Universitetet i Stavanger

FAKULTET FOR UTDANNINGSVITENSKAP OG HUMANIORA

MASTEROPPGAVE

Studieprogram: Masterstudie i utdanningsvitenskap, matematikkdidaktikk	Vårsemesteret, 2020 Åpen/ ~~konfidensiell~~
Forfatter: Mischa Kellerhals	………Mischa Kellerhals………… (signatur forfatter)
Veileder: Raymond Bjuland	
Tittel på masteroppgaven: Lærerens invitasjon til elevenes deltakelse i den matematiske helklassesamtalen i lys av kontekstbasert dialogisk undervisning på 6. trinn. Engelsk tittel: The teacher's invitation to students' participation in mathematical whole-class conversations in light of context based dialogic teaching in a 6th grade classroom.	
Emneord: Dialogisk undervisning, samtaletrekk, multiplikasjon, dialogiske ytringer, kjerneelementer Dialogic teaching, Talk moves, multiplication, dialogue moves, core practices	Antall ord: 27185 + vedlegg/annet: 4620 Stavanger, 12. juni 2020

Forord

Innleveringen av masteroppgaven markerer ikke bare slutten på et spennende arbeid om undervisning og læring i matematikk, men setter også punktum på fem flotte år som lærerstudent på Universitetet i Stavanger. Samtidig som en mastergrad er fullført, starter den en ny utfordring til høsten, når alt skal settes ut i livet. Studietiden på grunnskolelærerutdanningen har gitt kunnskap, bevissthet og trygghet til å ta fatt på det krevende og spennende arbeidet som venter.

Oppgaven som materialiserer seg på de kommende sidene er et resultat av en lang og krevende prosess. Det den ikke viser er alt som er lest, skrevet om og slettet. Arbeidet hadde vært mye mer krevende, og resultatet sannsynligvis noe mer rufsete, om det ikke var for trygg og god hjelp fra veileder, Raymond Bjuland. Takk for kaffe og gode samtaler om alt fra matematikkdidaktikk til fotball. Din kjærlighet for Viking og Leeds engasjerer selv den mest nøytrale. Du har en evne til å balansere det personlige og det profesjonelle, og jeg setter stor pris på at du alltid har vært åpen, ærlig og gitt gode og konstruktive tilbakemeldinger. Du har alltid satt av tiden som trengs, til og med når Covid-19 satte en stopper for fysiske møter. Tusen takk for din hjelp!

Mischa Kellerhals

Stavanger, juni 2019

Sammendrag

Matematikkundervisning som vektlegger dialogen mellom elevene og læreren er i tråd med nyere forskning også stadig mer fremtredende i skolen. Den nye læreplanen fremhever blant annet kommunikasjon, argumentasjon og resonnering som kjerneelementer i matematikkfaget. Dette er sammenfallende med en sosiokulturell forståelse av læring som legger vekt på språkets betydning for elevenes læring. Denne studien adresserer dialogisk kontekstbasert undervisning på 6. trinn i et norsk klasserom, og belyser hvordan læreren kan invitere elevene inn i den matematiske helklassesamtalen i arbeid med multiplikasjon. I arbeidet har transkribert videomateriale fra helklassesamtaler blitt analysert med bruk av teoretiske rammeverk som er knyttet til samtaletrekk og dialogiske ytringer.

Funnene peker på viktigheten av å skape rom for de ulike elevenes deltakelse i de matematiske samtalene. Et sentralt verktøy for å engasjere flest mulig elever i matematisk samtale er bruk av læringspartner i helklassekonteksten. I kontekstbasert undervisning er en viktig del av undervisningsarbeidet å skape engasjement, undring og muligheter for deltakelse. Resultatene diskuteres også i lys av kjerneelementene i den nye læreplanen.

Abstract

Teaching mathematics in a way that emphasises dialogue between students and teacher has become more prominent in educational research and in the Norwegian syllabus. The new curriculum focuses, among other things, on communication and reasoning in school mathematics. This coincides with a sociocultural understanding of learning, which underlines the important role that the use of language has on students' learning. This thesis addresses dialogic contextual teaching in a Norwegian 6th grade classroom and shows how the teacher can invite the students to take part in collective mathematical dialogue, specifically with focus on multiplying. The study involves analysis of transcribed video material. The analytic framework used is based on talk moves and dialogue moves.

The findings underline the importance of creating a space for the students' participation in the mathematical dialogue. One important tool used to engage students in classroom conversations is the use of learning partners. In context-based teaching an important part of the work of teaching is creating engagement and opportunities for student participation. The results are also discussed in the light of the core elements of the new Norwegian curriculum.

Innholdsfortegnelse

Oversikt over figurer

Oversikt over tabeller

1 Introduksjon

Innholdet og legitimeringen av matematikkfaget har blitt utformet gjennom mange år med forskning og erfaringer som danner grunnlaget for hvordan vi ser på faget i dagens skole. Spesielt de siste tiårene har forskning på undervisning vært i stor utvikling. For 40 år siden åpnet Bauersfeld (1980) opp et tidligere «lukket» klasserom ved å kaste lys over nye sider av undervisning og læring. Det er ikke nok å se på lærerens handlinger og hva disse resulterer i, fordi læring er en del av et komplekst sosialt samspill. Bauersfeld (1980) argumenterte for dette ved å peke på fire skjulte dimensjoner ved matematikkundervisning: For det første skjer undervisning og læring i matematikk gjennom menneskelig interaksjon. For det andre oppnås undervisning og læring i matematikk i institusjoner som representeres av og reproduserer sine medlemmer. For det tredje er matematikkfaget en distinktiv del av elevens liv, og må sees i lys av andre faktorer så påvirker eleven. Den fjerde dimensjonen er at kompleksiteten i klasserommet gjør det krevende å forske på undervisning. Dersom man vil forske på matematikkundervisning må man først forsøke å redusere denne kompleksiteten.

I en tid hvor den norske skolen forbereder seg på en overgang til nye læreplaner med oppdaterte og fremtidsretta læremål, er også perspektivet innenfor matematikkundervisning i bevegelse. Lærerinstruksjon etterfulgt av individuelt arbeid med oppgaver, og med mindre vekt på samtale er en fremtredende undervisningsform i norske og internasjonale matematikklasserom (Drageset, 2014; McCrone, 2005; Rojas-Drummond & Zapata, 2004). På en annen side kommuniserer fagfornyelsen, som er gjeldende fra høsten 2020, et økt fokus på utforskning, resonnering, argumentasjon og kommunikasjon (Utdanningsdirektoratet, 2019b). I løpet av de siste årene har dialogbasert undervisning fått stadig bedre fotfeste i matematikkundervisning, i tråd med tidligere forskning (Mercer, Wegerif & Dawes, 1999). I læreplaner sees lesing, skriving og regning som grunnleggende ferdigheter, mens det sosiokulturelle perspektivet vektlegger språket som grunnlaget for læringsprosesser (Säljö, 2001; Vygotsky, 1978). Samtale har alltid vært en essensiell del av undervisning, men dialogen er i undervisningssammenheng langt mer enn bare et verktøy til å formidle og effektuere undervisning (Alexander, 2008).

I denne studien vil jeg se nærmere på hvordan dialogbasert undervisning kan gjennomføres i et norsk klasserom. Ved å se på konkrete situasjoner gjennom et analytisk rammeverk er målet å kunne si noe hvordan læreren kan lede matematiske samtaler i klasserommet og legge til rette for elevenes læring gjennom deltakelse og engasjement. Utfordringene og aspektene rundt kompleksiteten ved klasseromforskning som ble trukket fram av Bauersfeld (1980) er like aktuelle i dag. I denne studien gjøres det et forsøk på å redusere kompleksiteten ved å avgrense til dialogen mellom læreren og elevene i helklassesituasjoner. For å avgrense ytterligere fokuseres det i hovedsak på arbeid med ulike multiplikasjonsstrategier. Gjennom transkribert videomateriale av matematikkundervisning på 6.trinn analyseres samtalen mellom elevene og læreren i ulike faser av undervisning og kontekstbasert arbeid. Denne case-studien undersøkes blant annet hvordan læreren kan invitere elevene inn i matematiske samtaler, og det komplekse undervisningsarbeidet læreren står i.

1.1 Bakgrunn og problemstilling

Tidligere arbeid med det aktuelle datamaterialet har vist at læreren bruker samtaletrekk til å underbygge elevdeltakelse, og unngår å gi elevene tilbakemeldinger og direkte feedback for å bidra til at elevene utforsker og argumenterer (Kellerhals, 2019). I denne oppgaven vil jeg i større grad vektlegge samtaletrekkene som en del av den dialogiske undervisningen, i tillegg til at jeg ønsker å studere hvordan læreren kan legge til rette for, og invitere elevene inn i de matematiske samtalene. Utviklingen av elevenes resonnering og matematiske samtaler i klasserommet er aktuelt i forskning på matematikkundervisning (Berger, 2013; McCrone, 2005; Mercer et al., 1999; Stein, Engle, Smith & Hughes, 2008). Denne studien belyser lærerens rolle i utviklingen av matematiske samtaler i klasserommet i en norsk kontekst.

Problemstillingen skal beskrive hva jeg ønsker å studere, samtidig som den avgrenser forhold som jeg ikke har ønske og eller mulighet til å studere (Postholm & Jacobsen, 2011). Denne oppgavens problemstilling er formulert slik:

På hvilken måte kan læreren, i arbeid med multiplikasjon, invitere elevene inn i den matematiske helklassesamtalen i kontekstbasert dialogisk undervisning på 6.trinn?

Med bakgrunn i denne problemstillingen er masteroppgaven strukturert inn i ulike kapitler og delkapitler. Teorikapittelet danner det teoretiske bakteppet for studien, og tar for seg teoretiske perspektiver som senere anvendes i lys av studiens resultater. Metodekapittelet beskriver studiens design, forskningsmetode og etiske aspekter, og illustrerer det analytiske rammeverket som anvendes. Resultatkapittelet beskriver analysene og hvilke funn som er gjort. I diskusjonsdelen sees resultatene i lys av de teoretiske perspektivene og studiens problemstilling. I konklusjonen oppsummeres de sentrale funnene fra studien.

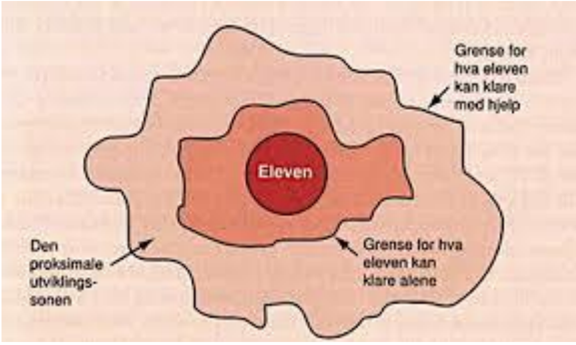
2 Teoretisk perspektiv

Det finnes mange måter å forstå barn og unges utvikling og læring på. I denne studien danner det sosiokulturelle perspektivet, som ser på læring som en sosial aktivitet, grunnlaget for dette. I et slikt perspektiv spiller språkets betydning for kognitiv utvikling en viktig rolle (Vygotsky, 1978). I de senere år har undervisning som konsentrerer seg om verbal kommunikasjon fått økt oppmerksomhet. Ett eksempel på dette er *dialogisk undervisning* som er særskilt knyttet til Alexander (2008) som viser til fem sentrale prinsipper som kjennetegner denne typen undervisning. Kazemi og Hintz (2014) presenterer *samtaletrekk* som verktøy i lærerens arbeid med å legge til rette for meningsfylte matematiske samtaler i klasserommet. Disse blir nærmere presentert, og utgjør sammen med *dialogue moves* utviklet av Warwick, Vrikki, Vermunt, Mercer og Halem (2016) det analytiske rammeverket for oppgaven. Det vil også bli gjort rede for det matematiske temaet, multiplikasjon, som er aktuelt i senere analyser. Det teoretiske perspektivet som utgjør kommende kapittel, rammer inn og danner bakgrunnen for denne studien.

2.1 Læring i sosial sammenheng

Læring og utvikling hos barn og unge kan forstås på mange ulike måter. I et historisk perspektiv har læring i stor grad blitt sett på som et individuelt fenomen, noe som har ført til teorier om læring som først og fremst fokuserer på de mentale prosessene som skjer hos det enkelte individ (Säljö, 2001). På en annen side kan læring sees på som en sosial prosess. Säljö (2001) skiller mellom læring på to ulike nivå; det individuelle og det kollektive. Den russiske psykologen Lev Vygotsky (1896-1934) var sentral i utviklingen av sosiokulturell læringsteori, og i motsetning til blant annet Piaget og Thorndike mente Vygotsky (1978) at all individuell tenkning og utvikling har utgangspunkt i sosiale aktiviteter. Sosiale aktiviteter skaper individuell tenking, og et barns utvikling løper *fra* et nivå hvor det kan mestre noe sammen med andre, *til* et nivå hvor det er i stand til å gjøre det alene. Med andre ord kommer den sosiale aktiviteten først, og den individuelle tenkingen etterpå. Videre peker Vygotsky (1978) språket som menneskets viktigste redskap for å tilegne seg kultur og felles kunnskap, og viser til språkets to funksjoner; et sosialt språk til å kommunisere med og et indre språk som danner grunnlaget for tankeprosesser. Säljö (2001) ser på kommunikasjon som bindeleddet mellom de ytre interaksjonene og den indre tenkningen. Utviklingen av språket blir dermed en viktig forutsetning for den intellektuelle utviklingen, og en praktisk anvendelse av denne teorien vil være å stimulere både det indre og det ytre språket, da språket er tankens byggeklosser (Imsen, 2014).

Fordi den sosiale aktiviteten kommer før den intellektuelle utviklingen, vil det innenfor sosiokulturell læringsteori også være slik at en elev er i stand til å meste en oppgave sammen med andre før den er i stand til å gjøre det samme alene. Forskjellen mellom elevens evnenivå alene, og det den klarer å mestre med hjelp og støtte fra andre kalles for *den proksimale utviklingssonen* (Säljö, 2001). Vygotsky (1978, s. 86) definerer begrepet som *«The distance between the actual developmental level as determined by independent problem solving and the level and potential development as determined through problem solving under adult guidance or in collaboration with more capable peers»*. I undervisningssammenheng ligger den pedagogiske utfordringen i å utnytte denne utviklingssonen ved å tilrettelegge for samhandling omkring oppgaver, som hjelp på veien mot individuell mestring og læring. Et typisk eksempel innenfor matematikkundervisning vil være å arbeide med oppgaver eller problemer i grupper eller sammen med en læringspartner.



Figur 1 - Den proksimale utviklingssonen (Imsen, 2014, s.192)

Språkets betydning for individuell utvikling og læring er en av årsakene til at kommunikasjonsorientert undervisning har fått stor oppmerksomhet de siste tiårene (Imsen, 2014). Her vektlegges det at elevene skal få mer erfaring i å uttrykke seg muntlig (språklig) gjennom for eksempel ved å kommunisere omkring problemstillinger sammen med andre. Et eksempel på undervisning hvor muntlig kommunikasjon er sentralt er *dialogisk undervisning* som assosieres med Alexander (2008). Dette kommer vi nærmere inn på i delkapittel 2.3.

2.1.1 Interthinking

Vygotsky (1978) hevdet altså at utviklingen av barns tenkning formes av det dynamiske forholdet mellom intermental aktivitet (sosial samhandling) og intramental aktivitet (individuell tenkning), med språket som hovedmediator mellom disse to. Littleton og Mercer (2013) bygger videre på dette når de foreslår at det ikke bare er den kognitive utviklingen som er avhengig av dette forholdet, men at all menneskelig tenkning starter med vår evne til å tenke både individuelt og kollektivt. For å nærmere kunne forklare dette forholdet mellom individuell og kollektiv tenkning introduseres begrepet *interthinking* (i mangel på en god norsk oversettelse brukes det engelske begrepet i denne oppgaven). Med dette begrepet ønsker Littleton og Mercer (2013) å løfte frem at mennesker ikke bare kan handle sammen (interact) men også tenke sammen (interthink). Karlsen og Helgevold (2019) beskriver interthinking som deltakelse i en produktiv og kreativ prosess av kollektiv tenkning. Littleton og Mercer (2013) argumenterer for at en gruppes suksess avhenger av kvaliteten av interthinkingen som foregår. Videre peker de, med bakgrunn i ekstensiv forskning, på tre typer av samtale i grupper: *Disputational talk* som preges av uenighet, individualitet og konkurranse, *cumulative talk* hvor alle ukritisk aksepterer og er enig i det de andre sier, og *exploratory talk* hvor alle engasjerer seg i hverandres ideer på en kritisk men konstruktiv måte (Littleton & Mercer, 2013). En eksplorativ samtale (exploratory talk) er også preget av at alles meninger ansees som viktige, og argumentasjon og resonnering er synlig for de som måtte observere (Karlsen & Helgevold, 2019). Mercer et al. (1999) mener at den eksplorative samtalen legger forholdene til rette for at «interthinking» kan skje. Warwick et al. (2016) identifiserte en rekke dialogue moves (dialogiske ytringer) som de anser for å være nyttige for å illustrere hvordan deltakere gjennom samtalen skaper muligheter for læring gjennom blant annet å stille spørsmål, komme med støttende bidrag, bygge på hverandres ideer, bevise eller resonnere, og utfordre hverandres tankegang. Med utgangspunkt i disse dialogiske ytringene har Warwick et al. (2016) utviklet et rammeverk som brukes til å analysere samtaler mellom lærere i arbeid med Lesson Study. Dette rammeverket vil jeg benytte i analyser av samtaler mellom lærer og elever i denne studien. Den analytiske tilnærmingen til datamaterialet blir gjort rede for i delkapittel 4.4.

2.2 Det dialogiske perspektivet

Et historisk tilbakeblikk på matematikkundervisning viser at frontalundervisning, hvor hovedfokuset er på det læreren gjør og sier, lenge har vært utbredt. Undervisning som er preget av enveiskommunikasjon, der læreren «eier» kunnskapen og forsøker å overføre denne til elevene, kan betegnes som monologisk Dysthe (2008). En slik form for undervisning preges av at læreren i utgangspunktet snakker eller instruerer, og bare stiller enkle, lukka spørsmål og hvor elevene i praksis bare fyller inn tomrommene i lærerens monolog. I matematikk kan dette være særlig fremtredende fordi det i matematikk ofte kan dreie seg om å løse konkrete oppgaver. Det kan for eksempel være spørsmål som: «hva er arealet av denne?»

eller «hvilken er størst/minst?». Typisk for monologisk undervisning er at spørsmålene stilles for å teste kunnskap, og ikke for å diskutere eller reflektere (Dysthe, 2008). Etter hvert som sosiale læringsteorier fikk fotfeste i skolen utover 80- og 90-tallet utviklet også matematikkundervisningen seg, og forskning på prosesser som involverer matematiske interaksjoner har blitt stadig mer fremtredende de siste 25 årene (Bjuland, 2012). I tråd med sosiale teorier om læring har fokuset på språkets rolle i læring fått en viktig rolle, og et dialogisk perspektiv på undervisning har blitt mer fremtredende.

Begrepet *dialogisk undervisning* er assosiert med Alexander (2008) og hans forskning på dialogen mellom lærere og elever i klasserommet (Bakker, Smit & Wegerif, 2015). Alexander bygger på Bakhtin (1986, s. 168) og sitatet «*If an answer does not give rise to a new question from itself, it falls out of the dialogue and enters systemic cognition, which is essentially impersonal*». Poenget med Bakhtins definisjon av dialog er at det kun er gjennom å involvere seg i dialogen, enten med hverandre, med læreren eller ved å aktivt lytte til andre i dialog at elevene lærer seg å tenke (Bakker et al., 2015). Med andre ord er den muntlige dialogen viktig i undervisningen, fordi det er elevenes involvering i samtalen som påvirker deres tankeprosesser og dermed læring. Den dialogiske tilnærmingen til undervisning baserer seg på en form for lærer-elev-kommunikasjon hvor spørsmål struktureres slik at de fremprovoserer aktive kognitive prosesser og gjennomtenkte svar. Elevene er i en slik undervisningsform aktivt deltakende, tilegnet en høy grad av autonomi og har en mulighet til å påvirke utviklingen av klasseromdialogen (Sedova, 2017).

Dialogisk undervisning har røtter i sosiokulturell teori, som vi har sett at sterkt vektlegger forholdet mellom språket, tenkning og læring. Alexander (2008) peker på forskning som viser at lærere tenderer til å reflektere mindre over det som blir sagt i klasserommet, enn det som blir skrevet, og sier videre at muntlige prestasjoner ser ut til å bli tillagt mindre pedagogisk tyngde enn skriftlige. Når elever har utforsket ideer gjennom diskusjoner blir de ofte bedt om å skrive dem ned, og når deres læring blir vurdert er det på bakgrunn av det som ble skrevet. På en annen side viser internasjonal forskning at det er mulig å undervise på en effektiv måte, og å oppnå gode resultater med å bruke undervisningsmetoder hvor tale er fremtredende, og hvor skriftlige og muntlige prestasjoner i større grad er likestilt (Alexander, 2008).

Alexander (2008) viser til syv argumenter for å styrke dialogens rolle i undervisningen. Blant annet peker han på språket som en viktig del av kommunikasjon i en tid hvor barn i større grad eksponeres for visuelle bilder enn tekst. Språket bygger videre på mellommenneskelige forhold, selvtillit og individuell og kollektiv identitet. Alexander (2008) fremmer også nevrologiske og psykologiske argumenter, i tillegg til at han vektlegger viktigheten av å kunne bruke språket til å argumentere, diskutere, utfordre og stille spørsmål som en medborger i et demokrati. Med bakgrunn i argumentene lister Alexander (2008) opp fem prinsipper som de viktigste komponentene i sin teori, og som han mener at lærere må følge i dialogisk undervisning. I følge Alexander (2008) må dialogisk undervisning være: (1) kollektiv – om mulig skal alle elevene delta i kommunikasjonen som foregår i klasserommet; (2) gjensidig – lærere og elever må lytte til hverandre og dele sine tanker og ideer; (3) støttende – elevene må få frihet i klasserommet til å uttrykke sine egne ideer uten frykt for å gi et galt svar eller bli latterliggjort; (4) akkumulert – elevene og læreren utvikler hverandres ideer ved å gradvis og stegvis bygge opp kunnskap som til slutt blir sammenhengende resonnementer; (5) meningsfylt – interaksjonene i klasserommet skal være underlagt bestemte læringsmål.

Disse fem prinsippene er bærende, og dersom samtalene i klasserommet ikke møter disse, kan de etter Alexanders (2008) syn ikke regnes som dialogiske. I dette arbeidet er de dialogiske prinsippene for undervisning sentrale, i tråd med problemstillingen. I analysen og resultatene sees undervisningen i lys av prinsippene for dialogisk undervisning

2.3 Læreplanendringer - kjerneelementer

I den nye læreplanen, som er gjeldende fra høsten 2020, ser det dialogiske perspektivet ut til å ha fått økt fokus i matematikkfaget. Utdanningsdirektoratet (2019b) har i arbeidet med læreplanen utviklet noen kjerneelementer som defineres som det mest viktige elevene skal lære i matematikk. Arbeidsmetoder og tenkemåter har fått større fokus med formål om at dette skal bidra til at elevene får større forståelse for matematikk. Her er det vektlagt at elevene skal bli gode problemløsere og oppdage sammenhenger mellom fagets og andre fags kunnskapsområder, som igjen skal føre til dybdelæring og forståelse. Faget skal videre legge til rette for utforskning og kommunikasjon omkring matematikken. I den forbindelse har Utdanningsdirektoratet (2019a) fastsatt disse seks kjerneelementene:

- **Utforsking og problemløsing:** omhandler at elevene skal finne sammenhenger og mønster, og diskutere seg frem til en felles forståelse. Strategi og fremgangsmåter skal vektlegges mer enn løsninger.

- **Modellering og anvendelser:** skal gi elevene innsikt i hvordan matematiske modeller blir brukt for å beskrive faktiske situasjoner. En viktig del av dette er å lage modeller, vurdere om modeller er gyldige, og hvilke begrensninger de har.

- **Resonnering og argumentasjon:** betyr å kunne følge, vurdere og forstå matematiske tankerekker. Elevene skal også kunne utforme egne resonnement for å kunne forstå og løse oppgaver.

- **Representasjon og kommunikasjon:** handler om å uttrykke matematiske begreper og å bruke et matematisk språk i diskusjoner. Kommunikasjon i matematikk betyr å bruke et adekvat språk i samtaler, argumentasjon og resonnement.

- **Abstraksjon og generalisering:** er viktig for at elevene gradvis skal utvikle en formalisering av tanker, strategier og språk, fra konkrete beskrivelser til et formelt symbolspråk.

- **Matematiske kunnskapsområder:** omfatter tallforståelse, algebra, funksjoner, geometri, statistikk og sannsynlighet. Kunnskapsområdene danner grunnlaget elevene trenger for å utvikle en matematisk forståelse.

Det kommer tydelig frem i kjerneelementene at elevene må være aktive i læringsprosessen. Og kjerneelementene peker blant annet på utforsking, problemløsing, resonnering og argumentasjon. I tråd med dybdelæringsperspektivet rettes fokuset mot prosessen i arbeidet med matematiske problemstillinger, fremfor resultatet. I tillegg løftes representasjon og kommunikasjon som et eget element. Elevene skal kunne kommunisere og bruke et tilpasset språk i faglig argumentasjon. Dette er elementer som underbygger former for undervisning hvor muntlig arbeid er vektlagt.

2.4 Samtalemønstre i matematikkundervisning

Kommunikasjon i undervisningssammenheng har i stor grad lignet en IRE-struktur (Forman & Ansell, 2001). IRE (også kalt IRF) kjennetegnes ved at dialogen består av et *initiativ* av læreren, en *respons* fra eleven, etterfulgt av en *evaluering* eller feedback på elevens respons. Et eksempel på dette kan være: Læreren spør, «Lise, hva er 24·5?»; Lise svarer: «120», lærer svarer, «Bra». Wells (2004) peker på at dette undervisningsmønsteret var estimert å stå for nærmere 70 prosent av all dialog mellom lærer og helklasse, og at det dermed også er forsket mye på. Til tross for at IRE-mønsteret har vært svært utbredt i undervisning, er det stor uenighet omkring hvilken virkning dette har på læring. Mens noen mener at denne formen for kommunikasjon kan være effektiv, spesielt for å kunne kartlegge elevers kunnskap og forståelse, mener Wells (2004) at denne kommunikasjonsformen først og fremst er så utbredt fordi det eksisterer en oppfatning om at dette er *måten* å kommunisere på i klasserommet, og at det derfor ikke sees som noe poeng å endre på dette med mindre det foreligger en god grunn for det. Ikke overraskende, ifølge Wells (2004), er dette kommunikasjonsmønsteret derfor også brukt relativt ukritisk, uten fagdidaktiske evalueringer.

