sammenheng/forklaring
Karakteristisk flytegrense	<i>f_{yk}</i> [MPa]	500	Empirisk fastsatt ved strekkprøving
Dimensjonerende flytegrense	f_{yd} [MPa]	434.8	$f_{yd} = f_{yk}/\gamma_s$
Dimensjonerende flytningstøyning	$arepsilon_{yd}$	0.0217	$\varepsilon_{yd} = f_{yd}/E_s$
Dimensjonerende bruddtøyning	ε_{ud}	0.03	NA.3.5(901)
Youngs Modulus	E_s (GPa)	200	3.2.7.(4)
Tyngdetetthet	$\gamma_s \ (kg/m^3)$	7850	3.2.7 (3)

Tabell 4-3 Materialparametere B500NC [1]

4.4 Eksponeringsklasse og overdekning

Prosjekteringsgrunnlaget fremskaffes med basis i N-400 og Eurocode. Grunnlaget danner valg av eksponeringsklasse. SVV benytter egen håndbok i forhold til betongspesifikasjoner. Grunnlaget for Soma Øst angir SV-Standard som betongspesifikasjon og dermed frafalles kravet om bruk av spesialbetonger. [2]

Dimensjonerende brukstid skal være 100 år.

Eksponeringsklasse XD1 tar høyde for kloridindusert korrosjon og er representativ for en brubane utsatt for veisalt. Betongplata er beskyttet med et slitelag og er ikke direkte eksponert fra oversiden.

Minste overdekning i forhold til bestandighet settes til 60 mm [9, tab. 7.2] og overstyrer dermed kravet i tabell NA.4.4 N. [1]

Prosjektert overdekning ut fra håndboken blir utfra disse forutsetninger:

 $C_{min,b} = 32 mm$ $C_{min,dur} = 60 mm$ $C_{min} = \max\{C_{min,dur}; C_{min,b}\} = \max\{60; 32\} = 60mm$ $C_{nom} = C_{min} + \Delta C_{dev} = 60 + 15 = 75mm$

I rapporten og referanseprosjekt er C_{nom} satt høyere enn minstekravet og er 90mm. Brudekker er generelt spesielt utsatt for kloridindusert korrosjon som følge av veisalt og det er derfor en pågående tendens for økt overdekning i SVV prosjekter.

Figur 4-3 Parametere for armering [12]Figur 4-3 angir notasjon og hvilke parametere benyttet som input i tekstfilen i Sofistik. Øvre armeringslag ($Ø_{S,topp}$) er tverrarmering og benevnes som sekundær da den tar opp krefter i tverretning. Øvre armeringslag ($Ø_{P,topp}$)er lengdearmering og benevnes som primær da den tar opp mesteparten av kreftene (lengderetning). Globalt koordinatsystem er angitt i figuren.



Figur 4-3 Parametere for armering [12]

Armeringsmengder og armeringsplassering er initialt bestemt i konseptmodellen.

Armeringsresultatet etter design vil bestemme om dette utgangspunktet er hensiktsmessig i forhold til optimalisering (arm), og praktisk utførelse (bygging). I denne rapporten er hovedarmering plassert innenfor tverrarmering, noe som gir en mindre arm, derav lavere grad av optimalisering/kapasitetsutnyttelse. Plasseringen er i henhold til praksis på SVV-bruavdelingen og originaldesign for «Soma Øst».

Verdier for de ulike parametere er gitt i følgende tabeller:

Tabell 4-4	Tabell 4	1-4
------------	----------	-----

Parameter	HA	DHA	DHB	HB	C_{nom}	$\emptyset_{P,topp}$	$Ø_{S,topp}$
Verdi	100 <i>mm</i>	20 <i>mm</i>	25 <i>mm</i>	100 <i>mm</i>	90 <i>mm</i>	20 <i>mm</i>	20 <i>mm</i>
Tabell 4-5							

Parameter	$\emptyset_{P,bunn}$	Ø _{S,bunn}	C_{topp}	C_{bunn}	$A_{P,topp}$	A _{s,bunn}
Verdi	25mm	25 <i>mm</i>	150 <i>mm</i>	150 <i>mm</i>	$X mm^2$	$X mm^2$

5 Konstruksjonsanalyse

5.1 Soma Øst Bru I

Brua Soma Øst er en av flere konstruksjoner på prosjektet «Sykkelstamvegen» som omhandler etablering av sykkelveg mellom Stavanger og Sandnes.

5.1.1 Analysegrunnlag

Prosjektering av betongkonstruksjoner krever et grunnlag nøye gjennomtenkt i forhold til valg av analysemodeller og teorigrunnlag. Regelverkene gir retningslinjer og krav for utførelse av analysen. [9] [1].

«Konstruksjonsanalyse skal gjennomføres for å beregne fordelingen av enten indre krefter og momenter eller spenninger, tøyninger og forskyvninger i hele eller deler av konstruksjonen. Ytterligere lokal analyse skal utføres der det er nødvendig» [1]

Soma Øst er ei plasstøpt, slakkarmert platebru og har funksjon som gang- og sykkelbru. Den har tre spenn på henholdsvis 11, 16 og 11 meter. Totalt er brua 38 meter lang og den har en helning på 1.5 %. Bredden er 5 meter. Prosjekteringsregler skal hentes fra N400.



Figur 5-1 3D-modell Soma Øst

Brua består av ulike konstruksjonselement og er vist på Figur 5-1. Underbygninga består av landkar, overgangsplate, fundamenter og søyler mens overbygninga består av bruplata, slitelag, kantdragere og rekkverk. Bruplata er støpt sammen i søylepunktene akse 2 og 3 og er dermed fastholdt slik at horisontalkrefter i midtspennet overføres til søylene. I akse 1 og 4 er overgangen mellom bruplata og landkarvegger sammenkoblet via innstøpte lager. Dette medfører translatorisk frihet i lengderetning og rotasjonsfrihet, men noe begrenset av friksjonen i lagrene.



Figur 5-2 Planriss av bruplate med akser.

Fundamenteringen og lastoverføringer fra akse 1,2,3 og 4 blir overført til løsmasser og brua skal dimensjoneres for setninger i henhold til regelverk basert på spennvidder. [2]



Figur 5-3 Tverrsnitt av overbygning akse 2,3

5.1.2 Materialer

Beskrivelse	Landkar	Bruplate	Søyler	Overgangsplate	Kantdrager
Fatshetsklasse B45,	X	X	X	X	
SV-Standard					
Fasthetsklasse B35,					X
SV-Standard					
Bestandighetsklasse	X	X	X	X	X
MF40					
Nøyaktighetsklasse	В	В	В	В	A
Luftinnhold 4.5%	X	X	X	X	X
+/- 1.5%					
Utførelsesklasse 3	X	X	X	X	X
NS-EN 13670					
Slakkarmering	X	X	X	X	X
B500NC, NS-3576-3					

Tabell 5-1 Materialgrunnlag og krav Soma Øst [Vedlegg A.1.4]

5.1.3 Laster

Karakteristiske verdier for laster er hentet fra NS-EN 1991-X, håndbok 400 og prosjektets faktiske inngangsverdier. Lasttilfellene benyttet i rapporten er enkeltstående og karakteristiske. Hensikten med rapporten er å studere forskjeller imellom skall og bjelke og det sees dermed bort fra kombinasjonslastene som ville gitt den virkelige dimensjoneringstilstanden. De karakteristiske lastene benyttet i rapporten er presentert grafisk i vedlegg C.1.2.

5.1.3.1 Egenlaster; 1-1 (grunnlag for LC-1)

Følgende tyngdetettheter benyttes ved dimensjonering:

 Tabell 5-2 Tyngdetettheter benyttet som input Sofistik [28]

Beskrivelse	Tetthet	Referanse
Uarmert normalbetong	$\gamma_{c,uarm}$ = 24.0 kN/ m^3	N400.pkt. 7.3.2
Armert normalbetong	$\gamma_{\rm c} = 25.0 \rm kN/m^3$	N400.pkt. 7.3.2
Konstruksjonsstål	$\gamma_s = 78.5 \text{ kN}/m^3$	NS-EN 1991-1-1. tabell A.4

Tyngdetettheten for betong skal (iht. N400 pkt. 7.3.2) beregnes på bakgrunn av armeringsmengde og tyngdetettheten for uarmert betong dersom:

- Armeringsmengden overstiger $150 kg/m^3$ betong.
- Det benyttes tilslag med tyngdetetthet > $28 kN/m^3$
- Betongen helt eller delvis bæres av oppdrift.
- Konstruksjonen utføres med lettbetong.

5.1.3.2 Termiske påkjenninger; 1-5 (grunnlag for LC-3)

Temperaturlast beregnes etter NS-EN 1991-1-5. Temperaturlast er en sammensatt virkning av endringer i konstruksjonens middeltemperatur og temperaturgradienter over tverrsnittet. Endringer i middeltemperaturen beregnes med utgangspunkt i maksimums- og minimumsverdier for lufttemperatur basert på en returperiode på 50 år iht. NS-EN 1991-1-5, pkt. 6.1.3.2(2). Betongkonstruksjoner plasseres vanligvis i gruppe 3 (NA.6.1.1(1)). Temperaturverdier innsatt i modellene fremkommer av Figur 5-4 :

```
temperaturlast - Type 3: Betongbru
_____
Tmaks sommer = +36 lufttemperatur
Tmin vinter =
                  -25 lufttemperatur
Temp erection =
                  +10
Te,min = Tmin + 8 = -35 + 8 = -17
Te, maks = Tmaks - 3 = +36 -3 = +33
dTN,exp = Te,maks - T0 = Te,maks - 10 = +33-10 = 23 (sommer)
dTN,con = T0 - Te,min = +10 - Te,min = +10-(-17)= 27 (vinter)
           = +15*0.7 = 10.5 (upside warm)
dTM,heat
           =
                  -8*1.0 = 8 (downside warm)
dTM,cool
wn = 0.35
wm =
      0.75
```

Figur 5-4 Input temperaturlast bjelkemodell

Dette vil gi åtte ulike kombinasjoner og lasttilfeller som benevnes i Figur 5-5

LC	91:T summer posdt TN+wm*dT
LC	92:T summer negdt TN+wm*dT
LC	93:T Winter posdt TN+wm*dT
LC	94:T Winter negdt TN+wm*dT
LC	95:T summer posdt wn*TN+dT
LC	96:T summer negdt wn*TN+dT
LC	97:T Winter posdt wn*TN+dT
LC	98:T Winter negdt wn*TN+dT

Figur 5-5 Kombinasjon og lasttilfeller temperatur

Rapporten velger å benytte lasttilfelle 91 som sammenligningstilfelle. Temperaturlaster skaper store tvangskrefter i de monolittiske søyleinnspenningene i akse 2 og 3, i tillegg er brubjelken/platen mellom disse aksene utsatt for spenninger siden den er fastholdt. Lager ved tverrbjelker er forskyvelige og betongen i akse 1 og 4 dermed ikke utsatt for disse effektene. Tvangskreftene er en kombinasjon av bøyning og aksialkraft fra henholdsvis lineært varierende og jevnt fordelt andel.

Lasttilfelle 3 i rapporten har en positiv jevn temperaturandel på 23 °C og en lineært varierende andel hvor overflaten av brubjelken/-plata er varm og undersiden er kald. Noe som vil være tilfelle en varm sommerettermiddag.

5.1.3.3 Trafikklaster; 1-2(grunnlag for LC-2, LC-4 og LC-5)

Som standard påføres lastfelt for GS-veg, slik at dette området kan brukes som trafikkareal senere. Iht. NS-EN 1991-2. 5.3.2 kontrolleres GS-veg for følgende trafikklaster:

Jevnt fordelt last (5.3.2.1 + NA)

- Uten samtidig trafikklast benyttes en jevnt fordelt last på 5 kN/m^2
- Med samtidig trafikklast benyttes en jevnt fordelt last på $2,5 kN/m^2$

Last fra tjenestekjøretøy (5.3.2.3 + NA)

• Last fra tjenestekjøretøy Q_{serv} består av 2 akslinger på henholdsvis 80 kN og 40 kN, akselavstand på 3 m og hjulavstand på tvers lik 1,3 m målt mellom hjulenes senterlinje.



Key x : Bridge axis direction $Q_{w1} = 80 \text{ kN}$ $Q_{w2} = 40 \text{ kN}$

Figure 5.2 - Accidental loading

Figur 5-6 Skjermdump fra Eurokode [8]

LC NO 54 TYPE 'NONE' TITL 'Service vehicle 1' TRAI USER TRPL P Α В BW LW 175 0 2.0 0.5 0.5 175 1.2 2.0 0.5 0.5

END

Figur 5-7 Prosjektinput for lasttog.

I rapporten er det derimot valgt å benytte prosjektets faktiske inngangsverdier i lasttogoppsettet. Disse verdiene gir høyere belastning enn standard oppsett fra eurokoden og dermed mer konservativt. Figur 5-7 viser de modifiserte verdiene for Lastmodell 1 (skjermdump fra Teddy-fil). Alle punktlaster er satt til 175*kN*, hjulavstand er kortet inn til 1.2 *m* og akselavstand er satt til 2.0 *m*. Bredde og lengde på hjularealer er satt til 0.5 *m*. Brua skal kunne benyttes under anleggsperioden og tåle betongbiltransport.

5.1.3.4 Oversikt over utvalgte sammenligningstilfeller

Tabell 5-3 Lasttilfeller benyttet i rapporten, se Vedlegg C.1.2 for ytterligere info.

Lasttilfelle	Туре	Sofistik (benevning)	Beskrivelse av tilfellet
LC-1	Egenvekt	LC1:Egenvekt betong(25 kN/m3)	Laster fra brumaterialet
LC-2	Trafikklast	LC502 UDL-2	Jevnt fordelt trafikklast midtspenn (LM-1)
LC-3	Temperaturlast	LC91:T summer posdt TN+wm*dT	Kombinasjon av jevn og lineært varierende
			temperaturlast.
LC-4	Trafikklast	LC504:UDL-5	Jevnt fordelt trafikklast venstre side (LM-1)
LC-5	Trafikklast	LC309:TS Right(10) AX_1 Pos10	Lasttog trafikk, posisjon 10.

5.2 Utarbeidelse av referansemodell

Kravene i eurokoden og håndboken impliserer at designeren må foreta en del valg og antagelser og må derfor ifølge MacLeod inneha [19]:

- Forståelse av grunnleggende prinsipper i innen konstruksjonsteknikk:
 - Verifikasjon og kontroll gjennom håndberegninger.
 - Forhåndsestimater av resultater.
 - Teori og grensesnittet mot Sofistik
- Kunnskaper i forhold til å utføre modelleringsprosessen.
 - Teknisk innsikt i brukerprosedyre og dokumentasjon.
 - Valg av enkel og praktisk modell.
 - Konsistens med regelverk og koder.
- Evne til å forstå konstruksjonsadferden i egen modell.
 - Konsekvenser av antagelsene gjort oppsettet.
 - Korrelasjon mellom hoved- og kontrollmodell.
 - Sensitivitetsanalyse og evne til å redusere usikkerhetsgraden i modellen.
- Forståelse av resultater gitt fra løsningsforslag Sofistik.
 - Forstå indeterminismen i modelloppsettet og kritisk tenkning i forhold til sluttresultater.
 - Konvergens og sammenligning av resultater opp mot eksakt løsning, referanseløsning eller tilfeldig valgt løsning.

Tabell 5-4 Modell prosess matrise [16]

Beskrivelse	Modell utvikling	Akseptkriterier	Modellsikkerhet
Input	Definisjon av system	-	-
Analyse modell	Definisjon av brumodell	Definer aksept-kriterier	Valider analyse modell [7] [8]
Sofistik	Velg riktig elementmodell	Definer aksept-kriterier	Programvalidering og verifikasjon
Resultater	Utfør kalkulasjoner	Definer aksept og toleransekriterier	Verifikasjon av resultater
Revisjon	-	Overordnet kriterium	Sensitivitetsanalyse, aksepter eller forkast overordnet løsning
Output	Definer designverdier	-	-



Figur 5-8 Modelleringsprosess [16]

Referansemodellen og tilhørende modifiserte modeller utvikles og verifiseres etter Figur 3-1 Differensialelement brubjelke Figur 5-8 og Tabell 5-4

5.3 Forutsetninger og antagelser

Lastoverføringer, samvirkeegenskaper mellom de ulike konstruksjonsdelene, teorianvendelse og konstruksjonsatferd spiller en avgjørende rolle for analysen og utarbeidelse av referansemodellen.

Det forutsettes:

- Brubanen er forenklet modellert med lineær geometri.
- Lineær elastisk analyse ved håndberegninger og kontroll.
- Lineær materialmodell for skall- og bjelkeelementer i Sofistik (superposisjonsprinsippet er gyldig).
- Kantdrager, slitelag og brurekkverk er utelatt (egenvekter, stivhetsbidrag og linjelaster er neglisjert).
- Analysen omfatter ikke kontroll og design av endevegger, søyler, lager, påkjøringsrampe eller fundamenter.
- Brua modelleres uten helning i planet eller kurvatur, verken i x eller y-retning.
- Stivheten fra brulager og søylefundamenter antas som uendelig stiv (neglisjering av elastiske opplagere og fundamenter) [12].
- Lik fordeling av armering for lengde og tverrarmering.

Analysen av brubanen deles opp i følgende sekvenser:

- 1. Analysere og undersøke distribusjonen av krefter langsetter og på tvers av brubanen (globalanalyse presenteres grafisk og tabulert for kontrollsnitt i resultatkapittelet).
- 2. Lokal analysen undersøker distribusjonen av krefter i et kontrollsnitt, fritt opplagt vinge, verifikasjon av skallarmering eller separat konstruksjonsdel (lokalanalyse presenteres i tabell i resultatkapittel).
- 3. Analysere og undersøke spenningsdistribusjonen i utvalgte kontrollpunkt i henhold til grenser gitt i regelverk og materialklassifiseringer (kontroll av armering og betongspenning i kontrollsnitt for skalldimensjoneringen) [16].

Nå er brua under systemutvikling og det søkes å definere konstruksjonsdelene slik at konseptmodellen og forberedelser til elementmodellen i Sofistik klargjøres.

Global koordinatorientering



Figur 5-9 Globalt koordinatsystem definert ut fra standard Sofistik oppsett.

Det velges standard Sofistik oppsett og disse ansees som gjeldende gjennom hele oppgaven. Figur 5-9 angir globalt koordinatsystem som gjelder for analyser sett på total likevekt. Figur 5-10 angir lokalt system som gjelder for analyser av enkeltelementer eller kontrollsnitt.

Lokal koordinatorientering



Figur 5-10 Lokalt koordinatsystem definert ut fra standard Sofistik oppsett.

Figur 13-5 viser en forenklet plantegning av referansebrua. Planet er 38 m langt og består av tre spenn på henholdsvis 11 m, 16 m, og 11 m. Kreftene fra bruplata overføres til lager i akse 1 og 4, betongsøyler i akse 2 og 3. Brua er 5 m bred. Søylene er monolittisk forbundet med bruplata.



Figur 5-11 Brubane referansemodell Soma Øst

Idealisering og klassifisering av konstruksjonen:

5.3.1. (4) «Et dekke er en konstruksjonsdel der minste sidekant ikke er mindre enn fem ganger dekketykkelsen» [5].

Figur 5-11 og Figur 5-12 gir henholdsvis plan og tverrsnitt for Soma Øst og vi ser at kravet er tilfredsstilt ($b > 5 \cdot h$).

$$min\{s_1; s_2; b\} > 5 \cdot h = min\{11; 16; 5\} > 5 \cdot 0.75 = 3.75$$
(5-1)

Dette kravet er i varetatt for alle modellene i rapporten, minste sidekant for Bru I er 5.5m.

5.3.1.(5) «Et dekke er belastet med hovedsakelig jevnt fordelte laster kan anses å være en enveisplate, hvis enten

- den har to frie sidekanter (uten opplegg) som er parallelle, eller
- den er den sentrale delen av en tilnærmet rektangulær plate understøttet langs fire sidekanter og med et forhold mellom lengste og korteste spennvidde større enn 2.

Soma Øst har to frie sidekanter uten opplegg.

Soma Øst er kun understøttet langs to sidekanter, ikke fire. Den har derimot et forhold spennvidde/bredde større enn to.

$$\frac{spenn_i}{bredde} = \left\{ \frac{11}{5} ; \frac{16}{5} \right\} > 2$$
(5-2)

Ut fra disse kriterier klassifiserer eurokoden bruplata i referansemodellen til å være idealisert som et dekke og en enveisplate. Kapittel 6.3 tar for seg ytterligere tre modeller hvor to av disse ikke er definert som enveisplater.

Videre klassifiserer «Wight» dekker og plater ut ifra forholdet mellom tykkelse og spenn (h/s) [29].

Tabell 5-5 Klassifisering av dekker. [29]

Tynne dekker	Medium dekker	Tykke dekker
h/s < 1/40	1/40 < h/s < 1/10	h/s > 1/10
T > C	C = T	C > T

Det er hensiktsmessig å definere dekket ut fra disse kriterier for å forstå hvordan kreftene i tverrsnittet overføres. Eksempelvis tynne dekker utviser membranegenskaper ved at lastene overføres gjennom strekkrefter i planet (*T*>*C*). Tykke dekker utviser en oppførsel som en rett linje mellom støttene og deformeres mindre, noe som resulterer i økt trykk (*C*>*T*).

$$\frac{tykkelse}{spenn} = \frac{1}{10} > \left\{ \frac{0.75}{11} ; \frac{0.75}{16} \right\} > \frac{1}{40}$$
(5-3)

Ligningen viser at referansemodellen i rapporten antas ifølge «Wight» til å være et medium dekke og at det generelt er likevekt mellom trykk- og strekkkrefter. Alle modellene i rapporten kan defineres som mediumdekker, ligning (5-3).



Figur 5-12 Forenklet tverrsnitt B-B.

5.4 Lastoverføringer gjennom konstruksjonen og respons.

Brubanen er statisk ubestemt både for bøyning og torsjon. Graden av statisk ubestemthet er en sikkerhetsmessig fordel med tanke på evnen til å fordele lastvirkningene over konstruksjonen. Brua får en større evne til å redistribuere kreftene ved eventuelle setninger og last-deformasjoner.

Det er hensiktsmessig å analysere laststrømmene i en konstruksjon for å definere membran og bøyeoppførsel. Membranoppførsel dominerer eksempelvis i en endevegg eller i et høyt steg mens bøyeoppførsel dominerer i en brubjelke/-plate. Noen lasttilfeller i rapporten eksempelvis temperatur gir store planspenninger i brubjelken/-plata og dermed kommer skallmodellen til sin nytte. Bjelkemodellen overfører lastene fra bjelkestrengen i toppen av brubjelken via fjærer ned til lager i akse 1 og 4. Disse fjærene er definert slik at nodene som forbinder fjærtriangelet er låst (uendelig høy stivhet). Rotasjon og forskyvning kan dermed ikke oppstå. Skallmodellen overfører lastene fra toppen av plata normalt ned til underliggende lager. Dermed er konstruksjonsatferden noe forskjellig i akse 1 og 4 for de to modellene. Dette vises spesielt for armeringsbehovet og torsjonskreftene, sammenligning av disse aksene er derfor ikke tatt med i rapporten. Søyleinnspenningene for skallmodellene er bygd opp med en fjær mellom to noder, henholdsvis topp og bunn av bruplata. Denne fjæra er også uendelig stiv og tilhørende noder er låst for forskyvning og rotasjon i x-y-z.

5.5 Sofistik

SVV benytter Sofistik i bruprosjektering. Det er en høy brukerterskel for å benytte programvaren og tidsbruken i rapporten for å lære programmet har vært betydelig.

Sofistik er et avansert «finite element» program som benyttes ved modellering og design av konstruksjoner. Eksempler på anvendelse er bruer, tunneler, bygninger, dynamiske analyser og geoteknisk design. Programmet er utviklet i Tyskland. Utviklingen og oppstart har foregått siden 1987.

Programmet er satt sammen av flere moduler som snakker sammen via en felles database «CDB». Figur 5-13 gir et skjematisk bilde av grensesnittene oppimot «CDB»



Figur 5-13 Grensesnittene til Sofistik [12].

Programmet er rekursivt og foregår ved at input bearbeides stykkevis og output genereres til input for neste prosess. Terminologi som benyttes er «pre-processing» og «post-processing» som betyr operasjoner henholdsvis utført i analysegrunnlag/forberedelsesdelen og design-/resultat-/visningsdelen.

«SSD» er hovedmodul og jobben foregår hovedsakelig ut ifra denne. Her navigeres det mellom de andre modulene. De ulike «pre-processer» foregår hovedsakelig ved hjelp av «Text Editor» og «Sofiplus-X». «Text Editor» er tekstfiler og benytter et eget programmeringsspråk bestående av primær- og sekundærkoder. «Sofiplus-X» er en 3D grafisk modellerings-modul basert på Autocad. Geometri, strukturelle betingelser, elementtyper og egenvekter er eksempler på hva som kan implementeres her.

5.5.1 Modellering av bjelke og skallmodell i Sofiplus-X

Gitt teoretiske forskjeller i kapittel 3.3 modelleres de to referansemodellene noe ulikt i Sofistik. Dette kapittelet gir en kort presentasjon av modellene i grensesnittet Sofiplus-X. Modelleringsprosedyren i Sofistik kunne vært en rapport i seg selv og det henvises derfor til litteraturlisten for Sofistik-dokumentasjon utover dette kapittelet [12].



Figur 5-14 Bjelkemodell referansemodell, I/b =2.2 (Soma Øst).

Figur 5-14 viser brukergrensesnittet «Sofiplus-X» og modelleringen av bjelkemodellen. Bjelkestrengen, landkarveggene og søylene blir modellert som linjeelementer knyttet sammen av punkt. Disse punktene («constraints») defineres som uendelig stive og knyttes sammen ved hjelp av spesielle linjeelementer («lineconstraints»), også med uendelig stivhet. Dette vil i praksis bety at konstruksjonen er monolittisk. Ved landkarvegg modelleres overføringen av krefter via et triangelelement satt sammen av uendelig stive linjeelementer. Bjelkemodellen og tilhørende geometri defineres med utgangspunkt i AX-1. Denne aksen er den geometriske referansen i modellen og bjelkestrengens senter ligger på denne. Aksen er plassert i toppen av brubanen og plassering av landkarvegg, søyler og start- sluttposisjon av geometri defineres her. Videre avsettes bredde på geometri i forhold til AX_1. I bjelkemodellen er det i motsetning til skallmodellen en egen tverrsnittsmodul. Her tegnes geometrien for tverrsnittet og det tegnes inn linjer som danner grunnlag for armeringsføringer. Etter endt modellering eksporteres modellen til et nytt grensesnitt som kalles «SSD». Før eksport bestemmes elementstørrelser og finhet rundt kanter, opplegg og søyler.



