Universitetet i Stavanger

DET TEKNISK-NATURVITENSKAPELIGE FAKULTET

MASTEROPPGAVE

Studieprogram/spesialisering: Lektor i realfag	Vår semesteret, 2020 Åpen
Forfatter: Sunniva Fosnes Ramstad 236478	Sunniva Fosnes Ramstad
Fagansvarlig: Anders Tranberg Veileder: Tyson Ritter & Sigbjørn Hervik	
Tittel på masteroppgaven: *«Open Middle Math», dybdelæring & positive holdninger i matematikk* Engelsk tittel: *"Open Middle Math", deep learning & positive attitudes in mathematics*	
Studiepoeng: 30	
Emneord: «Open Middle Math», dybdelæring, holdninger, matematikk	Sidetall: 71 + vedlegg/annet: 104 Stavanger, 14.07.2020

Forside for masteroppgaven
Det teknisk-naturvitenskapelige fakultet

Forord

Prosessen i forskningsarbeidet med å undersøke, ved en intervensjon av fenomenet «Open Middle Math», effekten elevene får ved denne har vært spennende og lærerikt. Forskningen er en verdifull erfaring jeg tar med meg til mitt yrke som lærer. Med fagfornyelsen rett fremfor oss er det viktig for meg å være kjent med undervisnings- og arbeidsmetoder i matematikk som fremmer dybdelæring. Prosjektet har også blitt gjennomført av medstudent, Guro Vestly, som har gjennomført samme forskning i egen klasse for å sikre relabilitet. Oppgaven er individuelt utformet og skrevet.

- Tusen takk til medstudent Guro Vestly for god støtte i prosjektet.
- Tusen takk til Tyson Ritter som har introdusert meg til «Open Middle Math».
- Tusen takk til veileder Tyson Ritter og Sigbjørn Hervik som har vært positiv til prosjektet, og bidratt med gode og konstruktive tilbakemeldinger og veiledning.
- Tusen takk til utvalgsskolen og elevene som har bidratt til verdifull kunnskap.

13. juli 2020

Sunniva Fosnes Ramstad

Abstrakt

Som både lektorstudent og deltidsarbeidene i videregående skole er det mye fokus på hvordan lærere skal forberede seg i møte med fagfornyelsen. Dybdelæring er et sentralt begrep i fagfornyelsen. Motivasjonen for denne forskningen er dermed hvordan skal elevene arbeide med matematikken for å oppnå dybdelæring og forståelse. Det er tatt utgangspunkt i et nylig utarbeidet rammeverk, «Open Middle Math», som beskriver forskjellige nivåer av matematikkproblemer som tilfredsstiller forskjellig grad av kunnskapsdybde. Dette er bakgrunnen for spørsmålet om hvordan rammeverket «Open Middle Math» oppnår dybdelæring, samt påvirker holdninger til matematikk.

Forskningen baserer seg på en intervensjon gjort i videregående skole. Det er en fire ukers intervensjon der 2 av 5 timer per uke består av matematikkundervisning i henhold til rammeverket «Open Middle Math». Dermed er det også utarbeidet egne oppgaver til elevene som oppfyller kravene til rammeverket «Open Middle Math».

Nøkkelord: «Open Middle Math», fagfornyelsen, dybdelæring, kompetanse, forståelse, taksonomi, motivasjon, samarbeid, matematikk.

Innholdsfortegnelse

1.0 INNLEDNING ... **3**

2.0 TEORIDEL ... **5**

2.1 DYBDELÆRING ... 5

2.1.1 Fagfornøyelsen ... *5*

2.1.2 De fem trådene og kompetanse ... *7*

2.1.3 Forståelse & resonering ... *7*

2.1.4 Taksonomier ... *8*

2.1.5 Webb's kunnskapsnivåer ... *10*

2.2 «OPEN MIDDLE MATH» ... 10

2.2.1 Bakgrunn ... *11*

2.2.2 Kjennetegn på «Open Middle Math» problemer ... *12*

2.2.3 Løsningsstrategier ... *14*

2.2.4 Strukturen i «Open Middle» matematikkundervisning ... *15*

2.2.5 Effekten av «Open Middle Math» ... *16*

2.3 HOLDNINGER TIL MATEMATIKK ... 17

2.3.1 Styrken av å gjøre feil i matematikk ... *17*

2.3.3 Motivasjon og samarbeid ... *17*

2.4 TRADISJONELL MATEMATIKKUNDERVISNING ... 19

3.0 METODE ... **20**

3.1 FORBEREDELSE AV PROSJEKTET ... 20

3.1.1 Forskningsdesign ... *20*

3.1.2 Etiske betraktninger ... *21*

3.2 DATAINNSAMLING OG DATAANALYSE ... 23

3.2.2 «Open Middle Math» intervensjon i skolen ... *24*

3.2.3 Faglig test ... *28*

3.2.4 Intervjuet ... *29*

3.3 FEILKILDER ... 31

3.3.1 Reliabilitet ... *31*

3.3.2 Validitet ... *31*

3.3.3 Covid-19 situasjonen ... *31*

4.0 EMPIRI & ANALYSE ... **33**

4.1 «Open Middle» oppgaver og elevbesvarelser 33
4.1.1 Polynomfunksjoner *33*
4.1.2 Potens- & rotfunksjoner *44*
4.1.3 Eksponentialfunksjoner *46*
4.1.4 Gjennomsnittlig vekstfart *50*
4.2 Faglige prestasjoner 55
4.2.1 Faglig test *55*
4.2.2 Oversikt over karaktersnitt *63*
4.3 Gruppeintervju 63
5.0 DISKUSJON 68
5.1 Rammeverket «Open Middle Math» og fagfornyelsen knyttet til dybdelæring 68
5.1.1 Dybdelæring *68*
5.1.2 Webb's kunnskapsnivåer, kompetanse, forståelse & taksonomier *69*
5.2 Elevenes meninger rundt rammeverket «Open Middle Math» 71
5.2.1 Tankesett *71*
5.2.2 Motivasjon & mestring *71*
6.0 KONKLUSJON 73
7.0 LITTERATURLISTE 74
FIGURLISTE 78
TABELLOVERSIKT 78
VEDLEGG 1 – SAMTYKKESKJEMA UTVALGSGRUPPE 79
VEDLEGG 2 – SAMTYKKESKJEMA KONTROLLGRUPPE 82
VEDLEGG 3 – FAGLIG TEST 85
VEDLEGG 4 – INTERVJUGUIDE 86
VEDLEGG 5 – «STRATEGY TRACKER» 87
VEDLEGG 6 – ELEVENES «WORKSHEET» 88
VEDLEGG 7 – «OPEN MIDDLE» PROBLEMENE 91
VEDLEGG 8 – MELDEFORLØP NSD 98
VEDLEGG 9 – INFORMASJONSSKRIV TIL SKOLEN 99

1.0 INNLEDNING

Fagfornyelsen er rett rundt hjørnet, og det blir en ny skolehverdag til høsten for flere klassetrinn da de skal i gang med fornyede læreplaner. Tidligere kunnskaps- og integreringsminister Jan Tore Sanner mener at det blir den største endringen av skolens innhold siden Kunnskapsløftet i 2006. Det har vært overfylte læreplaner, og det må gjøres plass og tid til fordypning. På samme tid er samfunnet i endring, og læreplanene må være relevante og fremtidsrettede (Hirsti, 2019). Overordnet del og læreplaner er blitt publisert, og skoler og lærere over hele landet har brukt mye tid det siste året for å forberede seg til høsten. Denne oppgaven fokuserer på dybdelæringens plass i matematikkundervisningen. For å bidra til forskning har jeg endret undervisningspraksis i en klasse i videregående skole. Dette for å undersøke elevenes påvirkning av alternativt undervisningsmateriale som fremmer dybdelæring.

Etter å ha blitt introdusert til «Open Middle Math» var det interessant å undersøke om dette rammeverket ville bidra til dybdelæring i matematikk. «Open Middle Math» er et rammeverk som blant annet tar for seg hvordan matematikkproblemer bør se ut for å oppnå begrepsforståelse og kunnskapsdybde hos eleven. I tillegg kan det kan hjelpe læreren å se misoppfatninger hos eleven (Kaplinsky, 2020). Det var viktig å finne noe målbart ved intervensjonen i forhold til dybdelæring. Derfor ble det både utført en faglig test i utvalgsgruppen etter intervensjonen, samt en faglig test i en kontrollgruppe som ikke hadde prøvd «Open Middle Math» problemer tidligere for å kunne sammenligne. Gjennomsnittskarakterer fra begge grupper ble samlet inn. Det ble også gjennomført gruppeintervjuer i utvalgsgruppen for å undersøke holdninger til matematikk, matematikkundervisningen, og rammeverket «Open Middle Math» for å hente kvalitative data.

Problemstillingen er følgende; *Hvordan bidrar rammeverket «Open Middle Math» til dybdelæring og positive holdninger i matematikk?*

Teoridelen starter med en introduksjon av fagfornyelsen og hvordan regjeringen og utdanningsdirektoratet definerer dybdelæring og kompetanse. For å utdype det nærmere blir det beskrevet flere pedagogiske teorier som omhandler kompetanse, forståelse og taksonomier av kunnskap og forståelse. Videre blir en grundig gjennomgang av rammeverket «Open

Middle Math» presentert. Elevmotivet knyttet til holdninger og motivasjon til rammeverket blir presentert gjennom tankesett, motivasjonsteori og samarbeid. I metodedelen beskrives selve forskningsprosjektet og intervensjonen, samt innhenting av data. Det blir presentert og analysert data i empiri og analysedelen. Resultatene blir diskutert opp mot teori og observasjon, før konklusjonen blir presentert.

2.0 TEORIDEL

For å ta fatt på problemsstillingen presenteres ulik teori som er relevant for å besvare problemstillingen. I første kapittel vil dybdelæring bli presentert. Her vil prosessen til fagfornyelsen bli beskrevet, inkludert hvordan den vektlegger dybdelæring, kompetanse og forståelse. Videre, under dybdelæring, vil relevant pedagogisk teori som knyttes til dybdelæring, i tillegg til dybdelæringsteori som er utgangspunkt for pedagogisk rammeverk valgt av Kaplinsky (2020, s. 50) gjennomgås. Etterfølgende kommer det en grundig beskrivelse av rammeverket «Open Middle Math» som er utgangspunktet for selve oppgaven, og som er rammeverket som skal vurderes opp mot dybdelæring og fagfornyelsen i faget matematikk. Til slutt gjennomgås både tankesett og motivasjonsteori benyttet for å undersøkelse elevens meninger.

2.1 Dybdelæring

2.1.1 Fagfornøyelsen

Fagfornyelsesprosessen har foregått over flere år. I dette kapittelet vil prosessen beskrives med tanke på hva dybdelæring i skolen skal bety. Utredningene og vurderingene som er gjort er gjort av et utvalg regjeringen oppnevnte i 2013, nemlig Ludvigsen utvalget. Første del av prosessen til fagfornyelsen var delutredningen av grunnopplæringen mot krav til kompetanse for et fremtidig samfunns- og arbeidsliv. Denne tar opp betydningen av dybdelæring i grunnopplæringen. Dybdelæring handler om at elevene forstår begreper og sammenhenger i faget, samt evner til å knytte ideer til andre kjente begreper. Da kan ny forståelse brukes til problemløsning i både ukjente og kjente sammenhenger (NOU 2014:7, s.10-11).

Hovedutredningen, *Fremtidens skole,* kom året etter delutredningen. Denne beskriver blant annet vurderingene av hvilke kompetanser som vil være viktige for elevene fremover, nødvendige endringer i fagene slik at elevene utvikler disse kompetansene, og hva som kreves av lærere. Det ble anbefalt en fornyelse av fagene i skolen slik at det bidras til god læring for elevene, samt en beskrivelse av hvilke fire kompetanseområder skolene bør fokusere på. I tillegg ble det anbefalt at matematikk i skolen burde styrkes, i tillegg til at andre fag der også matematikk er en viktig del av kompetansen styrkes (NOU 2015:8, s. 9-10).

Utvikling av kompetanse og dybdelæring henger tett sammen, ettersom oppnåelse av kompetanse forutsetter dybdelæring. Anvendelse er også viktig når det gjelder kompetanse, det handler om å ta i bruk kunnskaper til å mestre problemløsning. Elevene må bruke kunnskapen og forståelsen for hva de har lært, hvordan og når det skal brukes for å oppnå kompetanse. Det er vesentlig å lære og beherske fagenes metoder og tenkemåter. Her vil dybdelæring ikke handle om å gå i dybden i hele fagets innhold. Fra eleven kreves det en aktiv involvering for å lære noe grundig, i tillegg til varierte arbeidsformer. Skolen skal ha et betydelig ansvar til at det finnes tid for fordypning og utfordringer som er tilpasset elevens nivå. Dybdelæring fremmer også overføring av læring mellom fagene, og gir mulighet til tverrfaglighet. Ved bruk av dybdelæring gir det elevene mulighet til å oppnå varig forståelse. Elevene skal da kunne bruke sine evner til å analysere, utøve problemløsning og reflektere over egen læring. Skolen har her et ansvar for å anvende læringsprosesser som bidrar til forståelse, slik at elevenes motivasjon og opplevelse av mestring styrkes. En god løsning er at færre kompetansemål og redusert stofftrengsel gir mulighet til å gå i dybden av fagene (NOU 2015:8, s .11-14). I 2016 kom meldingen fra Stortinget som foreslår at fagene skolen fornyes, slik at det blir mulighet for mer dybdelæring og forståelse (Kunnskapsdepartementet, 2016).

I senere tid har utdanningsdirektoratet definert dybdelæring på denne måten

> Det å gradvis utvikle kunnskap og varig forståelse av begreper, metoder og sammenhenger i fag og mellom fagområder. Det innebærer at vi reflekterer over egen læring og bruker det vi har lært på ulike måter i kjente og ukjente situasjoner, alene eller sammen med andre.
> (Utdanningsdirektoratet, 2018)

Definisjonen spesifiserer at elevene skal få tid til å arbeide med pensum, gå dypere inn i faget, og utfordres til å arbeide med å se sammenhenger både i fag og mellom fagene. Refleksjon over elevenes egen og andres læring kan bidra til bevissthet over egen læringsprosess. Det er viktig at elevene klarer å ta en aktiv rolle i egen læring. Det er viktig å kunne bruke det elevene har lært i ukjente sammenhenger. I tillegg til å være kreativ i problemløsningen må elevene lære samarbeid for å løse fremtidige problemer (Utdanningsdirektoratet, 2019).

2.1.2 De fem trådene og kompetanse

Kilpatrick (2001, s. 151-155) utarbeidet fem tråder, flettet sammen, som beskriver matematisk kompetanse. «Conseptual understandning», oversatt til begrepsforståelse, innebærer å forstå begrepet, se sammenhenger og gjøre operasjoner mellom begreper i matematikk. Gjennom dette rammeverket ser eleven helheten. Forståelse vil bli beskrevet dypere i neste avsnitt. Neste tråd handler om «Prosedural fluency», oversatt til beregninger og prosedyrer, og går ut på at eleven skal kunne gjøre prosedyrer både nøyaktig, forsvarlig, og allsidig. «Strategic competense» er neste tråd Kilpatrick beskriver. Denne tråden, oversatt til strategisk kompetanse og anvendelse, handler om at eleven skal kunne gjøre og vurdere selve problemløsningen og selve svaret av problemet. Neste tråd er «Adaptive reasoning», som handler om logisk tenkning og refleksjon av for eksempel resultatet i et matematisk problem. Den siste tråden som blir beskrevet er «Productive disposition», oversatt til produktiv holdning. Dette handler om engasjementet til eleven, som innebærer at eleven klarer å se matematikk som verdifullt og nyttig. Trådene henger sammen, og utviklingen av den ene tråden forutsetter en annen.

2.1.3 Forståelse & resonering

Forståelse er et begrep flere av oss allerede tror vi vet hva betyr. Begrepet betyr at man både skal vite hva man skal gjøre og hvorfor man gjør det. Skemp (1976) har satt ord på forståelsesbegrepet, og skiller mellom instrumentell og relasjonell forståelse. Nosrati & Wæge (2018, s. 35-36) har oversatt, i en matematisk kontekst, Skemp's (1976) definisjon av forståelse på denne måten:

> Elever som har utviklet instrumentell forståelse, har lært en rekke bestemte instrukser som de kan bruke for å komme seg fra spesifikke startposisjoner (oppgaver) til endepunktene (svarene på oppgavene). Elever med relasjonell forståelse har bygd mentale strukturer, slik at de kan lage nærmest uendelig mange forskjellige planer for å komme seg fra et punkt til et hvilket som helst annet punkt.

Begge disse formene for forståelse gir god læring og undervisning i matematikkfaget, men i matematikken anses relasjonell forståelse som det viktigste. Relasjonell forståelse handler om å bygge opp begrepsmessige strukturer, slik at man vet hvordan en oppgave løses, og hvorfor det blir slik. Dette innebærer å se sammenhenger mellom de ulike begrepene (Wæge & Nosrati, 2018, s. 35-36). Dette kan relateres til Lithner (2008, s. 265-267) kreative resonering.

Kreativ resonering handler om at resoneringen må være nyskapende og fleksibel for eleven. Det betyr at eleven ikke behøver å bruke en bestemt løsningsstrategi på oppgaven, og samsvarer derfor med sitatet ovenfor og krav til relasjonell forståelse av eleven.

Instrumentell forståelse innebærer å kunne bruke innlærte regler og formler som brukes for å finne løsningen, og at man vet hvordan oppgaven løses. Det kan være hensiktsmessig å ha instrumentell forståelse i den grad at den kan være med på å utvikle relasjonell forståelse (Wæge & Nosrati, 2018, s. 35-36). Lithner (2008, s. 258-258) beskriver imitativ resonering nesten på samme måte. Her er meningen at man enten memorerer en løsning, eller bruker en algoritme for å løse problemet. Dette er en overfladisk resonering som kan sammenlignes med instrumentell forståelse.

2.1.4 Taksonomier

NOU (2015:8, s. 42) beskriver taksonomi som en systematisering av hvordan kunnskap eller kompetanse kategoriseres. Videre er taksonomien nyttig i læreplanutvikling da det handler om forventningsgrad av kognitiv kompleksitet. Lavt taksonomisk nivå kjennetegnes som overflatelæring, mens høyre taksonomisk nivå kjennetegner dybdelæring. Videre vil det bli presentert Bloom's taksonomi (1956) og SOLO-taksonomien (1982). Førstnevnte omhandler klassifisering av ferdigheter og kunnskap. Sistnevnte beskriver elevenes forståelse i fag og forsøker å definere kvaliteten på læring.

Taksonomi kommer av gresk og betyr «klassifisering». Meningen med Bloom's klassifisering var å bygge utdanningsobjektiver og mål for utdanningssystemet. Det var ment å være en generell hjelp til alle lærere som driver med læreplaner og skal evaluere problemer og måloppnåelser. Læreplanutviklere skal også finne taksonomien hjelpsom. Det vises til at en dypere forståelse vil være forventet i de høyeste nivåene av taksonomien. Bloom's taksonomi handler altså om klassifisering av ferdigheter og kunnskap (Bloom, 1956, s. 1-3). Fra lavest til høyest kategoriseres Bloom's (1956, s. 18) begreper i denne rekkefølgen; kunnskap, forståelse, anvendelse, analyse, syntese, og vurdering som kategorisering av ferdigheter og kunnskap. Slik som disse blir definert vil sannsynligvis målene i den ene kategorien bygge på målene i den forrige kategorien. Bloom (1956, s. 38-39) innfører også likningen kunnskap + ferdighet = kompetanse. Ved gjennomføring av vurderinger med elever skilles det mellom «intellektuell kompetanse» og «intellektuell ferdighet». Sistnevnte referer til operasjoner og generaliserte teknikker for å løse et problem. Intellektuell kompetanse handler om situasjoner der det forventes at eleven benytter teknikker i nye problemer. Dersom eleven skal løse problemer som er nye og ukjente, kreves det en kombinasjon av kunnskap, ferdigheter og kompetanse.

For å utdype hver kategori litt dypere presenteres det korte definisjoner. Det nederste nivået, kunnskap, handler det om å huske, gjengi og beskrive lært kunnskap. Neste nivå kategoriseres som forståelse. Forståelse betyr i denne sammenhengen at eleven skal kunne forstå kommunikasjonen av kunnskap og gjengi kunnskapen med egne ord. I tillegg skal eleven kunne se forskjeller og likheter. Anvendelse er det tredje klassifiseringsnivået. Det vil si at eleven skal kunne bruke kunnskap og forståelse i konkrete situasjoner. Videre er neste nivå analyse, som innebærer å kunne se sammenhenger og organiseringer i form av undersøkende arbeid, for da å fatte en konklusjon av dette. Syntese er den nest høyeste taksonomien. Her skal eleven kunne trekke egne slutninger av flere elementer, basert på en evne til å generalisere oppdagede mønster. Her finner man også den kreative oppførselen av eleven. Den høyeste taksonomien er vurdering. Eleven skal her kunne bedømme, drøfte og kritisere i henhold til større kriterier. I tillegg til å videreutvikle arbeid. Vurderingen representerer slutten på kognitive prosesser (Bloom, 1956, s. 62-186).

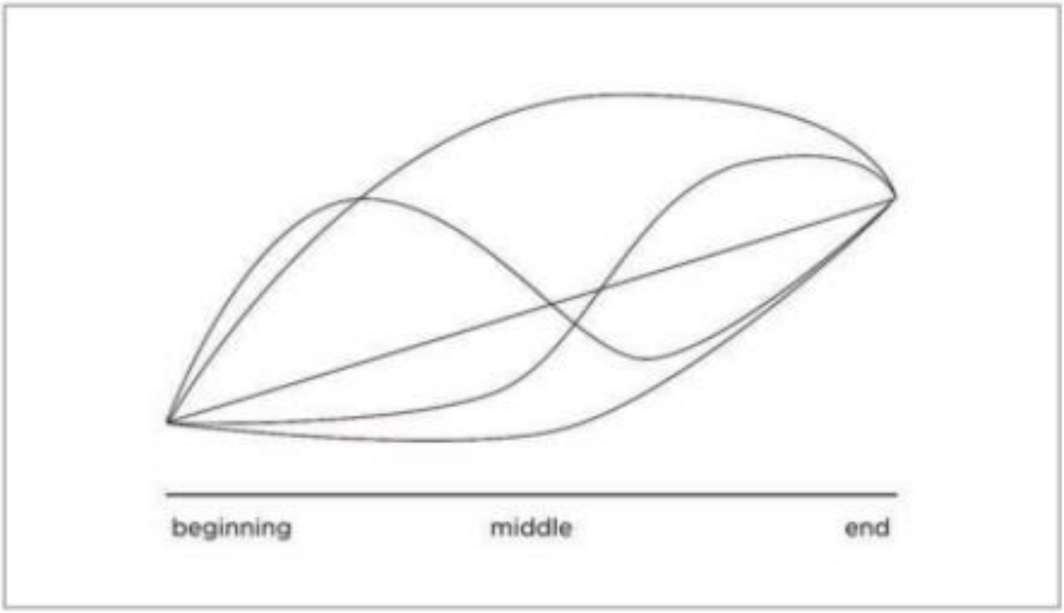
NOU (2015:8, s. 42) beskriver SOLO-taksonomien som hensiktsmessig i sammenheng med elevenes forståelse av fag, og prøver å beskrive kvaliteten på elevens læring. Biggs (u.å) gir en beskrivelse av SOLO-taksonomien han beskrev sammen med medforfatter Collins i 1982 (Biggs & Collins, 1982). SOLO står for «Structure of the Observed Learning Outcome, og betyr en kategorisering av læringsutbytte av kompleksitet basert på elevenes forståelse. SOLO-taksonomien består av fem trinn, som varier fra at elevene ikke har noen form for forståelse, til at elevene har en til overflateforståelse og til slutt at elevene har en dypere forståelse. På det lavest nivå handler det om å være inkompetent, altså å ikke forstå. Neste nivå handler om å kunne angi formler og utføre enkle prosedyrer. Tredje nivå innebærer å kunne forklare og definere begreper og utføre mer avanserte prosedyrer i serier. På fjerde nivå skal man identifisere forskjeller, kombinere begreper, kritisere og relatere. Det høyeste nivå innebærer at man skal kunne utarbeide, bevise og generalisere og reflektere over et nytt område (Biggs, u.å).

2.1.5 Webb’s kunnskapsnivåer

Webb (1999, s. 3) har utviklet en metodologi som beskriver fire dybdenivåer av kunnskap i matematikk og naturfag. Disse nivåene (lavest til høyest) kalles «Recall», «Skill/Concept», «Strategic Thinking», og «Extended Thinking». Formålet med disse nivåene er å måle, bedømme og vurdere forventninger til elevenes aktiviteter i henhold til disse i matematikk og naturfag. Det første nivået er det som krever minst av elevene. Dette handler om å huske, beregne, og å bruke prosedyrer. Det er grunnleggendeproblemer som handler om å reprodusere ferdigheter. Nivå 2 handler om å bruke informasjonen, begrepsmessig kunnskap og prosedyrer med flere steg. Elevene skal kunne sammenligne, beskrive og forklare. Nivå 3, direkte oversatt «strategisk tenkning» handler om å argumentere og utarbeide en plan med sekvenser av steg. Noen av større kompleksitet og med flere mulige svar. Det siste og høyeste nivået innebærer undersøkende arbeid av prosesser og betingelser av oppgaven. Eleven trenger tid til å tenke flere mulige forhold av problemet. Nivå 1 omtales videre som DOK 1, nivå 2 som DOK 2, nivå 3 som DOK 3, og nivå 4 som DOK 4. DOK er en forkortelse på «Depth Of Knowlegde» (Webb, 1999, s. 12). Dette rammeverket er lagt til grunn i nivåinndelingene av problemene i «Open Middle Math».

2.2 «Open Middle Math»

Open Middle Math (OMM) er et rammeverk der blant annet oppgavene er utarbeidet på en spesifikk måte. Hver oppgave skal ha en “lukket begynnelse”, som betyr at alle elever begynner med det samme utgangspunktet. Videre skal oppgavene også ha en “lukket slutt”, som innebærer at alle elever skal komme frem til det samme svaret. Det som derimot skiller OMM oppgaver fra typisk tradisjonelle oppgaver, er at oppgavene er åpne i midten. Det betyr at det finnes flere måter å tilnærme seg problemet, og måter å løse oppgaven på. Dette er for å unngå at elevene får vite en prosedyre de skal bruke når de løser oppgaven. En relevant illustrasjon av dette vises i figuren Meyer (2014, 24:20) har utformet på neste side.



Figur 1Visuell beskrivelse av problemer med lukkede begynnelser, åpne i midten, og lukket i slutten.

Figuren viser at selv om elevene starter og slutter på samme sted har man mange muligheter og løsningsstrategier har man mange muligheter og løsningsstrategier som kan brukes når elevene løser en matematikkoppgave. Kaplinsky mener at OMM oppgavene krever en høyere dybdeforståelse enn oppgaver som kun krever prosedyrer (Kaplinsky, 2020, s. 50-52).

2.2.1 Bakgrunn

Før Kaplinsky utarbeidet OMM rammeverket hadde han flere opplevelser der elevene i utgangspunktet forstod hva han underviste men hvor det i ettertid ble avdekket at flere av elevene hadde misoppfattet undervisningen. Dette ga stor frustrasjon. Hvorfor oppdaget han ikke disse problemene i timene? I tillegg spurte han elevene gjentatte ganger kontrollspørsmål underveis for å sikre seg at elevene forstod undervisninger og besvarte spørsmålene riktig. Det var først når resultatene kom, og da han allerede hadde startet på ny teori, at han oppdaget misoppfatningene. Dette fikk Kaplinsky til å undre seg over hvorfor han ikke klarte å oppdage problemene i timene (Kaplinsky, 2020, s. 8). Noe som var med på å opplyse han om dette var eksperimentet "Chinese Room" av Searle (1980, s. 418). Kaplinsky (2020, s. 8-9) beskriver i hovedtrekk at dette eksperimentet innebærer en mann som sitter i et rom og som ikke kan snakke kinesisk. Her har han fått en boks med kinesiske setninger, og en bok som viser hva han skal svare til hvilke spørsmål. På utsiden av dette rommet befinner det seg en dame som snakker flytende kinesisk. Denne damen skriver noe på kinesisk på et papir, og sender dette papiret under døren. Mannen inne i rommet tar papiret, slår opp det kinesiske spørsmålet i boken, og finner det passende svaret å sende i retur. Damen sendte beskjeden “Snakker du kinesisk?”, og fikk svaret “Ja, flytende”. Fra hennes perspektiv snakker mannen inne i rommet flytende kinesisk. Derimot følget mannen bare den prosedyren han hadde fått tildelt. Han hadde mest sannsynligvis ingen idé over hvilken beskjed han mottok eller hvilken beskjed han sendte tilbake. Det er stor sjanse for at han egentlig ville svare at han faktisk ikke snakket kinesisk. Dette assosierte Kaplinsky med situasjonen i klasserommet. Situasjonen var svært lik, men med matematikk istedenfor kinesisk. I tillegg til hva Kaplinsky hadde opplevd i egen skolegang og matematikkundervisningen der (Kaplinsky, 2020, s. 9-12).