I senere tid har en større del av forskningen konsentrert seg omkring klasserom hvor IRE-strukturen er videreutviklet eller erstattet av en form for diskurs hvor elevene i større grad er delaktige i samtalen (Drageset, 2015; Forman & Ansell, 2001; Lim, Lee, Tyson, Kim & Kim, 2019). Det vil si at elevene tar en aktiv rolle i samtalen ved å både initiere og evaluere i tillegg til å respondere, og på denne måten finner løsninger og forklaringer i samarbeid med læreren. En slik organisering endrer ifølge Forman og Ansell (2001) lærerens rolle fra å eie til å strukturere og organisere samtalen ved å be elevene reflektere og evaluere sine forklaringer. På den måten er en viktig del av lærerens arbeid å *orkestrere* kollektive argumenter. Et distinktivt trekk ved en slik form for dialogisk undervisning er *«revoicing»*. Revoicing innebærer at elevsvar blir gjentatt, utvidet, omgjort eller oversatt av læreren for resten av klassen, med hensikt om å trekke frem viktig informasjon, belyse utvalgte deler eller elementer ved svaret, eller tydeliggjøre uklar terminologi (Forman & Ansell, 2001). På denne måten kan lærerne posisjonere elevene som viktige bidragsytere i utviklingen av ideer og resonnement, og samtidig sikre det språklige og matematiske innholdet for å unngå avsporinger eller misoppfatninger. Lim et al. (2019) undersøker i lys av IRF-modellen lærerens oppfølgingshandlinger, gjerne i etterkant av et initiativ og en respons. Dette kan være å lytte, stille spørsmål eller bruke *talk moves* (samtaletrekk). Samtaletrekk er først teoretisert av Chapin, O'Connor og Anderson (2009), og kan beskrives som distinktive handlinger læreren kan gjøre for å invitere elevene inn i matematiske samtaler. I sin studie finner Lim et al. (2019) indikasjoner på at lærerne som elever anser som å fremme matematiske samtaler i klasserommet tenderte til å stille oppfølgingsspørsmål som underbygger elevdeltakelse. Det vil si at det er et stort potensial for å utvikle matematisk undervisningsarbeid ved å lære mer om hvordan lærere kan lytte til og bygge på elevers respons (Lim et al., 2019).

I publiseringen *Intentional Talk* presenterer Kazemi og Hintz (2014) hvordan læreren kan strukturere matematiske samtaler i klasserommet som både oppnår lærerens faglige mål, og legger til rette for å lære elevene å delta i samtalen på en meningsfull måte. Videre presenteres syv samtaletrekk læreren kan bruke som verktøy i arbeidet med å få i gang og utvikle samtalen i klasserommet omkring matematiske ideer og resonnement. I likhet med Lim et al. (2019) bygger disse samtaletrekkene på Chapin et al. (2009), og ansees av Kazemi og Hintz (2014) som svært nyttige i arbeidet med å styre den matematiske samtalen. Chapin et al. (2009) har utviklet de fem første samtaletrekkene, mens de to siste er lagt til av Kazemi og Hintz (2014). Det første samtaletrekket [S1] representerer i stor grad det som Forman og Ansell (2001) legger i begrepet *«revoicing»*. De syv samtaletrekkene vil være sentrale i analysearbeidet i kapittel 5, og er som følger:

Tabell 1 – De syv samtaletrekkene (Kazemi & Hintz, 2019, s.33-34)

[S1] Gjenta (lærer) «Så du sier …»	- Gjenta deler av eller hele elevens utsagn og be eleven om å respondere og bekrefte om det du sa, stemmer. - Gjenfortelling kan brukes for å oppklare, forsterke eller tydeliggjøre en ide.
[S2] Gjenta (elev) «Kan du gjenta hva han/hun sa med dine egne ord?»	- Be eleven gjenta eller omformulere hva en annen elev har sagt. - Gjenta viktige deler av en kompleks ide for å få samtalen til å gå saktere og for å få elevene til å dvele ved viktige ideer.
[S3] Resonnere «Er du enig eller ikke, og hvorfor?» «Hvorfor virker dette riktig?»	- Etter at elevene har hatt tid til å tenke gjennom hva en medelev har sagt – spør elevene om å sammenligne eget resonnement med noen andres. - La elevene engasjere seg i hverandres ideer. - Elev «Jeg respekterer denne ideen, men jeg er uenig fordi …»; «Jeg forstår denne ideen fordi …»
[S4] Tilføye «Vil noen legge til noe her?»	- Få elevene til å delta i samtalen eller utdype egne ideer. - Elev: «Jeg vil legge til …»
[S5] Tenketid «Ta den tiden du trenger»	- Vent etter at du har stilt et spørsmål før du ber en elev om å si noe. - Vent etter at en elev har blitt bedt om å si noe. Gi han/henne tid til å få tenkt seg om. - Elev: «Jeg trenger mer tid».
[S6] Snu og snakk «Snu og snakk med læringspartneren din»	- Beveg deg rundt og lytt til det elevene sier til hverandre. Bruk informasjonen du får til å velge ut hvem du vil skal si noe i plenum. - Gi elevene mulighet til å dele og forklare ideene sine.

	- Gi elevene mulighet til å forstå og engasjere seg i hverandres tanker og ideer.
[S7] Endre «Har noen endret måten de tenkte på?» «Vil du endre måten du tenkte på?»	- Gi elevene mulighet til å endre egne tanker etter hver som de oppdager noe nytt. - Elev: Jeg trodde … Men nå tror jeg … fordi …»; «Jeg vi endre måten jeg tenkte på».

Disse samtaletrekkene skal bidra til at elevene får en inngang i den matematiske dialogen i klasserommet. Chapin et al. (2009) understreker viktigheten av tydelige regler i klasserommet dersom disse samtaletrekkene skal kunne bidra til produktive samtaler. Det er for det første viktig at alle elevene lytter til det de andre sier. For det andre må læreren sørge for at alle får med seg (hører) hva som blir sagt. Til slutt er det viktig at flest mulig, helst alle elevene, får bidratt til samtalen (Chapin et al., 2009). Både Chapin et al. (2009), Lim et al. (2019) og Kazemi og Hintz (2014) tar utgangspunkt i den amerikanske skolen, men Wæge (2015) viser til at disse samtaletrekkene er lovende også i en norsk kontekst. En viktig del av lærerens undervisningsarbeid i matematikk er å bruke matematiske samtaler til å fremme elevers tenkning og læring i faget. Målet er ikke å skape flest mulig samtaler, men å øke mengden av samtaler som er matematisk produktive (Wæge, 2015).

2.5 Undervisningsarbeidet i matematikk

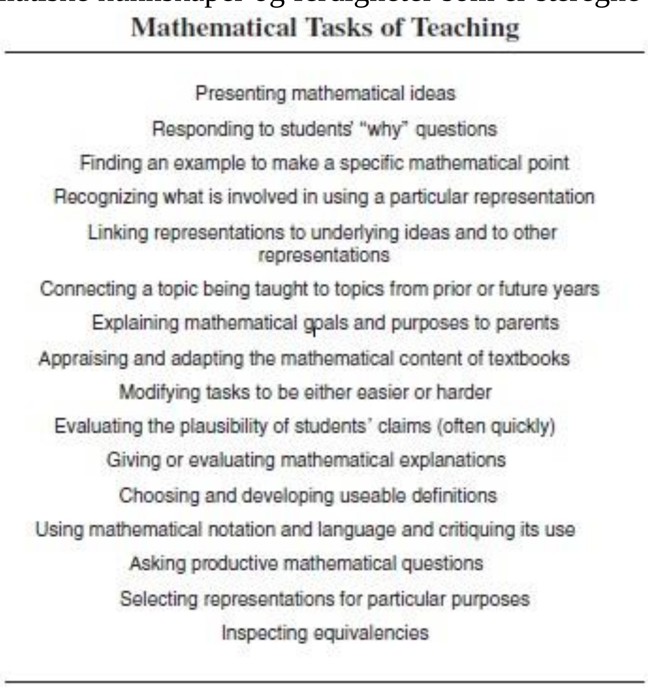
Det matematiske undervisningsarbeidet henger ikke bare sammen med lærerens faglige kunnskaper, men kanskje viktigst av alt, lærerens kunnskap om undervisning i faget. Shulman (1986) kritiserer lærerutdanningen for å ha utviklet en avstand mellom didaktisk og faglig kunnskap i matematikkundervisning. For å kunne gi god undervisning må læreren både ha faglige og didaktiske ferdigheter. Dette forholdet refereres til som *pedagogical content knowledge*. Ball, Thames og Phelps (2008) bygger på PCK-rammeverket til Shulman (1986), og argumenterer for at dette 20 år senere, i mangel på blant annet nøkkelord og klare definisjoner, må videreutvikles. I sin praksisbaserte studie ser Ball et al. (2008) på klasseromsundervisning og hva denne krever av læreren. De finner en klar sammenheng mellom lærerens undervisningskunnskap og (1) kvaliteten på matematikkundervisningen og (2) elevers resultater i matematikk. Ball et al. (2008) ser på den matematiske kunnskapen som er nødvendig for å kunne løse de ulike oppgavene (tasks of teaching) læreren står overfor.

Disse kunnskapene refereres til som *mathematical knowledge for teaching* (MKT). Figur 2 illustrerer hovedelementene i MKT-rammeverket. Ball et al. (2008, s. 395) definerer undervisningskunnskap i matematikk (MKT) som *«the mathematical knowledge needed to carry out the work of teaching mathematics»*. Undervisningsarbeidet refereres til som *work of teaching*, som igjen består av en rekke kjerneoppgaver som lærere nødvendigvis må utføre for å hjelpe elevene å lære. Disse oppgavene kalles *tasks of teaching*. Ball og Forzani (2009, s. 497) definerer disse som *«the core tasks that teachers must execute to help pupils learn»*.

Figur 2 - Hovedelementene i MKT (Ball et al., 2008, s.403, oversatt av Fauskanger, Bjuland & Mosvold, 2010)

2.5.1 «Tasks of teaching» - kjerneoppgavene i undervisningsarbeidet

En sentral del av MKT-rammeverket er det Ball et al. (2008) kaller for spesialisert fagkunnskap (se figur 2). Dette er de matematiske kunnskaper og ferdigheter som er særegne for undervisning, og ikke vanligvis nødvendige for andre matematiske formål, for eksempel for en ingeniør eller en økonom. Lærerarbeidet i matematikk involverer for eksempel å forstå løsninger som er feil, eller å sjekke om en annerledes fremgangsmåte også fungerer generelt. Med andre ord arbeider læreren med matematikk i undervisningssituasjoner som ikke kan sammenlignes med andre former for matematisk arbeid. Ball et al. (2008) identifiserer en rekke kjerneoppgaver for matematikkundervisning, og flere av disse er distinktive for


Mathematical Tasks of Teaching

Presenting mathematical ideas
Responding to students' "why" questions
Finding an example to make a specific mathematical point
Recognizing what is involved in using a particular representation
Linking representations to underlying ideas and to other representations
Connecting a topic being taught to topics from prior or future years
Explaining mathematical goals and purposes to parents
Appraising and adapting the mathematical content of textbooks
Modifying tasks to be either easier or harder
Evaluating the plausibility of students' claims (often quickly)
Giving or evaluating mathematical explanations
Choosing and developing useable definitions
Using mathematical notation and language and critiquing its use
Asking productive mathematical questions
Selecting representations for particular purposes
Inspecting equivalencies

Figur 3 - Mathematical tasks of teaching (Ball et al., 2008, s.400) undervisningsarbeid (figur 3). Hver av disse oppgavene er en del av en matematikklærers komplekse undervisningsarbeid. Satt sammen krever disse en unik matematisk forståelse og kunnskap som er langt utover det elevene skal lære (Ball et al., 2008). For eksempel må læreren evne å kunne bryte ned matematisk kunnskap til et nivå slik at den er tilgjengelig for elevene der de er i læringsprosessen. Dette involverer blant annet å kunne forklare hvordan det matematiske språket skiller seg fra det hverdagslige språket, valg og bruk av effektive matematiske representasjoner og å forklare og argumentere for matematiske ideer. Læreren skal fungere som støtte når elevene «pakker opp» og oppdager nye matematiske sammenhenger, og for å kunne gjøre det kreves en form for matematisk kunnskap som er helt særegen for undervisningsarbeid i matematikk (Ball et al., 2008).

2.5.2 «Work of teaching» - nyere perspektiver på det komplekse lærerarbeidet

Det finnes mye forskning som har forsøkt å finne ut hvilke ferdigheter matematikkundervisning krever av læreren (Ball et al., 2008; Kersting, Givvin, Sotelo & Stigler, 2010; Rowland, Huckstep & Thwaites, 2005), og det er utenfor denne studiens rammer å gå inn på alle disse. Men, det er vesentlig at forskningen i senere tid har skiftet fra å undersøke «*what mathematics do teachers need to know*» til «*how is mathematics used in teaching*» (Ball, 2017, s. 13). Dette innebærer et skifte fra å fokusere på hvilke ferdigheter og kunnskaper læreren trenger, til å se på hva som driver matematikken i klasserommet. Forskningen konsentrerer seg omkring å forstå hvilken betydning læreres matematiske kunnskaper har for undervisning og læring, sett i lys av praksis.

Ball (2017) understreker viktigheten av å vite mer om hva det betyr å «kunne» og «gjøre» matematikk innenfor en matematisk undervisningskontekst. Spørsmålet som stilles er: *«What <u>is</u> the «work of mathematics teaching» seen through a lens of practice?»* (Ball, 2017, s. 14). Med andre ord; hvordan kan vi rette søkelyset over på å identifisere og forstå det faktiske matematiske undervisningsarbeidet? Ball (2017) hevder at undervisning i seg selv ikke er årsaken til læring, det er det elevene selv som står for. Men det betyr ikke at arbeidet med å lære skal overlates til tilfeldighetene. Ball og Forzani (2009) skiller mellom å hjelpe andre til å lære bestemte ting, som er en hverdagslig aktivitet, og profesjonell klasseromsundervisning. Undervisning handler om å gjøre forsiktig arbeid, her og nå, med elever, innenfor en spesifikk kontekst, som i størst mulig grad øker sjansen at hver elev lærer ferdigheter, kunnskaper og kvaliteter som har verdi for deres liv (Ball & Forzani, 2009). Videre vektlegger Ball (2017) det læreren foretar seg som «arbeid» (<u>**work**</u> of teaching) for å kunne skille dette fra andre viktige elementer som påvirker det som skjer i klasserommet, for eksempel kultur, hva elevene gjør, læreplanens utforming og normer (Yackel & Cobb, 1996). Arbeidet handler om hva læreren *gjør* for å «maksimere sjansen» for at elever utvikler seg og lærer. Begrepet «work of teaching» representerer også en forpliktelse til å undervise med innsats og mening. Læring i klasserom skjer ikke ved tilfeldigheter, heller tvert imot. I et miljø hvor undervisningsarbeidet er av lavere kvalitet lærer elevene ikke (Ball, 2017).

For å kunne identifisere og forstå det matematiske undervisningsarbeidet er det viktig å være klar over en viktig faktor innenfor undervisning: Lærere kommuniserer, relaterer og gjør mening av ting på tvers av forskjeller. Det vil si forskjeller i alder, utvikling, kjønn, etnisitet, kultur og religion, språk og erfaring (Ball, 2017). Dette er viktig fordi det betyr at en sentral dimensjon ved undervisningsarbeidet er å være klar over og koordinere med andres perspektiver. Undervisning handler ikke bare om det læreren tenker, men også om å være forberedt på hva elevene tenker, og dermed tilpasse språk, gester og uttrykk til hvordan elevene vil kunne høre eller forstå læreren (Ball, 2017). Dette er en spesiell og krevende form for kommunikasjon, fordi det handler i tillegg til å formidle det man ønsker, om å ha en tanke om hvordan det man sier blir oppfattet. Innenfor matematikk, for eksempel, forsøker man som lærer å finne en god oppklarende forklaring til elever. Intuitivt vil man lete etter det man selv finner overbevisende eller oppklarende på bakgrunn av det man selv forstår og kan forklare, men det virkelige «lærerspråket» må kunne forklare matematikk på en måte som tar høyde for hvordan eleven vil forstå det som blir sagt. Dette er en merkelig måte å snakke på, som er ulik måten vi ellers kommuniserer på i hverdagen (Ball, 2017).

Ball (2017) peker på en rekke utfordringer knyttet til å studere hva det innebærer å gjøre undervisningsarbeid. Dette er sentrale spørsmål som adresserer hvordan matematikkundervisning krever en spesialisert matematisk måte å tenke og resonnere på, noe som er en viktig forutsetning for å kunne si noe mer om hvilke særegne matematiske kunnskaper og egenskaper en matematikklærer trenger i og for sitt undervisningsarbeid. Likevel løftes noen eksempler på det komplekse undervisningsarbeidet frem. Et viktig element er knyttet til problemet eller oppgaven elevene får. En del av lærerens arbeid er å velge ut og planlegge problemer som er hensiktsmessige og får frem de ønskede sidene av matematikken. Det involverer refleksjon omring hvordan elevene vil forstå og jobbe med problemet. Et annet viktig aspekt er å se og forstå enkeltelevers arbeid mens elevene jobber med oppgaven. Det kan være å bevege seg rundt i klasserommet og registrere hva elevene noterer for å få en ide om hva de tenker og spekteret av løsninger blant dem. Med andre ord krever undervisningsarbeidet (blant annet) at læreren er i stand til å kontinuerlig tolke elevenes notater for å kunne oppsummere hva de har tenkt, og være i stand til å stille spørsmål, kommentere eller utfordre elevene i løpet av kort tid (Ball, 2017). Et annet nøkkelelement er det komplekse arbeidet med å lede en matematisk samtale (Ball (2017) bruker begrepet «diskusjon»). For å kunne «styre» samtalen må læreren vite noe om de elevløsningene som kan fungere som et hensiktsmessig bidrag for samtalen. Ball (2017) understreker viktigheten av å reflektere over hvordan lærerens valg av elevløsninger posisjonerer elevene i læringsmiljøet og det sosiale miljøet. Det er videre viktig å stille åpne spørsmål som ikke bidrar til den forstyrrende tendensen som er å klassifisere elevenes svar som enten riktige eller gale (Ball, 2017). Disse eksemplene på «work of teaching» forsterker påstanden om at undervisningsarbeidet i matematikk er et krevende og komplekst arbeid.

2.6 Matematisk tema

I denne studien omhandler datamaterialet arbeid med ulike matematiske temaer i en 6.klasse. Felles for de ulike temaene er at de er kontekstbasert. Det vil si at elevene jobber med større prosjekter, over en viss tidsperiode, som krever at de blant annet jobber med geometri, multiplikasjon og brøk. Ett av prosjektene elevene jobber med er *arkitektprosjektet*, som er et undervisningsopplegg utarbeidet av Glassco, Fosnot, Gulaker, Lie og Heggem (2018). Prosjektet strekker seg over 10 «arbeidsdager» (undervisningsøkter), det vil si ca. 4-5 uker med to doble matematikktimer i uken. Prosjektet går ut på at elevene er arkitekter og skal designe en bygning som har vegger av glass og et flatt soltak. Konteksten ligger fast gjennom hele prosjektet hvor elevene planlegger og lager modeller, utforsker figurer, sammenhenger og størrelser, og regner arealer, lengder og volum. De begynner med modellbygging første dag, og ender opp med et bygningsforslag til kunden. Hensikten med prosjektet er at det skal foregå dybdelæring i veksling mellom multiplikasjon og geometri (Glassco et al., 2018).

2.6.1 Multiplikasjon

Regnearten multiplikasjon er sentral for elevenes arbeid med blant annet utregning av arealer, lengder og volumer når de jobber med arkitektprosjektet, og er derfor også hovedfokuset i flere av episodene som er sentrale i analysedelen i denne studien. Multiplikasjon kan sees på som en forkortet tenkemåte for gjentatt addisjon, og innføres i Norge først i tredjeklasse (Bjørnestad, 2011). I denne oppgaven representeres multiplikasjonstegnet med «·», og i datamaterialet ser vi at det ved noen tilfeller representeres med «×». Når vi multipliserer tall kalles tallene for *faktorer*, og resultatet av multiplikasjonen kaller vi for *produktet*. Altså er faktor multiplisert med faktor lik produktet, eller vi kan si at produktet av to tall er tallene multiplisert med hverandre. Ved multiplikasjon av to tall skiller de fleste lærebøker mellom *multiplikand* og *multiplikator*. Multiplikatoren er det tallet vi multipliserer multiplikanden med (Bjørnestad, 2011). I multiplikasjonsstykket 4·5=20, er altså 4 og 5 faktorer (henholdsvis multiplikand og multiplikator), og verdien av produktet er 20.

Barn konfronteres vanligvis for første gang med multiplikasjon når de møter en situasjon hvor det er et antall grupper som inneholder et likt antall objekter (Greer, 1992). For eksempel: *Tre barn har fire drops hver. Hvor mange har de til sammen?* Antallet barn er multiplikatoren som opererer på antallet drops, multiplikanden, for å produsere svaret.. Det strukturelle nivået er sammenfallende med utviklingen av multiplikasjonsstrategier. Først utvikles multiplikasjon av to ensifrede tall hvor tellestrategier benyttes, før de går videre til gjentatt addisjon, og til slutt memorerte tallkunnskaper (Larsson, Pettersson & Andrews, 2017). Det finnes ulike modeller som fremhever ulike aspekter ved multiplikasjon. Fire modeller som er kjent for å påvirke elevers forståelse av multiplikasjon er: like grupper, rektangulære matriser (rekker), rektangulære arealer og multiplikative sammenligninger (Fauskanger & Bjuland, 2019). Et eksempel på en like grupper-modell har vi sett i eksempelet over, mens rekker kan være tre rader med fire drops plassert vinkelrett på et brett. Rektangulære arealer bygger på lengder som transformeres til arealer gjennom multiplikasjon av en bredde, for eksempel hvor mange esker som er 1m lange og 50cm brede er det plass til i et rom som er 5m langt og 4m bredt? Multiplikative sammenligninger handler om å se på to ulike produkter, for eksempel: Ole har fire ganger flere drops enn Eva, som har tre: Ole har tolv, Eva har tre. I undervisning introduseres ofte multiplikasjon ved å se på sammenhengen mellom multiplikasjon av like grupper og gjentatt addisjon (Larsson et al., 2017).

Multiplikasjon har både assosiative, kommutative og distributive egenskaper. Den assosiative lov sier at når en multipliserer tre eller flere faktorer har det ingen betydning om vi først multipliserer de to første faktorene og deretter den neste, eller omvendt (eksempel vis 2·(3·4) = (2·3)·4). Den kommutative lov for multiplikasjon sier at for to tall, *a* og *b* er $a{\cdot}b=b{\cdot}a$. Denne egenskapen for multiplikasjon er viktig, da den reduserer antallet produkter til halvparten (f.eks. 6·4=4·6) (Fuson, 2003). Den distributive egenskapen i multiplikasjon bygger opp om skriftlige algoritmer, og fokuserer på muligheten til å dele et tall opp i partisjoner (Fauskanger & Bjuland, 2019). For eksempel er 15·4 = 10·4 + 5·4. Ifølge Greer (1992) er modeller for multiplikasjon enten symmetriske eller asymmetriske. Symmetriske modeller som rekker eller areal legger til rette for forståelse av kommutativitet, mens like grupper og multiplikative sammenligninger er asymmetriske fordi faktorene har spesifikke roller, og dermed er kommutative egenskaper skjult (Larsson et al., 2017). Hvilke spørsmål eller oppgavene elevene blir konfrontert med kan avsløre konseptuelle forståelser eller misoppfatninger de har. Forståelse av matematiske konsepter kan sees på som forbindelse mellom ulike representasjoner av det samme konseptet, og disse forbindelsene kan sees på som resonnering (Larsson et al., 2017). Sånn sett kan vi si noe om elevers forståelse av multiplikasjon ved å se på hvordan de resonnerer når de forbinder en utregning til en modell.

2.6.2 Misoppfatninger i multiplikasjon

Det finnes typiske misoppfatninger knyttet til multiplikasjon både knyttet til hoderegningsstrategier og til forståelse/bruk av de kommutative, assosiative og distributive egenskapene. Mange av feilene elevene gjør når de bruker basisferdighetene (tabellkunnskaper) i multiplikasjon henger sammen med sammenblanding av tall (for eksempel 63 og 64), og ineffektive telleteknikker (McIntosh, 2007). Når elever for eksempel skal regne ut 6·4 kan de telle med sprangene 4, 8, 12, 16.. og ende opp med å telle fem eller syv sprang i stedet for seks. Når misforståelsene er knyttet til basisferdigheter i matematikk, vil dette også gjøre prosessen videre mye vanskeligere. Misoppfatninger har med andre ord ofte oppstått i enn tidligere fase enn den som er gjeldende.

Når elevene jobber med større tall (enn i den lille gangetabellen), kommer mange misoppfatninger av at elevene bruker strategien «fjerne og legge til nuller», uten å ha forståelse for regelen (McIntosh, 2007, s. 88). Selv om det er naturlig å tenke at man må legge til noen nuller hvis man har tatt bort noen, er dette en regel som ikke har utgangspunkt i tallkunnskap. For eksempel kan oppgaver som 120·40 føre til forvirring. Elever regner gjerne først ut 12·4, men hvor mange nuller skal svaret inneholde? Et typisk feilsvar vil da være 480. En annen kilde til misoppfatninger finnes ved multiplikasjon med desimaltall (McIntosh, 2007). Elever lærer seg gjerne strategier som omhandler å se bort fra komma, multiplisere heltallene og deretter sette kommaet inn på rett plass i svaret avhengig av det totale antallet desimaler i den opprinnelige oppgaven. Dette kan fungere greit ved noen tilfeller, for eksempel ved 0,02·0,6. Det gir 2·6=12, med et totalt antall desimaler som er 3, og svaret blir 0,012. Samtidig blir det uklart med utregninger som 0,2·0,05. Elevene får da 2·5=10, men det blir uklart om svaret er 0,010, 0,01 eller 0,001. Vi skal senere i datamaterialet også se et eksempel på en misoppfatning om at et desimaltall multiplisert med et heltall ikke blir et heltall.

2.6.3 Dobling og halvering

De assosiative, kommutative og distributive egenskapene for multiplikasjon danner grunnlaget for å utvikle ulike strategier for å løse oppgaver med multiplikasjon. For eksempel underbygger den assosiative egenskapen strategien *dobling og halvering* (Fauskanger & Bjuland, 2019). Dobling og halvering som multiplikasjonsstrategi går i dette tilfellet ut på å doble en faktor og samtidig halvere en annen faktor. Den assosiative lov sier at produktet av de to faktorene i dette tilfellet blir det samme. Målet med strategien kan være å gjøre det lettere å bruke hoderegning når en jobber med multiplikasjon. Et eksempel fra datamaterialet i denne studien er oppgaven $24 \cdot 5$. Her er det mulig å halvere multiplikanden og doble multiplikatoren, som gir $12 \cdot 10$. Dette er en av elevstrategiene som blir illustrert senere i dette arbeidet. Det er selvsagt også mulig å gjenta strategien flere ganger dersom elevene finner det hensiktsmessig. For eksempel kan strategien brukes slik: $24 \cdot 5 = 12 \cdot 10 = 6 \cdot 20 = 3 \cdot 40$. Det er kanskje noe søkt å fortsette etter å ha kommet til $12 \cdot 10$, men eksempelet viser hvordan multiplikasjonsstykket $24 \cdot 5$, med hjelp av dobling og halvering kan forenkles til $3 \cdot 40$.