Figur 5-15 Skallmodell referansemodell, I/b=2.2 (Soma Øst).

Figur 5-15 Skallmodell referansemodell, I/b=2.2 (Soma Øst).viser brukergrensesnittet «Sofiplus-X» og modelleringen av skallmodellen. Landkarvegger og søyler er modellert ved hjelp av linjeelementer. Linjeelementene er knyttet sammen ved hjelp av uendelige stive linjeelementer som føres vertikalt opptil overflatelementene. Disse overflateelementene danner grunnlaget for de isoparametriske skallelementene. Disse modelleres som «arealelementer» i «Sofiplus-X». Legg merke til at overføringen av krefter fra bruplata foregår via en elementnode og ned i de vertikale linjeelementene («line-constraints»). Overføringen skjer gjennom en uendelig stiv U og ned til bjelkestrengen i landkaret eller via et linjelement og ned til søylene. Etter endt modellering eksporteres modellen til SSD-grensesnittet. I denne eksportprosessen velges det triangulære eller «quadratic» elementer samt elementlengde og finhet. Kapittel 5.6.5 kjører denne eksportfunksjonen flere ganger for å teste konvergens av resultat. Aksesystemet defineres med en primærakse plassert i geometrisk senter (AX_1) og sekundærakser defineres langs y-aksen. Sekundæraksene danner grunnlaget for tverrsnittsgeometrien ved at det defineres «høyder» for de forskjellige aksene.

5.5.2 Forskjell i modellforutsetninger for bjelke og skallmodell.

Den største forskjellen i modellene synes å være i grensebetingelsene ved landkar-akse. For skallmodellen overføres kreftene fra bruplata via en U og i bjelkemodellen via et triangel.



Figur 5-16 Linjeelementer landkarakse skall (venstre) og bjelke (høyre).

Figur 5-16 illustrerer modelloppsettet ved landkaraksen. Det synes at plassering av lager er 0.75m fra senterlinjen for begge modeller. Bjelkemodellen er konstruert slik at kreftene overføres via et 45° orientert linjeelement og ned til lager. Skallmodellen overfører kreftene normalt (90°) ned til lager. Dette impliserer ulik respons ved for eksempel eksentrisk plasserte laster. Det oppstår da tvangskrefter i tverretning mellom overføringsnodene for skallmodellen. Denne fundamentale forskjellen i respons medfører at det ikke blir hensiktsmessig å sammenligne krefter eller armering i snitt over landkar (snitt S-S). Den andre fundamentale forskjellen er modelleringen av brubanen hvor det er benyttet overflateelementer i skallmodellen og linjeelementer i bjelkemodellen. Det henvises til teorikapittelet hvor egenskapsforskjeller er belyst. Kapittel 3.1.2 og 3.2.2 tar for seg anvendelse av bjelke- og skallelementer.

5.5.3 Funksjonen «Sir Cut» i Sofistik.

Momentet om global y-akse og torsjonsmomentet om global x-akse velges som sammenligningsparametere og for at dette skal kunne sammenlignes benyttes «SIR-cut» funksjonen i Sofistik.

Denne tekstbaserte funksjonen benyttes for å definere kutt parallelt med den globale y-aksen og det velges intervaller på 1.0 m langs x-aksen. I tillegg defineres x-verdiene for sammenligningssnittene benyttet i resultatkapittelet. Programmet kalkulerer resultantkrefter i det valgte snittet ved at «SIR» velger alle aktuelle elementer og tilhørende skjæringspunkter slik at lineære spenningsdistribusjoner hentes ut ved hjelp av «Gauss quadrature integrasjon» [4]. Videre integreres spenningene over snittarealet og interne krefter hentes ut.



Figur 5-17 Illustrasjon av Sir-cut [12].

Figur 5-17 viser prinsippet for «SIR-cut» og illustrerer planet som er inndelt i skallelementer. Interpolasjonsverdier hentes fra noder i ytterpunktene på elementene som blir kuttet. Kapittel 6 og Figur 5-18 presenterer grafikk fra skallmodeller basert på kuttverdier (kryss langs x-aksen). «Wingraf» som er det grafiske grensesnittet i Sofistik benyttes for å vise og lese resultater.



Figur 5-18 Resultat skallmodell Lasttilfelle 1 (egenlast), M_{ν}

5.6 Verifikasjon av referansemodell Soma Øst

5.6.1 Kontroll av egenvekt.

Loadcase	Σ(Loads)			Designation
	X[kN]	Y[kN]	Z[kN]	
1	0.0	0.0	-3116.6	Egenvekt betong (25kN/m3)
2	0.0	0.0	0.0	diff.setn.1
3	0.0	0.0	0.0	diff.setn.2
4	0.0	0.0	0.0	diff.setn.3
5	0.0	0.0	0.0	diff.setn.4

Sum of Loadings

Figur 5-19 Sum laster i z-retning grunnet egenlaster, output fra Sofistik.

Kontroll av likevekt utføres for å sjekke feil i modellen. Dette gjøres ved å finne totalt volum av de respektive konstruksjonsdeler for så multiplisere dette med tyngdetettheten til betongen.

$$\sum_{i=1}^{4} \rho_c \cdot V_i = \text{total egenvekt konstruksjon}$$
(5-4)

Element (E_i)	Areal $(A_i)[m^2]$	Lengde $(L_i)[m]$	Volum $(V_i)[m^3]$	Last $(\rho_c \cdot V_i)[N]$	
(1) Brubjelke	2.7828	37.200	103.7200	2593.00	
(2) Søyler	0.5026	8.000	4.02120	100.53	
(3) Endebjelker	4.0800	1.500	6.1200	153.00	
(4) Endevegger	2.7500	3.900	10.7250	268.13	
Sum egenvekter 3114.66					

Tabell 5-6 Manuell beregning av egenvekter for konstruksjonsdeler Soma Øst

Avviket mellom resultatet fra Sofistik og manuell kalkulasjon er 0.06 %.

5.6.2 Geometri og tverrsnittskonstanter.

Sofistik regner selv ut tverrsnittskonstanter basert på input i modellprosedyren. Modellene kontrolleres for feil ved manuell kalkulasjon av disse parameterne.

Figur 5-20 Modell for utregning av tverrsnittskonstanter.

Tverrsnittsparametere	$I_{ybru}[m^4]$	$A_{brubjelke}[m^2]$	$A_{søyle}[m^2]$	$g_{bru}[rac{kN}{m}]$	$z_c[m]$	$I_{søyle}[m^4]$
Sofistik	0.11820	2.7828	0.50265	69.57	312.60	0.02011
Håndberegninger	0.11813	2.7824	0.50265	69.56	312.47	0.02011
Avvik	0.06%	0.01%	Eksakt	0.01%	0.04%	Eksakt

Utregningene er vist i vedlegg E.1.3.

Avvikene er ubetydelige, tilnærmet identiske og dermed verifiseres det at Sofistik sine verdier er gyldige inngangsverdier videre i analysen.



Figur 5-21 Modellgrunnlag for håndberegninger brubjelke.

5.6.3 Statisk modell og respons ved hjelp av Hardy Cross-metoden.

Validering av testmodeller i Sofistik foregår ved at en statisk ubestemt bjelkemodell benyttes. Her velges Hardy-Cross metoden, denne baserer seg på stivheter og påfølgende omfordeling av krefter i de monolittiske punktene i strukturen. Metoden baserer seg på elastisk lineær bjelketeori og passer for sammenligning av FEM-resultater fra bjelkemodeller. Den statiske modellen påsettes for enkelthetens skyld kun egenlast.

Analysen og resultater er fremlagt i Vedlegg E.1.1 og fullstendig prosedyre kan finnes der.

Sammenligning av verdier fra Sofistik og Cross-modell er gitt i Tabell 5-7

Snitt	Håndberegning	Skall	Bjelke	$Avvik \% = \left(1 - \frac{bjelke}{håndb.}\right) \cdot 100$	$Avvik \% = \left(1 - \frac{skall}{h^{andb.}}\right) \cdot 100$
$(A - B_{)M_{y,felt}}$	514 (<i>kNm</i>)	511 (<i>kNm</i>)	525.3 (<i>kNm</i>)	2.2 %	0.6 %
$(B-B_{)M_{y,støtte}}$	-1385 (kNm)	-1389 (kNm)	-1389 (kNm)	0.3 %	0.3 %
$(B - C_{)M_{y,felt}}$	840 (<i>kNm</i>)	819 (<i>kNm</i>)	838.3 (<i>kNm</i>)	0.2 %	2.5 %
$V_{(x=0.4m)}$	239 (<i>kN</i>)	212 (<i>kN</i>)	244(<i>kN</i>)	2.0 %	11.3 % (*)
$V_{BA} + V_{BC}$ $= N_{BF(x=11m)}$	1054(<i>kN</i>)	982(kN)	1050(<i>kN</i>)	0.4 %	6.8 % (*)

Tabell 5-7 Sammenligning av håndberegninger og Sofistik-verdier, Lastilfelle 1, Egenlast.

(*) Skallteorien genererer tvangskrefter som en konsekvens av torsjonsmomentet og dette kan forklare skjærkraftavviket mellom skall- og håndberegninger (bjelke). Torsjonsmomentet skaper «løft» i hjørner og kanter og dermed reduseres skjærkraften noe. For utdypning vises det til «Plates & FEM» [18, p. 112]. 5.6.4 Dimensjonering av tverrsnitt med Sandwichmetode.

Sofistik dimensjonerer skallarmering basert på elementverdier gitt i analyse. Metoden er basert på skivemetoden til Baumann [25], kap. 3.4.2. Sandwichmetoden, Eurokode 2-2 Bruer, Annex LL [9] er en slik metode. Det utføres en manuell kontroll av skallmodellen ved at resultanter hentes ut fra et lasttilfelle og armering kalkuleres manuelt for kontrollsnitt. Her deles lastvirkningen opp i lag. Håndbok 185 [30] omtaler en kraftmodell som baserer seg på skivemetoden og trykkfeltsteori, det ansees derfor som et godt valg å benytte Sandwichmodellen som verifikasjonsmetode.



Figur 5-22 Sandwichmodell for brutrau.

Skallresultanter hentes ut fra kontrollsnitt B-B (x=21.33, y \in {-1.375,1.375}). Det benyttes gjennomsnittlige elementverdier over en snittbredde på 2,75m.





Vedlegg [E.1.7] viser prosedyren og dataene benyttet ved utregninger. Egenlastilfellet hvor bruplata dimensjoneres for armering over støtten gir meget gode tilnærminger til resultater fra Sofistik.

Snitt	Sandwich EC2	Skallmodell i Sofistik	Avvik %= $\left(1 - \frac{skall}{sandwich}\right) \cdot 100$
$A_{sxs} \ cm^2/m$	13.55	14.00	3.3 %
$A_{sys} \ cm^2/m$	3.99	3.90	2.3 %

Tabell 5-8 Resultater Sandwichmetode og relativ forskjell Sofistik

5.6.5 Kontroll av elementoptimalisering og grad av konvergens

Det viser seg at maksimalverdier for krefter øker noe ved justering av elementstørrelser og finhet rundt søylepunktene (singulære punkter). Dette stemmer bra med forventninger ut ifra teori [4]. Uansett er det ikke hensiktsmessig å øke finheten rundt disse punktene da singulære verdier midles. Eurokoden anbefaler momentdesignverdier for kanten av opplegget 5.3.2.2(3) og for skjærkontroll, kanten av opplegget pluss distanse d 6.2.1(3). [1]

Reduksjonen av elementstørrelsen startes med 60% og finheten innstilles rundt kanter og hjørner for begge modeller. Det er kun for støttemomentet i skallmodellen det oppstår endringer i resultat når elementstørrelsen reduseres, og da kun med 1.5 % økning. Det antas derfor at konvergens er tilstrekkelig. Bjelkemodellen gir ingen endringer i resultat. Derfor beholdes den automatiske oppløsningen i Sofistik og resultatene ansees som tilstrekkelige for denne rapporten. Figur 5-24 viser de utvalgte kontrollsnittene i verifikasjonskapittelet og resultatkapittelet.



Figur 5-24 Lokasjon av kontrollsnitt langs brubanen

Resultatene for konvergenstesten vises i vedlegg E.1.5.

5.6.6 Dimensjonering av bruvinge og verifikasjon av tverrarmering skallmodell I de tilfeller hvor bruavdelingen benytter rammeprogrammer for beregninger av bruer er det påkrevd med manuelle beregningsmetoder for armering i tverretning. Dette kapittelet tar for seg en statisk modell hvor bruvingen antas som en fast innspent bjelke. Krefter hentes ut og danner grunnlag for armeringsberegningen. «NMH» er et dimensjoneringsprogram som benyttes på bruavdelingen og håndberegningene sjekkes opp imot dette [3]. Sist sammenlignes tverrarmering øvre lag med skallverdier hentet fra Sofistik. For enkelthetens skyld er det kun beregnet egenvekt.



Figur 5-25 Bruvinge antatt fast innspent.

$$g_y = h_1 \cdot \rho_c = 6.5 \ kN/m^2$$
 $g_i = h_2 \cdot \rho_c = 8.75 \ kN/m^2$ (5-5)

$$g_{middel} = (g_y + g_i)/2 = 7.625 \ kN/m^2 \tag{5-6}$$

$$g_{tot,linjellast} = g_y \cdot b + (g_i - g_y) \cdot b/2 = 5.719 kN/m$$
(5-7)

$$z_m \cdot g_{tot,linjellast} = z_1 \cdot (g_i - g_y) \cdot \frac{b}{2} + z_2 \cdot g_y \cdot b \rightarrow z_m = 0.356m$$
(5-8)



Figur 5-26 FBD utkraget vinge
Tverrsnittet dimensjoneres for opptredende moment og tøyningsforløpet sjekkes ved hjelp av «NMH» dimensjoneringsprogram. Forutsetningen «normalarmert tverrsnitt» som impliserer flytning av armeringen medfører at kriteriet for at z \leq 0.95d ikke holder. Dette betyr at kraften i armeringen er liten. På grunn av likevekt og tøyningskompabilitet blir kraften i betongen og dens tilhørende betongareal så lite at kravet for z ikke kan tilfredstilles. Uansett gir denne beregningen en indikasjon på behovet for armering i tverretning og dette behovet sammenlignes med en fem meter bred utkraget vinge i skallmodellen. Denne gir et samlet armeringsbehov på 1.54 $cm^2/5m$, noe som igjen gir $0.31cm^2/m$. Håndberegninger og programmet «NMH» gir mengder på omtrent $0.25 cm^2/m$, som er litt mindre enn det utvalgte kontrollsnittet i skallmodellen.



Figur 5-27 Grafisk resultat armeringsmengde ,«NMH» [3].



Figur 5-28 Grafisk resultat tøyningsforløp ved «normalarmert tverrsnitt», «NMH» [3].

$$k = \frac{M}{b \cdot d^2 \cdot f_{ck}} = 1.027 \cdot 10^{-3}$$
(5-10)

$$z = d \cdot \left\{ 0.5 + \left(0.25 - \frac{k}{1.134} \right)^{0.5} \right\} = 207.8 \to z = 0.95d = 197.6$$
(5-11)

$$A_s = \frac{M}{0.87 \cdot f_{yk} \cdot z} = 23.3 \ mm^2 \sim 0.25 \ cm^2 \tag{5-12}$$



Figur 5-29 Armeringsbehov skall, tverrarmering topp ($A_{st,topp}$), snitt fast innspent vinge, l/b=2.2, Egenlast, [cm^2/m]

6 Resultater

Rapporten ønsker som tidligere nevnt å belyse forskjeller i armering for bjelke- og skallmodell. Første del av dette kapittelet gir resultater for krefter og andre del gir armeringsresultater. Kapittel 7 sammenligner og diskuterer resultatene og tar for seg den relative variasjonen basert på modifiserte lengde/-breddeforhold. Figur 5-24 viser hvilke snitt som undersøkes. Hvilke snitt som er benyttet som grunnlag varierer noe per lasttilfelle siden noen snitt ikke er interessante eller særlig utslagsgivende for enkelte tilfeller, det vil si at responsen er manglende. Overføring av krefter fra bruplate/-bjelke til lager er fundamentalt forskjellig for plate- og bjelkemodell. Det blir derfor ikke hensiktsmessig å sammenligne snitt S-S for bjelke- og skallmodell direkte, men forskjellene drøftes senere. Momentene og armeringsbehovene i snitt B-B reduseres ved at verdier blir hentet fra kanten av det ekvivalente kvadratiske søyletverrsnittet (6-1).

$$A_s = \pi \cdot r^2 = b_{sup}^2 \to b_{sup} = \sqrt{A_s} \tag{6-1}$$



Figur 6-1 Metode for å bestemme relevant moment over støtten. [26]

Det forutsettes videre lik fordeling av armering i tverretning, noe som også er normal praksis på bruavdelingen. Bjelkemodellen gir konstante mengder armering per tverretning og for skallmodellen kalkuleres lagvis total mengde for de ulike snittene.

For skallmodellene i Sofistik programmeres det en egen resultatfil i «Teddy», denne gir lister og grafikk for armeringsdistribusjonen. Dataene som hentes ut benyttes ved at lineær interpolasjon gjennomføres for gjennomsnittsverdier i elementene, denne verdien multipliseres deretter med segment-bredden. Det utarbeides et eget Excel-ark for disse utregningene. Resultatfilene fra Sofistik har en innebygd konverteringsfunksjon til Excel. Dermed kopieres data fra hvert snitt over til Excel-arket og resultatene presenteres i tabellene i dette kapittelet. Figur 6-2 viser skjermdump fra et armeringsresultat og Figur 6-3 angir prinsippet for utregningen i et valgt snitt.



Figur 6-2 Illustrasjon av iso-linje for gjennomsnittlige elementverdier, «Wingraf-Sofistik»



Figur 6-3 Grafisk presentasjon for lengdearmeringsareal skallmodell.

$$A_{s,total} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} \cdot (y_i + y_{i+1}) \cdot x_i$$
(6-2)

Armeringsarealet i lengderetning bestemmes utfra en total tverrsnittsbredde på fem meter. Rapporten ønsker også å vise relativ forskjell for tverr- og lengdearmering. Det programmeres derfor resultatfiler for tverrarmeringen med tre meters segmenter i senter brubjelke (y=0). Figur 6-4 viser grunnlag som er benyttet i sammenligningen, forholdet mellom tverrarmering og lengdearmering er regnet ut i henhold til ligning (6-3).

$$\frac{A_{st}}{A_{sl}}(\%) = \left(\frac{A_{st}}{3} \cdot \frac{5}{A_{sl}}\right) \cdot 100\%$$
(6-3)



Figur 6-4 Prinsipp uttak av snitt i skallmodell (kalkulasjon av armeringsmengder i lengde- og tverretning).

Det er valgt å sammenligne bøye- og torsjonsmoment for modellene og de enkelte lasttilfellene behandles som karakteristiske sammen med en tabell som viser noen utvalgte snittverdier. Hovedmomenter studeres for lasttilfelle 1-3 og torsjonsmomenter for tilfelle 4-5. Avvik regnes ut for hvert lasttilfelle og dette defineres i henhold til ligning (6-4).

$$Avvik \% = \left(1 - \frac{bjelkemodellverdi}{skallmodellverdi}\right) \cdot 100\%$$
(6-4)

Ligning (6-5) og (6-6) gir en tolkning av ligning (6-4).

$$Avvik \ \% < 0 \quad \rightarrow \quad Bjelke > Skall \tag{6-5}$$

$$Avvik \% > 0 \rightarrow Skall > Bjelke$$
 (6-6)

Brukergrensesnittene «Wingraf» og «Interactive list and graphics» benyttes for å hente resultatverdier fra samme snitt i globalt koordinatsystem. Resultatene presenteres grafisk og fortegnskonsvensjonen er definert ut fra høyrehåndsregelen. Positivt bøyemoment gir strekk i underkant og positivt torsjonsmoment har pilretning i positiv retning av bruas lengdeakse (X).

På bruavdelingen og i designpraksis legges det inn krav til minste- og maksimalarmering etter Eurokoden, NA.9.2.2.1(1) [1].

$$A_{s,min} = 0.26 \left(\frac{f_{ctm}}{f_{yk}}\right) b_t d \ge 0.0013 b_t d \tag{6-7}$$

Dette kravet legges normalt inn som en begrensende parameter i armeringsdesignet i Sofistik og et lavere reelt behov blir dermed vanligvis overstyrt. Siden rapporten ønsker å vise faktisk behov for de ulike lasttilfellene fjernes denne inputen i modelloppsettet.

6.1 Referansemodell Soma Øst, lengde/bredde = 2.2, Bøye og torsjonsmoment

Figur 6-5 Sofiplus, "Conseptual model, Shell"

Figur 6-6 Sofiplus, "Conseptual model, Beam"

6.1.1 Lasttilfelle 1: Egenlast



Figur 6-7 Resultat skallmodell Lasttilfelle 1 (egenlast), M_y, [kNm].



Figur 6-8 Resultat bjelkemodell Lasttilfelle 1 (egenlast), M_y, [kNm].

Snitt	Skallmodell	Bjelkemodell	Avvik
$(A-A)_{M_{\mathcal{Y}}}$, Sidefelt	518 (kNm)	525 (kNm)	-1%
$(B-B)_{M_y}$, ved støtte	-1224.5 (kNm)	-1207.1 (kNm)	1.4%
$(C-C)_{M_y}$, hovedfelt	824 (kNm)	838 (kNm)	-1 %

6.1.2 Lasttilfelle 2: Jevnt fordelt trafikklast i midtspenn, UDL (5kN/m2)



Figur 6-9 Resultat skallmodell Lasttilfelle 2 (502 UDL-3), M_y , [kNm].



Figur 6-10 Resultat bjelkemodell Lasttilfelle 2(502 UDL-3), M_y, [kNm].

Tabell 6-2 Resultatverdier I/b=2.2, Lasttilfelle 2: Jevnt fordelt trafikklast i midtspenn

Snitt	Skallmodell	Bjelkemodell	Avvik
$(A-A)_{M_y}$, Sidefelt	-126.5 (kNm)	-115.5 (kNm)	8.7%
$(B-B)_{M_y}$, ved støtte	-372.4(kNm)	-358.5 (kNm)	3.7%
$(\mathcal{C}-\mathcal{C})_{M_y}$, hovedfelt	364.8 (kNm)	376.7 (kNm)	-3.3 %



6.1.3 Lasttilfelle 3: Temperaturlast «summer posdt. TN + wm*dt» no. 91

Figur 6-11 Resultat skallmodell Lasttilfelle 3, M_{γ} , [kNm].



Figur 6-12 Resultat bjelkemodell Lasttilfelle 3, M_y , [kNm].

Snitt	Skallmodell	Bjelkemodell	Avvik
$(A-A)_{M_y}$, Sidefelt	366 (kNm)	406 kNm)	-10.9%
$(B-B)_{M_y}$, ved støtte	699.3 (kNm)	757.4 (kNm)	-8.3%
$(C-C)_{M_y}$, hovedfelt	300 (kNm)	379.5 (kNm)	-26.5%

6.1.4 Lasttilfelle 4: Jevnt fordelt last halv side på bru.



Figur 6-13 Resultater skallmodell Lasttilfelle 4 (510 UDL-10), M_T, [kNm].



Figur 6-14 Resultater bjelkemodell Lasttilfelle 4 (504 UDL-5), M_T, [kNm].

Tabell 6-4 Resultatverdier I/b=2.2, Lasttilfelle 4(504 UDL-5)

Snitt	Skallmodell	Bjelkemodell	Avvik
$(S-S)_{M_T}$, ved lager	170.3 (kNm)	189 (kNm)	-11%
$(A-A)_{M_{y^{\prime}}}$ Sidefelt	101.00 (kNm)	109.98 kNm)	-8.9%
$(B-B)_{M_{\mathcal{Y}}}$, ved støtte	112.6 (kNm)	120.03 (kNm)	-6.5%
$(\mathcal{C}-\mathcal{C})_{M_y}$, hovedfelt	0 (kNm)	0 (kNm)	0%

6.1.5 Lasttilfelle 5: Trafikklast/» lasttog».



Figur 6-15 Resultater Lasttilfelle 5 (309: TS Right (10), skallmodell, M_T , [kNm].



Figur 6-16 Resultater Lasttilfelle 5 (309: TS Right (10), bjelkemodell, M_T, [kNm].

Tabell 6-5 Resu	ultatverdier I/b=2.2,	Lasttilfelle 5:	Lasttog
-----------------	-----------------------	-----------------	---------

Snitt	Skallmodell	Bjelkemodell	Avvik
$(S-S)_{M_T}$, ved lager	163.8 (kNm)	178 (kNm)	-8.7%
$(A-A)_{M_{\mathcal{Y}}}$, Sidefelt	162.78 (kNm)	176.43 kNm)	-8.4%
$(B-B)_{M_y}$, ved støtte	-183.4 (kNm)	-176.21 (kNm)	3.9 %
$(\mathcal{C}-\mathcal{C})_{M_y}$, hovedfelt	-48.2 (kNm)	-49.4 (kNm)	-2.5%

- 6.2 Resultater Armeringsbehov.
- 6.2.1 Lasttilfelle 1: Egenlast



Figur 6-17 Armeringsbehov bjelke, lengdearmering topp: $A_{sl,topp}$, [cm^2].



Figur 6-18 Armeringsbehov skall, lengdearmering topp: $A_{sl,topp}$, $[cm^2/m]$.



Figur 6-19 Armeringsbehov skall, tverrarmering topp: $A_{st,topp}$, $[cm^2/m]$.



Figur 6-20 Armeringsbehov bjelkemodell, lengdearmering bunn: $A_{sl,bunn}$, $[cm^2]$.



Figur 6-21 Armeringsbehov skall, lengdearmering bunn: $A_{sl,bunn}$, $[cm^2/m]$.



Figur 6-22 Armeringsbehov skall, tverrarmering bunn: $A_{st,bunn}$, $[cm^2/m]$.