2.2.2 Kjennetegn på «Open Middle Math» problemer

Kaplinsky har beskrevet 3 ulike problemer i rammeverket som baserer seg på de ulike kunnskapsnivåene som blir beskrevet i neste avsnitt. I tillegg beskrives det flere krav som OMM oppgavene har. Disse er følgende;

- Elevene skal fylle inn hver åpen boks med et siffer
- Elevene kan kun bruke bestemte siffer (for eksempel -9 til 9, 0 til 9 eller 1 til 9).
- Elevene kan ofte ikke bruke samme siffer flere ganger.
- Elevene må ofte finne spesifikke løsninger, slik som positive og negative løsninger, høyeste eller laveste løsning, eller løsninger som er nærmest en gitt verdi.

(Kaplinsky, 2020, s 77).

De 3 forskjellige oppgavene krever forskjellig nivå av kunnskap og forståelse fra elevene. Kaplinsky har også utarbeidet disse oppgavene slik at de støtter “Common Core State Standard”. Dette er en felles forståelse av akademiske standarder de fleste stater i USA bruker. Her finner man relevante læreplanmål til hvert trinn (Kaplinsky, 2020; Common Core, 2020).

Kaplinsky beskriver tre forskjellige oppgavetyper i boken hans. Disse tilfredsstiller forskjellige kunnskapsnivåer som man skal ta utgangspunkt i når man utvikler OMM oppgaver. Disse deler seg videre inn i fire nivåer, og er utviklet av professoren Norman Webb gjennom forskning (Webb, 1972). “Depth of Knowledge” måler elevens dybde av kunnskap. Videre har Kaplinksy gjennom OMM definert hvilke matematikkoppgaver som går på hvilke kunnskapsnivå. Problem 1 tilsvarer nivå 1/DOK 1, problem 2 tilsvarer nivå 2/DOK 2, og problem 3 tilsvarer nivå 3/DOK3.

Det første problemet Kaplinsky beskriver er det problemet som krever lavest kunnskapsnivå av elevene, altså Webb's (1999) DOK 1. Det er normalt at elevene strever med et slikt problem, og å løse et slikt problem garanterer ikke at elevene forstår det fullstendig. Dette er typiske prosedyreproblemer, der elevene kan sette inn tall i formler, bruke regneregler eller andre regler for å løse problemet. Disse prosedyrene gjennomgås ved den tradisjonelle tavleundervisningen, og deretter gjentar elevene prosedyrene flere ganger. Dette kan for eksempel være et-stegs likninger, eller arealberegninger der alle tall er oppgitt. Problem 1 karakteriseres ikke som et OMM problem, nettopp fordi det ikke er en åpen oppgave i midten (Kaplinsky, 2020, s. 13-14). Kaplinsky (2020, s. 13) har illustrert forskjellene fra problem 1 til problem 3 i boken med en et-stegs likning. Det første problem 1 er

Løs for x. 21 + x = 70

Det andre problemet Kaplinsky beskriver er et problem som krever en høyere grad av kunnskap og forståelse blant elevene. Her kan ikke elevene begynne rett med prosedyrer og beregninger. Dette er fordi det ikke finnes noen tall elevene kan gjøre beregninger på. Der hvor tallene skal være er det nå åpne bokser, og elevene skal selv bestemme og finne utav hvilke siffer hva som skal stå i hvilke bokser. Ved et et-stegs likning problem illustrerer Kaplinsky (2020, s. 14) det slik

Bruk sifrene 1-9, maks en gang, og plasser dem i boksene nedenfor. Du skal lage to likninger, en hvor x har positiv verdi og en hvor x har negativ verdi. Det er mulig å bruke sifrene på ny når du lager likning to. __ __ + x = __ __

Problem 2 karakteriseres som nivå 2/DOK 2 og handler om "Skill/Concept", det å klassifisere, sammenligne og oppsummere er sentrale stikkord. Her skal elevene klare å sammenligne, beskrive og forklare informasjon og kunnskap.

Det siste problemet Kaplinsky (2020, s. 16-17) viser til skal elevene bruke høyere grad av kunnskap og forståelse. Det bygger mye på "Problem 2", men her blir det mye mer problematisk med å gjette og sjekke løsninger. Denne type oppgave kan gi læreren røntgensyn, da det vil være tydelig å se elevenes tankegang. I tillegg til at læreren får et detaljert bilde på hva elevene vet eller ikke kan om teorien, og til slutt får innsikt i elevenes matematiske prosesser og praksiser. Det siste problemet Kaplinsky (2020, s. 16) bruker for å illustrere et problem 3 er følgende

Bruk sifrene 1-9, maks en gang, og plasser dem i boksene nedenfor. Du skal lage en likning der x har størst mulig verdi.
__ __ + x = __ __

Problem 3 karakteriseres som nivå 3/DOK 3 og er "Strategic Thinking". På dette nivået skal elevene argumentere, vurdere og utvikle en plan som ikke baserer seg kun på innlærte prosedyrer.

2.2.3 Løsningsstrategier

Imens elevene arbeider med det gitte problemet går læreren rundt i rommet for å følge med på elevenes arbeid. På dette tidspunktet av timen er det viktig at læreren har arbeidet med problemet på forhånd, og fått prøvd ut mulige løsningsstrategier selv. Hvis elevene da står fast har læreren mulighet til å veilede de på veien, men på samme tid er det viktig at læreren har god tålmodighet og lar elevene jobbe selvstendig med problemet (Kaplinsky, 2020, s. 79). Læreren kan ha utformet en «Strategy Tracker» for å følge med på hvilke strategier elevene velger å bruke. Målet med disse oppgavene er at elevene oppnår begrepsmessig forståelse i matematikk (Kaplinsky, 2020, s.80). Kaplinsky (2020, s. 71) beskriver flere forslag på løsningsstrategier elevene kan ha. Strategien «Guess and Check», direkte oversatt til gjetting og sjekking, handler om at elevene tilfeldig setter tall inn og sjekker om løsningen stemmer for oppgaven. Dette gjør de til det lykkes, og forhåpentligvis må de bruke flere forsøk til å få det til. Ofte handler problemene for eksempel om å både å få en positiv og en negativ løsning. Etter å ha funnet eksempelvis den positive løsningen kan elevene ha byttet om konstantene som en strategi. Denne kan da gi den negative løsningen. I tillegg beskriver Kaplinsky (2020,

s. 71-74) flere strategier der elevene eventuelt ikke husker elementære matematiske prosedyrer eller regneregler som er nødvendig for å løse problemet fullstendig.

2.2.4 Strukturen i «Open Middle» matematikkundervisning

Kaplinsky (2020, s. 77-82) beskriver flere elementer han mener en OMM undervisningstime burde inneholde. Den er delt inn i en introduksjon, selve oppgaveløsningen, og til slutt gjennomgang av oppgavene.

2.2.4.1 Introduksjon

Før elevene starter med OMM problemet er det viktig at elevene forstår hva som forventes av dem. Det er viktig at læreren forteller detaljert hva som skal gjøres, spesielt de første gangene OMM introduseres. Avsnitt 2.1.1 blir det beskrevet krav OMM problemer bør oppfylle. Det er viktig at lærer går gjennom disse før elevene starter på oppgaven, eksempelvis at elevene ikke får bruke samme siffer flere ganger. Det er viktig at alle elevene starter med å jobbe med samme problem på samme tid (Kaplinsky, 2020, s. 77-78).

2.2.4.2 Oppgaveløsningen

Kaplinsky (2020, s. 78) anbefaler at hver elev starter på den gitte oppgaven individuelt, og at de jobber ca. 2-5 minutter uten samarbeid. På samme tid er det viktig at læreren går rundt i klasserommet for å observere og lese kroppsspråket deres da dette påvirker når det er tid for å gå videre. Hvis elevene fremdeles skriver og er konsentrert er det et tegn på at de har mer tenking å gjøre individuelt. Etter hvert vil elevene legge ned blyantene og begynne å se rundt i rommet.

Kaplinsky (2020, s. 79) anbefaler at elevene skal få jobbe individuelt til det er ca. 70 % av elevene som ser ut som om de er klar til å begynne å samarbeide. Da arbeider de sammen to og to eller i en liten gruppe på 3-4 elever. På dette tidspunktet er det også mulig at elevene fortsetter å jobbe individuelt. Ved samarbeid kan elevene fortelle medelevene hva de har funnet ut, justere strategier og prøve å løse problemet på ny. I dette stadiet er det også viktig at læreren går rundt og observerer arbeidet som blir gjort. Det er viktig at læreren har sett flere mulige måter, om ikke alle, å løse problemet på. Da kan læreren være mer sikker på hvordan den skal veilede når elevene står fast.

2.2.4.2.1 Elevenes «worksheet»

Flere elever vil mest sannsynlig bli frustrerte av disse problemene og få lyst til å gi opp. Matematikk har ofte vært slik at læreren forteller hva elevene skal gjøre for at elevene deretter repeterer dette flere ganger. Når elevene så blir tildelt et OMM problem som er et ukjent problem kan det oppstå usikkerhet om hvordan man løser problemet. Da vil «worksheet» være et hjelpemiddel for elevene. «Worksheet» inneholder en struktur elevene kan bruke til å arbeide med problemene. Eksempelvis kan A4-arket deles i to store ruter hvor overskriften på den første ruten vil være «Første forsøk» og «Andre forsøk» på den neste ruten, osv. Etter hver rute skal også elevene beskrive hva de lærte fra hvert forsøk og hva de vil gjøre når de prøver neste gang. Dette gir elevene mulighet til å forbedre seg for hvert forsøk og tilrettelegger for at elevene skal forstå at det kan kreve flere forsøk, kanskje opp til seks forsøk, for å få til oppgaven. Til sist kan «worksheet» inneholde poengsetting, to poeng for hvert forsøk og to poeng for hver beskrivelse (Kaplinsky, 2020, s. 88-89). Poengsettingen er ikke tatt med i denne intervensjonen. Elevenes «worksheet» er lagt ved som vedlegg 5.

2.2.4.3 Gjennomgangen

Kaplinksy (2020, s. 81) mener også observasjonen er til for å registrere hvilke strategier elevene har brukt. Dette er fordi læreren kan få elevene til å presentere forskjellige strategier i plenum etter samarbeidet. Han mener også at det vil være hensiktsmessig å la elever som har brukt strategien gjetting og sjekking presentere først. Dette fordi det klart vil vises for elevene at denne strategien er ineffektiv. Da vises det at å bruke begrepsmessig forståelse er hensiktsmessig og læreren bør deretter la elever som har brukt slike strategier etter dette presentere. Alternativt er det mulig for læreren å tilfeldig velge elever til å dele hvordan de har løst oppgaven. Her kan man derimot miste mye av den rike klasseromsamtalen (Kaplinsky, 2020, s. 82).

2.2.5 Effekten av «Open Middle Math»

I følge Kaplinsky (2020) er OMM gunstig for både elever som strever og elever som leter etter utfordringer. Det vil hjelpe læreren å oppdage misoppfatninger og det vil føre til rike klasseromsamtaler. Kaplinsky (2020, s. 13-18) har utført et uformelt forsøk på å teste prosentvis hvor mange elever som klarer hver oppgave. Dette gjorde han via sosiale medier hvor han spurte lærere om de kunne gi de forskjellige problemene til elevene. Dette ble gjort på 1120 sjette- og syvendeklassinger. For et typisk problem 1 var det 92 % som løste oppgaven riktig. Deretter var det kun 51 % som løste et typisk problem 2 riktig. Til sist var det overraskende kun 37 % som løste et problem 3 riktig. Dette er dramatiske forskjeller mener Kaplinsky (2020, s. 17).

2.3 Holdninger til matematikk

Siste del av teoridelen vil bestå av tankesett og styrke av å gjøre feil, motivasjon i matematikk, og den typiske tradisjonelle matematikkundervisningen.

2.3.1 Styrken av å gjøre feil i matematikk

Trenden i ethvert matematikklasserom er at elevene tenker at hver gang de gjør en feil i matematikk klassifiserer de som en ikke-matte-person, eller at de ikke er smarte. Selv om mange gode lærere i flere år har fortalt elevene at feiltakelser er nyttige, i tillegg til at vi lærer av feilene vi gjør (Boaler, 2016, s. 11). I nyere studier er det funnet andre interessante funn. Dette er blant annet Moser’s (2011) forskning. Boaler (2016, s. 11) forteller i hovedtrekk at forskningen fant ut av at hjernen gnistrer og vokser når vi gjør en feil, og ikke bare hvis elevene retter egne feil og ender med å løse problemet, men også når vi blir utfordret og kanskje ikke var klar over feilen. Det er svært viktige funn at hjernen vår reagerer med høyere aktivitet når vi gjør feil enn når vi gjør riktig. Elever med voksende tankesett har også større bevissthet omkring feil enn elever med et fiksert tankesett. Et voksende tankesett har elever som utfordrer seg selv og ser feil som motivasjon til å gjøre mer, mens et fiksert tankesett er der elevene tror at de enten er smarte eller ikke (Boaler, 2016, s. 7). Det kan være så mangt som påvirker tankesettet, blant annet matematikkundervisninger, oppdragelse, eller andre områder i livet. Det er derimot viktig å tro på seg selv, og tro du kan gjøre alt.

Styrken av å gjøre feil er kritisk informasjon fordi barn og voksne overalt føler seg forferdelig når de gjør en feil i matematikk. De tenker at de ikke er en matte-person, fordi de er oppvokst i en prestasjonskultur, der feil ikke er verdsatt, og i verstefall straffet. Vi vil at elevene skal gjøre feil, selv om mange klasserom er designet til å gi elevene arbeid som de vil få rett (Boaler, 2016, s. 12-13).

2.3.3 Motivasjon og samarbeid

NOU (2015:8, s. 21) beskriver at elevers motivasjon, holdninger og samspill med andre har påvirkning på elevens personlige utvikling, samt egenverdi i skolen. Dette er begreper som ligger tett sammen med mestring. Videre blir disse begrepene presentert.

2.3.3.1 Motivasjonsteori

En kjent motivasjonsteori er selvbestemmelsesteorien. Her skiller man mellom indre og ytre motivasjon. Nosrati & Wæge (2018, s. 18) forklarer indre motivasjon som at elever arbeider med matematikk fordi de synes det er interessant og morsomt. Det vil si at de får en opplevelse av glede ved å arbeide med matematikk. For ytre motivasjon er det typisk at elevene arbeider med matematikk fordi de ønsker å oppnå en viss karakter i faget (Wæge & Nosrati, 2018, s. 18).

Det er viktig at elevene får oppleve autonomi og relevans fordi det kan påvirke elevenes motivasjon til å lære og vilje til å nå mål (NOU, 2015:8, s. 27). Videre beskriver Wæge & Nosrati (2018, s. 18) selvbestemmelsesteorien å være blant en av de mest kjente motivasjonsteorier om indre og ytre motivasjon. Den baserer seg på at mennesker har tre nødvendige behov: kompetanse, autonomi og tilhørighet. Det første behovet handler om å føle mestring, det vil si at elevene har et behov om å oppleve utvikling av forståelse og ferdigheter i matematikk. Kompetanse innebærer at elevene bør få faglig anerkjennelse fra omgivelsene (Wæge, 2007, s. 45). Autonomi handler om å ta valg ut fra egne interesser og verdier (Wæge & Nosrati, 2018, s. 24). Hvis elevene handler ut ifra egne verdier og mål er handlingene autonome, dette kan relateres til valg av løsningsstrategier i matematikken. Tilhørighet, det siste behovet, handler om å føle seg trygg i et fellesskap. Elevene skal føle seg akseptert i klasserommet (Wæge & Nosrati, 2018, s. 26-27). Behovene forutsetter hverandre. Dersom elevene opplever kompetanse, opplever de autonomi ved arbeid med oppgaver, dersom elevene opplever autonomi har de kjent tilhørighet (Wæge & Nosrati, 2018, s. 27).

2.3.3.2 Motivasjon, forståelse & mestring

Wæge (2007) har utført en relevant studie om motivasjon. Denne handler om å undersøke elevers behov for kompetanse og autonomi i matematikk. Kompetanse og forståelse er nært knyttet begreper, og man kan si at forståelse fører til kompetanse. Resultatene fra studien tyder på at kompetanse og motivasjon henger sammen. Det betyr at elevene opplever motivasjon dersom kompetansebehovet er tilfredsstilt. Resultatene viser også tegn på at opplevelsen av kompetanse er mindre ved instrumentell forståelse, i forhold til relasjonell forståelse. Wæge (2007, s. 202-203) viser også til at ved forståelse og mestring av matematikk opplever elevene glede ved det matematiske arbeidet.

Mestring i matematikk inneholder flere ulike elementer. Wæge & Nosrati (2018, s. 43) beskriver det som blant annet å mestre matematikkoppgaver og få riktig svar, å stille spørsmål, resonnere og argumentere, å forklare løsningsstrategier, og forståelse av matematiske begreper.

2.3.3.3 Samarbeid i matematikk

Nosrati & Wæge (u.å., s.8) beskriver i hovedtrekk resultatene fra flere studier på hvordan klasseromskulturen påvirker motivasjonen i matematikk. Et av disse elementene som burde inngå er samarbeid. Det er et viktig pedagogisk virkemiddel i skolen som fremmer læring. Elevene har mulighet til å arbeide sammen med andre for å oppnå et felles mål. Samarbeid kan skape gode følelser, det vil gi glede, engasjement, og inspirasjon. Ved å kombinere ulike ferdigheter og kunnskaper kan det utvide forståelsen av problemet. Å samarbeide vil også styrke tilhørigheten i klasserommet (LINK, u.å.).

2.4 Tradisjonell matematikkundervisning

Boaler (2003, s. 2) har observert mange undervisningstimer i matematikk. Hun har sett et mønster og en sammenheng og beskriver en tradisjonell undervisning i matematikk. Denne inneholder tavleundervisning, eksempler, og individuelt arbeid i lærebøkene. Dette støttes av flere forskere og har vært undersøkt i flere år tilbake (Engelsen, 2006, s. 208-209; Flanders, 1970, s. 178-179). I norske klasserom har matematikksenteret funnet samme trend, i tillegg har de funnet ut at undervisningen er lærebokstyrt (Nosrati & Wæge, u.å.). Kaplinsky (2020, s. 25) beskriver typiske problem 1 oppgaver av DOK1 er typiske lærebokoppgaver.

3.0 METODE

Det har blitt undersøkt hvordan elever i videregående skole påvirkes av implementering av rammeverket “Open Middle Math” (Kaplinsky, 2020). I denne delen av oppgaven vil forskningens metodiske valg bli presentert. Det vil forekomme en grundig beskrivelse av forberedelsene til prosjektet, hvordan datainnsamlingen foregikk og hvordan det skal analyseres. Til slutt blir feilkilder og hvordan Covid-19 situasjonen har påvirket prosjektet diskutert.

3.1 Forberedelse av prosjektet

Utgangspunktet for forskningen er hvordan man kan gjøre endringer i matematikkundervisningen i Norge slik at det tilfredsstiller behovet om dybdelæring i matematikk. Fokuset er hvordan elevene arbeider med fagstoffet. Ofte bruker elevene prosedyrer lært av lærer når de arbeider med oppgaver i matematikk. Dette er også erfart selv gjennom egen undervisning og er det lærebøkene legger opp til. Etter å ha sett gjennom flere lærebøker i matematikken i videregående skole legger bøkene opp til teori, et eksempel, og deretter oppgaver som anvender både teori og eksempel. Disse går ofte ut på å bare skifte ut tall i eksempelet vist på forhånd. Dette er også noe lærere følger i deres undervisning. I tillegg til å ønske en endring i undervisningsopplegget i matematikk trer fagfornyelsen fra skoleåret 2020 i kraft. Her blir begrepet «dybdelæring» innført. Formålet med prosjektet er derfor ønskes det at elevene skal testes i OMM rammeverket. Dette rammeverket skal blant annet være tilgjengelig for både elever som strever og for elever som leter etter større utfordringer, oppdage elevers misoppfatninger og styrker deres relasjonelle forståelse, og i tillegg til rike klasseromsamtaler.

3.1.1 Forskningsdesign

Samfunnsvitenskapelige forskningsmetoder brukes når man skal forske på det som skjer i skolen (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 16). Det finnes flere forskningsdesign innunder denne metoden. Prosjektet er utført i designet praksisrettet forskning, der hensikten er å forbedre egen praksis. I tillegg er det både blitt samlet inn data ved kvantitativ og kvalitativ metode.

3.1.1.1 Praksisrettet forskning

Forskningsdesignet «praksisrettet forskning» er en undersøkelse gjort av lærere (Utdanningsforbundet, 2018). Praksisrettet forskning gjennomfører intervensjoner for å skape endringer, eksempelvis i skolen (Postholm & Smith, 2017, s. 73; Bleijenbergh, Korzilius & Verschuren, 2011, s. 146). Hensikten til praksisrettet forskning er at den skal støtte opp om kunnskap eller utvikle ny kunnskap, slik at det kan løse et praktisk problem (Bleijenbergh et al., 2011, s. 147). Det er mye kritikk rettet mot denne type forskning. Nettopp på grunn av dobbeltrollen som forskere har. Her forsker man på egen praksis, noe som kan påvirke ansvaret forsker har for elevene som lærer (Postholm & Smith, 2017, s. 75). Dette vil bli beskrevet ytterligere under "Etiske betraktninger".

3.1.2 Etiske betraktninger

Christoffersen & Johannesen (2012, s. 41-42) beskriver i hovedtrekk Nerdrum's (1998) etiske retningslinjer som den nasjonale forskningsetiske komité har vedtatt som tre typer hensyn forsker skal ta. Disse er 1. *Informantens rett til selvbestemmelse og autonomi*, 2. *Forskerens plikt til å respektere informantens privatliv*, 3. *Forskerens ansvar for å unngå skade.* Det første hensynet innebærer at personen som blir spurt om å delta, eller tidligere har deltatt i forskning, skal kunne bestemme selv over deltakelsen. Det skal være tydelig informert om frivillig samtykke, i tillegg til at personen skal kunne trekke deltakelsen sin på hvilket som helst tidspunkt uten konsekvenser. Det andre hensynet omhandler at deltakerne skal være sikre på at forskeren ivaretar taushetsplikt, og at de kan nekte adgang til personopplysninger. Det siste hensynet omhandler at forskeren må vurdere om intervjuet kan innhente opplysninger som er følsomme. Deltakelse skal ikke være en belastning for elevene.

3.1.2.1 Læreren i forskerrollen

Den ene utvalgsgruppen er jeg faglærer selv, og medstudent har god kjennskap til klassen hun har hentet data fra. Klassen har jeg kjent fra januar. Medstudent har noe kjennskap til klassen hun har hatt forskning i, opparbeidet gjennom flere vikartimer i klassen. Dermed vil jeg ha en dobbeltrolle i klassen, både som forsker og ansvaret som lærer.

Ved meldeprosessen til NSD ble det opplyst flere forhold som vi burde være bevisst på knyttet til å forske på egen arbeidsplass. For eksempel kan det være vanskelig for elevene å la være å delta. Dette kan være fordi de er redde for eventuelle negative konsekvenser som følge av å ikke delta. Ut i fra dette har vi opplyst tydelig både skriftlig, gjennom informasjonsskriv og samtykkeskjema, og muntlig at det er frivillig og delta, i tillegg at det ikke vil være noen negative konsekvenser hvis elevene velger å ikke delta (NSD Personverntjenester, 2018).

Da dette var et opplegg over fire uker, som ikke påvirket fra elevenes periodeplan, ble alle elevene med på å gjøre oppgavene som ble delt ut. Oppgavene var relevante for undervisningstemaet og kompetansemålene. Elevene som derimot ikke ville delta, leverte ikke inn besvarelser etter hver time, og leverte ikke faglig test. I tillegg deltok ingen av de som ikke gav samtykke på intervju og fikk alternativt opplegg.

Det ble avklart med ledelsen på hver skole om gjennomføring av prosjektet, og hvilket formål det har. Informasjonsskrivet til skolen ligger vedlagt som Vedlegg 9.

3.1.2.2 Søknad til NSD

Personvernombudet for forskning ved Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste (NSD Personverntjenester) sin digitale base har et skjema som viser om du behøver å melde prosjektet (NSD Personverntjenester, u.å.). Siden formålet var å bruke intervju med lydopptak regnes stemme på lydopptak som behandling av personopplysninger, i tillegg til at det hentes inn signert samtykke fra elevene. Opplysningene fra elevene er ikke sensitive. Meldeforløpet er vedlagt som vedlegg 8.

Planen var å teste ut oppgaver, utformet etter retningslinjer fra rammeverket "Open Middle Math» (Kaplinsky, 2020), i en klasse på videregående skole og en klasse på ungdomsskolen i en gitt periode på fire uker. Etter av undervisningsperioden vil utvalgsgruppen gjennomføre en matematisk test, som kun vil se på elevens faglige utbytte og forståelse. Etter testen vil noen av elevene intervjues. Informantene vil bli stilt spørsmål angående undervisningen med tanke på motivasjon, arbeidslyst, matematikkundervisningen og OMM. Disse intervjuene ble tatt opp, og slettet etter transkribering. Det vil ikke forekomme noen identifiserende bakgrunnsopplysninger i intervjuene, og resultatet av lydopptaket vil forekomme som en fortolkning i oppgaven.

Det stilles krav til samtykke fra elevene hvis de kan identifiseres. Siden det er blitt brukt intervju med opptak skal elevene samtykke til deltakelse. Dette skal være frivillig for elevene, og det skal komme frem tydelig informasjon om frivillig samtykke både muntlig og skriftlig.

Det betyr at elevene skal forstå at valget om å ikke bli med eller i senere tid trekke samtykke ikke kommer til å ha noen negative konsekvenser. På samtykkeskjemaet skal det være tydelig at den registrerte samtykker, hvilke behandlinger det gjelder for og hvem som er behandlingsansvarlige for prosjektet (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 45). Informasjonen om prosjektet ble gitt til utvalgsgruppene før prosjektstart. Deretter fikk de utdelt et informasjonsskriv om samtykke (vedlegg 1), som også ble gjennomgått muntlig. Skrivet forklarer at de skal delta i undervisningen, men at de eventuelt velger å samtykke til bruk av utvalgets oppgaveløsninger, resultatet av matematisk test, gjennomsnittskarakter i klassen og et intervju. Informasjonsskrivet om samtykke (vedlegg 2) for kontrollgruppen tar kun for seg samtykke til resultater av faglig test og gjennomsnittskarakter i klassen. Samtykket i medstudents klasse måtte gjennom foreldrene i den ene klassen fordi elevene var under 15 år.

3.2 Datainnsamling og dataanalyse

Gjennom rammeverket OMM var det aktuelt å finne ut av hvilket faglig utbytte elevene hadde, og hvordan elevene selv opplevde intervensjonen. Da var det nødvendig både å teste utvalgsgruppen og kontrollgruppen faglig etter intervensjonen, i tillegg til å se på gjennomsnittskarakterene i klassene både før og etter intervensjonen. Ved å undersøke opplevelsen av intervensjonen er det gjennomført et intervju. Utvalgsgruppen er valgt med hensyn til tilgjengelighet, fordi forsker er lærer i denne klassen. Kontrollgruppen er valgt med hensyn på at det skal være sammenlignbare elever med samme nivå i matematikk.

3.2.1 Kvalitativ og kvantitativ metode

I prosjektet er det blitt kombinert både kvalitativ og kvantitativ metode for å samle inn data. Kvalitative metoder har åpne spørsmål der deltakeren står fritt til å besvare spørsmål med egne ord. Her har deltakerne mulighet til å svare utfyllende. Dette er hensikt i intervjuet etter at klassen har prøvd “Open Middle Math” i fire uker. De kvantitative metoder er de tellbare og lite fleksible metoder. Her er det meningen å undersøke det faglig utbytte elevene får ved denne fireukersperioden. Testen blir også gjort i en kontrollklasse. Da er det mulig å se antall elever som har klart å løse de forskjellige oppgavene. I tillegg blir det sett på gjennomsnittskarakter til 1. termin og 2. termin i utvalgsklassen (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 17).

