



Universitetet  
i Stavanger

DET TEKNISK-NATURVITENSKAPELIGE FAKULTET  
**BACHELOROPPGAVE**

Studieprogram/spesialisering: Byggingeniør – Bachelorstudium i ingeniørfag/ Konstruksjonsteknikk	Vårsemesteret, 2021 <b>Åpen</b> / Konfidensiell
Forfatter: Serhat Yasar, Samson Bjørke Kallestad, Josefine Dawes	<i>Serhat Yasar</i> ..... <i>Samson B. Kallestad</i> ..... <i>Josefine Dawes</i> ..... signatur (er)
Faglig ansvarlig: Sudath C. Siriwardane Veileder(e): Sudath C. Siriwardane	
Tittel på oppgaven: Vippekapasitet til stålbjelker: Elementsimulering for design ved grensetilstand.  Engelsk tittel: Lateral-torsional buckling capacity of steel beams: Finite element simulation for advanced limit state design.	
Studiepoeng: 20	
Emneord: Steelbeam, buckling capacity, lateral-torsional buckling, elastic critical moment, IPE-beam, fire.  Stålbjelke, vippekapasitet, vippemoment, elastisk kritisk vippemoment, IPE-bjelke, brann.	Sidetall: 90 + vedlegg/annet: 49 Stavanger, 07-05-2021  Dato/år

## Abstract

This thesis focuses on design methods related to steel beams subjected to lateral torsional buckling. In order to achieve good solutions when constructing buildings that contain steel beams, the design methods must be useful both when it comes to safety and in terms of economic and visual factors. Eurocode 3 provides various methods for designing steel beams exposed to lateral torsional buckling. These design methods are described as conservative in several of the cases, and it is therefore interesting to examine how conservative they are. Eurocode 3 does not provide a method for calculating critical buckling moment, which is an important factor for calculating the buckling capacity of structural steel beams. In this thesis we therefore use different methods from other sources to see whether these methods are beneficial as a design method in interaction with Eurocode 3. To investigate the design methods further, we have made various attempts to find the buckling capacity of steel beams.

The thesis contains facts about the behavior and properties of steel beams, and the methods for design are described. Calculations have been made on IPE beams according to given methods. The experiments were performed in the software ANSYS Workbench, where eigenvalue- and nonlinear-analysis are simulated. The purpose of the simulation in ANSYS is to compare it to the values obtained by the calculations according to Eurocode 3. In addition to this comparison, values are also derived for the modification factor  $\alpha_m$  used in Eurocode's design methods. The results from the analysis suggest that Eurocode's methods are fairly well adapted to an average case, but do not give accurate results for the individual case.

In the second part of this thesis the focus is to investigate the buckling capacity of steel beams during fire. The design methods in Eurocode 3 for structural steel beams exposed to lateral torsional buckling during fire are even more limited than at room temperature. Therefore, we also conduct similar investigations for IPE beams exposed to fire. In this case, it is especially the design methods for beams in cross-section class 4 that are very limited, and this thesis therefore addresses this issue. The results of the analysis suggest that the design methods in Eurocode 3 are too conservative and that the recommended critical temperature of 350°C should be adjusted.

## Sammendrag

Denne oppgaven retter seg mot designmetoder knyttet til stålbjelker utsatt for lateralt vippemoment. For å kunne oppnå gode løsninger ved konstruering av bygg som inneholder stålbjelker, er designmetodene nødt til å være nyttige både når det kommer til sikkerhet og med hensyn til økonomiske og visuelle faktorer. I Eurokode 3 er det gitt ulike metoder for design av stålbjelker utsatt for vippemoment. Disse designmetodene er i flere av tilfellene beskrevet som konservative, og det er derfor interessant å undersøke hvor konservative de faktisk er. Eurokode 3 gir ingen metode for beregning av kritisk vippemoment, som er en viktig faktor for beregning av den faktiske vippekapasiteten til strukturelle stålbjelker. I denne oppgaven tar vi derfor i bruk ulike metoder fra andre kilder for å se hvorvidt disse metodene er gunstige som designmetode i samspill med Eurokode 3. For å undersøke designmetodene nærmere har vi gjort ulike forsøk på måter å finne stålbjelkers vippekapasitet.

Opgaven inneholder teori om stålbjelkers oppførsel og egenskaper, og metodene for design er beskrevet. Det er også utført beregninger på IPE-bjelker etter gitte metoder. Forsøkene er utført i simuleringsprogramvaren ANSYS Workbench, hvor egenverdi-analyse og ikke-lineær analyse er simulert. Hensikten med simuleringen i ANSYS er å sammenligne verdiene med verdiene oppnådd ved beregningene etter designmetodene i Eurokode 3. I tillegg til denne sammenligningen, er det også utledet verdier for modifikasjonsfaktoren  $\alpha_m$  som brukes i Eurokodes designmetoder. Resultatene fra analysen antyder at Eurokodes metoder er nokså godt tilpasset et gjennomsnittlig tilfelle, men gir ikke nøyaktige nok resultater for det enkelte tilfellet.

Andre del av denne oppgaven går ut på undersøkelser av stålbjelkers vippekapasitet under brann. Designmetodene i Eurokode 3 for strukturelle stålbjelker utsatt for lateralt vippemoment under brann er enda mer begrenset enn ved romtemperatur. Vi utfører derfor også lignende undersøkelser for IPE-bjelker utsatt for brann. I dette tilfellet er det spesielt designmetodene for bjelker i tverrsnittklasse 4 som er svært begrenset, og denne oppgaven tar derfor for seg denne problemstillingen. Resultatene fra analysen antyder at designmetodene i Eurokode 3 er for konservative, og at den anbefalte kritiske temperaturen på 350°C bør vurderes justert.

## **Forord**

Vi ønsker å rette en stor takk til vår veileder Sudath Siriwardane ved det teknisk-naturvitenskapelige fakultet ved Universitetet i Stavanger for god oppfølging og veiledning gjennom arbeidet til denne oppgaven. Til tross for strenge restriksjoner grunnet Korona viruset har vi løst samarbeidet på en god måte.

Samson Bjørke Kallestad, Serhat Yasar og Josefine Dawes  
Stavanger, 7. Mai 2021.

# Innholdsfortegnelse

Abstract .....	i
Sammendrag .....	ii
Forord .....	iii
Figurer .....	vii
Tabeller.....	viii
Symboler .....	x
1. Innledning .....	1
1.1 Bakgrunn .....	1
1.2 Hensikt.....	1
1.3 Avgrensning .....	2
1.4 Oppsett .....	3
2. Strukturelle stålbjelkers oppføring .....	4
2.1 Introduksjon.....	4
2.2 Bjelketyper.....	5
2.3 Oppføring hos stålbjelker .....	7
2.4 Imperfeksjoner .....	8
2.4.1 Geometriske imperfeksjoner .....	9
2.4.2 Materielle imperfeksjoner .....	9
3. Designmetoder for Stålbjelker .....	10
3.1 Introduksjon.....	10
3.2 Tverrsnittklasser .....	10
3.2.1 Beregningsmetode for tverrsnittklasse .....	10
3.2.2 Beregning av tverrsnittklasse.....	12
3.3 Tverrsnittskapasitet.....	13
3.3.1 Bøyningsmoment.....	13
3.3.2 Strekk.....	14
3.3.3 Trykk .....	15
3.3.4 Skjær.....	16
3.3.5 Torsjon.....	17
3.3 Lateral torsjonal vipping .....	17
3.3.2 Vippekapasitet.....	17
3.3.3 Vippemoment .....	23
4. Beregninger etter designmetoder for stålbjelker.....	27
4.1 Introduksjon.....	27
4.2 Kalkulering av vippemoment .....	27

4.2.1	Kalkulering av vippemoment, fra <i>The Behavior and Design of Steel Structures to EC3</i> [2]27	
4.2.2	Kalkulering av vippemoment, fra <i>Stålkonstruksjoner</i> [9] .....	28
4.2.3	Kalkulering av vippemoment ved bruk av LTBeam.....	29
4.3	Kalkulering av vippekapasitet.....	30
4.3.1	Kalkulering av vippekapasitet etter 3.4.1.1 .....	30
4.3.2	Kalkulering av vippekapasitet etter 3.4.1.2.....	31
4.3.3	Kalkulering av vippekapasitet etter 3.4.1.3.....	32
4.3.4	Kalkulering av vippekapasitet etter 3.4.1.4.....	33
5.	ANSYS analyse .....	34
5.1	Introduksjon.....	34
5.2	Lineært vippemoment.....	34
5.2.1	Metode.....	34
5.2.2	Eksperimentell testing.....	35
5.2.3	Utførelse.....	36
5.2.4	Resultater.....	39
5.3	Ikke-lineært vippemoment .....	43
5.3.1	Metode.....	43
5.3.2	Utførelse.....	44
5.3.3	Resultater.....	46
6.	Utledning av modifikasjonsfaktor for vippemoment .....	51
6.1	Utrekning av modifikasjonsfaktor for ett-punktlast.....	51
6.2	Utrekning av modifikasjonsfaktor for to-punktlast.....	52
6.3	Analyse av resultat for modifikasjonsfaktor .....	53
7.	Sammenligning og diskusjon .....	56
7.1	Sammenligning av teoretiske og simulerte verdier.....	56
7.1.1	Kritisk vippemoment, $M_{cr}$ .....	56
7.1.2	Vippekapasitet, $M_{b,Rd}$ .....	57
7.1.3	Modifikasjonsfaktor, $\alpha_m$ .....	58
7.2	Sammenligning med tidligere bachelor oppgave .....	59
7.2.1	Resultater fra bachelor oppgave, <i>Vippemoment til IPE-bjelker: Eksperimentell studie</i> , av Erik Kalvig Meling og Mats Hagland Hansen.....	60
7.2.2	Vippekapasitet, $M_{b,Rd}$ .....	62
7.2.3	Kritisk vippemoment, $M_{cr}$ .....	62
7.2.4	Modifikasjonsfaktor, $\alpha_m$ .....	64
8.	Vippekapasitet ved stålbjelker utsatt for brann .....	66
8.1	Introduksjon.....	66

8.2	Metode for beregning av vippekapasitet under brann.....	67
8.2.1	Designmetoder etter Eurokode 3 .....	68
8.2.2	Begrensninger ved designmetode etter Eurokode 3 .....	72
8.2.3	Beregning av bjelkekapasitet under brann etter Eurokode 3 .....	73
8.3	Simulering av stålbjelker utsatt for vippemoment under brann i ANSYS .....	75
8.3.1	Forberedelse til simulering .....	75
8.3.2	ANSYS simulering for tverrsnittklasse 4 .....	77
8.4	Analyse av resultat.....	81
8.4.1	Sammenligning av resultater fra Eurokode 3 og ANSYS .....	82
9.	Konklusjon .....	85
9.1	Feilkilder .....	85
9.2	Konklusjon basert på sammenligning og diskusjon.....	86
9.3	Videre arbeid.....	88
	Referanser .....	89
	Vedlegg A .....	91
	Vedlegg B .....	102
	Vedlegg C .....	124

## Figurer

Figur 2-1: Ideell spenningskurve for stål [2] .....	4
Figur 2-2: Spenningskurve for stål [2] .....	5
Figur 2-3: Bjelketyper [4] .....	6
Figur 2-4: Bjelke utsatt for vipping [10].....	8
Figur 3-1: Forenklet metode for reduksjonsfaktor .....	22
Figur 3-2: Vipping av fritt opplagt bjelke [2] .....	24
Figur 3-3: I-bjelke med sentrert konsentrert last.....	25
Figur 5-1: Flytskjema for egenverdianalyse i ANSYS Workbench .....	34
Figur 5-2: IPE bjelke.....	36
Figur 5-3: Tverrsnitt IPE100.....	36
Figur 5-4: Sidevisning IPE100, L=1.5m .....	36
Figur 5-5: Last- og støttebetingelser for ett-punktlast i ANSYS .....	37
Figur 5-6: Støttebetingelser .....	37
Figur 5-7: Skjær- og momentdiagram for bjelker - ett-punktlast [11].....	38
Figur 5-8: Skjær- og momentdiagram for bjelker - to-punktlast [11].....	38
Figur 5-9: Total deformasjon i optimal vippemodul .....	39
Figur 5-10: Lastmultiplikator for ulike modus for IPE100, L = 1,5m.....	39
Figur 5-11: Kurve for lineært og ikke-lineært vippemoment [13].....	43
Figur 5-12: Flytskjema for ikke-lineær analyse i ANSYS Workbench.....	44
Figur 5-13: Deformert IPE-bjelke etter ikke-lineær analyse.....	45
Figur 5-14: Fremstilling av vippekapasitet etter ikke-lineær analyse i ANSYS.....	45
Figur 5-15: IPE100 - Punktdiagram som viser trenden til vippekapasitet.....	47
Figur 5-16: IPE120 - Punktdiagram som viser trenden til vippekapasitet.....	47
Figur 5-17: IPE140 - Punktdiagram som viser trenden til vippekapasitet.....	48
Figur 5-18: IPE160 - Punktdiagram som viser trenden til vippekapasitet.....	48
Figur 5-19: IPE180 - Punktdiagram som viser trenden til vippekapasitet.....	48
Figur 5-20: IPE200 - Punktdiagram som viser trenden til vippekapasitet.....	49
Figur 5-21: IPE220 - Punktdiagram som viser trenden til vippekapasitet.....	49
Figur 6-1: Grafisk fremstilling av modifikasjonsfaktor for ett-punktlast .....	54
Figur 6-2: Grafisk fremstilling av modifikasjonsfaktor for to-punktlast.....	55
Figur 7-1: Grafisk fremstilling av modifikasjonsfaktor for ett-punktlast – fra eksperimentelt forsøk, tidligere bachelor .....	61
Figur 7-2: Grafisk fremstilling av modifikasjonsfaktor for ett-punktlast – fra eksperimentelt forsøk, tidligere bachelor .....	61
Figur 8-1: Relativ termisk forlengelse av karbonstål som en funksjon av temperaturen .....	67
Figur 8-2: er tverrsnittfaktor for ubeskyttet stålbjelke.....	71
Figur 8-3: IPE-bjelke, tverrsnittklasse 4 .....	73
Figur 8-4: Temperaturavhengige reduksjonsfaktorer [6] .....	75
Figur 8-5: Klasse 4 bjelke utsatt for lokal vipping i steget .....	78
Figur 8-6: Deformert IPE1540 Bjelke utsatt for horisontal last.....	79
Figur 8-7: Deformert IPE-bjelke etter ikke-lineær analyse for brann-situasjon.....	80
Figur 8-8: Vippekapasitet for stålbjelke i tverrsnittklasse 4.....	81
Figur 8-9: Utnyttelsesgrad for last- og termisk metode, L = 8m.....	82
Figur 8-10: Utnyttelsesgrad for last- og termisk metode, L = 10m .....	83
Figur 8-11: Utnyttelsesgrad for last- og termisk metode, L = 12m .....	83