Snitt	Skallmodell	Bjelkemodell	Avvik %	Skallmodell A _{st} /A _{sl}
(B - B), ved støtte	Snitt B-B (x=21.33))	Snitt B-B (x=21.33)		
(A _{sl,topp})	44.97 cm^2	42.58 cm^2	5.3 %	
(A _{st,topp})	9.19 cm ²	N. A		34.1 %
Snitt	Skallmodell	Bjelkemodell	Avvik	
(A – A), sidefelt	Snitt A-A(x=15.5))	(600010+600011) /2 (x=15.5)		
(A _{sl,bunn})	18.16 cm ²	15.85 cm^2	12.7 %	22.1.0/
(A _{st,bunn})	3.50 <i>cm</i> ²	N. A		32.1 %
(C - C), hovedfelt	Snitt C-C (x=29)	(600037+600038) /2(x=29)		
(A _{sl,bunn})	32.97 cm ²	30.18 cm ²	11.1 %	25.7.0/
(A _{st,bunn})	7.28 cm ²	N. A		35.7%

6.2.2 Lasttilfelle 2: 502 (UDL 2), jevnt fordelt last midtspenn.



Figur 6-23 Armeringsbehov bjelke, lengdearmering topp: $A_{sl,topp}$, $[cm^2]$.



Figur 6-24 Armeringsbehov skall, lengdearmering topp: $A_{sl,topp}$, $[cm^2/m]$.



Figur 6-25 Armeringsbehov skall, tverrarmering topp: $A_{st,topp}$, $[cm^2/m]$.



Figur 6-26 Armeringsbehov bjelkemodell, lengdearmering bunn: $A_{sl,bunn}$, $[cm^2]$.



Figur 6-27 Armeringsbehov skall, lengdearmering bunn: $A_{sl,bunn}$, $[cm^2/m]$.



Figur 6-28 Armeringsbehov skall, tverrarmering bunn: $A_{st,bunn}$, $[cm^2/m]$.

Snitt	Skallmodell	Bjelkemodell	Avvik %	Skallmodell A _{st} /A _{sl}
(B - B), ved støtte	Snitt B-B (x=21.33))	Snitt B-B (x=21.33)		
(A _{sl,topp})	11.79 cm ²	12.09 <i>cm</i> ²	-2.5 %	22.2.4
$(A_{st,topp})$	2.19 <i>cm</i> ²	N. A		30.9 %
(C - C), hovedfelt	Snitt C-C (x=29)	(600037+600038) /2(x=29)		
(A _{sl,bunn})	$15.02 \ cm^2$	12.72 cm ²	15.3 %	26 7 0/
(A _{st,bunn})	3.31 <i>cm</i> ²	N. A		30.7 %

Tabell 6-7 Resultatverdier armering I/b=2.2, Lasttilfelle 2: Jevnt fordelt trafikklast i midtspenn, UDL (5kN/m2)

6.2.3 Lasttilfelle 3: Temperaturlast «summer posdt. TN + wm*dt» no. 91



Figur 6-29 Armeringsbehov bjelke, lengdearmering topp: $A_{sl,topp}$, [cm^2].



Figur 6-30 Armeringsbehov skall, lengdearmering topp: $A_{sl,topp}$, $[cm^2/m]$.



Figur 6-31 Armeringsbehov skall, tverrarmering topp: $A_{st,topp}$, $[cm^2/m]$.



Figur 6-32 Armeringsbehov bjelkemodell, lengdearmering bunn: $A_{sl,bunn}$, $[cm^2]$.



Figur 6-33 Armeringsbehov skall, lengdearmering bunn: $A_{sl,bunn}$, $[cm^2/m]$.



Figur 6-34 Armeringsbehov skall, tverrarmering bunn: $A_{st,bunn}$, $[cm^2/m]$.

Snitt	Skallmodell	Bjelkemodell	Avvik %	Skallmodell A _{st} /A _{sl}
(B - B), ved støtte	Snitt B-B (x=20.66))	Snitt B-B (x=20.66)		
$(A_{\rm sl,bunn})_{x=20.66}$	27.51 <i>cm</i> ²	29.11 <i>cm</i> ²	-5.8 %	27.1%
$(A_{sl,bunn})_{x=20}$	28.47 cm^2	27.21 <i>cm</i> ²	-4.4 %	(x=20.66)
$(A_{st,bunn})_{x=20.66}$	$4.47 cm^2$	N. A		
$(A_{st,bunn})_{x=20}$	4.68 <i>cm</i> ²	N. A		27.4 % (x=20)
(C - C), hovedfelt	Snitt C-C (x=29)	(600038+600039)/2(x=29)		
(A _{sl,bunn})	15.82 cm ²	11.39 cm ²	28.0 %	24.4.9/
(A _{st,bunn})	2.00 <i>cm</i> ²	N. A		21.1 %

Tabell 6-8 Resultatverdier armering l/b=2.2, Lasttilfelle 3: Temperaturlast «summer posdt.TN+wm*dt» no.91

6.2.4 Lasttilfelle 4: 510 (UDL 10), jevnt fordelt last halve brua venstre side.



Figur 6-35 Armeringsbehov bjelke, lengdearmering topp: $A_{sl,topp}$, $[cm^2]$.



Figur 6-36 Armeringsbehov skall, lengdearmering topp: $A_{sl,topp}$, $[cm^2/m]$.



Figur 6-37 Armeringsbehov skall, tverrarmering topp: $A_{st,topp}$, $[cm^2/m]$.



Figur 6-38 Armeringsbehov bjelkemodell, lengdearmering bunn: $A_{sl,bunn}$, $[cm^2]$.



Figur 6-39 Armeringsbehov skall, lengdearmering bunn: $A_{sl,bunn}$, $[cm^2/m]$.



Figur 6-40 Armeringsbehov skall, tverrarmering bunn: $A_{st,bunn}$, $[cm^2/m]$.

Tabell	6-9 R	esultatverdier	armerina	I/b=2.2.	Lasttilfelle	4: Jevnt	fordelt last	halv side	e på bru.
ruben	0 5 11	countaiveraier	annenng	1/0-2.2,	Lastingene	4. 50 0110	joracit iast	nuiv siuc	. pa bra.

Snitt	Skallmodell	Bjelkemodell	Avvik %	Skallmodell A _{st} /A _{sl}
(B - B), ved støtte	Snitt B-B (x=21.33))	Snitt B-B (x=21.33)		
(A _{sl,topp})	9.48 <i>cm</i> ²	13.48 cm ²	-42,1 %	
(A _{st,topp})	3.42 <i>cm</i> ²	N. A		60.1 %
(C - C), hovedfelt	Snitt C-C (x=29)	(600038+600039) /2(x=29)		
(A _{sl,bunn})	6.01 <i>cm</i> ²	5.17 cm^2	13.9 %	07.5.0/
(A _{st,bunn})	1.35 cm ²	N. A		37.5 %

6.2.5 Lasttilfelle 5: Trafikklast/ «lasttog»



Figur 6-41 Armeringsbehov bjelke, lengdearmering topp: $A_{sl,topp}$, $[cm^2]$.



Figur 6-42 Armeringsbehov skall, lengdearmering topp: $A_{sl,topp}$, $[cm^2/m]$.



Figur 6-43 Armeringsbehov skall, tverrarmering topp: $A_{st,topp}$, $[cm^2/m]$.



Figur 6-44 Armeringsbehov bjelkemodell, lengdearmering bunn: $A_{sl,bunn}$, $[cm^2]$.



Figur 6-45 Armeringsbehov skall, lengdearmering bunn: $A_{sl,bunn}$, $[cm^2/m]$.



Figur 6-46 Armeringsbehov skall, tverrarmering bunn: $A_{st,bunn}$, $[cm^2/m]$.

Tabell 6-10 Resultatverdier armering l/b=2.2, Lasttilfelle 5: Trafikklast/ «lasttog», case 309.

Snitt	Skallmodell	Bjelkemodell	Avvik %	Skallmodell A _{st} /A _{sl}
(A - A), sidefelt	Snitt A-A (x=15.5)	(6000010+600011) /2(x=15.5)		
(A _{sl,topp})	$0.66 \ cm^2$	11.44 cm^2	-1633.0 %	1055.5 %
(A _{sl,bunn})	$10.93 \ cm^2$	11.52 cm^2	-5,4 %	(topp)
$(A_{st,topp})$	4.18 cm^2	N. A		
(A _{st,bunn})	3.34 <i>cm</i> ²	N. A		50.9 % (bunn)
(C - C), hovedfelt	Snitt C-C (x=29)	(600037+600038) /2(x=29)		
(A _{sl,topp})	$3.53 \ cm^2$	5.26 cm^2	-49,0 %	58.5 %
(A _{sl,bunn})	$0.66 \ cm^2$	2.71 <i>cm</i> ²	-118.5 %	(topp)
(A _{st.topp})	1.24 cm^2	N. A		
(A _{st,bunn})	0.53 <i>cm</i> ²	N. A		133.8 % (bunn)

6.3 Resultater modifiserte modeller

Rapporten skal undersøke hva som skjer med krefter og armering ved endring av I/b-forholdet. Referansebrua «Soma Øst» modifiseres slik at korteste spennet delt på brubredden blir henholdsvis 1.1, 1.5 og 3.0. Sidespennet for alle modeller kan skrives som 0.6875*L hvor L er lengden på det respektive midtspennet.

l/b	1.1(<i>I</i>)	1.5(<i>II</i>)	2.2(Soma Øst)	3.0(<i>III</i>)
spenn I,III	5.5 <i>m</i>	7.5 <i>m</i>	11 <i>m</i>	15 <i>m</i>
spenn II	8.0 <i>m</i>	10.9 <i>m</i>	16 <i>m</i>	21.8 <i>m</i>

Tabell 6-11 lengde/bredde forhold sammenligningsmodeller.

*Normalt sett og i henhold til EC2(5.3.2.1) ville den effektive bredden på tverrsnittet ikke vært lik den totale bredden. Tverrsnittet benyttet i referansemodellen har ikke betydelige vinger og det forutsettes derfor jevn spenningsfordeling over tverrsnittet. I tillegg defineres lengde-bredde-forholdet noe utradisjonelt siden det korteste og ikke lengste spennet er valgt.

Resultatene for de nye bruene blir hentet ut for samme lasttilfeller og plottet i et diagram slik at tendenser kan undersøkes. Hvordan endres resultatene ved endring av lengde/-breddeforhold? Relativ forskjell plottes for tverr/-hovedarmering i skallmodellene. Tverrarmeringsbehovet for LC-1 i referansemodellen verifiseres manuelt ved å betrakte vingen som en fast innspent bjelke. Statisk analyse gjøres ved håndberegninger og dimensjonering ved hjelp av «NMH» [3].

Sammenligningsnittene er forholdsmessig de samme som for referansemodellen, som eksempelvis betyr at x-verdien for felt A-A er henholdsvis 2.25m for (l/b=1.1) og 6.5m for (l/b=2.2).

6.3.1 Bru I, lengde/bredde = 1.1, krefter og armeringsbehov.



Figur 6-47 Sofiplus, "Conseptual model, Beam"

Figur 6-48 Sofiplus, "Conseptual model, Shell"



Figur 6-49 Hovedmoment bjelkemodell, [kNm].



Figur 6-50 Hovedmoment skallmodell, [kNm].



Figur 6-51 Armeringsbehov bjelke, lengdearmering topp: $A_{sl,topp}$, $[cm^2]$.



Figur 6-52 Armeringsbehov skall, lengdearmering topp: $A_{sl,topp}$, $[cm^2/m]$.



Figur 6-53 Armeringsbehov skall, tverrarmering topp: $A_{st,topp}$, $[cm^2/m]$.



Figur 6-54 Armeringsbehov bjelkemodell, lengdearmering bunn: $A_{sl,bunn}$, $[cm^2]$.



Figur 6-55 Armeringsbehov skall, lengdearmering bunn: $A_{sl,bunn}$, $[cm^2/m]$.



Figur 6-56 Armeringsbehov skall, tverrarmering bunn: $A_{st,bunn}$, $[cm^2/m]$.

Tabell 6-12 Resultatveraler I/b=1.1, Lasttilfelle 1: Egenia

Snitt	Skallmodell	Bjelkemodell	Avvik %	Skallmodell A _{st} /A _{sl}
$(A-A)_{M_{y'}}$ sidefelt	107.20 (<i>kNm</i>)	101.91 (<i>kNm</i>)	4.9 %	
$(B-B)_{M_{\mathcal{Y}}}$, ved støtte	-251.10 (kNm)	-240.14 (<i>kNm</i>)	4.4 %	
$(C-C)_{M_{y'}}$, hovedfelt	216.70 (<i>kNm</i>)	227.72 (kNm)	-5 %	
Snitt	Skallmodell	Bjelkemodell	Avvik	
(B - B), ved støtte	Snitt B-B (x=15.833))	Snitt B-B (x=15.833)		
(A _{sl,topp})	9.66 <i>cm</i> ²	8.58 cm ²	11.2 %	50.47.0/
(A _{st,topp})	3.43 <i>cm</i> ²	N. A		59.17%
Snitt	Skallmodell	Bjelkemodell	Avvik %	
(A – A), sidefelt	Snitt A-A(x=12.75))	(600005+600006) /2 (x=12.75)		
(A _{sl,bunn})	4.89 cm ²	3.48 cm ²	28.8 %	21.0.0/
(A _{st,bunn})	0.64 <i>cm</i> ²	N. A		21.8 %
(C - C), hovedfelt	Snitt C-C (x=19.5)	(600018+600019) /2(x=19.5)		
(A _{sl,bunn})	8.34 <i>cm</i> ²	7.89 cm ²	5.4 %	22.6.%
(A _{st,bunn})	1.63 cm ²	N. A		32.0 %

6.3.1.2 Lasttilfelle 2: Jevnt fordelt trafikklast i midtspenn, UDL(5kN/m2)



Figur 6-57 Hovedmoment bjelkemodell, [kNm].



Figur 6-58 Hovedmoment skallmodell, [kNm].



Figur 6-59 Armeringsbehov bjelke, lengdearmering topp: $A_{sl,topp}$, $[cm^2]$.



Figur 6-60 Armeringsbehov skall, lengdearmering topp: $A_{sl,topp}$, $[cm^2/m]$.



Figur 6-61 Armeringsbehov skall, tverrarmering topp: $A_{st,topp}$, $[cm^2/m]$.



Figur 6-62 Armeringsbehov bjelke, lengdearmering bunn: $A_{sl,bunn}$, $[cm^2]$.



Figur 6-63 Armeringsbehov skall, lengdearmering bunn: $A_{sl,bunn}$, $[cm^2/m]$.



Figur 6-64 Armeringsbehov skall, tverrarmering bunn: $A_{st,bunn}$, $[cm^2/m]$.

Snitt	Skallmodell	Bjelkemodell	Avvik %	Skallmodell A _{st} /A _{sl}
$(B-B)_{M_{y^{\prime}}}$ ved støtte	-69.00 (<i>kNm</i>)	-65.60 (<i>kNm</i>)	4.9 %	
$(\mathcal{C}-\mathcal{C})_{M_{y'}}$ hovedfelt	98.50 (<i>kNm</i>)	102.82 (<i>kNm</i>)	-4.4 %	
Snitt	Skallmodell	Bjelkemodell	Avvik %	
(B - B), ved støtte	Snitt B-B (x=15.833))	Snitt B-B (x=15.833)		
(A _{sl,topp})	2.44 <i>cm</i> ²	2.73 cm^2	-11.9 %	<u> </u>
(A _{st,topp})	0.89 <i>cm</i> ²	N. A		60.8 %
(C - C), hovedfelt	Snitt C-C (x=19.5)	(600018+600019)/2(x=19.5)		
(A _{sl,bunn})	4.05 <i>cm</i> ²	3.36 cm ²	17.0 %	22.1.0/
(A _{st,bunn})	$0.78 \ cm^2$	N. A		52.1 %

Tabell 6-13 Resultatverdier I/b=1.1, Lasttilfelle 2: Jevnt fordelt trafikklast i midtspenn, UDL (5kN/m2)

6.3.1.3 Lasttilfelle 3: Temperaturlast «summer posdt.TN+wm*dt» no.91



Figur 6-65 Hovedmoment bjelke, [kNm].



Figur 6-66 Hovedmoment skallmodell, [kNm].



Figur 6-67 Armeringsbehov bjelke, lengdearmering topp: $A_{sl,topp}$, [cm^2].



Figur 6-68 Armeringsbehov skall, lengdearmering topp: $A_{sl,topp}$, $[cm^2/m]$.



Figur 6-69 Armeringsbehov skall, tverrarmering topp: $A_{st,topp}$, $[cm^2/m]$.



Figur 6-70 Armeringsbehov bjelke, lengdearmering bunn: $A_{sl,bunn}$, $[cm^2]$.



Figur 6-71 Armeringsbehov skall, lengdearmering bunn: $A_{sl,bunn}$, $[cm^2/m]$.



Figur 6-72 Armeringsbehov skall, tverrarmering bunn: $A_{st,bunn}$, $[cm^2/m]$.

Switt	Skallmodoll	Pielkemedell	Annik 04	Skallmodell
Shill	Skulmouell	Djetkemouett	AVVIK 70	A_{st}/A_{sl}
$(A-A)_{M_{y'}}$ sidefelt	287.70 (kNm)	369.40 (<i>kNm</i>)	-28.4 %	
$(B-B)_{M_y}$, ved støtte	539.20 (<i>kNm</i>)	646.20 (<i>kNm</i>)	-19.8 %	
$(C-C)_{M_y}$, hovedfelt	350.30 (<i>kNm</i>)	426.50 (<i>kNm</i>)	-32.0 %	
Snitt	Skallmodell	Bjelkemodell	Avvik %	
(B - B), ved støtte	Snitt B-B (x=15.167))	Snitt B-B (x=15.167)		
$(A_{\rm sl,bunn})_{x=15.167}$	24.88 cm ²	23.57 cm^2	5.3 %	27.5 %
$(A_{sl,bunn})_{x=14.5}$	27.07 cm^2	20.34 <i>cm</i> ²	24.9 %	(x=15.167)
$(A_{st,bunn})_{x=15.167}$	$4.11 \ cm^2$	N. A		
$(A_{st,bunn})_{x=14.5}$	5.11 cm ²	N. A		31.5 % (x=14.5)
(C - C), hovedfelt	Snitt C-C (x=19.5)	(600018+600019) /2(x=19.5)		
(A _{sl,bunn})	16.80 cm ²	14.09 cm ²	16.1 %	22.4.0/
(A _{st,bunn})	2.36 cm^2	N. A		23.4 %

 $Tabell \ 6-14 \ Resultatverdier \ l/b=1.1, \ Last tilfelle \ 3: \ Temperaturlast \ «summer \ posdt. TN+wm*dt \ » \ no.91$

6.3.1.4 Lasttilfelle 4: Jevnt fordelt last halv side på bru.



Figur 6-73 Torsjonsmoment bjelkemodell, [kNm].



Figur 6-74 Torsjonsmoment skallmodell, [kNm].



Figur 6-75 Armeringsbehov bjelke, lengdearmering topp: $A_{sl,topp}$, $[cm^2]$.



Figur 6-76 Armeringsbehov skall, lengdearmering topp: $A_{sl,topp}$, $[cm^2/m]$.



Figur 6-77 Armeringsbehov skall, tverrarmering topp: $A_{st,topp}$, $[cm^2/m]$.



Figur 6-78 Armeringsbehov bjelke, lengdearmering bunn: $A_{sl,bunn'}$ [cm^2].



Figur 6-79 Armeringsbehov skall, lengdearmering bunn: $A_{sl,bunn}$, $[cm^2/m]$.



Figur 6-80 Armeringsbehov skall, tverrarmering bunn: $A_{st,bunn}$, $[cm^2/m]$.

Snitt	Skallmodell	Bjelkemodell	Avvik %	Skallmodell A _{st} /A _{sl}
$(S-S)_{M_T}$, ved lager	89.00 (<i>kNm</i>)	98.13 (<i>kNm</i>)	-10.2 %	
$(A-A)_{M_T}$, sidespenn	57.60 (<i>kNm</i>)	58.34 (<i>kNm</i>)	-1.3 %	
$(B-B)_{M_T}$, ved støtte	55.10 (<i>kNm</i>)	52.20 (<i>kNm</i>)	5.3 %	
$(\mathcal{C}-\mathcal{C})_{M_T}$, hovedfelt	-1.20 (kNm)	0.06 (<i>kNm</i>)	-	
Snitt	Skallmodell	Bjelkemodell	Avvik %	
(B - B), ved støtte	Snitt B-B (x=15.833))	Snitt B-B (x=15.833)		
(A _{sl,topp})	$2.55 \ cm^2$	4.48 cm ²	-75.7%	92.8 %
(A _{st,topp})	1.42 cm ²	N. A		52.0 /0
(C - C), hovedfelt	Snitt C-C (x=19.5)	(600018+600019) /2(x=19.5)		
(A _{sl,bunn})	$1.58 \ cm^2$	1.19 cm ²	24.7 %	34.8 %
(A _{st,bunn})	$0.33 \ cm^2$	N. A		54.0 /0

Tabell 6-15 Resultatverdier I/b=1.1, Lasttilfelle 4: Jevnt fordelt last halv side på bru.

6.3.1.5 Lasttilfelle 5: Trafikklast/ «lasttog»



Figur 6-81 Torsjonsmoment bjelkemodell, [kNm].



Figur 6-82 Torsjonsmoment skallmodell, [kNm].



Figur 6-83 Armeringsbehov bjelke, lengdearmering topp: $A_{sl,topp}$, $[cm^2]$.



Figur 6-84 Armeringsbehov skall, lengdearmering topp: $A_{sl,topp}$, $[cm^2/m]$.


Figur 6-85 Armeringsbehov skall, tverrarmering topp: $A_{st,topp}$, $[cm^2/m]$.



Figur 6-86 Armeringsbehov bjelke, lengdearmering bunn: $A_{sl,bunn}$ [cm^2].



Figur 6-87 Armeringsbehov skall, lengdearmering bunn: $A_{sl,bunn}$, $[cm^2/m]$.



Figur 6-88 Armeringsbehov skall, tverrarmering bunn: $A_{st,bunn}$, $[cm^2/m]$.

Curity.	Charlline a dall	Dielleure dell	A	Skallmodell
Snitt	Skallmoaell	Вјегкетоаен	<i>AVVIK</i> %	A_{st}/A_{sl}
$(S-S)_{M_T}$, ved lager	179.00 (<i>kNm</i>)	211.06 (<i>kNm</i>)	-17.9 %	
$(A-A)_{M_T}$, sidespenn	181.20 (<i>kNm</i>)	162.85 (<i>kNm</i>)	10.1 %	
$(B-B)_{M_T}$, ved støtte	-65.50 (<i>kNm</i>)	-90.70 (<i>kNm</i>)	-38.5 %	
$(\mathcal{C}-\mathcal{C})_{M_T}$, hovedfelt	-68.00 (<i>kNm</i>)	-53.36 (kNm)	21.53 %	
Snitt	Skallmodell	Bjelkemodell	Avvik %	
(A -A), sidespenn	Snitt A-A (x=12.75)	(600005+600006)/2(x=12.75)		
(A _{sl,topp})	1.26 <i>cm</i> ²	11.57 cm^2	-818.2 %	657.4 %
(A _{sl,bunn})	7.69 <i>cm</i> ²	7.21 cm^2	6.2 %	(topp)
(A _{st,topp})	4.97 <i>cm</i> ²	N. A		CD B W
(A _{st,bunn})	2.90 <i>cm</i> ²	N. A		62.8 % (bunn)
(C- C), hovedfelt	Snitt C-C (x=19.5)	(600018+600019) /2(x=19.5)		
(A _{sl,topp})	2.57 cm^2	4.62 cm^2	-79.8 %	110.2 %
(A _{sl,bunn})	0.81 <i>cm</i> ²	2.13 cm ²	-163.0 %	(topp)
(A _{st.topp})	1.70 cm ²	N. A		
(A _{st,bunn})	1.10 cm ²	N. A		226.3 % (bunn)

Tabell 6-16 Resultatverdier I/b=1.1, Lasttilfelle 5: Trafikklast/ «lasttog», case 309.



6.3.2 Bru II, lengde/bredde = 1.5, krefter og armeringsbehov.

Figur 6-89 Sofiplus, "Conseptual model, Beam"

Figur 6-90 Sofiplus, "Conseptual model, Shell"





Figur 6-91 Hovedmoment bjelkemodell, [kNm].



Figur 6-92 Hovedmoment skallmodell, [kNm].



Figur 6-93 Armeringsbehov bjelke, lengdearmering topp: $A_{sl,topp}$, [cm^2].



Figur 6-94 Armeringsbehov skall, lengdearmering topp: $A_{sl,topp}$, $[cm^2/m]$.



Figur 6-95 Armeringsbehov skall, tverrarmering topp: $A_{st,topp}$, $[cm^2/m]$.



Figur 6-96 Armeringsbehov bjelkemodell, lengdearmering bunn: $A_{sl,bunn}$, $[cm^2]$.



Figur 6-97 Armeringsbehov skall, lengdearmering bunn: $A_{sl,bunn}$, $[cm^2/m]$.



Figur 6-98 Armeringsbehov skall, tverrarmering bunn: $A_{st,bunn}$, $[cm^2/m]$.

Tabell 6-17	Resultatverdier	l/b=1.5.	Lasttilfelle	> 1:	Faenlast
TUDCH 0 17	nesunativeraler	1,0-1.5,	Lustingen		Lycinusi

Caritt	Challmodell	Dialliamadall	Annil: 0/	Skallmodell
Snitt	Skallmodell	Bjeikemoaeli	Αυνικ %	A_{st}/A_{sl}
$(A-A)_{M_{y'}}$ sidespenn	192.00 (<i>kNm</i>)	188.03 (<i>kNm</i>)	2.0 %	
$(B-B)_{M_{y^\prime}}$ ved støtte	-521.85 (<i>kNm</i>)	-511.14 (<i>kNm</i>)	2.1 %	
$(\mathcal{C}-\mathcal{C})_{M_y}$, hovedfelt	389.40 (<i>kNm</i>)	401.55 (<i>kNm</i>)	-3.1 %	
Snitt	Skallmodell	Bjelkemodell	Avvik %	
(B - B), ved støtte	Snitt B-B (x=17.833)	Snitt B-B (x=17.833)		
(A _{sl,topp})	17.06 <i>cm</i> ²	17.70 cm ²	-3.7 %	64.0.04
(A _{st,topp})	6.64 <i>cm</i> ²	N. A		64.9 %
Snitt	Skallmodell	Bjelkemodell	Avvik %	
(A - A), sidespenn	Snitt A-A(x=13.75))	(600007+600008) /2 (x=13.75)		
(A _{sl,bunn})	8.29 <i>cm</i> ²	6.47 cm ²	21.9 %	27.0.%
(A _{st,bunn})	1.39 cm ²	N. A		27.9%
(C - C), hovedfelt	Snitt C-C (x=22.95)	(600025+600026) /2(x=22.95)		
(A _{sl,bunn})	14.32 cm^2	14.06 cm ²	1.8 %	27.4.0/
(A _{st,bunn})	3.21 <i>cm</i> ²	N. A		37.4 %



Figur 6-99 Hovedmoment bjelkemodell, [kNm].