3 Metode

Dette kapittelet omfatter studiens metodiske tilnærming. Ifølge Kleven og Hjardemaal (2018, s. 18) kan forskningsmetode defineres som «*de fremgangsmåtene vi bruker for å besvare eller belyse de spørsmål vi har stilt*». Fordi forskningsfeltet er stort, og tilgangen til data nærmest er ubegrenset, er den endelige fremgangsmåten et resultat av utallige valg og overveielser gjort med nettopp den hensikt som Kleven og Hjardemaal (2018) viser til. Forskningsspørsmålet i denne studien er bærende for fremgangsmåten og lyder som følger:

På hvilken måte kan læreren, i arbeid med multiplikasjon, invitere elevene inn i den matematiske helklassesamtalen i kontekstbasert dialogisk undervisning på 6.trinn?

Definisjonen til Kleven og Hjardemaal (2018) er i seg selv ikke presis eller avgrenset nok til å kunne skille forskning fra vanlige menneskelige mønstre når vi ønsker å få svar på noe vi lurer på. I forskning stilles det mye høyere krav til systematikk og struktur i arbeidet, i tillegg til kritisk vurdering av egne forskningsresultater. Hvordan en studie er designet er derfor avgjørende for dens kvalitet, og hvorvidt eller i hvilken grad resultatene er gyldige og pålitelige. Jeg vil videre presentere forskningsdesignet i denne studien, før jeg gjør rede for hvordan datamaterialet er samlet inn og behandlet. Deretter redegjør jeg for hvordan jeg har tilnærmet meg materialet, og det teoretiske bakteppet for analysen. Avslutningsvis i kapittelet tar jeg for meg hvordan jeg vurderer studiens kvalitet, og belyser de forskningsetiske vurderingene som er gjort.

3.1 Forskningsdesign

Dette er en studie med en kvalitativ tilnærming til data, og hvor søkelyset er rettet mot et spesifikt fenomen. Kvalitative metoder studerer livet fra innsiden, og gjenspeiler endringer i samfunnet (Thagaard, 2018). På grunn av forskerens nærhet til feltet kan kvalitative tilnærminger gi grunnlag for fordypning og analyser av de sosiale fenomener som studeres. Thagaard (2018) peker på forholdet mellom systematikk og innlevelse ved kvalitativ forskning. Innlevelse gjør at vi kan utvikle en forståelse av den sosiale situasjonen personene vi studerer er en del av, mens systematikk omhandler fremgangsmåtene i forskningsprosessen. I kvalitativ forskning skal studiens utforming være en refleksiv prosess. Det vil si at innsamling og analyse av data, utvikling av teoretiske perspektiver og utforming av forskningsspørsmål pågår mer eller mindre samtidig, i tillegg til at de ulike delene påvirker hverandre (Maxwell, 2009).

Denne studien er utformet som en case-studie, og undersøker lærerens bruk av samtaletrekk og dialogiske ytringer i en klasseromskontekst. Yin (2018) definerer case-studien som en empirisk metode som undersøker samtidsfenomener i sin virkelige (*real-world*) kontekst. Case-studien som metode er hensiktsmessig å bruke i situasjoner hvor det ikke er samsvar mellom antallet variabler og det som er praktisk målbart, og hvor det derfor er en fordel å kunne støtte seg på tidligere forskning i utforming av design, datainnhenting og analyse (Yin, 2018). I arbeidet med å analysere datamaterialet i denne studien benytter jeg meg av det analytiske rammeverket utviklet av Warwick et al. (2016) for å analysere samtaler mellom lærere som arbeider med Lesson Study. Inspirasjon er også hentet fra Bjuland og Helgevold (2018) som har brukt rammeverket i veiledningssamtaler knyttet til praksisopplæring i lærerutdanning. Denne studiens videre utforming, og hvordan datainnsamling og analyse er gjennomført presenteres nå nærmere.

3.1.1 Mathematics Education Research Group

Datamaterialet som brukes i oppgaven har sin opprinnelse i et forskningsprosjekt som er et samarbeid mellom studenter og professorer ved Universitetet i Stavanger. Prosjektet har fått navnet *Mathematics Education Research Group*, forkortet til MERG, og har løpt over flere år. Hvert år har studenter sammen med professorer gjort videoopptak av undervisning på en skole, som siden har blitt bearbeidet og analysert. MERG-prosjektene har tatt utgangspunkt i utforskning av viktige sider ved undervisningsarbeidet i matematikk. Matematiske samtaler i klasserommet blir særlig vektlagt, og det har blitt undersøkt hvordan læreren gjennomfører det, og hvilke krav dette arbeidet kan stille til læreren. Det overordnede målet med prosjektet har vært å bidra til økt forståelse for den komplekse matematikkundervisningen. Det som skiller forskning på dialog fra andre forskningsmetoder, er at man ser på den menneskelige utviklingen i sammenheng med deltakelse og utvikling av matematiske tanker og ideer. Læring er i seg selv svært vanskelig å måle, men ved å studere hvordan elevene endrer sin språkbruk og sine ideer i den matematiske dialogen, vil det være muligheter for å peke på en form for utvikling. I et tidligere arbeid som var direkte knyttet til MERG (Kellerhals, 2019) tok jeg utgangspunkt i det kommognitive rammeverket utarbeidet av Sfard (2008) der jeg fokuserte på bruk av tilbakemeldinger (feedback) i diskursiv undervisning. I denne studien ser jeg på datamaterialet i lys av et rammeverk utviklet av Warwick et al. (2016), som vil bli presentert nærmere (se 3.4). I tillegg er denne studien betydelig mer omfattende. Siden jeg deltok på MERG2019-prosjektet har jeg nærhet og kjennskap til datamaterialet som brukes i denne studien.

3.1.2 Deltakerne i studien

Utvalget i datamaterialet består av to paralleller på 6.trinn med henholdsvis 25 og 28 elever, på en skole i Rogaland, og deres matematikklærer. Datamaterialet består av samtlige matematikktimer i disse to klassene over en tidsperiode på to uker, det vil si 18 matematikk-timer. I tillegg inngår også et lærerintervju. Læreren har rundt 30 års erfaring i yrket og har i tillegg til grunnutdanningen også en videreutdanning i kontekstbasert undervisning. For flere av observatørene var lærerens måte å undervise på annerledes enn det man kanskje er vant til i norske klasserom. Timene var preget av at det vies mye tid til samtaler i helklasse, hvor elevene utfordres til å resonnere, argumentere og forklare ideene sine. Sjeldent blir et elevsvar, enten det er rett eller galt, akseptert uten at løsningen er diskutert og gjort rede for. Det er med andre ord tydelig at læreren ønsker at elevene skal delta i matematiske samtaler når de jobber i grupper, og også i helklassesituasjonen. Med bakgrunn i sin fordypning i kontekstbasert undervisning får elevene ofte prosjekter som de jobber med over lengre perioder. Vi ser i vårt materiale to eksempler på dette. Det ene er arkitektprosjektet som er knyttet til blant annet geometri og multiplikasjon, og i henhold til problemstillingen er fokuset i denne oppgaven. I tillegg har de også et prosjekt de kaller for valpesnop, som kort fortalt går ut på at elevene skal lage en oppskrift på valpesnop som krever at de jobber med forhold og brøk. Sistnevnte prosjekt er på grunn av studiens omfang ikke videre omtalt.

3.2 Innsamling av data

Datainnsamlingen til MERG2019 gikk over to uker, hvor matematikkundervisning ledet av samme lærer, i to parallelle 6.klasser ble observert og filmet. Alle timene ble filmet med to kameraer, plassert henholdsvis fremme og bak i klasserommet og egen lærermikrofon for å sikre god bilde- og lydkvalitet. Studentene har byttet på å ta opptak av undervisningen, og har i tillegg til nevnte kameraer også hatt tilgjengelig ekstraenheter for lyd- og bildeopptak, dersom de så det nødvendig å bruke dette. Videokameraet som var plassert bak i klasserommet har i hovedsak tatt opp lærerens bevegelser og handlinger, inkludert det som har blitt illustrert på tavle og/eller smartboard, mens kameraet i front har filmet elevene. Som supplement til opptakene har det også blitt gjennomført intervjuer av elever og lærer.

3.2.1 Forskeren som observatør

Som nevnt i delkapittel 4.1 handler en case-studie om å forske på fenomener i sin virkelige kontekst. Dette er noe å ta hensyn til når man som forsker fysisk trer inn i denne konteksten. Det er ikke til å unngå at en fremmed persons tilstedeværelse i noen grad har en påvirkning på klasseromssituasjonen. Men for at forskerens nærvær i minst mulig grad skal påvirke elevene og læreren, er det viktig at en tilstreber å gjøre seg så lite bemerket som mulig (Thagaard, 2018). Det er også viktig at elevene blir informert om forskernes rolle, og hvordan de kan forholde seg til disse personene. En tilsynelatende fordel med observasjonene i MERG2019 er at disse varte i to uker hvor alle matematikk-timer ble observert, noe som gjorde at elevene etter hvert virket å bli mindre distrahert av å bli observert.

3.2.2 Transkripsjon

Lyd- og bildeopptakene har i ettertid blitt transkribert og behandlet av studentene. Fordi det har vært flere personer involvert i denne prosessen, var det nødvendig å utarbeide en felles transkripsjonsnøkkel (vedlegg 1). Materialet er transkribert i henhold til eksempelet som kommer frem i vedlegg 1. Datamaterialet er transkribert på bokmål, med hensyn til deltakernes anonymitet, noe som har stilt krav til varsomhet for at meningsinnholdet i deltakernes ytringer i størst mulig grad er intakt. Dersom endringene blir for store kan det føre til at fortolkningene mister sin mening (Kvale & Brinkmann, 2015). I transkripsjonsprosessen ble elevene tildelt fiktive navn, og læreren ble betegnet som «lærer». Alle ytringer ble merket med timenummer og ytringsnummer i henhold til transkripsjonsnøkkelen. 03-158 betyr ytring 158 i den tredje økten. Totalt ble 18 undervisningstimer (à 45 min) filmet og transkribert, hvorav de fleste var dobbeløkter på 90 min. Transkripsjon er en tid- og konsentrasjonskrevende prosess, og til tross for en nøyaktig innsamlingsprosess ble det i noen tilfeller skrevet «ukjent tekst» når det ikke var mulig å tyde ytringer. Alle transkripsjoner ble dobbelkontrollert av en annen masterstudent for å sikre kvaliteten på arbeidet. I de originale transkripsjonene besto tabellen av seks kolonner: ytring, tid, navn, diskurs, gestikulering og kommentar. I tabellene som brukes i denne studien er tid og gestikulering tatt bort, mens eventuelle kommentarer gir supplerende informasjon der det er relevant.

3.2.3 Oversikt over datamaterialet

For å få en fullstendig oversikt og dermed kunne velge ut relevante episoder er datamaterialet gjennomgått i sin helhet. Under er en oversikt over temaene i de ulike timene med noen stikkord til hva som ble gjort. Episoder fra klasseromsamtalen som er valgt ut for analyse og begrunnelse for disse beskrives nærmere i underkapittel 4.3.1. Tabell 2 illustrerer en fullstendig oversikt over datamaterialet, og viser hvilken dag og uke timen finner sted, hvilken time det er og hva som i korte trekk er tema i timen.

Tabell 2 - Oversikt over datamaterialet

Time på dagen (time i materialet)	**Tema**
Mandag (uke 7)	
4.time (time 1)	1. Elevene bytter plasser, bruker litt i overkant av 20 min på dette. 2. Arkitektprosjektet (Glassco et al., 2018) blir introdusert og satt i en kontekst. Elevene er arkitekter, og har fått et oppdrag.. 3. Etter presentasjonen følger en diskusjon med læringspartner om ulike geometriske figurer, eks. rektangel og prisme, og hva som kjennetegner disse.
5.time (time 2)	1. Arkitektprosjektet (Glassco et al., 2018) blir introdusert og satt i en kontekst. Elevene er arkitekter, og har fått et oppdrag. Denne sekvensen blir en god del lenger i denne timen enn i forrige, fordi elevene ikke bruker tid på å bytte plasser. 2. Etter presentasjonen følger en diskusjon med læringspartner om ulike geometriske figurer eks. rektangel og prisme, og hva som kjennetegner disse.
Tirsdag (uke 7)	
1.time (time 3)	1. Brøkoppgaver med bruk av klokke. Eks. hvor stor brøk er 10min. Oppgaver som involverer addisjon av minutter (brøk): - $\frac{1}{2} + \frac{1}{6}$ og $\frac{3}{12} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}$
2.time (time 4)	1. Fortsetter på addisjon av brøk. Hva er det hele? 2. Valpesnop. Brøkoppgaver med blanding av ingredienser for å lage valpesnop.

3.time (time 5)	Elevene jobber med valpesnop-oppgave i grupper.
Torsdag (uke 7)	
1.time (time 6)	1. Diskusjon om ulike geometriske figurer. Er en pyramide et rektangulært prisme?
2.time (time 7)	1. Litt diskusjoner i klassen før elevene går i grupper. 2. Elevene blir instruert i hva de skal gjøre i gruppearbeidet. Deles inn i 2-3 elever og begynner å bygge modell, finne arealer av soltak og andre flater, beregning av volum av hele figuren (bygningen)
Fredag (uke 7)	
1.time (time 8)	1. Innledende diskusjoner: - Er et kvadrat et rektangel? - Dobling og halvering av figurer (klippe et kvadrat i to). - Diskusjoner om omkrets og areal
2.time (time 9)	1. Elevene jobber i grupper og lager flere modeller.
Mandag (uke 8)	
4.time (time 10)	1. Lærer forklarer elevene hva de skal gjøre før de jobber i gruppe. Diskuterer forhold mellom sidelengder og areal. Kan takterrassen ha et annet areal enn $7 \cdot 11$? 2. Elevene jobber med beregninger av areal og volum i grupper. Tre grupper er filmet.
5.time (time 11) (med parallell-klasse)	1. Lærer forklarer elevene hva de skal gjøre før de jobber i gruppe. Diskuterer forhold mellom sidelengder og areal. Kan takterrassen ha et annet areal enn $7 \cdot 11$? 2. Elevene jobber med beregninger av areal og volum i grupper. Tre grupper er filmet.
Tirsdag (uke 8)	
1.time (time 12)	1. Innledes med diskusjoner omkring brøk og klokke. En tredjedel er 20 min, en fjerdedel er 15 min. Helklassediskusjoner hvor elever og lærer diskuterer. Lærer informerer om at de skal jobbe med valpesnop-oppgaven i neste time.

2. og 3.time (time 13 og 14)	Elevene begynner på valpesnop. Læreren er interessert i hvordan elevene har tenkt fremfor løsninger. Elevene går i grupper og lager en plakat hvor viser utregninger og forklarer hvordan de har tenkt.
Torsdag (uke 8)	
1.time (time 15)	1. Helklassediskusjon, jobber med oppgaver. - 2·60, 12·10, 24·5, 24·15, 24·36 Dobling og halvering som strategi. Fungerer det alltid?
2.time (time 16)	1. Elevene jobber i grupper med arkitektprosjektet.
Fredag (uke 8)	
1.time (time 17)	1. Helklassediskusjon, jobber med oppgaver. - 2·60, 12·10, 24·5, 24·15, 24·36 Dobling og halvering som strategi. Fungerer det alltid?
2.time (time 18)	1. Arkitektprosjektet. Elevene får beskjed om hva de skal gjøre. 2.Elevene jobber i grupper med beregning av areal på takterrasse, areal på vegger og volum av hele modellen (bygningen).

Av oversikten fremkommer det at datamaterialet inneholder to kontekstbaserte prosjekter som strekker seg over en lengre periode. Det ene er prosjektet med brøk-regning som hovedtema og som kalles «valpesnop». Det andre er arkitektprosjektet som vektlegger blant annet geometri og multiplikasjon, og som er sentralt i denne studien. De fleste timene er lagt opp slik at elevene først er i helklasse i første del av timen, før de jobber videre i grupper i andre halvdel. Episodene som brukes i denne studien er hentet ut fra 5.time mandag uke 7 (time 2), 1.time torsdag uke 8 (time 15), 1.time fredag uke 7 (time 8), 1.time fredag uke 8 (time 17), og 2.time torsdag uke 8 (time 16). Disse episodene representerer en spesiell og en generell oppstart, to matematiske sekvenser med multiplikasjon som tema, og en avslutning. Episodene vurderes som representative for datamaterialet. Det blir gjort rede for hvorfor nettopp disse er valgt i underkapittel 4.3.1. I tillegg til episoder fra undervisning vil også lærerintervjuet bli brukt til å kaste lys over lærerens tanker knyttet til undervisningen.

3.3 Tilnærmingen til datamaterialet

Som nevnt i forrige avsnitt har datamaterialet i dette arbeidet blitt gjennomgått i sin helhet. Dette har vært viktig for å få en oversikt over materialet, men også for å kunne velge ut relevante episoder som kan bidra til å belyse studiens problemstilling. Hvordan jeg har gått frem for å identifisere episoder kommer jeg nærmere inn på i kommende avsnitt. Deretter gjør jeg rede for rammeverket som blir brukt i analysene av klasseromsamtalen presentert i fem episoder.

3.3.1 Identifisere episoder

I denne studien er fem episoder plukket ut av datamaterialet til analysen. Noen av episodene er videre delt inn i tematiske sekvenser. For på best mulig måte å kunne illustrere hvordan samtalen utvikler seg i lys av de dialogiske ytringene og hvordan læreren bruker samtaletrekkene gjennom hele forløpet av en time har jeg valgt å se nærmere på ulike deler av undervisningen. Analysen består derfor av episoder fra oppstart, hoveddel og avslutning av timer, og er delt opp på følgende måte:

Episode 1: Oppstart av arkitektprosjektet.
- Sekvens 1: Tenk deg at du er en arkitekt
- Sekvens 2: Fra undring til konkretisering

Episode 2: En typisk oppstart som er representativ for materialet.
- Sekvens 1: Det første jeg vil at dere skal snakke sammen om, det er…

Episode 3: Matematisk tema: På veien mot nye multiplikasjonsstrategier
- Sekvens 1: Oppgavestrenger
- Sekvens 2: Er det noen som kan si meg hvorfor jeg har lov til dette?

Episode 4: Matematisk tema: Mer dobling og halvering
- Sekvens 1: Dobling og halvering
- Sekvens 2: Fungerer dette alltid?

Episode 5: En typisk avslutning.
- Sekvens 1: Er det noen som vil si noe om læringspartneren sin?

Episode 1 er oppstarten av arkitektprosjektet i time 2 som danner bakgrunnen for en stor del av matematikkundervisningen i klassen i flere uker fremover. Episode 2 består av oppstarten fra time 8, og representerer hvordan en typisk oppstart i materialet utspiller seg. Denne er valgt ut i tillegg til episode 1 siden den er en spesiell oppstart som i mindre grad er representativ for de andre oppstartene. I episode to er temaet for oppstarten geometri, fordi utvalget av timer med oppstart hvor multiplikasjon er tema er begrenset. Det er likevel en sammenheng mellom denne og senere sekvenser, fordi de alle er en del av arkitektprosjektet.

Episode 3 er hentet fra time 15 og er den første av to episoder med matematisk tema. Episode 4 bygger tematisk videre på episode 3. Til sammen illustrerer disse episodene både samtalemønstre i det matematiske arbeidet og progresjon fra grunnleggende til mer sofistikerte strategier i multiplikasjon. Episode 4 er hentet fra time 17 og er også delt inn i to sekvenser. Time 15 og 17 foregår på de to siste dagene som ble observert av MERG2019, og illustrerer også hvor langt elevene har kommet i arkitektprosjektet etter to uker. Fordi denne studien tar for seg arbeid med multiplikasjon er derfor sekvensene i episode 3 og episode 4 hentet fra time 15 og 17 som er de eneste i materialet hvor elevene og læreren spesifikt jobber med multiplikasjonsoppgaver i helklasse.

Episode 5 er den nevnte avslutningsepisoden og er hentet fra avslutningen av time 16, etter at elevene har jobbet i grupper. Som vi ser av oversikten er matematikktimene i materialet i all hovedsak strukturert slik at elevene i første del av timen jobber i helklasse, hvor samtaler foregår sammen med lærer, mens andre del av timen består av gruppearbeid. I avslutningene etter gruppearbeid har læreren og elevene en kort runde på hvordan gruppearbeidet har fungert. En gjennomgang av hele materialet viser at syv av dobbeltimene avsluttes med evalueringssamtaler om gruppearbeid. Nærmere bestemt forekommer dette i innledningen av time 5 og avslutningen av time 7, 9, 11, 14, 16 og 18. Det vil si i alle timene med unntak av time 1 og 2 (mandag i uke 7) hvor elevene kun starter opp arkitektprosjektet, og unntaksvis ikke har gruppearbeid i etterkant. I avslutningene tar læreren opp samarbeidet i gruppene og spør elevene hvordan dette har fungert og om de ønsker å si noe om læringspartneren sin. Selv om det matematiske ikke er i hovedfokuset i avslutningene, er arbeid i grupper og med læringsvenn en sentral del av undervisningen som analyseres. Hvordan læreren sørger for at dette samarbeidet fungerer anser jeg som en viktig del av lærerens arbeid, og dette er derfor tatt med for å kunne belyse helheten av undervisningen i datamaterialet

3.4 Rammeverk for analyse

I arbeidet med å analysere datamaterialet benytter jeg meg av det analytiske rammeverket som ble utviklet av Warwick et al. (2016) for å analysere samtaler mellom lærere i arbeid med

Lesson Study. Rammeverket har rot i sosiokulturelle teorier som vektlegger språkets betydning for læring, og har dermed klare fellestrekk med Alexander (2008) sine dialogiske prinsipper. Warwick et al. (2016) peker på at deltakerne gjennom dialogen kan skape felles forståelse av opplevelser som de ikke ville kommet frem til alene, og at det er dette som gjør forholdet mellom språk og tenkning så unikt. De ulike deltakerne i samtalen ikke bare *handler* sammen, men de *tenker* også sammen, og i den forbindelse fremheves interthinking-perspektivet. Begrepet er i utgangspunktet utviklet med hensyn til samtaler mellom elever og lærer, men kan også anvendes på andre områder. Warwick et al. (2016) peker på at interthinking mellom lærere kan bidra til å utvikle deres fagdidaktiske kunnskaper. Bjuland og Helgevold (2018) bruker begrepet i forbindelse med veiledningssamtaler mellom studenter og praksislærere i arbeid med Lesson Study i lærerutdanningen. I denne prosessen oppstår et *dialogisk rom (dialogic space)* hvor de ulike deltakerne kan engasjere seg i samtalen, og lære å se problemstillinger gjennom andres perspektiv (Bjuland & Helgevold, 2018; Warwick et al., 2016). I dette dialogiske rommet kan deltakere i den matematiske samtalen engasjere seg i tankerekker, bygge på hverandres ideer, og lære seg å se oppgaver gjennom hverandres øyne. Dette perspektivet ønsker jeg i min analyse å anvende på samtalene som foregår mellom elevene og læreren i denne studien.

Gjennom arbeidet med å analysere dialogiske prosesser knyttet til matematiske samtaler blant lærere i en lesson study kontekst, identifiserte Warwick et al. (2016) en rekke dialogiske ytringer (*moves)* som ansees å være viktige for den kollektive utviklingen av dialogen. Dette resulterte i at det ble utarbeidet fem *dialogue moves (dialogiske ytringer)* som er sentrale for å illustrere hvordan deltakere gjennom samtalen deltar i et kollektivt samspill for å utvikle muligheter for læring. De fem kategoriene brukes i analysen til å «kode» ytringer og ser slik ut:

[D1]: Requesting information, opinion or clarification.

[D2]: Making positive and supportive contributions.

[D3]: Expressing shared ideas and agreements.

[D4]: Providing evidence or reasoning.

[D5]: Challenging ideas or re-focusing talk.

(Warwick et al., 2016, s. 562)

Den første kategorien [D1] handler om å stille spørsmål for å få en avklaring. Det kan bety å etterspørre informasjon, en mening eller en avklaring. En slik ytring bidrar til at deltakerne må sette ord på egne meninger og involvere seg i andres tenkning. [D2] er ytringer som gir et støttende bidrag i samtalen. Det kan for eksempel være kommentarer som «ja» eller «mhm», eller det kan også involvere å nikke (bekreftende) eller riste (avkreftende) med hodet. I noen tilfeller er D2 også støttende ytringer i form av en kort tilbakemelding. Disse ytringene betegnes som «supportive moves» (Bjuland & Helgevold, 2018; Warwick et al., 2016). Ytringen «nei» er ikke nødvendigvis en positiv ytring, men kan likevel være et støttende bidrag for at dialogen skal utvikle seg og kodes også under denne kategorien. Den tredje kategorien [D3] inneholder ytringer som uttrykker felles ideer og argumenter for å komme frem til en felles forståelse. Warwick et al. (2016) peker på viktigheten av at deltakerne bygger på hverandres ideer og kunnskap i arbeidet mot en dialogisk oppklaring. Noen [D3]-ytringer kan ligne på [D1]-spørsmål. Det er viktig å se ytringen som en del av konteksten for å kunne avdekke om den bygger på en ide [D3] eller er avklarende [D1]. [D3]-kategorien henger også sammen med [D4] som består av ytringer der deltakeren i samtalen forsøker å gi et bevis eller en begrunnelse. Forskjellen er at [D3] i større grad handler om å uttrykke enighet om felles ideer, mens [D4] inneholder enkeltdeltakerens resonnement og matematiske begrunnelser. Den femte kategorien [D5] består av ytringer som stiller spørsmål som utfordrer begrunnelser, reviderer tanker og ideer, og tilnærmer seg løsninger på en ny eller annen måte. Mens [D3] bygger på en felles enighet eller ide gjelder [D5] for ytringer som utfordrer en ide, for eksempel ved å stille et nytt spørsmål. På mange måter henger [D4] og [D5] sammen fordi at å utfordre en idé ofte også krever at en kan argumentere for eller mot. Siden disse brukes i en annen kontekst i Warwick et al. (2016), vil jeg eksemplifisere hvordan jeg bruker disse dialogiske ytringene (D) med ytringer fra MERG2019-materialet.

Tabell 3 - Koding av dialogiske ytringer

Dialogisk ytring	Eksempel
[D1] Be om en forklaring eller avklaring.	**Lærer:** Linus, hva sa Tor? (fra ytring 8-011) **Lærer:** Linda, var det det du tenkte? (2-199)
[D2] Støttende bidrag	**Lærer:** Åh, jeg er så enig med deg. (15-095) **Per:** Eh, ja. (8-028)

	Terese: Nei (8-022) Nikke (bekrefte) eller riste på hodet (avkrefte) kan også regnes som støtende bidrag og kodes som D2.
[D3] Bygge på ide eller felles enighet	**Linus:** Tor sa at et kvadrat hadde fire like sider (8-012) Og at et rektangel har to og to like lange sider (8-014)
[D4] Gi begrunnelse	**Samuel:** Du kan bruke dobling og halvering fordi det blir uansett det samme svaret. (15-088) **Aase:** Jeg halverer 24 og dobler 5 sånn at jeg får 12·10, som er 120. (15-080)
[D5] Utfordre ideen	**Lærer:** Hva var det med denne firkanten, hva er det som kjennetegner en firkant? (8-023) **Lærer:** Linda, hvorfor foreslår du tjuefire kvadratmeter? (2-191)

Flere ytringer kan være svært utfordrende å kode fordi de kan ligne på flere av disse kategoriene samtidig. Et eksempel på dette som er synlig flere ganger er gjentakelser. Her kan det oppstå uklarheter omkring hvorvidt en ytring skal kodes som et støttende bidrag [D2] eller som å bygge videre på en ide [D3]. For eksempel fra ytring 15-105 til 15-107 i materialet:

Tabell 4 - Eksempel 1 på utfordrende ytring

Svein	Men vi tenkte at det på en måte endrer bare faktorene, du endrer ikke produktet [D4].
Lærer	Jeg endrer bare på faktorene ja. [D2/3?]
Svein	Men ikke produktet [D2/3?]