## Tabeller

Tabell 1-1: Tverrsnitt dimensjoner og geometriske egenskaper [9] .....	2
Tabell 1-2: Materielle egenskaper.....	3
Tabell 3-1: Klassifisering av tverrsnitt for steg [8].....	11
Tabell 3-2: Klassifisering av tverrsnitt for flens [8].....	12
Tabell 3-3: Beregninger av tverrsnittklasse [9] .....	13
Tabell 3-4: Dimensjonerende momentkapasitet [9] .....	14
Tabell 3-5: Dimensjonerende strekk kapasitet [9] .....	15
Tabell 3-6 Dimensjonerende aksial trykkraft kapasitet [9] .....	15
Tabell 3-7: Dimensjonerende skjærkraft kapasitet [9] .....	16
Tabell 3-8: Imperfeksjonsfaktorer for knekkurver for vipping .....	18
Tabell 3-9: Knekkurver for vipping ved bruk av formel (3.19).....	19
Tabell 3-10: Knekkurver for vipping ved bruk av formel (3.22) .....	19
Tabell 3-11: Korreksjonsfaktor $k_c$ [8].....	20
Tabell 3-12: Modifikasjonsfaktor for fritt opplagte bjelker [2] .....	21
Tabell 4-1: $M_{cr}$ for sentrert konsentrert last etter 3.4.2.3 .....	27
Tabell 4-2: $M_{cr}$ for to-punktlast etter 3.4.2.4 .....	28
Tabell 4-3: $M_{cr}$ for ett-punktlast etter 3.4.2.5 .....	28
Tabell 4-4: $M_{cr}$ for to-punktlast etter 3.4.2.5 .....	28
Tabell 4-5: $M_{cr}$ for ett-punktlast etter 3.4.2.6 .....	29
Tabell 4-6: $M_{cr}$ for to-punktlast etter 3.4.2.6 .....	29
Tabell 4-7: Vippekapasitet etter metode 3.4.1.1 for ett-punktlast .....	30
Tabell 4-8: Vippekapasitet etter metode 3.4.1.1 for to-punktlast .....	30
Tabell 4-9: Vippekapasitet etter metode 3.4.1.2 for ett-punktlast .....	31
Tabell 4-10: Vippekapasitet etter metode 3.4.1.2 for to-punktlast .....	31
Tabell 4-11: Vippekapasitet etter metode 3.4.1.3 for ett-punktlast .....	32
Tabell 4-12: Vippekapasitet etter metode 3.4.1.3 for to-punktlast .....	32
Tabell 4-13: Vippekapasitet etter metode 3.4.1.4 for ett-punktlast .....	33
Tabell 4-14: Vippekapasitet etter metode 3.4.1.4 for to-punktlast .....	33
Tabell 5-1: ANSYS: Kritisk vippemoment for ett-punktlast .....	40
Tabell 5-2: ANSYS: Kritisk vippemoment for to-punktlast.....	40
Tabell 5-3: ANSYS: Vippekapasitet etter metode 3.4.1.1 for ett-punktlast .....	41
Tabell 5-4: ANSYS: Vippekapasitet etter metode 3.4.1.1 for to-punktlast .....	41
Tabell 5-5: ANSYS: Vippekapasitet etter metode 3.4.1.2 for ett-punktlast .....	41
Tabell 5-6: ANSYS: Vippekapasitet etter metode 3.4.1.2 for to-punktlast .....	42
Tabell 5-7: ANSYS: Vippekapasitet etter metode 3.4.1.3 for ett-punktlast .....	42
Tabell 5-8: ANSYS: Vippekapasitet etter metode 3.4.1.3 for to-punktlast .....	42
Tabell 5-9: Vippekapasitet fra simulasjon i ANSYS for ett-punktlast.....	46
Tabell 5-10: Vippekapasitet fra simulasjon i ANSYS for to-punktlast .....	46
Tabell 5-11: Test-analyse i ANSYS for undersøkelse av vippekapasitet trend .....	50
Tabell 6-1: Metode 3.4.2.3 - Modifikasjonsfaktor for ett-punktlast etter kritisk vippemoment fra ANSYS .....	51
Tabell 6-2: Metode 3.4.2.5 - Modifikasjonsfaktor for ett-punktlast etter kritisk vippemoment fra ANSYS .....	52
Tabell 6-3: Metode 3.4.2.4 - Modifikasjonsfaktor for to-punktlast etter kritisk vippemoment fra ANSYS .....	52
Tabell 6-4: Metode 3.4.2.5 - Modifikasjonsfaktor for to-punktlast etter kritisk vippemoment fra ANSYS .....	53
Tabell 6-5: Gjennomsnitt og utvalgsstandardavvik for modifikasjonsfaktor – ett- punktlast.....	53

Tabell 6-6: Gjennomsnitt og utvalgsstandardavvik for modifikasjonsfaktor – to-punktlast.....	54
Tabell 7-1: Vippekapasitet for ett-punktlast - fra eksperimentelt forsøk, tidligere bachelor oppgave .....	60
Tabell 7-2: Vippekapasitet for to-punktlast - fra eksperimentelt forsøk, tidligere bachelor oppgave .....	60
Tabell 7-3: Kritisk vippemoment for ett-punktlast – fra eksperimentelt forsøk, tidligere bachelor.....	60
Tabell 7-4: Modifikasjonsfaktor for ett-punktlast etter metode 3.4.2.3 – fra eksperimentelt forsøk, tidligere bachelor .....	60
Tabell 7-5: Modifikasjonsfaktor for ett-punktlast etter metode 3.4.2.4 – fra eksperimentelt forsøk, tidligere bachelor .....	61
Tabell 8-1: Reduksjonsfaktor for spenning-tøyning forhold av karbonstål ved økende temperaturer .....	69
Tabell 8-2: Ståltemperatur i uisolert komponent under ISO-brann [6] .....	72
Tabell 8-3: Beregning av tverrsnittklasse for sveiset IPE-bjelke brann situasjon.....	74
Tabell 8-4: Beregning av ståltemperatur ved ISO-brann for R30 .....	74
Tabell 8-5: Reduksjonsfaktor for flytespenning og E-modul [6] .....	76
Tabell 8-6: Vippekapasitet ved simulasjon i ANSYS for brann-situasjon .....	80

# Symboler

$f_y$  - flytespenning

$f_u$  - strekkfasthet

$\varepsilon_y$  – tøying

$\pm\Delta$  – avvik

L - bjelkelengde

h - tverrsnitshøyde

b - tverrsnittsbredde

$C_w$  - stegets lengde

$C_f$  - flensens lengde

$t_w$  - stegets tykkelse

$t_f$  - flensens tykkelse

r - avrundingsradius

$M_{Ed}$  - dimensjonerende bøyningmoment

$M_{c,Rd}$  - dimensjonerende momentkapasitet

$M_{pl,Rd}$  - dimensjonerende plasistisk momentkapasitet

$M_{el,Rd}$  - dimensjonerende elastisk momentkapasitet

$W_{pl,y}$  - plastisk tverrsnittsmodul

$W_{el,min}$  - minste elastiske tverrsnittsmodu

$W_{eff,min}$  - minste effektive elastiske tverrsnittsmodul

$\gamma_{M0}$  - partialfaktor for tverrsnittskapasitet

$N_{Ed}$  - dimensjonerende strekkraft

$N_{t,Rd}$  - dimensjonerende strekkapasitet

A - tverrsnittets bruttoareal

$N_{pl,Rd}$  - plastisk kapasitet av dimensjonerende bruttotverrsnitt

$N_{c,Rd}$  - dimensjonerende kapasitet for sentrisk trykk

$A_{eff}$  - effektivt areal

$V_{Ed}$  - dimensjonerende skjærkraft

$V_{c,Rd}$  - dimensjonerende skjærkraftkapasitet

$A_v$  - skjærarealet

$V_{pl,Rd}$  - dimensjonerende plastisk skjærkraftkapasitet

$T_{Rd}$  - dimensjonerende torsjonskapasitet

$T_{Ed}$  - dimensjonerende torsjonsmoment

$M_{b,Rd}$  - dimensjonerende vippekapasitet  
 $W_y$  - tilhørende tverrsnittsmodul  
 $W_{el,y}$  - elastisk tverrsnittsmodul  
 $W_{eff,y}$  - effektiv elastisk tverrsnittsmodul  
 $\chi_{LT}$  - reduksjonsfaktoren for vipping  
 $\gamma_{M1}$  - partialfaktoren for stavens kapasitet  
 $\Phi_{LT}$  - funksjon for å bestemme reduksjonsfaktoren  $\chi_{LT}$   
 $\alpha_{LT}$  - imperfeksjonsfaktoren for vipping  
 $\bar{\lambda}_{LT}$  - relativ slankhet for vipping  
 $M_{cr}$  - elastisk kritisk moment for vipping  
 $\bar{\lambda}_{LT,0}$  - platalengde i kurvene for vipping  
 $\beta$  - korreksjonsfaktor til kurvene for vipping  
 $\chi_{LT,mod}$  - modifisert reduksjonsfaktor for vipping  
 $f$  - modifikasjonsfaktor for  $\chi_{LT}$   
 $k_c$  - korreksjonsfaktor for vipping  
 $\alpha_m$  - modifikasjonsfaktor  
 $\bar{\lambda}_f$  er relativ slankhet for trykkbelastet flens  
 $L_c$  - avstand mellom sideveis støttepunkter  
 $i_{f,z}$  - treghetsradien for den ekvivalente trykkflensen  
 $\bar{\lambda}_{c,0}$  - relativ grenseslankhet for den ekvivalente trykkflensen  
 $I_{eff, f}$  - effektivt andre areal moment for flensen belastet med trykk om tverrsnittets svake akse  
 $A_{eff,f}$  - effektivt areal for flensen belastet med trykk  
 $A_{eff,w,c}$  - effektivt areal for den delen av steget som er trykkbelastet  
 $k_{fel}$  - modifikasjonsfaktor som tar hensyn til at metoden er en sikker metode  
 $E$  - Youngs elastisitetsmodulus  
 $I_z$  - treghetsmoment rundt z-akse  
 $G$  - skjærmodulus  
 $I_t$  - St. Venants torsjonskonstant  
 $I_w$  - vridningskonstant  
 $d_f$  - avstanden mellom senter av flensene  
 $z_Q$  - avstand mellom trykkpunkt og bjelkens senterakse  
 $N_{cr,z}$  - Normal kritisk vippelast

$M_{\max}$  - maksimum moment i bjelken

$M_2, M_4$  - moment i kvartpunktene på bjelken

$M_3$  - moment i midtpunkt på bjelken

$M_{b,fi,t,Rd}$  – dimensjonerende vippekapasitet under brann

$\chi_{LT,fi}$  - reduksjonsfaktor for vipping under branndesign situasjon

$k_{y,\theta,com}$  - reduksjonsfaktor for strekkgrensen i stål ved maksimum temperatur i kompresjonsflensen,  $\theta_{a,com}$ , nådd ved tiden  $t$

$\gamma_{M1,fi}$  - partialfaktor for stavens kapasitet under brann

$\theta_{a,t}$  - ståltemperatur ved tiden  $t$

$E_{fi,d}$  - design effekt av lasten påført under brann situasjon

$R_{fi,d,t}$  - den tilhørende design kapasiteten i stålbejelken for brann situasjon ved tiden  $t$

$\theta_{crit}$  – kritisk bejelketemperatur

$k_{sh}$  - korreksjonsfaktor for skyggeeffekt

$A_m/V$  - tverrsnittsfaktor for ubeskyttet stålbejelke

$A_m$  - fasade areal for bejelken per meter

$V$  - volumet til bejelken per meter

$C_a$  - den spesifikke varmen i stål

$\dot{h}_{net}$  - designverdien av netto varme-gjennomstrømming

$\Delta t$  - tidsintervallet

$\rho_a$  - enhetsmassen av stål

$k_{p,\theta}$  - reduksjonsfaktor for proporsjonalitetsgrense

$k_{E,\theta}$  - reduksjonsfaktor for elastisitetsmodul

# 1. Innledning

## 1.1 Bakgrunn

Stål har i hele menneske sin historie vært et viktig element for utvikling, og har vært en stor bidragsyter for framgangen vi har sett siden begynnelsen av jernalderen, ca. 4000 år siden. Stål ble tidlig brukt for verktøy og jakt, men har de siste århundrene fått en mye større rolle i industrien, og har med dette vært med på å forme den moderne verden. Dette har hatt stor betydning for framgangen innenfor mange områder som tungindustri, utbygging av veg og jernbane, bygningskonstruksjoner, medisinsk industri og næringsmiddelindustri. Stål har uten tvil vært med på å prege verdensbildet, og på kloden er det kun olje som har større pengeverdi enn stål. Dette sier litt om betydningen til stål, og hvor mye den blir brukt til ulike formål. Det har evnen til å bli produsert i store mengder og endre egenskaper ut ifra varmebehandling, noe som er til stor hjelp for vår sivilisasjon. En av egenskapene til stål er at det kan brukes i mange forskjellige former. I en konstruksjon er stål selve nøkkelen for en god og stabil bygning. Det brukes til armering i betong, som søyler og bjelker, og for å lage bindingsverk. For å produsere slike element er det hensiktsmessig å bestemme kapasiteten til stålet. En slik vurdering blir blant annet gjort ved hjelp av NS-EN 1993-1-1 (Eurokode 3), som er gjeldende standard i Norge for prosjektering av stålkonstruksjoner. Eurokode er de europeiske reglene for dimensjonering av bærende konstruksjoner. Denne gir en oversikt over ulike metoder for utregning av kapasitet i stålbjelker, og er derfor en grunnmur for videre undersøkelser. Studier rundt stålbjelker utsatt for vippemoment er noe begrenset, og gode beregningsmetoder for kritisk vippemoment er kompliserte å utrede. Det er derfor svært interessant å studere disse metodene, og validere deres nøyaktighet.