Figur 6-100 Hovedmoment skallmodell, [kNm].



Figur 6-101 Armeringsbehov bjelke, lengdearmering topp: $A_{sl,topp}$, $[cm^2]$.



Figur 6-102 Armeringsbehov skall, lengdearmering topp: $A_{sl,topp}$, $[cm^2/m]$.



Figur 6-103 Armeringsbehov skall, tverrarmering topp: $A_{st,topp}$, $[cm^2/m]$.



Figur 6-104 Armeringsbehov bjelkemodell, lengdearmering bunn: $A_{sl,bunn}$, $[cm^2]$.



Figur 6-105 Armeringsbehov skall, lengdearmering bunn: $A_{sl,bunn}$, $[cm^2/m]$.



Figur 6-106 Armeringsbehov skall, tverrarmering bunn: $A_{st,bunn}$, $[cm^2/m]$.

Tabell 6-18 Resultatverdier l/b=1.5, L	asttilfelle 2: Jevnt fordelt trafikklas	t i midtspenn, UDL (5kN/m2)

Snitt	Skallmodell	Bjelkemodell	Avvik %	Skallmodell A _{st} /A _{sl}
$(B-B)_{M_y}$, ved støtte	-149.72 (<i>kNm</i>)	-145.54 (<i>kNm</i>)	2.7 %	
$(\mathcal{C}-\mathcal{C})_{M_y}$, hovedfelt	176.90 (<i>kNm</i>)	183.12 (<i>kNm</i>)	-3.5 %	
Snitt	Skallmodell	Bjelkemodell	Avvik %	
(B - B), ved støtte	Snitt B-B (x=17.833))	Snitt B- (x=17.833)		
(A _{sl,topp})	$4.37 \ cm^2$	$4.73 \ cm^2$	-8.2 %	61 / %
(A _{st,topp})	1.61 <i>cm</i> ²	N. A		01.4 %
(C - C), hovedfelt	Snitt C-C (x=22.95)	(600025+600026) /2(x=22.95)		
(A _{sl,bunn})	$6.72 \ cm^2$	6.04 <i>cm</i> ²	10.1 %	27 / 5 %
(A _{st,bunn})	1.51 <i>cm</i> ²	N. A		57.45 %



Figur 6-107 Hovedmoment bjelkemodell, [kNm].



Figur 6-108 Hovedmoment skallmodell, [kNm].



Figur 6-109 Armeringsbehov bjelkemodell, lengdearmering bunn: $A_{sl,bunn}$, $[cm^2]$.



Figur 6-110 Armeringsbehov skall, lengdearmering bunn: $A_{sl,bunn}$, $[cm^2/m]$.



Figur 6-111 Armeringsbehov skall, tverrarmering bunn: $A_{st,bunn}$, $[cm^2/m]$.

Tabell 6-19 Resultatverdier I/b=1.5, Lasttilfelle 3: Temperaturlast «summer posdt.TN+wm*dt» no.91

a			4 11 07	Skallmodell
Snitt	Skallmodell	Bjelkemodell	Avvik %	A_{st}/A_{sl}
$(A-A)_{M_{y'}}$ sidefelt	325.50 (<i>kNm</i>)	392.18 (<i>kNm</i>)	-20.5 %	
$(B-B)_{M_{y^\prime}}$ ved støtte	610.11 (<i>kNm</i>)	711.11 (<i>kNm</i>)	-16.6 %	
$(\mathcal{C}-\mathcal{C})_{M_y}$, hovedfelt	336.60 (<i>kNm</i>)	408.98 (<i>kNm</i>)	-21.5 %	
Snitt	Skallmodell	Bjelkemodell	Avvik %	
(B - B), ved støtte	Snitt B-B (x=16.5; 17.167)	(600014+600015)/2(x=16.5)		
$(A_{\rm sl,bunn})_{x=17.167}$	26.93 <i>cm</i> ²	25.95 cm^2	3.6 %	20.7 %
$(A_{sl,bunn})_{x=16.5}$	21.64 <i>cm</i> ²	23.45 cm^2	-8.4 %	(x=17.167)
(A _{st,bunn}) _{x=17.167}	$3.34 \ cm^2$	N. A		
$(A_{st,bunn})_{x=16.5}$	3.86 cm ²	N. A		29.7 % (x=16.5)
(C - C), hovedfelt	Snitt C-C (x=22.95)	(600025+600026) /2(x=22.95)		
(A _{sl,bunn})	13.97 cm ²	13.03 cm^2	6.7 %	27.4.0/
(A _{st,bunn})	2.27 cm^2	N. A		27.1%



6.3.2.4 Lasttilfelle 4: Jevnt fordelt last halv side på bru.

Figur 6-112 Torsjonsmoment bjelkemodell, [kNm].



Figur 6-113 Torsjonsmoment skallmodell, [kNm].



Figur 6-114 Armeringsbehov bjelke, lengdearmering topp: $A_{sl,topp}$, $[cm^2]$.



Figur 6-115 Armeringsbehov skall, lengdearmering topp: $A_{sl,topp}$, $[cm^2/m]$.



Figur 6-116 Armeringsbehov skall, tverrarmering topp: $A_{st,topp}$, $[cm^2/m]$.



Figur 6-117 Armeringsbehov bjelke, lengdearmering bunn: $A_{sl,bunn}$ [cm^2].



Figur 6-118 Armeringsbehov skall, lengdearmering bunn: $A_{sl,bunn}$, $[cm^2/m]$.



Figur 6-119 Armeringsbehov skall, tverrarmering bunn: $A_{st,bunn}$, $[cm^2/m]$.

Snitt	Skallmodell	Bjelkemodell	Avvik %	Skallmodell A _{st} /A _{sl}
$(S-S)_{M_T}$, ved lager	117.90 (<i>kNm</i>)	129.46 (<i>kNm</i>)	-9.8 %	
$(A-A)_{M_T}$, sidefelt	70.80(<i>kNm</i>)	73.97 (<i>kNm</i>)	-4.5 %	
$(B-B)_{M_T}$, ved støtte	76.25 (<i>kNm</i>)	80.07 (<i>kNm</i>)	-5.0 %	
$(\mathcal{C}-\mathcal{C})_{M_T}$, hovedfelt	1.00 (<i>kNm</i>)	0.00 (<i>kNm</i>)	(-%)	
Snitt	Skallmodell	Bjelkemodell	Avvik %	
(B – B), ved støtte	Snitt B-B (x=17.833)	Snitt B-B (x=17.833)		
(A _{sl,topp})	3.86 <i>cm</i> ²	6.96 <i>cm</i> ²	-80.3 %	105.9.%
(A _{st,topp})	2.45 cm ²	N. A		105.8 %
(C - C), hovedfelt	Snitt C-C (x=22.95)	(600025+600026)/2(x=22.95)		
(A _{sl,bunn})	2.33 <i>cm</i> ²	2.22 <i>cm</i> ²	4.7 %	113%
(A _{st,bunn})	0.62 <i>cm</i> ²	N. A		44.5 /0

Tabell 6-20 Resultatverdier I/b=1.5, Lasttilfelle 4: Jevnt fordelt last halv side på bru

6.3.2.5 Lasttilfelle 5: Trafikklast/ «lasttog»



Figur 6-120 Torsjonsmoment bjelkemodell, [kNm].



Figur 6-121 Torsjonsmoment skallmodell, [kNm].



Figur 6-122 Armeringsbehov bjelke, lengdearmering topp: $A_{sl,topp}$, $[cm^2]$.



Figur 6-123 Armeringsbehov skall, lengdearmering topp: $A_{sl,topp}$, $[cm^2/m]$.



Figur 6-124 Armeringsbehov skall, tverrarmering topp: $A_{st,topp}$, $[cm^2/m]$.



Figur 6-125 Armeringsbehov bjelke, lengdearmering bunn: $A_{sl,bunn}$ [cm^2].



Figur 6-126 Armeringsbehov skall, lengdearmering bunn: $A_{sl,bunn}$, $[cm^2/m]$.



Figur 6-127 Armeringsbehov skall, tverrarmering bunn: $A_{st,bunn}$ [cm^2/m].

6 <i>b c</i>				Skallmodell
Snitt	Skallmodell	Bjelkemodell	Avvik %	A_{st}/A_{sl}
$(S-S)_{M_T}$, ved lager	169.70 (<i>kNm</i>)	178.95 (<i>kNm</i>)	-5.4 %	
$(A-A)_{M_T'}$ sidefelt	170.80 (<i>kNm</i>)	178.95 (<i>kNm</i>)	-4.8 %	
$(B-B)_{M_T}$, ved støtte	-166.60 (<i>kNm</i>)	-171.00 (<i>kNm</i>)	-2.6 %	
$(\mathcal{C}-\mathcal{C})_{M_T}$, hovedfelt	-59.80 (<i>kNm</i>)	-57.00 (<i>kNm</i>)	4.7 %	
Snitt	Skallmodell	Bjelkemodell	Avvik %	
(A - A), sidefelt	Snitt A-A (x=13.75)	(600007+600008)/2(x=13.75)		
(A _{sl,topp})	0.89 <i>cm</i> ²	$10.82 \ cm^2$	-1115.7 %	831.5 %
(A _{sl,bunn})	7.96 cm^2	9.95 cm^2	-25.0 %	(topp)
(A _{st,topp})	$4.44 \ cm^2$	N. A		65.0.0/
(A _{st,bunn})	3.15 <i>cm</i> ²	N. A		65.9 % (bunn)
(C - C), hovedfelt	Snitt C-C (x=22.95)	(600025+600026)/2(x=22.95)		
(A _{sl,topp})	2.51 cm^2	4.60 cm^2	-83.3 %	94.95 %
(A _{sl,bunn})	$0.63 \ cm^2$	2.73 cm^2	-333.0 %	(topp)
(A _{st.topp})	$1.43 \ cm^2$	N. A		
(A _{st,bunn})	0.88 cm ²	N. A		232.8 % (bunn)
	1	1	1	1

Tabell 6-21 Resultatverdier I/b=1.5, Lasttilfelle 5: Trafikklast/ «lasttog», case 309.



6.3.3 Bru III, lengde/bredde= 3.0, krefter og armeringsbehov.

Figur 6-128 Sofiplus, "Conseptual model, Beam"

Figur 6-129 Sofiplus, "Conseptual model, Shell"



Figur 6-130 Hovedmoment bjelkemodell, [kNm].



Figur 6-131 Hovedmoment skallmodell, [kNm].



Figur 6-132 Armeringsbehov bjelke, lengdearmering topp: $A_{sl,topp}$, $[cm^2]$.



Figur 6-133 Armeringsbehov skall, lengdearmering topp: $A_{sl,topp}$, $[cm^2/m]$.



Figur 6-134 Armeringsbehov skall, tverrarmering topp: $A_{st,topp}$, $[cm^2/m]$.



Figur 6-135 Armeringsbehov bjelkemodell, lengdearmering bunn: $A_{sl,bunn}$, $[cm^2]$.



Figur 6-136 Armeringsbehov skall, lengdearmering bunn: $A_{sl,bunn}$, $[cm^2/m]$.



Figur 6-137 Armeringsbehov skall, tverrarmering bunn: $A_{st,bunn}$, $[cm^2/m]$.

	Tabell 6-22	Resultatverdier	l/b=3.0,	Lasttilfelle	21:	Egenlast
--	-------------	-----------------	----------	--------------	-----	----------

Snitt	Skallmodell	Bjelkemodell	Avvik %	Skallmodell A _{st} /A _{sl}
$(A-A)_{M_{y'}}$ sidefelt	805.27 (<i>kNm</i>)	794.05 (<i>kNm</i>)	1.4 %	
$(B-B)_{M_{\mathcal{Y}}}$, ved støtte	-2379.92 (kNm)	-2358.23 (kNm)	0.1 %	
$(\mathcal{C}-\mathcal{C})_{M_y}$, hovedfelt	1498.60 (<i>kNm</i>)	1527.64 (<i>kNm</i>)	-1.9 %	
Snitt	Skallmodell	Bjelkemodell	Avvik %	
(B - B), ved støtte	Snitt B-B (x=25.33)	Snitt B-B (x=25.33)		
(A _{sl,topp})	77.04 <i>cm</i> ²	89.1 <i>cm</i> ²	-15.7%	10.0 %
(A _{st,topp})	8.75 cm ²	N. A		18.9 %
Snitt	Skallmodell	Bjelkemodell	Avvik %	
(A - A), sidefelt	Snitt A-A(x=17.5))	(600015) /2 (x=17.5)		
(A _{sl,bunn})	26.78 cm ²	29.08 cm ²	-8.6 %	
(A _{st,bunn})	6.50 <i>cm</i> ²	N. A		40.5 %
(C - C), hovedfelt	Snitt C-C (x=35.9)	(600051+600052)/2(x=35.9)		
(A _{sl,bunn})	55.47 cm^2	55.69 <i>cm</i> ²	-0.4 %	41.2.0/
(A _{st,bunn})	13.70 cm ²	N. A		41.2 %

6.3.3.2 Lasttilfelle 2: Jevnt fordelt trafikklast i midtspenn, UDL(5kN/m2)



Figur 6-138 Hovedmoment bjelkemodell, [kNm].



Figur 6-139 Hovedmoment skallmodell, [kNm].



Figur 6-140 Armeringsbehov bjelke, lengdearmering topp: $A_{sl,topp}$, $[cm^2]$.



Figur 6-141 Armeringsbehov skall, lengdearmering topp: $A_{sl,topp}$, $[cm^2/m]$.



Figur 6-142 Armeringsbehov skall, tverrarmering topp: $A_{st,topp}$, $[cm^2/m]$.



Figur 6-143 Armeringsbehov bjelkemodell, lengdearmering bunn: $A_{sl,bunn}$, $[cm^2]$.



Figur 6-144 Armeringsbehov skall, lengdearmering bunn: $A_{sl,bunn}$, $[cm^2/m]$.



Figur 6-145 Armeringsbehov skall, tverrarmering bunn: $A_{st,bunn}$, $[cm^2/m]$.

Snitt	Skallmodell	Bjelkemodell	Avvik %	Skallmodell A _{st} /A _{sl}
$(B-B)_{M_y}$, ved støtte	-741.37 (kNm)	-721.60 (<i>kNm</i>)	2.7 %	
$(C-C)_{M_y}$, hovedfelt	649.72 (<i>kNm</i>)	675.03 (<i>kNm</i>)	-3.9 %	
Snitt	Skallmodell	Bjelkemodell	Avvik %	
(B - B), ved støtte	Snitt B-B (x=25.33))	Snitt B-B (x=25.33)		
(A _{sl,topp})	20.03 <i>cm</i> ²	24.52 cm^2	-22.4 %	47.4.0/
(A _{st,topp})	2.05 cm ²	N. A		17.1 %
(C - C), hovedfelt	Snitt C-C (x=19.5)	(600018+600019) /2(x=19.5)		
(A _{sl,bunn})	24.89 cm ²	23.07 cm ²	7.3 %	40 E %
(A _{st,bunn})	6.05 cm ²	N. A		40.5 %

Tabell 6-23 Resultatverdier I/b=3.0, Lasttilfelle 2: Jevnt fordelt trafikklast i midtspenn, UDL (5kN/m2)

6.3.3.3 Lasttilfelle 3: Temperaturlast «summer posdt.TN+wm*dt» no.91



Figur 6-146 Hovedmoment bjelkemodell, [kNm].



Figur 6-147 Hovedmoment skallmodell, [kNm].



Figur 6-148 Armeringsbehov bjelkemodell, lengdearmering bunn: $A_{sl,bunn}$, $[cm^2]$



Figur 6-149 Armeringsbehov skall, lengdearmering bunn: $A_{sl,bunn}$, $[cm^2/m]$.



Figur 6-150 Armeringsbehov skall, tverrarmering bunn: $A_{st,bunn}$, $[cm^2/m]$.

Cuitt			4il 0/	Skallmodell
Snitt	Skallmoaell	Bjeikemoaeli	<i>AVVIK</i> %	A_{st}/A_{sl}
$(A-A)_{M_{y'}}$ sidefelt	390.96 (<i>kNm</i>)	453.89 (<i>kNm</i>)	-16.1 %	
$(B-B)_{M_{\mathcal{Y}}}$, ved støtte	762.78 (<i>kNm</i>)	864.54 (<i>kNm</i>)	-13.3 %	
$(\mathcal{C}-\mathcal{C})_{M_y}$, hovedfelt	264,83 (<i>kNm</i>)	351.85 (<i>kNm</i>)	-32.9 %	
Snitt	Skallmodell	Bjelkemodell	Avvik %	
(B - B), ved støtte	Snitt B-B (x=24.67)	Snitt B-B (x=24.67)		
$(A_{sl,bunn})_{x=24.67}$	24.59 <i>cm</i> ²	31.75 <i>cm</i> ²	-29.1 %	33.5 %
$(A_{sl,bunn})_{x=24}$	26.47 cm^2	30.24 <i>cm</i> ²	-14.2 %	(x=24.67)
$(A_{st,bunn})_{x=24.67}$	4.94 <i>cm</i> ²	N. A		
$(A_{st,bunn})_{x=24}$	5.39 <i>cm</i> ²	N. A		33.9 % (x=24)
(C - C), hovedfelt	Snitt C-C (x=35.9)	(600051+600052) /2(x=35.9)		
(A _{sl,bunn})	13.07 <i>cm</i> ²	9.83 cm ²	24.8 %	21.0.0/
(A _{st,bunn})	1.71 <i>cm</i> ²	N. A		21.8 %

Tabell 6-24 Resultatverdier I/b=3.0, Lasttilfelle 3: Temperaturlast «summer posdt.TN+wm*dt» no.91

6.3.3.4 Lasttilfelle 4: Jevnt fordelt last halv side på bru.



Figur 6-151 Torsjonsmoment bjelkemodell, [kNm].



Figur 6-152 Torsjonsmoment skallmodell, [kNm].



Figur 6-153 Armeringsbehov bjelke, lengdearmering topp: $A_{sl,topp}$, $[cm^2]$



Figur 6-154 Armeringsbehov skall, lengdearmering topp: $A_{sl,topp}$, $[cm^2/m]$



Figur 6-155 Armeringsbehov skall, tverrarmering topp: $A_{st,topp}$, $[cm^2/m]$





Figur 6-157 Armeringsbehov skall, lengdearmering bunn: $A_{sl,bunn'}$ [cm^2/m]



Figur 6-158 Armeringsbehov skall, tverrarmering bunn: $A_{st,bunn}$, $[cm^2/m]$

Snitt	Skallmodell	Bjelkemodell	Avvik %	Skallmodell A _{st} /A _{sl}
$(S-S)_{M_T}$, ved lager	244.15 (<i>kNm</i>)	260.89 (<i>kNm</i>)	-6.9 %	
$(A-A)_{M_T'}$ sidefelt	140.47 (<i>kNm</i>)	146.40 (<i>kNm</i>)	-4.2 %	
$(B-B)_{M_T}$, ved støtte	158.77 (<i>kNm</i>)	165.26 (<i>kNm</i>)	-4.1 %	
$(\mathcal{C}-\mathcal{C})_{M_T}$, hovedfelt	1.15 (<i>kNm</i>)	0.00 (<i>kNm</i>)	(- %)	
Snitt	Skallmodell	Bjelkemodell	Avvik %	
(B – B), ved støtte	Snitt B-B (x=25.33)	Snitt B-B (x=25.33)		
(A _{sl,topp})	15.39 cm ²	22.90 cm^2	-48.8 %	195%
(A _{st,topp})	4.57 cm^2	N. A		49.5 %
(C - C), hovedfelt	Snitt C-C (x=19.5)	(600018+600019) /2(x=19.5)		
(A _{sl,bunn})	8.31 <i>cm</i> ²	8.82 cm ²	-6.1 %	50.3 %
(A _{st,bunn})	2.51 <i>cm</i> ²	N. A		50.5 /0

Tabell 6-25 Resultatverdier I/b=3.0, Lasttilfelle 4: Jevnt fordelt last halv side på bru

6.3.3.5 Lasttilfelle 5: Trafikklast/ «lasttog»



Figur 6-159 Torsjonsmoment bjelkemodell, [kNm]



Figur 6-160 Torsjonsmoment skallmodell, [kNm]



Figur 6-161 Armeringsbehov bjelke, lengdearmering topp: $A_{sl,topp}$, $[cm^2]$



Figur 6-162 Armeringsbehov skall, lengdearmering topp: $A_{sl,topp}$, $[cm^2/m]$



Figur 6-163 Armeringsbehov skall, tverrarmering topp: $A_{st,topp}$, $[cm^2/m]$



Figur 6-164 Armeringsbehov bjelke, lengdearmering bunn: $A_{sl,bunn}$, $[cm^2]$



Figur 6-165 Armeringsbehov skall, lengdearmering bunn: $A_{sl,bunn}$, $[cm^2/m]$



Figur 6-166 Armeringsbehov skall, tverrarmering bunn: $A_{st,bunn}$, $[cm^2/m]$

2.44				Skallmodell
Snitt	Skallmodell	Bjelkemodell	Avvik %	A_{st}/A_{sl}
$(S-S)_{M_T}$, ved lager	163.66 (<i>kNm</i>)	172.84 (<i>kNm</i>)	-5.6 %	
$(A-A)_{M_T}$, sidefelt	165.18 (<i>kNm</i>)	172.84 (<i>kNm</i>)	-4.6 %	
$(B-B)_{M_T}$, ved støtte	-172.46 (kNm)	-177.11 (kNm)	-2.7 %	
$(\mathcal{C}-\mathcal{C})_{M_T}$, hovedfelt	-45.42 (<i>kNm</i>)	-45.98 (kNm)	-1.2 %	
Snitt	Skallmodell	Bjelkemodell	Avvik %	
(A - A), sidefelt	Snitt A-A (x=17.5)	(6000015) /2(x=17.5)		
(A _{sl,topp})	$0.35 \ cm^2$	10.86 cm ²	-3002,9 %	1471.4 %
(A _{sl,bunn})	11.05 cm ²	14.48 cm ²	-31.0 %	(topp)
(A _{st,topp})	3.09 <i>cm</i> ²	N. A		
(A _{st,bunn})	3.56 <i>cm</i> ²	N. A		(bunn)
(C - C), hovedfelt	Snitt C-C (x=19.5)	(600018+600019) /2(x=19.5)		
(A _{sl,topp})	3.64 <i>cm</i> ²	5.55 cm^2	-52.5 %	53.1 %
(A _{sl,bunn})	$0.63 \ cm^2$	3.16 <i>cm</i> ²	-401.6 %	(topp)
(A _{st,topp})	1.16 cm ²	N. A		
(A _{st,bunn})	0.32 <i>cm</i> ²	N. A		84.7 % (bunn)

Tabell 6-26 Resultatverdier I/b=3.0, Lasttilfelle 5: Trafikklast/ «lasttog», case 309.

7 Sammenligning og diskusjon

7.1 Introduksjon for sammenligningskapittel

Resultatene fra de ulike modellene er gjenstand for individuelt skjønn. Designingeniørene praktiserer ulike tolkninger og prosedyrer for å kalkulere designverdier og hente ut armeringsmengder. Ved å studere plottene fra skall- og bjelkemodellene i rapporten synliggjøres tendenser. Det finnes likevel store lokale forskjeller i resultater og da spesielt for tilfelle 4 og 5 hvor lastene er plassert eksentrisk. Disse tilfellene gir som vist i resultattabeller store avvik og. Dette skyldes først og fremst forskjeller i forutsetninger og teori for modeller i Sofistik. Det er i bjelkemodellene valgt å ikke legge inn torsjonsarmering eller skjærarmering i bjelkemodellene. Dermed blir kreftene kun tatt opp i lengderetning. Dette fører til en betydelig mengde lengdearmering i øvre lag for snitt A-A og C-C. Skallmodellen håndterer de eksentriske lasttilfellene ved hjelp av bøyestivheten i tverretning (plateeffekten). Mengde tverrarmering henger sammen med forskjellen i lengdearmering for de to modellene (se eksempelvis Tabell 6-10).

7.1.1 Utslag i resultater ved innlagt torsjonsarmering i bjelkemodell

I bjelkemodellen er det mulig å legge inn torsjonsarmering ved å tegne en linje som danner et lukket areal i brutrauet. Det antas da at det er kun brutrauet som tar opp torsjon og det sees bort fra vingene i tverrsnittet. Bjelkemodellen (I/b=2.2) modelleres med torsjonsarmering for å teste om utslaget for lengdebehovet endrer seg. Det legges inn 4 stk. Ø12 mm langsgående kamstål fordelt på sideperimeteren for det definerte torsjonsarealet. Tabell 7-1 gir reviderte resultater for oppdatert bjelkemodell (gitt med blå skrift). Den innlagte torsjonsarmeringen bidrar til omfordeling av armeringsbehovet i bjelkemodellen.

Snitt	Skallmodell	Bjelkemodell	$Avvik \% = \left(1 - \frac{bjelke}{skall}\right) \cdot 100$
(A - A), sidefelt	Snitt A-A (x=15.5)	(6000010+600011) /2(x=15.5)	
(A _{sl,topp})	$0.66 \ cm^2$	$11.44 \ cm^2 \rightarrow 1.09 \ cm^2$	-1633% → -65.2%
(A _{sl,bunn})	10.93 <i>cm</i> ²	$11.52 \ cm^2 \rightarrow 6.27 \ cm^2$	-5,4% → 42.6%
(A _{st,topp})	4.18 cm ²	N. A	
(A _{st,bunn})	3.34 <i>cm</i> ²	N. A	
(C - C), hovedfelt	Snitt C-C (x=29)	(600037+600038) /2(x=29)	
(A _{sl,topp})	3.53 cm ²	$5,26\ cm^2 \rightarrow 2.96\ cm^2$	-49.0% → 16.1 %
(A _{sl,bunn})	$0.66 \ cm^2$	$2,71\ cm^2 \rightarrow 0.68\ cm^2$	-118.5% → -3.0 %
(A _{st,topp})	$1.24 \ cm^2$	N. A	
(A _{st,bunn})	$0.53 \ cm^2$	N. A	

Tabell 7-1 Resultatverdier revidert bjelkemodell armering l/b=2.2, Lasttilfelle 5: Trafikklast/ «lasttog», case 309.(innlagt torsjonsarmering)

7.1.2 Lastforutsetninger for bjelke- og skallmodell.

Lasttilfelle	Туре	Sofistik (benevning)	Beskrivelse av tilfellet
LC-1	Egenvekt	LC1:Egenvekt betong(25 kN/m3)	Laster fra brumaterialet
LC-2	Trafikklast	LC502 UDL-2	Jevnt fordelt trafikklast midtspenn (LM-1)
LC-3	Temperaturlast	LC91:T summer posdt TN+wm*dT	Kombinasjon av jevn og lineært varierende
			temperaturlast.
LC-4	Trafikklast	LC504:UDL-5	Jevnt fordelt trafikklast venstre side (LM-1)
LC-5	Trafikklast	LC309:TS Right(10) AX_1 Pos10	Lasttog trafikk, posisjon 10.