3.2.2 «Open Middle Math» intervensjon i skolen

Ved utformingen av "Open Middle" oppgavene er rammeverket til "Open Middle Math" brukt (Kaplinsky, 2020). Kaplinsky (2020, s. 64) har utviklet fem praksiser som man bør tenke over når man lager "Open Middle" oppgaver. Disse handler om at man skal kunne forutse elevenes svar og strategi på oppgaven de jobber med, overvåke elevenes arbeid og engasjement når de arbeider med oppgaven, elever skal presentere deres matematiske arbeid, velge ut elevbesvarelser som skal vises og koble elevenes løsningsforslag til hverandre og til sentrale matematiske ideer. Istedenfor å la elevene presentere sine løsningsforslag en og en snakket vi i plenum om de forskjellige løsningsforslagene elevene hadde.

Temaet elevene skulle gjennom i løpet av fire ukers perioden var funksjoner og vekst. Kompetansemålene var følgende:

- *omsette mellom ulike representasjoner av funksjoner*
- *bruke digitale verktøy til å undersøke kombinasjoner av polynomfunksjoner, rotfunksjoner, potensfunksjoner og eksponentialfunksjoner som beskriver praktiske situasjoner, ved å bestemme nullpunkt, ekstremalpunkt og skjæringspunkt og finne gjennomsnittlig vekstfart og tilnærmingsverdier for momentan vekstfart*
- *bruke funksjoner til å modellere, drøfte og analysere praktiske sammenhenger*

(Utdanningsforbundet, 2006)

Videre hadde klassen både timer der vi fokuserte på "Open Middle Math", i tillegg til tradisjonell klasseromsundervisning med fokus på funksjoner og digitale verktøy. For å få en oversikt illustreres undervisningstimene i intervensjonsperioden i tabell 1.

Tabell 1 Oversikt over undervisningstemaer i intervensjonsperioden

Uke	Tema	Undervisningsmetode
Uke 1	Polynomfunksjoner	"Open Middle Math"
Uke 1	Polynomregresjon	Tradisjonell
Uke 2	Potens- og rotfunksjoner	"Open Middle Math"
Uke 2	Potensregresjon	Tradisjonell
Uke 3	Eksponentialfunksjoner	"Open Middle Math"
Uke 3	Eksponentialregresjon	Tradisjonell
Uke 4	Gjennomsnittlig vekstfart	"Open Middle Math"
Uke 4	Momentan vekstfart	Tradisjonell

Planen var at "Open Middle Math" timene hadde inndelingen på neste side. Dette var den generelle planen, men med forbehold. Dette var fordi de fleste kjenner at undervisningstimer ikke alltid går helt etter planen. Hver OMM time varte i 90 min, men med 75 effektive minutter. På neste side er tabell 2 presentert, som viser en oversikt over "Open Middle" undervisningsøkta.

Tabell 2 Oversikt over «Open Middle» undervisningsøkten

Innhold	**Organisering**	**Tid**
Introduksjon Introdusere dagens tema og læringsmål.	Får elevenes oppmerksomhet.	5 minutter
Undervisning Teori og eksempler undervises av lærer.	Elevene lytter til undervisningen. Elevene kan svare på spørsmål fra lærer eller stille nye spørsmål.	20 min
"Open Middle Math" Elevene begynner med et problem av nivå 1. Elevene får utdelt første "Open Middle" problem. Neste "Open Middle" problem.	Nivå 1 problemet løser de ved hjelp av prosedyrer som lært tidligere. IGP (Individuelt – gruppe - plenum): Elevene jobber først individuelt i ca. 5 min. Deretter åpnes det for diskusjon med sidemannen. Til sutt snakker vi om ulike løsningsstrategier elevene hadde. Dette fortsetter til det er 10-15 min igjen av timen.	40 min
Avslutning Oppsummering av hva elevene har lært denne timen.	Diskusjon i plenum. Kaplinsky (2020, s. 81-82) mener at elevene skal presentere selv hvilke strategier de har brukt. Intervensjonen har delvis inneholdt dette. Det har blitt snakket om i plenum om hvilke strategier elevene har brukt, og lærer/forsker sørger for at flere forskjellige strategier blir nevnt. Dette er fordi det må gjøres lokale tilpasninger.	15 min

3.2.2.1 Utforming av «Open Middle» problemer

"Open Middle" oppgaver passer best som en erstatning for de tradisjonelle prosedyre oppgavene (Kaplinsky, 2020, s. 59). Derfor, når elevene startet på et nytt tema, startet ofte elevene med et nivå 1-problem, før de gikk videre til et nivå 2-problem.

Kaplinsky (2020, s. 136) beskriver flere steg på hvordan man kan utvikle sine egne «Open Middle» oppgaver. Steg 1 vil være å starte med en nivå 1-oppgave, som typisk er det man finner i lærebøkene. Da velger man en tradisjonell ett-stegs prosedyreoppgave. Det er også lurt å velge en enkel oppgave. Steg 2 vil være å øke oppgaven fra nivå 1 til nivå 2. Meningen med å øke oppgaven til nivå 2 er at læreren kan få mulighet til å legge merke til misoppfatninger. Denne oppdagelsen kan føre til rike samtaler om matematikk. Praktisk vil det å øke oppgaven til nivå 2 bety å strategisk fjerne noe informasjon fra problemet, slik at den umiddelbare kalkulasjonen hindres. Det er også viktig å øke mengden av løsninger som er mulige, noe som gjør at elevene begynner å tenke mønstre. Målet er å øke tenkemengden som elevene behøver for å løse problemene, ved å ikke la problemene primært handle om beregninger. Typiske kjennetegn på et nivå 2-problem er at elevene skal fylle inn hver åpen boks med et siffer, og at elevene kun kan bruke bestemte siffer, ikke bruke samme siffer flere ganger, og eksempelvis finne positive og negative løsninger. Videre er steg 3 å øke oppgaven fra nivå 2 til 3. Da optimaliseres problemløsningen til elevene. Dette krever strategisk tenking og forståelse, og løsningsstrategier som gjetting og sjekking vil ikke holde. Typiske kjennetegn på et nivå 3 problem er de samme som oppgave 2, men istedenfor å finne positive og negative løsninger skal elevene lage løsninger som nærmer seg en bestemt verdi.

Det er også tatt hensyn til hva målet med oppgaven er. Er det å få en relasjonell forståelse av en polynomfunksjon, rotfunksjon og lignende? Det er nødvendig for læreren og forutse eventuelle misoppfatninger elevene har, i tillegg til forskjellige, om ikke alle, løsningsstrategier elevene kan komme til å bruke i timene.

De selvutformede problemene ligger som vedlegg 7.

3.2.2.2 Elevenes «worksheet»

Elevene løste «Open Middle» oppgavene på «worksheet». Hensikten med dette var at de skal skape en oversikt over løsningsstrategiene de velger å bruke. Kaplinksy (2020, s. 89) mener dette er hensiktsmessig fordi det gir elevene mulighet for elevene til å forbedre seg for hvert forsøk de gjør. «Worksheet» ligger som vedlegg 6. Det vil bli presentert utdrag av elevbesvarelser i kapittelet «Emperi og analyse».

3.2.2.3 Forskers observasjon i «Open Middle Math» intervensjonen

Observasjonen av løsningsstrategien er ikke en direkte del av datamaterialet. Observasjonen var nødvendig for å følge rammeverket til "Open Middle Math". Christoffersen & Johannessen (2012, s. 61-62) beskriver fem sentrale begrep knyttet til observasjon. Disse er blant annet at feltet er det fenomenet som er gjenstanden for observasjon, den konkrete settingen observasjonen, og elementene som observeres. I dette tilfellet var det skolen som var felten, klasserommet var settingen, og elementene som ble observert var løsningsstrategiene elevene brukte da de løste "Open Middle" problemene.

Det har blitt foretatt en strukturert observasjon av "Open Middle Math" undervisningstimene. Det innebærer at forskeren opererer med et skjema som inneholder bestemte elementer som skal observeres og registreres. (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 71). Observasjonsskjemaet som er brukt i dette tilfellet er "Strategy Tracker" som gir en oversikt over elevenes strategier i "Open Middle" oppgavene. "Strategy Tracker" er et skjema som inneholder flere ulike forhåndsbestemte løsningsstrategier, i tillegg til åpne ruter hvis det er noen elever som finner nye strategier læreren ikke har tenkt på. Dette skjemaet ble brukt når det ble gjort en gjennomgang i plenum av hvilke strategier som ble brukt i timene etter en OMM oppgave. Til å begynne med, da elevene ble kjent med disse oppgavene, ble strategien "Gjetting og sjekking". Denne strategien brukes når elevene ikke helt vet hvordan problemet virker og de begynner tilfeldig å plassere siffer i de forskjellige åpne boksene slik at de til slutt klarer å løse oppgaven. Dette kan være en ineffektiv strategi siden elevene mest sannsynlig vil bruke mange forsøk for å få det til. Forhåpentligvis utvikler elevene etter hvert en forståelse over hvordan problemet, i vårt tilfelle funksjonen, fungerer slik at man får en gjeldende løsning (Kaplinsky, 2020, s. 71). "Strategy Tracker" for "Open Middle" undervisningen ligger som vedlegg 5.

3.2.3 Faglig test

Det var viktig å utforme en faglig test slik at både utvalgsgruppen og kontrollgruppen kunne utføre den. Da var det viktig å fokusere på kompetansemålene, i tillegg til at de forskjellige funksjonstypene ble dekket. På samme tid var det viktig å lage tilnærmede "Open Middle" oppgaver, men uten de åpne boksene, slik at kontrollgruppen ikke ble forvirret av disse da de ikke har sett denne type problem før. Videre vil det være interessant å se på hvor mye forståelse hver av klassene har, altså hvor mye de har fått til fullstendig og delvis. Det vil også være interessant å se av datamaterialet hvor mange elever som har prøvd på oppgavene, eller gitt opp etter kun å ha lest oppgaven. Dette blir presentert i kapittelet “Presentasjon av data” som vil gi ulike diagrammer. Den faglige testen ligger som vedlegg 3.

3.2.4 Intervjuet

Det er foretatt et strukturert intervju, der både temaet, spørsmålene og rekkefølgen er fastlagt på forhånd. Det er åpne spørsmål slik at informantene kan formulere svar med egne ord. Alle informantene har fått samme spørsmål slik at systematisering, som sammenligning og fortolkning, gjøres uten problemer (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 79). Intervjuguiden (vedlegg 4) inneholdt tema, spørsmål og underspørsmål som springer ut av problemstillingen og skal belyse undersøkelsen. Disse spørsmålene var ment for å oppmuntre informantene til å komme med utdypende informasjon. Underspørsmålene var der for å sikre at det ble dekket og utdypet i de forskjellige temaene. Det var en satt rekkefølge på temaene, men de kunne endres dersom informantene brakte nye temaer på banen (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 79-80). Meningen og fordelen med intervjuet var at denne delen av forskningen skulle undersøke holdningene elevene hadde til rammeverket “Open Middle Math”. Hvert intervju bestod av tre deler, og dette var hovedtemaene for intervjuguiden. Hovedtemaene var holdninger til matematikk, opplevelse av matematikkundervisningen, og holdninger til “Open Middle Math”. I tillegg var motivasjon, arbeidslyst og gjennomførbarhet viktige begrep. Introduksjonen til intervjuet bestod av at informantene fikk en gjennomgang av hvilke temaer det vil bli snakket om, i tillegg til hvordan intervensjonen i klassen har foregått. Spørsmålene til informantene var følgende:

- Når du hører ordet matematikk, hva tenker du da?
- Fortell meg litt mer, hvordan forhold har du til det?
- Hva tenker du før du skal ha matte? Hvorfor?
- Hva er kjekt med matematikk?
- Hvorfor trenger du matematikk for fremtiden?
- Hvordan er du vant med at matematikktimen foregår?
- Hvordan ønsker du at matematikktimen foregå slik at du mestrer mest og er mest motivert?

- Hvordan opplever du oppgavene vi har jobbet med i timene i dette kapittelet i forhold til tidligere kapitler?
    - Hvordan fremmer dette arbeidslysten, forståelse, motivasjon?
- Føler du at du behersker oppgavene som blir gitt?
    - Hva gjør du dersom du møter en vanskelig oppgave?
- Hvilke egenskaper fremmer / fremmer ikke disse oppgavene?

Intervjuene ble gjennomført i grupper på tre elever per gruppe. Det ble intervjuet fire grupper av både blandet kjønn og måloppnåelse hos elevene. Sammensetningen av gruppene var designet slik at informantene ikke trakk seg tilbake i intervjuet, og alle informantene var komfortable i intervjuet. Yin (2016, s. 148) beskriver at det er viktig å huske på å ha oppmerksomheten på hele gruppen i intervjuet. Det var planlagt at alle intervjuene skulle foregå ansikt til ansikt, men på grunn av Covid-19 ble noen av intervjuene gjort via videointervju. Postholm & Jacobsen (2016, s. 68) beskriver at nærhet og distanse er avgjørende for hvordan språket brukes. Bruken av språk gir mulighet til å gi uttrykk av følelser og holdninger, og i tillegg fortelle om hendelser og opplevelser. Videre beskriver Postholm & Jacobsen (2016, s. 68) at fordelene av å ha intervjuer og lærer som samme person er at det finnes en personlig relasjon som kan føre til en åpen samtale.

Intervjuene har blitt dokumentert ved hjelp av båndopptaker som lagres låst inntil oppgaven er ferdig og evaluert. Dette er noe utvalgsgruppen har gitt samtykke til. Prosessen fra muntlig datamaterialet til skriftlig tekst ble gjort ved transkribering. For å redusere informasjonsmengden slik at det kan analyseres måtte det fortolkes av forskeren. Det er viktig at forskeren analyserer og tolker kvalitative data fordi forståelsen til forskeren er en essensiell faktor for dataanalysen (Silverman, 2006). Den transkriberte teksten var utgangspunktet for innholdsanalysen. Den fortolkende tekstanalysen vil inneholde et utvalg av fortolkning av svarene fra eleven. Disse baserer seg på svar som gjentar seg eller er av samme betydning, i tillegg til de svarene som skiller seg ut. Dette kjennetegner en summativ innholdsanalyse. Denne typen av innholdsanalyse analyserer kvalitative datainnsamlinger, slik som transkriberte intervjuer (Fauskanger & Mosvold, 2014, s. 5-6).

3.3 Feilkilder

Det finnes grunnleggende spørsmål i all forskning. Hvor relevant er den, og hvor gyldig og pålitelig er undersøkelsen? Reliabilitet handler om hvor pålitelig dataene er, og validitet handler om gyldighet (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 23-24). Hensikten med forskningen er å få kunnskap slik at problemer kan løses. Flere elever sliter på skolen i dag, og har problemer de trenger hjelp med. Når det da foregår forskning i klasserommet kan elevene få forventninger til at forskeren skal hjelpd i selve situasjonen (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 41-42). Dermed kan dette ha påvirkning på prosjektet i og med at forsker og lærer er samme person.

3.3.1 Reliabilitet

Påliteligheten i en undersøkelse kobler seg til nøyaktigheten av måten den samles inn på, hvordan dataen bearbeides, og hvilke data som brukes. Christoffersen & Johannes (2012, s. 23) beskriver flere måter å teste undersøkelsens pålitelighet. Gjentakelse av samme forskning på samme gruppe er en mulighet. En annen mulighet er at flere forskere utfører samme undersøkelse, og hvis flere forskere kommer fram til likt resultat vil det være høy pålitelighet. Meningen var at både medstudent og jeg som forsker skulle gjøre samme prosjekt for å øke påliteligheten. I og med at medstudent ikke fikk gjort den faglige testen på sine elever, kan ikke resultatene sammenlignes. Fokuset har dermed blitt intervjuet og den kvalitative forskningen, som beskrives i kapittelet om "Analyse av resultater".

3.3.2 Validitet

Hvor relevant er dataene i forhold til det som undersøkes? Det finnes flere forskjellige former for gyldighet, blant annet begrepsvaliditet som er relevant for denne undersøkelsen. Begrepsvaliditet handler om undersøkelse av dataens gyldighet. Det gjeldert å være kritisk og undersøke om dataen er gode representasjoner av det generelle fenomenet (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 24). Det er da tatt utgangspunkt i rammeverket "Open Middle Math" og hvordan det skal påvirke elevene faglig og holdninger til faget i undersøkelsen.

3.3.3 Covid-19 situasjonen

Covid-19 og nedstenging av skolen i Norge hadde dessverre påvirkning på undersøkelsen, da innsamling av data ble ikke fullstendig. Den faglige testen ble utført samme dag Norge valgte å stenge alle skoler i landet, nærmere bestemt den 12.mars. Det var mye informasjon til elevene som ble gitt over høyttalerne denne dagen, og mye var usikkert. Dette kan ha påvirket elevenes prestasjon og konsentrasjon på den faglige testen. I tillegg fikk ikke medstudent utført sin intervensjon fullstendig, heller ikke faglig test med sin utvalgsgruppe og kontrollgruppe. Dette betyr at å sikre høy reliabilitet kan være utfordrende i form av endring av faglig utbytte av “Open Middle Math” rammeverket.

4.0 EMPIRI & ANALYSE

4.1 «Open Middle» oppgaver og elevbesvarelser

Her vil det bli presentert og analysert et utvalg av de utformede OMM problemene til temaet *Funksjoner og vekst*. Denne analysen vil fokusere på Kaplinsky (2020) beskrivelser om hvordan man utarbeider OMM problemer. Den generelle utformingen av et OMM problem er blitt beskrevet i metodedel avsnitt 3.2.2.1. Videre blir det presentert både analyse og elevbesvarelser for de forskjellige temaene utvalgsgruppen har vært gjennom. Første avsnitt vil inneholde en analyse et problem av nivå 1, resten av temaene vil kun utvalg av nivå 2 og 3 problemer. Problemene er selvutviklet.

4.1.1 Polynomfunksjoner

Polynomfunksjoner var utvalgsgruppens første tema, dermed første gang de så en OMM oppgave. Det tok tid å introdusere den nye arbeidsmåten, både hvordan de skulle bruke «worksheet» og hvordan et OMM problem fungerer. Derfor var det svært liten tid til å få gjort flere problemer i løpet av timen. Det kommer til å bli vist en analyse og progresjon fra et nivå 1 problem, til nivå 2 problem, og til slutt et nivå 3 problem i dette temaet. Det ble tydelig i løpet av denne timen at det ikke var nødvendig å utarbeide seks OMM problemer til hver OMM time.

Første oppgave som ble gitt til elevene var et typisk nivå 1 problem. Webb (1999, s. 3) klassifiserer dette som en nivå 1 oppgave. Dette er en type oppgave elevene var kjent med siden forrige tema de jobbet med var lineære funksjoner.

Problem 1

Funksjonen f er gitt ved

$f(x) = x^2 – x – 2$

a) Fyll inn i tabellen

x	-2	-1	0	1	2	3
f(x)						

b) Tegn grafen til f uten digitalt hjelpemiddel.

c) Finn nullpunkter og ekstremalpunkt til f.

Denne oppgaven gir elevene mulighet til å begynne på tillærte prosedyrer uten å måtte tenke over problemet. Da setter de -2 til 3 inn for x i funksjonen, dermed fyller inn tabellen. De kan da tegne inn punkter i et koordinatsystem, og deretter lese av nullpunkter og ekstremalpunkter.

For å utforme et nivå 2 problem vil det bety å strategisk fjerne informasjon fra problemet. Dermed blir umiddelbare kalkulasjoner hindret, og tenkemengden til elevene økes. Problemet nedenfor er laget etter typiske kjennetegn på et nivå 2 problem. Meningen med denne oppgaven er at elevene skulle oppdage og utvikle forståelse for hva konstanten (c-leddet) betyr for likningen og nullpunktet.

Problem 2

Funksjonen g er gitt ved

$g(x) = x^2 – 5x +$ _____

Fyll inn tall fra -9 til 9 i boksen slik at grafen ikke har noen nullpunkter.

Hvis eleven ikke allerede vet hva c-leddet eller konstantleddet betyr på forhånd, kan de oppdage dette ved strategien gjetting og sjekking. Forhåpentligvis vil de etter flere forsøk vil elevene se et mønster som viser at den åpne boksen bestemmer hvor funksjonen skjærer y-aksen. Deretter kan elevene fortsette med gjetting og sjekking eller har de forhåpentligvis oppdaget at dette leddet også bestemmer hvor nullpunktene vil være ved at det flytter funksjonen opp og ned i koordinatsystemet. Hvis elevene fortsetter med gjetting og sjekking og ikke klarer å se noen mønster kan de ende med en svært ineffektiv problemløsning. Hvis de begynner med å sette inn -9, deretter -8, -7 osv. vil det ta lang tid før de finner svaret. Hvis de da begynner med 9, 8 og 7 vil de finne svaret hurtig. Ellers kan de også begynne midt i, altså å sette inn 0 i boksen, og se hvordan funksjonen vil se ut.

Dersom eleven forstår hva c-leddet gjør, altså at det er der funksjonen skjærer y-aksen, kan elevene tenke strategisk og forstå at c-leddet ikke kan være negativt. I tillegg kan man tenke over hvordan vil egentlig denne grafen se ut hvis den ikke skal ha noen nullpunkter. Nullpunkter er der funksjonen krysser x-aksen, dermed kan funksjonen ikke krysse x-aksen når funksjonen ikke skal ha noen nullpunkter. Dette er slutninger forhåpentligvis elevene trekker enten med en gang eller etter å ha brukt strategien gjetting og sjekking et par ganger først.

En utfordring elevene kan støte på underveis er at elevene kan ha problemer med de matematiske beregninger underveis, og utføre de feil, eller å ikke følge reglene gitt i oppgaven.

Løsningen på problemet innebar å sette inn tall i den åpne boksen slik at funksjonen ikke hadde noen nullpunkter. Egenskaper ved denne funksjonen viser at den er konveks, den vil være på høyresiden av koordinatsystemet, og at den vil gå 5 steg til høyre fra der funksjonen skjærer y-aksen. At $b = -5$ vet vi at parabelen vil gå et stykke ned, dermed må skjæringspunktet ved y-aksen være høyt. Det finnes tre løsninger på dette problemet. De er følgende:

Løsning 1:

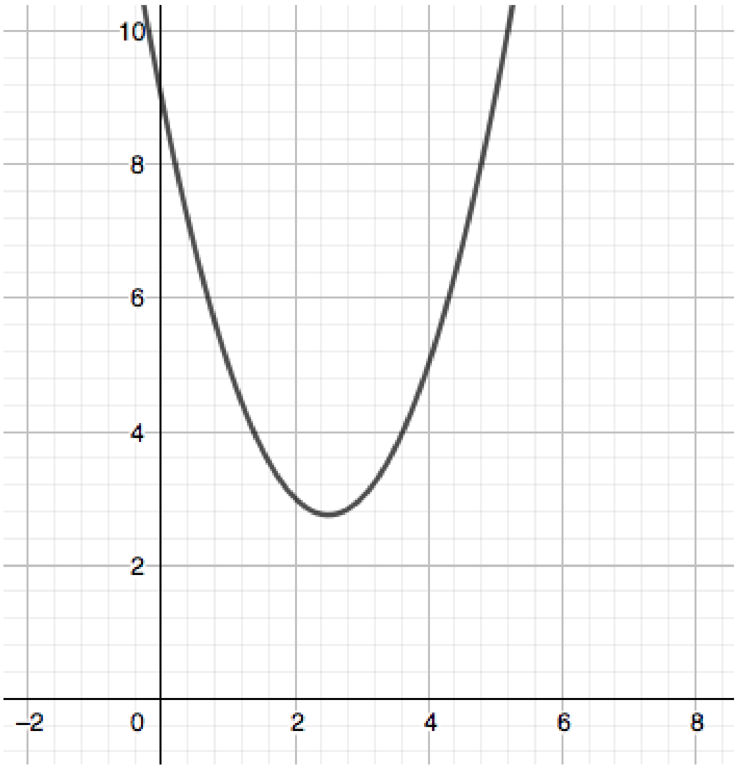
Problem 2

Funksjonen g er gitt ved

$$g(x) = x^2 - 5x + 9$$

Lager verditabell:

x = 0	$g(0) = 0^2 - 5*0 + 9$	g(0) = 9
x = 1	$g(1) = 1^2 - 5*1 + 9$	g(1) = 5
x = 2	$g(2) = 2^2 - 5*2 + 9$	g(2) = 3
x = 3	$g(3) = 3^2 - 5*3 + 9$	g(3) = 3
x = 4	$g(4) = 4^2 - 5*4 + 9$	g(4) = 5
x = 5	$g(5) = 5^2 - 5*5 + 9$	g(5) = 9



Muligheten er at elevene forstår hvordan funksjonen vil se ut i koordinatsystemet og tenke strategisk at den åpne boksen burde være et lavt tall. Selv om elevene prøver å sette inn for eksempel 5 vil de etter dette forsøket forstå at de må øke dette tallet. Forhåpentligvis forstår de også at å sette inn 9 så vil grafen uansett ikke ha nullpunkt siden det er det største tallet de kan sette inn.

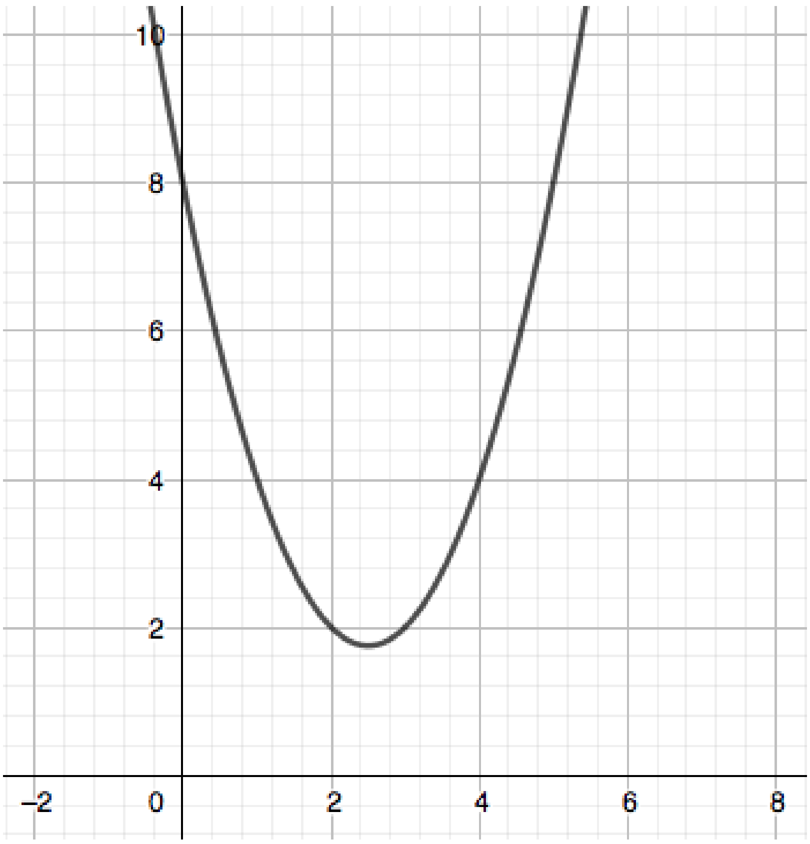
Videre presenteres de to andre mulige løsningene.