## 1.2 Hensikt

Hensikten med denne oppgaven er å validere designmetoder for stålbjelker utsatt for lateralt vippemoment. Valideringen utføres ved å bruke formler hovedsakelig fra Eurokode 3 til å beregne vippemomentet på IPE-bjelker og deretter sammenligne med verdier fra simuleringsprogramvaren ANSYS. For å styrke valideringen skal vi

også sammenligne med verdier fra eksperimentelle forsøk som er utført ved en tidligere bacheloroppgave. Med dette skal vi finne nøyaktigheten til formlene og simuleringprogramvaren, og diskutere hvorvidt designmetodene er gunstige. Analysene vil bli utført ved to ulike forhold og med ulike typer tverrsnitt. Første analyse utføres på IPE-bjelker i tverrsnittklasse 1, ved romtemperatur på 20°C. Den andre analysen utføres under høyere temperaturer grunnet ISO-brann for brannmotstand R30, spesifikt for IPE-bjelker med klasse 4 tverrsnitt. Etter fullført analyse vil vi diskutere eventuelle modifiseringer vi mener kan være gunstige for de ulike designmetodene.

### 1.3 Avgrensning

Følgende avgrensninger er bestemt for dette prosjektet:

- Bjelkene for forsøk under romtemperatur er av varmeformet IPE:
  - IPE100, IPE120, IPE140, IPE160, IPE180 og IPE220
- Bjelkene for forsøk under ISO-brann er av sveiset IPE:
  - IPE 1540:  $h = 1540\text{mm}$ ,  $b = 400\text{mm}$ ,  $t_f = 20\text{mm}$ ,  $t_w = 10\text{mm}$ ,  $w = 6\text{mm}$ .

De valgte varmeformede tverrsnittene har følgende egenskaper:

Tabell 1-1: Tverrsnitt dimensjoner og geometriske egenskaper [9]

IPE	Dimensjoner (mål i mm)					Masse kg/m	A $\cdot 10^{-3}$ mm <sup>2</sup>	y - y			z - z			$I_T$ $\cdot 10^{-3}$ mm <sup>4</sup>	$S_y$ $\cdot 10^{-3}$ mm <sup>3</sup>	$C_w$ $\cdot 10^{-9}$ mm <sup>6</sup>	Hullavstand / hulldiam. (i mm)		
	h	b	s	t	r			I $\cdot 10^{-6}$ mm <sup>4</sup>	W $\cdot 10^{-3}$ mm <sup>3</sup>	i mm	I $\cdot 10^{-6}$ mm <sup>4</sup>	W $\cdot 10^{-3}$ mm <sup>3</sup>	i mm				w	w <sub>1</sub>	d
120	120	64	4,4	6,3	7	10,4	1,32	3,18	53,0	49,0	0,277	8,65	14,5	17,4	30,4	0,890	36	-	-
140	140	73	4,7	6,9	7	12,9	1,64	5,41	77,3	57,4	0,449	12,3	16,5	24,5	44,2	1,981	40	-	-
160	160	82	5,0	7,4	9	15,8	2,01	8,69	109	65,8	0,683	16,7	18,4	36,2	61,9	3,959	44	-	13
180	180	91	5,3	8,0	9	18,8	2,39	13,20	146	74,2	1,01	22,2	20,5	48,0	83,2	7,431	50	-	13
200	200	100	5,6	8,5	12	22,4	2,85	19,4	194	82,6	1,42	28,5	22,4	70,2	110	12,99	56	-	13
220	220	110	5,9	9,2	12	26,2	3,34	27,7	252	91,1	2,05	37,3	24,8	91,0	143	22,67	60	-	17

- Dimensjonene begrenses etter et utvalgt tverrsnittsprofiler og lengder:
  - Vi utfører beregninger og tester på bjelker i tverrsnittklasse 1 og 4
  - Bjelkelengde avgrenses til:
    - Forsøk ved romtemperatur: 1.5m, 2.0m og 2.5m
    - Forsøk ved ISO-brann: 8m, 10m, 12m
- Lastkombinasjon:

- Ett-punktlast i senter av bjelken
- To-punktlast med avstand  $a = L/3$

Stålets materielle egenskaper er gitt i følgende tabell:

*Tabell 1-2: Materielle egenskaper*

<b>Materielle egenskaper</b>	
Materiale	Strukturelt stål, type S355
Youngs elastisitetsmodulus	210 GPa
Skjærmodulus	81 GPa
Tverrkontraksjonstall (Poissons ratio)	0,3

## 1.4 Oppsett

Oppgaven består av følgende deler:

- Teoridel
  - Teoridelen omfatter oppførselen til stål, ulike type imperfeksjoner, kapasiteten til stål og designmetoder for strukturelle stålbjelker etter Eurokode 3.
- Metode del
  - Kalkulasjoner av kapasiteten til de ulike stålbjelkene etter Eurokode 3.
  - Testing av stålbjelkene ved bruk av programvaren ANSYS.
  - Resultater etter simuleringen.
- Analyse del
  - Analyse av oppnådd resultat, samt sammenligning med egne beregninger og tidligere utførte tester i laboratoriet ved UiS.
- Utforskende del
  - Denne delen består av undersøkelser knyttet til stålbjelker utsatt for vippemoment under ISO-brann. Forsøket gjøres som et tillegg til denne oppgaven for å utvide forståelsen av design knyttet til vippemoment ytterligere.
- Avsluttende del
  - Konkluderende del med validering av designmetodene knyttet til stålbjelker utsatt for lateralt vippemoment.

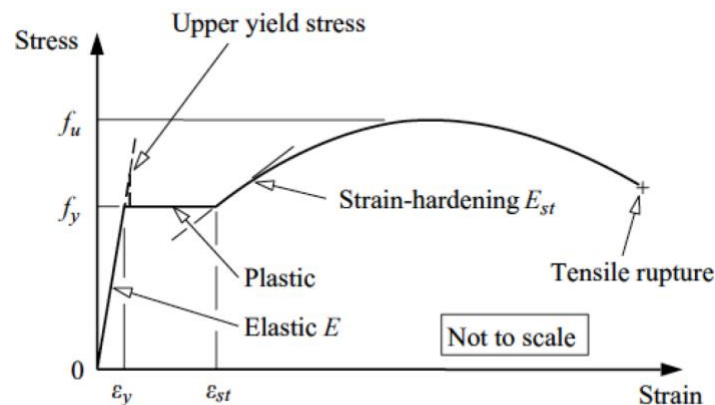


## 2. Strukturelle stålbjelkers oppførsel

### 2.1 Introduksjon

Stål er et materiale med svært nyttige egenskaper, og er godt egnet i flere typer konstruksjoner. Det er et elastisk materiale, og har til å begynne med en lineær spenningskurve. Det vil si at spenningen øker proporsjonalt med tøyningen. Et elastisk materiale har egenskapen til å trekke seg tilbake til utgangspunkt etter å ha blitt utsatt for en last, og vil derfor ikke få noen deformasjon i denne fasen.

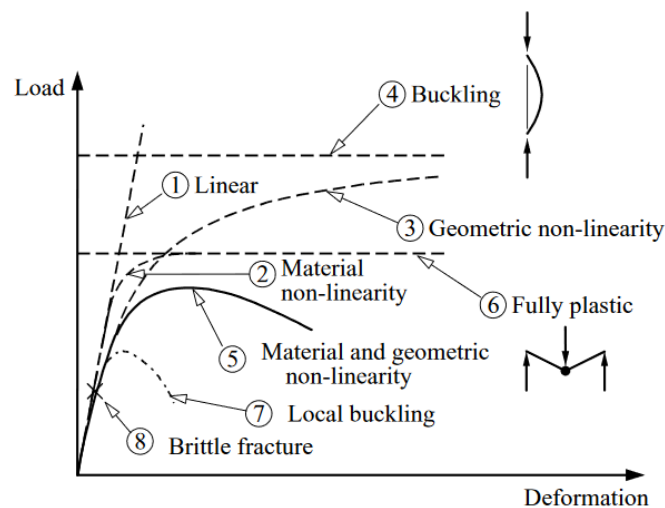
Elastisiteten til stål beregnes etter flytegrensen  $f_y$ , med tøyningen  $\epsilon_y$ . Dette er en av stålets viktigste styrker, men det har dessverre sine begrensninger. Som andre materialer vil det være en viss last materialet kan tåle, før det mister sin geometriske form og ikke lenger kan trekkes tilbake. Da stålet har nådd det vi kaller elastisitetens grense, sier vi at materialet er i plastisk fase. Spenningen øker ikke lenger proporsjonalt med tøyningen, og når etter hvert et maksimalt spenningspunkt  $f_u$ . Etter dette vil spenningen synke noe, og materialet vil til slutt tøyes til det hardner og det oppstår et brudd i bristepunktet. [1]



Figur 2-1: Ideell spenningskurve for stål [2]

Spenningskurven i Figur 2-1 er basert på et mindre stålelement som er fullstendig avstivet og strukket under optimale forhold. Vi oppnår med dette litt annerledes resultater enn hva vi faktisk vil se i strukturelle stålelementer. I Figur 2-2 ser vi en kurve som beskriver stålets forhold mellom last og deformasjon. Vi ser her at spenningskurven vil være lineær i første fase slik som vist i kurve 1. Teoretisk sett vil denne lineære kurven vedvare til stålet blir utsatt for en spenning høyere enn

flytegrensen. Hvor mye som skal til før stålet når denne flytegrensen kan variere, da stålenheten allerede vil være noe utsatt for spenning under produksjon. Dette kan derfor føre til at spenningen når flytegrensen tidligere, og vi får en ikke-lineær kurve lignende kurve 2 i figuren. Når spenningen etter hvert blir så stor at den ikke lenger er elastisk, går den over i full plastisitet slik som i kurve 6. Deformasjoner som oppstår i stålelementet etter påvirkning av last vil kunne påvirke momentet den blir utsatt for, og vi kan da se en geometrisk ikke-lineær kurve slik som kurve 3. Denne kurven beskriver en gradvis tøyning i stålelementet, som etter hvert slakker av og når brudd slik som kurve 4. I situasjoner hvor det også oppstår materiell ikke-linearitet i tillegg til geometrisk ikke-linearitet ser vi at vi får en mindre kurve, fremstilt ved kurve 5. Når vi får en slik kombinasjon, vil lastkapasiteten være betydelig mindre. Stål har også sine uforutsigbarheter grunnet imperfeksjoner og kan derfor oppføre seg nokså annerledes enn ønsket og forventet. Dette ser vi i kurve 7 og 8, hvor det oppstår lokalt vippemoment og brudd. [2]

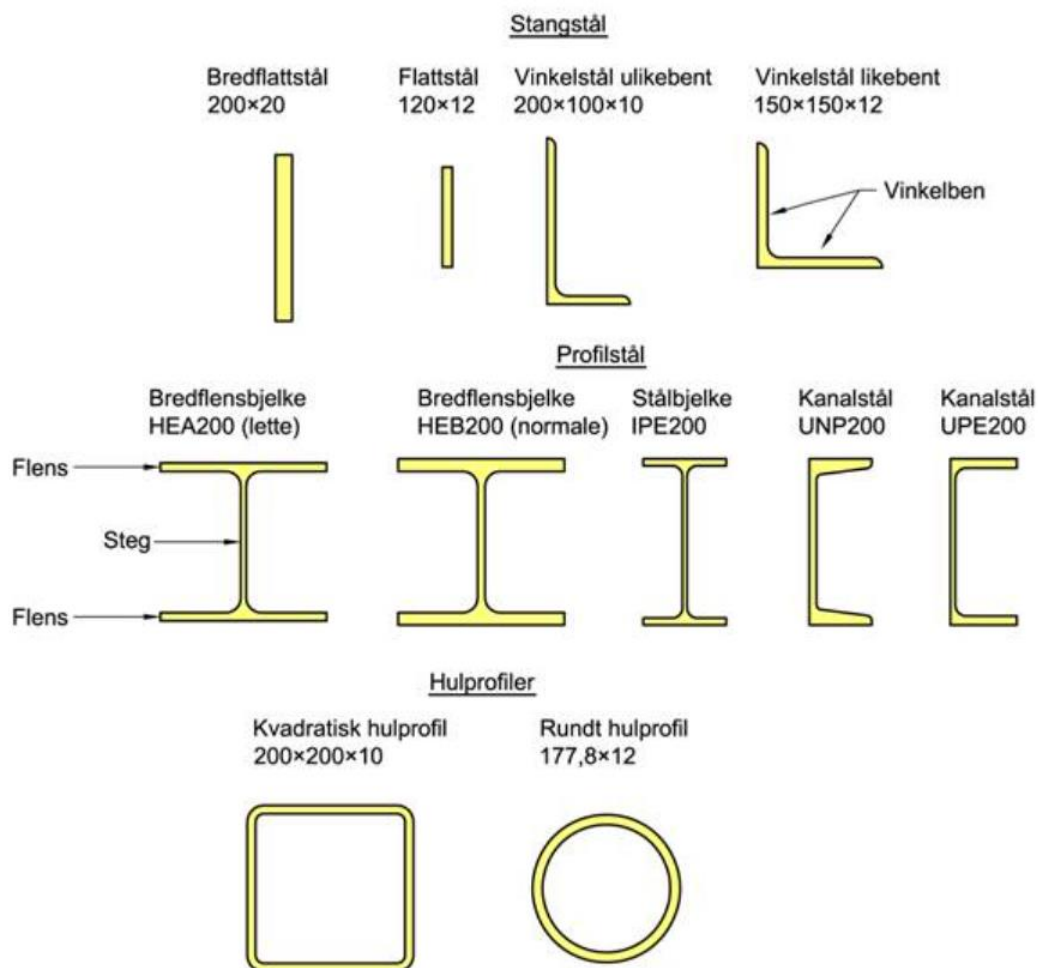


Figur 2-2: Spenningskurve for stål [2]

## 2.2 Bjelketyper

Det er mange ulike varianter av stålbejelker som blir brukt i konstruksjoner. De vanligste stålbejelkene man finner er IPE, HEA, HEB og UNP. Disse blir karakterisert ut ifra formen på tverrsnittet. Tverrsnittet til IPE-bejelker er en I-profil, HEA og HEB er H-profil og UNP er U-profil.