Her blir spørsmålet om lærerens og Sveins siste ytring er støttende bidrag som bekrefter den første ytringen til Svein, eller om disse skal kodes som [D3], altså bygger på ideen. Selv om dette ligner på en [D2] fordi det er en gjentakelse, har jeg i dette tilfellet valgt å kode disse som [D3] fordi jeg tolker ytringen som at læreren ønsker å bygge videre på Sveins ide.

Gjentakelsen kan med andre ord lede til nye innspill. Det kan også i noen tilfeller være utfordrende å skille mellom spørsmål som bygger videre på en ide [D3] og direkte utfordringer av ideen [D5]. I dette eksempelet handler samtalen om dobling og halvering av 24·5. Selve ideen om at dette er mulig lanseres noen ytringer tidligere av Aase.

Tabell 5 - Eksempel 2 på utfordrende ytring

Lærer	Så du sier at det her (24·5) er det samme som 12·10? [D3]
Aase	Ja. [D2]
Samuel	Hvorfor går dette da Samuel? [D3/5?]

Når læreren stiller spørsmålet til Samuel vurderer jeg ytringen som å bygge videre på Aases ide [D3]. Slik jeg tolker samtalen er det på dette tidspunktet etabler en viss enighet om at dobling og halvering kan brukes, og at læreren med sin ytring ønsker å bygge videre på dette. Dersom læreren på en annen side hadde stilt det samme spørsmålet til Aase som lanserte ideen, ville jeg i større grad tenkt at dette er en [D5].

Disse to eksemplene illustrerer utfordringer knyttet til koding i noen tilfeller. Samtidig er det viktig å understreke at formålet med kategoriseringen av ytringer er å kunne løfte frem og identifisere hva som skjer i samtalen. Kategoriene av dialogiske ytringer vil være utgangspunkt i analysen av dialogen mellom elevene og læreren. De dialogiske ytringene viser hvordan ulike deltakere bidrar i samtalen som igjen tydeliggjør det kollektive bidraget og hvordan elevene og lærerne gir felles meningsinnhold i den matematiske samtalen. Disse vil bli brukt til å kaste lys over dialogen i datamaterialet, og vil være grunnlaget for kodingen av ytringer i analysen. I tillegg til de fem dialogiske ytringene vil også de syv samtaletrekkene beskrevet i delkapittel 3.3 bli kodet i en egen kolonne. Samtaletrekkene viser ulike grep læreren gjør for å invitere elevene inn i samtalen. Dialogiske ytringer (D) og samtaletrekk (S) får hver sin kolonne ved siden av dialogen. For at analysen skal være så oversiktlig som mulig er de syv samtaletrekkene kodet fra [S1]-[S7], på en lignende måte som de dialogiske ytringene. Disse er gjort rede for og eksemplifisert i teorikapittelet.

3.5 Studiens kvalitet

Som forsker er det en viktig oppgave å sørge for at alle deler av forskningsprosessen bærer preg av kvalitet. Det er flere faktorer som er med på å påvirke hvorvidt en studie er troverdig og pålitelig. Postholm (2010) peker på viktigheten av at forskeren beskriver hvorfor han har valgt å forske på nettopp det aktuelle emnet, fordi det kaster lys over vedkommendes interesser, erfaringer og opplevelser, og gir leseren muligheten til å få et innblikk i forskerens subjektivitet. For å tydeliggjøre mitt utgangspunkt og ståsted har jeg beskrevet bakgrunn for valg av tema innledningsvis i studien. Videre er det viktig at forskningsarbeidet er gjort på en åpen og transparent måte. Ettersom analysen i denne studien består av bare en liten del av datamaterialet er det essensielt at de utvalgte episodene representerer de delene av undervisningen og datamaterialet som det forskes på. Det er derfor lagt mye tid og arbeid i å gjennomgå materialet, og å velge de delene som i størst mulig grad gjenspeiler helheten. For å gjøre denne prosessen synlig for leseren er det laget en oversikt over undervisningstimene i datamaterialet med en kort innholdsbeskrivelse (se 4.2.3). Begrepene reliabilitet og validitet blir ofte brukt for å måle en studies kvalitet. Jeg vil nå redegjøre for disse begrepene og se nærmere på hvordan jeg vurderer denne studien i henhold til disse.

3.5.1 Reliabilitet

Reliabilitet kommer fra det engelske begrepet *reliability* og refererer til hvorvidt noe er pålitelig. I kvantitative metoder snakker en gjerne om konsistens. Med andre ord om en fremtidig forsker kunne gjennomført et gitt forskningsprosjekt på nytt og kommet frem til samme resultater, tolkninger og konklusjoner (Silverman, 2011). I kvantitativ forskning, for eksempel, vil reliabilitet vanligvis referere til hvilken grad et eksperiment, en test eller en måling vil gi samme resultat eller konsistente målinger ved gjentatte forsøk. I kvalitativ forskning jobber vi ofte med færre variabler som kan være vanskelige å teste, måle eller reprodusere, og vi må dermed også bruke andre måter å gjøre forskningen pålitelig på. Silverman (2011) peker på at den kvalitative forskningsprosessen må gjøres transparent gjennom grundige beskrivelser av forskningsstrategi og analysemetoder. I tillegg understrekes viktigheten av å beskrive det teoretiske perspektivet som gir grunnlaget for tolkningen av forskningsresultater, og hvordan dette perspektivet gir grunnlag for de tolkningene og konklusjonene vi har kommet frem til (Silverman, 2011). Sagt på en enklere måte må vi stille spørsmål ved om studien er troverdig ved å se på om de ulike leddene av forskningen har blitt utført på en tillitvekkende måte. I MERG-prosjektet har datainnsamlingen blitt gjort gjennom videoopptak og transkripsjoner. Thagaard (2018) hevder at videoopptak konstruerer data som i utgangspunktet i større grad er uavhengig av forskerens oppfatninger. Datamaterialet baserer seg altså på transkripsjoner fremfor rekonstruerte utsagn og hendelser, noe som kan være med på å styrke studiens reliabilitet. Det er også viktig å stille krav til selve transkripsjonsprosessen. Kvale og Brinkmann (2015) peker på to transkripsjoner av det samme materialet kan ende opp med å bli svært ulike. For å adressere dette har vi i MERG2019 utarbeidet en egen transkripsjonsnøkkel, i tillegg til at transkripsjonene har blitt sjekket av en annen person for å finne eventuelle unøyaktigheter eller feil.

3.5.2 Validitet

Validitet sier noe om hvorvidt vi har dekning for våre fortolkninger av funn og resultater (Postholm & Jacobsen, 2011). I den sammenheng vil det være relevant å stille spørsmål ved om forskeren har undersøkt det som han sier at han skal undersøke, og i hvilken grad forskeren sikrer at de riktige slutningene har blitt trukket. Kvale og Brinkmann (2015) sier at validitet dreier seg om i hvilken grad en metode undersøker det den er ment å undersøke. Validiteten i en kvalitativ studie styrkes gjennom åpenhet omkring hvordan forskningen er gjennomført, og redegjørelse for valg som gjøres knyttet til det teoretiske bakteppet som brukes, og innsamlingen av data. For å sikre høy validitet i kvalitative studier er det viktig å sørge for at forskningen er forankret i annen relevant forskning og metodiske valg som er i tråd med problemstillingen (Thagaard, 2018). Vi kan styrke studiens validitet ved å vektlegge teoretisk transparens. Dette gjør vi ved å beskrive vårt teoretiske ståsted og hvordan analysen gir grunnlag for våre tolkninger og konklusjoner (Silverman, 2011). Validitet knyttes til spørsmål om forskningens gyldighet og legitimitet, og graden av indre validitet sier noe om det finnes grunnlag og dekning for å trekke slutninger ut fra en studies resultater (Thagaard, 2018). For å styrke den indre validiteten er det derfor vesentlig at man kan vise til at det er gjort en grundig jobb med innsamling og analyse av datamaterialet. At datamaterialet i dette tilfellet er samlet inn og behandlet gjennom MERG-prosjektet, som er styrt av professorer fra Universitetet i Stavanger med bred erfaring innenfor kvalitativ forskningsmetode kan være med på å styrke den indre validiteten.

Når en snakker om overførbarhet, spiller utvalget en viktig rolle (Thagaard, 2018). For eksempel må en stille spørsmål ved utvalgets størrelse, og hvorvidt det er representativt i en større kontekst. Denne studien tar utgangspunkt i matematikkundervisningen til to parallelle 6.klasser på en barneskole i Rogaland, som begge har samme lærer. Med andre ord er dette en case-studie med et begrenset utvalg. Ifølge Kvale og Brinkmann (2015) handler generalisering i kvantitative studier i større grad om at kunnskapen som produseres kan overføres til andre relevante situasjoner, enn at resultatene skal generaliseres utover det. I et slikt perspektiv kan en argumentere for at denne studien kan være relevant for andre som driver kontekstbasert matematikkundervisning eller vektlegger dialog som en viktig del av undervisningsmetoden.

3.5.3 Forskningsetiske vurderinger

Etiske vurderinger spiller en spesielt viktig rolle i studier som involverer barn, og har vært en sentral del av dette forskningsprosjektet gjennom hele prosessen. Det ble gjort vurderinger allerede før innsamlingen av data startet i februar 2019 knyttet til blant annet personvern og frivillig deltakelse. MERG2019-prosjektet søkte om, og fikk godkjenning av norsk senter for forskningsdata hvor prosjektlederen, en professor ved UiS stod som ansvarlig (vedlegg 3). Etter å ha fått grønt lys fra NSD ble det sendt ut et informasjonsbrev (vedlegg 2) til alle foresatte av elevene som har vært til stede i undervisningen som har blitt observert. Elevene selv og deres foresatte måtte godkjenne deltakelse i prosjektet. I all forskning hvor barn inngår krever at man som forsker er spesielt varsom på hvordan disse blir ivaretatt og fremstilt. Barn er individer i utvikling, og NESH (2016) presiserer at forskeren har ansvar for å tilegne seg nødvendige kunnskaper om barn slik at forskningsdesignet kan bli tilpasset. Etter at datainnsamlingen var gjennomført startet arbeidet med transkribering. I denne prosessen ble det gjort flere grep for å sikre deltakernes anonymitet. Blant annet ble det utarbeidet en felles transkripsjonsnøkkel og en liste med fiktive navn til alle elevene. Transkripsjonene er gjort på bokmål for å unngå at dialekt eller spesielle formuleringer skal kunne avsløre deltakernes identitet. Etterpå har forskerne kontrollert hverandres arbeid knyttet til transkripsjonsprosessen for luke bort eventuelle feil og unøyaktigheter. Alle bilde- og lydfiler knyttet til innsamlingen har blitt lagret på krypterte enheter for å hindre at uvedkommende skal få tilgang til dette.

Metodelitteraturen diskuterer også etiske problemstillinger knyttet til forholdet mellom forsker og deltaker. Thagaard (2018) peker blant annet på at fordi deltakerne ikke er til stede når datamaterialet analyseres og tolkes, har de mye mindre innflytelse på den delen av forskningsprosessen enn når de er i kontakt med forskeren i for eksempel klasserommet. I den sammenheng har forskeren et ansvar knyttet til tolkning av data og utvikling av teori. De teoretiske perspektivene som utvikles er et resultat av forskerens faglige bakgrunn og hvordan dataene tolkes. Det er derfor en stor sjanse for at forskeren perspektiv er ulikt fra deltakernes forståelse av sin situasjon, noe som i ytterste konsekvens kan gjøre at deltakerne opplever forskerens tolkning som fremmedgjørende. I tilfeller hvor man forsker på en utsatt gruppe sin forståelse av sin situasjon kan det derfor være hensiktsmessig å invitere deltakerne til å samarbeide om tolkningene (Thagaard, 2018). Sistnevnte er mindre relevant i studier hvor en ser på mer generelle aspekter, slik som i dette tilfellet. Det er også viktig å understreke at forskningsprosjektets formål er å studere undervisning, ikke å ha fokus på lærerens eller elevenes prestasjoner.

4 Resultater

I resultatkapittelet presenteres analysene som er gjort. Analysene består av ulike deler av undervisningsøkter, og målet er å kunne vise et helhetlig bilde av timene, fra oppstart til avslutning. Med hensyn til problemstillingen er det gjort noen begrensninger i utvalget av episoder som i hovedsak går på hvilke matematiske temaer timene har handlet om. I tråd med problemstillingen rettes hovedfokuset mot timer hvor multiplikasjon er tema, noe begrenser materialet ned til arbeidet med arkitektprosjektet. Det finnes også en rekke spennende episoder i andre deler av materialet som på en lignende måte kunne illustrert hvordan de matematiske samtalene utvikler seg. For eksempel innenfor «valpesnop»-prosjektet hvor elevene jobber med ulike brøk-oppgaver. Men med hensyn til problemstillingen konsentrerer episodene seg omkring arkitektprosjektet og arbeid med multiplikasjon.

Analysen er lagt opp slik at den illustrerer en spesiell og en generell innledning, to episoder hvor det matematiske (multiplikasjon) er sentralt, og en episode som illustrerer en representativ avslutning. Dette skal gi et helhetlig bilde av undervisningsøktene, og legger til rette for å løfte ulike deler av det komplekse undervisningsarbeidet. Ved å bruke det dialogiske rammeverket utviklet av Warwick et al. (2016) er det mulig å peke på hvordan læreren og elevene kollektivt bidrar til utviklingen av matematiske ideer og resonnement. Ved å se på dialogiske ytringer er det mulig å identifisere hva som driver de matematiske samtalene i klasserommet. I tillegg til de dialogiske ytringene er også lærerens bruk av samtaletrekk (Kazemi & Hintz, 2014) viktig for å illustrere hvordan læreren kan legge til rette for og invitere elevene inn i den matematiske samtalen.

4.1 Episode 1 - Oppstart av arkitektprosjektet

Den første episoden illustrerer oppstarten av time 2, som også er oppstarten av arkitektprosjektet. Prosjektet strekker seg over 10 «arbeidsdager», noe som betyr at det har en varighet på omkring 4-5 uker for elevene. Hvordan oppstarten av en time fungerer kan ha stor betydning for elevenes engasjement og senere deltakelse (Marzano & Gaddy, 2005). Oppstarten danner grunnlaget for det videre arbeidet, og gir læreren en mulighet til å skape interesse og undring. Innledningen av prosjektet rammer inn arbeidet i flere uker

Figur 4 - Illustrasjon på smartboard, oppstart time 2.

fremover, noe som kanskje gjør det særlig viktig at flest mulig av elevene opplever at de har en inngang til arbeidet.

I begynnelsen av timen samler læreren alle elevene i en halvsirkel foran tavlen som viser et bilde av en stor bygning (figur 4). Elevene blir bedt om å legge bort bøker og bare se frem, før læreren sier at de nå skal starte på et nytt prosjekt som varer «hvert fall en måned». Videre refererer hun til tidligere prosjekter elevene har jobbet med, og sier at de denne gangen skal tenke seg at de jobber på et arkitektkontor. Så spør hun: «Hva gjør en arkitekt? Hva jobber arkitekter med? Kan du si det til den ved siden av deg?». Dette bidrar til at elevene får delt sine umiddelbare ideer med en læringspartner [S6], noe som kan være med på å sørge for at alle elevene er «koblet på». Som vi senere skal se er dette et grep læreren bruker ved en rekke anledninger. Etter at elevene har fortalt hva de snakket om med læringspartneren sin rettes fokuset over på arkitektens arbeidsoppgaver, noe som gir læreren en mulighet til å styre samtalen inn mot matematikken.

4.1.1 Tenk deg at du er en arkitekt

Tabell 6 - Episode 1: Tenk deg at du er en arkitekt (sekvens 1)

Ytring	Navn	Dialog	Dialogisk ytring (D)	Samtaletrekk (S)
2-031	Lærer	Ja. Og da er det kunder sant vel? eh dere som nå er arkitekter, det e da kunder som henvender seg til deres arkitektkontor, og så spør dem jo: er det mulig for dere (.) å bygge:: for eksempel, bygge høyhus, for meg, som skal ha form som et rektangulært prisme. Veggene skal dekkes med glass, og taket skal være en solterrasse (3s) For eksempel da, for eksempel	[D1] Avklarer at arkitekter jobber for kunder. [D5] Lærer bygger videre på innspillene som har kommet, og leder samtalen mer konkret inn mot det matematiske når begrepet «rektangulært prisme» brukes.	[S5] Lærer tar pauser og gir elevene tenketid.
2-032	Ukjent elev 1	Det er easy	[D2] Elev påstår at oppgaven er enkel. Støttende ytring.	
2-033	Lærer	Sant, da sier dere easy peasy	[D2] Støtter eleven i at det kan være lett.	
2-034	Ukjent elev 2	Men det er jo det	[D2] Annen elev mener også at dette er lett.	

2-035	Ukjent elev 3	Men det er jo ikke det	[D2] Tredje elev er uenig i at det er lett.	
2-036	Lærer	Aase?	[D1] Lærer spør Aase.	[S4] Aase har hånden oppe og får tilføye sin mening.
2-037	Aase	Faren min, han ehm, eller han er ingeniør og han jobber i hvert fall med noen som lager sånn og kanskje gjør han det litt selv og	[D4] Elev forklarer at hennes far muligens jobber med arkitekt-oppgave, men stopper opp	
2-038	Lærer	Mhm	[D2] Lærer støtter Aases ytring.	
2-039	Aase	og når de tegner.. og den.. nei, glem det, jeg glemte hva jeg skulle si	[D4] Aase fortsetter på resonnementet, men fullfører det ikke.	
2-040	Lærer	Men noen her sier easy peasy, du kunne ha laget en bygning da som har form som et rektangulært prisme, der veggene er dekka av glass (.) og der taket er en solterrasse, Sara?	[D5] Etter å ha gjentatt det matematiske begrepet utfordrer læreren Sara.	[S1] Lærer gjentar noen elevers utsagn om at oppgaven er «easy». [S4] Sara har hånden oppe og blir bedt om å tilføye.
2-041	Sara	ehm, må ikke de der være sånn, sånn greier sånn, må ikke du liksom, si sånn, de skal være sånn, si 20 meter og sånne ting?	[D3] Sara lurer på om de ikke må få informasjon om lengder på ulike deler av bygningen.	
2-042	Lærer	Å ja, at du skal liksom å vi, jaja da kan jeg si det at den bygningen som de viste.. e kunden da, jeg vil gjerne at dere bygger en bygning til meg som er 24 enheter høy (2s) Det var det du etterspurte at jeg må si noe om størrelsen ja, eh 24 enheter høy, og omkretsen på takterrassen skal være 36 enheter (.) for eksempel (2s) Sara? ehm Elisabeth?	[D2] Lærer svarer bekreftende på Saras spørsmål. [D3] Lærer bygger videre på Saras ide, før hun spør Elisabeth.	[S1] Lærer gjentar Saras spørsmål. [S4] Elisabeth har hånden oppe og får mulighet til å si noe.
2-043	Elisabeth	Hva er en rektangulær prisme?	[D5] Elisabeth lurer på hva et rektangulært prisme er. I dette tilfellet utfordres alle til å gå nærmere inn på dette spørsmålet.	

2-044	Lærer	Et rektangulært prisme ja? Det var et ord vi må ta å huske på her og notere oss ned, jeg tror jeg skriver det ned her jeg (5s) Å det glemt jeg jo å si, at dere må jo for all del spør altså, eh liksom sånn det er kunden dere må jo spør når dere må på en måte vær helt sikre på at dere skjønner hva kunden vil for noe (2s) Sant? Så her er det ingen spørsmål som kan stå ubesvart (2s) Rekta::ngu::læ::rt prisme ja (3s) Men du skjønte liksom alt det andre hva jeg sa som kunde du men det var bare det du lurte på? wo::w.	[D2] Lærer gjentar og bekrefter elevs spørsmål. [D5] Lærer utvider eller re-fokuserer samtalen rundt viktigheten av å forstå hva kunden ønsker, og eksemplifiserer dette med å forstå det matematiske begrepet «rektangulært prisme].	[S1] Lærer gjentar Elisabeths spørsmål. [S5] Bruker god tid.
2-045	Aase	Ehm, jeg tror det er sånn rektangel som er≈	[D3] Eleven begynner på et resonnement, men blir avbrutt	
2-046	Lærer	≈vi skal ikke svare på noen spørsmål, nå skal jeg bare si det som jeg som kunde sånn ville at dere skulle gjøre for meg (2s) Og det var at jeg vil at dere skal bygge bygningen for meg som har form som rektangulære prismer (.), og høyden på bygningene dem skal være tjuefire enheter, også har jeg et krav, at takterrassen, taket (2s) omkretsen på takterrassen (2s) den skal: være trettiseks enheter. (.) Da kan du jo ta og snakke med den ved siden av deg.	[D5] Lærer avbryter elev, og sier at de ikke er ferdig med beskrivelsene ennå, muligens for å sikre at alle er med. Utfordrer elevene videre ved å gi et konkret eksempel som elevene skal snakke om.	[S5] Lærer tar pauser og bruker god tid. [S6] Lærer ber elevene snakke med sidemannen.

Samtalen viser at læreren «holder igjen» den potensielle matematiske utviklingen av samtalen, noe som er ganske unikt for denne oppstarten. Denne sekvensen finner sted helt innledningsvis i oppstarten av prosjektet, og bærer preg av at læreren er relativt mye involvert. For eksempel har Aase en ide om hva et rektangulært prisme er (2-045), men læreren gjør det klart at tiden ikke er moden for å «svare på noen spørsmål» enda. Det kan tenkes at læreren med dette ønsker å bidra til å skape en nysgjerrighet og interesse omkring prosjektet tidlig i prosessen. Det kan også være at læreren ønsker å sikre at alle elevene har en forståelse for hva prosjektet handler om, før det blir for avansert. En annen mulig forklaring er at læreren ikke ønsker å gå i dybden på for mange ulike ideer samtidig. For eksempel er det ikke klart for Elisabeth hva et rektangulært prisme er, og det ser ut til at det i denne delen av prosessen heller ikke er veldig for lærere å få det avklart.

Sekvensen starter med at læreren gir elevene en direkte utfordring [D5] som elevene skal ta stilling til. Dette er et distinktivt trekk læreren bruker innledningsvis i timene, noe som blir synlig også i senere episoder. Før elevene skal dele sine ideer blir en direkte utfordring ofte også fulgt opp av samtaletrekket «snu og snakk», men vi ser i denne sekvensen at [S6] ikke blir brukt, og at det heller ikke i stor grad åpnes for å trekke frem matematiske ideer helt enda. Denne oppstarten har flere strukturelle likhetstrekk med andre oppstarter, for eksempel den generelle oppstarten som analyseres i episode 2, men skiller seg ut i materialet fordi det vies vesentlig mer tid til konteksten som danner bakteppet for arkitektprosjektet. Ut fra transkripsjonene er det tydelig at læreren står for en stor del av det som blir sagt innledningsvis, men som vi skal se i neste sekvens endrer dette seg når samtalen beveger seg mer inn på de matematiske ideene.

4.1.2 Fra undring til konkretisering

Figur 5 - Modell av "høyhuset"

Elevene sitter fremdeles i en halvsirkel foran tavlen, og samtalen har frem til nå i stor grad bestått av beskrivelser av prosjektets innhold, og hvilke oppgaver elevene som arkitekter skal ha. Som en konsekvens av at dette er første time med et nytt prosjekt har læreren styrt samtalen tydeligere enn det som er synlig når matematikken er i sentrum. Sekvensen illustrerer videre hvordan samtalen utvikler seg i takt med at den blir mer konsentrert omkring matematikken. I denne sekvensen bruker læreren en modell av papir (figur 5) til å illustrere. En del av arbeidet er at elevene også selv skal lage en lignende modell i løpet av perioden. Modellen består av ruter utvendig som representerer lengde- og arealenheter. Forrige sekvens ble avsluttet av at læreren utfordret elevene [D5] på hvordan bygningen skulle se ut, etterfulgt av at elevene skulle snakke om dette med læringsvenn [S6]. Ytring 2-183 er tematisk en fortsettelse fra avslutningen på sekvens 1.1, men her går samtalen nærmere inn på lengde- og arealenheter.

Tabell 7 - Episode 1: Fra undring til konkretisering (sekvens 2)

Ytring	Navn	Dialog	Dialogisk ytring (D)	Samtaletrekk (S)
2-183	Lærer	Eh, det skal dekkes av glass her, hver vegg skal dekkes av glass, og da vil det kanskje bli noe sånt som e: (2s) det vi snakket om e: hvor er den hen da? At vi snakket om her liksom, at selv om det er glass så er det jo også vindu innimellom her (.) så vi trenger kanskje ikke å tenke så	[D5] Lærer bruker modellen i figur 5 når hun beskriver bygningen. Utfordrer William om enheter.	[S5] Lærer bruker pauser når hun forklarer.

		veldig mye på vinduene (.) mhm (2s) så var det enheter, der har jeg nevnt enheter her, den bygningen er tjuefire enheter høy, og jeg syns det var noe her som sa noe (.) på hva det betydde (.) William?		[S4] Utfordrer William på enheter.
2-184	William	Jeg sa da, at det er sånn trodde det var noe med ruter eller meter	[D3] William mener at enheter har noe med ruter og meter å gjøre.	
2-185	Lærer	Du sa både ruter og så sier han meter (.) Sara?	[D3] Bygger videre det eleven sa, og spør Sara.	[S4] Lar Sara tilføye.
2-186	Sara	ehm, jeg vett ikke, men jeg bare tenkte, de der rutene [ja] ehm, de små [ja] rutene, er ikke det tjuefire nedover?	[D3] Sara lurer på om er tjuefire ruter nedover	
2-187	Lærer	Jo, om du har telt dem? (2s) Eller har du brukt hodet ditt tror jeg kanskje du har? Det Sara mistenke at det er tjuefire ruter her, så hvis du teller så er det tjuefire ruter (.) og det er det. (2s) Jenny?	[D2] Bekrefter antallet ruter. Og gjentar det Sara sa. [D3] Lærer tar opp modellen og teller rutene nedover. Ber Jenny legge til.	[S1] Lærer gjentar det Sara sa. [S5] Lærer bruker bruker tid når forklarer. [S4] Ber Jenny som har hånden oppe om å tilføye.
2-188	Jenny	men du sa noe med taket [Mhm] er det det med trett≈	[D3] Jenny lurer på noe med taket. Og lærer bekrefter [D2].	
2-189	Lærer	≈Ja jeg sa noe med taket (10s) Er vi ferdig med enheter? njai, tror ikke det, Linda?	[D2] Lærer bekrefter. [D1] Spør videre om de er ferdige med enheter, og konkluderer med at de ikke er det etter blandet respons fra elevene.	[S5] Bruker god tid, trolig for å vurdere om klassen er klar for å gå videre fra enheter. [S4] Utfordrer Linda.
2-190	Linda	uhm sånn som, tjuefire enheter, mener du tjuefire kvadratmeter *eller noe*≈	[D3] Linda tror at 24 enheter kan bety 24 kvadratmeter.	
2-191	Lærer	≈Å ja, kvadratmeter, meter i andre foreslår Linda. (2s) Linda, hvorfor foreslo du tjuefire kvadratmeter?	[D2] Lærer støtter det eleven sier. [D5] Utfordrer Linda videre på hvorfor hun foreslår dette.	[S1] Lærer gjentar det Linda sier.