Tabell 7-2 Lasttilfeller benyttet i rapporten, se Vedlegg C.1.2 for ytterligere info.

Trafikklaster i Sofistik er angitt forskjellig i bjelke- og skallmodell. I skallmodellen modelleres hjularealer med tilhørende areallast. Den jevnt fordelte trafikklasten angis også som en areallast. Bjelkemodellen er programmert slik at lasttoget består av eksentrisk plasserte punktlaster og en ekvivalent linjelast erstatter areallasten i skallmodellen. Det er foretatt verifikasjon på dette ved å substituere areallasten med punkt og linjelast i skallmodellen. Etter å ha kjørt koden på nytt ble resultatet sammenlignet og det ble påvist ubetydelige forskjeller i størrelsesorden 0.1 – 0.5 %.

7.2 Sammenligning av krefter og relativ variasjon.

Figurene er basert på data fra resultatkapittelet. Den relative forskjellen mellom bjelke og skallmodell plottes for de ulike modellene. X-aksen angir lengde-bredde forholdet for modellen og yaksen angir det relative avviket definert i ligning (6-4). Repeterer ligning (6-5) og (6-6) slik at leseren raskt ser hva fortegnet i avvik betyr. Snittene for referansemodellen legges også ved.

$$Avvik \ \% < 0 \quad \rightarrow \quad Bjelke > Skall \tag{7-1}$$

$$Avvik \% > 0 \rightarrow Skall > Bjelke$$
(7-2)



Figur 7-1 Lokasjon av kontrollsnitt langs brubanen for referansemodell.

Feilkilder som kan være årsak til ulik modelloppførsel og resultatforskjeller:

• Feilmodellering av grensebetingelser – eksempelvis for høy/lav stivhet i fastholdingspunkt. Ved å legge inn fjærstivheter i fastholdingsnoder og linjeelementer kan dette medføre mindre grad av fastholding og dermed mer realistisk konstruksjonsatferd. Eksempelvis reduksjon av tvangskrefter ved søyle og lagerinnspenninger.

- Kreftene omfordeles ulikt. Eksempelvis vil redusert stivhet i en søyleinnspenning medføre større nedbøyning i felt og derav høyere moment.
- Omfordeling og redistribusjon av krefter som følge av ulike armeringsmengder i samme snitt for to modeller.
- For liten grad av elementoptimalisering, feil lasttilfeller og gunstige kontrollsnitt ved konvergenstest. Dette gjelder hovedsakelig skallmodellen.



7.2.1 Lasttilfelle 1 (LC-1).

Figur 7-2 Relativ variasjon for LC-1

-5,0 %

Snitt (C–C)

Figur 7-2 viser den relative utviklingen basert på lengde-bredde forhold. Det er plottet kurver for de ulike sammenligningssnittene. Det kan se ut som at det er størst modellavvik for tilfellet hvor l/b=1.1. Dette stemmer for så vidt for snittkoordinatene definert i rapporten. Figur 7-3 viser et plott av momentdistribusjonen for skall og bjelke i tilfellet l/b=1.1. Figuren er utarbeidet ved å eksportere data fra Sofistik og inn i et Excel-ark.

-1,0 %

-1,9%

-3,1 %

I Figur 7-3 fremkommer det tydelig at ekstremalverdiene er noe større for bjelke enn skall. Dette stemmer bra med forventninger ut fra teorien. Derimot fremkommer det tydelig at valg av sammenligningssnitt har stor betydning for hvilken modell som gir størst verdi. Eksempelvis gir snitt A-A, x= 2.75 større verdi for skall enn for bjelke. Snitt B-B er valgt ved sidekant opplegg og dermed havner dette punktet like forbi skjæringen i kurvene (punktet hvor skall blir større enn bjelke). Totalt sett viser sammenligningen av krefter for dette lengde-bredde forholdet at modellene er temmelig like. Likevel kan det virke som en tendens til at ekstremalverdiene får litt større avvik når lengde-bredde forholdet er lite.



Figur 7-3 Plotting av snittkrefter LC-1, skall og bjelke, l/b=1.1, Moment [kNm]



7.2.2 Lasttilfelle 2 (LC-2).

Figur 7-4 Relativ variasjon for LC-2

Ved å studere utviklingen av snittverdier for LC-2 i snitt B-B og C-C ser vi først og fremst at alle snittverdier tatt ved oppleggskant gir større verdier for skall en bjelke. For ekstremalverdien i felt, snitt C-C gir bjelkemodellen høyest verdi. For LC-2 er det relativt liten forskjell på verdiene etter hvert som lengde-bredde forholdet øker. Det kan likevel synes som om avvikene er størst når modellene har verdien l/b=1.1. Det kan synes som om det er likhetstrekk med LC-1 både i forhold til størrelsene på de relative avvikene og tendensen. LC-2 er et symmetrisk lasttilfelle.




l/b	1,1	1,5	2,2	3,0
Snitt (A–A)	-28,4 %	-20,5 %	-10,9 %	-16,1 %
Snitt (B–B)	-19,8 %	-16,6 %	-8,3 %	-13,3 %
Snitt (C–C)	-32,0 %	-21,5 %	-26,5 %	-32,9 %

Figur 7-5 Relativ variasjon for LC-3

Dette lasttilfellet er sammensatt av jevnt og lineært varierende temperaturandel. Det er relativt store forskjeller i resultat for alle snitt og det er bjelkemodellen som gir høyest verdier. Det er vanskelig å si noe sikkert om tendensen når lengde-bredde forholdet endres.

Ved å undersøke «nodale» forskyvninger for bjelkemodellen fremkommer det i tråd med teorien at disse oppstår langs x-aksen og z-aksen. Ved å betrakte isolinjene for skallmodellen i Figur 7-6 synliggjøres tverreffekten. Tverrforskyvningene impliserer at en del av kreftene går ut i tverretningen, noe som stemmer med teorigrunnlag i 3.3 og i tillegg er med på å forklare at bjelkeverdiene blir størst. Refererer til teorikapittel og utledning om tverrkontraksjon som bidrag til omfordeling av spenninger i planet for en skallmodell. Sofistik benytter Poissons tall på 0.2.



Figur 7-6 Nodale forskyvningsvektorer, X-Y plan, skallmodell LC-, I/b =2.2, [mm]



Figur 7-7 Nodale forskyvningsvektorer, global Z, skallmodell LC-, I/b =2.2 [mm]

Figur 7-7 viser forskyvninger i Z- retning. Her vises det at bruplaten bøyes opp i midtfeltet og midt i sidefeltene. Søylene bidrar til fastholdingskrefter og bruplaten presses ned rundt søylene. Dette bildet stemmer godt med valgt temperaturtilfelle no. 91. Oversiden på bruplaten er varm og utvider seg i forhold til undersiden som er kaldere. I tillegg virker den jevnt fordelte andelen ved å bidra til utvidelse over hele tverrsnittet. Figur 7-8 viser oppførelsen grafisk.



Figur 7-8 Skjermdump fra animasjonsfunksjonen i SSD-grensesnitt. LC-3

Figur 7-9, Figur 7-10 og Figur 7-11 viser rotasjonsvinkler for bjelke og skall. For bjelken er det kun mulig å hente ut rotasjon om global Y-akse og her er høyeste verdi ved lager-aksen. Denne verdien er på 0.194 mrad. For skallmodellen er det mulig å hente ut iso-linjer som representerer rotasjoner i X og Y-retning. Y-retningen for skall viser tilnærmet like verdier som for bjelken.



Figur 7-9 Rotasjon om global Y-akse bjelkemodell, LC-3, l/b=2.2, [mrad]



Figur 7-10 Rotasjonsvektorer representert som iso-linjer i globalt Y-plan skallmodell, I/b=2.2, LC-3, [mrad]

Figur 7-11 viser at det oppstår betydelige bøyninger i tverretning med rotasjonsvinkler opp i 0.52 mrad på det meste.



Figur 7-11 Figur 7-12 Rotasjonsvektorer representert som iso-linjer i globalt X--plan skallmodell, I/b=2.2, LC-3, [mrad]

Figur 7-13 viser nodale forskyvninger i lengderetningen for bjelkemodellen og en ser at verdiene er noenlunde det samme som for skallmodellen (Figur 7-6) Maksverdier i forskyvning oppstår i brubanen ved lagere og er ca 4-5 mm for begge modeller.



Figur 7-13 Nodale forskyvninger bjelkemodell, LC-3, global x-akse [mm]

Figur 7-14 viser forskyvninger i det vertikale planet for en bjelkemodell og sammenligning med skallmodellen (Figur 7-7) viser påfallende likheter i verdier langs brubanen. Derimot fremkommer de tidligere nevnt forskjellene i grensebetingelser for landkarakser frem. Ved å studere Figur 7-7 ser en at det oppstår tvangskrefter mellom de to innspenningspunktene i skallmodellen. Dette resulterer i at vingene ved landkaraksen bøyes ned. Dette er ikke tilfellet for bjelkemodellen.



Figur 7-14 Nodale forskyvninger bjelkemodell, LC-3, global z-akse [mm]

7.2.4 Lasttilfelle 4 (LC-4).



l/b	1,1	1,5	2,2	3,0
Snitt (A–A)	-1,3 %	0,0 %	-8,9 %	-4,2 %
Snitt (B–B)	5,3 %	0,5 %	-6,5 %	1,3 %
Snitt (C–C)	0,0 %	-3,6 %	0,0 %	-3,9 %

Figur 7-15 Relativ variasjon for LC-4

Her ligger de største avvikene i referansemodellen l/b= 2.2. De utvalgte kontrollsnittene gir de laveste avvikene for det minste og største lengde-/breddeforholdet. Snitt A-A for referansemodellen skiller seg ut med 8.9 % høyere bjelke-verdi. Grafikk av lastresultanter og rotasjoner til bjelke- og skallmodellen for LC-4 vises i vedlegg D.1.2.



7.2.5

l/b	1,1	1,5	2,2	3,0
Snitt (A–A)	10,1 %	-4,8 %	-8,4 %	-4,6 %
Snitt (B–B)	-38,5 %	-2,6 %	3,9 %	-2,7 %
Snitt (C–C)	-21,5 %	4,7 %	-2,5 %	-1,2 %

Figur 7-16 Relativ variasjon for LC-5

7.2.5.1 Betraktning av skallrespons ved LC-5

Som tidligere belyst er grensebetingelsene for bjelke og skall forskjellige ved landkar-aksene. Figur 7-17 og Figur 7-19 viser et forenklet statisk oppsett i tilfellet LC-5. For skallmodellen utsettes skallet ved landkaraksen for to punktlaster grunnet de uendelig stive linjeelementene. $R_{1,lager}$ og $R_{3,søyle}$ utsettes for trykk grunnet den eksentriske plasseringen av lasttoget. For at systemet skal holdes i likevekt holder $R_{2,lager}$ bøyningen igjen og dette punktet utsettes for en strekklast. Det er angitt numeriske verdier for reaksjonskreftene hentet fra Sofistik. Skalloverflaten i tverretning parallelt med landkaraksen består av flere elementer som alle fordeler kreftene mellom seg.



Figur 7-17 Statisk modell for skallmodell utsatt for LC-5

Figur 7-18 presenterer intensiteten for skallresultanten m_{yy} ved hjelp av iso-kurver. Det synes at momentene ved de to lagerinspenningene har ulikt fortegn.



Figur 7-18 Iso-plott av skallresultant m_{yy} for LC-5, [kNm/m]

7.2.5.2 Betraktning av bjelkerespons for LC-5

Figur 7-17 viser en statisk modell for LC-5. Det vises her at kreftene fra lasttoget blir tatt opp internt fra stivheten i linjeelementene for deretter å bli overført til søyle og lager. Lageroverføringen fra bjelken foregår her via ett punkt og ikke to som i skallmodellen. I kapittel 7.2.5 sammenlignes distribusjonen av torsjonsmomentet ytterligere.



Figur 7-19 Statisk modell for bjelkemodell utsatt for LC-5

Plottet i Figur 7-16 Relativ variasjon for LC-5 viser at det relative avviket i de utvalgte snittene blir mindre etter hvert som lengde-bredde forholdet øker. Det er for dette lasttilfellet valgt å se nærmere på modellene med I/b = 1.1 og I/b=3.0. Figur 7-21 og Figur 7-23 viser plott av relativt avvik for alle snitt langs brubanen, for henholdsvis I/b=3.0 og I/b=1.1. Det fremkommer også her at de relative forskjellene for snittkrefter viser høyeste verdier for modell med I/b= 1.1.



Figur 7-20 Sammenligning av torsjonsmoment LC-5, l/b = 3.0

Figur 7-20 viser distribusjonen for begge modeller i tilfellet l/b=3.0. Her synes det at største og minste verdier veksler alt etter som hvilket snitt en betrakter. Det synliggjør også viktigheten av global tolkning av distribusjon for å kunne bestemme hvilket snittverdier som skal dimensjoneres for. Ved å betrakte Figur 7-21 fremkommer det at bjelkeverdiene er størst frem til x=8.5, i intervallet $x \in$ (8.5, 14.75) er skallverdiene størst.



Relativt avvik

Figur 7-21 Plott av relativt avvik langs brubanen, LC-5, l/b =3.0



Figur 7-22 Sammenligning av torsjonsmoment LC-5, l/b = 1.1

Figur 7-22 viser distribusjonen for begge modeller i tilfellet l/b=1.1. Bjelkemodellen gir høyeste ekstremalverdier. Ved å betrakte Figur 7-23 fremkommer det at bjelkeverdiene er størst frem til x=2.2, i intervallene $x \in \langle 2.2, 4.3 \rangle$, $x \in \langle 4.7, 5.2 \rangle$ og $x \in \langle 5.8, 18.5 \rangle$ er skallverdiene størst.



Figur 7-23 Plott av relativt avvik langs brubanen, LC-5, l/b =1.1

Figur 7-26 og Figur 7-27 viser nodal rotasjon om lengdeaksen x for LC-5. Skallmodellen viser en ekstremalverdi for rotasjon i tverretning på hele 0.39 mrad helt ute på vingekanten. Bjelkemodellen gir en maksimalverdi på 0.26 mrad omtrent midt i sidespennet. Ved å anta at torsjonskonstanten (kap. 3.1.2) er konstant og lik for begge modeller er torsjonsmomentet proporsjonalt med relativ endring av torsjonsvinkelen langs lengdeaksen. Det er vanskelig å si noe sikkert men ved å betrakte Figur 7-24 og Figur 7-25 kan en se på endringen i rotasjonsvinkel (vinkelen blir mindre når en nærmer seg søylen som er et fastholdingspunkt). Skallmodellen gir etter fortegnskonvensjonen en verdi på - 183.4 kNm og bjelkemodellen gir -176.2 kNm. Figur 7-25 viser at den høyeste verdien oppstår ute på vingekanten. Ved å beregne gjennomsnittet av hele bredden like før snitt B-B kan en finne en tilnærming for den relative endringen i rotasjonsvinkel for skallmodellen per halvmeter. Endringen virker til å være noe større for skallmodellen enn bjelkemodellen og derav større torsjonsmoment.

Figur 7-24 Endring av rotasjonsvinkelen ($\frac{d\phi}{dx}$), (0.24 - 0.22 [mrad]), bjelkemodell, l/b=2.2, LC-5



Figur 7-25 Endring av rotasjonsvinkelen ($\frac{d\phi}{dx}$),(0.279- 0.258 [mrad]), skallmodell, l/b=2.2, LC-5



Figur 7-26 Nodal rotasjon om global x-akse presentert ved iso-linjer, skallmodell, LC-5



Figur 7-27 Nodal rotasjon om global x-akse presentert ved vektorer, bjelkemodell, LC-5

Sammenligning av Figur 7-28 og Figur 7-29 gir et bilde for rotasjonen om global y-akse. Maksimalverdier er større for skallmodellen enn for bjelke. Bjelkemodellen gir en maksimal rotasjon på 0.21 mrad like før søyleaksen men skallmodellen gir en lokal verdi på hele 0.31 mrad ytterst på vingen. Dette forteller i tråd med teori at bjelkemodellen ikke er i stand til å distribuere deformasjoner og variable rotasjoner i tverretning slik som skallmodellen. Skallmodellen og dens tilhørende tverrstivhet gir som konsekvens av påsatt lasttog en gradvis økning av rotasjon jo nærmere vingekanten en kommer. Senterlinjen på skallmodellen har temmelig like verdier som bjelkemodellen. Trauet i skallmodellen gir tilsynelatende like rotasjonsverdier som bjelkemodellen.



Figur 7-28 Nodal rotasjon om global y-akse presentert ved iso-linjer, skallmodell, LC-5



Figur 7-29 Nodal rotasjon om global y-akse, bjelkemodell, LC-5

Figur 7-30 viser en animasjon fra grensesnittet SSD. Denne funksjonen er nyttig for visualisering av konstruksjonsatferd ved lasttilfeller. Figuren viser deformasjonen av bjelkemodellen i LC-5. Kun lengdeaksen roteres og deformeres. De tverrgående stripene som illustrerer geometrien holdes konstante og følger lengdeaksen. Figur 7-31 viser forskyvninger i elementnodene for z-retning. Maksimal forskyvning er 0.73 mm omtrent i snitt A-A.



Figur 7-30 Skjermdump fra grensesnittet SSD, visualisering for LC-5, bjelkemodell



Figur 7-31 Nodale forskyvninger i global z-retning, bjelkemodell, I/b=2.2, LC-5 [mm]



Figur 7-32 viser animasjon av konstruksjonsatferd i LC-5 for skallmodellen. Til forskjell fra bjelkemodellen deformeres og roteres modellen ikke bare i lengderetning men også i tverretning.

Figur 7-32 Skjermdump fra grensesnittet SSD, visualisering for LC-5, skallmodell

Figur 7-33 gir forskyvningsverdier i elementnoder i skalloverflaten. På grunn av den elastiske deformasjonen i tverretning oppnår denne modellen en forskyvning på hele 1.4 mm i z-retning.



Figur 7-33 LC-5, Nodale forskyvninger i global z-retning, skallmodell, I/b=2.2, LC-5 [mm]

- 7.2.6 Oppsummering sammenligning av krefter
 - EC-2 5.3.1 (5) definerer at toveisplate er når l/b <2.0. Det kan se ut som en tendens til større avvik mellom modellene når l/b =1.1. Dette gjelder alle lasttilfeller.
 - LC-1 og LC-2 er symmetriske lasttilfeller og disse gir ikke betydelige forskjeller i resultater for hovedmomenter.
 - LC-3 gir relativt store forskjeller i hovedmoment for alle modeller og kontrollsnitt. Her er bjelkeverdiene konservative og gir generelt mye høyere verdi enn skall.
 - LC-4 og LC-5 er lasttilfeller som gir torsjonsmomenter. LC-4 gir ikke betydelige forskjeller i resultat mellom de to modellene og konservativt gir bjelkemodellen større verdier for de fleste snitt i modellene. Unntaket er modell I/b=1.1, snitt B-B. Her gir skallmodellen 5.3 % høyere verdi enn bjelkemodellen.
 - LC-5 gir betraktelige forskjeller i resultater for alle modeller og kontrollsnitt. Bjelkemodellene gir i de fleste sammenligningstilfeller høyere verdier for bjelke enn skall. Unntaket er for modell l/b=1.1, snitt A-A og l/b=2.2, snitt B-B. Her gir skallmodellen høyest verdier med henholdsvis 10.1% og 3.9% forskjell. Generelt sett viser sammenstillingen av momentene for l/b=1.1 og l/b= 3.0 at verdiene skifter langs lengdeaksen. Se Figur 7-21 og Figur 7-23.
 - For alle sidespenn (snitt A-A) og hovedspenn (snitt B-B) i modeller med I/b=2.2 og I/b=3.0 gir bjelkemodellene utelukkende høyere verdier.

7.3 Sammenligning av armeringsbehov og relativ variasjon.



7.3.1 Lasttilfelle 1 (LC-1).

l/b 1,1 1,5 2,2 3,0 B-B (Asl,topp) 11,2 % -3,7 % 5,3 % -15,7 % A-A (Asl,bunn) 28,8% 21,9% 12,7% -8,6 % C-C (Asl,bunn) 5,4 % 1,8 % 11,1 % -0,4 %

Figur 7-34 Relativ armeringsforskjell LC-1.

Skallmodellen beregner større armeringsmengder i alle snitt enn bjelkemodellen i tilfelle l/b=1.1. Dette stemmer også med kap. 7.2.1 hvor kreftene er større for skallmodellen. Det er stort avvik ved snitt A-A med nesten 30 % høyere armeringsareal enn for bjelke. Ved å studere Figur 6-54 og Figur 6-55 som gir armeringsresultater for henholdsvis bjelke og skall fremkommer det ulik distribusjon over sidespennet. Det fremkommer at behovet i skallmodellen «flyter» utover et større område og dermed også en høyere verdi i snitt A-A. Videre vises det at bjelkemodellen har høye verdier nærmere lageraksen (snitt S-S). Tverreffekten i sidespennet grunnet to opplagringspunkt ved lagerakse og lavt l/b-forhold er med på å forskyve skallarmeringsbehovet i lengderetning utover mot støtte. For snitt A-A minker den relative forskjellen mellom bjelke- og skallmodell etter hvert som l/bforholdet øker. Når l/b=3.0 er armeringsbehovet for bjelke større enn for skallmodellen. Dette er i tråd med oppfatningen om bjelke- og plateoppførsel. For snitt B-B og C-C er det noe varierende forskjeller når l/b øker og dermed vanskelig å si noe om tendensen. Muligens ved å plotte den relative variasjonen langs lengdeaksen for de ulike modellene ville det ha vært lokale forskjeller hvor kurven skifter. Plott av variasjonene for armeringsbehov for tilfellene burde vært gjort for hele lengdeaksen og ikke kun utvalgte snitt. På grunn av tidsbegrensning i rapporten er dette utelatt.

7.3.2 Lasttilfelle 2 (LC-2).



10,1 %

C–C (Asl,bunn) 17,0 % Figur 7-35 Relativ armeringsforskjell LC-2.

De to snittene i LC-2 gir to kurver med lignende fasong. Snitt B-B forteller at bjelkemodellen gir høyeste verdier, ekstremalverdier er på grunn av forskjellen i punkt og overflatelast ofte høyest for bjelke. I tillegg dimensjonerer skallmodellen for krefter i tverretning. Bjelkemodellen har ikke denne egenskapen og dimensjonerer alt i lengderetningen. Dette indikerer derfor høyere armeringsmengder for bjelkemodellen, i tråd med resultatene. Dette gir en konsekvens for armeringsbehovet i felt som på grunn av omfordeling «løftes» opp. Motsatt blir det for skallmodellen hvor det fremkommer mindre behov over støtten. Grunnen er at bøyning også blir tatt opp i tverretningen. For feltet i skallmodellen blir det meste av kreftene overført i lengderetningen. Siden behovet i lengderetning over støtte er relativt mindre enn for bjelke må skallmodellen kompensere for feltarmeringen. Dette fremkommer også tydelig på resultatene.

15,3 %

7,3 %

Når I/b=3.0 og typisk bjelkebru er forskjellen i snitt B-B på over 20 %. For midtspennet, snitt C-C gir skallmodellen høyere behov. For modellen som med I/b=1.1 er forskjellen på 17 %. For referansemodellen er forskjellen rundt 15 %. Ved å studere Figur 6-62 og Figur 6-63 for I/b=1.1 fremkommer det forskjeller i armeringsbehov på sidespenn. Bjelkemodellen legger inn lengdearmering i bunn på 1.44 cm^2 i sidespenn. Skallmodellen legger ikke inn bunnarmering i sidespenn. I tillegg viser snitt (B-B) at armering over støtten er høyere enn for skallmodellen. Dette viser omfordeling av krefter for de to modellene og derav mindre behov for lengdearmering i bjelkefeltet.





I/b	1,1	1,5	2,2	3,0
B-B (Asl,bunn,x2)	5,3 %	3,6 %	-5,8 %	-29,1 %
B-B (Asl,bunn,x1)	24,9 %	-8,4 %	-4,4 %	-14,2 %
C-C (Asl,bunn)	16,1 %	6,7 %	28,0 %	24,8 %
	6 11 11 1 0 0			

Figur 7-36 Relativ armeringsforskjell LC-3

Det er valgt å sammenligne to snitt ved støtte (B-B). Det første snittet er tatt ved oppleggskanten til søylen og det andre snittet en meter fra oppleggskanten. Dette valget er gjort for å belyse endringen i den relative forskjellen mellom bjelke- og skallmodell når en nærmer seg søylesenter. Ved å studere resultatene for LC-3 i 6.3.1.3 vises det at bjelkemodellen legger inn noe behov i topplaget. Skallmodellen legger ikke inn armering i lengderetning topp, se Figur 6-67. Dette impliserer at en påfølgende omfordeling foregår. Det viser seg også at skallmodellen kalkulerer høyere verdier for l/b=1.1. Eksempelvis 25% større behov i lengdearmering bunn, 1 m før søylespissen. Ved å studere momentdiagrammet i Figur 6-65 og Figur 6-66 vises det at at momentene er positive. Dette medfører strekk i underkant av konstruksjonen og derav behov for lengdearmering i bunn. Denne oppførselen virker fornuftig siden den valgte temperaturgradienten gir utvidelse på toppen av bruplata og derav kontraksjonsspenninger. Bjelkemodellen gir omtrent 20% høyere momentverdi i snitt B-B enn skallmodellen. Likevel kalkulerer skallmodellen mer armering enn bjelken i tilfelle l/b=1.1 og for alle snitt (C-C). Studier av skallkrefter og isolinjer av armering for skallmodellen synliggjør tverreffekter og fastholdingskrefter i tverretningen ved lagerakse. Siden bredden er forholdsvis høy for modell l/b=1.1 og temperaturlaster er proporsjonale med avstander genereres det relativt store krefter i «tverrskallet». Disse kreftene må tas opp et sted og tilsynelatende tas disse opp av lengdearmeringen i bunn. Dette kunne vært sjekket ut nærmere ved å dele opp analysen for jevn temperaturandel og lineært varierende andel. Videre kunne manuelle bjelkeberegninger vært gjort i tverretning for å sjekke de residuale spenningene. Disse spenningene kunne igjen vært sammenlignet med skallspenningene i modellen. Modellene med I/b= 3.0 gir høyest armeringsbehov for bjelkemodellen i snitt B-B. For snitt C-C gir skallmodellen betydelig høyere behov i lengdearmering for felt. Ved å betrakte bjelkemodellen og dens armering i topplag kan det antas at strekkreftene som oppstår i midtfelt reduseres i forhold til skallmodellen som ikke har armering i topplaget over søyle. Dette kan indikere at redistribusjon av krefter i felt og søyle er ulik for de to modellene.





l/b	1,1	1,5	2,2	3,0			
B-B (Asl,topp)	-75,7 %	-80,3 %	-42,1 %	-48,8 %			
C-C (Asl,bunn)	24,7 %	4,7 %	13,9 %	-6,1 %			

Figur 7-37 Relativ armeringsforskjell LC-4.