Problem 2

Funksjonen g er gitt ved

$$g(x) = x^2 – 5x + 8$$

x = 0	$g(0) = 0^2 - 5*0 + 8$	g(0) = 8
x = 1	$g(1) = 1^2 – 5*1 + 8$	g(1) = 4
x = 2	$g(2) = 2^2 – 5*2 + 8$	g(2) = 2
x = 3	$g(3) = 3^2 – 5 *3 + 8$	g(3) = 2
x = 4	$g(4) = 4^2 – 5 *4 + 8$	g(4) = 4
x = 5	$g(5) = 5^2 – 5 *5 + 8$	g(5) = 8

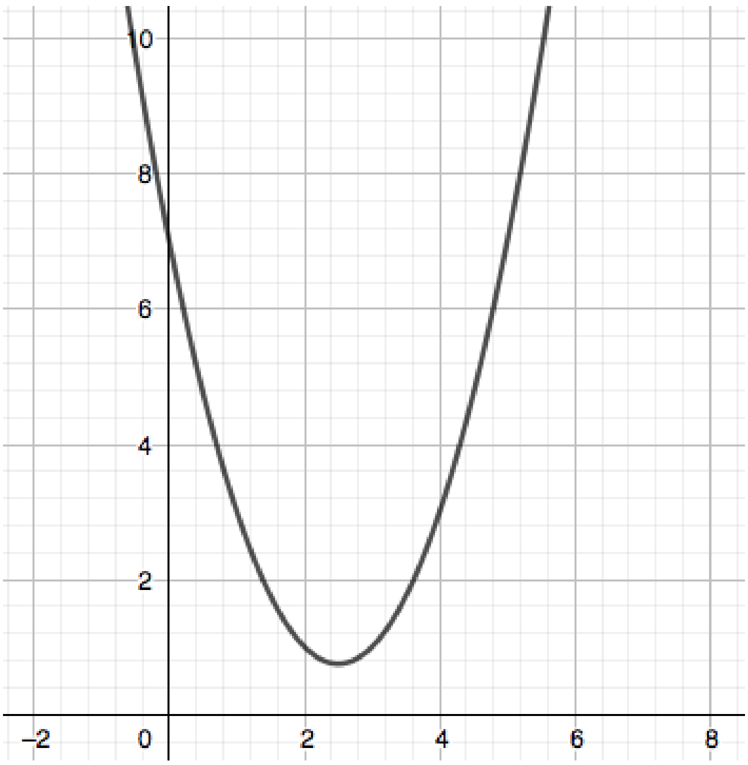


Problem 2

Funksjonen g er gitt ved

$$g(x) = x^2 - 5x + 7$$

x = 0	$g(0) = 0^2 - 5*0 + 7$	g(0) = 7
x = 1	$g(1) = 1^2 - 5*1 + 7$	g(1) = 3
x = 2	$g(2) = 2^2 - 5*2 + 7$	g(2) = 1
x = 3	$g(3) = 3^2 - 5 *3 + 7$	g(3) = 1
x = 4	$g(4) = 4^2 - 5 *4 + 7$	g(4) = 3
x = 5	$g(5) = 5^2 - 5 *5 + 7$	g(5) = 7



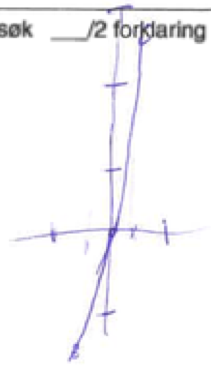
Videre vises to elevbesvarelser på denne oppgaven.

Elevbesvarelse 1:

Første forsøk: Poeng: ___/2 forsøk ___/2 forklaring

$g(x) = x^2 - 5x + 0$

$x = -2$	$-2^2 - 5 \cdot -2 + 0 = 4 - 10 + 0 = -6$
$x = 0$	$0^2 - 5 \cdot 0 + 0 = 0$ regnefeil $= 0$
$x = 2$	$2^2 - 5 \cdot 2 + 0 = 4 + 10 + 0 = 14$



Hva lærte du fra dette forsøket? Hvordan vil strategien endres på ditt neste forsøk?

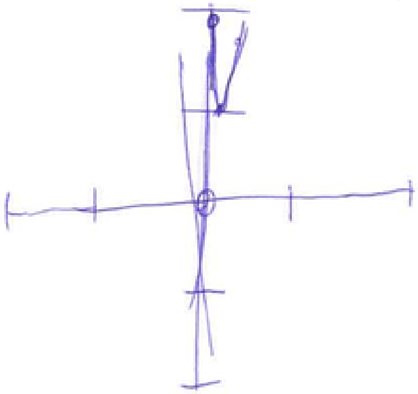
punktet (-2,-6) tvinger oss igjennom x-aksen, derfor må jeg bare sprenge konstantleddet opp. i stedenfor ned, fordi -6 ligger nærmere 0,0.

Her har eleven prøvd å sette inn det sifferet som er midt mellom valgmulighetene. Eleven har forstått at sifferet i boksen må økes, deretter prøver eleven med den største valgmuligheten. I tillegg har eleven oppdaget regnefeil underveis.

Andre forsøk: Poeng: ___/2 forsøk ___/2 forklaring

$g(x) = x^2 - 5x + 9$

$x = 2$	$2^2 - 5 \cdot 2 + 9 = 4 - 10 + 9 = 15$
$x = 0$	$0^2 - 5 \cdot 0 + 9 = 9 = 9$
$x = -2$	$-2^2 - 5 \cdot -2 + 9 = 4 - (-10) + 9 = 23$
$x = 1$	$1^2 - 5 \cdot 1 + 9 = 1 - 5 + 9 = 5$
$x = -1$	$-1^2 - 5 \cdot -1 + 9 = 1 + 5 + 9 = 15$



Hva lærte du fra dette forsøket? Hvordan vil strategien endres på ditt neste forsøk?

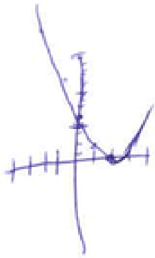
Når jeg satte inn 9 ankelt det, jeg har ingen 0-punkter. Videre vil jeg prøve tallet 6 for å se hvor nærme kurven jeg kommer.

Eleven sjekker så om det finnes flere løsninger, ved å prøve ut andre «høye» siffer av valgmulighetene. Finner utav her at det finnes nullpunkter om eleven setter inn sifferet 6 i den åpne boksen.

Tredje forsøk: Poeng: ___/2 forsøk ___/2 forklaring

$g(x) = x^2 - 5x + 6$

$x=2$	$2^2 - 5 \cdot 2 + 6$	$= 4 - 10 + 6$	$= 0$
$x=1$	$1^2 - 5 \cdot 1 + 6$	$= 1 - 5 + 6$	$= 2$
$x=0$	$0^2 - 5 \cdot 0 + 6$	$= 6$	$= 6$
$x=-1$	$-1^2 - 5 \cdot -1 + 6$	$= 1 + 5 + 6$	$= 12$
$x=-2$	$-2^2 - 5 \cdot -2 + 6$	$= 4 + 10 + 6$	$= 20$
$x=3$	$3^2 - 5 \cdot 3 + 6$	$= 9 - 15 + 6$	$= 0$



Hva lærte du fra dette forsøket? Hvordan vil strategien endres på ditt neste forsøk?

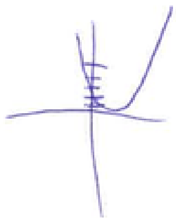
konstantleddet var for lavt, og det ble 2, 0-punkter, så jeg prøver med 7.

Her finner eleven utav at det ikke gjelder for sifferet 6, og dermed prøver eleven med 7. Dermed finner eleven utav at det gjelder for 7, 8 og 9. Selv om det regnefeil nedenfor.

Fjerde forsøk: Poeng: ___/2 forsøk ___/2 forklaring

$g(x) = x^2 - 5x + 7$

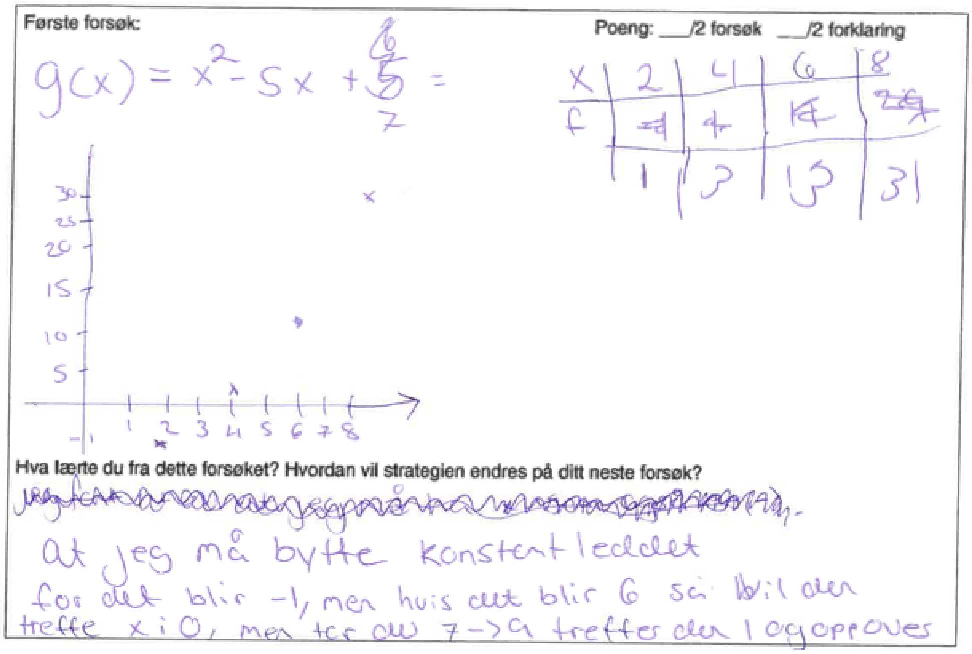
$x=2$	$2^2 - 5 \cdot 2 + 7$	$= 4 - 10 + 7$	$= 1$
$x=1$	$1^2 - 5 \cdot 1 + 7$	$= 1 - 5 + 7$	$= 3$
$x=0$	$0^2 - 5 \cdot 0 + 7$	$= 7$	$= 7$
$x=-1$	$-1^2 - 5 \cdot -1 + 7$	$= 1 + 5 + 7$	$= 13$
$x=-2$	$-2^2 - 5 \cdot -2 + 7$	$= 4 + 10 + 7$	$= 21$
$x=3$	$3^2 - 5 \cdot 3 + 7$	$= 9 - 15 + 7$	$= 1$



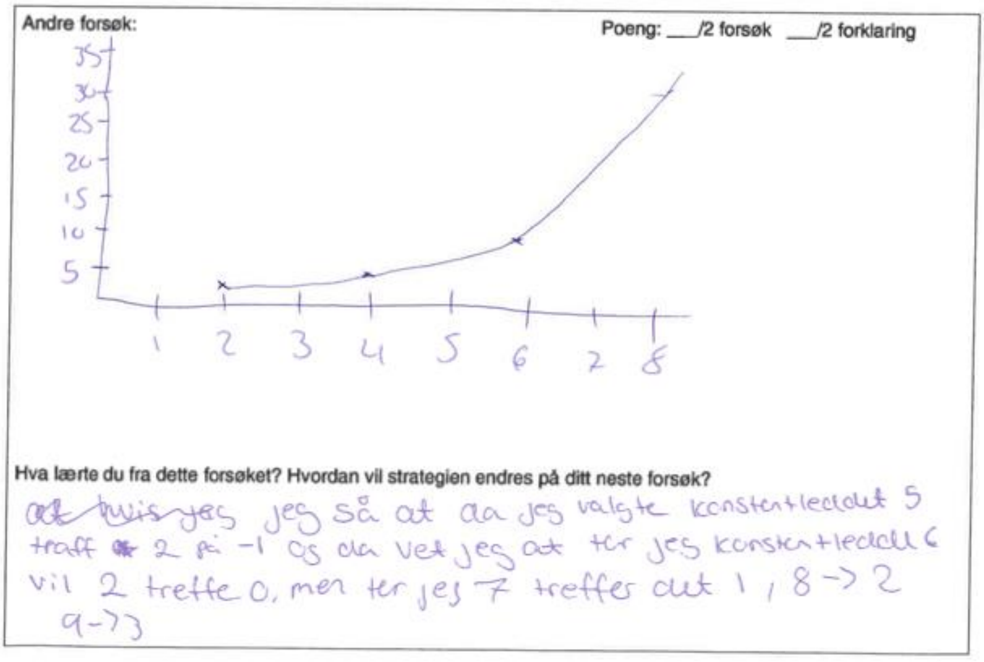
Hva lærte du fra dette forsøket? Hvordan vil strategien endres på ditt neste forsøk?

Dette er så nær grensen jeg kommer med hele desimaler.

Elevbesvarelse 2:



Eleven har her prøvd først å sette inn et tilfeldig siffer i den åpne boksen, og bruker strategien gjetting og sjekking. Enten har eleven forstått at det er strategisk å velge et relativt høyt siffer, ellers har eleven vært heldig. Ved å sette inn sifferet 5 i boksen, har eleven funnet utav at grafen vil ha nullpunkter. Da prøver eleven å øke sifferet til 6, men finner utav at grafen vil fremdeles få nullpunkter. Selv om eleven ikke har brukt «worksheet» slik som det burde gjøres, ser man at eleven har prøvd både 5, 6 og 7. Her vil det være viktig for læreren å forklare til eleven at det er viktig å bruke forsøkene for å holde styr på hva man prøver og for at det skal hjelpe å se mønster. Via begge forsøk har eleven funnet utav at grafen ikke vil ha nullpunkter ved å sette inn 7, 8 og 9 i boksen.



For å illustrere Webb's (1999, s. 12) kunnskapsnivå 3, og Kaplinsky's definisjon av et problem 3, ble problemet nedenfor utarbeidet i temaet «Polynomfunksjoner». Et av kravene er at elevene skal finne spesifikke løsninger, i dette tilfellet punkt (3,-4). Meningen med denne oppgaven var at elevene skulle oppdage og utvikle forståelse for hvilken betydning konstanten, og førstegradsleddet har for andregradsuttrykket og ekstremalpunktet.

Problem 3

Funksjonen k er gitt ved

$$k(x) = x^2 - \_\_\_\_\_ \; x + \_\_\_\_\_$$

Fyll inn tall fra 0 til 9 slik at man har et ekstremalpunktet nærmest mulig (3,-4). Ikke bruk samme tall flere ganger.

Ved dette problemet blir det mer problematisk å bruke gjetting og sjekking som strategi, men det er en mulighet. Mest sannsynlig vil elevene bruke veldig mange forsøk for å løse oppgaven ved å kun gjette og sjekke. Elevene er avhengig av begrepsmessig forståelse for å løse denne oppgaven mer effektivt. Dette fordi det finnes 2 åpne bokser, og de skal lage en funksjon der grafen har ekstremalpunkt i punkt (3,-4). Dersom elevene har opparbeidet seg forståelse fra problem 2, burde de vite hvordan den siste boksen påvirker grafen. C-leddet bestemmer skjæringspunktet på y-aksen. Den andre åpne boksen, b-leddet, bestemmer hvordan grafen er forskjøvet fra skjæringspunktet. I dette tilfelle er fortegnet er negativt er grafen flyttet mot høyre. B-leddet sier også hvor mye den vil være forskjøvet mot venstre. A-leddet beskriver om grafen vil være konkav eller konveks. Forhåpentligvis har elevene noe forståelse av dette eller begynner å skisse grafen for å få forståelse.

Igjen så er det mulig at elevene støter på problemer underveis, spesielt med beregninger. I tillegg til å misforstå reglene gitt i oppgaven.

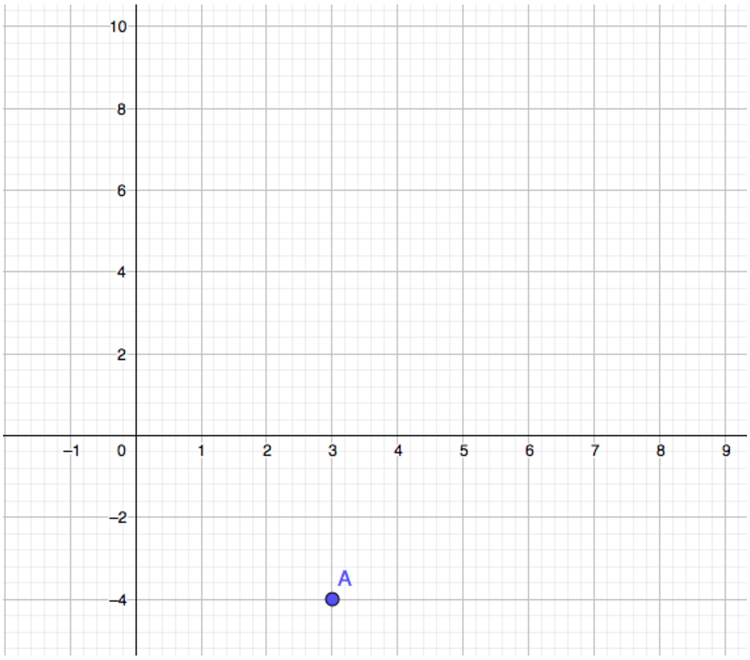
Løsningen på problemet innebar å sette inn sifre i de åpne boksene slik at funksjonen har ekstremalpunkt nærmest mulig (3,-4). Egenskaper ved funksjonen viser at den allerede er konveks, og at den vil være på høyresiden av x-aksen. Nå er den strategiske tenkningen litt mer kompleks enn hva den var ved problem 2. Først tegnes det opp et koordinatsystem, og ekstremalpunkt (3,-4) tegnes inn. Videre vet vi at ekstremalpunktet ligger i midten av y-aksen og hvor mye grafen blir forskjøvet til høyre, det betyr at x-verdien av punktet er halvparten av verdien av b-leddet. Derfor vil b-leddet være 6. Videre har elevene oppnådd forståelse fra problem 2, og kan da vite omtrent hvor grafen vil skjære y-aksen. I dette tilfellet vil det være y = 5.

Problem 3

Funksjonen k er gitt ved

$$k(x) = x^2 - \underline{\ \ 6\ \ }\ x + \underline{\ \ 5\ \ }$$

Fyll inn tall fra 0 til 9 slik at man har et ekstremalpunktet nærmest mulig (3,-4). Ikke bruk samme tall flere ganger.



Siden dette var første time med «Open Middle Math» tok andre deler av undervisningsøkten lengre tid enn forventet. Derfor fikk ikke elevene prøvd dette problemet, og derfor blir det ikke presentert elevbesvarelser av dette problemet.

4.1.2 Potens- & rotfunksjoner

Problemet nedenfor er laget etter OMM kravene beskrevet i delkapittel 2.2.2. Dette vil være et problem av type problem 2 og DOK 2, fordi elevene skal lage funksjonsuttrykk der grafen stiger og synker. Her skal elevene fylle inn de åpne boksene med siffer innenfor et intervall, og sifrene skal ikke brukes flere ganger. Meningen med oppgaven er at elevene skal både forstå hva en positiv og negativ eksponent vil påvirke grafen og hele tall skal brukes. I tillegg til at den åpne boksen foran x påvirker hvilken retning grafen går. I denne oppgaven er det et krav om illustrasjoner og tegning av grafen. Det handler om at elevene skal se et mønster og trekke slutninger.

Problem 2

Funksjonen g er gitt ved

$$g(x) = \_\_\_ x^{\bullet\ -\bullet}$$

Fyll inn tall fra 1 til 9 i de tomme boksene slik at

1. g(1) < g(2)

   Dette betyr at y-verdien når x = 1 er mindre enn når x = 2.

Ikke bruk samme tall flere ganger.

Nå gjør det samme som ovenfor bare at nå skal det gjelde at;

2. g(1) > g(2)

   Dette betyr at y-verdien når x = 1 er større enn når x = 2.

Du kan bruke samme tall som i 1, men ikke bruk tallene flere ganger.

Det første som kan være lurt å tenke på er kravet g(1) < g(2). Hvis eleven velger å tenke strategisk vil den forhåpentligvis tenke over hva egentlig dette kravet betyr. Det betyr at grafen skal stige. Hvis da eleven allerede har en forståelse over funksjonen, vet den at hvis den åpne boksen foran x er positiv vil grafen også være positiv for x > 0. Det er to åpne bokser for eksponenten fordi elevene skal kunne lage en negativ eksponent og en positiv eksponent. Det er det som avgjør om grafen stiger eller synker, som er det elevene skal finne utav for å løse både 1 og 2 i problemet. Eksponenten må være positiv for av g(1) < g(2) og negativ for at g(1) > g(2).

Hvis eleven ikke har noen forståelse hvordan potensfunksjoner ser ut, er det mulig å bruke strategien gjett og sjekk. Dette er en utfordrende type funksjon i hvordan den beveger seg. Utgangspunktet og håpet var at elevene først ville bruke gjett og sjekk og dermed oppdage et mønster ved å bytte om sifrene i boksene i eksponenten for å få til deloppgave 2. Igjen kan elevene støte på et problem hvis de ikke har matematiske beregninger på plass.

Videre kommer en elevbesvarelse med løsningsforslag.

Elevbesvarelse

Første forsøk: **Poeng: ___/2 forsøk ___/2 forklaring**

1

$g(x) = 2x^{4-3}$

$\cdot\ 2 \cdot 1^{4-3} = 2 \cdot 1^{1} = \underline{2}$

$\cdot\ 2 \cdot 2^{4-3} = 2 \cdot 2 = \underline{4}$

Her blir det første svaret mindre enn svaret på den andre.

Hva lærte du fra dette forsøket? Hvordan vil strategien endres på ditt neste forsøk?

Jeg valgte tall til boksene og putter inn 1 for x. Fikk svar og byttet ut x med 2. Fikk svaret og så at svar på oppg 1. ble mindre enn oppg 2. slik som oppgaven ønsket.

Her har eleven satt inn tilfeldige tall 2, 3 og 4 i de åpne boksene, og var heldig på første forsøk og fikk til oppgave 1. Videre på andre forsøk prøvde eleven å bytte om på tallene i de åpne boksene i eksponenten. Dette er i utgangspunktet en god strategi, men underveis har eleven gjort en feil og satt et minustegn foran konstanten. Derfor får eleven et negativt svar i g(2).

Andre forsøk: Poeng: ___/2 forsøk ___/2 forklaring

2

$g(x) = 2x^{3-4}$

$2 \cdot 1^{3-4} = 2 \cdot 1^{-1} = 2 \cdot \frac{1}{1} = 2 \cdot 1 = 2$

$-2 \cdot 1^{3-4} = -2 \cdot 1^{-1} = -2 \cdot \frac{1}{1} = -2$

$-2 \cdot 2^{-3-4}$ $\quad -2 \cdot \frac{1}{2} = -2 \cdot \frac{1}{2} = -1$

Hva lærte du fra dette forsøket? Hvordan vil strategien endres på ditt neste forsøk?

Grunntallet er viktige

4.1.3 Eksponentialfunksjoner

Problemet nedenfor er laget etter krav fra et nivå 2 problem. Umiddelbare kalkulasjoner hindret, og meningen med problemet er at elevene skal se sammenhengen mellom når det er prosentvis økning og senkning. Til forskjell fra de forrige problemene skal elevene her bruke desimaltall istedenfor hele tall.

Problem 2

Funksjonen f er gitt ved

f(x) = _____ * _____^x

Fyll inn desimaltall fra -2 til 2 i de tomme boksene slik at

1. f(1) < f(2)

   Dette betyr at y-verdien når x = 1 er mindre enn når x = 2.

Ikke bruk samme tall flere ganger.

(En mulig forvirring her er at eksponentialfunksjoner er bare definert for positive verdier av vekstfaktoren. I tillegg til at elevene har mulighet til å bruke 2 som siffer i vekstfaktoren. Dette kan ha skapt forvirring i timene, men ble rettet underveis i oppgaveløsning med veiledning. En modifikasjon av oppgaven kunne vært at elevene kun fikk bruke desimaltall mellom 0 og 2).

Her kan det også være strategisk for elevene å tenke på hva det egentlig betyr at f(1) < f(2), som er at grafen stiger. Hvis konstanten er positiv, og det er en prosentvis økning i vekstfaktoren vil f(1) < f(2) gjelde. Derimot vil den avta dersom konstanten er negativ. Når det er en prosentvis senkning vil grafen øke når konstanten er negativ, mens den vil avta hvis konstanten er positiv.

Strategier elevene kan bruke er gjetting etterfulgt av å sjekke om f(1) < f(2) gjelder. Hvis eleven har forståelse for vekstfaktor, og hvordan den prosentvise økningen eller senkningen påvirker grafen vil dette være et godt utgangspunkt å begynne med. Da hvis a er positiv. Utfordringer eleven kan støte på underveis er her fortegnsfeil, og hvordan de multipliserer med desimaltall hvis de ikke bruker kalkulator.

Elevbesvarelse 1

I besvarelsen på de neste to sidene er det tydelig på de første forsøkene at eleven ikke vet hva vekstfaktoren betyr. I tillegg bruker ikke eleven desimaltall som var ønskelig i oppgaven. På andre forsøk prøver eleven å sette inn 1,2 som vekstfaktor, og finner ut av at forsøk 1 ikke var gjeldende. Gjennom forsøkene klarer elevene å finne et mønster i oppgaven, og finner utav når f(1) < f(2) er gjeldende.

Første forsøk: Poeng: ___/2 forsøk ___/2 forklaring

$f(x) = -1 \cdot 2^x$

$f(1) = -1 \cdot 2^1 = -2$

$f(2) = -1 \cdot 2^2 = -4$

Hva lærte du fra dette forsøket? Hvordan vil strategien endres på ditt neste forsøk?

Vi fant ut av at tallet i den første ruta måtte være mindre enn tallet i den siste ruta for at y-verdien når x=1 er større enn når x =2.

Andre forsøk: Poeng: ___/2 forsøk ___/2 forklaring

$0,5 \times 1,2^1 = 0,6$

$0,5 \times 1,2^2 = 0,75$

Hva lærte du fra dette forsøket? Hvordan vil strategien endres på ditt neste forsøk?

Her fant jeg ut at i dette tilfelle gjaldt ikke det jeg fant ut av ovenfor.

Tredje forsøk: Poeng: ___/2 forsøk ___/2 forklaring

$$-0{,}5 \times 1{,}5^{1} = -0{,}75$$
$$-0{,}5 \times 1{,}5^{2} = -1{,}125$$

A K

Hva lærte du fra dette forsøket? Hvordan vil strategien endres på ditt neste forsøk?

Når k er over 1, må a være et negativt tall

Fjerde forsøk: Poeng: ___/2 forsøk ___/2 forklaring

$$1{,}5 \times 0{,}5^{1} = 0{,}75$$
$$1{,}5 \times 0{,}5^{2} = 0{,}375$$

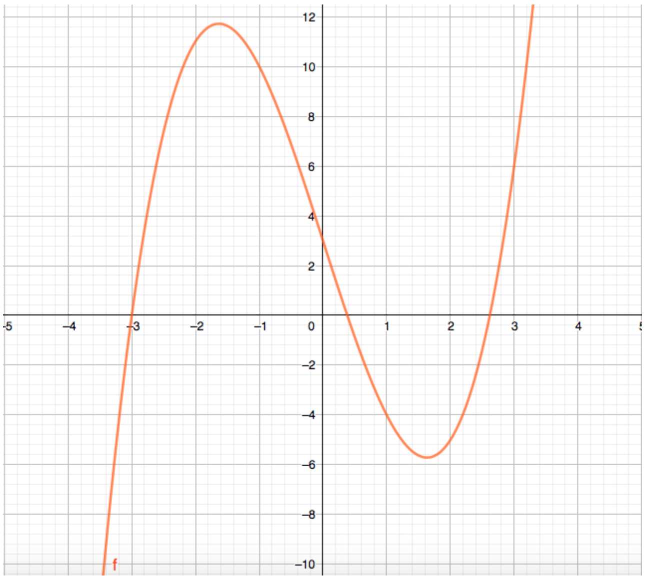
Hva lærte du fra dette forsøket? Hvordan vil strategien endres på ditt neste forsøk?

Hvis k er under 1, må a være positiv

4.1.4 Gjennomsnittlig vekstfart

I oppgaven nedenfor var meningen at elevene skulle forstå hva gjennomsnittlig vekstfart er, og at utfordringen med å finne gjennomsnittlig vekstfart hvor som helst på et tredjegradspolynom. Det er ikke alltid vi følger grafen. Etter kravene og kjennetegnene til Kaplinsky (2020) som er beskrevet under delkapittel 2.2.2 av problem nivå 3.

Problem 2



a) Bruk tall fra -10 til 10 til å finne den gjennomsnittlige vekstfarten når den er -7:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\square - \square}{\square - \square}$$

Kun bruk hele tall, og ikke bruk samme tall flere ganger..

b) Bruk tall fra -10 til 10 til å finne to steder på grafen der den gjennomsnittlige vekstfarten er -1:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\square - \square}{\square - \square}$$

Kun bruk hele tall, og ikke bruk samme tall flere ganger..