2-192	Linda	eh, fordi på den er jo- eller jeg tror det heter kvadratcentimeter, og det er jo tjuefire, og det e på en måte en modell, en mindre modell enn det det skal være og, så er det lettere å måle med kvadratmeter enn sånn vanlig	[D4] Linda antyder noe om at enhetene er mindre fordi de snakker om en modell, og at dette er med på å forenkle.	
2-193	Lærer	Kan dere ta å-eh (2s) hvem var det som hørte hva Linda sa her? Vis meg det om dere hørte godt hva Linda sa. (10s) eh kan en annen gjenta det kort hva Linda sa for noe? (2s) Svein?	[D1] Lærer lurer på hvem som hørte hva Linda sa. Bruker tommel opp, tommel ned, tommel til side.	[S2] Ber en annen elev gjenta det Linda har sagt.
2-194	Svein	Det var at bygningen kan kanskje være tjuefire kvadratcentimeter, for det her er ikke akkurat en stor modell, det er bare en liten modell	[D3] Svein sier at bygningen kan være 24 kvadratcentimeter, fordi de her snakker om en modell.	
2-195	Lærer	Og da eh, hvis du nå skal komme å: (.) tegne på den modellen min, med sprittusj	[D1] Lærer ber Svein komme opp og tegne på modellen med tusj for å illustrere hva han mener.	[S4] Ber Svein om å illustrere.
2-196	Svein	Aha [Nå må du vær sikker på at du:e] Hva sikker på?	[D1] Svein kommer opp, men er litt usikker på hva læreren mente at han skulle gjøre.	
2-197	Lærer	Nå skal du ta åsså -det som du sier er en kvadratcentimeter, kan du ta å tegne rundt det som du tenker er en kvadratcentimeter?	[D3] Lærer ber Svein tegne det han mener er en kvadratcentimeter på modellen, og gir han en tusj.	
2-198	Svein	Da tenker jeg faktisk dette her(2s.)	[D3] Svein tegner på modellen.	
2-199	Lærer	Så snur du en slik at alle ser det. (2s) Linda va det det du tenkte? Okey, så Linda tenkte at det var det ei rute er en kvadratcentimeter.	[D1] Lærer spør Linda om det var det hun mente, og Linda nikker [D2] bekreftende.	[S5] Elevene får god tid til å tenke [S1] Lærer gjentar det Linda sa og som Svein illustrerte.

Denne sekvensen illustrerer en overgang fra undring og nysgjerrighet til konkretisering og matematiske ideer. Læreren legger i stor grad til rette for dette ved å utfordre [D5] William på enheter (2-183). Det er kanskje spesielt interessant å merke seg hva som skjer i og etter ytring 2-190 når Linda drar paralleller mellom enheter og kvadratcentimeter/kvadratmeter. Å forstå sammenhengen mellom enheter på modellen (figur 6) elevene skal lage, og den «faktiske» størrelsen høyhuset skal ha er en viktig del av prosjektet. Dette er noe læreren også begrunner i lærerintervjuet når hun argumenterer for at det er viktig at elevene har noe så konkret som en modell som de kan se på og bruke hvis de sitter fast (L-240). Det er vrient for elevene å få tak på enheter, både når det gjelder volum, areal og lengder, og denne modellen hjelper dem med det:

Figur 6 - "Én kvadratcentimeter" på modellen

L-240	**Lærer**	… den oppgaven her er fin for den er kontekstbasert, så jeg har alltid en modell, eller jeg har en situasjon som på et vis kan føre dem tilbake for å få tak i hvordan det er i virkeligheten.

Figur 7 - Ytring fra lærerintervju om bruk av modell

Etter ytringen til Linda (2-192) virker det et øyeblikk som om læreren vurderer å be elevene snakke med læringsparter [S6], men i stedet henvender hun seg til hele klassen når hun spør «hvem var det som hørte hva Linda sa?». Deretter ber hun Svein om å gjenta [S2] det Linda sa, for så å illustrere det ved å tegne på modellen (figur 6). Grepene læreren gjør signaliserer at Lindas ytring, som Svein deretter gjentar og illustrerer, er viktig. Dette er også med på å posisjonere Svein og Linda som positive bidragsytere i samtalen (Kazemi & Hintz, 2014). Et annet grep læreren bruker i denne sekvensen, og flere ganger i materialet er tommel opp, ned og til siden for som en slags evaluering på hva elevene forstår og ikke. Dette gir læreren en pekepinn på hvordan det er hensiktsmessig å fortsette. I etterkant av denne sekvensen fortsetter samtalen omkring enheter og sammenhengen mellom en kvadratenhet, en kvadratcentimeter og en kvadratmeter.

Oppsummert skiller oppstarten av arkitektprosjektet seg ut ved at samtalen lenge styres av læreren. I begynnelsen bruker læreren mye tid slik at elevene har mulighet til å bli nysgjerrige. De matematiske ideene blir i første del holdt litt igjen, kanskje for å gi en større andel av elevene mulighet til å få en enkel inngang. Elevene jobber i denne timen ikke i grupper, men bruk av «snu og snakk» med læringsvenn [S6] brukes hyppig gjennom hele timen. Dette gir elevene mulighet til å dele ideer og reflektere sammen. For å ha et sammenligningsgrunnlag skal episode 2 illustrere en typisk oppstart som er representativ for hvordan de fleste timene i materialet begynner og utvikler seg.

4.2 Episode 2 - En typisk oppstart

Denne oppstarten er fra time 8, og viser hvordan læreren tidlig styrer samtalen inn mot det matematiske temaet. Det finnes en rekke andre oppstarter som illustrerer en lignende utvikling, men en oppstart innenfor arkitektprosjektet er foretrukket.

4.2.1 Det første jeg vil at dere skal snakke om, det er …

I dette tilfellet ser vi at det matematiske er i fokus allerede i den tiende ytringen. Elevene jobber i denne timen med geometri, og læreren inviterer til en samtale omkring likheter og forskjeller mellom et kvadrat og et rektangel:

Tabell 8 - Episode 2: Det første jeg vil at dere skal snakke om, det er...

Ytring	Navn	Dialog	Dialogisk ytring (D)	Samtaletrekk (S)
8-010	Lærer	Det første jeg vil at dere skal ta å snakke sammen om, det er: Hva er et kvadrat og hva er et rektangel? (50s)	[D5] Læreren utfordrer elevene til å tenke gjennom de matematiske begrepene kvadrat og rektangel.	[S6] Ber elevene snakke sammen med sidemannen. [S5] Elevene får god tid.
8-011	Lærer	Da ble det jo brått stille da, og det betyr jo at dere er ferdig snakka. (3s) Linus, hva sa Tor?	[D1] Etter «snu og snakk» vil lærer høre med Linus hva Tor sa.	[S2] Ber en elev gjenta det en annen elev har sagt.
8-012	Linus	Tor sa at et kvadrat hadde fire like, nei eh, ja. At det er fire like sider.	[D3] Linus sier at et kvadrat ifølge Tor har fire like sider.	

8-013	Lærer	Det er at et kvadrat er fire like sider.	[D3] Uttrykker felles enighet om egenskaper ved kvadratet.	[S1] Gjentar det elever har sagt.
8-014	Linus	Og så et rektangel har to og to like lange sider.	[D3] Linus fortsetter med at et rektangel har to og to like lange sider.	
8-015	Lærer	At et rektangel har to og to like lange sider. Hans?	[D3] Bekrefter felles enighet.	[S1] Gjentar elevutsagn. [S4] Utfordrer videre Hans.
8-016	Hans	Og at det er 90° vinkel i hjørnene	[D3] Hans legger til at vinkelen i hjørnene er 90°	
8-017	Lærer	Og at det er 90° vinkel i hjørnene. Er det noe mer å legge til? Geir?	[D3] Lærer bekrefter felles enighet ved å gjenta. [D1] Spør om det er noe mer å legge til.	[S1] Gjentar igjen elevutsagn. [S4] Utfordrer videre Geir.
8-018	Geir	Og at det er en avlang firkant og	[D3] Geir bygger videre på det som er sagt, og legger til at et rektangel er en avlang firkant.	
8-019	Lærer	og at det er?	[D1] Lærer ber Geir om å gjenta.	
8-020	Geir	En avlang firkant	[D3] Geir gjentar avlang firkant.	
8-021	Lærer	Ja. Da ble det sagt at det er en firkant og. Eh: Har du noe å legge til Terese?	[D2] Lærer bekrefter [D3] Repeterer enighet om firkant. [D1] Spør om Therese har noe å legge til.	[S1] Gjentar noe av det som har blitt sagt. [S4] Spør om Therese har noe å legge til.
8-022	Terese	Nei.	[D2] Therese avkrefter.	
8-023	Lærer	Det var det dere ble enige og om og? (4s) Så da sa dere at kvadrat er en firkant der, Siren, fikk du med deg dette? (3s) Hva var det med denne firkanten, hva er det som kjennetegner den firkanten?	[D1] Lærer gjentar og spør om Siren fikk det om kvadratet med seg. [D5] Utfordrer Siren.	[S5] Bruker god tid slik at elevene får tenke. [S4] Utfordrer Siren.

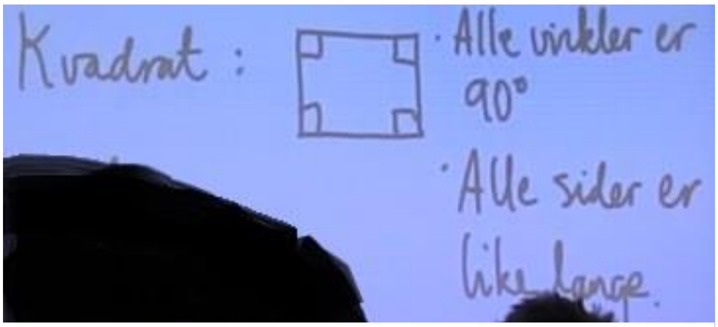
8-024	Siren	At den på en måte har fire hjørner som er 90°	[D3] Siren gjentar at kvadratet har fire hjørner som er 90°	
8-025	Lærer	Ja. Fire hjørner som er 90°. Og?	[D2] Lærer bekrefter [D3] Følger opp Siren sitt initiativ.	[S1] Gjentar det eleven sa.
8-026	Per	Alle sidene er like lange.	[D3] Per gjentar at alle sidene er like lange i et kvadrat.	
8-027	Lærer	Mhm (3s). Omtrent sånn?	[D2] Lærer bekrefter. *tegner et kvadrat med rette vinkler på tavlen.*	
8-028	Per	Eh ja.	[D2] Per bekrefter.	
8-029	Lærer	Alle vinkler er 90° (3s) Alle sider er like lange. (4s) Da har vi:: Hvis jeg sier de to kjennetegnene så skal det være forståelig at det er et kvadrat jeg beskriver. Ja. Rektangel da? (6s) Thomas?	[D3] Lærer gjentar de egenskaper ved kvadratet som de har kommet frem til. [D5] Utfordrer videre om rektangelet.	[S1] Gjentar eller oppsummerer det som er sagt. [S5] Bruker tid, tar flere pauser.

Som beskrevet tidligere gir læreren også i denne oppstarten elevene en direkte utfordring [D5] fulgt opp av en samtale med læringspartner [S6]. Utfordringen gir elevene en åpen invitasjon til å bidra i samtalen, og «snu og snakk» gjør at elevene diskutere sine ideer og tryggere kan dele disse i plenum. Dette er i tråd med Kazemi og Hintz (2014) understreker betydningen av å få trygghet ved å orientere seg til medelevers tenkning. I lærerintervjuet forklarer læreren at hun synes det er svært viktig at elevene har en samarbeidspartner (læringspartner) som de kan tenke og snakke om matematikk med:

L-025	**Intervjuer**	Hva er dine tanker om bruk av samarbeidspartnere i undervisningen?
L-026	**Lærer**	Jeg tenker at det er veldig viktig [mhm] fordi at de er en nesten, eller de er en like stor ressurs (.) som det jeg er.

Figur 8 - Ytring fra lærerintervju om bruk av læringsvenn

Dette begrunner hun med at samtaler med læringspartner bidrar til at alle elevene blir deltakende, får mulighet til å dele eller høre på andres ideer og være en ressurs i hverandres læringsprosess. Læreren anser læringspartnere som en viktig ressurs i undervisningen. Det behøver ikke å være slik at elevene trenger å dele sin egen strategi. I ytring 8-011 spør læreren: «*Linus, hva sa Tor?*» i stedet for å be han fortelle hva han selv tenker. Det kan virke som om Linus selv er litt nølende, men har fått støtte av samtalen [S6] med Tor. At ideer kan presenteres som en felles ide fremfor en egen tanke kan være med på å støtte usikre elever og dermed ufarliggjøre plenumssamtalen, og dette er noe læreren sier at hun gjør bevisst for å engasjere elever som vanligvis ikke sier så mye (fra L-210).



Figur 9 - Definisjon av et kvadrat på tavlen

Lærer bekrefter deretter Linus sine påstander som sidelengder i kvadrat og rektangel ved å gjenta disse [S1]. Deretter gis ordet videre slik at andre elever kan bygge videre [D3] på det Linus og læreren har blitt enige om. Hans legger til at vinklene må være 90°, og ved at flere elever bygger videre på ideen [D3] kommer de etter hvert sammen til en definisjon av et kvadrat: alle sidene er like lange og alle vinkler er 90° (ytring 8-029). Dette blir også illustrert og skrevet opp på tavlen (figur 9). Sekvensen illustrerer hvordan elevene og læreren gjennom plenumssamtalen bygger videre på hverandres ideer, noe som Warwick et al. (2016) anser som en viktig del av å utvikle nye kunnskap. Gjennom hele sekvensen prøver læreren å fange opp alle elevinnspill, og tydeliggjøre at disse er hørt. Et distinktivt trekk i lærerens kommunikasjonsmønster er gjentakelser, omformuleringer og at det brukes tid [S5], spesielt når det kommer «ny» informasjon. Dette ser vi for eksempel når læreren gjentar, tar pauser og ber Siren gjenfortelle det som har blitt sagt (8-023). Et sentralt dialogue move, i tillegg til lærerens bruk av [D5] innledningsvis er [D3], som illustrerer hvordan læreren og elevene bygger videre på hverandres ideer. Denne kollektive måten å utvikle ideer på er en dialogisk prosess hvor læreren og elevene tenker sammen (Littleton & Mercer, 2013).

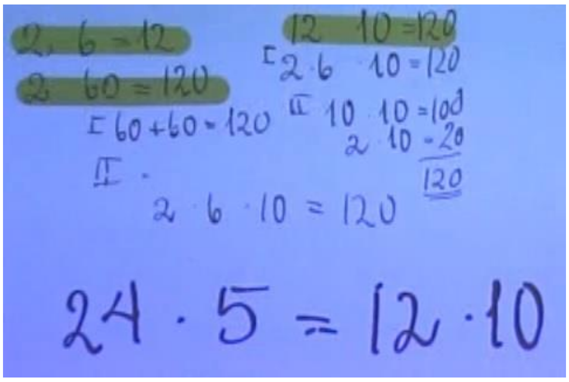
Oppsummert gir denne oppstarten et representativt bilde av oppstarten av en undervisningstime. Denne sekvensen viser hvordan en direkte utfordring etterfulgt av læringsvenn bidrar til å skape en trygg inngang i samtalen, og hvordan læreren og elevene bygger videre på innspill og ideer som kommer. I slutten av sekvensen kommer de sammen frem til en definisjon av et kvadrat som flere ganger repeteres og også visualiseres. At miljøet er kollektivt, støttende og at alle innspill tas på alvor er også i tråd med (Alexander, 2008) sine prinsipper for dialogisk undervisning. Innledningen illustrerer at samtalen styres inn mot det matematiske tema uten at læreren har så lange ytringer. Dette skiller seg fra episode 1 hvor læreren stod for mye av det som ble sagt innledningsvis. De neste episodene illustrerer samtaler omkring multiplikasjon etter innledningen hvor lærer i enda mindre grad står for ytringer.

4.3 Episode 3 - På veien mot en nye multiplikasjonsstrategier

Episode 3 består av et utklipp av samtalen fra hoveddelen av time 15 hvor det matematiske temaet multiplikasjon er sentralt. Dialogen er delt inn i to sekvenser som følger rett etter hverandre. Sekvensene illustrerer blant annet hvilke strategier som blir brukt, og læreren og elevene bygger på hverandres ideer for å utvikle strategier.

4.3.1 Oppgavestrenger

I forkant av denne sekvensen har læreren og elevene gått gjennom rekke av multiplikasjonsoppgaver. Rekken består av oppgaver med økende vanskelighetsgrad. Først 2·6, så 2·60 og 12·10 før 24·5 som er oppgaven denne sekvensen handler om. I hver av oppgavene løftes elevenes strategier frem, og etter hvert som oppgavene blir mer krevende vies også strategiene større oppmerksomhet. Det brukes gjennomgående god tid på hver av strategiene, og alle oppgavene og de sentrale strategiene blir illustrert på tavlen (figur 10). Den påfølgende sekvensen illustrerer hvordan læreren og elevene jobber med oppgaven 24·5:



Figur 10 - Oppgavene som blir gjennomgått

Tabell 9 - Episode 3: Oppgavestrenger (sekvens 1)

Ytring	Navn	Dialog	Dialogisk ytring (D)	Samtaletrekk (S)
15-078	Lærer	…2·6, 2·60, 12·10, det er de tre vi har hatt. Nå kommer nummer fire(3s)	[D1] Inviterer elevene inn i samtale omkring	[S5] Lærer tar pauser og lar elevene tenke.

		oioioi, jeg vil bare si at det blir verre og verre(5s), ja, da har vi 24·5	løsningsstrategier for 24·5.	
15-079	Lærer	Aase har jeg ikke hørt i dag, værsågod Aase	[D5] Utfordrer Aase om hennes løsning.	[S4] Inviterer Aase til å tilføye noe.
15-080	Aase	Jeg halverer 24 og dobler 5 sånn at jeg får 12·10, som er 120	[D4] Aase forklarer at hun bruker halvering av 24 og dobling av 5 som strategi, og kommer frem til 120.	
15-081	Lærer	Er det sant? Kan jeg gjøre det?	[D5] Utfordrer Aase sin ide.	
15-082	Aase	Ja	[D2] Bekrefter at hun mener at løsningsstrategien fungerer.	
15-083	Lærer	Så du sier at det her er det samme som 12·10?	[D3] Stiller spørsmål som i ytring 81. Bygger videre på Aases ide	[S1] Gjentar elevens påstand og får en bekreftelse på at det var dette eleven mente.
15-084	Aase	Ja	[D2] Bekrefter igjen.	
15-085	Lærer	Gustav?	[D3] Inviterer Gustav til å bygge videre på det som har blitt sagt.	[S4] Gustav får anlening til å tilføye.
15-086	Gustav	Jeg gjorde en annen måte, jeg gjorde..	[D5] Har en annen tilnærming enn dobling og halvering.	
15-087	Lærer	Bare vent litt(.) Hvorfor går dette her da?(3s) Samuel?	[D5] Lærer ønsker vente med alternativ strategi og utfordrer Samuel på hvorfor dette går.	[S4] Samuel for anledning til å tilføye. [S5] Snakker sakte og tar pauser for å gi elevene tenketid.
15-088	Samuel	Fordi det blir uansett det samme svaret ≈	[D4] Begrunner hvorfor 24·5=12·10	
15-089	Lærer	≈det blir uansett det samme svaret ja, mhm(.) Emil?	[D2] Støtter Samuels ytring.	[S1] Gjentar det eleven har sagt. [S4] Utfordrer videre Emil.
15-090	Emil	Eh ja det stemmer fordi det blir uansett det samme svaret når man dobler en av de og halverer den andre	[D2] Støtter også påstanden. [D4] Begrunner hvorfor det fungerer å doble og halvere.	

15-091	Lærer	Men blir dette her liksom det samme som om man bare setter på 0? Hvorfor er dette lov da? (3s) Det ser jo helt løye (rart) ut. 24·5 er lik det samme som 12·10, det ser jo ikke riktig klokt ut	[D5] Stiller spørsmål og utfordrer ideen.	[S5] Gir elevene tid til å tenke ved å ta pauser og snakke sakte.
15-092	Ukjent elev	Litt klokt	[D2] støtter på standen om at strategier fungerer.	
15-093	Lærer	Litt klokt ja, ja Aase?	[D2] Støttende ytring [D3] Inviterer Aase inn i samtalen ved å be om hennes mening.	[S4] Lærer gir Aase muligheten til å tilføye.
15-094	Aase	Jeg tror kanskje det er lettere å løse 12·10 enn 24·5	[D4] Eleven som kom med påstanden i utgangspunktet begrunner hvorfor.	
15-095	Lærer	Åh, jeg er så enig med deg, det var altså en så elegant løsning. Jeg og synes det var mye lettere å løse 12·10 enn 24·5. Men jeg lurer på hvorfor det går an(2s) kan du gjør sånn når det gjelder.. Jenny?	[D2] Kommer med et støttende bidrag til elevens påstand om at 12·10 er lettere å løse enn 24·5. [D5] Utfordrer elevene på hvorfor det går ann å doble og halvere.	
15-096	Jenny	For eksempel hvis det er andre ganger der det er et veldig stort tall, også kan du jo, så då kan det jo være enklere å regne ut hvis du dobler og halverer	[D4] Begrunner hvorfor det kan være hensiktsmessig å doble og halvere.	

Etter at læreren presenterer neste oppgave; 24·5, sier Aase at hun doblet 5 og halverte 24 slik at hun fikk 12·10. Denne strategien har ikke vært diskutert tidligere i timen, og dialogen viser tydelig at læreren forsøker å bygge på ideen ved å utfordre på hvorfor dette er mulig [D5]. Aase argumenterer for at 12·10 er lettere å løse (15-094), mens Jenny støtter seg til at dobling og halvering kan gjøre det lettere å multiplisere et stort tall (15-096). Samtalen utvikler seg videre når læreren lurer på om dette er mulig å gjøre med alle tall. Gustav har en annen måte å gjøre det på (15-086), men læreren ber han om å vente. Til tross for at flere av elevene argumenterer for at strategien til Aase gjør det enklere å multiplisere noen tall er det tydelig at læreren ønsker flere argumenter fra elevene for hvorfor dette er mulig. For å få til større aktivitet tar læreren i bruk et samtaletrekk:

4.3.2 – Er det noen som kan si meg hvorfor jeg har lov til dette?

Tabell 10 - Episode 3: Er det noen som kan si meg hvorfor jeg har lov til dette? (sekvens 2)

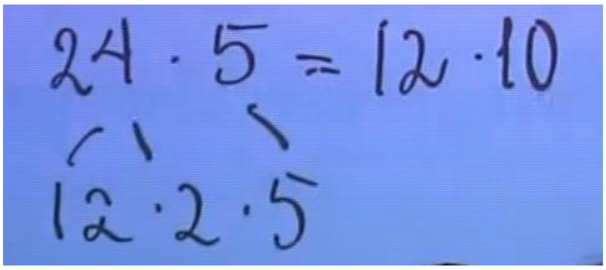
Ytring	Navn	Dialog	Dialogisk ytring (D)	Samtaletrekk (S)
15-097	Lærer	*ja*at du ser på tallene først, også velger du metode, og så kan dobling og halvering være en lur måte å regne(.) og det er der jeg føler at dere skjønner veldig godt at det kan være greit å ha dobling og halvering i verktøykassa. Men er det noen som kan si meg hvorfor har jeg lov til dette her?(4s) kan du snakke med sidemannen din om hvorfor det her går ann? (60s)	[D2] Støtter ytringen. [D5] Utfordrer elevene på hvorfor dobling og halvering fungerer	[S1] Gjentar det eleven har sagt for å tydeliggjøre. [S5] Gir elevene tenketid. [S6] Etter å ha gitt elevene noe tenketid skal elevene snakke med sidemannen.
15-098	Lærer	Ehm, Therese og Gustav fant dere ut av det?	[D1] Inviterer Therese og Gustav inn i samtalen.	
15-099	Gustav	Ehh nei, men jeg gjør en annen regnemetode	[D2] Gustav avkrefter. Han holder ennå fast ved sin metode, som i ytring 86.	
15-100	Lærer	Du har en annen regnemetode. Jeg vil veldig gjerne høre den om litt	[D1] Anerkjenner Gustavs metode, og ber han om å vente litt.	
15-101	Gustav	Åja okei	[D2] Gustav innser at han må vente litt før han kan presentere sin metode.	
15-102	Lærer	Bare ikke glem den, har du skrevet den ned sånn du husker den?	[D1] Vil at Gustav ikke glemmer sin metode.	
15-103	Gustav	Jeg husker den	[D2] Gustav bekrefter at han husker den.	
15-104	Lærer	Du husker den, fint. Svein du hadde noe når jeg var borte hos deg?	[D3] Har hørt dialogen mens elevene har snakket sammen, spør Svein om han vil bygge på ideen.	[S4] Gir Svein, som hun har vært innom da elevene snakket sammen, muligheten til på tilføye.

15-105	Svein	Men vi tenkte det at du på en måte endrer bare på faktorene, du endrer ikke produktet	[D4] Gir en begrunnelse på hvorfor dobling og halvering av to faktorer ikke endrer produktet av dem.	
15-106	Lærer	Jeg endrer på faktorene ja..	[D3] gjentar det eleven sier, bygge videre på ideen.	[S1] Gjentar det eleven har sagt.
15-107	Svein	Men ikke produktet	[D3] gjentar at faktorene endres, men ikke produktet.	
15-108	Lærer	Hvordan endrer jeg faktorer?	[D5] Etterspør en forklaring på hvordan man kan endre faktorer.	[S4] Læreren gir anledning til å tilføye noe til dialogen.
15-109	Svein	Du halverer den ene og dobler den ene	[D4] Gir en forklaring på hvordan, som i ytring 105.	
15-110	Lærer	Svein foreslo her at en kan faktorisere 24 i $12 \cdot 2$(4s) og så gange 5 (10s) Maria? (2s) går det an?	[D3] Bygger videre på Sveins ide. [D5] Utfordrer Maria	[S1] Gjentar det Svein foreslo. [S4] Utfordrer videre Maria
15-111	Maria	Vet ikke	[D2] Maria vet ikke. Støttende bidrag til samtalen.	
15-112	Lærer	Tiril?	[D5] Stiller spørsmålet videre til Tiril.	[S4] Utfordrer Tiril.
15-113	Tiril	Mhm (2s) Det er sånn at du har to kurver med epler og så skal du gange eplene sammen, og i den ene kurven er det to epler og i den andre er det fem. Og så tar du vekk det ene i den første kurven og så dobler du det i den andre, for da blir det to tall. Først var det $2 \cdot 5$ og så var det $1 \cdot 10$.	[D4] Tiril forklarer dobling og halvering av t $2 \cdot 5$ til $1 \cdot 10$ med å bruke epler som eksempel.	