Bjelkemodellene gir høyere verdi for alle l/b-forhold i snitt B-B. Forskjellen minker noe etter hvert som l/b øker. For snitt C-C er det motsatt, her gir skallmodellene de høyeste verdiene for alle l/bforhold bortsett fra den siste. Ved å studere resultatene i kapittel 6 fremkommer det også her at bjelkemodellen har høyere armeringsmengder i topplaget enn skallmodellen for sidespennet mot støtten. Det antas også her at den økte stivheten over støtten bidrar til å «løfte» opp feltet i bjelkemodellen og derav lavere behov. Ved l/b=3.0 er det bjelkemodellen som gir den høyeste verdien. Tilsynelatende er avvikene størst for l/b=1.1.

7.3.5 Lasttilfelle 5 (LC-5).



-83,3 %

-330,0 %

-49,0 %

-118,5 %

-52,5 %

-401,6 %

Fim	20 0 -1-	At	a utila au af	a wali ta ll	ICE
Figur 7-	·38 кеіа	tiv arm	eringst	orskjeli	LC-5.

-79,8 %

-163,0 %

C-C (Asl,topp)

C-C (Asl,bunn)

Figur 7-38 viser utviklingen for snitt A-A og snitt C-C. Det gir liten mening i å sammenligne bjelke- og skallverdier siden forskjellene er svært store. Kapittel 7.2.5.1 og 7.2.5.2 diskuterer responsen for LC-5. Lasttoget plassert på kanten skaper strekk i tverretningen i toppen av bruplata i sidespennet. Bjelkemodellen kan bare armere for disse tverrkreftene i lengderetningen og dermed blir behovet meget høyt. Når modellen presses ned i sidespenn presses den litt opp i midtspenn men søylen holder igjen og dette skaper strekk i tverretning i bunnen av dette spennet. Animatorfunksjonen i SSD vises i Figur 7-32. Denne funksjonen er nyttig når strekk og trykk skal undersøkes. Ved å snu og vende på figuren og sjekke fargene kan en se hvor strekk oppstår. Fargespekteret er også gradert slik at trykk- og strekkspenninger kan leses av. Bjelkemodellen armerer for disse kreftene kun i lengderetning og derfor blir det også her store avvik i forhold til skallmodellen. Ved å studere Tabell 6-26 oppdages det at skallmodellen armerer betydelig i tverretning. Armeringsforholdet for skallmodeller gitt i vedlegg D.1.1.5 viser at tverrarmeringen er mange ganger høyere enn lengdearmering. Figur D-5 er gitt nedenfor. Snitt ((A-A), Asl,topp) utvikler seg etter hvert som l/bforholdet øker fra omtrent 6 til 15 ganger så mye tverrarmering som lengdearmering. Dette kan indikere at plateeffekten blir mindre og mindre og modellen må legge inn mer og mer armering i tverretning for å ta opp kreftene som mer og mer dras i lengderetning.



Figur 7-39 Armeringsforhold Ast/Asl, LC-5 – Skallmodeller

7.3.6 Oppsummering sammenligning av armeringsbehov, årsaker til avvik og feilkilder

- Det antas at de store forskjellene i armeringsmengder for LC-5 skyldes relativt store forskjeller i krefter for de to modellene. Videre antas det at tverrarmering kalkulert i skallmodellen tar opp en del av strekkreftene i lengderetningen. Dette fører til mindre behov i lengderetning for skallmodellen og da spesielt for LC-4 og LC-5.
- Omfordeling av krefter grunnet forskjeller i topp- og bunnarmering for bjelke- og skallmodell. Dette fører til at kreftene blir tatt opp på ulike steder i de to modellene og derav ulike armeringsbehov.
- Generelt sett virker det som om skallmodellen gir høyere behov enn bjelkemodellen når l/b=1.1. Når l/b=3.0 kan det se ut som det er motsatt tendens og bjelkeverdiene er størst. Det kan se ut som dette samsvarer med definisjonen i ECK2, som impliserer plateoppførsel når l/b<2.0.
- Lasttilfellene som er valgt i rapporten er teoretiske og ikke alle representerer virkeligheten. LC-1 er for kun egenlast, LC-2 – LC-5 er enkelte utvalgte karakteristiske laster uten egenlast.
- Skallmodellen dimensjonerer som nevnt i kapittel 7.3.2 for krefter i tverretning over søyle. Bjelkemodellen dimensjonerer kun i lengderetningen. Dette gir større armeringsmengder for bjelkemodellene. Armeringsbehovet i felt blir deretter påvirket siden dette «løftes» opp med påfølgende lavere strekkraft og lavere behov. Skallmodellen gir mindre behov enn bjelkemodellen over støtten. Grunnen er at bøyning her også blir tatt opp i tverretningen. For feltet i skallmodellen blir det meste av kreftene overført i lengderetningen. Siden behovet i lengderetning over støtte er relativt mindre enn for bjelke må skallmodellen kompensere for feltarmeringen.

7.3.7 Armeringsforhold for skallmodellene.

Vedlegg D gir en fullstendig oversikt over forholdet mellom tverr- og lengdearmering for alle 20 skallmodeller. Dette ble plottet fordi rapporten vil undersøke kravet om fordelingsarmering i enveisplater, EC-2-9.3.1.1.(2). Denne regelen tilsier at det skal legges en fordelingsarmering i tverretning på minst 20% for enveisplater. Altså for modellene med I/b=2.2 og 3.0, siden EC-2 definerer enveisplater til å ha et lengde-breddeforhold større enn 2. Tabellen nedenfor presenterer data for LC-1 til LC-3.

Last	LC-1		LC-2		LC-3			
Cnitt	(B-B)	(A-A)	(C-C)	(B-B)	(С-С)	(B-B)	(B-B)	(C-C)
Shitt	Asl,topp	Asl,bunn	Asl,bunn	Asl,topp	Asl,bunn	Asl,bunn,x2	Asl,bunn,x1	Asl,bunn
l/b=2.2	34,1 %	32,1 %	35,7 %	30,9 %	36,7 %	27,1 %	27,4 %	21,1 %
l/b=3.0	18,9 %	40,5 %	41,2 %	17,1 %	40,5 %	33,5 %	33,9 %	21,8 %

Tabell 7-3 Tabell for armeringsforhold Ast/Asl, LC-1, LC-2, LC-3.

Det er valgt å se på LC-1, LC-2 og LC-3, siden disse tilfellene gir hovedsakelig bøyning om global yakse, altså hovedmomenter. Det viser seg at behovet i tverretningen for skallmodellene er betraktelig større enn 20%. Kun i to av de 16 tilfellene er verdien under 20%. Dette burde implisere at skalldesign gir høyere minimumsverdi enn for kravet i EC-2. Altså gir skalldesign konservative resultater i forhold til dette kravet i eurokoden.

8 Oppsummering, drøfting og konklusjon

8.1 Drøfting

Bjelkemodellen er en forenklet utgave av 3D-modellen og den ivaretar kun to dimensjoner. Skallmodellen håndterer alle tre dimensjoner og gir kanskje et mer realistisk bilde av virkelig konstruksjonsatferd. Sannsynligvis ligger den reelle oppførselen et sted midt imellom skall- og bjelkemodell. Tverrsnittet vil rotere og deformere i forhold til de forutsetningene som blir gitt. Derfor gjelder det å finne de forutsetningene som beskriver virkeligheten.

Ved søylene overføres kreftene i tverretning så vel som lengderetning. Skallmodellen tar høyde for dette og med sine overflateelement kalkulerer den tverrmomentdistribusjonen i tverretning, noe ikke bjelkemodellen er i stand til. Dersom søyleopplegget kunne blitt modellert som en skive over hele bredden på tverrsnittet i akse 3 og 4 ville kreftene blitt overført i lengderetningen. Skallmodellen ville da oppført seg mer som en bjelkemodell, og blant annet ikke gitt tverrmomenter ved søyleopplegg. I sidefelt og hovedfelt gir plateeffekten økt stivhet grunnet tverrkontraksjoner. Dette gjenspeiles ved at ekstremalverdier for feltmomenter i bjelke er generelt høyere enn for skall.

Videre har skallmodellen fordeler ved at den er i stand til å modellere laster som jevnt fordelte overflatelaster. Bjelkemodellen modelleres med linjelaster og/eller punktlaster. Punktlastene gir store utslag i momentdistribusjoner med blant annet høye spisser over støtter. I tillegg tas tverreffekter opp som hovedmomenter og torsjonsmomenter. Dette synliggjøres spesielt godt for lengdearmering i LC-5. Her gir sammenligningen forskjeller i areal er på flere 1000%. Dette er de fundamentale egenskapsforskjellene i lengde- og tverretning for de to teoriene. Skallmodellen velger å armere i tverretning noe bjelkemodellen ikke er i stand til.

Validitetsgraden antas å være høyere ved sammenligning av krefter enn ved armering. Den innebygde kuttfunksjonen i Sofistik omgjør skallkrefter til bjelkekrefter. Ved kalkulering av armeringsarealer er det stort potensiale for avvik ved at det defineres ortogonale snittlengder for kalkulasjon av arealer. Armeringsresultatene presentert ved hjelp av isokurver viser en intensitet som varierer betydelig langs snittlengdene. Skallteorien beregner verdier elementvis og resultatene presenteres som vektorer, isolinjer, rutenettverdier eller isoarealer. Disse verdiene er enten gitt som nodeverdier eller som elementverdier. Numeriske verdier kalkulert ved hjelp av Gauss-integrasjon basert på resultanter fra elementer rundt søyler og landkar kan ha stor grad av gradientvariasjon. Dette medfører kompleks distribusjon og høy grad av usikkerhet.

Design av skallelementer i BEMESS hvor det oppstår strekkrefter lokalt i elementene kan føre til behov for armering på steder hvor bjelkemodellen AQB ikke får det. I tillegg er forutsetningene og teorien for de to modellene forskjellige (j.f kap. 3.4), dette gjør det vanskelig å sammenligne resultatene men rapporten gjør et forsøk.

Ulike randbetingelser ved landkar for de to modellene medfører at kreftene distribueres ulikt. Bjelkemodellen overfører alle kreftene via et nodepunkt, derimot skallmodellen overfører kreftene fra brubjelken via noder på hver side av senteraksen x.

Det viser seg på slutten av rapporten at forutsetningene kunne vært bedre. Resultatene kunne hatt større verdi ved større grad av verifisering. I Kapittel 5.6.5 sjekkes referansemodellen for konvergens i tilfellet LC-1. Konvergenstesten gir tilstrekkelig optimaliserte resultater for LC-1.Dette er ikke tilfelle for LC-3 og LC-5.

Det burde vært satt opp fullstendige modeller med lastkombinasjoner. Påfølgende undersøkelse av ULS- og SLS-design for alle I/b-forhold burde gitt en praktisk innsikt. Totalarmeringsareal, torsjonsarmering, lengdearmering, tverrarmering og skjærarmering kunne vært tabulert og relative forskjeller kunne vært sammenlignet.

8.2 Konklusjon

«Virkeligheten» ligger nok et sted mellom skall-og bjelketeori. Det kan konkluderes med at skall- og bjelketeori gir ulike resultater gitt forutsetningene i rapporten. Dette gjenspeiles godt i resultatene hvor effekter i tverretning ikke blir fanget opp i bjelkemodellen. Bjelkemodellen gir på grunn av sin enkelthet konservative resultater og den er enklere å forstå enn skallmodellen. Bjelkemodellen skaper tilleggsarbeider ved prosjektering siden en må beregne tverreffekter manuelt men den er sikrere og lettere å verifisere. Skallmodellen gir utfyllende resultater i både lengderetning og tverretning grunnet et større antall frihetsgrader. Det er derimot krevende å verifisere skallmodellen og det kreves erfaring og forståelse å lese resultater. Skallmodellene i Sofistik kalkulerer betraktelig mer enn 20% tverrarmering for enveisplater, noe som er verdt å merke seg i forhold til valg av modell og økonomiperspektiv. Dette må sees i sammenheng med total armeringsmengde i snittene, gitt at bjelkemodellene kalkulerer en relativt høyere andel lengdearmering enn skallmodellen er det ikke sikkert at mer enn 20% tverrarmering gir større totalareal.

De største forskjellene i designresultat oppstår for LC-4 og LC-5. Disse tilfellene er nærmest usammenlignbare for lengdearmering. Grunnen er sammensatt men forskjell på teori og at bjelkemodellene er satt opp uten innlagt torsjonsarmering er nok noe av forklaringen.

Valg av analysemodell bør sees oppimot kontroll av forutsetningene og resultatene:

Bjelkemodell bør velges i tilfeller hvor lengde-bredde forholdet er over 2. Tverreffekter i bjelkemodellen for eksempel rundt søyleinnspenninger og lager kontrolleres ved egne lokale analyser. Ved å velge bjelkemodell er det lettere å oppdage feil, enklere verifikasjon, optimalt regelverk og lett å presentere.

Skallmodell bør brukes i tilfeller hvor lengde-bredde forholdet er mindre enn 2. Resultatene viser at avvikene er størst for modellen med l/b=1.1. Såfremt bruingeniøren har kompetanse og erfaring til å verifisere, presentere, tolke plott og hente ut riktige armeringsmengder gir skallmodellen alle resultater som trengs i en analyse.

Verifikasjoner av referansemodellen i Sofistik gav gode resultater. Manuelle beregninger av tverrsnittsparametere, Hardy-Crossberegninger og kontroll av armeringprosedyrer gav gode tilnærminger til resultatene fra Sofistik.

8.3 Forslag til videre arbeid

- Sette opp modeller med lastkombinasjoner og innlagt torsjonsarmering i bjelkemodellen. Dermed kunne designrealistiske tilfeller blitt undersøkt og sammenlignet.
- Sammenligne omhyllingskurver for lasttog og studere relative avvik for modeller.
- Forenkle brutverrsnittet til en rektangulær plate opplagt på skiver i alle akser.
- Kjøre sammenligning på de forenklede modellene med ulike grensebetingelser og studere forskjell i respons (rotasjoner, forskyvninger og krefter).
- Utarbeide prosedyrer på valg av modell basert på grensebetingelser, laster og geometri.
- Optimalisere skallmodellene ytterligere og programmere inn flere skjæringspunkter for «sircut-funksjonen»
- Endre grensebetingelser ved landkarakse ved å innføre et linjeelement som tverrbjelke (betongledd) for begge modeller. Vil dette endre distribusjonen av krefter og armering for skall- og bjelkemodell?
- Legge inn fjærsystemer i søyle og lager og undersøke relative forskjeller i resultater etterpå.
- Teste andre typer elementer for de samme modellene. Triangulære eller kun rektangulære elementer (programmeres i tekstfil Teddy).
- Plotte relative variasjoner for armering og krefter langs lengdeaksen for alle sammenligningstilfeller slik at helhetsbildet kan studeres. Plotte totale armeringsbehov og sette opp kostnadssammenligning for skall- og bjelkearmering.
- Lage en prosedyre ved hjelp av et regneark. Bruke denne for å kalkulere tverrarmering til bjelkemodellene. Plotte disse verdiene opp imot verdier gitt for skallmodeller i Sofistik langs brubanen.

9 Bibliografi

- [1] NS-EN 1992-1-1:2004+NA:2008: Eurokode 2: , Prosjektering av betongkonstruksjoner, Del 1-1:Almenne regler for bygninger.
- [2] Statens Vegvesen, Bruprosjektering, Håndbok N400, 2015.
- [3] www.profinova.no, «NMH-Dimensjonering av betongtverrsnitt».
- [4] M. P. W. Cook, «Consepts and applications of Finite Element Analysis, 4.th Edition,» 2002.
- [5] NS-EN 1991-1-1:2002+NA:2008:Eurokode 1, Laster på konstruksjoner, Del 1-1: Almenne laster,tetthet,egenvekt, nyttelast i bygninger.
- [6] NS-EN 1990:2002/A1:2005+NA:2016, Endringsblad A1.
- [7] NS-EN 1991-1-5:2003+NA:2008: Eurokode 1: , Laster på konstruksjoner, Del 1-5:Almenne laster , Termisk påvirkning.
- [8] NS-EN 1991-2:2003+NA:2010: Eurokode 1: , Laster på konstruksjoner, Del 2: Trafikklast på bruer.
- [9] NS-EN 1992-2:2005+NA:2010: Eurokode 2: , Prosjektering av betongkonstruksjoner, Del 2: Bruer.
- [10] NS-EN 1990:2002+NA:2008: Eurokode, Grunnlag for prosjektering av konstruksjoner.
- [11] P. K. Larsen, «Konstruksjonsteknikk, Laster og bæresystemer, 2 utg.,» 2008.
- [12] Sofistik, «Brukermanual og dokumentasjon.».
- [13] B. G. o. J. E. Lyngstad, «Dimensjonering av Sandved Bru Sør,» 2016.
- [14] A. Haque, «Introduction to Timoshenko Beam Theory,» 2016.
- [15] «Euler-Bernouilli Beam Theory».
- [16] E. Hanbly, «Bridge Deck Behaviour, 2.nd Edition,» 1991.
- [17] R. Hibbler, «Mechanics of materials, 7.th Edition,» Prentice Hall, 2008.
- [18] J. Blaauwendraad, «Plates & Fem, Surprises and Pitfalls,» Springer, 2010.
- [19] I. A. MacLeod, «Modern Structural Analysis,» Thomas Telford, 2008.
- [20] Fib, «Practioners guide to finite elemnet modelling of reinforced concrete structures,» 2008.
- [21] S. Øverli, «TKT 4222, Concrete Structures 3».

- [22] H. Blaauwendraad, «Structural Shell Analysis, Understanding and applications,» Springer, 2014.
- [23] R. Fenner, Engineering Elasticity, Application of Numerical and Analytical Techniques, John Wiley & Sons, 1986.
- [24] W. &. Taylor, Sofistik Dokumentasjon.
- [25] Baumann, Der Bauingenieur 47, Tyskland, 1972.
- [26] G. Rombach, «Finite Element Design of Concrete Structures, practical problems and their solutions, 2.nd Edition,» Thomas Telford, 2011.
- [27] S. Sørensen, «Betongkonstruksjoner, Beregning og dimensjonering etter Eurocode 2, 2. utg,» 2013.
- [28] b. Statens Vegvesen, «Standard Beregningsdokument».
- [29] James K. Wight, «Reinforced Concrete, Mechanichs and design, Global Edition, 7.th Edition,» 2016.
- [30] Statens Vegvesen, Håndbok 185, 2011.
- [31] C. H. a. D. Smith, «Designers guide to Eurocode 2:Part 2: Concrete Bridges,» 2017.
- [32] R. J. S. Arthur P. Boresi, «Advanced Mechanics of materials, 6.th Edition,» 2016.
- [33] E. Adams, «Calculus, 8.th Edition,» Pearson, 2013.

Innhold

Vedlegg A	
Tegnings	grunnlag Soma Øst 2
A.1.1	Side og terrengprofil2
A.1.2	Plantegning
A.1.3	Tverrsnitt B-B 4
A.1.4	Bemerkninger tegning A.1.1 – A.1.3
Vedlegg B	
B.1.1	Prosessplan6
Vedlegg C	
C.1.1	Materialdata:
C.1.2	Karakteristiske lasttilfeller benyttet i rapporten 10
Vedlegg D	
Resultate	er
D.1.1	Armeringsforhold for skallmodeller
D.1.2	Lastresultanter skall- og bjelkemodell for LC-4 20
Vedlegg E	
Håndber	egninger
E.1.1	Hardy Cross
E.1.2	Rissede tverrsnitt og Hardy Cross-beregninger egenlast
E.1.3	Geometri og tverrsnittskonstanter
E.1.4	Geometri og tverrsnittskonstanter fra «Sofistik»
E.1.5	Konvergenstest
E.1.6	Tøyningskompabilitet og kapasitet
E.1.7	Sandwich-metode
Vedlegg F	
Fasthets	klasser for betong

Vedlegg A

Tegningsgrunnlag Soma Øst

A.1.1 Side og terrengprofil







A.1.4 Bemerkninger tegning A.1.1 – A.1.3

BEMERKNINGER

Vegtype: Gang og sykkelveg Veg 75000: Gang- og sykkelveg Brutype: Plasstøpt slakkarmert platebru Årstall for ferdigstillelse: 2019

Prosjekteringsregler

Håndbok N400: Bruprosjektering. 2015.

Betong/Armering

Betongkvalitet:	Landkar, bruplate, søyler, og overgangsplater B45 SV-Standard Kantdrager B35 SV-Lavvarme
Bestandighetsklasse:	MF40
Nøvaktighetsklasse:	A for kantdrager og B for resten
Luftinnhold:	4,5 ± 1,5%
Tilslagsstørrelse:	D100 = 22 mm
Utførelsesklasse:	3, NS-EN 13670
Slakkarmering:	B500NC, NS3576-3

Fundamentering Akse 1, 2, 3 og 4 på løsmasser

Belegning

Belegningsklasse A3-4 iht. håndbok R762 Belegningslag og fuktisolering med PmB-baserte materialer Dimensionert for slitelagsvekt 2 kN/m2

Fuger/Lager Lager i akse 1 og akse 4

Dimensjonerende setninger

Akse 1 og 4: 11000 mm Akse 2 og 3: 16000 mm

IDV-plan

Brua skal inspiseres og følges opp iht. håndbok R411 "Forvaltning, drift og vedlikehold av bruer". Se forøvrig tegning K011.

Stikningsdata: jfr. 3D-modell

FORELØPIG - 19.12.2017

Revisjon Revisjon	en gjelder			Utarb.	Kontr.	Godkjent	Rev. dato	
				Arkivref.				
200				Tegningsdato 19.12.2017			017	
				Bestiller	Bestiller Kari Smådal		ådal Tur	
Statens vegvesen				Produsert	Produsert for Region vest			
Sykkelstamvegen Nord Jæren					Produsert av			
Delstrekning \$	Smeaheia-Oals	gaten		EDR Medeso				
11-2589	Soma (ist		Prosjektnummer 306114				
				Prosjektfasenummer				
Oversiktstegning			Arkivreferanse 11E0039E		B_116			
				Målestokk A1 - format Som vist		st 🛛		
Konkurransegrunnlag			Koordinats	system	UTM32-N	NN2000		
Utarbeidet av	Kontrollert av	Godkjent av	Konsulentarkiv	Tegningsn		00 0	Rev.	
MIGA	PKV	STIPER		04-ł	(25)	88-0	10	

Vedlegg B

B.1.1 Prosessplan



Produksjonsplanen for rapporten er følgende:

- Prosjekteringsgrunnlag referansemodell
 - Regelverk
 - o Beskrivelse
 - o Geometri
 - o Materialer
 - o Laster
 - Konstruksjonsanalyse
- Bjelke og plate modell i «Sofistik»
 - o Input
 - Prosedyre
- Validering og kontroll av modeller ved håndberegninger
 - Håndberegninger
 - Antagelser og forutsetninger
 - Sensitivitetsanalyse
- Armeringsdesign av relevante kontrollsnitt i brua
 - o Armeringsmengder fra «Sofistik»
 - \circ Prosedyre
 - Kalkulasjon og kontroll
- Resultatsammenligning
 - o Tabulerte resultater
 - Diskusjon av forskjeller
- Delkonklusjon
- Sammenligninger av delkonklusjoner og generalisering

Vedlegg C

C.1.1 Materialdata	a:
SOFiSTiK: Section Prope	erties 🗾
General Analytical Para	ameters Additional Properties Reinforcement Layers Stages Variables
Number:	1
Name:	Brubjelke
Material:	1 C 45/55 N (EN 1992)
Reinforcement material:	2 B 500 C (EN 1992) ▼ 🖼 🎦
Link reinforcement material:	: 2 B 500 C (EN 1992)
Beam type:	Excentric beam (reference axis) 🔻
Direction of positive y axis:	one to the left one to the right
	OK Cancel Help

🧼 SOFiSTiK: Design Code Ma	iterial		_				X
NS EuroNorm EN 1992-1-1:2004	4 (NA:2008) Beto	ngkonstruksjor	ner (NO)				
Number: 1 Title:	C 45/55 N (EN 1	1992)					
Type: (EN 1992) Standard Cor	ncrete 🔻	Classification:	45	 Kind of Cement: 	normal hardening	•	
Properties Strength	Bedding						
General properties				Advanceds S			
Self weight:	v	25.0	[kN/m³]	Auvanceu>>			
Density:		2350	[ka/m³]				
		1.000-05	[1/k]				
		1.0002-004	D1/mm21				
Elasuc modulus:		3.6288+04	[N/mm-]				
Poisson ratio:	μ	0.200	 -]				
Shear modulus:	G	1.512e+04	[N/mm²]				
Compression modulus:	К	2.016e+04	[N/mm ²]				
Stress-Strain Curves	Property Set	s	Thermal Pro	perties	OK	Cancel Hel;	
SOFISTIK: Design Code Material						_	×
NS EuroNorm EN 1992-1-1:2004 (NA:200	9) Rotopokopstrukcior	oor (NO)				_	
Number: 2 Title: B 500 C	(EN 1992)						
Type: (EN 1992) Standard reinforcing St	eel 🔻 Classificatio	on: 500C 🔻	Max thickness	: 32 🔻 [mm]			
Properties Strength Bedding	1						
General properties		Adva	anced>>				
Self weight: Y	78.5	[kN/m³]					
Density: p	7850	[kg/m³]					
Temperature coeff.: a	1.200e-05	[1/K]					
Elastic modulus: E	2.000e+05	[N/mm²]					
Shear modulus: G	7.692e+04	[N/mm ²]					
Compression modulus: K	1.667e+05	[N/mm²]					
Compression modulus: K	1.667e+05	[N/mm ²]					
Compression modulus: K	1.667e+05	[N/mm ²]					
Stress-Strain Curves	1.667e+05	[N/mm ²]					

C.1.2 Karakteristiske lasttilfeller benyttet i rapporten

Dette delkapittelet gir grafisk presentasjon av lastttilfellene benyttet i rapporten sammen med tilhørende dokumentasjon fra Sofistik sin rapportmodul.