Her får elevene en illustrasjon av grafen, slik at de har mulighet til å se på grafen hvor en eventuell vekstfart på -7 er. Det første elevene må tenke er om det er en stigende eller avtakende vekstfart. Grunnet negativt fortegn vet vi at vekstfarten er avtagende. Det betyr at det første punktet på grafen skal komme bak og høyere oppe i koordinatsystemet enn neste punkt som vi regner vekstfarten av. Deloppgave a i dette problemet var laget for at elevene skulle enkelt se at denne vekstfarten var på svingning to av grafen, altså midt på grafen. Meningen var at elevene skulle bruke punktene (-1, 10) og (1, -4), sette disse verdiene inn i boksene for å finne vekstfarten -7. Følgende regnestykke skulle elevene få:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\boxed{10} - \boxed{-4}}{\boxed{-1} - \boxed{1}} = \frac{14}{-2} = -7$$

Dersom elevene ikke har forståelsen ovenfor kan de i verstefall begynne bare sette inn tilfeldige tall i boksene, og bruker strategien gjetting og sjekking. Til og med verdier og punkter grafen ikke går gjennom. Dermed kan elevene ende opp med å finne punkter som gir den ønskede vekstfarten i oppgaven, men med punkter som ikke grafen går gjennom. Det er viktig at lærer fanger opp dette, og veileder elevene slik at de tenker på punkter grafen går gjennom. Her kan det også muligheter med regnefeil, spesielt fortegnsfeil. I tillegg til misforståelser av regler oppgaven har.

Videre skal vi se på to elevbesvarelser som beskriver noen av misforståelsene i forrige avsnitt.

Elevbesvarelse 1:

Første forsøk: Poeng: ___/2 forsøk ___/2 forklaring

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-5-8}{2-3} = \frac{-13}{-1} = 13$$

?

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3-2}{5-3} = \frac{1}{2} = 1$$

Hva lærte du fra dette forsøket? Hvordan vil strategien endres på ditt neste forsøk?

At jeg må bruke andre tall

Andre forsøk: Poeng: ___/2 forsøk ___/2 forklaring

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-9-2}{4-3} = \frac{-7}{1} = \underline{\underline{-7}}$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} =$$

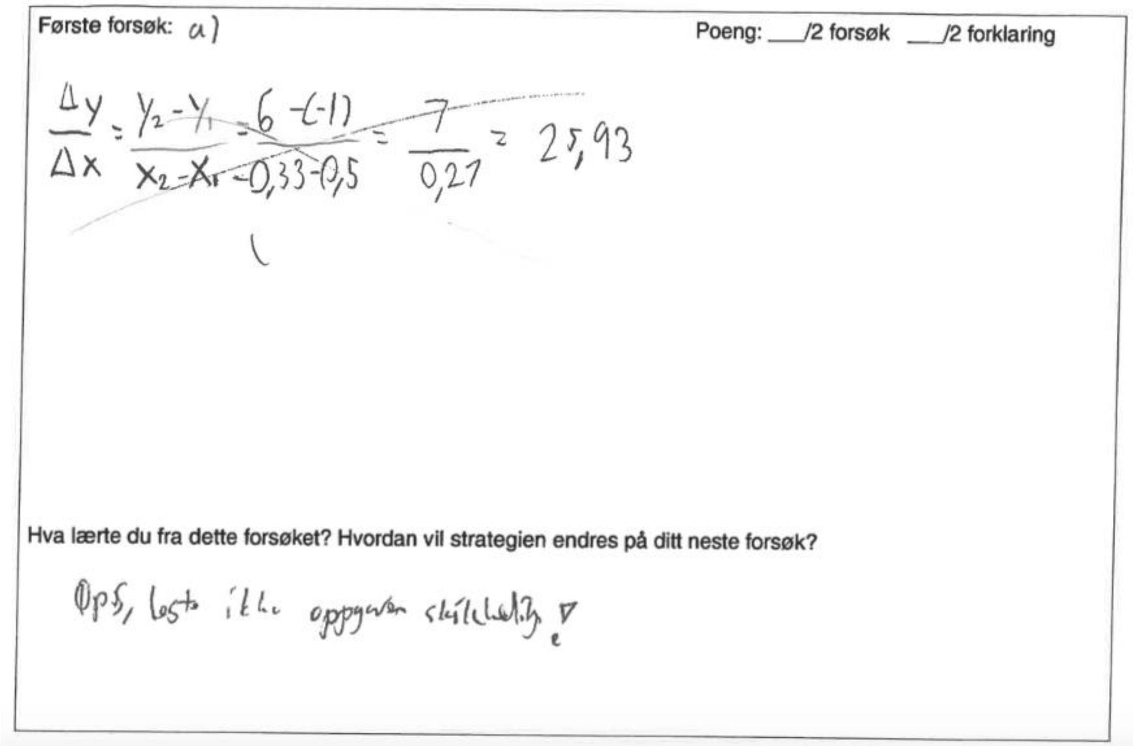
Hva lærte du fra dette forsøket? Hvordan vil strategien endres på ditt neste forsøk?

svaret er -7, men passer ikke i grafen.
må bruke andre tall

Her har eleven valgt tilfeldige verdier og satt de inn i boksene. Første forsøk brukte eleven gjett og sjekk, men fikk ikke riktig svar. Ved forsøk nummer 2 fant eleven riktig vekstfart, men forstår at grafen ikke går gjennom de valgte punktene.

Elevbesvarelse 2:

I denne besvarelsen har eleven begynt med å velge desimaltall, og oppdager at det ikke stemmer overens med reglene i oppgaven.

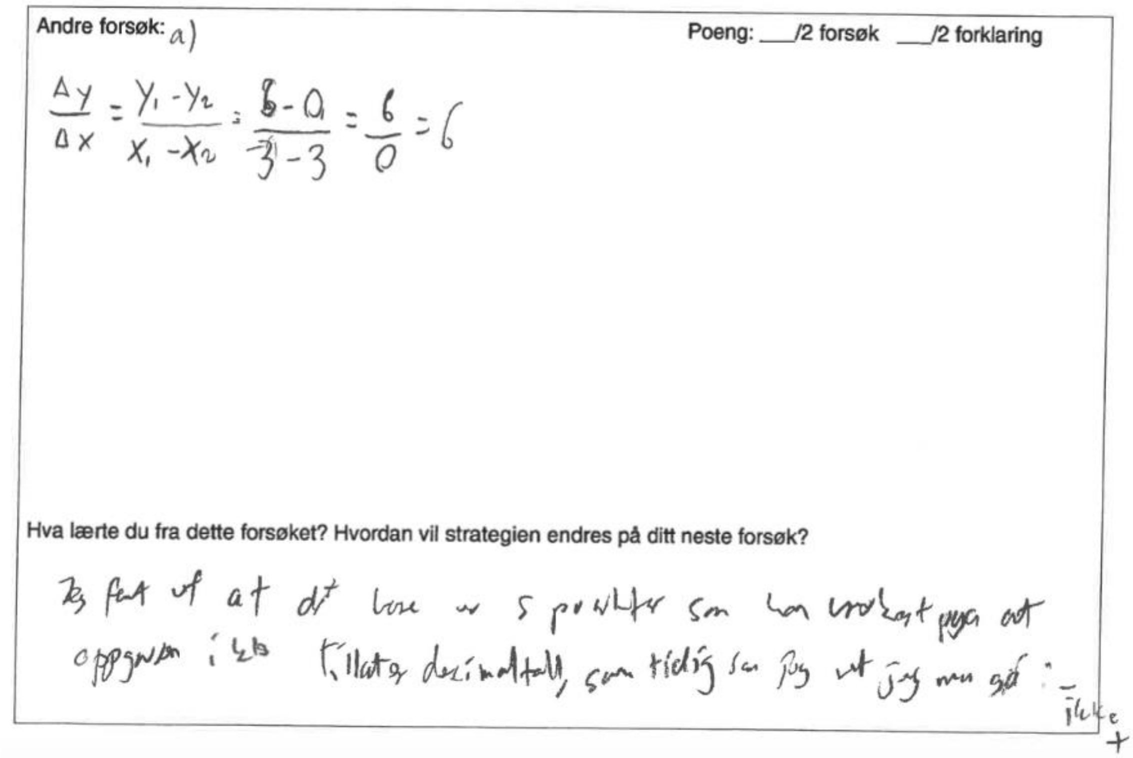

Første forsøk: a) Poeng: ___/2 forsøk ___/2 forklaring

$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6-(-1)}{-0,33-0,5} = \frac{7}{0,27} \approx 25,93$

Hva lærte du fra dette forsøket? Hvordan vil strategien endres på ditt neste forsøk?

Ops, leste ikke oppgaven skikkelig

Videre prøver eleven seg fram med strategien gjetting og sjekking. Her er det også tydelig at eleven har valgt punkter grafen ikke får gjennom.


Andre forsøk: a) Poeng: ___/2 forsøk ___/2 forklaring

$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{6-0}{3-3} = \frac{6}{0} = 6$

Hva lærte du fra dette forsøket? Hvordan vil strategien endres på ditt neste forsøk?

Jeg fant ut at det være 5 punkter som kan brukes pga at oppgaven ikke tillater desimaltall, som tidlig som jeg vet jeg må gå ikke

På tredje forsøk velger fremdeles eleven punkter grafen ikke går gjennom. Her får eleven derimot riktig vekstfart.

Tredje forsøk: a)

Poeng: ___/2 forsøk ___/2 forklaring

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{10-3}{-1-0} = \frac{7}{-1} = \underline{\underline{-7}}$$

Hva lærte du fra dette forsøket? Hvordan vil strategien endres på ditt neste forsøk?

Jeg kunne se fort at de to y faktorene utgjorde 10-3, slik blir det 7, samtidig kan man se at -1-0 er -1, dermed må man kan huske med at man får $\frac{7}{-1}$ som -7. Nå er det lett at det er andre mulig å få -7.

Ved fjerde forsøk gjør eleven det samme som i forsøk tre.

Fjerde forsøk: a)

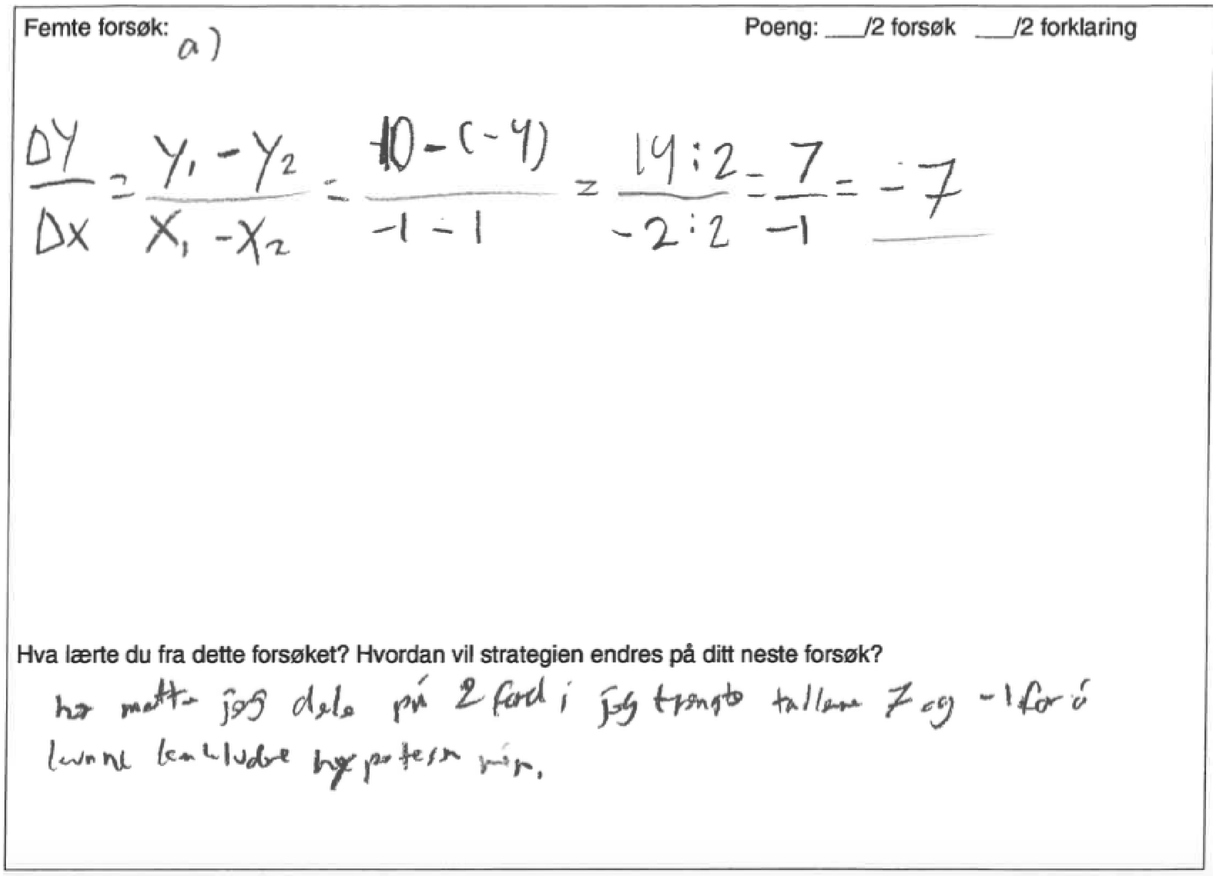
Poeng: ___/2 forsøk ___/2 forklaring

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{3-(-4)}{0-1} = \frac{7}{-1} = -7$$

Hva lærte du fra dette forsøket? Hvordan vil strategien endres på ditt neste forsøk?

beviser hypotesen over.

Ved femte forsøk har eleven klart å finne de riktige punktene, og får riktig vekstfart. Dette etter veiledning fra lærer om at det er viktig å undersøke om at grafen går gjennom punktene man undersøker, og at det ikke bare er et regnestykke som skal bli -7.


Femte forsøk: a)

Poeng: ___/2 forsøk ___/2 forklaring

$$\frac{\Delta Y}{\Delta X} = \frac{Y_1 - Y_2}{X_1 - X_2} = \frac{10-(-4)}{-1-1} = \frac{14:2}{-2:2} = \frac{7}{-1} = -7$$

Hva lærte du fra dette forsøket? Hvordan vil strategien endres på ditt neste forsøk?

her måtte jeg dele på 2 fordi jeg trengte tallene 7 og -1 for å kunne konkludere hypotesen min.

4.2 Faglige prestasjoner

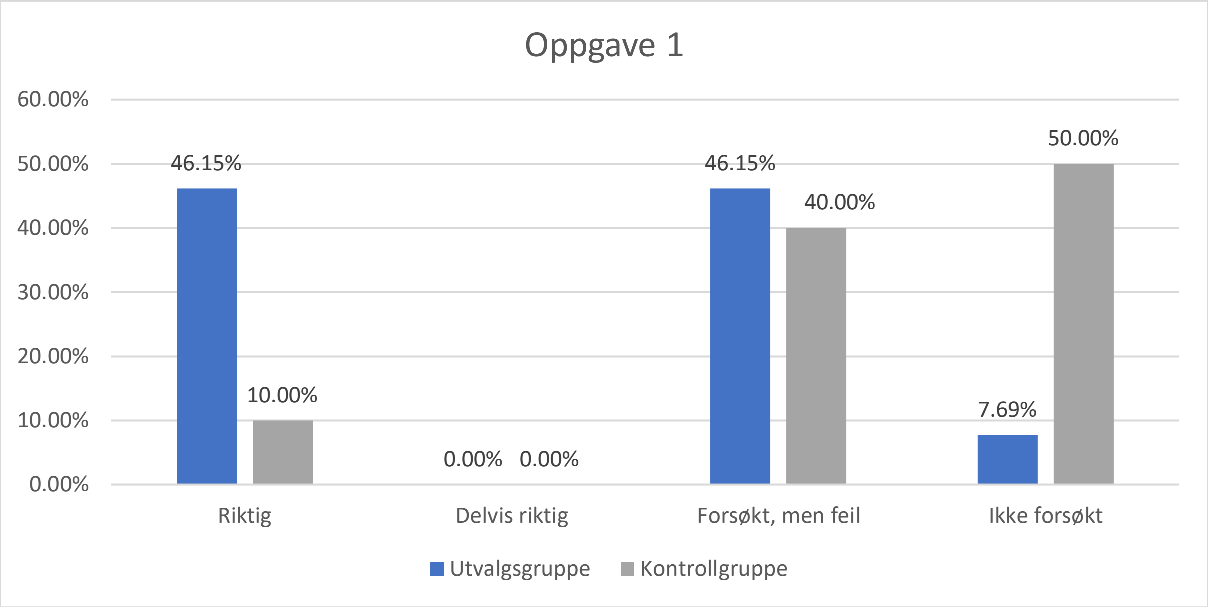
4.2.1 Faglig test

Det har blitt gjort en kartlegging av forståelse av funksjoner og vekst etter intervensjonen i utvalgsgruppen. Både utvalgsgruppen og kontrollgruppen utførte denne testen for å kunne sammenligne resultatene. For å gi mening til resultatene er det blitt lagt diagrammer for å fremstille dette. Disse diagrammene viser først og fremst forskjellen mellom utvalgsgruppen(blå) og kontrollgruppen(grå) i hver oppgave. Det vises prosentvis siden det var ulikt antall elever som utførte kartleggingen i hver gruppe. Utvalgsgruppen utgjør 100 % i hver graf, det samme gjelder for kontrollgruppen. Fokuset er å vise forskjellene fikk til oppgavene riktig, delvis riktig, forsøkt men feil og ikke forsøkt. I tillegg til å vise forskjellen mellom elever som har forsøkt å gjøre oppgaven og de elevene som ikke har forsøkt i det hele tatt.

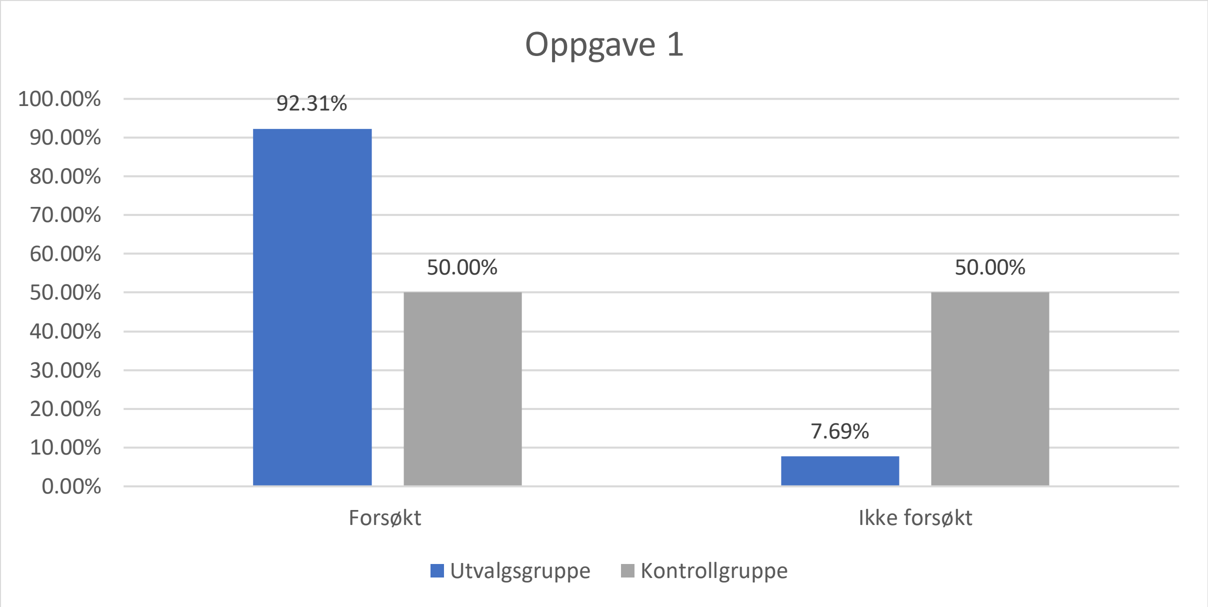
Oppgave 1

Hva må c være slik at f(x) = $x^2 - 4x + c$ har akkurat et nullpunkt.

Målet med denne oppgaven er å finne ut av om elevene forstår hvordan c påvirker funksjonen når funksjonen kun skal ha et nullpunkt.



Figur 2 Stolpediagram som illustrerer prosentvis forskjell av hvor mange elever som løste oppgave 1 riktig, delvis riktig, forsøkt men feil, og ikke forsøkt.

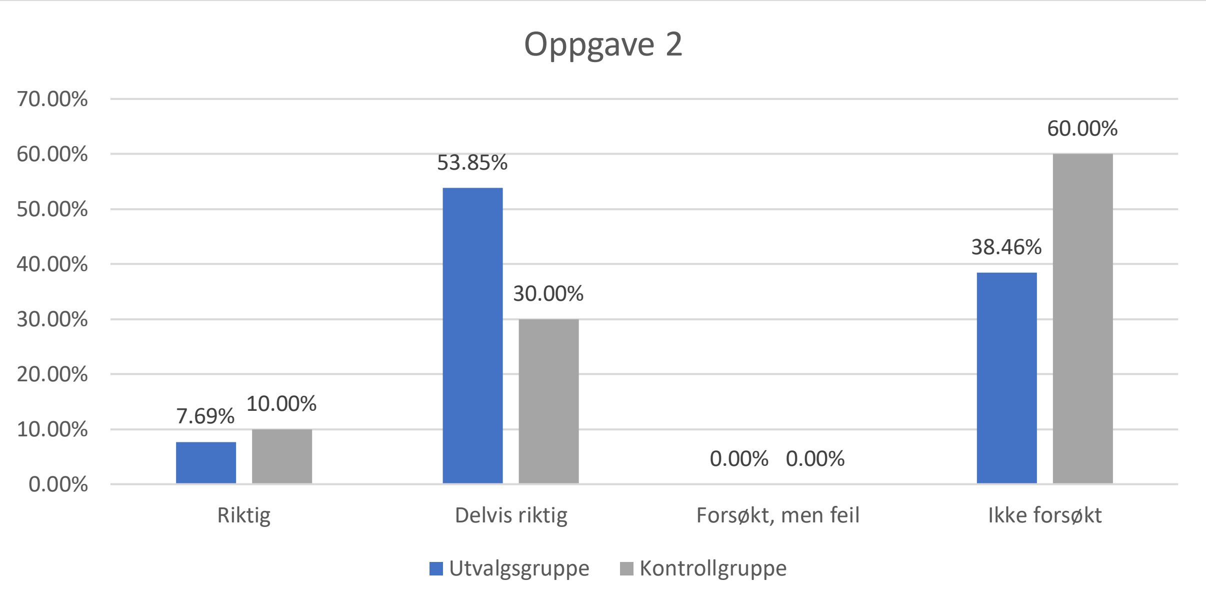


Figur 3 Stolpediagram som illustrerer prosentvis forskjell på hvor mange elever i hver gruppe som valgte å forsøke eller ikke å forsøke på oppgave 1.

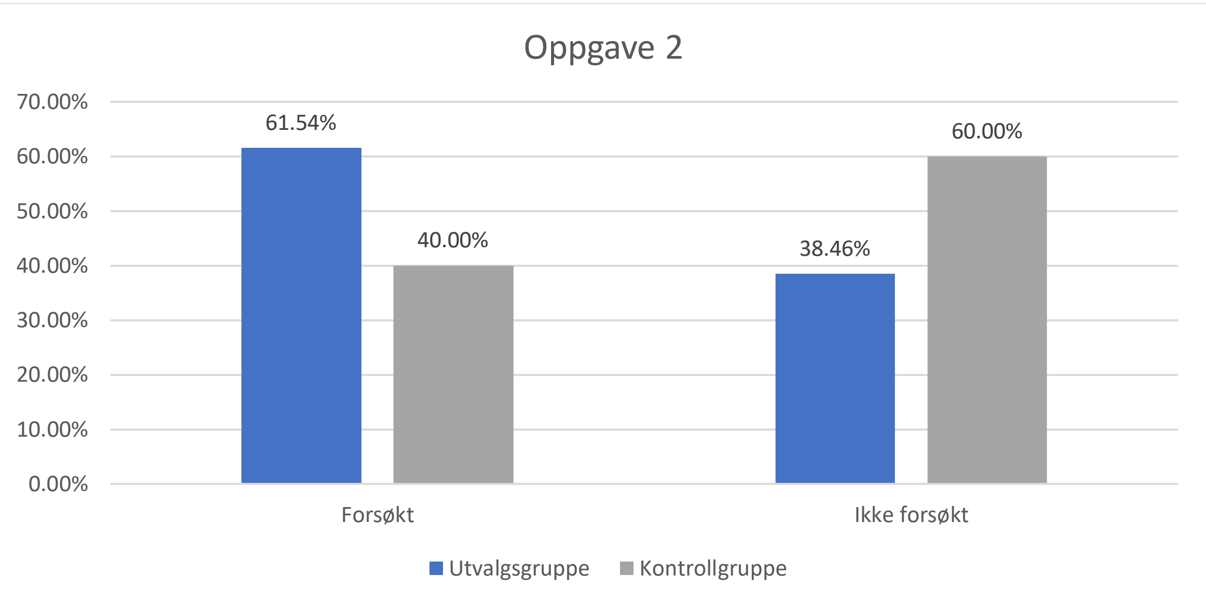
Oppgave 2

La $f(x) = 3x^3$, $g(x) = 3x^{-3}$, $h(x) = -3x^3$, og $k(x) = -3x^{-3}$ *Hvilke av disse funksjonene blir mindre når x blir større?*

Målet med denne oppgaven er å finne ut av om elevene har forståelse for hvordan eksponenten og konstanten påvirker hvordan grafen oppfører seg.



Figur 4 Stolpediagram som illustrerer prosentvis forskjell av hvor mange elever som løste oppgave 2 riktig, delvis riktig, forsøkt men feil, og ikke forsøkt.

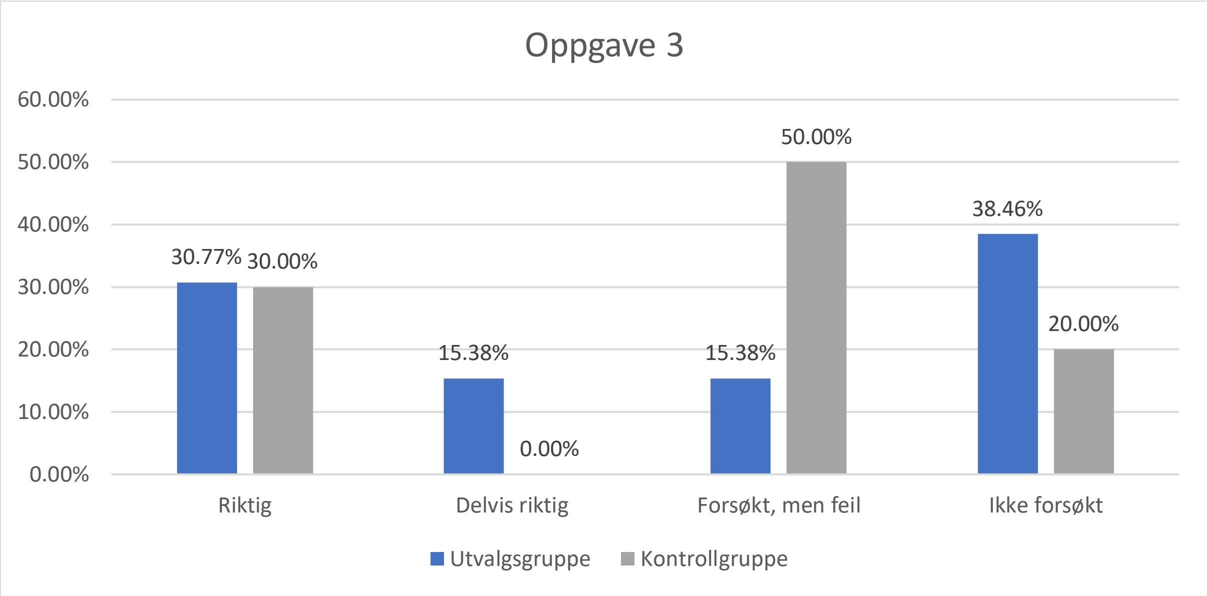


Figur 5 Stolpediagram som illustrerer prosentvis forskjell på hvor mange elever i hver gruppe som valgte å forsøke eller ikke å forsøke på oppgave 2.