Samtalen med læringspartneren [S6] virker å resultere i at flere av elevene deler side ideer. Gustav ytrer igjen at han har en annen måte å regne på (15-099), men læreren ønsker å konsentrere seg om en metode om gangen og ber han om å vente. Dette illustrerer hvordan læreren styrer hvilken retning samtalen tar og hvordan læreren *orkestrerer* de kollektive argumentene. Forman og Ansell (2001) peker på organisering av elevers innspill, å be elevene reflektere rundt eller forklare sine ideer og å legge til rette for utviklingen av kollektive argumenter som eksempler på orkestrering.

Læreren har hørt på Svein mens elevene snakket med læringspartner, og ønsker å løfte det hun hørte i plenum. Dette er i tråd med Ball (2017) som argumenterer for å bruke tiden mens elevene snakker sammen til å «samle» informasjon om elevenes strategier. Svein mener at strategien fungerer fordi man endrer faktorer, men ikke produktet (15-105). Hans matematiske ordbruk underbygger at han forstår. Svein bygger videre på den opprinnelige ideen, og hans ytringer bidrar i så måte til å utvikle det kollektive argumentet for at strategien fungerer. Deretter gjentar læreren hans argument, og spør Tiril om hun er enig. Tiril forklarer hvorfor hun er det med et konkret eksempel som virker å være rettet mot medelever.

I tillegg til det som blir sagt noterer også læreren ned flere av ideene som kommer frem på tavlen. For eksempel skrives faktoriseringen av 24·5, som er Svein sin ide (figur 11). At alle elevinnspill blir notert kan øke elevers oppfatning av at deres ideer er viktige. At alle innspill blir behandlet som verdifulle er ifølge Kazemi og Hintz (2014) sentralt for at strukturert matematisk samtale skal fungere.



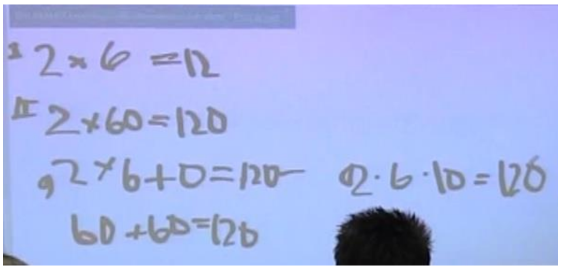
Figur 11 - Faktorisering av 24·5 på tavlen

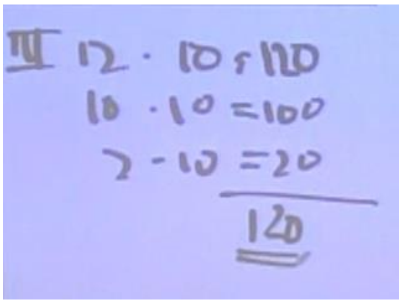
Et element som tydelig kommer frem i dette eksempelet er hvordan læreren verdsetter innspill og samtidig styrer hvilke innspill som løftes opp. For eksempel når Gustav blir bedt om å vente med å komme med en ny strategi (15-087 og 15-100). På denne måten sikrer læreren at det ikke trekkes inn for mange ulike ideer samtidig. Gustav får anledning litt senere (fra 15-127) til å komme med sin alternative løsningsstrategi, som ikke involverer dobling og halvering, men heller en oppdeling (20·5) + (4·5). I etterkant av denne episoden, går de videre på oppgavene 24·15 og 24·36. Også i disse oppgavene brukes både dobling og halvering og andre løsningsstrategier. Episode 4 belyser noen av de samme strategiene, men med en annen elevgruppe.

4.4 Episode 4 - Mer dobling og halvering

I forrige episode var en av strategiene som ble løftet opp dobling og halvering av faktorer når elevene jobbet med multiplikasjon av to tall. Denne episoden stammer fra parallellklassen til den i forrige episode. I denne klassen problematiseres strategien i større grad, blant annet med at elever forsøker seg på å motbevise strategien med mot-eksempler. Episoden er fra time 17, og er som episode 3 delt inn i to etterfølgende sekvenser.

4.4.1 Dobling og halvering





Figur 12 - Elevstrategier

Time 17 starter med oppgaver som bygger på hverandre med økende vanskelighetsgrad. Etter oppstarten begynner de med oppgaven 2·60. Læreren gir en direkte utfordring [D5] etterfulgt av at elevene deler sine strategier med en læringspartner [S6]. Det deles flere ulike strategier som et resultat av dette. En elev kommer med løsningen 120 og sier at hun først regnet 2·12, og deretter multipliserte med 10. En annen elev forklarer etterpå at han delte inn i to og regnet ut (10·10) + (2·10). Strategiene skrives opp (figur 12), og læreren skriver opp en ny oppgave på tavlen; 24·5. Det er i forbindelse med denne at ideen om dobling og halvering kommer. En elev forklarer at hun multipliserte 24·10 og deretter halverte.
Selma kommer så med en påstand om at man kan doble 5 og halvere 24 og få samme svar. Det er usikkerhet i klassen om hvorvidt dette er en strategi som alltid fungerer:

Tabell 11 - Episode 4: Dobling og halvering (sekvens 1)

Ytring	Navn	Dialog	Dialogisk ytring (D)	Samtaletrekk (S)
17-104	Lærer	… Uansett hvilket regnestykke, vil det alltid være mulig å doble og halvere? (9s) Det er ganske mange usikre. Det er noen som er bestemt negative (mener at dette ikke alltid er mulig), og da vil jeg be dem som da er negativ eller usikre om å komme med et forslag til et multiplikasjonsstykke der vi ikke kan bruke dobling og halvering. Det hadde dere allerede klart ja? Skal vi se, Hans, har jeg hørt stemmen din i dag?	[D5] Utfordrer Hans til ved å la han komme med et moteksempel.	[S5] Læreren gir elevene god tid til å tenke. [S4] Læreren inviterer Hans til å tilføye sin mening.
17-105	Hans	Ja, 5·5.	[D2] Elev bekrefter at han har et eksempel hvor dobling og halvering	

			ikke fungerer. [D4] Innleder en begrunnelse som fortsetter i ytring 107.	
17-106	Lærer	Der kan vi **ikke** bruke dobling og halvering?	[D5] Utfordrer ideen til Hans.	[S1] Læreren gjentar for å tydeliggjøre elevens utsagn
17-107	Hans	Da blir det desimaltall.	[D4] Eleven forklarer hvorfor han mener dette.	
17-108	Lærer	Hans sier at det her går ikke an, for da får vi desimaltall. Og da nikker Ole. Tor ser jeg på blikket ditt at du er da uenig?	[D2] medelev nikker bekreftende. [D5] Lærer utfordrer ideen når hun ser at Tor er uenig.	[S4] Lærer åpner for at annen elev får tilføye en annen mening.
17-109	Tor	$10 \cdot 2{,}5$ blir jo 25.	[D4] Tor viser at det er mulig å doble og halvere fordi 5x5 = 10x2,5	
17-110	Lærer	(7s) og $5 \cdot 5$, det blir alltid?	[D3] Bygger videre på Tor sin ide.	[S5] Læreren tar pause i 7s slik at elevene får tid til å tenke over svaret.
17-111	Noen elever	25.	[D3] Flere elever sier dette svaret	
17-112	Lærer	(4s) Hans?	[D5] Utfordrer Hans sin ide om at det ikke er mulig å doble og halvere.	[S7] Eleven som ga et feil svar får muligheten til å revidere sin tankegang.
17-113	Hans	Ja, jeg bare trodde ikke at det var desimaltall.	[D2] Eleven støtter seg til den «nye» ideen.	
17-114	Lærer	Tror du det går at.. Tror du at det funker at, at, det kan funke med desimaltall?	[D3] Lærer gjentar og spør om eleven har endret sin mening.	[S1] Gjentar det eleven har sagt. [S7] Eleven får mulighet til å endre sin forklaring.

17-115	Hans	Ja	[D2] Eleven bekrefter.	

Etter at læreren har utfordret [D5] elevene på om dobling og halvering fungerer spør hun Hans om han kan komme med et eksempel der strategien ikke fungerer. Han foreslår 5·5, og tror ikke at det er mulig å bruke strategien på oddetall fordi han da vil få desimaltall når han halverer (17-105 og 17-107). Lærer gjentar Hans sitt argument, og påpeker at også andre er enige med Hans, før Tor argumenterer imot ved å vise utregningen til Hans sitt eksempel (17-109). Læreren gir deretter Hans mulighet til å skifte mening [S7], noe han også gjør med to støttende ytringer [D2]. Til tross for at Hans sitt eksempel blir motbevist velger læreren videre å høre om elevene har flere eksempler hvor de mener at dobling og halvering <u>ikke</u> fungerer.

4.4.2 Fungerer dette alltid?

At Hans sitt ene eksempel blir motbevist er ikke nok for å overbevise om at strategien alltid fungerer. Denne sekvensen følger rett etter den forrige, og Geir prøver seg på et nytt eksempel hvor han mener at strategien ikke fungerer:

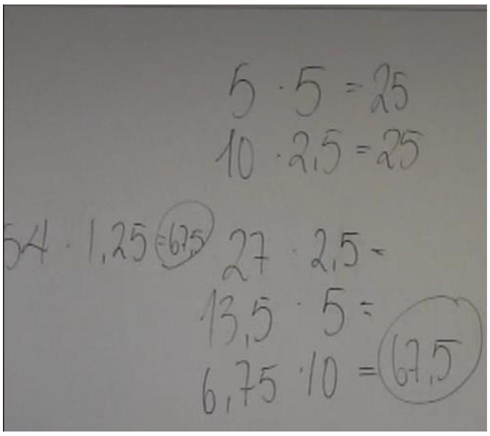
Tabell 12 - Episode 4: Fungerer dette alltid?

Ytring	Navn	Samtale	Dialogisk ytring (D)	Samtaletrekk (S)
17-116	Lærer	Ja, August, du var enig med Hans.. (2s) Okei, e det noen som kan gi et annet eksempel der det ikke går da? (5s) Ja, Geir?	[D2] Bekrefter at August var enig med Hans. [D5] Spør om noen har et annet eksempel hvor dobling og halvering ikke går.	[S5] Elevene får god tid til å tenke [S4] Utfordrer Geir som har et forslag.
17-117	Geir	E, 27, e, 27 gange 2,2.	[D3] Geir har et eksempel hvor han mener at dobling og halvering ikke går.	
17-118	Lærer	27 gange 2,2 [nei 2,5] 2,5 ja, der går det ikke. (2s) det går ikke. 27 gange 2,5. (18s) Kan dere ta å snakke med sidemannen? (80s)	[D2] Lærer støtter innspillet, og ber elevene snakke om dette med sidemannen.	[S6] Læreren bruker samtaletrekket snu og snakk. [S5] Elevene mye tid til å tenke.
17-119	Lærer	E det noen som hadde en læringspartner som liksom, e: der du tenkte, å **ja**! (8s) Ingen som hadde det. Hadde du det Espen? (2s) Nei,	[D3] Lærer lurer på hva elevene har snakket om, og hvem som er enige i Geir sin påstand om at 27 og	[S5] Lærer bruker igjen god tid mellom spørsmålene.

		ingen som hadde det.. (2s) Hvem er det som tenker at det her hadde Geir rett; det der går ikke? (3s) Er vi enig med Geir? (5s) Åja, nå e dere uenig nå?	2,5 ikke kan dobles og halveres.	
17-120	Linus	Ingen ide	[D2] Linus vet ikke.	
17-121	Lærer	Ingen ide. Har du og Tor snakket sammen?	[D1] Lærer lurer på om Linus og Tor ha snakket sammen.	
17-122	Linus	Ja	[D2] Linus bekrefter.	
17-123	Lærer	Har Tor heller ingen ide?	[D1] Lærer spør om Tor heller ikke har noen ide.	
17-124	Linus	Ehh, han sier at det ikke går. Eller han sier det går. Eh, jo det går.	[D3] Linus sier at Tor mener at det går ann å doble og halvere. Indikerer usikkerhet.	
17-125	Lærer	men da sa han bare at det går også ga du deg med det da?	[D5] Lærer lurer på om Linus slo seg til ro med at det gikk. Prøver muligens å utfordre til å si noe mer.	[S3] Ber Linus sammenligne eget svar med det Hans sa.
17-126	Lunus	Ja, det går jo an	[D2] Linus bekrefter at han mener at dette går.	
17-127	Lærer	Ja, hvordan går det da?	[D5] Lærer lurer på hvorfor dette går.	
17-128	Linus	Da må vi sitte å regne	[D2] Responderer ikke på lærerens utfordring, fører til at læreren utfordrer en ny elev.	
17-129	Lærer	Må bruke lang tid å regne? Det var veldig lite nysgjerrighet her å spore i dag? Det hjelper med friminutt vil jeg tro Linus. Rune?	[D5] Utfordrer Rune til å svare.	[S4] Utfordrer Rune til å tilføye.
17-130	Rune	Nei det går jo, det går jo an å doble 2,5 og halvere 27.	[D3] Rune mener at det er mulig å doble 2,5 og halvere 27.	
17-131	Lærer	Ja, og hva får vi da?	[D2] Lærer støtter påstanden. [D3] Spør videre hva det resulterer i.	

17-132	Rune	Da får du 13,5 gange 5	[D4] Rune forklarer at man da får 13,5 · 5.	
17-133	Lærer	Da får jeg 13,5 gange fem her, og ikke vet jeg, hvordan skal jeg halvere 27 da? (3s)	[D2] Støtter det Rune sier og [D3] Bygger videre på ideen og spør Ivar hvordan man halverer 27.	[S1] Gjentar det eleven har sagt [S5] elevene tenketid [S4] Spør Ivar om han vil tilføye.
17-134	Ivar	Ehm, nei altså jeg tar bare.. (3s)	[D3] Ivar prøver å svare, men bruker tid og indikerer usikkerhet.	
17-135	Lærer	Nå er det noen som greier å halver 27? Selma?	[D3] Lærer gjentar spørsmålet. Og retter det til Selma	[S4] Spør om Selma har noe å tilføye.
17-136	Selma	13,5	[D3] Selma kommer med løsning.	
17-137	Lærer	Okei, du mener at det funke også da? (6s) Per?	[D2] Lærer støtter. Og spør [D3] om Selma dermed mener at dette fungerer. Selma nikker bekreftende [D2]. [D3]Spør videre Per	[S4] Utfordrer Per.
17-138	Per	E, jeg tok å dobla og halverte igjen. [du dobla og halverte igjen] Det ble 6,75 og 10.	[D4] Elev forklarer at han dobla og halverte igjen og fikk 6,75·10.	[S1] Lærer gjentar det Per sier.
17-139	Lærer	Og da får du?	[D3] Bygger på ideen og spør hva Per får.	
17-140	Per	Og da får jeg.. Skal jeg si hva det blir til sammen?	[D1] Per lurer på om han skal si hva svaret blir.	
17-141	Lærer	Du kan si hva svaret blir ja.	[D2] Lærer bekrefter.	
17-142	Per	Da blir det 67,5.	[D3] Per sier at svaret da blir 67,5.	

Til tross for at Hans ble motbevist i forrige sekvens er det tydelig at flere elever har en oppfatning om at strategien med dobling og halvering blir problematisk i møte med faktorer med desimaler. Geir kommer her med en påstand om at det ikke er mulig å doble og halvere 27 og 2,5 (17-117). Etter at Geir har kommet med sitt innspill bruker læreren igjen samtaletrekket «snu og snakk» [S6]. Linus har snakket med Tor, som i forrige sekvens argumenterte for at strategien fungerer. Til tross for det indikerer formuleringene hans at han er usikker, men at Tor har sagt at det går (17-120 - 17-128). Læreren utfordrer [D5] deretter Rune (17-130) som argumenterer at det også i dette eksempelet går. Også Selma er støtter seg [D2] til dette. Også Per er enig, og viser videre at han dobla og halverte nok en gang for å finne løsningen. Figur 13 viser hva som blir skrevet på tavlen underveis mens samtalen pågår. I etterkant av denne episoden forsøker læreren og elevene å bruke strategien på større tall, noe som blir relevant for arkitektprosjektet hvor de skal måle lengder og deretter regne ut areal.



Figur 13 - Eleveksempler på når dobling og halvering ikke fungerer.

Episodene knyttet til matematiske tema viser hvordan matematiske ideer utvikles gjennom det kollektive samspillet i klasserommet. Ofte er det utfordringer fra læreren [D5] som leder til nye ideer og resonnementer [D4] som læreren og elevene sammen bygger videre på [D3]. De støttende ytringene [D2] har en viktig funksjon for å drive samtalen videre. Når læreren benytter seg av [D1] for å få avklaringer eller mer informasjon stiller det krav til at elevene begrunner sine utsagn [D4]. Fraværet av feedback fra læreren til elevene er gjennomgående i materialet for de matematiske sekvensene. I stedet for å respondere på elevenes utsagn med «Det er riktig» eller «det stemmer ikke» rettes det i stedet spørsmål eller brukes samtaletrekk. Dette er i tråd med Lim et al. (2019) som argumenterer for å lytte, stille spørsmål og å bruke samtaletrekk. IRE-strukturen som ifølge Forman og Ansell (2001) preger mange klasserom er i liten grad fremtredende i dette klasserommet, og dette påvirker på flere måter. Forholdet mellom lærer og elever virker å være preget av at det er mer symmetrisk og likeverdig, i tråd med Alexander (2008) sine dialogiske prinsipper. Et annet resultat av manglende direkte tilbakemeldinger virker å være muligheter til undring og refleksjoner omkring problemstillinger. Man kan tenke seg at flere av sekvensene ville utspilt seg på en annen måte dersom læreren tidlig hadde evaluert elevenes innspill som riktige eller gale. I motsetning til det som skjer i de matematiske samtalene bruker læreren i større grad direkte tilbakemeldinger på elevenes innsats og prestasjoner i den avsluttende delen av timen. I avslutningen spør læreren elevene hvordan arbeidet i gruppene har fungert.

4.5 Episode 5 - En typisk avslutning

Etter at elevene har jobbet med gruppearbeid oppsummerer læreren og elevene om samarbeidet i gruppene, og det matematiske arbeidet som er gjort kommer dermed ikke i like stor grad til syne i denne delen av timene. Avslutningene kan likevel knyttes til de andre episodene og sekvensene fordi de sier noe om hvordan læreren jobber for å støtte flere av de sentrale prinsippene og normene i undervisningen. En viktig del av undervisningen forekommer ved bruk av læringsvenn (S6) eller arbeid i grupper, uten at lærer er til stede. Når nærmere halvparten av tiden i materialet består av gruppearbeid, er det viktig at også dette undervisningsarbeidet fungerer. Det er muligens derfor læreren etter hver time oppsummerer dette. En annen mulig forklaring på hvorfor timene avsluttes på denne måten fremfor en faglig oppsummering kan være at elevene jobber kontekstbasert over en lengre tidsperiode. På syv av de åtte dagene hvor MERG-gruppen dokumenterte undervisning ble timer avsluttet med en lignende sekvens. Denne stegvise og progressive oppbygningen hvor elevene hele tiden tar opp arbeidet der de slapp sist, gjør at læreren kanskje ser det som unødvendig med en faglig oppsummering etter hver time.

4.5.1 Er det noen som vil si noe om læringspartneren sin?

Denne sekvensen utspiller seg i avslutningen av time 16, hvor elevene har avsluttet gruppearbeid. Læreren har vært innom de forskjellige gruppene som trengte hjelp underveis. Før timen avsluttes setter alle seg tilbake på plassene sine og læreren ønsker å høre hvordan samarbeidet har gått, og om noen ønsker å si noe om sin læringspartner.

Tabell 13 - Episode 5: Avslutning - Er det noen som vil si noe om læringspartneren sin?

Ytring	Navn	Dialog	Dialogisk ytring (D)	Samtaletrekk (S)
16-420	Lærer	Da skal jeg bare spørre hvordan det gikk med samarbeidet?	[D1] Lærer ønsker å høre hvordan elevene har opplevd samarbeidet.	

16-421	ukjent elev	Veldig bra	[D2] ukjent elev svarer at dette har gått veldig bra.	
16-422	Lærer	Veldig bra ja (4s)	[D2] Lærer gjentar og støtter.	[S1] Lærer gjentar elevens ytring. [S5] Bruker tid slik at elevene får tenke.
16-423	Lærer	Er det noen som har en læringspartner som de gjerne vil rose litt? (4s) ehh Tiril?	[D1] Lærer inviterer elevene til å gi hverandre positive tilbakemeldinger.	[S4] Tiril får anledning til å tilføye sin mening.
16-424	Tiril	Sofie og Elisabeth	[D2] Tiril vil rose samarbeidspartnerne Sofie og Elisabeth	
16-425	Lærer	Fordi at?	[D1] Lærer vil høre hvorfor.	[S4] Lærer ønsker at Tiril utdyper.
16-426	Tiril	Fordi jeg syns de jobber ganske bra	[D3] Tiril forklarer videre at Sofie og Elisabeth jobber ganske bra.	
16-427	Lærer	Jeg får høre at dere diskutere friskt, det er fint, ehh Håvard?	[D2] Lærer støtter Tirils ytring.	[S4] Håvard har hånden oppe og får tilføye sin mening.
16-428	Håvard	ehh, Samuel og Svein	[D2] Håvard mener at Samuel og Svein fortjener ros.	
16-429	Lærer	Samuel og Svein er gode samarbeidspartnere fordi at?	[D1] Lærer vil høre hvorfor.	[S4] Håvard får anledning til å utdype.
16-430	Håvard	ehh de, e de hørte meg og vi ble ganske fort enig	[D3] i forlengelse av forrige ytring forklarer Håvard gruppen hørte på hverandre og ble fort enig.	
16-431	Læreren	dere ble ganske fort enig, mhm Svein?	[D2] Gjentar og støtter ytringen [D1] Spørs Svein som har hånden oppe.	[S1] Lærer gjentar det eleven har sagt. [S4] Utfordrer videre Svein.
16-432	Svein	Samuel og Håvard, og det var fordi at e: jeg føler at de lytter uansett, men i dag hadde vi kanskje bitte litt sånn, vi var litt uenige	[D3] Svein forklarer at han er fornøyd med samarbeidet med Samuel og Håvard,	

			men at de var litt uenige i dag.	
16-433	Lærer	ja jeg så det at det var at dere var litt sånn eskalert ja, ja men ja, dere er enige nå eller?	[D3] Lærer så også at det eskalerte litt, felles enighet. [D1] Lurer på om de ble enige.	
16-434	Svein	Jaja	[D2] Bekrefter at de ble enige til slutt.	
16-435	Lærer	Er det noen som ga seg da, eller noen som ble overbevist?	[D1] Lærer lurer videre på om de ble enige fordi noen ga seg eller om noen ble overbevist.	[S4] Lærer inviterer elevene til å legge til noe.
16-436	Svein	e: overbevist	[D3] Svein sier at uenigheten ble løst ved at noen ble overbevist av de andre.	
16-437	Lærer	Overbevist. Linda?	[D1] Lærer spør Linda som har hånden oppe.	[S1] Lærer gjentar ytringen til Svein. [S4] Utfordrer videre Linda.
16-438	Linda	e: Maria, fordi at hun sa liksom det hu mente og da får jeg til ting hun sa, så kunne vi bli enige om et svar	[D3] Linda forklarer at samarbeidet med Maria fungerte godt.	
16-439	Lærer	og Jenny til slutt	[D1] Lærer inviterer Jenny til å komme med sin mening.	[S4] Inviterer også Jenny til å legge noe til samtalen.
16-440	Jenny	Tuva og Ingrid	[D3] Jenny mener at Tuva og Ingrid samarbeidet godt.	
16-441	Lærer	Fordi at?	[D1] Lærer spør om hvorfor Jenny mener dette.	
16-442	Jenny	Når vi trengte hjelp kunne Tuva vise oss hvordan vi skal gjøre ting og sånn.	[D4] Jenny forklarer at Tuva kunne hjelpe de andre når det ble vanskelig.	
16-443	Lærer	Tuva bra, hva tenke du om det? Er ikke det godt å høre?	[D1] Lærer spør om hva Tuva tenker om den tilbakemeldingen	[S4] Tuva får muligheten til å legge til noe.
16-444	Tuva	e: jo	[D2] Tuva er enig i at det var godt å høre.	

16-445	Lærer	Det er jo det du øver på, og syns er skikkelig vrient, og så får du så god tilbakemelding hm, godt jobba. Tuva?	[D3] Lærer minner om at dette er noe Tuva har jobbet mye med, og gir dermed en positiv feedback. [D1] Tuva får da også anledning til å si noe om de andre.	[S4] Tuva får tilføye ytterligere.
16-446	Tuva	Jeg syns Ingrid og Jenny var gode arbeidspartnere fordi de eh jobba og hørte hva jeg sa, så jobba vi bra sammen	[D3] Tuva roser de andre to på hennes gruppe, Jenny og Ingrid.	
16-447	Lærer	mhm	[D2] Lærer er enig med Tuva.	

I etterkant av denne sekvensen er det ytterligere tre grupper som får anledning til å fortelle om hvordan samarbeidet har fungert. Blant annet fremheves å dele ideer med hverandre og å stille spørsmål. En interessant ytring som vi ikke finner i de matematiske sekvensene, er lærerens bruk av direkte tilbakemeldinger. Tuva får positiv feedback etter å ha hjulpet de andre elevene i gruppearbeidet (16-445), noe som virker å ha vært et utviklingspunkt for henne. Mens sekvens 5.5.1 handler om hvordan gruppene har fungert, spør læreren i den helt siste delen av timen hva elevene synes om å jobbe sammen med andre i grupper, i og med at dette er noe de gjør mye.

Avslutningsepisoden skiller seg fra resten av episodene på flere måter. Vi ser her at det matematiske ikke vektlegges i stor grad, men i stedet oppsummeres gruppearbeidet. Til tross for at det ikke er det matematiske i seg selv som er i fokus, er avslutningene en sentrale fordi elevene blir utfordret på egenskaper som er viktige når de jobber i grupper eller med læringspartner. Så hva er viktig med avslutningene, og hvorfor trekkes disse frem i analysen? Mye av det læreren gjør i slutten av timene handler i tråd med Alexander (2008) om å bygge normer og regler som må ligge til grunn for at den dialogiske undervisningsformen skal være kollektiv, gjensidig og støttende. Når elevene jobber i grupper, har læreren mindre oversikt over hva som blir sagt og gjort, og det er derfor viktig at normene for hvordan man forholder seg til hverandre under gruppearbeid er tydelige. Alexander (2008) peker blant annet på at elevene må dele og lytte til hverandres ideer, og at det må være frihet til å uttrykke sine meninger og argumenter uten frykt for å bli latterliggjort. Dette er noe læreren tydeliggjør i intervjuet når hun understreker viktigheten av å etablere noen tydelige kjøreregler for hvordan man oppfører seg og forholder seg til hverandre i undervisningen. Hun fremhever blant annet at elevene skal lytte til hverandre og vente på tur (rekke opp hånden) når de selv ønsker å si noe. Hvis noen gjør feil skal disse verdsettes fordi det bidrar til læringen, og det ikke lov le eller gjøre narr når noen gjør feil. For å ufarliggjøre dette gjør læreren bevisst små feil og tabber, og ber deretter om hjelp fra elevene.