IPE-profilene er høye og smale. Karakteristisk for denne type profil er at det er den mest økonomiske momentpåkjennte bjelken dersom trykkflensen er avstivet tilstrekkelig slik at det ikke oppstår sideveis vipping. HEA- og HEB-bjelker har god sideveis stivhet, og disse egner seg også til søyler. I- og H-bjelker kan oppfattes som nokså like, men disse kan skilles ved at flensbredden er mindre hos I-bjelker enn hos H-bjelker. I-profilens små flenser fører til at den er dårligere egnet mot vipping og rotasjonskrefter og brukes derfor primært som bjelker og ikke søyler. U-profiler, også kjent som kanalstål, egner seg ikke godt alene hvis den er utsatt for nedbøyning. Da kan det oppstå vregning og sideveis bevegelse. Disse brukes ofte i par for å unngå akkurat dette. [3]



Figur 2-3: Bjelketyper [4]

Videre skiller man stål basert på om den er leget eller uleget, og fasthetsklassen den har. Leget stål er stål som er tilsatt legeringselementer for å manipulere dets egenskaper. Typiske legeringselementer er mangan, nikkel, krom, fosfor, silisium,

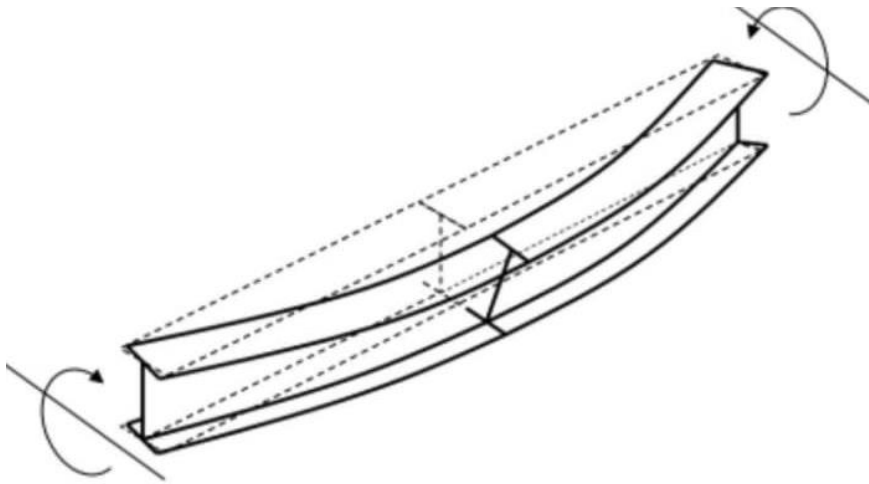
kobber og svovel. Hensikten med å legere stål er å få det til å få nyttige egenskaper man har bruk for. Et typisk eksempel på legert stål er rustfritt stål som inneholder store deler krom og nikkel. [5]

De forskjellige fasthetsklassene man finner av stål refererer til strekkfastheten til stålmaterialet. Reglene for dimensjonering i NS3472 er for materialer de tre vanlige fasthetsklassene S235, S275 og S355. En høyere fasthetsklasse vil gi høyere flytspenning ( $f_y$ ) og en høyere strekkfasthet ( $f_u$ ). Ulempen med en høyere fasthetsklasse er at duktiliteten blir lavere. Dette gjør at en konstruksjon kan ha mindre deformasjoner før brudd.

## 2.3 Oppførsel hos stålbjelker

Når en konstruksjon blir utsatt for krefter, står bjelker sentralt i prosessen. Bjelker har sin styrke i å overføre langsgående krefter til sine støtter. Reaksjonskreftene i støttene, som kommer fra lasten, kan føre til nedbøyning. Overgangen av krefter fra bjelke til støttene skjer ved at det blir utsatt for bøyemoment og skjærkrefter. For at en bjelke skal kunne stå imot kraften, er det viktig med riktig kapasitet. Det blir da sett på hvor mye bjelken klarer å stå imot torsjon, skjærkrefter, bøyemoment, aksielle trykk og strekkrefter. Når en bjelke blir utsatt for slike krefter kan det føre til vipping, lokal knekking og brudd i tverrsnittet. Dette kan også føre til en deformasjon. Deformasjonen vil være avhengig av hvor lasten er satt og hvilken type last det er.

Vipping er et problem som påvirker stabiliteten og styrken til lange, høye bjelker uten sideveis avstivning. Lateral vipping skjer når bjelken får en sideveis utbøyning, samtidig som den blir utsatt for en rotasjon om x-aksen. Deformasjonen som oppstår er det samme mønsteret som bøyetorsjonsknekkning under aksialkraft, men vippingen skjer for bjelker som har moment rundt tverrsnittets sterke akse. Problem med vipping behandles på samme måte som med det lineære knekkingsproblemet. Det løses med å finne det momentet som gir en likevekt av bjelken i utbøyd tilstand. [6]



Figur 2-4: Bjelke utsatt for vipping [10]

Ved sideveis avstivning i en bjelke, som kun blir utsatt for vertikal last, blir maksimum styrke i bjelken det samme som hva den klarer å motstå av bøyemoment. Ved I-bjelker som ikke er avstivede, er dette uvanlig, fordi de ofte vil vippe før de når dette punktet. Krefter som virker parallelt med tverrsnittet i stålbjelker, blir kalt for skjærkrefter. Skjærkrefter oppstår når det er en kraft som dytter bjelken en vei, mens det samtidig blir en annen kraft som dytter i motsatt retning. Skjærkapasiteten blir avgjort av hva steget klarer å motstå i I-bjelken. Steget vil kun plastifiseres og bli ødelagt med korte spenn av tung last. Det er sjeldent at skjærkreftene er avgjørende i bjelker.

En annen belastning som bjelken kan bli utsatt for er lokal knekking. Lokal knekking oppstår kun på et spesifikt område, noe som står i kontrast til global vipping, som påvirker hele bjelken. Slike svikt oppstår i ikke-avstivede bjelker. Lokal knekking oppstår i tynne stålelementer, og kan derfor finnes flere steder på bjelken. Det kan oppstå både i steget og flensen til bjelken. Ved påføring av last på en bjelke kan det oppstå lokal knekking i bjelken før det når den maksimale kapasiteten.

## 2.4 Imperfeksjoner

Imperfeksjoner er at noe har avvik fra sin ønskede form, med andre ord; noe som ikke er perfekt. De aller fleste bjelker har en imperfeksjon, om ikke alle. Dette skyldes at det under produksjonen av bjelkene vil oppstå avvik i lengde og bredde, og avvik i mengde legeringselement som blir tilsatt. Videre kan det oppstå imperfeksjoner ved

lagring og frakting av bjelkene. Etter hvert vil det også oppstå imperfeksjoner som kommer med tiden som skyldes slitasje av bjelkene og korrosjon. Dette fører til at alle bjelker har forskjellige egenskaper og styrke, og den utregnede styrken til bjelkene vil derfor nødvendigvis ikke stemme med den faktiske styrken som bjelkene har. Det er derfor innført sikkerhetsfaktorer i designmetodene som skal ta dette til betraktning.

#### **2.4.1 Geometriske imperfeksjoner**

Før produksjonen av bjelker har vi nominelle verdier for de geometriske egenskapene vi vil at bjelkene skal ha. Men det vil som oftest oppstå små geometriske avvik under produksjonen som gjør at den faktiske verdien får et avvik på  $\pm\Delta$  fra ønsket nominell verdi. De geometriske avvikene kan være på høyden, bredde, flenstykkelsen og/eller stegtykkelsen. Avvikene vil også variere fra tverrsnitt til tverrsnitt, og dette fører til at vi kan få avvik langs hele bjelkelengden. Da vil ikke bjelkene være perfekt flate som fører til at lasten bjelkene skal bære ikke blir fordelt slik vi ønsker. Disse avvikene påvirker bjelkens egenskaper under last.

#### **2.4.2 Materielle imperfeksjoner**

Materielle imperfeksjoner kan oppstå under legeringen av stål som skal brukes i bjelkene. Dette skjer når det blir ikke-metalliske inneslutninger områder i produktet, og vi får ikke den ønskede stålstrukturen. Dette forekommer når uønskede biprodukter fra stålproduksjonen blandes inn i stålproduktet og danner andre molekyler. Områder i stålproduktet som inneholder store konsentrasjoner av ikke-metalliske inneslutninger vil være mest utsatt for svikt fordi disse områdene er stålproduktets svake områder. Teoretisk skal bjelker som er identiske ha likt forhold mellom tøyning og spenning, men her vil det også være imperfeksjoner som gjør at forholdet vil variere mellom bjelker. Derfor kan hvert individuelle bjelke ha forskjellig forhold mellom spenning og tøyning som fører til en usikkerhet til flytespenningen. Når stål kuttet og sveises kan det oppstå restspenninger, som er spenninger lagret i stålet. Disse restspenningene kan variere og det vil være en usikkerhet til mengden restspenninger i hver bjelke.

## 3. Designmetoder for Stålbjelker

### 3.1 Introduksjon

Ved design av stålbjelker ønsker en å finne den gitte bjelkens egenskaper til å motstå ulike typer last. For design av en bjelkes vippekapasitet er det hovedsakelig Eurokode 3 som blir brukt, men også andre metoder er nyttige til denne typen beregninger. Design av en bjelke for vipping er avansert, og det finnes derfor ulike metoder for å utrede kapasiteten. I denne oppgaven skal vi først se på tverrsnittskapasiteten til de gitte stålbjelkene, derav beregne skjær-, og aksialkrefter, bøyemoment og torsjon. Deretter skal vi beregne bjelkenes kapasitet mot vipping, som er egenskapen til å motstå sideveis deformasjon og forskyvning.

### 3.2 Tverrsnittklasser

#### 3.2.1 Beregningsmetode for tverrsnittklasse

Tverrsnittklasser brukes til å klassifisere hvilken grad tverrsnittenes moment- og rotasjonskapasitet er begrenset av lokal knekking av tverrsnittdeler. Det er forholdet mellom bredde og tykkelse i de trykkpåkjennte delene i tverrsnittet som avgjør, og vi deler denne klassifiseringen inn i fire klasser.

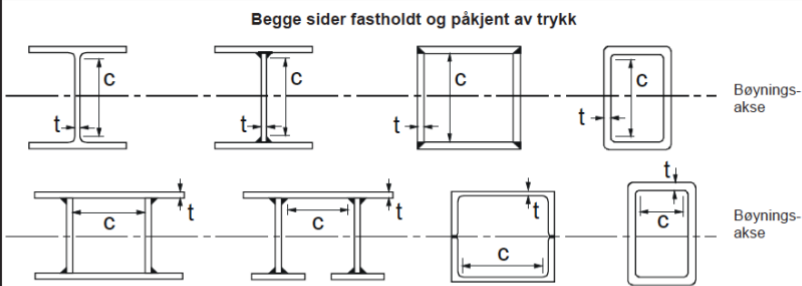
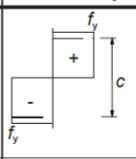
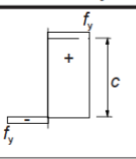
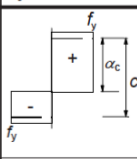
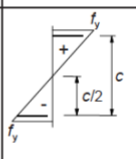
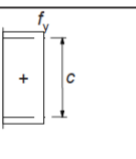
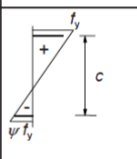
Tverrsnittklassene er etter Eurokode 3 definert slik:

- Tverrsnittklasse 1: Kan danne flyteledd med rotasjonskapasitet som kreves for plastisk analyse uten at tverrsnittets dimensjonerende momentkapasitet reduseres.
- Tverrsnittklasse 2: Kan utvikle dimensjonerende plastisk momentkapasitet, men har begrenset rotasjonskapasitet på grunn av lokal knekking av tverrsnittdeler.
- Tverrsnittklasse 3: Spenningen i tverrsnittets mest påkjente punkt kan nå flytegrensen under forutsetning av elastisk fordeling av spenninger, men lokal knekking forhindrer at dimensjonerende plastisk moment utvikles.
- Tverrsnittklasse 4: Lokal knekking kan oppstå innen flytegrensen nås i én eller flere deler av tverrsnittet

Det er vanlig at de ulike delene i et tverrsnitt, som flens eller steg, har forskjellig tverrsnittklasse. Da er det vanligvis den høyeste, altså den minst gunstige, klassen som gjelder. [8]

For IPE bjelker som utsettes for trykk eller bøyning regnes tverrsnittklasse ut etter gitte tabeller:

Tabell 3-1: Klassifisering av tverrsnitt for steg [8]

Begge sider fastholdt og påkjent av trykk						
						
Klasse	Tverrsnittsdeler som utsettes for bøyning	Tverrsnittsdeler som utsettes for trykk	Tverrsnittsdeler som utsettes for bøyning og trykk			
Spenningsfordeling i tverrsnittsdeler (trykk positiv)						
1	$c/t \leq 72\varepsilon$	$c/t \leq 33\varepsilon$	når $\alpha > 0,5$ : $c/t \leq \frac{396\varepsilon}{13\alpha - 1}$ når $\alpha \leq 0,5$ : $c/t \leq \frac{36\varepsilon}{\alpha}$			
2	$c/t \leq 83\varepsilon$	$c/t \leq 38\varepsilon$	når $\alpha > 0,5$ : $c/t \leq \frac{456\varepsilon}{13\alpha - 1}$ når $\alpha \leq 0,5$ : $c/t \leq \frac{41,5\varepsilon}{\alpha}$			
Spenningsfordeling i tverrsnittsdeler (trykk positiv)						
3	$c/t \leq 124\varepsilon$	$c/t \leq 42\varepsilon$	hvis $\psi > -1$ : $c/t \leq \frac{42\varepsilon}{0,67 + 0,33\psi}$ hvis $\psi \leq -1$ : $c/t \leq 62\varepsilon(1 - \psi)\sqrt{(-\psi)}$			
$\varepsilon = \sqrt{235/f_y}$	$f_y$	235	275	355	420	460
	$\varepsilon$	1,00	0,92	0,81	0,75	0,71

der

$c$  ( $c_w$ ) – er stegets høyde

$t$  ( $t_w$ ) – er stegets tykkelse



Tabell 3-2: Klassifisering av tverrsnitt for flens [8]