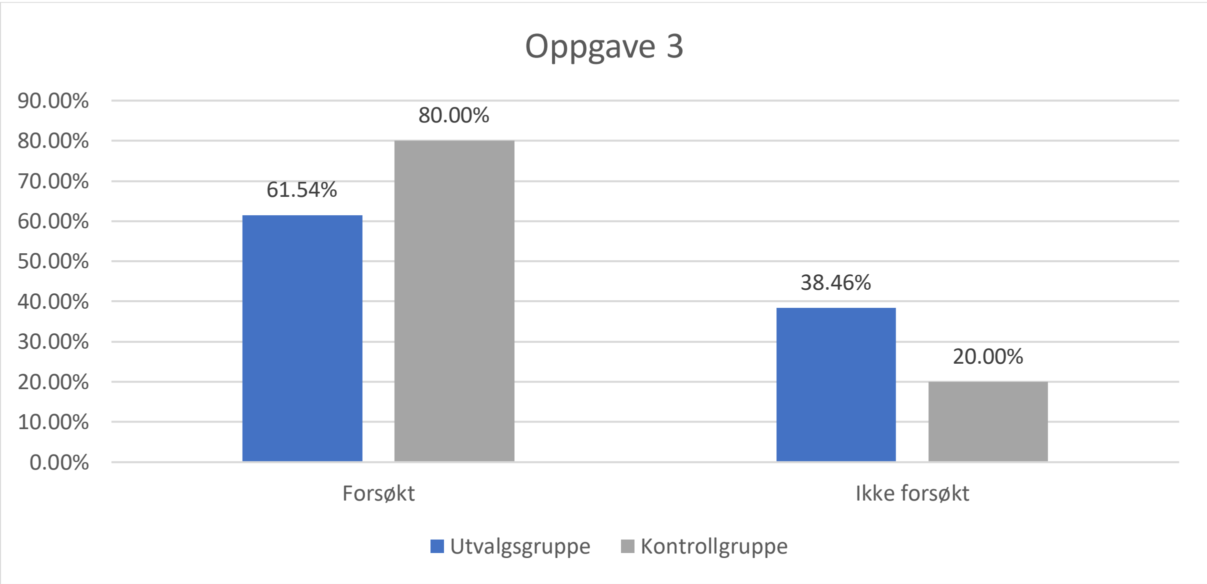
Oppgave 3

Tvillingene Aksel og Bertha får noen penger på sparekontoen når de blir født. Aksel får 100kr på en sparekonto der han får 20% renter per år (vekstfaktor 1,2). Bertha får 1000kr på en sparekonto der hun får 2% renter hvert år (vekstfaktor 1,02). På hvilken bursdag vil Aksel for første gang ha mer penger på sparekontoen enn Berta?

Målet med denne oppgaven er å finne ut av om elevene klarer å overføre teksten til forståelse av vekstfaktor og perioder, samt forskjellen på høy og lav rente.



Figur 6 Stolpediagram som illustrerer prosentvis forskjell av hvor mange elever som løste oppgave 3 riktig, delvis riktig, forsøkt men feil, og ikke forsøkt.

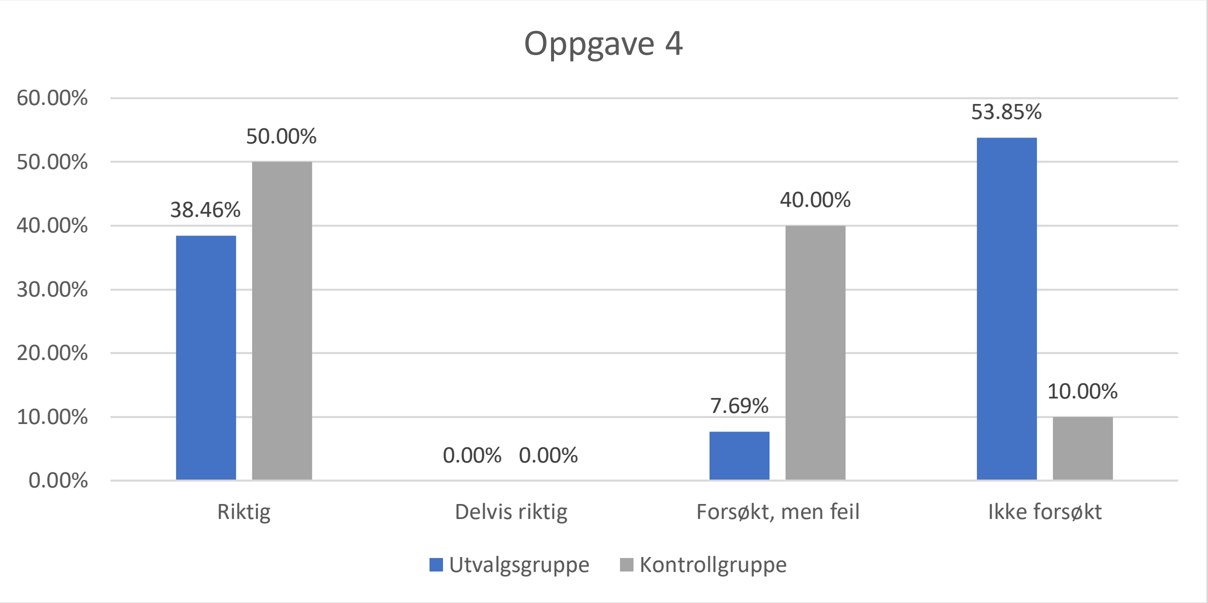


Figur 7 Stolpediagram som illustrerer prosentvis forskjell på hvor mange elever i hver gruppe som valgte å forsøke eller ikke å forsøke på oppgave 3.

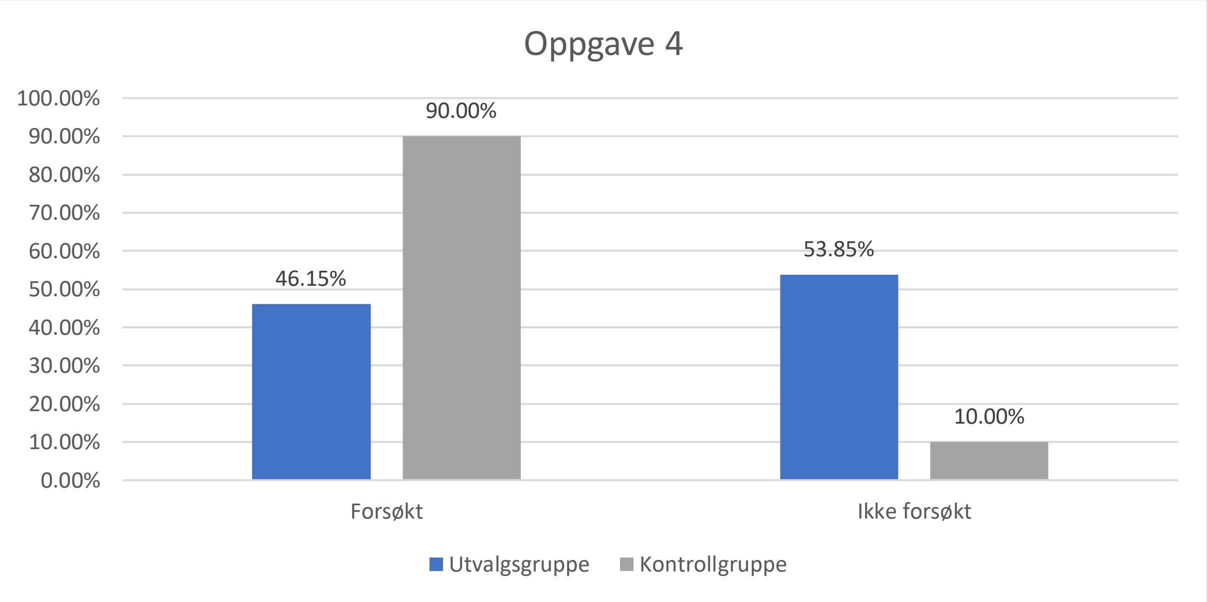
Oppgave 4

Tone legger 100 kr inn på en sparekonto med konstant fast rente. Etter 1 år har tone 133 kr på sparekontoen. Hvor mye vil hun ha etter 2 år?

Målet med denne oppgaven er å finne ut av om elevene klarer å relatere dette til vekstfaktor, og regne ut beløp etter 2 år.

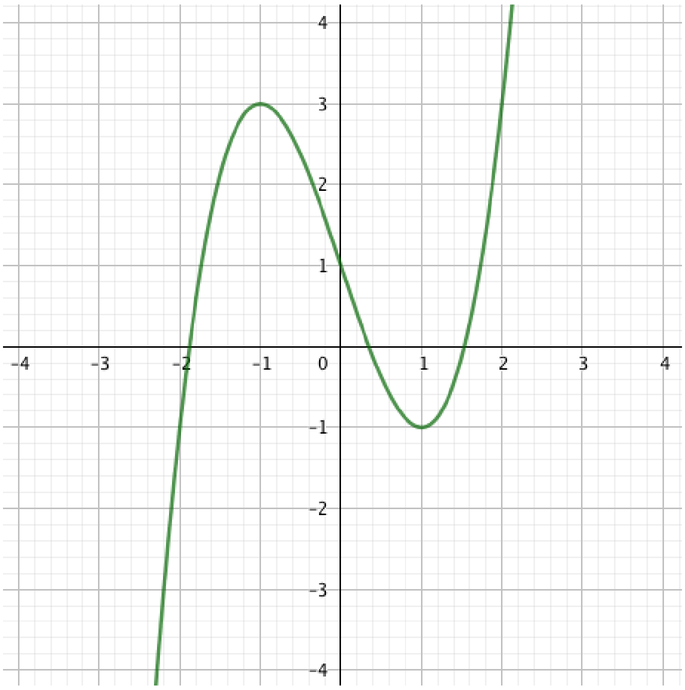


Figur 8 Stolpediagram som illustrerer prosentvis forskjell av hvor mange elever som løste oppgave 4 riktig, delvis riktig, forsøkt men feil, og ikke forsøkt.



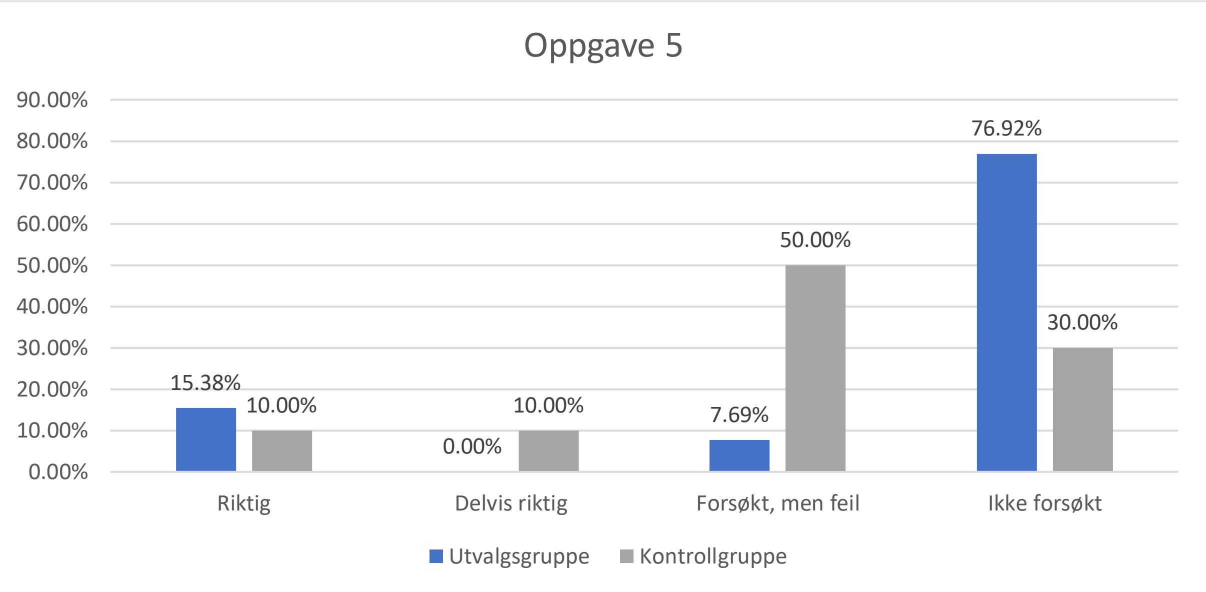
Figur 9 Stolpediagram som illustrerer prosentvis forskjell på hvor mange elever i hver gruppe som valgte å forsøke eller ikke å forsøke på oppgave 4.

Oppgave 5

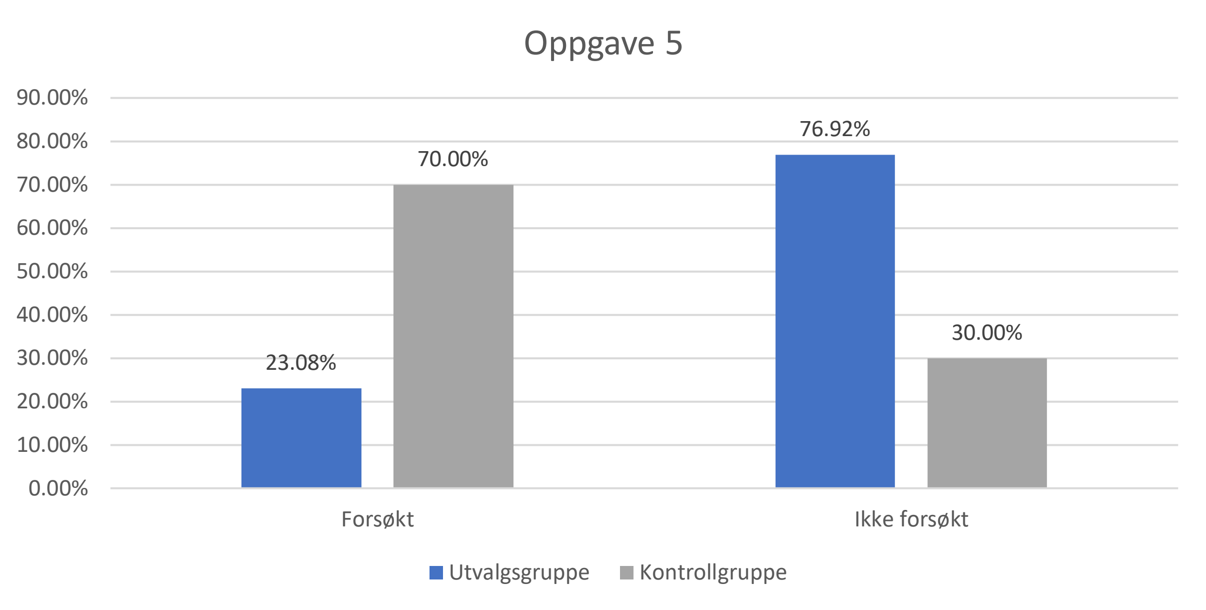


La punkt B = (0,1) som ligger på grafen. Finn et punkt A og C slik at den gjennomsnittlige vekstfarten fra A til B er 1, og slik at den gjennomsnittlige vekstfarten fra B til C er også 1.

Målet med denne oppgaven er å finne ut av om elevene forstår hvordan den gjennomsnittlige vekstfarten også oppstår ved å ikke følge grafen direkte i svingningene.

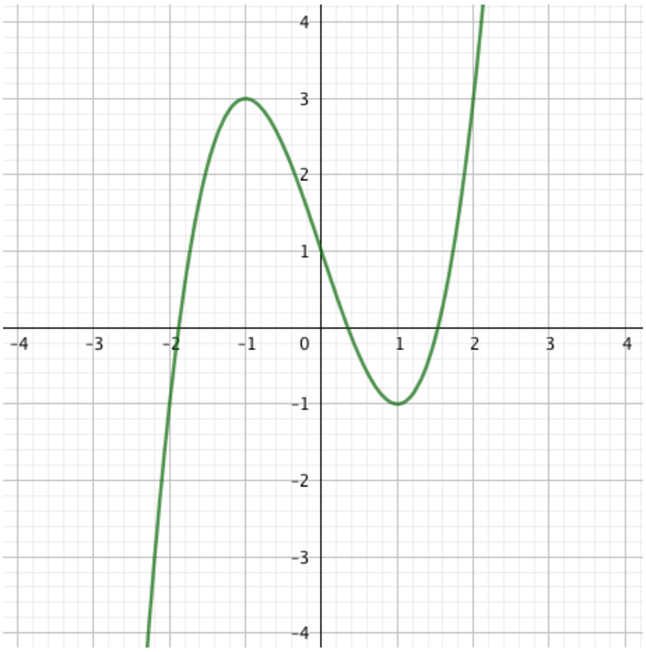


Figur 10 Stolpediagram som illustrerer prosentvis forskjell av hvor mange elever som løste oppgave 5 riktig, delvis riktig, forsøkt men feil, og ikke forsøkt.



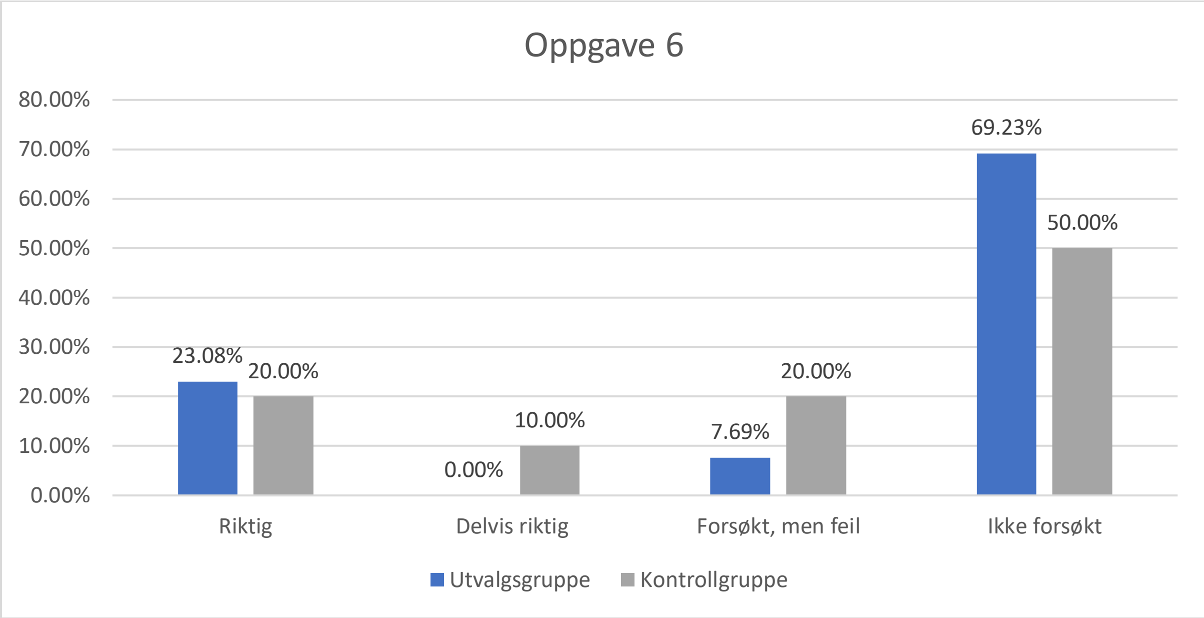
Figur 11 Stolpediagram som illustrerer prosentvis forskjell på hvor mange elever i hver gruppe som valgte å forsøke eller ikke å forsøke på oppgave 5.

Oppgave 6

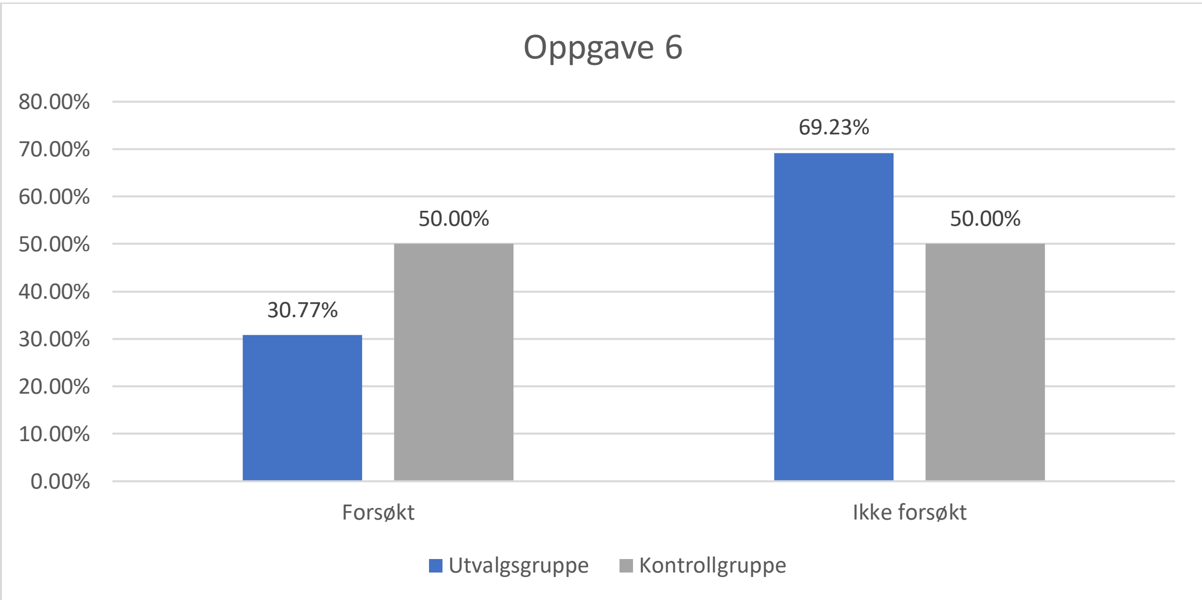


Hvor mange punkter på grafen er den momentane vekstfarten lik 0? Hvilke/t punkter er det?

Målet med denne oppgaven er å finne ut av om elevene forstår hvordan den momentane vekstfarten og ekstremalpunkter har sammenheng når vekstfarten er lik 0.



Figur 12 Stolpediagram som illustrerer prosentvis forskjell av hvor mange elever som løste oppgave 6 riktig, delvis riktig, forsøkt men feil, og ikke forsøkt.



Figur 13 Stolpediagram som illustrerer prosentvis forskjell på hvor mange elever i hver gruppe som valgte å forsøke eller ikke å forsøke på oppgave 6.

4.2.2 Oversikt over karaktersnitt

Tabellen nedenfor viser hvordan gjennomsnittskarakteren har endret seg fra første termin til andre termin for både utvalgsgruppen og kontrollgruppen. Utvalgsgruppen hadde en fire ukers intervensjon i 2. termin.

Tabell 3 Oversikt over karaktersnittet til utvalgsgruppe og kontrollgruppe til 1. termin og 2. termin i skoleåret

	1. termin	2. termin
Utvalgsgruppe	2,65	3,15
Kontrollgruppe	4,20	4,28

4.3 Gruppeintervju

Elevene responderte forskjellig på intervjuet med åpne svar, og på samme tid var det flere svar som gjentok seg. Intervjuet fant sted etter intervensjonen med “Open Middle Math” i undervisningen, og etter den faglige testen. Under blir det presentert en fortolkning av elevenes svar på undersøkelsen. Både en fortolkning fra utvalgsklassen (Utvalgsgruppe 1) fra videregående skole, og en fortolkning fra medstudents intervju (Utvalgsgruppe 2) fra ungdomsskolen for å sikre undersøkelsens relabilitet.

Tema: Holdninger til matematikk

1. Når du hører ordet matematikk, hva tenker du da?

Det viser seg at flere elever i utvalgsgruppe 1 assosierer ordet matematikk med tall, regning, og flere andre matematiske begreper. Vanskelig og utfordrende er også ord som går igjen. En respons som skiller seg ut er at informanten mener at matematikk er et fag med konkrete svar, noen ganger må man være litt kreativ, men det er ofte et fasitsvar.

I utvalgsgruppe 2 assosierer informantene matematikk med matematiske begreper, som tall, regnearter og regning. Det er også informanter som tenker skole og oppgaver når de tenker på matematikk. Det er også noen negativ ladet utsagn slik som at matematikk er surr og ikke så veldig spennende.

2. Hvilket forhold har du til matematikk?

Flere informanter i utvalgsgruppe 1 mener mener at de liker matematikk godt når de får det til og mestrer, og at de får større mestringsfølelse hvis de løser noe utfordrende. Noen poengterer at de ikke liker matematikk hvis det er vanskelig og ikke får det til.

Det virker som om elevene i utvalgsgruppe 2 har delte meninger. Noen informanter liker matematikkfaget godt, og beskriver det som favoritt faget. Mens andre informanter synes matematikk i kjedelig, og er ikke spesielt motivert.

3. Hva tenker du før du skal ha matte? Hvorfor?

Ut i fra svarene er det flere informanter i utvalgsgruppe 1 som tenker at de må forberede seg på å følge og forstå med før en matematikktime. Det blir de litt slitne av, man trenger mye energi for å være i en mattetime. Det kommer også opp det ikke blir tenkt på så mye, det er bare en time som kommer. Flere er nysgjerrige på hva de skal lære og hvorfor, håper på at de kan få en annen forståelse enn hva de har fått til hjemme.

Det virker som flere av informantene i utvalgsklasse 2 ikke synes matematikk er det faget de gleder seg mest til, og det kommer veldig an på hvilket tema de har om i matematikk. Det er færre som gleder seg til matematikktimen.

4. Hva er kjekt med matematikk?

Mesteparten av elevene i utvalgsgruppe 1 mener at matematikk er kjekt hvis man forstår det og får det til. Det er spesielt spennende når man får til å løse vanskelige og utfordrende oppgaver. Da får man stor mestringsfølelse. Det kommer også opp at variasjon i timene er kjekt.

Elevene i utvalgsgruppe 2 mener at det avhenger av temaet om matematikk er kjekt, men det som går mest igjen er at hvis man får det til er det kjekt. De fleste liker også utfordringer som man får til, og variasjon mellom lette og utfordrende oppgaver.

5. Hvorfor trenger du matematikk for fremtiden?

Utvalgsgruppe 1 mener tydelig at matematikk er noe man trenger i fremtiden. Det blir blant annet nevnt praktiske situasjoner, personlig økonomi, lære barna deres matematikk, og for framtidige yrker.

Ut i fra svarene fra utvalgsgruppe 2 virker det som at matematikk er noe de trenger i fremtiden. Her er det utsagn som matematikk i hverdagen og matematikk i fremtidig yrke.

Tema: Matematikkundervisningen

1. Hvordan er du vant med at matematikktimen foregår?

Utvalgsgruppe 1 er alle enig om at læreren går gjennom teori på tavlen først, deretter et eksempel, og til slutt så jobber de med egne oppgaver. Færre av informantene nevne alternative elementer. Det kom opp at de noen ganger gjorde gruppeoppgaver, praktisk matematikk, og leker.

Det er tydelig at utvalgsgruppe 2 har også oppfatningen med at læreren går gjennom teori, deretter jobber elevene med oppgaver. Derimot er disse elevene vande med å oppsummere og repetere på slutten av timen. Færre nevner alternative arbeidsformer som quiz, gruppearbeid og leker.

2. Hvordan ønsker du at matematikktimen foregå slik at du mestrer mest og er mest motivert?

Det virker som elevene i utvalgsgruppe 1 foretrekker at lærer går gjennom teori på tavla, og bruker tid på undervisningen slik at temaet er forståelig. Her blir det nevnt flere ganger at elevene setter pris på samarbeidsoppgaver selv om det kan bli litt arbeidstøy. Flere elever nevner også at de ønsker alternative opplegg og variasjon som leker, quiz, konkurranser, gruppearbeid, praktisk arbeid. Det er et utsagn som skiller seg ut med at eleven ønsker forelesning og deretter oppgaver. Derimot vil det med oppgavene være først individuelt arbeid med mengdetrening, deretter utfordrende oppgaver i samarbeid. Dette hjelper mye med trivsel i timene.

Flere av elevene i utvalgsgruppe 2 har ideer til hvordan de kunne ønsket undervisningen var. Noen ønsker mer utfordrende oppgaver og ønsker å jobbe på egenhånd. Det blir også nevnt matematikkleker, gruppeoppgaver, film, og oppgaver som diskuteres i plenum.

Tema: Open middle math

1. Hvordan opplever du oppgavene vi har jobbet med i timene i dette kapittelet i forhold til tidligere kapitler? Hvordan fremmer dette arbeidslysten, forståelse, motivasjon?