4.6 Oppsummering av resultater

Resultatene gir en illustrasjon av hvordan læreren og elevene arbeidet med arkitektprosjektet i observasjonsperioden. Episode 1 viser oppstarten av prosjektet og illustrerer blant annet hvordan læreren inviterer elevene inn i et nytt kontekstbasert prosjekt. Innledningsvis vektlegges undring, kreativitet og nysgjerrighet fremfor å avdekke de matematiske elementene raskt. Matematikken knyttes til konteksten når elevene skal forestille seg at de er en arkitekt. Læreren utfordrer elevene til å fortelle og stille spørsmål, samtidig som de matematiske ideene og resonnementene holdes tilbake frem til prosjektets innhold er tydelig illustrert og forklart (fra 2-183). I episode to illustreres en typisk oppstart som også foregår i en time hvor elevene arbeidet med arkitektprosjektet. I denne episoden går det ikke 183, men 10 ytringer før elevene utfordres til å forklare matematiske ideer. For å gi alle elevene mulighet til å dele og lytte til ideer brukes samtaletrekket «snu og snakk» [S6] rett etter den første utfordringen. Dette er typisk for innledningene i materialet. Ved å identifisere dialogiske ytringer illustreres det hvordan læreren og elevene bygger på hverandres ideer for å komme frem til en felles enighet om egenskapen til et kvadrat.

Episode 3 og 4 består av fire matematiske sekvenser som illustrerer hvordan læreren og elevene jobber med og utvikler nye strategier innenfor multiplikasjon. I episode 3 økes vanskelighetsgraden av oppgaver gradvis, mens elevene forklarer og illustrerer sine strategier. Elevenes ideer behandles som verdifulle, og læreren passer på å notere og illustrere det som blir sagt på tavlen. Samtidig eksemplifiseres det et tilfelle hvor læreren velger å ikke ta opp en ny elevstrategi. Dette illustrerer hvordan læreren gjør bevisste valg for å strukturere og orkestrere den matematiske samtalen. I episode 4 vektlegges multiplikasjonsstrategien «dobling og halvering». I løpet av denne timen går flere elever (eks. Hans og Geir) gjennom en prosess hvor de først tenker at strategien ikke alltid kan fungere, for eksempel når faktorene er odde- eller desimaltall. Eksemplene blir deretter motbevist av medelever. I lys av de dialogiske ytringene og lærerens bruk av samtaletrekk illustrerer episodene hvordan elevene utfordres til å komme med forklaringer og bygger på hverandres ideer.

I episoden 5 illustreres en typisk avslutning. Denne er hentet fra en time hvor elevene har jobbet med arkitektprosjektet først i helklasse, og deretter i grupper. I avslutningen oppsummeres hvordan arbeidet i grupper har gått med hensyn til oppførsel og samarbeid. Elevene får anledning til å gi hverandre positive tilbakemeldinger, og læreren bruker denne anledningen til å støtte normer og regler som må være gjeldende for at undervisningsformen skal fungere.

5 Diskusjon

Fokuset i analysene som er presentert i resultatkapittelet har vært å se nærmere på hvordan læreren inviterer elevene inn i og leder matematiske samtaler i helklasse. For å kunne forstå mer om helheten av det komplekse lærerarbeidet er det gjort et forsøk på å gi et bilde av hele undervisningen ved å velge episoder fra ulike faser av kontekstbasert prosjektarbeid, og ulike deler av timene. Oppsummeringen av funnene (delkapittel 4.4) sier blant annet noe om hvordan oppstarten av et kontekstbasert arbeid skiller seg fra en «vanlig» oppstart, på hvilken måte læreren styrer elevinnspillene i matematiske og ikke-matematiske samtaler og hva som vektlegges i avslutningen av timene. Ved å identifisere dialogiske ytringer (Warwick et al., 2016) i klasseromsamtalene er det mulig å illustrere hvordan samspillet mellom elevene og læreren leder til utviklingen av matematiske ideer og resonnement. I tillegg er dialogen analysert i lys av lærerens bruk av samtaletrekk (Kazemi & Hintz, 2014). Analysene har gitt noen resultater som i denne delen drøftes i lys av oppgavens forskningsspørsmål og teoretiske bakteppe. Forskningsspørsmålet som har dannet bakgrunnen for denne case-studien er:

På hvilken måte kan læreren, i arbeid med multiplikasjon, invitere elevene inn i den matematiske helklassesamtalen i kontekstbasert dialogisk undervisning på 6.trinn?

I tråd med dette vil det være sentralt å knytte teorien og analysene sammen med hensyn til kontekstbasert arbeid, dialogisk undervisning og lærerens invitasjon inn i de matematiske samtalene. Det vil også være naturlig å løfte resultatene opp et nivå og se disse i lys av det komplekse lærerarbeidet.

5.1 Læring i den sosiale konteksten

En av grunntankene i den sosiokulturelle forståelsen av undervisning og læring er at elever oppnår mer i samhandling med andre enn de ville gjort alene. Vygotsky (1978) forklarer dette med å vise til den proksimale utviklingssonen (figur 1). Dette kan defineres som forskjellen mellom det eleven kan mestre alene sammenlignet med hjelp og støtte fra andre (Säljö, 2001). Støtten fra andre kommer her til syne både i form av samarbeid med medelever og samtale med læreren, men det er tydelig at læreren må gjøre bevisste valg for å legge til rette at læring skjer både individuelt og kollektivt. I diskusjonen vil jeg i lys av mine resultater se nærmere på hvilke muligheter og utfordringer som finnes knyttet til læring og utvikling i helklassesamtaler, og hvilken rolle læreren spiller for å legge til rette for det.

5.1.1 Elevenes muligheter for å bli deltakende

I undervisning som bygger på utvikling av ideer gjennom samtale er det avgjørende at det blir lagt til rette for elevenes deltakelse. Noen vil kanskje tenke at det er vanskelig for elever på 6.trinn å komme med gode og overbevisende matematiske begrunnelser, men ifølge Kazemi og Hintz (2014) er dette helt avhengig av hvordan læreren legger til rette for deltakelse i samtalene. I norske klasserom, hvor elevene ofte har svært ulike forutsetninger, må derfor læreren finne en måte å involvere hele spekteret av elever. Så hva kan læreren gjøre for å involvere og engasjere elevene, og hvordan blir elevene deltakende? I denne studien er de ulike delene av timene analysert, og det er derfor naturlig å se hvordan læreren legger til rette for deltakelse i de ulike fasene av undervisningen. I de to første episodene analyseres sekvenser fra oppstarter, og i første episode startes det kontekstbaserte arkitektprosjektet. Disse to oppstartene illustrerer to svært ulike overganger fra «vanlige» samtaler til de matematiske.

I den første episoden preges samtalen av at læreren ønsker at elevene får muligheten til å knytte arkitektprosjektet til en hverdagslig kontekst. Læreren bruker en rekke av samtaletrekkene, og det er tydelig at [S6] «snu og snakk» spiller en viktig rolle i å sørge for at alle elevene i klassen får delt sine tanker, eller i det minste får hørt noen andres. At alle elevene deltar i kommunikasjon med andre elever anser Alexander (2008) som en viktig forutsetning for at undervisningen skal kunne betegnes som dialogisk. Bruken av språket trigger i tråd med Vygotsky (1978) de kognitive prosessene, og elevene får en reell mulighet til å «koble seg på». Selv om ikke alle elever skulle ha ideer å dele med sin læringspartner vil de fortsatt ha et læringsutbytte av å lytte til andre (Bakker et al., 2015). I episode 1 bruker læreren mye tid på å kontekstualisere, og etter at elevene har snakket med hverandre holder læreren bevisst igjen de matematiske resonnementene. Å bruke god tid [S5] for å gi elevene mulighet til å tenke er ett av samtaletrekkene som effektueres ofte og gjennomgående i materialet. Etter hvert som det introduseres noen matematiske begreper og det begynner å dukke opp noen spørsmål, tydeliggjør læreren at disse ikke skal besvares. I stedet åpnes et rom for undring og kreativitet som ikke krever et høyt nivå av faglige ferdigheter.

I episode 2, 3 og 4 er de matematiske samtalene i fokus. Innledningsvis i disse sekvensene utfordres elevene [D5] til å komme med ideer, begrunnelser eller nye strategier. De dialogiske ytringene illustrerer ikke bare utfordringer, men også hvordan læreren og elevene bygger på hverandre ideer [D3]. Forholdet mellom den individuelle og kollektive utviklingen av ideer illustrerer interthinking som foregår mellom elevene og læreren. Littleton og Mercer (2013) peker på at eksplorative samtaler bidrar til økt kvalitet av interthinking. Eksplorative samtaler er preget av et kritisk men konstruktivt engasjement i ideene som løftes frem, og synliggjør argumentasjon og resonnering (Karlsen & Helgevold, 2019). I episode 2 bygger læreren og elevene på hverandres ideer og kommer frem til definisjonen av et kvadrat. Samtalen består av mye støttende ytringer [D2] og at de bygger på hverandres ideer [D3], og selv om det foregår interthinking stilles det få kritiske spørsmål og alle er stort sett enige med hverandre. Samtalen kan ligne på det Littleton og Mercer (2013) refererer til som cumulative talk, og en kan stille spørsmål ved om læreren kunne økt kvaliteten på interthinkingen ved i større grad å utfordre [D5] elevenes innspill, slik som for eksempel i episode 3. Samtalene blir i større grad eksplorative når læreren utfordrer elevene ideer [D5] fordi det i større grad krever at elevene argumenterer for og begrunner [D4] sine påstander. Med utgangspunkt i at interthinking har størst kvalitet når argumentasjon og resonnering kommer til syne (eksplorativ samtale), og at samtaler med argumentasjon og resonnering er preget av at læreren utfordrer elevene [D5], ser vi en høyere grad av interthinking i episode 3 og 4. For eksempel i episode 4 når flere av elevene er kritiske til at dobling og halvering fungerer med desimaltall, og disse blir utfordret av læreren. Forskjellen på utviklingen av samtalen i episode 2, 3 og 4, kommer til syne gjennom spørsmålene som læreren stiller. Dette er i tråd med Lim et al. (2019) som peker på hvilken påvirkning lærerens oppfølgingsspørsmål har på de matematiske samtalene i klasserommet.

Episode 5 illustrerer en avslutning av en time i materialet. Denne er representativ for måten timene avsluttes på i materialet, og viser at læreren vektlegger samtale omkring gruppearbeid og samarbeid med andre. Alexander (2008) fremhever at en viktig forutsetning for dialogisk undervisning er at elevene lærer å lytte til og dele ideer med hverandre. Elevene må oppleve at de har frihet til å uttrykke sine meninger og ideer uten frykt for negative konsekvenser. Læreren tydeliggjør selv i intervjuet at det er avgjørende med klare regler for hvordan elevene oppfører seg, både i grupper og i helklassesituasjoner. Man kan argumentere for at det kunne vært meningsfullt å avslutte timene med en faglig oppsummering, kanskje i form av en rask gjennomgang av de viktigste matematiske elementene. Dette er ikke tilfellet i materialet. En årsak til dette kan være at elevene jobber kontekstbasert, og at det er meningen at arbeidet uansett fortsetter der hvor elevene avsluttet. Avslutningen er også en av få steder i materialet hvor læreren gir tilbakemeldinger/feedback til elevene. I Episode 5 får Tuva ros for å ha vært en god læringspartner og hjulpet de andre. Elevenes engasjement i denne delen av timen tyder på at de liker å gi hverandre tilbakemeldinger. Avslutningene gir læreren mulighet til å støtte de underliggende normene som er gjeldende i undervisningen, i tillegg til at elever som ikke vanligvis skiller seg ut i helklassesamtalene får mulighet til å komme til ordet.

5.1.2 De stille elevene

Alexander (2008) fremhever at undervisning må være kollektiv dersom den skal kunne betegnes som dialogisk. Det vil si at alle elevene skal delta i klasseromssamtalen dersom det er mulig. Så hva med de elevene som er stille? Et grunnleggende prinsipp for undervisning i skolen er at alle elevene skal ha mulighet for læring. Elever som ikke deltar i samtalene i utgjør dermed en stor utfordring når man driver med dialogisk undervisning. At en elev er stille kan skyldes flere årsaker, og de årsakene som kan knyttes til faglige usikkerheter må også matematikklæreren aktivt adressere. Resultatene viser noen av grepene læreren gjør for å involvere elever som vanligvis ikke er like aktive. Lærerens stegvise introduksjon av arkitektprosjektet og bruken av læringsvenn er to grep som også ble diskutert i 5.1.1. Et annet grep som læreren bevisst bruker etter [S6] er å la elever fortelle hva den andre sa, i stedet for å presentere en ide som sin egen. For eksempel i sekvens 4.2.1 og 4.2.2 når Linus er usikker og læreren ber han fortelle hva læringspartneren (Tor) sa.

«Da ble det jo brått stille da, og det betyr jo at dere er ferdig snakka. Linus, hva sa Tor?» (8-011)

Lærerens ytring tyder på at hun i løpet av tiden elevene har snakket med læringspartneren har fått en oversikt over hva Linus og Tor har snakket om. Dette er i tråd med det Kazemi og Hintz (2014) legger i samtaletrekket «snu og snakk» [S6]. At Linus får presentere Tor sin ide kan bidra til trygghet for Linus, i tillegg til at det gir en gevinst i form av at læreren posisjonerer han som flink. I lærerintervjuet understreker læreren at hun med bruk av samtaler med læringsvenn kan sørge for at alle elevene i større eller mindre grad er aktive. Hun anser det som svært viktig at alle elevene har noen å tenke, dele, snakke og høre matematikk med, selv om det i praksis vil variere hvor mye elevene deler (L-032). I hvilken grad alle elevene er aktive vil alltid være en utfordring i undervisningsarbeid, og en kan stille spørsmål ved om undervisningen i tråd med Alexander (2008) sin definisjon kan kalles for dialogisk. At elever som i mindre grad er muntlig deltakende ikke får utbytte av undervisningen er dermed ikke gitt. Ifølge Bakker et al. (2015) vil også det å aktivt lytte til andre bidra til at elevene utvikler seg kognitivt. I lys av resultatene er bruken av læringspartner avgjørende for å ivareta de stille elevene.

5.2 Det komplekse undervisningsarbeidet

Undervisningsarbeidet i matematikk består av en rekke oppgaver, og Ball et al. (2008) identifiserer 16 «*mathematical tasks of teaching*». Helheten av arbeidet læreren gjør er kompleks og tidkrevende, og består av mye mer enn det som kommer til syne gjennom ytringer og handlinger i undervisningen. Ball et al. (2008, s. 395) peker blant annet på kunnskaper og ferdigheter som er særegne for matematisk undervisningsarbeid, og definerer undervisning som «*everything that teachers must do to support the learning of their students*». I dialogisk undervisning er en sentral del av undervisningsarbeidet å legge til rette for og lede de matematiske samtalene i klasserommet (Alexander, 2008; Forman & Ansell, 2001). I denne delen diskuteres resultatene i lys av det komplekse lærerarbeidet. Det vil også være relevant å diskutere undervisningsarbeidet med hensyn til de seks kjerneelementene Utdanningsdirektoratet (2019a) har utviklet i arbeidet med den nye læreplanen.

5.2.1 Å stille produktive matematiske spørsmål

«Asking productive mathematical questions» er en av kjerneoppgavene som Ball et al. (2008, s. 400) lister opp (figur 3). I lys av denne studien omhandler produktive spørsmål de som læreren stiller for å invitere elevene til deltakelse og å drive den matematiske samtalen videre. De dialogiske ytringene deler lærerens spørsmål, grovt sett, inn i de som er avklarende [D1], de som bygger på ideer [D3], og de som utfordrer eller re-fokuserer ideen [D5]. De ulike kategoriene av spørsmål påvirker samtalen på forskjellige måter. Å bygge på hverandres ideer [D3] er en viktig del av interthinking-prosessen som foregår mellom elevene og læreren, og analysen viser tydelig hvordan utfordringer [D5] trigger at elevene argumenterer og kommer med begrunnelser. Læreren er på jakt etter strategier og tenkemåter fremfor matematiske løsninger.

I analysen illustreres dette blant annet når temaet er oppgavestrenger (sekvens 4.3.1) og de sentrale strategiene vies mye oppmerksomhet og skrives på tavlen (figur 10). Læreren gir elevene en oppgave, for eksempel $2 \cdot 60$, og elevene forklarer hvordan de har tenkt når de har løst oppgaven. At elevenes ulike løsningsstrategier til samme oppgave blir løftet i fellesskap er et konsept Kazemi og Hintz (2014) kaller *open strategy sharing*. Dette bidrar til at elevene lærer å regne på en fleksibel, effektiv og nøyaktig måte (Kazemi & Hintz, 2014). Bruken av denne strategien gir læreren en mulighet til å kartlegge hva elevene kan, og hva de må jobbe mer med. Dersom læreren på en annen side ønsker å fokusere på spesifikke strategier, kan hun i stedet legge opp til en *targeted discussion.* I en slik form for dialog legger læreren opp til et spesifikt konsept, en prosedyre, representasjon eller forklaring (Kazemi & Hintz, 2014). En slik samtale er illustrert blant annet i sekvens 4.4.1 hvor strategien «dobling og halvering» er tema. I motsetning til *open strategy sharing* styrer læreren i større grad samtalen for å få innspill som kaster lys over den bestemte strategien. I episode 3, for eksempel, velger læreren å vente med Gustavs metode, fordi hun antar at denne involverer en annen strategi enn dobling og halvering. Dette gjør hun antakeligvis fordi hun ønsker å bidra til at flest mulig av elevene får med seg dobling og halvering-strategien. Med andre ord krever en styrt samtale i større grad at læreren er godt forberedt, blant annet ved å predikere potensielle elevsvar og utfordringer (Kazemi & Hintz, 2014). At undervisningen er nøye planlagt med hensyn til det læreren forventer at elevene vil ha utfordringer med er en viktig del av forarbeidet. Delen av timene som skiller seg litt ut med henhold til matematisk innhold og dialogiske ytringer er avslutningene av timene. En annen viktig del av lærerarbeidet er å knytte arbeidet opp mot de faglige læreplanene. I neste kapittel vil analysene og resultatene i denne studien sees i lys av kjerneelementene for matematikkfaget i den nye læreplanen.

5.2.3 Matematiske samtaler i lys av fagfornyelsen

Shulman (1986) kaller forholdet mellom faglige og didaktiske ferdigheter for *pedagogical content knowledge* (PCK). Ett av elementene i denne kunnskapen er *curriculum knowledge*. Dette videreføres av Ball et al. (2008) i utviklingen av rammeverket *mathematical knowledge for teaching* (MKT). Her refereres denne typen kunnskap til som *knowledge of content and curriculum*, som Fauskanger, Mosvold og Bjuland (2010) har oversatt til *læreplankunnskap* (figur 2). Kunnskap om læreplaner har med andre ord lenge blitt ansett som en viktig del av lærerens fagdidaktiske kompetanse. I kommende kapittel diskuteres studiens resultater i lys av kjerneelementene i den nye læreplanen. Til tross for at undervisningen i datamaterialet har utgangspunkt i LK06, kan det i et fremtidsrettet perspektiv være interessant å se resultatene i lys av læreplanene som er gjeldende fra høsten 2020, når jeg selv skal gripe an det komplekse undervisningsarbeidet. Kjerneelementene slik de kommer frem i læreplanen er på en annen side relativt generelle. Å se på resultatene i lys av disse vil derfor være på et overordnet nivå hvor det fokuseres på de større linjene.

Resultatene viser undervisning som er preget av elevdeltakelse, utforsking og dialog omkring matematikk. Den største delen av de utvalgte episodene omhandler multiplikasjon, men episode 2 illustrerer også noe geometri (egenskaper til kvadrat og rektangel). Kjerneelementene *utforsking og problemløsing*, *resonnering og argumentasjon* og *representasjon og kommunikasjon* dreier seg om å kunne finne sammenhenger, bli enige om strategier og fremgangsmåter, følge matematiske tankerekker, utforme egne resonnement, uttrykke matematiske begreper og kommunisere omkring matematiske fenomener (Utdanningsdirektoratet, 2019b). Lærerens invitasjon til matematiske samtaler bygger i stor grad på at elevene får muligheter til å delta i kommunikasjon enten med læringspartner eller i helklasse. Det er også illustrert hvordan læreren vektlegger strategier og tankemåter fremfor løsninger. Dette er i tråd ned Utdanningsdirektoratet (2019b) som fremhever at *elevane skal leggje meir vekt på strategiane og framgangsmåtane enne løysningane*. Interthinking-prosessen er avhengig av at læreren og elevene bygger på hverandres ideer og produserer matematiske resonnement. De dialogiske ytringene synliggjør blant annet hvordan lærerens utfordringer [D5] krever at elevene argumenterer og begrunner [D4] sine matematiske ideer. Med andre ord vil man med bakgrunn i resultatene på et overordnet nivå kunne argumentere for at undervisningen som er representert i resultatene i større eller mindre grad oppfyller disse kjerneelementene.

To av kjerneelementene vektlegger matematiske ferdigheter på et mer overordnet nivå. *Abstraksjon og generalisering* i matematikk innebærer at elevene utvikler en formalisering av tanker, strategier og språk (Utdanningsdirektoratet, 2019b). Dette innebærer blant annet å finne sammenhenger og strukturer. Det kan argumenteres for at strategien om dobling og halvering kan være en slik sammenheng. Resultatene illustrerer eksempler på at elever tilegner seg et mer formalisert matematisk språk. For eksempel når Svein forklarer at man ved dobling og halvering endrer faktorer, men ikke produktet (15-105). *Matematiske kunnskapsområder* er det siste kjerneelementet, og omfatter spesifikke matematiske tema som tallforståelse, algebra, funksjoner, geometri, statistikk og sannsynlighet. I et slikt perspektiv må undervisningen som illustreres i denne studien sees på som et lite utvalg av elevenes matematikkundervisning. I episodene som er illustrert berøres noen av disse kunnskapsområdene.

Fagfornyelsen vektlegger læring gjennom sosiale interaksjoner. *Dybdelæring* har vært et viktig begrep for å beskrive endringene i de nye læreplanene. Kjerneelementene i matematikk fremhever blant annet bruk av språket og fokus på strategier fremfor resultater. I så måte kan flere av elementene ved den dialogiske tilnærmingen til undervisning bidra til elevenes personlige og faglige utvikling, i tråd med den overordnede delen av den nye læreplanen.

6 Konklusjon

Studien på dialogbasert undervisning i matematikk på 6.trinn belyser flere interessante funn knyttet til det komplekse undervisningsarbeidet i matematikk og gjeldende læreplaner for faget. I denne delen trekkes noen konkluderende slutninger med hensyn til studiens problemstilling. I tillegg belyses studiens begrensninger knyttet til datamaterialet, og videre implikasjoner

6.1 Studiens forskningsspørsmål

Jeg har i denne studien undersøkt hvordan læreren kan legge til rette for elevenes deltakelse i dialogisk undervisning. For å avgrense er det lagt vekt på episoder hvor elevene jobber med det kontekstbaserte Arkitektprosjektet, nærmere bestemt med multiplikasjon. Problemstillingen har vært:

På hvilken måte kan læreren, i arbeid med multiplikasjon, invitere elevene inn i den matematiske helklassesamtalen i kontekstbasert dialogisk undervisning på 6.trinn?

Studien viser at læreren innledningsvis i et kontekstbasert prosjekt kan gi elevene tid og rom til å knytte arbeidet en hverdagslig kontekst. Hvis elevene i tillegg får muligheten til å sette ord på og lytte til andres ideer, får de en anledning til å koble seg på. Innledningsvis er det viktigere å skape interesse og undring enn å koble på flest mulig matematiske ideer. Læreren kan derfor «spare» matematiske innspill til elevene er klar for det. I tråd med en sosiokulturell forståelse av utvikling og læring spiller bruken av språket en viktig rolle i de kognitive prosessene. En måte å sørge for at alle elevene får brukt språket er bruk av læringsvenn, i dette tilfellet ofte illustrert med samtaletrekket «snu og snakk». Dette kan gi elever som er usikre en mulighet til å styrke og dele sine ideer, eller fortelle hva læringspartneren tenkte. Samtaler med læringsvenn spiller en spesielt viktig rolle for de stille elevene som ellers kanskje ikke ville involvert seg i de matematiske samtalene. I arbeid med matematiske problemstillinger kan lærerens bruk av samtaletrekk og dialogiske ytringer bidra til en interthinking-prosess hvor kollektivet i klasserommet kan bygge på ideer og komme til felles enigheter. Ved å utfordre elevers innspill kan læreren videre legge til rette for at elevene begrunner sine ideer og kommer med matematiske resonnement. Læreren kan vurdere om det er mest hensiktsmessig med en *open strategy sharing*, hvor elevene fritt deler ulike strategier, eller en *targeted discussion,* hvor det fokuseres på en spesifikk strategi er mest hensiktsmessig, med hensyn til hvilket mål læreren har for den matematiske samtalen.

Kjerneelementene for matematikkfaget som er en del av fagfornyelsen vektlegger læring gjennom sosiale interaksjoner i klasserommet. Det skal i større grad legges vekt på strategier enn løsninger, og resonnering, argumentasjon og kommunikasjon fremheves. I lys av studiens resultater kan en dialogisk tilnærming til undervisning imøtekomme flere av de «nye» prinsippene for faget.

6.2 Studiens begrensninger

Denne studien tar for seg en lærers undervisning i to parallelle klasser på 6.trinn. I tråd med Ball (2017) undersøkes hvordan matematikk brukes i undervisning. Studien eksemplifiserer et norsk klasserom hvor undervisningen er preget av dialog, og foreslår noen grep læreren kan gjøre for å sørge for elevdeltakelse i denne. Avslutningsvis knyttes dialogbasert undervisning til fagfornyelsen, og det pekes noen sammenhenger mellom kjerneelementene for matematikk og undervisning som vektlegger dialog.

Datamaterialet består av 18 undervisningstimer over to uker, og representerer en liten del av elevenes matematikkundervisning. I tillegg til at materialet er relativt begrenset er det kun en liten del av materialet som er analysert med hensyn til samtaletrekk og dialogiske ytringer. Til tross for at det er forsøkt å gjøre en grundig jobb i utvalget av episoder er det en mulighet for at episodene som er valgt gir et skjevt eller feilaktig inntrykk av datamaterialet. Studien gir noen spor om lærerarbeidet og dialogisk undervisning, men på grunn av utvalgets størrelse bør en være forsiktig med å generalisere resultatene.

6.3 Videre implikasjoner

Denne studien belyser i hovedsak lærerens handlinger i klasserommet, i tillegg til noen refleksjoner fra lærerintervjuet. I en videreføring av denne studien ville det vært interessant å se nærmere på planleggingsfasen knyttet til dialogisk undervisning og kontekstbasert arbeid og sammenhengen mellom planlegging og undervisning. Work of teaching består av mye mer enn det som kommer til syne i klasserommet, og det kunne vært spennende å lære mer om hvordan lærere kan planlegge og evaluere denne formen for undervisning. Et eksempel på en slik videreføring er studien til Fauskanger og Bjuland (2019) som følger en lærergruppe i planlegging, undervisning og etterarbeid med vekt på lærernes profesjonelle utvikling.