C.1.2.1 Lasttilfelle 1: Egenlast





Figur C-2 Lasttilfelle 1, Egenlast, skallmodell

C.1.2.2 Lasttilfelle 2: Jevnt fordelt last midtspenn



Figur C-3 Lasttilfelle 502: UDL -3, bjelkemodell



Figur C-4 Lasttilfelle 502: UDL -2, skallmodell

Load Ca	se 502	UDL -	3							
Factor forces and moments				1.000						
Factor (dead weigh	t	DL-XX	0.000						
Factor (dead weigh	t	DL-YY	0.000						
Factor (dead weigh	t	DL - ZZ	0.000						
effective construction stage				998	to	998				
Loads										
Kind	Reference	to P	rojection	Coordina	tes			Туре	Loadvalue	
			W[m]	X[m]		Y[m]	Z[m]			
Area								PG	5.00	[kN/m2]
	LAR	3				act	tivated		100.00	percent
Area								PG	5.00	[kN/m2]
	LAR	4				ac	tivated		100.00	percent

Figur C-5 Delarealer av brubjelke, plassering av lasttilfelle 502, bru l/b = 3.0, bjelkemodell.

C.1.2.3 Lasttilfelle 3: Temperaturlast



*Figur C-6 Lasttilfelle 91 T, summer posdt. TN+wm*dt, bjelkemodell*


Figur C-7 Lasttilfelle 91 T, summer posdt. TN+wm*dt, skallmodell

Load Case	91 (T)) T Suri	mer posdt	TN+wm*dT			
Factor force	s and momen	nts	1.000	9			
Factor dead	weight	DL - XX	0.000	9			
Factor dead	weight	DL - YY	0.000	0			
Factor dead	weight	DL - ZZ	0.000	9			
unfavourable	safety fac	tor	1.200	9			
favourable s	afety facto	Dr	0.00	0			
Combination	coefficient	tψ-0	0.70	0 (rare)			
Combination	coefficient	t ψ1,in	ifq 0.800	0 (non fr	equent)		
Combination	coefficient	tψ-1	0.60	0 (freque	nt)		
Combination	coefficient	tψ-2	0.50	0 (perman	ent)		
Loads acting	on Beam el	lements	;				
Number Type	a[m]	1[m]	Loadval	Loadval	Unit	ya[mm]	za
600001 dT	0.000	0.503	23.000		[°C]		

[mm] ye[mm] ze[mm] 600001 dTz 0.000 0.503 -7.875 [°C] 600002 0.000 0.503 23.000 dТ [°C] 600002 0.000 0.503 d⊤z -7.875 [°C] 600003 0.000 0.503 dТ 23.000 [°C] 600003 dTz 0.000 0.503 -7.875 [°C] 600004 dТ 0.000 0.503 23.000 [°C] 600004 dTz 0.000 0.503 -7.875 [°C] 600005 dT 0.000 0.503 23.000 [°C] 600005 dTz 0.000 0.503 -7.875 [°C] 600006 dT 0.000 0.503 23.000 [°C] 600006 dTz 0.000 0.503 -7.875 [°C] [°C] 600007 dT 0.000 0.503 23.000 [°C] 600007 dTz 0.000 0.503 -7.875

Figur C-8 Rapportutsnitt for noen utvalgte temperaturlaster, Lasttilfelle 91, bjelkemodell.

Lasttilfelle 4: Jevnt fordelt last ene halvdel. C.1.2.4



Figur C-9 Lasttilfelle 504: UDL-5, linjelast, bjelkemodell.



Figur C-10 Lasttilfelle 504: UDL-5, overflatelast, skallmodell

Figur C-11 Lasttilfelle 504: UDL-5, bjelkemodell.

Load Ca	se 50	4 UDL	- 5						
Factor	forces a	nd mor	nents	1.000					
Factor	dead wei	ght	DL-XX	0.000					
Factor	dead wei	ght	DL-YY	0.000					
Factor	dead wei	ght	DL - ZZ	0.000					
effective construction stage 998 to 998									
Loads									
Kind	Referen	ceto	Projection	Coordinates			Туре	Loadvalue	
			W[m]	X[m]	Y[m]	Z[m]			
Area							PG	5.00	[kN/m2]
	LAR	2			act	ivated		100.00	percent
Aces							PG	5.00	[kN/m2]
Area									
Area	LAR	4			act	ivated	. –	100.00	percent
Area	LAR	4			act	ivated	PG	100.00 5.00	percent [kN/m2]
Area	LAR	4 6			act act	ivated: ivated	PG	100.00 5.00 100.00	percent [kN/m2] percent

Figur C-12 Delarealer av brubjelke, plassering av lasttilfelle 504, bru l/b = 3.0, bjelkemodell.

C.1.2.5 Lasttilfelle 5: Lasttog LM1.



Figur C-13 Lasttilfelle 309: TS Right(10) AX-1 Pos 10, punktlaster LM-1, bjelkemodell



Figur C-14 Lasttilfelle 309: TS Right(10) AX-1 Pos 10, overflatelaster LM-1, skallmodell

Load Ca	se 309	TS F	ligh	t(10) AX	_1 Pos10					
Factor ·	forces and	d mor	nent	s	1.000					
Factor	dead weigh	ıt		DL - XX	0.000					
Factor (dead weigh	ıt		DL - YY	0.000					
Factor	dead weigh	ıt		DL - ZZ	0.000					
effecti	ve constru	uctio	on s	tage	998 t	o 998				
Loads c	ompletely	сорі	ied	from loa	d case	54 TRAI	with fa	ctor	1.000	
Loads										
Kind	Reference	eto	Pro	jection	Coordinat	es		Туре	Loadvalue	
				W[m]	X[m]	Y[m]	Z[m]			
Point	User defi	ined			21.623	-2.000	0.000	PG	87.5	[kN]
	bgrpm	30	ZZ	0.000		a	ctivated		100.00	percent
Point					21.623	0.000	0.000	PG	87.5	[kN]
	bgrpm	30	ZZ	0.000		a	ctivated		100.00	percent
Point	User defi	ined			22.823	-2.000	0.000	PG	87.5	[kN]
	bgrpm	30	ZZ	0.000		a	ctivated		100.00	percent
Point					22.823	0.000	0.000	PG	87.5	[kN]
	bgrpm	30	ZZ	0.000		a	ctivated		100.00	percent

Figur C-15 Koordinater for plassering av lasttog for tilfelle 309, bru l/b = 3.0, bjelkemodell.

Vedlegg D

Resultater

D.1.1 Armeringsforhold for skallmodeller

D.1.1.1 LC-1



Figur D-1 Armeringsforhold Ast/Asl, LC-1 – Skallmodeller

D.1.1.2 LC-2



l/b	1,1	1,5	2,2	3,0
B-B (Asl,topp)	60,8 %	61,4 %	30,9 %	17,1 %
C-C (Asl,bunn)	32,1 %	37,5 %	36,7 %	40,5 %

Figur D-2 Armeringsforhold Ast/Asl, LC-2 – Skallmodeller

D.1.1.3 LC-3



l/b	1,1	1,5	2,2	3,0
B-B (Asl,bunn,x2)	27,5 %	20,7 %	27,1 %	33,5 %
B-B (Asl,bunn,x1)	31,5 %	29,7 %	27,4 %	33,9 %
C–C (Asl,bunn)	23,4 %	27,1 %	21,1 %	21,8 %

Figur D-3 Armeringsforhold Ast/Asl, LC-3 – Skallmodeller

D.1.1.4 LC-4



l/b	1,1	1,5	2,2	3,0
B-B (Asl,topp)	92,8 %	105,8 %	60,1 %	49,5 %
C-C (Asl,bunn)	34,8 %	44,3 %	37,5 %	50,3 %

Figur D-4 Armeringsforhold Ast/Asl, LC-4 – Skallmodeller

D.1.1.5 LC-5



l/b	1,1	1,5	2,2	3,0
A–A (Asl,topp)	657,4 %	831,5 %	1055,5 %	1471,4 %
A-A (Asl,bunn)	62,8 %	65,9 %	50,9 %	53,7 %
C-C (Asl,topp)	110,2 %	95,0 %	58,5 %	53,1 %
C-C (Asl,bunn)	226,3 %	232,8 %	133,8 %	84,7 %

Figur D-5 Armeringsforhold Ast/Asl, LC-5 – Skallmodeller

D.1.2 Lastresultanter skall- og bjelkemodell for LC-4



Figur D-6 Moment om global z-akse, bjelkemodell, LC-4, x-y, [kNm]



Figur D-7 Moment om global y-akse, bjelkemodell, LC-4, x-z, [kNm]

Figur D-8 Aksialkraft i global x-akse, bjelkemodell, LC-4, x-z, [kN]

Figur D-9 Moment om global x-akse, bjelkemodell, LC-4, x-z, [kNm]

Figur D-10 Iso-plott av skallresultanten myy, LC-4, skallmodell. $\left[\frac{kNm}{m}\right]$

Figur D-11 Iso-plott av skallresultanten mxx, LC-4, skallmodell. $\left[\frac{kNm}{m}\right]$

Figur D-13 Iso-plott av skallresultanten nxx, LC-4, skallmodell. $\left[\frac{kNm}{m}\right]$

Figur D-14 Iso-plott av skallresultanten nyy, LC-4, skallmodell. $\left[\frac{kNm}{m}\right]$

Figur D-15 Iso-plott av skallresultanten nxy, LC-4, skallmodell. $\left[\frac{kNm}{m}\right]$

Figur D-16 Nodal rotasjon om global Y-akse bjelke modell LC-4 [mrad]

Figur D-17 Nodal rotasjon om global Y-akse skall modell LC-4 [mrad]

Vedlegg E Håndberegninger E.1.1 Hardy Cross

Figur E-1 Statisk modell egenlast

Tabell E-1 Inngangsverdier for Hardy-Cross analyse hentet fra E.1.3

Notasjon	g	I _{yb}	I _{ys}	I _{ycr}	E _c
Verdi	69.56 kN/m	$0.11813 \ m^4$	$0.02011 m^4$	$0.0527869m^4$	3.628e4 N/mm ²
Notasjon	h_s	<i>s</i> ₁	<i>s</i> ₂	Es	A _{cs}
Verdi	4750 mm	11000 mm	16000 mm	$2.00e5 N/mm^2$	$2.7824 m^2$

$$I_{ys} = \frac{\pi}{4} * r^4$$
 (E-1)

	Skjærkraft V	Moment M
θ V↓ V↓	$\frac{3 EI}{L^2} \cdot \theta$	$\frac{3 EI}{L} \cdot \theta$
	$6EI \cdot \theta$	$4 EI \cdot \theta$

Figur E-2 Skjermdump fra "Stålkonstruksjoner"

Figur E-3 Skjermdump fra "Structural Analysis", R.C. Hibbeler

Tabell E-2 Utregning av fast innspente momenter og stivheter for «Soma Øst»

FEM	FEM _{AB}	FEM _{BA}	FEM _{BC}	FEM _{CB}	FEM _{CD}	FEM _{DC}	FEM _{BF}	FEM _{FB}	FEM _{CE}	FEM _{EC}
Verdi	0	1052	-1484	1484	-1052	0	0	0	0	0
Stivhet	k _{AB}	k _{BA}	k _{BC}	k _{CB}	k _{CD}	k _{DC}	k _{BF}	k _{FB}	k _{CE}	k _{EC}
Verdi	1,55	1.16	1.06	1.06	1.16	1.55	0.64	0	0.64	0

Tabell E-3 Cross metoden «Soma Øst» med egenlast

	Fritt opplagt		Monolittisk			Monolittisk		Fritt opplagt	Fast	Fast
Knutepunkt	A		В			С		D	E	F
Element	AB	BA	BF	BC	CB	CE	CD	DC	EC	FB
$\sum D: F$	1		1			1		1	0	0
D.F	1	0.405	0.223	0.371	0.371	0.223	0.405	1	0	0
FEM	0	1052.10	0.00	-1483.95	1483.95	0.00	-1052.10	0	0	0
Balansert	0	174.97	96.50	160.39	-160.39	-96.50	-174.97			
Overført		0.00	0.00	-80.19	80.19	0.00	0.00		-48.25	48.25
Balansert		32.49	17.92	29.78	-29.78	-17.92	-32.49			
Overført		0.00	0.00	-14.89	14.89	0.00	0.00		-8.96	8.96
Balansert		6.03	3.33	5.53	-5.53	-3.33	-6.03			
Overført		0.00	0.00	-2.77	2.77	0.00	0.00		-1.66	1.66
Balansert		1.12	0.62	1.03	-1.03	-0.62	-1.12			
Overført		0.00	0.00	-0.51	0.51	0.00	0.00		-0.31	-0.31
Balansert		0.21	0.11	0.19	-0.19	-0.11	-0.21			
Overført		0.00	0.00	-0.10	0.10	0.00	0.00		-0.06	0.06
Balansert		0.04	0.02	0.04	-0.04	-0.02	-0.04			
Rest		0.00	0.00	-0.02	0.02	0.00	0.00		-0.01	0.01
ΣM	0.00	1266.95	118.50	-1385.47	1385.47	-118.50	-1266.95	0.00	-59.25	59.25

Med basis i disse resultater utregnes distribusjonen av moment langs brubjelken. Reaksjonskrefter ved opplagere sammenlignes med lagerkrefter fra modellene. Likevektsbetraktninger utføres elementvis, grunnet symmetri er det kun nødvendig å regne ut ene siden av brua.

Figur E-4 Element AB/BA

$$\sum M_B = R_A \cdot s_1 - g \cdot s_1^2 \cdot \frac{1}{2} + M_{BA} = 0 \quad \to \quad R_A = 267.40 \ kN \tag{E-2}$$

$$\sum F_Y = V_{BA} + R_A - g \cdot s_1 \quad \rightarrow \quad V_{BA} = 497.76 \ kN \tag{E-3}$$

Figur E-5 Element BF/FB

$$N_{BF} = N_{FB} = V_{BC} + V_{BA} = 556.48 + 497.76 = 1054.24 \, kN \tag{E-4}$$

$$\sum M_B = M_{FB} - V_{FB} \cdot h_s + M_{BF} = 0 \quad \rightarrow V_{FB} = V_{BF} = 37.42 \ kN \tag{E-5}$$

Figur E-6 Element BC/CB

$$\sum M_C = V_{BC} \cdot s_2 - g \cdot s_2^2 \cdot \frac{1}{2} = 0 \quad \Rightarrow \quad V_{BC} = V_{CB} = 556.48 \ kN \tag{E-6}$$

Felt BC
$$M_{(x)} = V_{BC} \cdot x - g \cdot x^2 \cdot \frac{1}{2} - M_{BC} \rightarrow M_{(8)} = 840.45 \, kNm$$
 (E-7)

Felt AB
$$M_{(x)} = R_A \cdot x - g \cdot x^2 \cdot \frac{1}{2} \rightarrow V_{(x)} = R_A - g \cdot x$$
(E-8)

$$V_{(x)} = 0 \rightarrow x = 3.84m$$
 $M_{(3.84)} = 513.96 \, kNm$ (E-9)

Figur E-7 Momentdiagram håndberegning

Tabell E-4 Sammenligning av håndberegninger og Sofistik-verdier, Lastilfelle 1, Egenlast

Snitt	Håndberegning	Skall	Bjelke	$Avvik \% = \left(1 - \frac{bjelke}{håndb.}\right) \cdot 100$	$Avvik \% = \left(1 - \frac{skall}{handb.}\right) \cdot 100$
$(A - B_{)M_{y,felt}}$	514 (<i>kNm</i>)	511 (<i>kNm</i>)	525.3 (kNm)	2.2 %	0.6 %
$(B - B_{)M_{y,støtte}}$	-1385 (kNm)	-1389 (kNm)	-1389 (<i>kNm</i>)	0.3 %	0.3 %
$(B-C_{)M_{y,felt}}$	840 (kNm)	819 (kNm)	838.3 (kNm)	0.2 %	2.5 %
$V_{(x=0.4m)}$	239 (<i>kN</i>)	212 (<i>kN</i>)	244(<i>kN</i>)	2.0 %	11.3 % (*)
$V_{BA} + V_{BC}$ $= N_{BF(x=11m)}$	1054(<i>kN</i>)	982(kN)	1050(<i>kN</i>)	0.4 %	6.8 % (*)

(*) Skallteorien genererer skjærkrefter som en konsekvens av torsjonsmomentet og dette kan forklare avviket mellom skall og håndberegninger (bjelke). Går ikke videre inn på dette her men henviser til referansen «Plates & FEM», Blauuwendraad. Se litteraturliste.

Figur E-8 Skjærdiagram Lasttilfelle 1, Egenlast, bjelkemodell

Figur E-9 Skjærdiagram Lasttilfelle 1, Egenlast, skallmodell.

E.1.2 Rissede tverrsnitt og Hardy Cross-beregninger egenlast.

I følge normal prosjekteringspraksis på bruseksjonen utføres det normalt ikke analyse av modeller med kombinasjoner av urissede og rissede tverrsnittsdeler.

Rapporten velger likevel å vise effektene av noen tilfeller. Tabellene (E-5-7) gir momentener i noen utvalgte kombinasjoner. Ved eksempelvis risset brutverrsnitt (tabell E-5) vises det at en større andel av momentene overføres til de urissede søylene. Tabell E-7 viser det motsatte tilfellet.

Forskjellene i resultater er ikke bemerkelsesverdig høye noe som antagelig skyldes relativt korte spenn. Eksempelvis er økningen i støttemomentet over søylen 2.2% ved redusert stivhet i brubanen grunnet oppriss i underkant av tverrsnittet. Dette er ikke et realistisk bilde av redistribusjonen men gir likevel et bilde på hva som skjer. I virkeligheten vil opprisset i brubanen variere fra underkant til overkant alt etter hvor strekk-spenninger oppstår. I tillegg vil det være snitt hvor strekkspenninger er fraværende og tverrsnittet forblir da urisset. Jeg har likevel valgt å vise dette utslaget i tabellen under. Ellers i rapporten vil stivhets-grunnlaget være basert på urissede tverrsnitt. Slakkarmerte plater er mer utsatt for riss i motsetning til spennarmerte plater som ofte blir «holdt sammen» av forspenningen.

Ofte vil kompliserte rissarrangementer oppstå grunnet varierende tverrsnitt, kurvaturer og deformasjoner. I realiteten blir disse analysene høyst komplekse og det vanskelig å predikere hvilke deler som faktisk stivhetsreduseres. Det kan ifølge bruavdelingen antas at konservative designregler med dens tilhørende sikkerhetsfaktorer tar høyde for disse variasjonene.

Utifra et økonomisk perspektiv hvor en ønsker å redistribuere kreftene for å optimalisere tverrsnittene, eksempelvis kan ekstra armering i et punkt være med og flytte kreftene til et annet punkt. Eksempelvis nevnes det i TKT **Concrete Structures III** å armere ekstra over støtten for å «løfte» opp feltmomentet og således redusere momentet i dette. Dette kan eksempelvis bidra til å tilfredstille nedbøyningskrav og således være besparende ved at man unngår å oppjustere geometri eller armeringsareal i felt.

	Fritt opplagt							Fritt opplagt	Fast	Fast
Knutepunkt	Α		В			С		D	E	F
Member	AB	BA	BF	BC	CB	CE	CD	DC	EC	FB
Σdist.faktor	1,000		1,000			1,000		1,000	0,000	0,000
Dist.Faktor	1,000	0,323	0,380	0,296	0,296	0,380	0,323	1,000	0,000	0,000
FEM	-701,42	701,42	0,00	-1484,00	1484,00	0,00	-701,42	701,42	0,00	0,00
Balansert	701,42	253,02	297,63	231,93	-231,93	-297,63	-253,02	-701,42		
Overført	126,51	350,71	0,00	-115,97	115,97	0,00	-350,71	-126,51	-148,81	148,81
Balansert	-126,51	-75,90	-89,28	-69,57	69,57	89,28	75,90	126,51		
Overført	-37,95	-63,25	0,00	34,79	-34,79	0,00	63,25	37,95	44,64	-44,64
Balansert	37,95	9,20	10,83	8,44	-8,44	-10,83	-9,20	-37,95		
Overført	4,60	18,97	0,00	-4,22	4,22	0,00	-18,97	-4,60	-5,41	5,41
Balansert	-4,60	-4,77	-5,61	-4,37	4,37	5,61	4,77	4,60		
Overført	-2,39	-2,30	0,00	2,19	-2,19	0,00	2,30	2,39	2,81	-2,81
Balansert	2,39	0,04	0,04	0,03	-0,03	-0,04	-0,04	-2,39		
Overført	0,02	1,19	0,00	-0,02	0,02	0,00	-1,19	-0,60	-0,02	0,02
Balansert	-0,02	-0,38	-0,45	-0,35	0,35	0,45	0,38	0,60		
Rest		-0,01	0,00	0,17	-0,17	0,00	0,30		0,22	-0,22
Σ Moment	0,00	1187,95	213,16	-1400,94	1400,94	-213,16	-1187,66	0,00	-106,58	106,58

Tabell E-5 Resultater risset brutverrsnitt og urisset søyletverrsnitt

Tabell E-6 Resultater opprisset søyletverrsnitt og brutverrsnitt.

	Fritt opplagt							Fritt opplagt	Fast	Fast
Knutepunkt	Α		В			С		D	E	F
Member	AB	BA	BF	BC	CB	CE	CD	DC	EC	FB
Σdist.faktor	1,000		1,000			1,000		1,000	0,000	0,000
Dist.Faktor	1,000	0,381	0,269	0,350	0,350	0,269	0,381	1,000	0,000	0,000
FEM	-701,42	701,42	0,00	-1484,00	1484,00	0,00	-701,42	701,42	0,00	0,00
Balansert	701,42	298,41	210,62	273,55	-273,55	-210,62	-298,41	-701,42		
Overført	149,21	350,71	0,00	-136,77	136,77	0,00	-350,71	-149,21	-105,31	105,31
Balansert	-149,21	-81,58	-57,58	-74,78	74,78	57,58	81,58	149,21		
Overført	-40,79	-74,60	0,00	37,39	-37,39	0,00	74,60	40,79	28,79	-28,79
Balansert	40,79	14,19	10,02	13,01	-13,01	-10,02	-14,19	-40,79		
Overført	7,10	20,39	0,00	-6,50	6,50	0,00	-20,39	-7,10	-5,01	5,01
Balansert	-7,10	-5,30	-3,74	-4,86	4,86	3,74	5,30	7,10		
Overført	-2,65	-3,55	0,00	2,43	-2,43	0,00	3,55	2,65	1,87	-1,87
Balansert	2,65	0,43	0,30	0,39	-0,39	-0,30	-0,43	-2,65		
Overført	0,21	1,32	0,00	-0,20	0,20	0,00	-1,32	-0,66	-0,15	0,15
Balansert	-0,21	-0,43	-0,30	-0,39	0,39	0,30	0,43	0,66		
Rest		-0,11	0,00	0,20	-0,20	0,00	0,33		0,15	-0,15
Σ Moment	0,00	1221,32	159,31	-1380,54	1380,54	-159,31	-1221,09	0,00	-79,66	79,66

Tabell E-7 Resultater opprisset søyletverrsnitt med urisset brutverrsnitt

	Fritt opplagt							Fritt opplagt	Fast	Fast
Knutepunkt	Α		В			С		D	E	F
Member	AB	BA	BF	BC	CB	CE	CD	DC	EC	FB
Σdist.faktor	1,000		1,000			1,000		1,000	0,000	0,000
Dist.Faktor	1,000	0,448	0,141	0,411	0,411	0,141	0,448	1,000	0,000	0,000
FEM	-701,42	701,42	0,00	-1484,00	1484,00	0,00	-701,42	701,42	0,00	0,00
Balansert	701,42	350,61	110,58	321,39	-321,39	-110,58	-350,61	-701,42		
Overført	175,30	350,71	0,00	-160,70	160,70	0,00	-350,71	-175,30	-55,29	55,29
Balansert	-175,30	-85,13	-26,85	-78,04	78,04	26,85	85,13	175,30		
Overført	-42,57	-87,65	0,00	39,02	-39,02	0,00	87,65	42,57	13,42	-13,42
Balansert	42,57	21,79	6,87	19,97	-19,97	-6,87	-21,79	-42,57		
Overført	10,89	21,28	0,00	-9,99	9,99	0,00	-21,28	-10,89	-3,44	3,44
Balansert	-10,89	-5,06	-1,60	-4,64	4,64	1,60	5,06	10,89		
Overført	-2,53	-5,45	0,00	2,32	-2,32	0,00	5,45	2,53	0,80	-0,80
Balansert	2,53	1,40	0,44	1,28	-1,28	-0,44	-1,40	-2,53		
Overført	0,70	1,27	0,00	-0,64	0,64	0,00	-1,27	-0,63	-0,22	0,22
Balansert	-0,70	-0,28	-0,09	-0,26	0,26	0,09	0,28	0,63		
Rest		-0,35	0,00	0,13	-0,13	0,00	0,32		0,04	-0,04
Σ Moment	0,00	1264,56	89,36	-1354,14	1354,14	-89,36	-1264,59	0,00	-44,68	44,68

E.1.3 Geometri og tverrsnittskonstanter

Figur E-10 Tverrsnittsmodell

Notasjon	b_1	<i>b</i> ₂	b _c	b_T	h_1	h_2	h_3	h_T	α ₁	α2
Verdi [mm]	2000	750	4125.5	5000	400	90	260	750	750/400	750/90

$$b_c = \left(b_1 + 2 * b_2 + 2 * \frac{b_2}{h_2} * \left(\frac{S_y}{A_{Total}} - h_1\right)\right)$$
(E-10)

E.1.3.1 Tverrsnittsareal

$$dA_1 = \left(b_1 + 2 * \frac{b_2}{h_1} * z\right) * dz \qquad 0 < z \le h_1$$
 (E-11)

$$dA_2 = \left(b_1 + 2 * b_2 + 2 * \frac{b_2}{h_2} * z\right) * dz \qquad h_1 < z \le (h_1 + h_2)$$
(E-12)

$$dA_3 = (b_T) * dz$$
 $(h_1 + h_2) < z \le h_T$ (E-13)

$$A_{Total} = \int_{0}^{h_{1}} dA_{1} + \int_{h_{1}}^{h_{1}+h_{2}} dA_{2} + \int_{h_{1}+h_{2}}^{h_{T}} dA_{3}$$
(E-14)

E.1.3.2 Første ordens arealmoment

$$S_{\mathcal{Y}} = \int z * dA \tag{E-15}$$

$$S_{y} = \int_{0}^{h_{1}} z * dA_{1} + \int_{h_{1}}^{h_{1}+h_{2}} z * dA_{2} + \int_{h_{1}+h_{2}}^{h_{T}} z * dA_{3}$$
(E-16)