Flere av elevene i utvalgsgruppe 1 mener at disse oppgavene er mer utfordrende. I tillegg nevner flere at man må prøve flere ganger for å få det til. At man må feile for å lære er noe som kommer frem flere ganger hos elevene. Tidligere ga man opp og spurte lærer om hjelp i stedet for å undersøke hva man vil gjøre annerledes neste gang man forsøker på oppgaven. Dette gir en større forståelse på hvordan ligningen virker. Elevene setter også pris på at de får samarbeide om "Open Middle" oppgavene. Det kommer også frem at oppgavene viser at det er flere forskjellige måter å løse en oppgave på. Noen mener at det var ikke de kjekkeste oppgavene, men forstår hvorfor man burde gjøre de og det er fordi man skal lære å tenke kreativt og annerledes.

Mesteparten av elevene fra utvalgsgruppe 2 synes at "Open Middle" oppgavene så annerledes ut enn oppgaver de er vande med. De synes også at oppgavene krevde at de måtte tenke mer. Oppgavene var kjekke, spennende, kule, utfordrende, og vanskelige.

2. Føler du at du behersker oppgavene som blir gitt?

Flere av elevene i utvalgsgruppe 1 mener de behersker "Open Middle" oppgavene. Noen var litt i tvil og synes det var vanskelig å forstå hva de har feil på.

Utvalgsgruppe 2 behersket også "Open Middle" oppgavene. Noen innså at de var vanskeligere enn de trodde når de gikk i gang.

3. Hva gjør du dersom du møter en vanskelig oppgave?

Det virker som elevene i utvalgsgruppe 1 mener at de må prøve seg frem og finne en strategi for å løse den. Etter hvert forstår de oppgaven mer og klarer å se feilene sine, deretter kommer seg videre. Hvis man sitter fast prøver man å tenke nytt, eller spør medelever og lærer. Hvis de møter en vanskelig oppgave på prøvene så prøver de å løse den uansett, med tanke på poeng man får for utregning. Flere diskuterer om de ønsker hjelp fra lærer eller medelever. Det kommer frem at de setter pris på å diskutere vanskelige oppgaver med medelever først siden de kan ha et annet syn på oppgaven enn det læreren har.

Elevene i utvalgsklasse 2 velger lignende oppgaver og prøver på først deretter går over på den vanskelige oppgaven igjen. Det kommer også opp at elevene spør medelev eller lærer hvis de ikke får det til.

4. Hvilke egenskaper fremmer / fremmer ikke disse oppgavene?

Utvalgsgruppe 1 mente at oppgavene fremmet flere egenskaper. Selvstendighet og det at man klarer å tenke selv. Det at man er åpen for å gjøre feil virket som viktig for elevene. Ved disse oppgavene lærte elevene at det er greit å gjøre feil, normalt sett gir man opp når man gjør feil og ser ikke lærdom i det. Generelt mener gruppen at man blir bedre i matematikk og blir mer selvsikker. Det kommer også opp at man lærer annerledes enn det man ville med mengdetrening, her ville man pugget en formel og ikke helt forstått hvordan det fungerte. Mens med "Open Middle" oppgavene gjør at man lærer på en annen måte.

Utvalgsgruppe 2 lærte å se andre sider av et problem, eksperimentere, og å tenke annerledes. Noen elever oppdaget nye tenkemåter og løsningsmetoder.

5.0 DISKUSJON

Hensikten med dette prosjektet var å undersøke hvordan en intervensjon av rammeverket «Open Middle Math» bidro til dybdelæring. For å finne utav dette ble det utført en fire ukers intervensjon der rammeverket ble benyttet i undervisningstimene. Etterfulgt av dette utførte både utvalgsgruppe og kontrollgruppe en faglig test slik at det kunne være mulig å se eventuell faglig progresjon. I tillegg ble det sett på gjennomsnittskarakter fra første termin til andre termin i begge grupper for å se endringen her også. Det ble også utført gruppeintervju for å undersøke elevenes side av intervensjonen, holdninger og opplevelse av denne. Derfor vil denne delen av oppgaven begynne med å diskutere grunner til hvordan «Open Middle Math» bidrar til dybdelæring. Både gjennom Kaplinsky's (2020) utgangspunkt for kunnskapsdybde i rammeverket, og andre pedagogiske rammeverk og taksonomier som fremmer dybdelæring. I tillegg til eventuell kritikk OMM rammeverket har i forhold til hvordan fagfornyelsen ser på dybdelæring, støttet av annen pedagogisk teori presentert i teoridelen. Videre er det relevant å diskutere elevenes side med tanke på holdninger, tankesett og motivasjon.

5.1 Rammeverket «Open Middle Math» og fagfornyelsen knyttet til dybdelæring

5.1.1 Dybdelæring

NOU (2014:7, s. 10-14) beskriver dybdelæring som at elevene forstår både begreper og sammenhenger i faget, i tillegg til at de er i stand til å knytte ideer til andre kjente begreper. Elevene kan da bruke forståelsen i ukjente og kjente sammenhenger. Det å mestre problemløsning er sentralt, og elevene må bruke kunnskapen og forståelsen av hva de har lært, hvordan og når det skal brukes for å oppnå kompetanse. Elevene bruker mer tid på å løse et «Open Middle» problem enn et ved å løse oppgavene i læreboka. Et «Open Middle» problem krever ofte flere forsøk og strategisk tenkning. Trenden i utvalgsgruppen i intervensjonen var at flesteparten brukte løsningsstrategien der de gjettet og sjekket. Flere oppdaget et mønster og oppnådde forståelse av problemet, men i tillegg var det noen som ikke forstod hva de holdt på med. Det kom tydelig frem i den siste «Open Middle Math» undervisningstimen. Gjennomsnittlig vekstfart var et kjent begrep for elevene, og de hadde allerede brukt en del tid på å arbeide med dette tidligere. Derfor var det overraskende da elevene ikke valgte punkter som grafen gikk gjennom, og heller valgte punkter som ga svar -

7. Det betyr at flere så på det som et regnestykke, enn et problem av en illustrert funksjon. Har de da mestret problemløsningen? Har de oppnådd kompetanse? Spørsmålet her kan også være om «Open Middle Math» passer til alle temaer i matematikkfaget utvalgsgruppen hadde. Utdanningsdirektoratet (2018) beskriver i definisjonen av dybdelæring at man skal blant annet reflektere over egen læring. Bruken av «Open Middle Math worksheet» bidrar til dette. Elevene reflekterer over hva de har funnet utav for hvert forsøk, og reflekterer over hvordan de vil endre strategien sin til neste forsøk på problemet.

Det finnes to interessante sider å se resultatene fra den faglige testen fra. Den ene siden er å se fra hvor mange elever som fikk oppgavene til riktig, delvis riktig, feilgjort, og ikke forsøkt. Den andre interessante siden er å se hvor mange elever som forsøkte å gjøre oppgaven og hvor mange som ikke prøvde. Trenden i utvalgsgruppen er at det var større andel som forsøkte å gjøre oppgavene i de to første oppgavene, deretter minsker prosenten betydelig. I kontrollgruppen har en større andel av elevene forsøkt på de fire siste oppgavene. Dette kan bety at utvalgsgruppen har fått for liten tid på testen, eller blitt forstyrret av nedstengingen av skolen som skjedde mens de gjorde testen. Kontrollgruppen kan ha valgt å fokusere på de oppgavene som hadde en lettere tilnærming for dem. Det kommer også frem ved sammenligning av karaktersnitt at kontrollgruppen har høyere karaktersnitt enn utvalgsgruppen, selv om begge grupper har samme matematikk fag. Da er det vanskelig å sammenligne faglige prestasjoner, samt om elevene har fått en dypere forståelse. Derimot har utvalgsgruppen økt med 0,5 i karaktersnitt, mens kontrollgruppen 0,08 fra første til andre termin. Dette er et interessant funn om «Open Middle Math» har bidratt til økning i gjennomsnittskarakteren for utvalgsgruppen, men det kan ha vært flere faktorer som kan ha hatt påvirkning. Blant annet Covid-19 og hjemmeskole.

5.1.2 Webb's kunnskapsnivåer, kompetanse, forståelse & taksonomier

Det finnes flere pedagogiske rammeverk som forsøker å klassifisere kunnskap, kompetanse og forståelse. Videre vil det bli vurdert om rammeverket brukt i «Open Middle Math» er holdbart i at det fremmer dybdelæring.

Kaplinsky (2020, s. 50) bruker Webb's (1999, s.3) metodologi om fire dybdenivåer i kunnskap for å kategorisere de ulike problemene. Formålet med disse nivåene er å måle, bedømme og vurdere forventninger til elevenes aktiviteter. Fra lavest nivå handler det om å reprodusere kunnskaper, til å kunne beskrive og forklare, til å argumentere og utarbeide en plan, og det høyeste nivået som handler om undersøkende arbeid med oppgaven og se flere forhold.

De fem trådene, flettet sammen, beskriver matematisk kompetanse. Disse handler om at man skal forstå begreper og se sammenhenger, kunne beregninger og prosedyrer, utarbeide og vurdere problemløsningen, logisk tenking og refleksjon, og at matematikken ses som nyttig. Dette er Kilpatrick's (2001, s. 151-155) definisjon av å oppnå kompetanse i matematikk. Her brukes forståelsesbegrepet, og begrepet finnes i flere rammeverk. Skemp (1976) har skilt forståelse mellom to ulike begreper. Dette er instrumentell og relasjonell forståelse. Instrumentell forståelse kjennetegner nivå 1 av Webb's (1999, s. 3) kunnskapsnivåer, mens relasjonell forståelse knyttes til de andre nivåene. Det gjelder også resoneringsbegrepet Lithner (2008, s. 258-267) definerer. Kreativ resonering handler om at eleven ikke trenger å bruke en bestemt løsningsstrategi på oppgaven, noe som er sentralt i OMM og vises i figur 1. Det finnes flere veier man kan gå for å komme til svaret.

NOU (2015:8, s. 11-14) beskriver at utviklingen av kompetanse og dybdelæring henger tett sammen, og at man må ha dybdelæring for å oppnå kompetanse. Disse trådene kan sammenlignes med Webb's (1999, s. 3) kunnskapsnivåer, men ved oppnåelse av alle nivåer. Videre beskriver NOU (2015:8, s. 42) bruken av taksonomi til en kategorisering av kompetanse og kunnskap. Høyt taksonomisk nivå handler om dybdelæring. Bloom's (1956) handler om klassifisering av ferdigheter og kunnskap, noe som kan relateres til Webb's (1999) inndeling av kunnskapsnivå. Taksonomien ses på som trappetrinn, det betyr at man må oppfylle det ene trinnet for å gå videre på neste. De tre øverste trappetrinnene kjennetegner dybdelæring. Disse er analyse, syntese og vurdering. Utdypende betyr de å kunne se sammenhenger og utføre undersøkende arbeid, generalisering av oppdagende mønster, og drøfte og kritisere større kriterier. For å oppnå disse trinnene skal man også kunne reprodusere kunnskap, forstå og gjengi kunnskap, og bruke kunnskap i konkrete situasjoner. Til sammenligning av Webb's (1999, s. 3) kunnskapsnivåer mangler det øverste trinnet, og i forhold til at Kaplinsky (2020, s. 50) kun bruker opp til nivå 3 av Webb's (1999, s. 3) nivåer mangler flere trinn. Det kan bety at elevene ikke får oppnådd undersøkende arbeid, eller å drøfte og kritisere sitt arbeid. Videre beskriver SOLO – taksonomien dens laveste trinn der eleven ikke har noe forståelse. Hva gjør man om eleven ikke klarer å se mønsteret av gjetting og sjekking? Mye av SOLO - taksonomien inneholder det samme som Bloom's (1956) taksonomi og Webb's (1999) klassifisering av kunnskap. Derimot inneholder også SOLO-taksonomien det å kritisere og reflektere over nye områder. Kaplinsky (2020) oppgaver kjennetegner at man har en lukket slutt på oppgaven, men hva betyr slutten? Elevene skulle i den faglige testen finne utav hvor den momentane vekstfarten er lik 0, men ikke forklare hva som skjer der, eller hva det kan bety i en praktisk setting.

5.2 Elevenes meninger rundt rammeverket «Open Middle Math»

5.2.1 Tankesett

I gruppeintervjuet kom det frem at flere av elevene ikke liker matematikk hvis det er vanskelig og ikke får det til, i tillegg til at matematikk kan være utfordrende. Det kom også frem at hvis det var vanskelig og man ikke fikk det til med en gang, ga man ofte opp og endte med å spør lærer om hjelp. Dette er i nær relasjon med det Boaler (2016, s. 11) beskriver om at når man gjør feil i matematikk er man ikke smart. Det gjelder å endre tankesettet til elevene slik at elvene tror på seg selv, tross alt feilene man gjør. Studier viser også at hjernen har mer aktivitet når vi gjør feil, spesielt hvis elevene har et voksende tankesett. Som lærere er det viktig å fremme at elevene skal utfordre seg selv og ser feil som motivasjon til å gjøre mer. OMM rammeverket bidrar til dette ved at Kaplinsky (2020, s. 88-92) har utformet et «worksheet». Her får elevene plass til å løse problemet, beskrive med ord hva de lærte fra forsøket, og hva de vil gjøre annerledes til neste forsøk. I tillegg bidrar «worksheetet» til å oppdage misoppfatninger eleven har i matematikk. Elevene mente at OMM oppgavene fremmer at man skal forsøke flere ganger, lære fra feilene man gjør og i tillegg tenke ut andre mulige løsningsstrategier.

OMM problemene er utfordrende i seg selv, og de unngår umiddelbare kalkulasjoner. Elevene må først finne utav hvordan de vil angripe problemet (Kaplinksy, 2020, s. 14). Gjennom intervjuet kommer det frem at både utvalgsgruppe 1 og 2 mente at «Open Middle» problemene fremmet nye tenkemåter og løsningsmetoder, og at man lærte på en annen måte. I tillegg til mente utvalgsgruppe 1 at «Open Middle Math» gjorde elevene oppmerksom på at man skal være åpen for å gjøre feil, og at dette var viktig hos dem.

5.2.2 Motivasjon & mestring

Kaplinsky (2020, s. 78-82) bruker metoden IGP(individuelt, gruppe, plenum) når klassen arbeider med et «Open Middle» problem. Utvalgsgruppe 1 setter stor pris på at de får arbeide sammen med disse problemene. De får utvekslet ideer og finner mønster sammen, slik at de får en felles forståelse over problemet. Samarbeid fremmer læring, samtidig kan også gi stor glede, engasjement, og inspirasjon til elevene (LINK, u.å.). Tidligere ville elevene ha gitt opp og spurt lærer om hjelp hvis de står fast, men ved et «Open Middle» problem fokuserer elevene på å undersøke hva de vil gjøre annerledes til man forsøker på oppgaven en gang til. Videre fokuserer Kaplinsky (2020) lite på om «Open Middle Math» bidrar til økt motivasjon hos elevene. Dette vurderes ytterligere gjennom motivasjonsteori.

Motivasjonsteorien selvbestemmelsesteorien beskriver tre viktige behov; kompetanse, autonomi og tilhørighet. Det handler om å føle mestring, ta egne valg, og det å føle seg trygg i et fellesskap. Oversatt i matematisk kontekst handler det om å utvikle forståelse og ferdigheter i matematikk, valg av løsningsstrategier i matematikk, og at elevene skal føle seg akseptert i klasserommet (Wæge, 2007, s. 45; Nosrati & Wæge, 2018, s. 24-27). Wæge (2007, s. 202-203) beskriver også at elevene opplever glede ved det matematiske arbeidet når de mestrer og forstår. Hun har også funnet utav at det tyder når kompetansebehovet blir tilfredsstilt opplever elevene motivasjon. Derimot vil opplevelsen av kompetanse være mindre ved instrumentell forståelse, enn ved relasjonell forståelse. I sammenheng med kompetansebehovet er «Open Middle» problemene mer utfordrende enn vanlige prosedyre oppgaver man finner i læreboka. Det kommer også frem i intervjuet at elevene mener de får større mestringsfølelse dersom de løser utfordrende problemer, i tillegg til at samarbeid med utfordrende oppgaver skaper trivsel i timene. «Open Middle» problemene er også åpne i midten, som betyr at det finnes flere løsningsstrategier og elevene har mulighet til å ta egne valg når de forsøker å løse oppgaven (Kaplinsky, 2020, s. 50-52). I «Open Middle Math» undervisningen har ikke læreren gått gjennom prosedyren for å løse oppgaven, fordi det nettopp ikke finnes kun en måte å løse oppgaven på.

6.0 KONKLUSJON

Meningen med forskningsprosjektet var å finne ut av hvordan rammeverket «Open Middle Math» bidro til dybdelæring og positive holdninger i matematikk. Etter å ha gjort en fire ukers intervensjon i egen klasse tyder det at det ble en forbedring på elevenes holdninger til matematikk. Flere satt pris på samarbeidet og diskusjonen Kaplinsky (2020) bruker i oppgaveløsningen, IGP-metoden. En kjent utførelse av oppgaveløsningen er ofte at man sitter individuelt og arbeider med oppgaver. Flere av oss relaterer matematikkoppgaver til mengdetrening, og gjerne av flere lignende oppgaver slik at vi klarer å memorere oppskriften av å løse oppgaven. Hvor mye tenker vi når vi gjør slike oppgaver? Med hensyn på problemstillingen tyder det på at elevene brukte mer tid til å tenke over et «Open Middle» problem, i tillegg til å finne forskjellige løsningsstrategier, samt det fantes flere rike samtaler om matematikk i klasserommet. Fra elevene så den lange listen med oppgaver de skulle gjøre på tavla, kunne vi gå gjennom en til to «Open Middle» oppgaver i timen, og dette uten negativ påvirkning på faglige prestasjoner. Utvalgsgruppen økte tross alt med 0,5 i gjennomsnittskarakter fra første til andre termin. Hvorvidt det er intervensjonen av «Open Middle Math» som er grunnen til dette er vanskelig å konkludere, men det kom tydelig frem at elevene lærte mye av å systematisere egenvalgte strategier, og at det var lov til å ha feil og prøve på ny.

«Open Middle Math» rammeverket er et alternativ til tradisjonell matematikkundervisning. Derimot er det ikke nok å variere undervisningen med i helhet. De fleste kan nok kjenne seg igjen i hvordan man beskriver den tradisjonelle matematikkundervisningen, og at for mange elever kan det bli kjedelig i lengden. Det er viktig at elevene skal glede seg til timene, de skal ha indre motivasjon, utfordrede seg selv og oppleve mestring. Det kom fram i intervjuet at elevene ønsket alternative opplegg og variasjon. Dette kan være leker, quiz, konkurranser, gruppearbeid, og praktisk arbeid.

Det er også viktig å tilpasse «Open Middle Math» til klassemiljøet. Det bør ikke være som en oppskrift på hvordan man skal drive klasserommet, heller en veiledning. Teori og praksis har stor forskjell. Til videre forskning hadde det vært interessant å gjennomføre prosjektet flere ganger og over lengre tid for å undersøke faglige prestasjoner og oppnåelse av dybdelæring. Jeg har tro på at rammeverket «Open Middle Math» kan ha mye positiv påvirkning på flere faktorer i matematikkundervisningen.

7.0 LITTERATURLISTE

Biggs, J. B. & K. Collins (1982) *Evaluating the Quality of Learning: the SOLO taxonomy*. New York: Academic Press.

Biggs. J. B. (u.å.). SOLO-taxonomy. Hentet 10. Juli 2020 fra https://www.johnbiggs.com.au/academic/solo-taxonomy/

Bleijenbergh, I., Korzilius, H., & Verschuren, P. (2011). *Methodological criteria for the internal validity and utility of practice oriented research. Quality & Quantity*. (s. 145-156).

Boaler, J. (2003). Studying and capturing the complexity and practice – the case of the "Dance of Agency".

Boaler, J. (2016). *Mathematical Mindsets.* San Francisco: Jossey-Bass.

Christoffersen, L. & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene.* Oslo: Abstrakt forlag.

Common Core. (2020). About the Standards. Hentet 10. Juli 2020 fra http://www.corestandards.org/about-the-standards/

Engelsen, B. U. (2006). *Kan læring planlegges?* (5. utg.). Oslo: Gyldendal

Fauskanger, J. og Mosvold, R. (2014) Innholdsanalysens muligheter i utdanningsforskning. *Norsk Pedagogisk Tidsskrift*, 98(2), pp. 127-139

Flanders, N. A. (1970). *Analyzing Teaching Behavior*. Reading, Massachusetts: Addison-Wesley Publishing Company.

Hirsti, K. (2019, 18 mars). Forslag til ny læreplan: - Den største endringen siden 2006. *NRK.* Hentet fra: https://www.nrk.no/norge/forslag-til-ny-laereplan_-_-den-storste-endringen-siden-2006-1.14478245

Imsen, G. (2005). *Elevenes verden.* (4. utg.). Oslo: Universitetsforlaget.

Johnsen, A. L. & Natås, E. (2017). *Hvordan fatte matte.* Oslo: Pantagruel Forlag.

Kaplinsky, R. (2020). *Open middle math : problems that unlock student thinking, 6-12.* Portsmouth, New Hampshire: Stenhouse Publishers.

Kaplinsky, R. (2020). What's open middle? Hentet 10. Juli 2020 fra https://www.openmiddle.com/whats_open_middle/

Kilpatrick J. (2001). *The strands of mathematical proficiency : Adding it up*. (s. 115-155)

Kunnskapsdepartementet (2016). *Fag – Fordypning – Forståelse: En fornyelse av Kunnskapsløftet.* (Meld. St. 28). Hentet fra: https://www.regjeringen.no/contentassets/e8e1f41732ca4a64b003fca213ae663b/no/pdfs/stm201520160028000dddpdfs.pdf

Lithner J. (2008). *A research framework for creative and imitative reasoning*. Educational Studies in Mathematics. 67 (s. 255-276)

LINK (Livsmestring i norske klasserom). (u.å.) *Samarbeid.* Hentet 10. juli 2020 fra: https://www.linktillivet.no/filer/Samarbeid_LINK.pdf

Meyer, D. (2014, 5. desember). *Video Games and Making Math More Like Things Students Like.* [Videoklipp]. Hentet fra: https://vimeo.com/113714091

Moser, J., Schroder, H.S., Heeter, C., Moran, T. P., Lee, Y. H. (2011) Mind your errors: Evidence for a neural mechanism linking growth mindset to adaptive post error adjustments. *Psychological Science,* 22, 1484-1489

Nosrati, N., & Wæge, K. (u.d.). *Sentrale kjennetegn på god læring og undervisning imatematikk.* Matematikksenteret.

NOU 2014: 7. (2014). *Elevenes læring i fremtidens skole: Et kunnskapsgrunnlag.* Oslo: Departementenes sikkerhets- og serviceorganisasjon.

NOU 2015: 8. (2015). *Fremtidens skole: Fornyelse av fag og kompetanser*.. Oslo: Departementenes sikkerhets- og serviceorganisasjon.

Nedrum, P. (1998). *Mellom sannhet og velferd: Etiske dilemmaer i forskning belyst ved et eksempel.* Oslo: Høgskolen i Oslo.

NSD Personverntjenester. (2018, 16. oktober). Forske på egen arbeidsplass.
Hentet fra https://nsd.no/personvernombud/hjelp/forskningstema/egen_arbeidsplass.html

NSD Personverntjenester. (2018, 1. oktober). Barnehage og skole.
Hentet fra https://nsd.no/personvernombud/hjelp/forskningstema/barnehage_skole.html

NSD Personverntjenester. (u.å.). Hvilke personopplysninger skal du behandle?
Hentet (2020, januar) fra https://meldeskjema.nsd.no/test/

Oldervoll, T., Orskaug, O., Vaaje, M., Svorstøl, O. & Hals, S. (2014). *Sinus 1P-Y*. Oslo: Cappelen Damm.

Olsen, R.V. & Blömeke, S. (2018). *Tjue år med TIMSS og PISA i Norge*. Oslo: Universitetsforlaget.

Postholm, M. B. & Jacobsen, D. I. (2016). *Læreren med forskerblikk : Innføring i vitenskapelig metode for lærerstudenter.* Oslo: Cappelen Damm.

Postholm, M. B. & Smith, K. (2017). *Praksisrettet forskning og formativ intervensjonsforskning: forskning for utvikling av praksisfeltet og vitenskapelig kunnskap.*

Gjøtterud, S., Hiim, H., Husebø, D., Jensen, L. H., Steen-Olsen, T. H. & Stjernestrøm, E. *Aksjonsforskning i Norge: Teoretisk og empirisk mangfold.* (s. 71-94). Cappelen Damm Akademisk

Searle, J. R. (1980). *Minds, brains, and programs.* The Behavioral and Brain Sciences, 3, 417-457.

Sigmundsson, H. (2010, 21. Mai.). Lærere vet ikke hvordan hjernen lærer. forskning.no.
Hentet fra: https://forskning.no/hjernen-skole-og-utdanning-barn-og-ungdom/kronikk-laerere-vet-ikke-hvordan-hjernen-laerer/1181022

Silverman, D. (2006) *Interpreting qualitative data: Methods for analyzing talk, text and interaction.* Los Angeles: Sage.

Skemp, R. R. (1976). *Relational Understanding and Instrumental Understanding*. Hentet fra https://alearningplace.com.au/wp-content/uploads/2016/01/Skemp-paper1.pdf?fbclid=IwAR0M9aNmqzxHV7RYMM_3OprNOm0Gn-3S_NlR_gT8v9ZnGM0cg-vgd59HSXE

Utdanningsdirektoratet. (2006). Læreplan i matematikk fellesfag 2P-Y, Vg3 påbygging til generell studiekompetanse (MAT6-03). Hentet fra https://www.udir.no/kl06/MAT6-03/Hele/Kompetansemaal/kompetansemal-etter-2p-y

Utdanningsdirektoratet. (2018, 29. oktober). *Dybdelæring* [Videoklipp]
Hentet fra: https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/stottemateriell-til-overordnet-del/film-dybdelaring/

Utdanningsdirektoratet. (2019, 13. mars). Dybdelæring.
Hentet fra: https://www.udir.no/laring-og-trivsel/dybdelaring/

Webb, N. L. (1997). *Criteria for Alignment of Expectations and Assessments in Mathematics and Science Education.* Research Monograph No. 6. National Institute for Science Education: Wisconsin-Madison

Webb, N. L. (1999). *Alignment of Science and Mathematics Standards and Assessments in Four States.* Research Monograph No. 18. National Institute for Science Education: Wisconsin-Madison

Wæge, K. (2007). *Elevenes motivasjon for å lære matematikk og undersøkende matematikkundervisning.* (Doktorgradsavhandling). Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet Institutt for matematiske fag

Wæge, K., Nosrati, M. (2018) *Motivasjon i matematikk* (1. utg.) Oslo: Universitetsforlaget

Yin, R. K. (2016). *Qualitative Research from start to finish.* (2.etd.). New York: The Guilford Press.