Fremtidig forskning kunne også sett nærmere på sammenhenger mellom dialogiske prinsipper for undervisning og elevenes deltakelse i klasseromsamtalen. Denne studien peker på at bruk av samtalepartner kan bidra til økt elevdeltakelse, også for de rolige elevene. Det ville også vært interessant å se nærmere på hvordan prinsipper fra fagfornyelsen kan implementeres av lærere i praksis.

Å ha fått muligheten til å forske på faktisk klasseromsundervisning har vært spennende og lærerikt. Gjennom observasjon og analyse av klasseromsamtaler har jeg fått ny kunnskap og nye ideer til hvordan man som lærer kan lede dialogen i klasserommet på en bevisst og målrettet, og samtidig utforskende måte. Å invitere alle elevene til deltakelse anser jeg som en sentral del av lærerarbeidet. Denne studien foreslår at bruk av læringsvenn kan bidra til at elevene, også de som vanligvis er stille, får muligheten til å delta i en matematisk samtale. Videre peker studien på at elevene og læreren kan bygge på hverandres ideer gjennom interthinking, og hvordan læreren kan bidra til at dette skjer. I en tid hvor nye læreplaner skal iverksettes er det også naturlig å se resultatene i lys av de nye kjerneelementene for matematikkfaget. Dette forskningsarbeidet har gitt meg et nytt og verdifullt innblikk i hva undervisningskvalitet i matematikkfaget innebærer, og hvilken rolle læreren har i arbeidet med å legge til rette for elevenes læring.

7 Referanser

Alexander, R. J. (2008). *Towards dialogic teaching : rethinking classroom talk* (4. utg.). Cambridge: Dialogos.

Bakhtin, M. M. (1986). *Speech Genres and Other Late Essays*. Austin, TX: University of Texas Press.

Bakker, A., Smit, J. & Wegerif, R. (2015). Scaffolding and dialogic teaching in mathematics education: introduction and review. *Mathematics Education, 47*(7), 1047–1065. https://doi.org/10.1007/s11858-015-0738-8

Ball, D. L. (2017). Uncovering the special mathematical work of teaching. *Proceedings of the 13th International Congress on Mathematical Education* (s. 11–34): Springer.

Ball, D. L. & Forzani, F. M. (2009). The Work of Teaching and the Challenge for Teacher Education. *Journal of Teacher Education, 60*(5), 497–511. https://doi.org/10.1177/0022487109348479

Ball, D. L., Thames, M. H. & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special? *Journal of Teacher Education, 59*(5), 389–407. https://doi.org/10.1177/0022487108324554

Bauersfeld, H. (1980). Hidden Dimensions in the So-Called Reality of a Mathematics Classroom. *Educational Studies in Mathematics*, *11*(1), 23–41. https://doi.org/10.1007/BF00369158

Berger, M. (2013). Examining mathematical discourse to understand in-service teachers 'mathematical activities.(Original Research)(Report). *Pythagoras*, *34*(1), 1–10. https://doi.org/10.4102/pythagoras.v34i1.197

Bjuland, R. (2012). The mediating role of a teacher's use of semiotic resources in pupils' early algebraic reasoning. *ZDM, 44*(5), 665–675. https://doi.org/10.1007/s11858-012-0421-2

Bjuland, R. & Helgevold, N. (2018). Dialogic processes that enable student teachers' learning about pupil learning in mentoring conversations in a Lesson Study field practice. *Teaching and Teacher Education*, (70), 246–254. https://doi.org/10.1016/j.tate.2017.11.026

Bjørnestad, Ø. (2011). Kan multiplikasjon innføres på en enhetlig måte? *Tangenten*, *22*(3), 36–39. Hentet fra http://www.caspar.no/artikkel_pdf/t-2011-3-3.pdf

Chapin, S. H., O'Connor, C. & Anderson, N. C. (2009). *Classroom discussions: using math talk to help students learn, grades K-6* (2. utg.). Sausalito, CA: Math Solutions.

Drageset, O. G. (2014). Student and teacher interventions: a framework for analysing mathematical discourse in the classroom. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *18*(3), 253–272. https://doi.org/10.1007/s10857-014-9280-9

Drageset, O. G. (2015). Different types of student comments in the mathematics classroom. *The Journal of Mathematical Behavior*, *38*, 29–40. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2015.01.003

Dysthe, O. (2008). *Dialog, samspel og læring*. Oslo: Abstrakt forlag.

Fauskanger, J. & Bjuland, R. (2019). Learning Ambitious Teaching of Multiplicative Properties through a Cycle of Enactment and Investigation. *Mathematics Teacher Education and Development*, *21*(1), 125–144. Hentet fra https://eric.ed.gov/?id=EJ1216014

Fauskanger, J., Mosvold, R. & Bjuland, R. (2010). "Eg kan jo multiplikasjon, men ka ska eg gjørr?" : det utfordrende undervisningsarbeidet i matematikk. I T. L. Hoel, G. Engvik & B. Hanssen (Red.), *Ny som lærer - sjansespill og samspill* (s. 99–114). Trondheim: Tapir akademisk forlag.

Forman, E. & Ansell, E. (2001). The multiple voices of a mathematics classroom community. *An International Journal*, *46*(1), 115–142. https://doi.org/10.1023/A:1014097600732

Fuson, K. C. (2003). Developing mathematical power in whole number operations. *A research companion to principles and standards for school mathematics*, *1*, 68–94.

Glassco, S., Fosnot, C. T., Gulaker, D., Lie, J. & Heggem, T. (2018). *Arkitektprosjektet : areal, volum og rutenett*. Bergen: Caspar forlag.

Greer, B. (1992). Multiplication and division as models of situations. I D. A. Grouws (Red.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (s. 276–296). New York, NY: Macmillan.

Imsen, G. (2014). *Elevens verden - Innføring i pedagogisk psykologi* (5. utg.). Oslo: Universitetsforlaget.

Karlsen, A. M. F. & Helgevold, N. (2019). Lesson Study: analytic stance and depth of noticing in post-lesson discussions. *International Journal for Lesson and Learning Studies*. https://doi.org/10.1108/IJLLS-04-2019-0034

Kazemi, E. & Hintz, A. (2014). *Intentional talk : how to structure and lead productive mathematical discussions*. Portland, ME: Stenhouse Publishers.

Kellerhals, M. (2019). *Lærerens fravær av feedback i diskursiv matematikkundervisning. I et kommognitivt perspektiv*. Stavanger: Universitetet i Stavanger

Kersting, N. B., Givvin, K. B., Sotelo, F. L. & Stigler, J. W. (2010). Teachers’ analyses of classroom video predict student learning of mathematics: Further explorations of a novel measure of teacher knowledge. *Journal of Teacher Education*, *61*(1-2), 172–181. https://doi.org/10.1177/0022487109347875

Kleven, T. A. & Hjardemaal, F. R. (2018). *Innføring i pedagogisk forskningsmetode* (3. utg.). Bergen: Fagbokforlaget.

Kvale, S. & Brinkmann, S. (2015). *Det kvalitative forskningsintervju* (3. utg.). Oslo: Gyldendal akademisk.

Larsson, K., Pettersson, K. & Andrews, P. (2017). Students’ conceptualisations of multiplication as repeated addition or equal groups in relation to multi-digit and decimal numbers. *The Journal of Mathematical Behavior*, *48*, 1–13. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2017.07.003

Lim, W., Lee, J.-E., Tyson, K., Kim, H.-J. & Kim, J. (2019). An Integral Part of Facilitating Mathematical Discussions: Follow-up Questioning. *International Journal of Science and Mathematics Education, 18*(2), 377–398. https://doi.org/10.1007/s10763-019-09966-3

Littleton, K. & Mercer, N. (2013). *Interthinking: Putting Talk to Work*. London: Routledge.

Marzano, R. J. & Gaddy, B. B. (2005). *A handbook for classroom management that works*. Alexandria, VA: ASCD.

Maxwell, J. A. (2009). Designing a Qualitative Study. I L. Bickman & J. D. Rog (Red.), *The SAGE Handbook of Applied Social Research Methods* (2. utg., s. 215–250). London: SAGE.

McCrone, S. S. (2005). The Development of Mathematical Discussions: An Investigation in a Fifth-Grade Classroom. *Mathematical Thinking and Learning, 7*(2), 111–133. https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0702_2

McIntosh, A. (2007). *Alle teller! Håndbok for lærere som underviser i matematikk i grunnskolen.* Trondheim: Matematikksenteret.

Mercer, N., Wegerif, R. & Dawes, L. (1999). Children's Talk and the Development of Reasoning in the Classroom. *British Educational Research Journal, 25*(1), 95–111. https://doi.org/10.1080/0141192990250107

NESH. (2016). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi* (4. utg.). Oslo: Forskningsetiske komiteer.

Postholm, M. B. (2010). *Kvalitativ metode : en innføring med fokus på fenomenologi, etnografi og kasusstudier* (3. utg.). Oslo: Universitetsforl.

Postholm, M. B. & Jacobsen, D. I. (2011). *Læreren med forskerblikk : innføring i vitenskapelig metode for lærerstudenter*. Kristiansand: Høyskoleforlaget.

Rojas-Drummond, S. & Zapata, M. P. (2004). Exploratory Talk, Argumentation and Reasoning in Mexican Primary School Children. *Language and Education, 18*(6), 539–557. https://doi.org/10.1080/09500780408666900

Rowland, T., Huckstep, P. & Thwaites, A. (2005). Elementary teachers' mathematics subject knowledge: The knowledge quartet and the case of Naomi. *Journal of Mathematics Teacher Education, 8*(3), 255–281. https://doi.org/10.1007/s10857-005-0853-5

Sedova, K. (2017). A case study of a transition to dialogic teaching as a process of gradual change. *Teaching and Teacher Education*, *67*, 278–290. https://doi.org/10.1016/j.tate.2017.06.018

Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating : human development, the growth of discourses, and mathematizing*. Cambridge: Cambridge University Press.

Shulman, L. S. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher, 15*(2), 4–14. https://doi.org/10.3102/0013189X015002004

Silverman, D. (2011). *Interpreting qualitative data* (4. utg.). Los Angeles, CA: SAGE.

Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S. & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating Productive Mathematical Discussions: Five Practices for Helping Teachers Move Beyond Show and Tell. *Mathematical Thinking and Learning*, *10*(4), 313–340. https://doi.org/10.1080/10986060802229675

Säljö, R. (2001). *Læring i praksis : et sosiokulturelt perspektiv*. Oslo: Cappelen akademisk.

Thagaard, T. (2018). *Systematikk og innlevelse : en innføring i kvalitative metoder* (5. utg.). Bergen: Fagbokforlaget.

Utdanningsdirektoratet. (2019a). Læreplan i matematikk fellesfag 1.-10.trinn - forslag. Hentet fra https://www.udir.no/globalassets/filer/lareplan/fagfornyelsen/lareplanutkast/mat1-05---lareplan-i-matematikk-fellesfag-1.-10.-trinn.pdf

Utdanningsdirektoratet. (2019b). Matematikk 1.-10.trinn - Fagrelevans og verdier Hentet fra https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/fagets-relevans-og-verdier

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Cambridge, MA: Harvard University press.

Warwick, P., Vrikki, M., Vermunt, J., Mercer, N. & Halem, N. (2016). Connecting observations of student and teacher learning: an examination of dialogic processes in Lesson Study discussions in mathematics. *Mathematics Education, 48*(4), 555–569. https://doi.org/10.1007/s11858-015-0750-z

Wells, C. G. (2004). *Dialogic inquiry : towards a sociocultural practice and theory of education* (2. utg.). New York, NY: Cambridge University Press.

Wæge, K. (2015). Samtaletrekk–redskap i matematiske diskusjoner. *Tangenten, 2*, 22–27. Hentet fra https://www.matematikksenteret.no/sites/default/files/media/filer/MAM/W%C3%A6ge%20Samtaletrekk%20Tangenten%202%202015%20W%C3%A6ge.pdf

Yackel, E. & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 458–477. https://doi.org/10.2307/749877

Yin, R. K. (2018). *Case study research and applications : design and methods* (Sixth Edition. utg.). Los Angeles, CA: SAGE.

Transkripsjon

Vi forholder oss til følgende transkripsjonsnøkkel:

(I tillegg vil tall skrives som ord og ikke med tallsymboler) . Det er ikke nødvendig å skrive tidspunkt for hver uttalelse, men vurder hvor ofte i forhold til hva som er gunstig for å lete seg tilbake i videoen.

Funksjon	**Tegn**	**Beskrivelse**
Overlapp	[tekst] [tekst]	Blir brukt når to personer sier noe samtidig
Overtakelse	tekst≈ ≈tekst	Indikerer når en person overtar og fortsetter å snakke uten at det er pause imellom
Pause (≥ 1 s)	(ns) der n = antall sekunder Eks. (6s)	Pauser i antall sekunder
Kort pause (≤ 1 s)	(.)	Pauser på under et sekund
Spørsmål	?	Indikerer et spørsmål
Forlengelse	: eller :: for lengre	Indikerer at ordet forlenges
Lav prat	*tekst*	Indikerer at det blir snakket lavt
Ukjent tekst	(ukjent tekst)	Indikerer når det som blir sagt er helt ugjenkjennelig og blir ikke transkribert
Forsterkning	<u>tekst</u>	Indikerer at ord eller setninger blir forsterket

Filnavn: 2019-02-DD_Xtime/elevintx/lærerint

utsagn nummerering - Første time mandag begynner på 1-001 osv, andre time mandag 2-001 osv

Tid - den tiden som står i videoen/lydopptaket
Navn - lærer heter lærer siden det er bare en.
Elevnavnene må anonymiseres, lage felles nøkkel.

Eksempel på transkripsjon etter denne nøkkelen:

Nr.	Tid	Hvem	Diskurs	Gestikulering	Kommentar
30	02:53	Lær	Både Pål å han Jan har rett i at vi ska jobb me geometri, å vi ska jobb me omkrets fordi at (1s) omkrets e en del a geometri. (3s) E d nån som veit ka omkrets e? Ka betyr egentli omkrets? Per veit du ka omkrets betyr?		
31	03:13	Per	°Mm huska at vi har hatt om d før°	Går bort til Per	
32	03:16	Lær	Ja d har dåkker heilt sekkert hatt om før, eh Pia veit du ka omkrets e før nåkka?		
33	03:23	Pia	Mm (2s) eh: nei		
34	03:29	Lær	Pål veit du ka omkrets e?		
35	03:30	Pål	Ja de e (1s) eh omkretsn de e størrelsen på en måte		Snakker langsomt

Vedlegg 2

Vil du delta i forskningsprosjektet «Lede matematiske samtaler»?

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å undersøke hvordan lærere leder matematiske samtaler i klasserommet og hvilke muligheter det gir elevene til å fremstå som flinke i matematikk. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

Formål
Prosjektet vil foregå i perioden 2019-2021, og målet er å utforske viktige sider ved undervisningsarbeidet i matematikk. Prosjektet har et særlig fokus på det å lede matematiske samtaler i klasserommet, og vi undersøker her hvordan lærere gjennomfører denne delen av undervisningen, hvilke krav dette arbeidet kan stille til læreren og hvilke muligheter elevene gjennom samtalene får til å fremstå som flinke i matematikk. Det overordnede målet med prosjektet er å bidra til større forståelse for den komplekse matematikkundervisningen. Dette er et forskningsprosjekt som ledes av erfarne forskere ved Universitetet i Stavanger, og masterstudenter deltar i innsamling og analyse av forskningsdata. Resultatene av studien vil kunne formidles i forskningsrapporter, tidsskriftartikler, bok-kapitler og konferansepaper.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?
Universitetet i Stavanger er ansvarlig for prosjektet, og prosjektet ledes av professor Reidar Mosvold ved Institutt for grunnskolelærerutdanning, idrett og spesialpedagogikk.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?
Vi har spurt lærere/klasser i universitetets praksisnettverk om å delta i prosjektet, og lærer/klasse er valgt strategisk fordi vi har grunn til å tro at dette er lærere/klasser som har et spesielt fokus på å utvikle gode samtaler i matematikk-klasserommet.

Hva innebærer det for deg å delta?
I løpet av de 2-3 ukene prosjektet foregår i klassen vil grupper av forskere og masterstudenter observere matematikkundervisningen og gjøre lyd- og videoopptak av denne. Forskerne vil også skrive feltnotater under observasjonene. Intervju med lærer vil gjøres etter avtale, og i løpet av perioden vil vi også gjennomføre intervju med to elevgrupper. Disse elevgruppene vil velges ut i samsvar med lærer, og dette vil bli avklart med foreldre. Det vil også bli gjort lyd- og video-opptak under intervjuene. Lærer vil få intervjuguide på forhånd, og foreldre kan få se intervjuguiden på forhånd ved å ta kontakt med lærer.

Det er frivillig å delta
Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykke tilbake uten å oppgi noen grunn. Dette kan gjøres ved å ta kontakt med prosjektansvarlig. Alle opplysninger om deg vil da bli anonymisert. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger
Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket. Opplysningene som blir samlet inn i dette prosjektet vil kun være tilgjengelig for de ansvarlige forskerne i prosjektgruppen, og for de

masterstudentene som deltar. Opptakene vil under prosjektperioden lagres på ekstern harddisk som blir forsvarlig lagret og innelåst. I alle skriftliggjøringer av datamaterialet vil både elever, lærere og skoler bli gitt fiktive navn. Deltakerne vil ikke kunne gjenkjennes i publikasjoner.

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?
Prosjektet skal etter planen avsluttes 31. desember 2021. Alle lyd- og video-opptak blir da forsvarlig slettet, og kun anonymiserte tekster vil bli tatt vare på.

Dine rettigheter
Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:
- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om deg,
- å få rettet personopplysninger om deg,
- få slettet personopplysninger om deg,
- få utlevert en kopi av dine personopplysninger (dataportabilitet), og
- å sende klage til personvernombudet eller Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?
Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra Universitetet i Stavanger har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvor kan jeg finne ut mer?
Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:
- Universitetet i Stavanger ved professor Reidar Mosvold (tlf. 51 83 23 42).
- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS, på epost (personvernombudet@nsd.no) eller telefon: 55 58 21 17.

Med vennlig hilsen

Reidar Mosvold
Prosjektansvarlig
(Forsker/veileder)

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet «Lede matematiske samtaler», og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

- ☐ at ____ (navn på barnet) kan delta i undervisning som observeres
- ☐ at ____ (navn på barnet) kan delta i elevintervju (i gruppe med 2-5 elever)

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet, ca. 31. desember 2021.

(Signert av foreldre/foresatte, dato)

NORSK SENTER FOR FORSKNINGSDATA

Meldeskjema 502242

Sist oppdatert

14.01.2019

Hvilke personopplysninger skal du behandle?

- Navn (også ved signatur/samtykke)
- Bilder eller videoopptak av personer
- Lydopptak av personer

Type opplysninger

Skal du behandle særlige eller strafferettslige personopplysninger?

Nei

Prosjektinformasjon

Prosjekttittel

Lede matematiske samtaler

Prosjektbeskrivelse

En sentral del av matematikkundervisningen er å initiere og lede matematiske samtaler. Dette er et krevende arbeid hvor læreren må ta både faglige og relasjonelle hensyn. I dette prosjektet studerer vi det komplekse arbeidet med å initiere og lede matematiske samtaler. Fokuset er særlig på hvilke samtaletrekk lærere bruker og hvordan, og hvilke muligheter elevene gis til å delta og til å fremstå i et positivt lys. I tillegg er det et fokus på hvilke krav dette komplekse undervisningsarbeidet stiller til læreren. Det overordnede målet med prosjektet er å bidra til konseptualisering av det matematiske undervisningsarbeidet, og til å utvikle kunnskap om de utfordringene og kravene dette komplekse arbeidet stiller til lærere.

Prosjektet vil foregå i perioden 2019-2021. I denne perioden vil det samles inn kvalitative forskningsdata i utvalgte klasser. Datainnsamlingen i hver klasse vil foregå over 2-3 uker, og vi vil i løpet av prosjektet samle inn data i flere valgte klasser. Det vil også være mulig å samle inn data i samme klasse eller hos samme lærer i flere perioder, men dette vil da avtales på nytt for hver gang. Forskningsdata vil bli samlet inn i form av feltnotater, intervjuer, oppgaveanalyse og klasseromsobservasjoner. Det vil bli gjort video- og lydopptak fra matematikkundervisningen og intervjuene. Det vil ikke bli samlet inn direkte personidentifiserende opplysninger i prosjektet. Alle observasjoner og kommentarer fra lærer og elever vil bli behandlet konfidensielt, og både elever, lærere og skole vil bli gitt fiktive navn. Ved prosjektets slutt vil alle lyd- og video-opptak bli slettet, og kun anonymiserte transkripsjoner og feltnotater vil bli oppbevart.

Fagfelt

Matematikk og naturvitenskap

Dersom opplysningene skal behandles til andre formål enn behandlingen for dette prosjektet, beskriv hvilke

Det vil i forbindelse med prosjektet ikke bli samlet inn personopplysninger. Datamaterialet som samles inn i prosjektet vil kun være tilgjengelig for analyser i en forskergruppe bestående av 2-3 seniorforskere og ca. 20 masterstudenter. Datamaterialet vil brukes til analyser som vil ende opp som forskningsrapporter, og resultater fra prosjektet vil også kunne publiseres i tidsskriftartikler, konferansepaper og/eller bok-kapitler.

Begrunn behovet for å behandle personopplysningene

Prosjektet har fokus på matematikkundervisning og ikke på enkeltlærere eller elever. Det er et mål i prosjektet å utvikle teori heller enn å generalisere til en større populasjon av elever eller lærere. Derfor anser vi det som unødvendig å samle inn personopplysninger i prosjektet. Det vil naturligvis være nødvendig å forholde seg til en viss form for personopplysninger i form av kontaktinformasjon med lærer og skole, men det vil ikke bli lagret personopplysninger som del av forskningsdata i prosjektet.

Ekstern finansiering

- Andre

Annen finansieringskilde

Prosjektet finansieres av forskernes egne FoU-tid, og masterstudentenes bidrag er knyttet til deltakelse i masterutdanningen.

Type prosjekt

Forskerprosjekt

Behandlingsansvar

Behandlingsansvarlig institusjon

Universitetet i Stavanger / Fakultet for utdanningsvitenskap og humaniora / Institutt for grunnskolelærerutdanning, idrett og spesialpedagogikk

Prosjektansvarlig (vitenskapelig ansatt/veileder eller stipendiat)

Reidar Mosvold, reidar.mosvold@uis.no, tlf: 51832342

Skal behandlingsansvaret deles med andre institusjoner (felles behandlingsansvarlige)?

Nei

Utvalg 1

Beskriv utvalget

Utvalget vil bestå av strategisk valgte lærere og deres matematikk-klasser. Utvalg 1 er definert som lærerne.

Rekruttering eller trekking av utvalget

Utvalget vil rekrutteres gjennom universitetets praksisnettverk. Prosjektleder vil ta kontakt med lærer og skoleledelse.

Alder

21 - 67

Inngår det voksne (18 år +) i utvalget som ikke kan samtykke selv?

Nei

Personopplysninger for utvalg 1

- Navn (også ved signatur/samtykke)
- Bilder eller videoopptak av personer
- Lydopptak av personer

Hvordan samler du inn data fra utvalg 1

Personlig intervju

Grunnlag for å behandle alminnelige kategorier av personopplysninger

Samtykke (art. 6 nr. 1 bokstav a)

Ikke-deltakende observasjon

Grunnlag for å behandle alminnelige kategorier av personopplysninger

Samtykke (art. 6 nr. 1 bokstav a)

Informasjon for utvalg 1

Informerer du utvalget om behandlingen av opplysningene?

Ja

Hvordan?

Skriftlig informasjon (papir eller elektronisk)

Utvalg 2

Beskriv utvalget

Utvalg 2 defineres som elevene i de strategisk valgte matematikk-klassene. Studien fokuserer på grunnskolen.

Rekruttering eller trekking av utvalget

Det er lærerne som trekkes, og elevene blir dermed utvalgt i kraft av å være i de valgte lærernes klasser. Førstegangskontakt vil skje mellom prosjektleder og lærer/skoleledelse.

Alder

6 - 15

Inngår det voksne (18 år +) i utvalget som ikke kan samtykke selv?

Nei

Personopplysninger for utvalg 2

- Navn (også ved signatur/samtykke)

- Bilder eller videoopptak av personer
- Lydopptak av personer

Hvordan samler du inn data fra utvalg 2

Gruppeintervju

Grunnlag for å behandle alminnelige kategorier av personopplysninger

Samtykke (art. 6 nr. 1 bokstav a)

Hvem samtykker for barn under 16 år?

Foreldre/foresatte

Ikke-deltakende observasjon

Grunnlag for å behandle alminnelige kategorier av personopplysninger

Samtykke (art. 6 nr. 1 bokstav a)

Hvem samtykker for barn under 16 år?

Foreldre/foresatte

Informasjon for utvalg 2

Informerer du utvalget om behandlingen av opplysningene?

Ja

Hvordan?

Skriftlig informasjon (papir eller elektronisk)

Tredjepersoner

Skal du behandle personopplysninger om tredjepersoner?

Nei

Dokumentasjon

Hvordan dokumenteres samtykkene?

- Manuelt (papir)

Hvordan kan samtykket trekkes tilbake?

Samtykke kan trekkes tilbake ved å ta kontakt med prosjektansvarlig. Dette er opplyst om i informasjonsskriv.

Hvordan kan de registrerte få innsyn, rettet eller slettet opplysninger om seg selv?

Det vil ikke bli samlet inn noen personopplysninger, og det vil derfor ikke være behov for å få rettet opplysninger. Deltakerne i studien kan når som helst få innsyn i datamateriale ved å ta kontakt med prosjektleder.

Totalt antall registrerte i prosjektet

1-99

Tillatelser

Skal du innhente følgende godkjenninger eller tillatelser for prosjektet?

Behandling

Hvor behandles opplysningene?

- Mobile enheter tilhørende behandlingsansvarlig institusjon
- Fysisk isolert maskinvare tilhørende behandlingsansvarlig institusjon

Hvem behandler/har tilgang til opplysningene?

- Prosjektansvarlig
- Student (studentprosjekt)
- Interne medarbeidere

Tilgjengeliggjøres opplysningene utenfor EU/EØS til en tredjestat eller internasjonal organisasjon?

Nei

Sikkerhet

Oppbevares personopplysningene atskilt fra øvrige data (kodenøkkel)?

Ja

Hvilke tekniske og fysiske tiltak sikrer personopplysningene?

- Opplysningene anonymiseres
- Adgangsbegrensning

Varighet

Prosjektperiode

01.01.2019 - 31.12.2021

Skal data med personopplysninger oppbevares utover prosjektperioden?

Nei, data vil bli oppbevart uten personopplysninger

Vil de registrerte kunne identifiseres (direkte eller indirekte) i oppgave/avhandling/øvrige publikasjoner fra prosjektet?

Nei

Tilleggsopplysninger