Utstikkende flenser						
Klasse	Tverrsnittsdeler som utsettes for trykk		Tverrsnittsdeler som utsettes for bøyning og trykk			
			Fri rand med trykk	Fri rand med strekk		
Spenningsfordeling i tverrsnittsdeler (trykk positiv)						
1	$c/t \leq 9\varepsilon$		$c/t \leq \frac{9\varepsilon}{\alpha}$	$c/t \leq \frac{9\varepsilon}{\alpha\sqrt{\alpha}}$		
2	$c/t \leq 10\varepsilon$		$c/t \leq \frac{10\varepsilon}{\alpha}$	$c/t \leq \frac{10\varepsilon}{\alpha\sqrt{\alpha}}$		
Spenningsfordeling i tverrsnittsdeler (trykk negativ)						
3	$c/t \leq 14\varepsilon$		$c/t \leq 21\varepsilon\sqrt{k_\sigma}$ For $k_\sigma$ se NS-EN 1993-1-5			
$\varepsilon = \sqrt{235/f_y}$	$f_y$	235	275	355	420	460
	$\varepsilon$	1,00	0,92	0,81	0,75	0,71

der

$c$  ( $c_f$ ) – er flensens lengde

$t$  ( $t_f$ ) – er flensens tykkelse

### 3.2.2 Beregning av tverrsnittklasse

For IPE-tverrsnitt er følgende formler for dimensjoner gitt for beregninger av tverrsnittklasse:

$$C_w = h - 2t_f - 2r \tag{3.1}$$

$$C_f = \frac{b - t_w - 2r}{2} \tag{3.2}$$

der,

$r$  – avrundingsradius

For utvalgte IPE stålbjelker med ståltipe S355 får vi følgende tverrsnittklasser:

Tabell 3-3: Beregninger av tverrsnittklasse [9]

Tverrsnitt	Dimensjoner (mm)					Steg			Flens		
	h	b	t <sub>w</sub>	t <sub>f</sub>	r	C <sub>w</sub>	C <sub>w</sub> /(ε*t <sub>w</sub> )	Klassifikasjon	C <sub>f</sub>	C <sub>f</sub> /(ε*t <sub>f</sub> )	Klassifikasjon
IPE 100	100	55	4,1	5,7	7	74,6	22,5	Klasse 1	18,45	4,0	Klasse 1
IPE 120	120	64	4,4	6,3	7	93,4	26,2	Klasse 1	22,8	4,5	Klasse 1
IPE 140	140	73	4,7	6,9	7	112,2	29,5	Klasse 1	27,15	4,9	Klasse 1
IPE 160	160	82	5,0	7,4	9	127,2	31,4	Klasse 1	29,5	4,9	Klasse 1
IPE 180	180	91	5,3	8,0	9	146	34,0	Klasse 1	33,85	5,2	Klasse 1
IPE 200	200	100	5,6	8,5	12	159	35,1	Klasse 1	35,2	5,1	Klasse 1
IPE 220	220	110	5,9	9,2	12	177,6	37,2	Klasse 1	40,05	5,4	Klasse 1

### 3.3 Tverrsnittskapasitet

#### 3.3.1 Bøyningsmoment

Bøyningsmoment skal for hvert tverrsnitt oppfylle følgende krav:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{c,Rd}} \leq 1,0 \quad (3.3)$$

der

$M_{Ed}$  er dimensjonerende bøyningsmoment

$M_{c,Rd}$  er dimensjonerende momentkapasitet

Dimensjonerende momentkapasitet om én hovedakse bestemmes etter følgende formler:

$$M_{c,Rd} = M_{pl,Rd} = \frac{W_{pl,y} * f_y}{\gamma_{M0}} \text{ for tverrsnitt av klasse 1 eller 2} \quad (3.4)$$

$$M_{c,Rd} = M_{el,Rd} = \frac{W_{el,min} * f_y}{\gamma_{M0}} \text{ for tverrsnitt av klasse 3} \quad (3.5)$$

$$M_{c,Rd} = \frac{W_{eff,min} * f_y}{\gamma_{M0}} \text{ for tverrsnitt av klasse 4} \quad (3.6)$$

Hvor:

$$W_{pl,y} = 2S_y \quad (3.7)$$

der

$M_{pl,Rd}$  er dimensjonerende plastisk momentkapasitet

$M_{el,Rd}$  er dimensjonerende elastisk momentkapasitet

$W_{pl,y}$  er plastisk tverrsnittsmodul

$W_{el,min}$  er minste elastiske tverrsnittsmodul

$W_{eff,min}$  er minste effektive elastiske tverrsnittsmodul

$f_y$  er flytespenningen

$\gamma_{M0}$  er partialfaktor for tverrsnittskapasitet – lik 1,0 for alle tverrsnittsklasser

For gitte tverrsnitt får vi følgende resultater:

Tabell 3-4: Dimensjonerende momentkapasitet [9]

Tverrsnitt	$f_y$ (N/mm <sup>2</sup> )	$S_y * 10^{-3}$ (mm <sup>3</sup> )	$W_{pl,y}$ (mm <sup>2</sup> )	$\gamma_{M0}$	$M_{c,Rd}$ (kNm)
IPE 100	355	19,7	39,4	1	13,987
IPE 120	355	30,4	60,8	1	21,584
IPE 140	355	44,2	88,4	1	31,382
IPE 160	355	61,9	123,8	1	43,949
IPE 180	355	83,2	166,4	1	59,072
IPE 200	355	110	220	1	78,1
IPE 220	355	143	286	1	101,53

### 3.3.2 Strekk

I hvert tverrsnitt skal dimensjonerende strekkraftkapasitet,  $N_{Ed}$ , oppfylle følgende krav:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{t,Rd}} \leq 1,0 \quad (3.8)$$

der:

$N_{Ed}$  er dimensjonerende strekkraft

$N_{t,Rd}$  er dimensjonerende strekkapasitet

Strekkapasiteten,  $N_{t,Rd}$ , settes lik plastisk kapasitet av dimensjonerende bruttotverrsnitt,  $N_{pl,Rd}$ :

$$N_{t,Rd} = N_{pl,Rd} = \frac{A f_y}{\gamma_{M0}} \quad (3.9)$$

der:

$A$  er tverrsnittets bruttoareal

$N_{pl,Rd}$  er plastisk kapasitet av dimensjonerende bruttotverrsnitt

For gitte tverrsnitt får vi følgende resultater:

Tabell 3-5: Dimensjonerende strekk kapasitet [9]

Tverrsnitt	$f_y$ (N/mm <sup>2</sup> )	A (mm <sup>2</sup> )	$\gamma_{M0}$	$N_{t,Rd}$ (kN)
IPE 100	355	1030	1	365,65
IPE 120	355	1320	1	468,60
IPE 140	355	1640	1	582,20
IPE 160	355	2010	1	713,55
IPE 180	355	2390	1	848,45
IPE 200	355	2850	1	1011,75
IPE 220	355	3340	1	1185,70

### 3.3.3 Trykk

Dimensjonerende trykkraft,  $N_{Ed}$ , har et krav som må oppfylles i hvert tverrsnitt. kravet er:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{c,Rd}} \leq 1,0 \quad (3.10)$$

der

$N_{c,Rd}$  er dimensjonerende kapasitet for sentrisk trykk

For å fastsette dimensjonerende tverrsnittskapasitet for sentrisk trykk, blir følgende formler brukt:

$$N_{c,Rd} = \frac{Af_y}{\gamma_{M0}} \text{ for tverrsnitt av klasse 1,2 eller 3} \quad (3.11)$$

$$N_{c,Rd} = \frac{A_{eff}f_y}{\gamma_{M0}} \text{ for tverrsnitt av klasse 4} \quad (3.12)$$

der

$A_{eff}$  er effektivt areal

For gitte tverrsnitt får vi følgende resultater:

Tabell 3-6 Dimensjonerende aksial trykkraft kapasitet [9]

Tverrsnitt	$f_y$ (N/mm <sup>2</sup> )	A(mm <sup>2</sup> )	$\gamma_{M0}$	$N_{c,Rd}$ (kN)
IPE 100	355	1030	1	365,65
IPE 120	355	1320	1	468,60
IPE 140	355	1640	1	582,20
IPE 160	355	2010	1	713,55
IPE 180	355	2390	1	848,45
IPE 200	355	2850	1	1011,75
IPE 220	355	3340	1	1185,70

### 3.3.4 Skjær

Skjærkraft skal for hvert tverrsnitt oppfylle følgende krav:

$$\frac{V_{Ed}}{V_{c,Rd}} \leq 1,0 \quad (3.13)$$

der

$V_{Ed}$  er dimensjonerende skjærkraft

$V_{c,Rd}$  er dimensjonerende skjærkraftkapasitet

Uten torsjon i tverrsnittet er dimensjonerende plastisk skjærkraftkapasitet gitt etter følgende formel:

$$V_{pl,Rd} = \frac{A_v(f_y/\sqrt{3})}{\gamma_{M0}} \quad (3.14)$$

der

$A_v$  er skjærarealet

$V_{pl,Rd}$  er dimensjonerende plastisk skjærkraftkapasitet

For valsede IPE-profiler påkjent parallelt med steget beregnes skjærarealet etter følgende formel:

$$A_v = A - 2bt_f + (t_w + 2r)t_f \quad (3.15)$$

der

b er tverrsnittsbredde

$t_f$  er flenstykkelse

$t_w$  er stegtykkelse

r er avrundingsradius

For gitte tverrsnitt får vi følgende resultater:

Tabell 3-7: Dimensjonerende skjærkraft kapasitet [9]

Tverrsnitt	$f_y$ (N/mm <sup>2</sup> )	A * 10 <sup>-3</sup> (mm <sup>2</sup> )	$A_v$ (mm <sup>2</sup> )	$\gamma_{M0}$	$V_{c,Rd}$ (kN)
IPE 100	355	1,03	506,17	1	103,74
IPE 120	355	1,32	629,52	1	129,03
IPE 140	355	1,64	761,63	1	156,10
IPE 160	355	2,01	966,6	1	198,11
IPE 180	355	2,39	1120,4	1	229,64
IPE 200	355	2,85	1401,6	1	287,27
IPE 220	355	3,34	1591,08	1	326,11

### 3.3.5 Torsjon

Dimensjonerende torsjonsmoment,  $T_{Ed}$ , for staver som er påkjent av torsjon, bør følgende krav oppfylles:

$$\frac{T_{Ed}}{T_{Rd}} \leq 1,0 \quad (3.16)$$

der

$T_{Rd}$  er dimensjonerende torsjonskapasitet

$T_{Ed}$  er dimensjonerende torsjonsmoment

## 3.3 Lateral torsjonal vipping

Vipping oppstår når påført moment overstiger elastisk kritisk moment for vipping,  $M_{cr}$ . Dette fører til laterale deformasjoner og rotasjon i bjelken. Disse to deformasjonene er gjensidig avhengige. Når bjelken vipper lateralt oppstår det torsjon om bjelkens akse som får bjelken til å rotere. Denne oppførselen er spesielt viktig å ta hensyn til for I-bjelker, da tverrsnittet har en lav resistans mot lateralt moment og torsjon. For å unngå vipping kan man bruke punktvis avstivninger langs bjelken som reduserer vippelengden og dermed øker bjelkens kapasitet. Vippekapasiteten  $M_{b,Rd}$  er avhengig av flere faktorer; de geometriske og materielle egenskapene til bjelken, lastens eksentrisitet, randbetingelser og momentfordelingen om bjelken. Vippekapasiteten er svært avgjørende for bjelkens bruksområder, og er derfor av stor interesse i stålindustrien.

### 3.3.2 Vippekapasitet

Etter Eurokode 3 bør en stav uten sideveis fastholdelse påkjent med bøyning om hovedaksen oppfylle følgende krav:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} \leq 1,0 \quad (3.17)$$

der

$M_{Ed}$  er dimensjonerende bøyningsmoment

$M_{b,Rd}$  er dimensjonerende vippekapasitet

Dimensjonerende vippekapasitet bør etter konservativ metode antas til:

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} W_y \frac{f_y}{\gamma_{M1}} \quad (3.18)$$

der

$W_y$  er tilhørende tverrsnittsmodul, som følger:

- $W_y = W_{pl,y}$  for tverrsnittklasse 1 eller 2
- $W_y = W_{el,y}$  for tverrsnittklasse 3
- $W_y = W_{eff,y}$  for tverrsnittklasse 4

$\chi_{LT}$  er reduksjonsfaktoren for vipping

$\gamma_{M1} = 1,05$  og er partialfaktoren for stavens kapasitet

### 3.3.2.1 Beregning av reduksjonsfaktor for generelt tilfelle

Eurokode 3 anbefaler ulike metoder for beregning av reduksjonsfaktoren basert på ulike tilfeller. For generelt tilfelle av vipping er anbefalt beregningsmetode for reduksjonsfaktoren  $\chi_{LT}$  gitt som følger:

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}} \leq 1,0 \quad (3.19)$$

der

$$\Phi_{LT} = 0,5[1 + \alpha_{LT}(\bar{\lambda}_{LT} - 0,2) + \bar{\lambda}_{LT}^2] \quad (3.20)$$

$\alpha_{LT}$  er imperfeksjonsfaktoren for vipping

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y f_y}{M_{cr}}} \quad (3.21)$$

$\bar{\lambda}_{LT}$  er relativ slankhet for vipping

$M_{cr}$  er elastisk kritisk moment for vipping

Etter Eurokode 3 er anbefalte imperfeksjonsfaktorer for vipping gitt etter følgende tabell:

Tabell 3-8: Imperfeksjonsfaktorer for knekkurver for vipping

Knekkurve	a	b	c	d
Imperfeksjonsfaktor for vipping, $\alpha_{LT}$	0,21	0,34	0,49	0,76

Knekkurver for vipping velges etter følgende anbefaling:

Tabell 3-9: Knekkurver for vipping ved bruk av formel (3.19)

Tverrsnitt	Begrensninger	Knekkurve
Valsede I-profiler	$h / b \leq 2$	a
	$h / b > 2$	b
Sveiste I-profiler	$h / b \leq 2$	c
	$h / b > 2$	d
Andre tverrsnittstyper	-	d

### 3.3.2.2 Beregning av reduksjonsfaktor for mindre konservativ metode

Videre anbefales en mindre konservativ metode for beregning av reduksjonsfaktoren  $\chi_{LT}$ . Denne gjelder konkret for valsede profiler eller tilsvarende sveiste profiler, og beregnes etter følgende formel:

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \beta \bar{\lambda}_{LT}^2}} \text{ der } \begin{cases} \chi_{LT} \leq 1,0 \\ \chi_{LT} \leq \frac{1}{\bar{\lambda}_{LT}^2} \end{cases} \quad (3.22)$$

der

$$\Phi_{LT} = 0,5[1 + \alpha_{LT}(\bar{\lambda}_{LT} - \bar{\lambda}_{LT,0}) + \beta \bar{\lambda}_{LT}^2] \quad (3.23)$$

$\bar{\lambda}_{LT,0}$  er platå lengde i kurvene for vipping = 0,4 (største verdi)

$\beta$  - korreksjonsfaktor til kurvene for vipping = 0,75 (minste verdi)