E.1.3.3 Andre ordens arealmoment

$$z_c = \frac{S_y}{A_{Total}} \tag{E-17}$$

$$dA'_{1} = \left(b_{c} - 2 * \frac{b_{2}}{h_{2}} * z\right) * dz \qquad 0 < z \le (z_{c} - h_{1})$$
(E-18)

$$dA'_{2} = \left(b_{1} + 2 * b_{2} - 2 * \frac{b_{2}}{h_{1}} * z\right) * dz \qquad (y_{c} - h_{1}) < z \le z_{c} \qquad (E-19)$$

$$dA_1'' = \left(b_c + 2 * \frac{b_2}{h_2} * z\right) * dz \qquad 0 < z \le (h_1 + h_2 - z_c)$$
(E-20)

$$dA_2'' = (b_T) * dz \qquad (h_1 + h_2 - z_c) < z \le (h_1 + h_2 + h_3 - z_c) \quad (E-21)$$

$$I_{y} = \int_{0}^{z_{c}-h_{1}} z^{2} * dA'_{1} + \int_{z_{c}-h_{1}}^{z_{c}} z^{2} * dA'_{2} + \int_{0}^{h_{1}+h_{2}-z_{c}} z^{2} * dA''_{1} + \int_{h_{1}+h_{2}-z_{c}}^{h_{1}+h_{2}-h_{2}-z_{c}} z^{2} * dA''_{2}$$
(E-22)

E.1.3.4 Risset andre ordens arealmoment

Figur E-11 Risset modelltverrsnitt

Notasjon	$(\eta - 1)As_1$	ηAs_2	b _c	b_T	d	d'	h_3	h_T
Verdi	$22456.3 mm^2$	$11083.9 \ mm^2$	4125.5 mm	5000 mm	634 mm	116 mn	260 mm	750 mm
Notasjon	S	r	L_{AS_1}	Es	E _c	L_{AS_2}	α2	Z _C
Verdi	200 mm	8 mm	4950 mm	$2.00e5 N/mm^2$	3.628e4 N/mm ²	2000 m	25/3	437.53

$$As_1 = \frac{L_{As_1}}{s} * \pi * r^2$$
 (E-23)

$$As_2 = \frac{L_{As_2}}{s} * \pi * r^2$$
 (E-24)

$$\eta = \frac{E_s}{E_c} \tag{E-25}$$

$$dA_2 = \left(b_c + 2 * \frac{b_2}{h_2} * z\right) * dz \qquad 0 < z \le h_T - z_c - h_3$$
(E-26)

$$dA_3 = (b_T) * dz$$
 $h_T - z_c - h_3 < z \le h_T - z_c$ (E-27)

$$I_{ycr} = \int_{0}^{h_T - z_c - h_3} z^2 * dA_2 + \int_{h_T - z_c - h_3}^{h_T - z_c} z^2 * dA_3 + \eta As_2 * \left(d - (h_T - z_c) \right)^2 + (\eta - 1) As_1 * ((h_T - z_c) - d')^2$$
(E-28)

E.1.4 Geometri og tverrsnittskonstanter fra «Sofistik»

Static properties of cross section

Mat	A[m2]	Ay[m2]	Iy[m4]	yc[mm]	ysc[mm]	E[N/mm2]	g[kN/m]
MRf	It[m4]	Az[m2]	Iz[m4]	zc[mm]	zsc[mm]	G[N/mm2]	
		Ayz[m2]	Iyz[m4]				
1	2.7828E+00	2.557E+00	1.182E-01	0.0	0.1	36280	69.57
2	3.694E-01	8.344E-01	4.047E+00	312.6	428.5	15120	(BEAM)
			-9.899E-21				
Mat		material number		E[N/m	m2] Young'	s modulus	
A[m2]		sectional area		g[kN/	m] weight	per length	
Ay[m2]	Ay[m2],Az[m2],Ayz[m2] transverse shear deformation area			MRf	reinfo	rcement materi	al number
Iy[m4]	Iy[m4],Iz[m4],Iyz[m4] bending moment of inertia			It[m4] torsional moment of		nal moment of :	inertia
yc[mm],zc[mm] ordinate of elastic centroid			ic centroid	G[N/m	m2] Shear	modulus	
ysc[mm]],zsc[mm]	ordinate of shear	centre				

Cross section No. 2 - D 800 mm

Static properties of cross section

Mat	A[m2]	Ay[m2]	Iy[m4]	yc[mm]	ysc[mm]	E[N/mm2]	g[kN/m]
MRf	It[m4]	Az[m2]	Iz[m4]	zc[mm]	zsc[mm]	G[N/mm2]	
		Ayz[m2]	Iyz[m4]				
1	5.0265E-01	4.524E-01	2.011E-02	0.0	0.0	36280	12.57
2	4.021E-02	4.524E-01	2.011E-02	0.0	0.0	15120	(CENTR)
Mat material number				E[N/m g[kN/	m2] Young's ml weight	s modulus per length	
Ay[m2],Az[m2],Ayz[m2] transverse shear deformation area			MRf	reinfo	rcement materia	al number	
Iy[m4],Iz[m4],Iyz[m4] bending moment of inertia			It[m4] torsional moment of i			inertia	
yc[mm], vsc[mm]	,zc[mm]].zsc[mm]	ordinate of elast ordinate of shear	ic centroid	G[N/m	m2] Shear i	nodulus	

E.1.5 Konvergenstest

Mesh Partial Sv	stem	
Select object	ts 0 objects selected	
Export	Meshing parameter	
✓ System ✓ Loads	 Determine automatically 	
✓ Tendons	Set manually:	0.200 [m]
	() Sets the maximum allowed length of a beam or an element edge	e (CTRL HMIN)
	Refinement around short edges:	50 🌲
Element Type Quadrangle Triangle	Refinement at structural points: Reduces the element size in the vicinity of the corners of a structural area (CTRL FINE)	50 💂
_ _		
	Progression-factor:	40 🚔
	Progression-factor:	40 🜲

Figur E-12 Sofistik vindu for eksport av modell, justering av mesh, finhet.

Tabell E-8 Resultater etter justering av elementlengde LC-1, l/b=2.2 (0.5m)

Snitt	Skall _{max}	Bjelke _{max}	Avvik _{max}	Skall _{min}	Bjelke _{min}	Avvik _{min}
$(A-A)_{M_{\mathcal{Y}}}$	690	709.1	-2.7%	511	525.3	2.7%
$(B-B)_{M_y}$	1875	1875	0%	1389	1389	0%
$(C-C)_{M_y}$	1106	1132	-2.3%	819	838.3	2.3%

Tabell E-9 Resultater etter justering av elementlengde LC-1, l/b=2.2 (0.2m)

Snitt	Skall _{max}	Bjelke _{max}	Avvik _{max}	Skall _{min}	Bjelke _{min}	Avvik _{min}
$(A-A)_{M_{\mathcal{Y}}}$	689	709.1	2.7%	510	525.1	-2.7%
$(B-B)_{M_y}$	1902	1875	1.44%	1409	1389	1.44%
$(C-C)_{M_y}$	1109	1132	-2.0%	821	838	-2.0%

Tabell E-10 Resultater etter justering av elementlengde LC-1, l/b=2.2 (0.1m)

Snitt	Skall _{max}	Bjelke _{max}	Avvik _{max}	Skall _{min}	Bjelke _{min}	Avvik _{min}
$(A-A)_{M_{\mathcal{Y}}}$	689	709.1	2.7%	510	525.1	-2.7%
$(B-B)_{M_y}$	1902	1875	1.44%	1409	1389	1.44%
$(C-C)_{M_y}$	1109	1132	-2.0%	821	838	-2.0%

E.1.6 Tøyningskompabilitet og kapasitet

E.1.7 Sandwich-metode

Figur E-13 Skjermdump fra Excel-ark utviklet for beregning av skallarmering.

101

Figur E-14 Konturplott lengdearmering lasttilfelle 1, I/b=2.2, kontrollsnitt X-X

Quadrilateral	Elements ,	upper	Principal	reinford	ements	(1st	layer)	BC:
Design cases								
Decise coco N								

Design case I	NO.	designation
:	101	

Values

QUAD-cut	QUAD	segment	X coordinate	Y coordinate	Z coordinate	1.value
no.	no.	[m]	[m]	[m]	[m]	[cm2/m]
1001	600164	0.0000	21.3330	-2.5000	0.0000	5.7284
1001	600164	0.3750	21.3330	-2.1250	0.0000	7.0518
1001	600163	0.7500	21.3330	-1.7500	0.0000	6.9866
1001	600136	1.1250	21.3330	-1.3750	0.0000	8.3239
1001	600135	1.5000	21.3330	-1.0000	0.0000	10.1911
1001	600110	2.0003	21.3330	-0.4997	0.0000	11.4936
1001	600109	2.5000	21.3330	0.0000	0.0000	8.9766
1001	600013	2.9997	21.3330	0.4997	0.0000	11.4606
1001	600016	3.5000	21.3330	1.0000	0.0000	10.1877
1001	600037	3.8750	21.3330	1.3750	0.0000	8.3066
1001	600040	4.2500	21.3330	1.7500	0.0000	7.0075
1001	600072	4.6250	21.3330	2.1250	0.0000	7.0723
1001	600071	5.0000	21.3330	2.5000	0.0000	5.7457

Figur E-15 Elementresultatet lengdearmering snitt B-B, x =21.33, y= $\in \{-2.5, 2.5\}$

Figur E-16 Konturplott tverrarmering lasttilfelle 1, l/b=2.2, kontrollsnitt X-X

Quadrilateral Elements , upper Cross reinforcements (2nd layer) BC: 101 Design cases

Design case No.	designation
101	

Val	ues
-----	-----

QUAD-cut	QUAD	segment	X coordinate	Y coordinate	Z coordinate	1.value
no.	no.	[m]	[m]	[m]	[m]	[cm2/m]
1001	600195	0.0000	19.8330	0.0000	0.0000	1.7239
1001	600195	0.1135	19.9465	0.0000	0.0000	1.8803
1001	600196	1.1629	20.9959	0.0000	0.0000	4.8986
1001	600013	2.1298	21.9628	0.0000	0.0000	2.4411
1001	600014	3.0000	22.8330	0.0000	0.0000	0.9088

Figur E-17 Elementresultater tverrarmering snitt B-B, $x \in \{19.83, 22.83\}$, y=0

Bendi	ing mo	ment m-xx in loc	al x LC:	1			
Load	Cases						
load	case	designation		kind		actio	n type
	1	Egenvekt betong	g (25kN/m3)	linea	ar load case	G_1	: Dead load g1
Value	29						
QU	AD-cut	QUAD	segment X	coordinate Y	coordinate Z	coordinate	1.value
	no.	no.	[m]	[m]	[m]	[m]	[kNm/m]
	1001	600164	0.0000	21.3300	-2.5000	0.0000	-17.37
	1001	600164	0.3750	21.3300	-2.1250	0.0000	-17.37
	1001	600163	0.3750	21.3300	-2.1250	0.0000	-27.19
	1001	600163	0.7500	21.3300	-1.7500	0.0000	-27.19
	1001	600136	0.7500	21.3300	-1.7500	0.0000	-70.27
	1001	600136	1.1250	21.3300	-1.3750	0.0000	-70.27
	1001	600135	1.1250	21.3300	-1.3750	0.0000	-212.81
	1001	600135	1.5000	21.3300	-1.0000	0.0000	-212.81
	1001	600110	1.5000	21.3300	-1.0000	0.0000	-342.45
	1001	600110	2.0003	21.3300	-0.4997	0.0000	-342.45
	1001	600109	2.0003	21.3300	-0.4997	0.0000	-406.19
	1001	600109	2.5000	21.3300	0.000	0.0000	-406.19
	1001	600013	2.5000	21.3300	0.0000	0.0000	-406.24
	1001	600013	2.9997	21.3300	0.4997	0.0000	-406.24
	1001	600016	2.9997	21.3300	0.4997	0.0000	-341.19
	1001	600016	3.5000	21.3300	1.0000	0.0000	-341.19
	1001	600037	3.5000	21.3300	1.0000	0.0000	-211.42
	1001	600037	3.8750	21.3300	1.3750	0.0000	-211.42
	1001	600040	3.8750	21.3300	1.3750	0.0000	-69.99
	1001	600040	4.2500	21.3300	1.7500	0.0000	-69.99
	1001	600072	4.2500	21.3300	1.7500	0.0000	-27.16
	1001	600072	4.6250	21.3300	2.1250	0.0000	-27.16
	1001	600071	4.6250	21.3300	2.1250	0.0000	-17.38
	1001	600071	5.0000	21.3300	2.5000	0.0000	-17.38

Twisting m	noment m-xy in	local xy LC:	1			
Load Cases	3					
load case	designation		kind		actio	n type
1	l Egenvekt bet	ong (25kN/m3)	line	ear load case	G_1	: Dead load g1
Values						
QUAD-cut	2 QUAD	segment X (coordinate N	Coordinate Z	coordinate	1.value
no.	. no.	[m]	[m]	[m]	[m]	[kNm/m]
1001	L 600164	0.0000	21.3300	-2.5000	0.0000	-0.15
1001	L 600164	0.3750	21.3300	-2.1250	0.0000	-0.20
1001	L 600163	0.7500	21.3300	-1.7500	0.0000	-0.16
1001	L 600136	1.1250	21.3300	-1.3750	0.0000	0.45
1001	L 600135	1.5000	21.3300	-1.0000	0.0000	2.91
1001	L 600110	2.0003	21.3300	-0.4997	0.0000	-7.86
1001	L 600109	2.5000	21.3300	0.0000	0.0000	-0.10
1001	L 600013	2.9997	21.3300	0.4997	0.0000	7.44
1001	L 600016	3.5000	21.3300	1.0000	0.0000	-2.53
1001	L 600037	3.8750	21.3300	1.3750	0.0000	-0.17
1001	L 600040	4.2500	21.3300	1.7500	0.0000	0.20
1001	L 600072	4.6250	21.3300	2.1250	0.0000	0.22
1001	L 600071	5.0000	21.3300	2.5000	0.0000	0.16

Bending	moment	m-yy	in	local	У	LC:	
Load Car							

Load Cases						
load case (designation		kind		action	type
1	Egenvekt betong	(25kN/m3)	linea	ar load case	G_1 :	Dead load g1
Values						
QUAD-cut	QUAD	segment X	coordinate Y	coordinate Z	coordinate	1.value
no.	no.	[m]	[m]	[m]	[m]	[kNm/m]
1001	600164	0.000	21.3300	-2.5000	0.0000	-0.55
1001	600164	0.3750	21.3300	-2.1250	0.0000	-0.55
1001	600163	0.3750	21.3300	-2.1250	0.0000	-2.91
1001	600163	0.7500	21.3300	-1.7500	0.0000	-2.91
1001	600136	0.7500	21.3300	-1.7500	0.0000	-7.61
1001	600136	1.1250	21.3300	-1.3750	0.0000	-7.61
1001	600135	1.1250	21.3300	-1.3750	0.0000	-15.46
1001	600135	1.5000	21.3300	-1.0000	0.0000	-15.46
1001	600110	1.5000	21.3300	-1.0000	0.000	-47.81
1001	600110	2.0003	21.3300	-0.4997	0.0000	-47.81
1001	600109	2.0003	21.3300	-0.4997	0.0000	-134.28
1001	600109	2.5000	21.3300	0.0000	0.0000	-134.28
1001	600013	2.5000	21.3300	0.0000	0.0000	-134.94
1001	600013	2.9997	21.3300	0.4997	0.0000	-134.94
1001	600016	2.9997	21.3300	0.4997	0.0000	-47.32
1001	600016	3.5000	21.3300	1.0000	0.0000	-47.32
1001	600037	3.5000	21.3300	1.0000	0.0000	-14.85
1001	600037	3.8750	21.3300	1.3750	0.0000	-14.85
1001	600040	3.8750	21.3300	1.3750	0.0000	-7.45
1001	600040	4.2500	21.3300	1.7500	0.0000	-7.45
1001	600072	4.2500	21.3300	1.7500	0.0000	-2.89
1001	600072	4.6250	21.3300	2.1250	0.0000	-2.89
1001	600071	4.6250	21.3300	2.1250	0.0000	-0.55
1001	600071	5.0000	21.3300	2.5000	0.0000	-0.55

Shear forc	e v-y in loc	al y LC:	1			
Load Cases						
load case	designation		kind		actio	n type
1	Egenvekt be	tong (25kN/m3)	lin	ear load case	G_1	: Dead load g1
Values						
QUAD-cut	QUAD	segment X	coordinate	Y coordinate Z	coordinate	1.value
no.	no.	[m]	[m]	[m]	[m]	[kN/m]
1001	600164	0.0000	21.3300	-2.5000	0.0000	2.70
1001	600164	0.3750	21.3300	-2.1250	0.0000	5.90
1001	600163	0.7500	21.3300	-1.7500	0.0000	15.30
1001	600136	1.1250	21.3300	-1.3750	0.0000	35.34
1001	600135	1.5000	21.3300	-1.0000	0.0000	77.42
1001	600110	2.0003	21.3300	-0.4997	0.0000	150.75
1001	600109	2.5000	21.3300	0.000	0.0000	-2.43
1001	600013	2.9997	21.3300	0.4997	0.0000	-154.55
1001	600016	3.5000	21.3300	1.0000	0.0000	-79.34
1001	600037	3.8750	21.3300	1.3750	0.0000	-36.16
1001	600040	4.2500	21.3300	1.7500	0.0000	-15.55
1001	600072	4.6250	21.3300	2.1250	0.0000	-5.90
1001	600071	5.0000	21.3300	2.5000	0.0000	-2.71

Shear forc	e v-x in local x	LC:	1			
Load Cases						
load case	designation		kind		action	n type
1	Egenvekt betong	(25kN/m3)) line	ar load case	G_1	: Dead load g1
Values					_	
QUAD-cut	QUAD	segment X	coordinate Y	coordinate Z	coordinate	1.value
no.	no.	[m]	[m]	[m]	[m]	[kN/m]
1001	600164	0.0000	21.3300	-2.5000	0.000	2.17
1001	600164	0.3750	21.3300	-2.1250	0.000	2.89
1001	600163	0.7500	21.3300	-1.7500	0.000	6.72
1001	600136	1.1250	21.3300	-1.3750	0.000	16.46
1001	600135	1.5000	21.3300	-1.0000	0.0000	32.83
1001	600110	2.0003	21.3300	-0.4997	0.000	79.92
1001	600109	2.5000	21.3300	0.000	0.000	116.51
1001	600013	2.9997	21.3300	0.4997	0.0000	79.18
1001	600016	3.5000	21.3300	1.0000	0.0000	33.18
1001	600037	3.8750	21.3300	1.3750	0.0000	17.20
1001	600040	4.2500	21.3300	1.7500	0.0000	7.10
1001	600072	4.6250	21.3300	2.1250	0.0000	3.14
1001	600071	5.0000	21.3300	2.5000	0.0000	2.35

Membrane s	shear force	n-xy in local x	ty LC:	1		
Load Cases	3					
load case	designation	n	kind		actio	n type
1	l Egenvekt b	petong (25kN/m3)	lin	ear load case	G_1	: Dead load g1
Values						
QUAD-cut	t QUAD	segment X	coordinate 3	Y coordinate Z	coordinate	1.value
no	. no.	[m]	[m]	[m]	[m]	[kN/m]
1003	L 600164	0.000	21.3300	-2.5000	0.0000	-4.43
100:	600164	0.3750	21.3300	-2.1250	0.0000	-9.17
100:	600163	0.7500	21.3300	-1.7500	0.0000	-18.46
1003	600136	1.1250	21.3300	-1.3750	0.0000	-25.00
100:	600135	1.5000	21.3300	-1.0000	0.0000	-23.43
1003	600110	2.0003	21.3300	-0.4997	0.0000	-13.96
1003	L 600109	2.5000	21.3300	0.0000	0.0000	0.30
1003	600013	2.9997	21.3300	0.4997	0.0000	15.32
1003	600016	3.5000	21.3300	1.0000	0.0000	24.86
1003	L 600037	3.8750	21.3300	1.3750	0.0000	25.55
1003	L 600040	4.2500	21.3300	1.7500	0.0000	18.72
1003	600072	4.6250	21.3300	2.1250	0.0000	9.06
1003	600071	5.0000	21.3300	2.5000	0.0000	4.31

Membrane fo	rce n-xx in	local x LC:	1						
Load Cases									
load case d	lesignation		kind		action type				
1	Egenvekt bet	ong (25kN/m3)	line	ar load case	G_1	: Dead load g1			
Values									
QUAD-cut	QUAD	segment X	coordinate Y	coordinate Z	coordinate	1.value			
no.	no.	[m]	[m]	[m]	[m]	[kN/m]			
1001	600164	0.0000	21.3300	-2.5000	0.0000	239.64			
1001	600164	0.3750	21.3300	-2.1250	0.0000	278.44			
1001	600163	0.7500	21.3300	-1.7500	0.0000	246.99			
1001	600136	1.1250	21.3300	-1.3750	0.0000	115.42			
1001	600135	1.5000	21.3300	-1.0000	0.0000	-202.80			
1001	600110	2.0003	21.3300	-0.4997	0.0000	-280.22			
1001	600109	2.5000	21.3300	0.0000	0.0000	-259.02			
1001	600013	2.9997	21.3300	0.4997	0.0000	-280.10			
1001	600016	3.5000	21.3300	1.0000	0.0000	-201.03			
1001	600037	3.8750	21.3300	1.3750	0.0000	118.29			
1001	600040	4.2500	21.3300	1.7500	0.0000	249.73			
1001	600072	4.6250	21.3300	2.1250	0.0000	280.39			
1001	600071	5.0000	21.3300	2.5000	0.0000	241.13			

Membrane f	orce n-yy in lo	cal y LC:	1								
Load Cases											
load case	designation		kind		action type						
1	Egenvekt beton	g (25kN/m3)	line	ar load case	G_1 :	Dead load g1					
Values											
QUAD-cut	QUAD	segment X	coordinate Y	coordinate Z	coordinate	1.value					
no.	no.	[m]	[m]	[m]	[m]	[kN/m]					
1001	600164	0.000	21.3300	-2.5000	0.0000	-5.44					
1001	600164	0.3750	21.3300	-2.1250	0.0000	-12.56					
1001	600163	0.7500	21.3300	-1.7500	0.0000	-31.93					
1001	600136	1.1250	21.3300	-1.3750	0.0000	-63.35					
1001	600135	1.5000	21.3300	-1.0000	0.0000	-94.26					
1001	600110	2.0003	21.3300	-0.4997	0.0000	-116.08					
1001	600109	2.5000	21.3300	0.0000	0.0000	-125.39					
1001	600013	2.9997	21.3300	0.4997	0.0000	-117.23					
1001	600016	3.5000	21.3300	1.0000	0.0000	-93.46					
1001	600037	3.8750	21.3300	1.3750	0.0000	-60.49					
1001	600040	4.2500	21.3300	1.7500	0.0000	-30.88					
1001	600072	4.6250	21.3300	2.1250	0.0000	-12.49					
1001	600071	5.0000	21.3300	2.5000	0.0000	-5.39					

Figur E-18 Skallresultanter hentet fra referansemodell, LC-1 og snitt B-B (støtte)

Vedlegg F Fasthetsklasser for betong

NS-EN 1992-1-1:2004+NA:2008

Analytisk sammenheng/ Forklaring			$f_{\rm cm} = f_{\rm cc} + 8({\rm MPe})$	f _{4m} =0.30×f _{0.} ^[23] ≤C50J60 f _{6m} =2.12·In(1+{f _{6m} /10}) > C50/60	f _{akto} ces = 0.7×f _{com} 5%-fraktil	/ _{ctk.0.85} = 1,3×/ _{crm} 95%-frakt0]	$E_{en} = 22[(f_{en}) + 10]^{0.3}$ (f_{en} in MPa)	Se figur 3.2 z _{et} (⁰ f ₁₀) = 0.7 f _{cm} ^{0.31} ≤2.8	Se ligur 3.2 for f _{&} ≥ 50 MPa c _{ol} (² / ₆₆)=2,8+27[(98 -f _{cen})/100] ⁴	Se figur 3.3 for f _A ≥ 50 MPa <i>kac</i> (⁰ /m)=2,0+0,065(<i>f</i> _A -50) ^{8/33}	Se figur 3.3 for <i>f_{at}</i> ≥ 50 MPa <i>x_{iac}(⁰/icc)=2</i> ,6+35[(90- <i>f_{ick})/</i> 100] ⁴	For (_{ei} ≥ 50 MPa n=1,4+23,4[(90- f,,)/100) ⁴	Se figur 3.4 for f _a ≿ 50 MPa _{fiel} (1 _m)=1,75+0,55[(f _a -50)/40]	Se figur 3.4 for f _a ≥ 50 MPa _{66.6} (1 ₀₀)=2,8+35[(90-f _a)/100] ⁴
Fasthetsklasser for betong	06	105	88	5,0	3.5	6,6	44	2,8	2,8	2,6	2,6	1.4	2,3	2,5
	80	95	88	4,8	3.4	6'9	42	2,8	2,8	2,5	2,6	1,4	2,2	2,6
	70	85	78	4,6	3,2	6,0	41	2,7	2,8	2,4	2,7	1,45	2,0	2,7
	60	75	68	4,4	3,1	5,7	39	2,6	3,0	2,3	2,9	1,6	1,9	2,9
	55	67	63	4,2	3,0	5,5	38	2,5	3,2	2,2	3,1	1,75	1.8	3,1
	50	60	28	4,1	2.9	5,3	37	2,45	ູຮູ	2.0	ŵ, rî	2,0		
	45	55	53	3,8	2.7	4,9	36	2,4					1,75	3,5
	4	22	8 4	3,5	2,5	4.6	35	2,3						
	35	₽2	43	3,2	2,2	4,2	34	2,25						
	30	37	38	2,9	2,0	3,8	33	2.2						
	25	30	33	2,6	1,8	3,3	31	2,1						
	20	25	28	2,2	1.5	2,9	8	2.0						
	16	50	24	6	1,3 1,3	2,5	29	1.9						
	12	15	8	9 J	۳. ۳	2,0	27	1.8						
	fa, (MPa)	fokeum (MPa)	fem (MPa)	f _{om} (MPa)	fek. 0.05 (MPa)	f _{etk,0,85} (MPa)	Eem (GPa)	Ect (700)	Euri (%)	G e2 (Jie)	Eas (%)	E	Ec3 (%o)	Eeus (⁶ in)

Tabeil 3.1 - Fasthet og deformasjonsegenskaper for betong