Figurliste

Figur 1Visuell beskrivelse av problemer med lukkede begynnelser, åpne i midten, og lukket i slutten. 11
Figur 2 Stolpediagram som illustrerer prosentvis forskjell av hvor mange elever som løste oppgave 1 riktig, delvis riktig, forsøkt men feil, og ikke forsøkt. 56
Figur 3 Stolpediagram som illustrerer prosentvis forskjell på hvor mange elever i hver gruppe som valgte å forsøke eller ikke å forsøke på oppgave 1. 56
Figur 4 Stolpediagram som illustrerer prosentvis forskjell av hvor mange elever som løste oppgave 2 riktig, delvis riktig, forsøkt men feil, og ikke forsøkt. 57
Figur 5 Stolpediagram som illustrerer prosentvis forskjell på hvor mange elever i hver gruppe som valgte å forsøke eller ikke å forsøke på oppgave 2. 57
Figur 6 Stolpediagram som illustrerer prosentvis forskjell av hvor mange elever som løste oppgave 3 riktig, delvis riktig, forsøkt men feil, og ikke forsøkt. 58
Figur 7 Stolpediagram som illustrerer prosentvis forskjell på hvor mange elever i hver gruppe som valgte å forsøke eller ikke å forsøke på oppgave 3. 58
Figur 8 Stolpediagram som illustrerer prosentvis forskjell av hvor mange elever som løste oppgave 4 riktig, delvis riktig, forsøkt men feil, og ikke forsøkt. 59
Figur 9 Stolpediagram som illustrerer prosentvis forskjell på hvor mange elever i hver gruppe som valgte å forsøke eller ikke å forsøke på oppgave 4. 59
Figur 10 Stolpediagram som illustrerer prosentvis forskjell av hvor mange elever som løste oppgave 5 riktig, delvis riktig, forsøkt men feil, og ikke forsøkt. 60
Figur 11 Stolpediagram som illustrerer prosentvis forskjell på hvor mange elever i hver gruppe som valgte å forsøke eller ikke å forsøke på oppgave 5. 61
Figur 12 Stolpediagram som illustrerer prosentvis forskjell av hvor mange elever som løste oppgave 6 riktig, delvis riktig, forsøkt men feil, og ikke forsøkt. 62
Figur 13 Stolpediagram som illustrerer prosentvis forskjell på hvor mange elever i hver gruppe som valgte å forsøke eller ikke å forsøke på oppgave 6. 62

Tabelloversikt

Tabell 1 Oversikt over undervisningstemaer i intervensjonsperioden 25
Tabell 2 Oversikt over «Open Middle» undervisningsøkten 26
Tabell 3 Oversikt over karaktersnittet til utvalgsgruppe og kontrollgruppe til 1. termin og 2. termin i skoleåret 63

Vedlegg 1 – Samtykkeskjema utvalgsgruppe

Vil du delta i forskningsprosjektet

***"læringsstrategier innenfor dybdelæring fremmer faglig kompetanse i matematikk"*?**

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt. Formålet er å teste om ulike læringsstrategier innenfor dybdelæring fremmer faglig kompetanse i matematikk. I dette skrivet gir vi dere informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

Bakgrunn og formål
Vi er to lektorstudenter ved Universitetet i Stavanger. I løpet av juni 2020 skal vi levere inn vår masteroppgave som handler om hvordan ulike læringsstrategier innenfor dybdelæring fremmer faglig kompetanse hos eleven i matematikk. Vår foreløpige problemstilling er «Hvordan fremmer ulike læringsstrategier innenfor dybdelæring faglig kompetanse hos eleven i matematikk i skolen?» Dybdelæring er et viktig element som skal implementeres i de nye læreplanene 2020.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?
Universitetet i Stavanger.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?
Klassen er plukket ut som utvalgsgruppe fordi gruppen passer ønsket aldersnivå for prosjektet. Utvalgsgruppen egner seg videre med tanke på tilgjengelighet.

Hva innebærer det for deg å delta?
For å få svar på vårt forskningsspørsmål vil vi gjennomføre en intervensjon hvor deler av undervisningsøkter blir basert på disse læringsstrategiene innenfor dybdelæring. Undervisningen vil tilpasse seg undervisningsplanen til klassen. Faglærer og skole har godkjent at vi underviser klassen i **fire** uker.

Vi ønsker å undersøke faglig utbytte elever kan ha av læringsstrategier som fremmer dybdelæring, og hvordan elevene erfarer de ulike strategiene. Dersom eleven godtar deltakelse i forskningsprosjektet, vil eleven i etterkant av undervisningstimene delta i en test, for å undersøke det faglig utbytte.
Opplysningene som vil bli brukt i prosjektet er gjennomsnittet av klassens karakter i matematikk, før og etter intervensjonen. I tillegg til et intervju med åpne svar. I intervjuet vil elevenes tanker og refleksjoner om strategiene komme fram. Intervjuet vil bli tatt opp på lydfil, men du vil ikke kunne identifiseres med navn og identifiserende bakgrunnsopplysninger. Alle opplysninger vil behandles konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket til NSD – Norsk senter for forskningsdata AS. Elevene vil ikke kunne gjenkjennes med navn og andre identifiserende bakgrunnsopplysninger i publikasjonen.

Ved samtykke vil enkelte elevbesvarelser kunne bli publisert i oppgaven. Da kan elevens håndskrift bli publisert, men navn og identifiserende bakgrunnsopplysninger vil ikke fremkomme i den ferdigstilte oppgaven.

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?
Prosjektet skal etter planen avsluttes 15.juni 2020. Navn og identifiserende bakgrunnsopplysninger om deltakerne vil ikke bli publisert i oppgaven. Datamaterialet til prosjektet vil anonymiseres.

Det er frivillig å delta
Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykke tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle opplysninger om deg vil da bli anonymisert. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg. Det vil ikke påvirke ditt forhold til læreren.

Ved at elevene deltar i undersøkelsen, vil det øke refleksjon rundt valg av læringsstrategier i matematikk. Noe som er svært relevant med nye læreplaner som er på vei.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger
Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.
Masterkandiater Sunniva Fosnes Ramstad og Guro Vestly, og veiledere; Associate Professor Tyson Ritter og Professor Sigbjørn Hervik vil ha tilgang til opplysningene tilegnet i dette prosjektet.
Alle personopplysningene som tilegnes i dette prosjektet, (Navn og lydfil), vil bli lagret på en ekstern enhet med kodelås. Papirene vil bli makulert etter bruk. Lydfil vil bli slettet etter bruk.

Dine rettigheter
Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:
innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om deg,
å få rettet personopplysninger om deg,
få slettet personopplysninger om deg,
få utlevert en kopi av dine personopplysninger (dataportabilitet), og
å sende klage til personvernombudet eller Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?
Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra Universitetet i Stavanger / Institutt for matematikk og fysikk har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvor kan jeg finne ut mer?
Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:
Veileder Associate Professor Tyson Ritter tyson.ritter@uis.no

Veileder Professor Sigbjørn Hervik sigbjorn.hervik@uis.no
Masterkandidat Sunniva Fosnes Ramstad 236478@uis.no
Masterkandidat Guro Vestly 239535@uis.no
Vårt personvernombud: Rolf Jegervatn rolf.jegervatn@uis.no
NSD – Norsk senter for forskningsdata AS, på epost (personverntjenester@nsd.no) eller telefon: 55 58 21 17.

Med vennlig hilsen

Prosjektansvarlig
(Forsker/veileder)

Student

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet *«læringsstrategier innenfor dybdelæring fremmer faglig kompetanse i matematikk»*, og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til at:

- ☐ oppgaveløsningene fra intervensjonen og pedagogisk test kan brukes i forskningen.
- ☐ å delta i intervju etter intervensjonen.
- ☐ klassens gjennomsnittlige karakter vil bli brukt i den ferdigstilte oppgaven.

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet, ca. 15.juni 2020.

(Signert av prosjektdeltaker, dato)

Vedlegg 2 – Samtykkeskjema kontrollgruppe

Vil du delta i forskningsprosjektet

"læringsstrategier innenfor dybdelæring fremmer faglig kompetanse i matematikk"?

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt. Formålet er å teste om ulike læringsstrategier innenfor dybdelæring fremmer faglig kompetanse i matematikk. I dette skrivet gir vi dere informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

Bakgrunn og formål
Vi er to lektorstudenter ved Universitetet i Stavanger. I løpet av juni 2020 skal vi levere inn vår masteroppgave som handler om hvordan ulike læringsstrategier innenfor dybdelæring fremmer faglig kompetanse hos eleven i matematikk. Vår foreløpige problemstilling er «Hvordan fremmer ulike læringsstrategier innenfor dybdelæring faglig kompetanse hos eleven i matematikk i skolen?» Dybdelæring er et viktig element som skal implementeres i de nye læreplanene 2020.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?
Universitetet i Stavanger.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?
Klassen er plukket ut som kontrollgruppe fordi gruppen passer ønsket aldersnivå for prosjektet. Utvalgsgruppen egner seg videre med tanke på tilgjengelighet.

Hva innebærer det for deg å delta?
Vi ønsker å undersøke faglig utbytte elever kan ha av læringsstrategier som fremmer dybdelæring, og hvordan elevene erfarer de ulike strategiene. Dersom eleven godtar deltakelse i forskningsprosjektet, vil eleven følge ordinær undervisning med faglærer og deretter delta i en test, for å undersøke det faglig utbytte som kontrollgruppe.

Opplysningene som vil bli brukt i prosjektet er din karakter i matematikk, før og etter intervensjonen. Alle opplysninger vil behandles konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket til NSD – Norsk senter for forskningsdata AS. Elevene vil ikke kunne gjenkjennes med navn og andre identifiserende bakgrunnsopplysninger i publikasjonen.

Ved samtykke vil enkelte elevbesvarelser kunne bli publisert i oppgaven. Da kan elevens håndskrift bli publisert, men navn og identifiserende bakgrunnsopplysninger vil ikke fremkomme i den ferdigstilte oppgaven.

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?
Prosjektet skal etter planen avsluttes 15.juni 2020. . Navn og identifiserende bakgrunnsopplysninger om deltakerne vil ikke bli publisert i oppgaven. Datamaterialet til prosjektet vil anonymiseres.

Det er frivillig å delta
Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykke tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle opplysninger om deg vil da bli anonymisert. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg. Det vil ikke påvirke ditt forhold til læreren.

Ved at elevene deltar i undersøkelsen, vil det øke refleksjon rundt valg av læringsstrategier i matematikk. Noe som er svært relevant med nye læreplaner som er på vei.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger
Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.
Masterkandiater Sunniva Fosnes Ramstad og Guro Vestly, og veiledere; Associate Professor Tyson Ritter og Professor Sigbjørn Hervik vil ha tilgang til opplysningene tilegnet i dette prosjektet.
Alle personopplysningene som tilegnes i dette prosjektet, (Navn og lydfil), vil bli lagret på en ekstern enhet med kodelås. Papirene vil bli makulert etter bruk. Lydfil vil bli slettet etter bruk.

Dine rettigheter
Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:
innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om deg,
å få rettet personopplysninger om deg,
få slettet personopplysninger om deg,
få utlevert en kopi av dine personopplysninger (dataportabilitet), og
å sende klage til personvernombudet eller Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?
Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra Universitetet i Stavanger / Institutt for matematikk og fysikk har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvor kan jeg finne ut mer?
Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:
Veileder Associate Professor Tyson Ritter tyson.ritter@uis.no
Veileder Professor Sigbjørn Hervik sigbjorn.hervik@uis.no
Masterkandidat Sunniva Fosnes Ramstad 236478@uis.no
Masterkandidat Guro Vestly 239535@uis.no
Vårt personvernombud: Rolf Jegervatn rolf.jegervatn@uis.no
NSD – Norsk senter for forskningsdata AS, på epost (personverntjenester@nsd.no) eller telefon: 55 58 21 17.

Med vennlig hilsen

Prosjektansvarlig
(Forsker/veileder)

Student

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet *«læringsstrategier innenfor dybdelæring fremmer faglig kompetanse i matematikk»*, og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til at:

oppgaveløsningene fra pedagogisk test kan brukes i forskningen.
klassens gjennomsnittlige karakter vil bli brukt i den ferdigstilte oppgaven.

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet, ca. 15.juni 2020.

(Signert av prosjektdeltaker, dato)

Vedlegg 3 – Faglig test

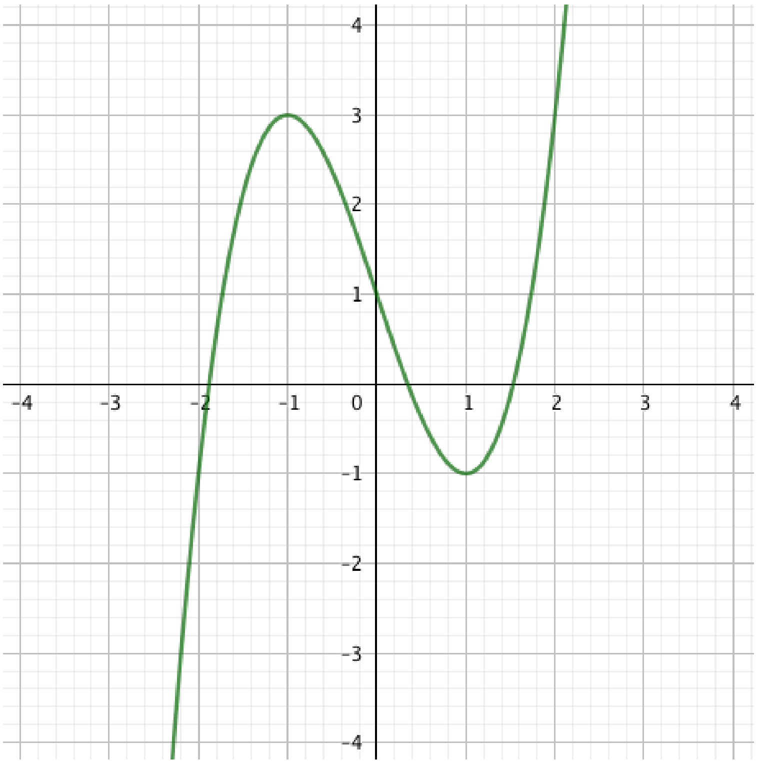
FORSTÅELSE AV FUNKSJONER OG VEKST

1. Hva må c være slik at $f(x) = x^2 - 4x + c$ har akkurat et nullpunkt.

La $f(x) = 3x^3$, $g(x) = 3x^{-3}$, $h(x) = -3x^3$, og $k(x) = -3x^{-3}$

2. Hvilke av disse funksjonene blir mindre når x blir større?

3. Tvillingene Aksel og Bertha får noen penger på sparekontoen når de blir født. Aksel får 100kr på en sparekonto der han får 20% renter per år (vekstfaktor 1,2). Bertha får 1000kr på en sparekonto der hun får 2% renter hvert år (vekstfaktor 1,02). På hvilken bursdag vil Aksel for første gang ha mer penger på sparekontoen enn Berta?
4. Tone legger 100 kr inn på en sparekonto med konstant fast rente. Etter 1 år har tone 133 kr på sparekontoen. Hvor mye vil hun ha etter 2 år?



5. La punkt B = (0,1) som ligger på grafen. Finn et punkt A og C slik at den gjennomsnittlige vekstfarten fra A til B er 1, og slik at den gjennomsnittlige vekstfarten fra B til C er også 1.
6. Hvor mange punkter på grafen er den momentane vekstfarten lik 0? Hvilke/t punkter er det?

Vedlegg 4 – Intervjuguide

I dette intervjuet skal vi snakke litt om hvordan dere opplever matematikkfaget og hvilke ønsker dere har for hvordan matematikkundervisningen skal foregå. I perioden med intervensjonen har dere fått prøvd andre måter å løse matematiske oppgaver. Vi skal snakke litt om hvordan dere opplever disse måtene i forhold til hva dere er vant med fra tidligere undervisning. Når vi snakker om tidligere undervisning, er det viktig at hvis dere vil nevne andre lærere eller elever, så omtaler dere disse ikke ved deres eget navn, men ved "lærer" og "elev". Deres eget navn eller identifiserende bakgrunnsopplysninger vil heller ikke fremkomme i dette intervjuet. Dette er et intervju som tas opp. Samtykker du til opptak av dette intervjuet?

Holdninger til matematikk

Når du hører ordet matematikk, hva tenker du da?

- Fortell meg litt mer, hvordan forhold har du til det?
- Hva tenker du før du skal ha matte? Hvorfor?
- Hva er kjekt med matematikk?
- Hvorfor trenger du matematikk for fremtiden?

Matematikkundervisningen

- Hvordan er du vant med at matematikktimen foregår?
- Hvordan ønsker du at matematikktimen foregå slik at du mestrer mest og er mest motivert?
-

Open middle math

- Hvordan opplever du oppgavene vi har jobbet med i timene i dette kapittelet i forhold til tidligere kapitler? Hvordan fremmer dette arbeidslysten, forståelse, motivasjon?
- Føler du at du behersker oppgavene som blir gitt?
- Hva gjør du dersom du møter en vanskelig oppgave?
- Hvilke egenskaper fremmer / fremmer ikke disse oppgavene?

Motivasjon, arbeidslyst og gjennomførbarhet.

Vedlegg 5 – «Strategy Tracker»

Strategi	**Elevenes navn og notater**	**Rekkefølge**
Gjetting og sjekking (Elevene plasserer tilfeldig siffer i hver boks og sjekker om det fungerer. Bruker mange forsøk)		
Bytting av sifrene (Elevene har forståelse, og bytter om for å få en eventuell motsatt løsning)		
Bruk av illustrasjoner (Elevene får forståelse av å tegne hvordan grafen burde se ut)		
Feiltakelser i beregninger (Elevene husker ikke standard regneregler)		

Vedlegg 6 – Elevenes «worksheet»

Første forsøk:	Poeng: ___/2 ___/2 forklaring
Hva lærte du fra dette forsøket? Hvordan vil strategien endres på ditt neste forsøk?	

Andre forsøk:	Poeng: ___/2 ___/2 forklaring
Hva lærte du fra dette forsøket? Hvordan vil strategien endres på ditt neste forsøk?	

Tredje forsøk: Poeng: ___/2 ___/2 forklaring

Hva lærte du fra dette forsøket? Hvordan vil strategien endres på ditt neste forsøk?

Fjerde forsøk: Poeng: ___/2 ___/2 forklaring

Hva lærte du fra dette forsøket? Hvordan vil strategien endres på ditt neste forsøk?

Femte forsøk: Poeng: ___/2 ___/2 forklaring   Hva lærte du fra dette forsøket? Hvordan vil strategien endres på ditt neste forsøk?

Sjette forsøk: Poeng: ___/2 ___/2 forklaring   Hva lærte du fra dette forsøket? Hvordan vil strategien endres på ditt neste forsøk?

Vedlegg 7 – «Open Middle» problemene

OMM - 5.1 POLYNOMFUNKSJONER

Problem 1

Funksjonen f er gitt ved

$f(x) = x^2 - x - 2$

a) Fyll inn i tabellen

x	-2	-1	0	1	2	3
f(x)						

b) Tegn grafen til f uten digitalt hjelpemiddel.

c) Finn nullpunkter og ekstremalpunkt til f.

Problem 2

Funksjonen g er gitt ved

$$g(x) = x^2 - 5x + \boxed{}$$

Fyll inn tall fra -9 til 9 i boksen slik at grafen ikke har noen nullpunkter.

Problem 3

Funksjonen h er gitt ved

$$h(x) = -\,x^2 - 6x + \boxed{}$$

Fyll inn tall fra -9 til 9 i boksen slik at grafen ikke har noen nullpunkter.

Problem 4

Funksjonen k er gitt ved

$$k(x) = x^2 - \boxed{}\,x + \boxed{}$$

Fyll inn tall fra 0 til 9 slik at man har et ekstremalpunktet nærmest mulig (3,-4). Ikke bruk samme tall flere ganger.

Problem 5

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^{\boxed{}} + x^{\boxed{}} + x^{\boxed{}}$$

Fyll inn tall fra 0-9 i eksponentene slik at det er 3 ekstremalpunkter.

Ikke bruk samme tall flere ganger.

Problem 6

Fyll inn i tabellen tall fra -9 til 9 slik at det representerer en polynomfunksjon av andre grad.

x					
y					

OMM - 5.3 POTENS- & ROTFUNKSJONER

Problem 1

Funksjonen f er gitt ved

$f(x) = x^{-1}$

d) Fyll inn i tabellen

x	1/8	1/4	1/2	1	2	4	8
f(x)							

e) Tegn grafen til f uten digitalt hjelpemiddel.

Problem 2

Funksjonen g er gitt ved

$g(x) = \boxed{}\; x^{\boxed{} - \boxed{}}$

Fyll inn tall fra 1 til 9 i de tomme boksene slik at

1. $g(1) < g(2)$

   Dette betyr at y-verdien når x = 1 er mindre enn når x = 2.

Ikke bruk samme tall flere ganger.

Nå gjør det samme som ovenfor bare at nå skal det gjelde at;

2. $g(1) > g(2)$

   Dette betyr at y-verdien når x = 1 er større enn når x = 2.

Du kan bruke samme tall som i 1, men ikke bruk tallene flere ganger.

Problem 3

Bruk tall fra 1 til 9 til å lage to funksjonsuttrykk. Ikke bruk samme tall flere ganger.

$$h(x) = \square \; x^{\square}$$

$$k(x) = \square \; x^{\square}$$

slik at for enhver verdi av

$x \geq 0$ (x er større eller lik 0),

vil

$h(x) \geq k(x)$ (h(x) alltid være større eller lik k(x)).

Bruk GeoGebra til å løse denne oppgaven.

Problem 4

Funksjonen m er gitt ved

$$m(x) = \sqrt{x^2 + \square} - \square$$

Bruk tall fra 1 til 9 slik at m har to nullpunkter på $x = \pm 4$, og skjærer y-aksen i $y = -2$. Ikke bruk samme tall flere ganger.

OMM - 5.5 EKSPONENTIALFUNKSJONER

Problem 1

Folketallet i et land er i dag 92 millioner og øker med 2,3 % i året.

a) Finn et uttrykk for folketallet F(x) om x år.

b) Finn folketallet om fem år og for fem år siden.

c) Tegn en graf som viser utviklingen av folketallet i de neste 40 årene.

d) Finn ut fra grafen når folketallet er fordoblet.

Problem 2

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = \boxed{} * \boxed{}^{\,x}$$

Fyll inn desimaltall fra -2 til 2 i de tomme boksene slik at

3. f(1) < f(2)

   Dette betyr at y-verdien når x = 1 er mindre enn når x = 2.

Ikke bruk samme tall flere ganger.

Problem 3

Funksjonen g er gitt ved

$$g(x) = \boxed{} * \boxed{}^{\,x}$$

Fyll inn desimaltall fra -2 til 2 i de tomme boksene slik at

1. g(1) > g(2)

   Dette betyr at y-verdien når x = 1 er større enn når x = 2.

Ikke bruk samme tall flere ganger.

OMM – GJENNOMSNITTLIG VEKSTFART

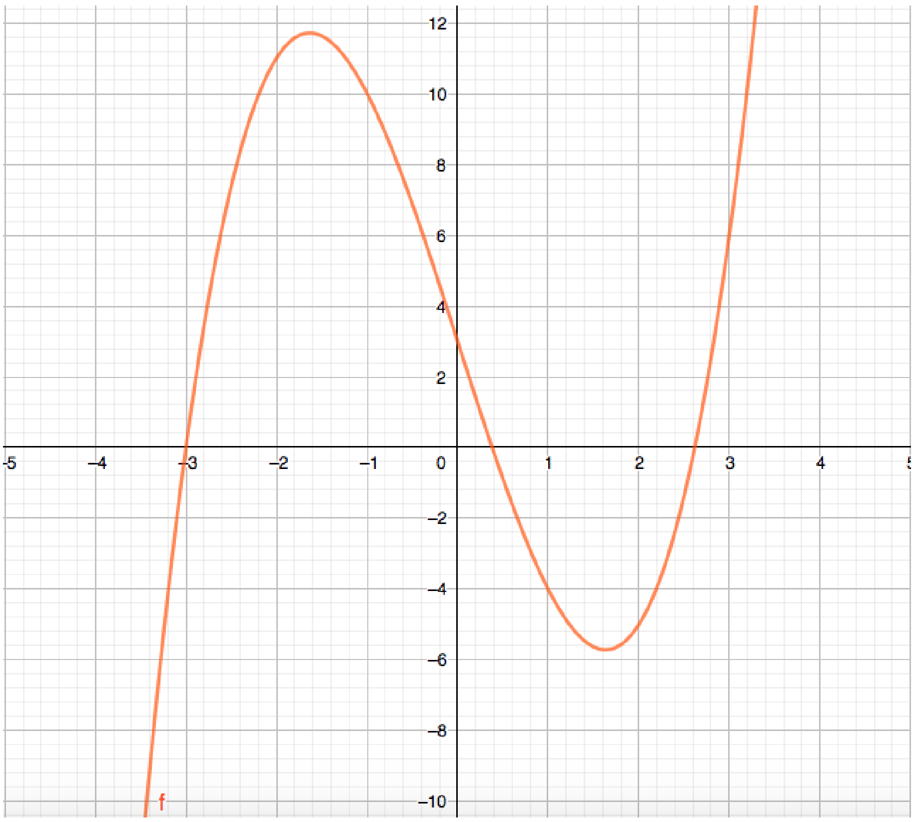
Problem 1

Høyden av ei gran målt i meter t år etter at den ble plantet og til den er 50 år, er gitt ved

$h(t) = -\,0{,}0003t^3 + 0{,}025t^2$

a) Finn høyden av grana etter, 10 år, 20 år og 40 år.
b) Finn ved regning den gjennomsnittlige vekstfarten til grana i periodene
    1) Fra 10 år til 20 år
    2) Fra 20 år til 40 år

Problem 2



a) Bruk tall fra -10 til 10 til å finne den gjennomsnittlige vekstfarten når den er -7:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\square - \square}{\square - \square}$$

Kun bruk hele tall, og ikke bruk samme tall flere ganger.

b) Bruk tall fra -10 til 10 til å finne to steder på grafen der den gjennomsnittlige vekstfarten er -1:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\boxed{} - \boxed{}}{\boxed{} - \boxed{}}$$

Kun bruk hele tall, og ikke bruk samme tall flere ganger..

Vedlegg 8 – Meldeforløp NSD

Dato	Handling	Spørsmål
31.01.2020	Prosjektet ble meldt til NSD	
24.02.2020	Tilbakemelding fra NSD	NSD ønsker mer informasjon om innsamling av data, og ønsker endring fra anonym deltakelse til at det ikke vil komme frem bakgrunnsindentifiserende opplysning.
07.03.2020	Endringer er blitt gjort slik som NSD ønsket.	
07.03.2020	NSD bekrefter mottatt meldeskjema etter endringer.	
11.03.2020	Tilbakemelding fra NSD	NSD ønsker informasjon om hvordan karakterer innsamles, og datainnsamling for kontrollgrupper.
15.03.2020	Informasjon til NSD og ny innsending av meldeskjema.	Det er snittkarakter for utvalgsgruppene og kontrollgruppene vil bli innsamlet, dermed vil ikke karakterer bli knyttet til enkeltpersoner. Kontrollgruppene skal kun delta på matematisk test.
15.03.2020	NSD bekrefter mottatt meldeskjema etter ytterligere informasjon.	
17.03.2020	Meldeskjema er vurdert av NSD.	Vurdering: Behandling av personopplysninger i prosjektet vil være i samsvar med personvernlovgivningen.

Vedlegg 9 – Informasjonsskriv til skolen

Informasjonsskriv til skole for deltakelse i forskningsprosjekt

Bakgrunn og formål
Ettersom dybdelæring vil fra skoleåret 2020 bli praktisert i undervisningen, har jeg valgt å skrive min master oppgave om dette. Formålet med prosjektet er å undersøke hvordan ulike læringsstrategier rettet mot dybdelæring i matematikk påvirker det faglige utbytte til elevene.

Prosjektet vil bli gjennomført sammen med medstudent Guro Vestly, og behandlingsansvarlige Tyson Ritter og Sigbjørn Hervik.

Problemstilling/ forskningsspørsmål
I hvilken grad kan ulike læringsstrategier innenfor dybdelæring fremme faglig kompetanse i matematikk for elever i skolen?

Hva innebærer deltakelse i studien?
Dersom skolen ønsker å delta i studien, vil det være nødvendig å bruke to klasser. Den ene klassen vil fungere som utvalgsgruppen. For denne klassen vil undervisningen basere seg på læringsstrategier rettet mot dybdelæring gjennom en bestemt periode. Undervisningsopplegget, tema og tidspunkt godkjennes av faglærer for klassen. Etterfulgt av undervisningsperioden vil utvalgsgruppen gjennomføre en skriftlig test. Testen vil fungere som en matematikkprøve, hvor faglig utbytte og forståelse til hver enkelt elev vil bli testet.

Den andre klassen vil fungere som en kontrollgruppe. Denne klassen følger en ordinær undervisning som faglærer for klassen selv styrer. Etter intervensjonen vil kontrollgruppen gjennomføre samme matematikkprøve som utvalgsgruppen. Resultatet på prosjektet vil basere seg på de ulike prestasjonene utvalgsgruppen og kontrollgruppen gjør.

Etterfulgt av testen vil enkeltelever fra utvalgsklassen bli plukket ut til intervju. Respondentene vil bli spurt om spørsmål om undervisningen angående motivasjon, arbeidslyst og gjennomførbarhet.

Frivillig deltakelse
Det vil være frivillig for elevene å delta i studien. Elevene vil få delt ut et samtykkeskjema, hvor de godkjenner deltakelsen i studien. Det er elever med undertegnet samtykkeskjema som vil bli betraktet i studien. Hvis eleven velger å delta, kan de når som helst trekke samtykke tilbake gjennom intervensjonen.

Personvern og rettigheter
Vi vil ta hensyn til personvern og taushetsplikt innenfor skolens reglement og NSD's retningslinjer.

Samtykke

Jeg har mottatt og forstått informasjon om Dybdelæring i matematikk, og har fått anledning til å stille spørsmål.

På vegne av skolen samtykker jeg til deltakelse til prosjektet.

....
(Signatur, dato)