Anbefalte knekkurver for vipping er nå gitt ved følgende tabell:

Tabell 3-10: Knekkurver for vipping ved bruk av formel (3.22)

Tverrsnitt	Begrensninger	Knekkurve
Valsede I-profiler	$h / b \leq 2$	b
	$h / b > 2$	c
Sveiste I-profiler	$h / b \leq 2$	c
	$h / b > 2$	d



### 3.3.2.3 Beregning av modifisert reduksjonsfaktor for mindre konservativ metode

Standarden gir også en modifisering av den mindre konservative metoden, hvor det blir tatt hensyn til momentfordelingen mellom sideveis fastholdelsepunkter av staven. For denne metoden beregnes reduksjonsfaktoren som følgende:









$$\chi_{LT,mod} = \frac{\chi_{LT}}{f} \text{ der } \begin{cases} \chi_{LT,mod} \leq 1,0 \\ \chi_{LT,mod} \leq \frac{1}{\bar{\lambda}_{LT}^2} \end{cases} \quad (3.24)$$

der minste verdi for f er gitt ved:

$$f = 1 - 0,5(1 - k_c) \left[ 1 - 2,0(\bar{\lambda}_{LT} - 0,8)^2 \right] \leq 1,0 \quad (3.25)$$

Korreksjonsfaktor  $k_c$  er gitt etter følgende tabell:

Tabell 3-11: Korreksjonsfaktor  $k_c$  [8]

Momentfordeling	$k_c$
 $\psi = 1$	1,0
 $-1 \leq \psi \leq 1$	$\frac{1}{1,33 - 0,33\psi}$
	0,94
	0,90
	0,91
	0,86
	0,77
	0,82

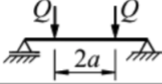
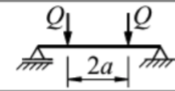
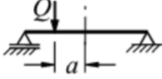
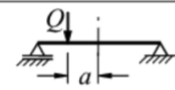
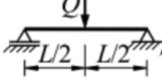
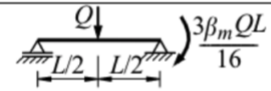
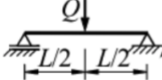
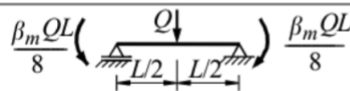
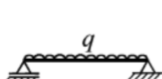
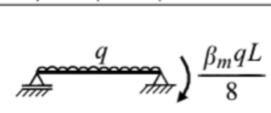
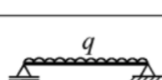
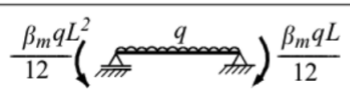
Dersom momentfordeling ikke er gitt i Tabell 3-11 kan  $k_c$  beregnes etter følgende formel fra NS Trahair et. al 2008:

$$k_c = \frac{1}{\sqrt{\alpha_m}} \quad (3.26)$$

der

$\alpha_m$  er modifikasjonsfaktor og beregnes etter følgende tabell:

Tabell 3-12: Modifikasjonsfaktor for fritt opplagte bjelker [2]

Beam	Moment distribution	$\alpha_m$	Range
$M \left( \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right) \beta_m M$	$M \cdot \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \beta_m M$	$\frac{1.75 + 1.05 \beta_m + 0.3 \beta_m^2}{2.5}$	$-1 \leq \beta_m \leq 0.6$ $0.6 \leq \beta_m \leq 1$
	 $\frac{QL}{2} (1 - \frac{2a}{L})$	$1.0 + 0.35(1 - 2a/L)^2$	$0 \leq 2a/L \leq 1$
	 $\frac{QL}{4} \{1 - (2a/L)^2\}$	$1.35 + 0.4(2a/L)^2$	$0 \leq 2a/L \leq 1$
	 $\frac{3\beta_m QL}{16}$ $\frac{QL}{4} (1 - 3\beta_m/8)$	$1.35 + 0.15\beta_m$ $-1.2 + 3.0\beta_m$	$0 \leq \beta_m \leq 0.9$ $0.9 \leq \beta_m \leq 1$
	 $\frac{\beta_m QL}{8}$ $\frac{QL}{4} (1 - \beta_m/2)$	$1.35 + 0.36\beta_m$	$0 \leq \beta_m \leq 1$
	 $\frac{\beta_m q L^2}{8}$ $\frac{qL^2}{8} (1 - \beta_m/4)^2$	$1.13 + 0.10\beta_m$ $-1.25 + 3.5\beta_m$	$0 \leq \beta_m \leq 0.7$ $0.7 \leq \beta_m \leq 1$
	 $\frac{\beta_m q L^2}{12}$ $\frac{qL^2}{8} (1 - 2\beta_m/3)$	$1.13 + 0.12\beta_m$ $-2.38 + 4.8\beta_m$	$0 \leq \beta_m \leq 0.75$ $0.75 \leq \beta_m \leq 1$

### 3.3.2.4 Beregning av vippekapasitet ved forenklet metode

Eurokode 3 inkluderer også en forenklet metode for sjekk for vipping og beregning av vippekapasitet,  $M_{b,Rd}$ .

Følgende krav for relativ slankhet for trykkbelastet flens må være oppfylt for at en bjelke skal anses som ikke følsom for vipping:

$$\bar{\lambda}_f = \frac{k_c L_c}{i_{f,z} \lambda_1} \leq \frac{\bar{\lambda}_{c0} M_{c,Rd}}{M_{y,Ed}} \quad (3.27)$$

der

$\bar{\lambda}_f$  er relativ slankhet for trykkbelastet flens

$L_c$  er avstand mellom sideveis støttepunkter

$$M_{c,Rd} = W_y \frac{f_y}{\gamma_{M1}} \quad (3.28)$$

$i_{f,z}$  er treghetsradien for den ekvivalente trykkflensen

$\bar{\lambda}_{c,0}$  er relativ grenseslankhet for den ekvivalente trykkflensen

$$\lambda_1 = \pi * \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 93,3\varepsilon$$

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} \quad (f_y \text{ i N/mm}^2)$$

$$i_{f,z} = \sqrt{\frac{I_{eff,f}}{A_{eff,f} + \frac{1}{3}A_{eff,w,c}}} = \sqrt{\frac{\frac{1}{12}t_f b^3 + \frac{1}{12} * \frac{(h-2t_f)}{6} * t_w^3}{bt_f + \frac{(h-2t_f)}{6} t_w}} \quad (3.29)$$

der

$I_{eff, f}$  er effektivt andre areal moment for flensen belastet med trykk om tverrsnittets svake akse

$A_{eff,f}$  er effektivt areal for flensen belastet med trykk

$A_{eff,w,c}$  er effektivt areal for den delen av steget som er trykkbelastet

Dersom relativ slankhet for trykkflensen,  $\bar{\lambda}_f$ , overskrider overnevnte krav beregnes dimensjonerende vippekapasitet etter følgende formel:

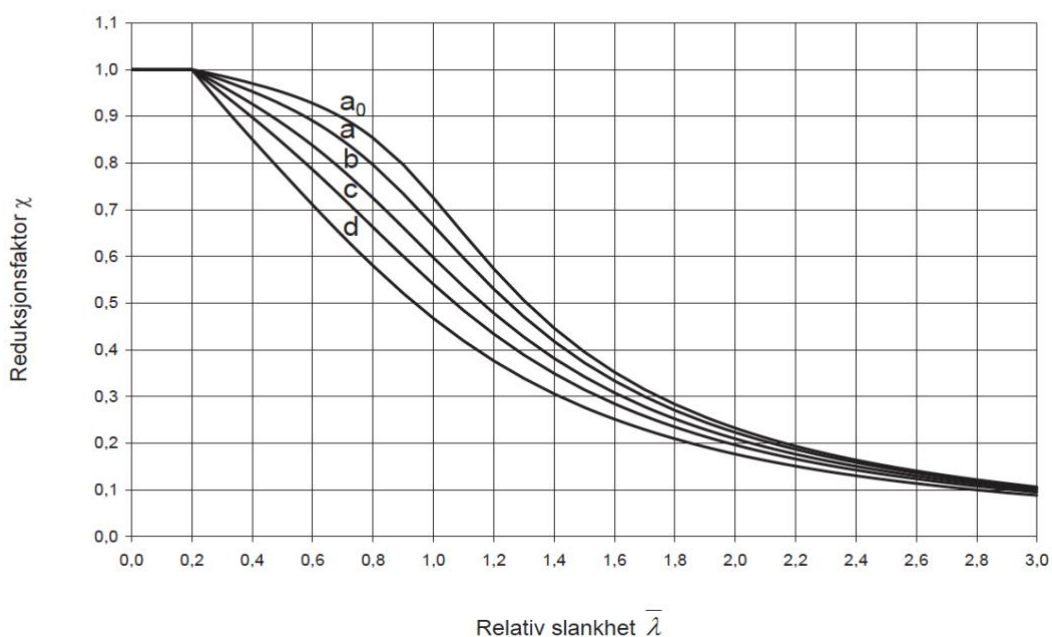
$$M_{b,Rd} = k_{f\ell} \chi M_{c,Rd} \leq M_{c,Rd} \quad (3.30)$$

der

$k_{f\ell}$  er modifikasjonfaktor som tar hensyn til at metoden er en sikker metode

Anbefalt verdi:  $k_{f\ell} = 1,10$ .

reduksjonsfaktor  $\chi$  er bestemt med  $\bar{\lambda}_f$  etter følgende graf:



Figur 3-1: Forenklet metode for reduksjonsfaktor

Her er anbefalte knekk-kurver som følger:

Kurve d for sveiste tværsnitt forutsatt at  $\frac{h}{t_f} \leq 44\varepsilon$

Kurve c for alle andre tværsnitt.

### 3.3.3 Vippemoment

Elastisk kritisk moment for vipping,  $M_{cr}$ , er komplisert å beregne, og simulasjonsprogramvarer er derfor ofte brukt. Det finnes likevel noen tilnærmede metoder for å kalkulere kritisk vippemoment. Boken *The Behavior and Design of Steel Structures to EC3* [2] beskriver ulike metoder for denne beregningen, avhengig av type last og støtte.

De ulike metodene er beskrevet som følger:

#### 3.3.3.1 Fritt opplagt bjelke med like endemomenter

For en fritt opplagt bjelke med like endemomenter vil flensene kunne bli utsatt for rotasjon og bjelkens ender vil fordreie. Bjelken vil bli utsatt for vipping når utsatt for et moment lik  $M_{cr}$ :

$$M_{cr} = M_{zx} \quad (3.31)$$

$$M_{zx} = \sqrt{\left(\frac{\pi^2 EI_z}{L^2}\right) \left(GI_t + \frac{\pi EI_w}{L^2}\right)} \quad (3.32)$$

der

E er Youngs elastisitetmodulus,  $E = 210\text{GPa}$

$I_z$  er treghetsmoment rundt z-akse, fra *Stålkonstruksjoner* [9]

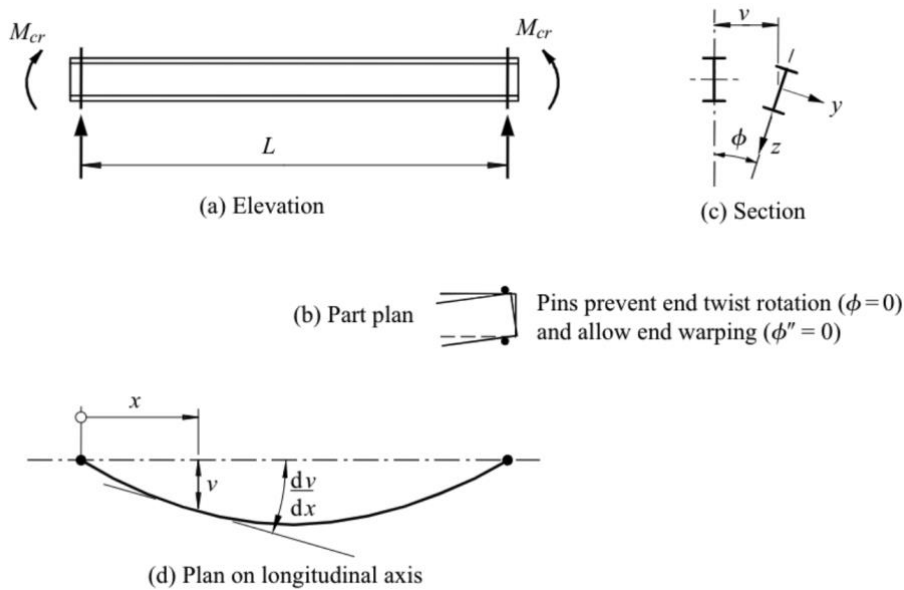
L er bjelkelengde

G er skjærmodulus,  $G = 81\text{GPa}$

der  $I_t$  er St. Venants torsjonskonstant, fra *Stålkonstruksjoner* [9]

$I_w = \frac{I_z d_f^2}{4}$  der  $I_w$  er vridningskonstant

$d_f$  er avstanden mellom senter av flensene



Figur 3-2: Vipping av fritt opplagt bjelke [2]

### 3.3.3.2 Fritt opplagt bjelke med ulike endemomenter

For en fritt opplagt bjelke med ulike endemomenter  $M$  og  $\beta_m M$  vil bjelken bli utsatt for elastisk kritisk moment gitt ved:

$$M_{cr} = \alpha_m M_{zx} \quad (3.33)$$

der

$\alpha_m$  er modifikasjonsfaktor og beregnes Tabell 3-12.

### 3.3.3.3 Bjelker med sentrert konsentrert last

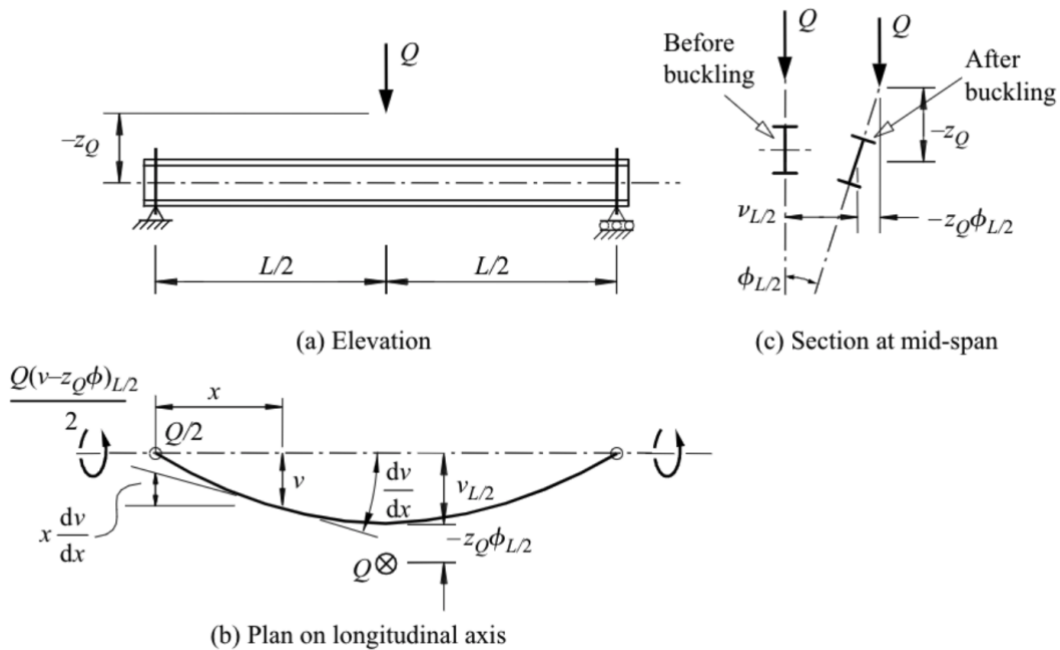
En fritt opplagt bjelke med en sentrert konsentrert last  $Q$  som virker ved en distanse  $z_Q$  over bjelkens sentralakse vil bli utsatt for en variasjon av vippelaster avhengig av bjelkeparameteren  $K$ . Denne lasten er nokså avansert å beregne, og det er derfor gitt en tilnærmet formel for vippemomentet som oppstår fra en slik last.

$$\frac{M_{cr}}{M_{zx}} = \alpha_m \left\{ \sqrt{1 + \left( \frac{0,4\alpha_m z_Q N_{cr,z}}{M_{zx}} \right)^2} + \frac{0,4\alpha_m z_Q N_{cr,z}}{M_{zx}} \right\} \quad (3.34)$$

der

$$\alpha_m \approx 1,35$$

$$N_{cr,z} = \frac{\pi^2 EI_z}{L^2}$$



Figur 3-3: I-bjelke med sentrert konsentrert last

### 3.3.3.4 Fritt opplagte bjelke med andre laster (tilnærmet løsning)

For fritt opplagte bjelker med andre laster enn overnevnte, kan elastisk kritisk moment regnes etter følgende formel:

$$M_{cr} = \alpha_m M_{zx} \quad (3.35)$$

Der  $\alpha_m$  beregnes etter Tabell 3-12. Fritt opplagte bjelker med andre laster enn beskrevet i Tabell 3-12 kan beregnes med en tilnærmet verdi for modifikasjonsfaktoren  $\alpha_m$ :

$$\alpha_m = \frac{1.75 M_{\max}}{\sqrt{M_2^2 + M_3^2 + M_4^2}} \leq 2,5 \quad (3.36)$$

der

$M_{\max}$  er maksimum moment i bjelken

$M_2, M_4$  er moment i kvartpunktene på bjelken

$M_3$  er moment i midtpunkt på bjelken

### 3.3.3.5 Vipping og torsjonparametre etter Stålkonstruksjoner – Profiler og Formler

Boken *Stålkonstruksjoner* beskriver en tilnærmet metode for beregning av elastisk kritisk vippemoment,  $M_{cr}$ . Denne metoden bruker de samme parameterne som blir brukt i overnevnte metode, men gir ikke nøyaktig samme svar. I denne boken er  $M_{zx}$  gitt som  $M_{vio}$ .

$$M_{cr} = \alpha_m M_{vio} \quad (3.37)$$

$$M_{vio} = \frac{\pi}{L} \cdot \sqrt{EI_Z \cdot GI_T} \cdot \sqrt{1 + \frac{\pi^2}{L^2} \cdot \frac{EC_w}{GI_T}} = \frac{B_1}{L} \sqrt{1 + \frac{B_2^2}{L^2}} \quad (3.38)$$

der

$$B_1 = \pi \cdot \sqrt{EI_Z \cdot GI_T}$$

$$B_2 = \pi \cdot \sqrt{\frac{EC_w}{GI_T}}$$

$$C_w = I_w$$

$$I_T = I_t$$

$$\text{Formfaktor for torsjon: } \lambda^2 \cdot EC_w = GI_T$$

$\alpha_m$  beregnes også her etter Tabell 3-12.

### 3.3.3.6 Beregning av elastisk kritisk vippemoment ved bruk av LTBeam

For å oppnå mer nøyaktige verdier for elastisk kritisk vippemoment,  $M_{cr}$ , blir det oftest brukt simuleringsprogramvarer. Disse gir gjerne et mer riktig resultat enn det man får ved bruk av utregninger, da beregningsmetodene er svært kompliserte å utlede. Vi har valgt å bruke simulasjonsprogrammet LTBeam, som er utviklet av CTICM - Industrielt teknisk senter for metallkonstruksjon. LTBeam er en programvare som brukes innen beregning for stålkonstruksjoner. Den simulerer den elastiske bøyningen bjelken er utsatt for, og beregner bjelkens elastiske kritiske vippemoment.

I programvaren legger vi inn de ulike tverrsnittene, lengden på bjelken og type last bjelken blir utsatt for. Programmet lager så grafer for skjær- og momentkraft i bjelken, og genererer en verdi for elastisk kritisk vippemoment.

# 4. Beregninger etter designmetoder for stålbejler

## 4.1 Introduksjon

For å beregne vippekapaasiteten til stålbejler må en først finne elastisk kritisk vippemoment  $M_{cr}$ . Vi har valgt å bruke alle de tre metodene som beskrevet i delkapittel 3.4.2, da vi ønsker å komme frem til mest nøyaktig verdi. Videre beregninger vi vippekapaasitet etter alle metodene gitt i delkapittel 3.4.1.

## 4.2 Kalkulering av vippemoment

### 4.2.1 Kalkulering av vippemoment, fra *The Behavior and Design of Steel Structures to EC3* [2]

Ett-punktlast: Etter metode 3.4.2.3 for sentrert konsentrert last får vi følgende resultater:

Tabell 4-1:  $M_{cr}$  for sentrert konsentrert last etter 3.4.2.3

Tverrsnitt	$\alpha_m$	$z_Q$ (mm)	$M_{zx}$ (kNm)	$M_{zx}$ (kNm)	$M_{zx}$ (kNm)	$M_{cr}$ (kNm)	$M_{cr}$ (kNm)	$M_{cr}$ (kNm)
			L = 1,5m	L = 2,0	L = 2,5	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m
IPE 100	1,35	50	12,60	9,25	7,32	23,17	15,49	11,81
IPE 120	1,35	60	20,65	14,95	11,75	41,19	26,46	19,89
IPE 140	1,35	70	32,59	23,19	18,08	69,90	43,19	32,00
IPE 160	1,35	80	50,78	35,63	27,55	114,44	68,75	50,41
IPE 180	1,35	90	75,20	51,76	39,58	179,50	104,22	75,40
IPE 200	1,35	100	111,49	75,92	57,66	273,54	156,13	112,17
IPE 220	1,35	110	162,88	108,72	81,52	418,41	231,95	164,56

To-punktlast: Etter metode 3.4.2.4 for fritt opplagt bejler med andre laster (tilnærmet løsning) finner vi  $\alpha_m$  ved å bruke Tabell 3-12.

$$\alpha_m = 1 + 0,35 \left(1 - \frac{2a}{L}\right)^2$$

Vi velger  $2a = L/3$  for alle bejlerne, og får  $\alpha_m \approx 1,1556$



Metode 3.4.2.4 gir følgende resultater:

Tabell 4-2:  $M_{cr}$  for to-punktlast etter 3.4.2.4

Tverrsnitt	$\alpha_m$	$M_{zx}$ (kNm)	$M_{zx}$ (kNm)	$M_{zx}$ (kNm)	$M_{cr}$ (kNm)	$M_{cr}$ (kNm)	$M_{cr}$ (kNm)
		L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5 m	L = 1,5m	L=2,0m	L=2,5m
<b>IPE 100</b>	1,16	12,60	9,25	7,32	14,56	10,69	8,46
<b>IPE 120</b>	1,16	20,65	14,95	11,75	23,87	17,28	13,58
<b>IPE 140</b>	1,16	32,59	23,19	18,08	37,66	26,80	20,89
<b>IPE 160</b>	1,16	50,78	35,63	27,55	58,68	41,18	31,84
<b>IPE 180</b>	1,16	75,20	51,76	39,58	86,90	59,82	45,74
<b>IPE 200</b>	1,16	111,49	75,92	57,66	128,84	87,73	66,63
<b>IPE 220</b>	1,16	162,88	108,72	81,52	188,22	125,63	94,20

#### 4.2.2 Kalkulering av vippemoment, fra *Stålkonstruksjoner* [9]

Vi velger å også bruke metode 3.4.2.5 gitt i stålkonstruksjoner boken og får følgende resultater:

Tabell 4-3:  $M_{cr}$  for ett-punktlast etter 3.4.2.5

Tverrsnitt	B1	B2	$M_{vio}$ (kNm)	$M_{vio}$ (kNm)	$M_{vio}$ (kNm)	$\alpha_m$	$M_{cr}$ (kNm)	$M_{cr}$ (kNm)	$M_{cr}$ (kNm)
			L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m		L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m
<b>IPE 100</b>	17860000000	866,9	13,75	9,73	7,56	1,35	18,57	13,14	10,21
<b>IPE 120</b>	28270000000	1151	23,76	16,31	12,45	1,35	32,07	22,02	16,81
<b>IPE 140</b>	42710000000	1447	39,56	26,36	19,74	1,35	53,41	35,58	26,65
<b>IPE 160</b>	64030000000	1683	64,16	41,84	30,87	1,35	86,61	56,49	41,68
<b>IPE 180</b>	89660000000	2003	99,72	63,45	45,96	1,35	134,62	85,65	62,04
<b>IPE 200</b>	1,286E+11	2190	151,72	95,35	68,39	1,35	204,82	128,72	92,32
<b>IPE 220</b>	1,759E+11	2541	230,68	142,20	100,32	1,35	311,42	191,97	135,44

Tabell 4-4:  $M_{cr}$  for to-punktlast etter 3.4.2.5

Tverrsnitt	B1	B2	$M_{vio}$ (kNm)	$M_{vio}$ (kNm)	$M_{vio}$ (kNm)	$\alpha_m$	$M_{cr}$ (kNm)	$M_{cr}$ (kNm)	$M_{cr}$ (kNm)
			L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m		L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m
<b>IPE 100</b>	1,786E+10	866,9	13,75	9,73	7,56	1,16	15,89	11,24	8,74
<b>IPE 120</b>	2,827E+10	1151	23,76	16,31	12,45	1,16	27,46	18,85	14,39
<b>IPE 140</b>	4,271E+10	1447	39,56	26,36	19,74	1,16	45,72	30,46	22,81
<b>IPE 160</b>	6,403E+10	1683	64,16	41,84	30,87	1,16	74,14	48,35	35,67
<b>IPE 180</b>	8,966E+10	2003	99,72	63,45	45,96	1,16	115,24	73,32	53,11
<b>IPE 200</b>	1,286E+11	2190	151,72	95,35	68,39	1,16	175,33	110,19	79,03
<b>IPE 220</b>	1,759E+11	2541	230,68	142,20	100,32	1,16	266,57	164,33	115,93

### 4.2.3 Kalkulering av vippemoment ved bruk av LTBeam

Til slutt bruker vi programvaren LTBeam etter metode 3.4.2.6 for å finne verdier for elastisk kritisk moment,  $M_{cr}$ . Programmet gir følgende verdier:

Tabell 4-5:  $M_{cr}$  for ett-punktlast etter 3.4.2.6

Tverrsnitt	$M_{cr}$ (kNm)	$M_{cr}$ (kNm)	$M_{cr}$ (kNm)
	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m
IPE 100	18,63	13,15	10,20
IPE 120	32,34	22,17	16,90
IPE 140	54,05	35,98	26,93
IPE 160	87,54	57,03	42,04
IPE 180	136,16	86,62	62,72
IPE 200	207,01	129,93	93,06
IPE 220	314,91	194,05	136,84

Tabell 4-6:  $M_{cr}$  for to-punktlast etter 3.4.2.6

Tverrsnitt	$M_{cr}$ (kNm)	$M_{cr}$ (kNm)	$M_{cr}$ (kNm)
	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m
IPE 100	15,07	10,65	8,26
IPE 120	26,15	17,94	13,68
IPE 140	43,69	29,10	21,78
IPE 160	70,74	46,10	34,00
IPE 180	110,02	70,01	50,71
IPE 200	167,25	104,99	75,22
IPE 220	254,41	156,79	110,59

Vi ser at verdiene vi får ved bruk av LTBeam ligner mest på resultatene fra metode 3.4.2.5 fra *Stålkonstruksjoner* [9] boken. Resultatene fra metoden etter *The Behavior and Design of Steel Structures to EC3* [2] gir derimot litt andre verdier. Verdiene for elastisk kritisk vippemoment,  $M_{cr}$ , er en god del høyere og blir dermed ikke like konservative som for metode 3.4.2.5. Slik det fremstår fra våre beregninger er det derfor metoden fra *Stålkonstruksjoner* [9] som gir mest nøyaktige og riktige svar sammenlignet med simulasjonen i LTBeam. Vi velger derfor å bruke disse verdiene i videre beregninger.

### 4.3 Kalkulering av vippekapasitet

For kalkulering av vippekapasitet bruker vi alle metodene som gitt i delkapittel 3.4.1. Dette gjør vi for å sammenligne de ulike metodene, og ut ifra dette bestemme hvilke metoder som er best å bruke for vår oppgave.

#### 4.3.1 Kalkulering av vippekapasitet etter 3.4.1.1

Metoden gitt i delkapittel 3.4.1.1 for generelt tilfelle gir følgende resultater for vippekapasitet,  $M_{b,Rd}$ :

Tabell 4-7: Vippekapasitet etter metode 3.4.1.1 for ett-punktlast

Tverrsnitt	$W_y$ (mm <sup>3</sup> )	$f_y$ (N/mm <sup>2</sup> )	$\gamma_{M1}$	$\chi_{LT}$	$\chi_{LT}$	$\chi_{LT}$	$M_{b,Rd}$ (kNm)	$M_{b,Rd}$ (kNm)	$M_{b,Rd}$ (kNm)
				L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m
IPE 100	39400	355	1,05	0,75	0,64	0,55	10,05	8,57	7,31
IPE 120	60800	355	1,05	0,78	0,67	0,57	16,11	13,83	11,79
IPE 140	88400	355	1,05	0,81	0,71	0,61	24,34	21,15	18,12
IPE 160	123800	355	1,05	0,84	0,75	0,65	35,24	31,21	27,07
IPE 180	166400	355	1,05	0,86	0,78	0,68	48,65	43,76	38,40
IPE 200	220000	355	1,05	0,88	0,81	0,72	65,70	60,06	53,61
IPE 220	286000	355	1,05	0,90	0,83	0,76	87,09	80,70	73,10

Tabell 4-8: Vippekapasitet etter metode 3.4.1.1 for to-punktlast

Tverrsnitt	$W_y$ (mm <sup>3</sup> )	$f_y$ (N/mm <sup>2</sup> )	$\gamma_{M1}$	$\chi_{LT}$	$\chi_{LT}$	$\chi_{LT}$	$M_{b,Rd}$ (kNm)	$M_{b,Rd}$ (kNm)	$M_{b,Rd}$ (kNm)
				L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m
IPE 100	39400	355	1,05	0,71	0,59	0,49	9,44	7,80	6,53
IPE 120	60800	355	1,05	0,74	0,62	0,51	15,27	12,68	10,58
IPE 140	88400	355	1,05	0,78	0,66	0,55	23,28	19,58	16,36
IPE 160	123800	355	1,05	0,81	0,70	0,59	34,01	29,21	24,66
IPE 180	166400	355	1,05	0,84	0,74	0,63	47,26	41,38	35,30
IPE 200	220000	355	1,05	0,86	0,77	0,67	64,15	57,34	49,82
IPE 220	286000	355	1,05	0,88	0,80	0,71	85,42	77,70	68,65

### 4.3.2 Kalkulering av vippekapasitet etter 3.4.1.2

Metoden gitt i delkapittel 3.4.1.2 for mindre konservativ metode gir følgende resultater for vippekapasitet,  $M_{b,Rd}$ :

Tabell 4-9: Vippekapasitet etter metode 3.4.1.2 for ett-punktlast

Tverrsnitt	$W_y$ (mm <sup>3</sup> )	$f_y$ (N/mm <sup>2</sup> )	$\gamma_{M1}$	$\chi_{LT}$	$\chi_{LT}$	$\chi_{LT}$	$M_{b,Rd}$ (kNm)	$M_{b,Rd}$ (kNm)	$M_{b,Rd}$ (kNm)
				L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m
<b>IPE 100</b>	39400	355	1,05	0,78	0,68	0,60	10,37	9,06	7,95
<b>IPE 120</b>	60800	355	1,05	0,81	0,71	0,62	16,57	14,51	12,72
<b>IPE 140</b>	88400	355	1,05	0,84	0,74	0,65	24,96	22,02	19,35
<b>IPE 160</b>	123800	355	1,05	0,86	0,77	0,68	36,14	32,25	28,60
<b>IPE 180</b>	166400	355	1,05	0,89	0,80	0,71	49,96	45,02	40,19
<b>IPE 200</b>	220000	355	1,05	0,91	0,83	0,75	67,62	61,63	55,66
<b>IPE 220</b>	286000	355	1,05	0,93	0,86	0,78	89,93	82,76	75,42

Tabell 4-10: Vippekapasitet etter metode 3.4.1.2 for to-punktlast

Tverrsnitt	$W_y$ (mm <sup>3</sup> )	$f_y$ (N/mm <sup>2</sup> )	$\gamma_{M1}$	$\chi_{LT}$	$\chi_{LT}$	$\chi_{LT}$	$M_{b,Rd}$ (kNm)	$M_{b,Rd}$ (kNm)	$M_{b,Rd}$ (kNm)
				L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m
<b>IPE 100</b>	39400	355	1,05	0,74	0,63	0,54	9,82	8,38	7,23
<b>IPE 120</b>	60800	355	1,05	0,77	0,66	0,57	15,78	13,50	11,61
<b>IPE 140</b>	88400	355	1,05	0,80	0,69	0,60	23,95	20,64	17,78
<b>IPE 160</b>	123800	355	1,05	0,83	0,73	0,63	34,89	30,47	26,48
<b>IPE 180</b>	166400	355	1,05	0,86	0,76	0,67	48,47	42,84	37,48
<b>IPE 200</b>	220000	355	1,05	0,89	0,79	0,70	65,87	59,04	52,31
<b>IPE 220</b>	286000	355	1,05	0,91	0,82	0,74	87,93	79,75	71,42

### 4.3.3 Kalkulering av vippekapasitet etter 3.4.1.3

Metoden gitt i delkapittel 3.4.1.3 for mindre konservativ metode med modifisert reduksjonsfaktor gir følgende resultater for vippekapasitet,  $M_{b,Rd}$ :

Tabell 4-11: Vippekapasitet etter metode 3.4.1.3 for ett-punktlast

Tverrsnitt	f	f	f	$\chi_{LT,mod}$	$\chi_{LT,mod}$	$\chi_{LT,mod}$	$M_{b,Rd}$ (kNm)	$M_{b,Rd}$ (kNm)	$M_{b,Rd}$ (kNm)
	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m
<b>IPE 100</b>	0,93	0,94	0,95	0,84	0,73	0,63	11,15	9,67	8,37
<b>IPE 120</b>	0,93	0,94	0,95	0,87	0,75	0,65	17,81	15,52	13,45
<b>IPE 140</b>	0,93	0,93	0,94	0,90	0,79	0,69	26,84	23,60	20,56
<b>IPE 160</b>	0,93	0,93	0,94	0,93	0,83	0,73	38,82	34,64	30,51
<b>IPE 180</b>	0,93	0,93	0,93	0,95	0,86	0,76	53,57	48,40	43,02
<b>IPE 200</b>	0,93	0,93	0,93	0,97	0,89	0,80	72,35	66,27	59,72
<b>IPE 220</b>	0,94	0,93	0,93	0,99	0,92	0,84	95,94	88,91	81,05

Tabell 4-12: Vippekapasitet etter metode 3.4.1.3 for to-punktlast

Tverrsnitt	f	f	f	$\chi_{LT,mod}$	$\chi_{LT,mod}$	$\chi_{LT,mod}$	$M_{b,Rd}$ (kNm)	$M_{b,Rd}$ (kNm)	$M_{b,Rd}$ (kNm)
	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m
<b>IPE 100</b>	0,97	0,97	0,98	0,76	0,65	0,55	10,16	8,62	7,37
<b>IPE 120</b>	0,97	0,97	0,98	0,80	0,68	0,58	16,35	13,91	11,88
<b>IPE 140</b>	0,97	0,97	0,97	0,83	0,71	0,61	24,81	21,31	18,24
<b>IPE 160</b>	0,97	0,97	0,97	0,86	0,75	0,65	36,14	31,52	27,24
<b>IPE 180</b>	0,97	0,97	0,97	0,89	0,79	0,69	50,20	44,35	38,65
<b>IPE 200</b>	0,97	0,97	0,97	0,92	0,82	0,73	68,17	61,16	54,05
<b>IPE 220</b>	0,97	0,97	0,97	0,94	0,85	0,76	90,88	82,63	73,90

#### 4.3.4 Kalkulering av vippekapasitet etter 3.4.1.4

Metoden gitt i delkapittel 3.4.1.4 for forenklet metode gir følgende resultater for vippekapasitet,  $M_{b,Rd}$ :

Tabell 4-13: Vippekapasitet etter metode 3.4.1.4 for ett-punktlast

Tverrsnitt	$k_{fl}$	$\chi$	$\chi$	$\chi$	$M_{c,Rd}$ (kNm)	$M_{b,Rd}$ (kNm)	$M_{b,Rd}$ (kNm)	$M_{b,Rd}$ (kNm)
		L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m				
IPE 100	1,10	0,45	0,29	0,2	13,32	6,59	4,25	2,93
IPE 120	1,10	0,55	0,36	0,27	20,56	12,44	8,14	6,11
IPE 140	1,10	0,62	0,45	0,32	29,89	20,38	14,79	10,52
IPE 160	1,10	0,67	0,51	0,37	41,86	30,85	23,48	17,04
IPE 180	1,10	0,75	0,56	0,43	56,26	46,41	34,66	26,61
IPE 200	1,10	0,78	0,63	0,51	74,38	63,82	51,55	41,73
IPE 220	1,10	0,8	0,69	0,58	96,70	85,09	73,39	61,69

Tabell 4-14: Vippekapasitet etter metode 3.4.1.4 for to-punktlast

Tverrsnitt	$k_{fl}$	$\chi$	$\chi$	$\chi$	$M_{c,Rd}$ (kNm)	$M_{b,Rd}$ (kNm)	$M_{b,Rd}$ (kNm)	$M_{b,Rd}$ (kNm)
		L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m				
IPE 100	1,10	0,4	0,27	0,18	13,32	5,86	3,96	2,64
IPE 120	1,10	0,49	0,33	0,24	20,56	11,08	7,46	5,43
IPE 140	1,10	0,57	0,4	0,3	29,89	18,74	13,15	9,86
IPE 160	1,10	0,63	0,5	0,33	41,86	29,01	23,02	15,19
IPE 180	1,10	0,7	0,54	0,38	56,26	43,32	33,42	23,52
IPE 200	1,10	0,75	0,6	0,43	74,38	61,36	49,09	35,18
IPE 220	1,10	0,78	0,63	0,5	96,70	82,96	67,01	53,18

# 5. ANSYS analyse

## 5.1 Introduksjon

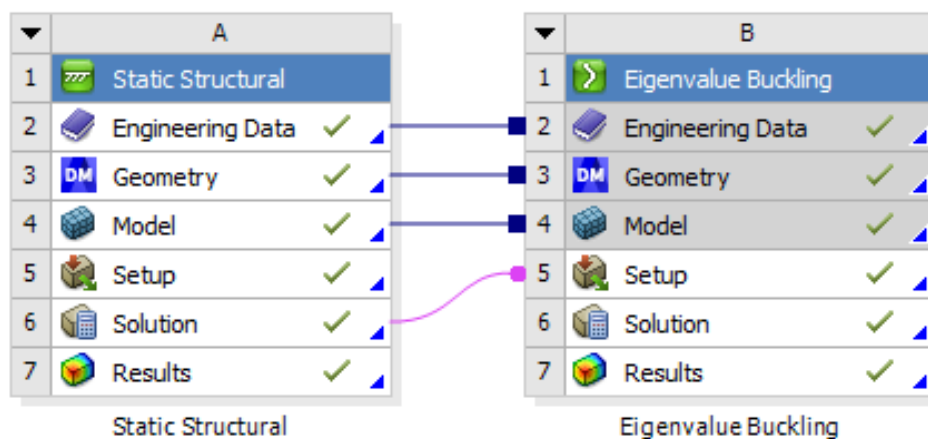
I denne oppgaven skal vi sammenligne beregningene av vippekapasitet, med resultatene vi får fra simulering av vippemoment i programvaren ANSYS. ANSYS Workbench er en programvare utviklet for elementanalyse, hvor simuleringsprosessen består av separate systemer som settes sammen med et flytskjema. Flytskjemaet beskriver rekkefølgen prosessen skal gjennomføres. Vi bruker programvaren til å simulere vippemoment i stålbjelkene, for å finne vippekapasiteten hos de ulike tverrsnittene ved ulike bjelkelengder.

## 5.2 Lineært vippemoment

### 5.2.1 Metode

I denne delen av oppgaven vil vi ta i bruk tre typer analyse systemer. Det første, *Static Structural*, inneholder standard analyse for kollaps i bjelken. Dataen fra dette systemet sendes så videre til det andre systemet, som er *Eigenvalue Buckling*. Dette systemet inkluderer analyse for lineært vippemoment. Det er her vi får ut et av de ønskede resultatene for denne oppgaven. Egenverdianalysen utføres med mål om å oppnå en teoretisk vippelast og vippemodus, lignende som ved teoretisk analysemetode.

Flytskjemaet i ANSYS Workbench er gitt som følger:



Figur 5-1: Flytskjema for egenverdianalyse i ANSYS Workbench

Punkt nummer to i systemet, *Engineering Data*, består av materielle info for stålbjelkene. Her settes Youngs elastisitetsmodulus og skjærmodulus likt som gitt ved våre beregninger, og materialet settes til strukturelt stål S355. I punkt nummer tre, *Geometry*, tegner vi inn de ulike tverrsnittene, og de ulike bjelkelengdene. I det fjerde og femte punktet, *Model* og *Setup*, velger vi endestøttene og tilført ett- og to-punktlast. Vi legger inn en tilfeldig last som senere skal ganges med en lastmultiplikator (egenverdi), da det er maks vippelast vi ønsker å finne. Sjetten og syvende punkt, *Solution* og *Results*, gir et diagram som viser lastfordelingen i bjelken, samt deformasjon og rotasjon i tverrsnittet. Løsningen fra det første systemet, sendes så inn i «Setup» i det andre systemet for å videreføre dataene og utføre simuleringen for vipping. I analysen for lineært vippemoment leser vi av kritisk last for vipping i det sjette punktet, *Solution*. Denne blir gitt som en last multiplikator, som vi må multiplisere med den påførte lasten for å registrere maksimal lastkapasitet.

### 5.2.2 Eksperimentell testing

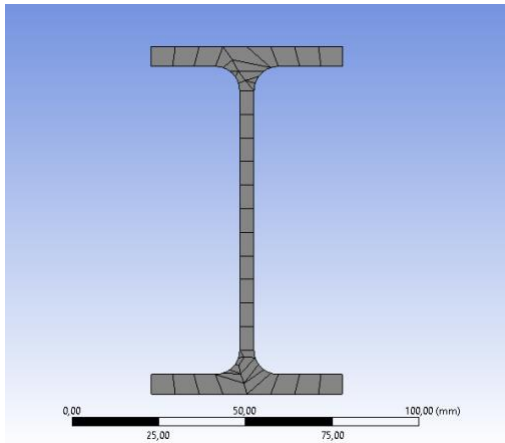
Vi begynte analyse-prosessen med å lage en testmodell. Denne ble brukt for å finne best tilpasset støttebetingelser, optimal *mesh* og iterasjonsprosedyre detaljer for å oppnå mest mulig nøyaktige resultater fra analysen. Denne testprosedyren ble utført på tverrsnitt IPE100 med bjelkelengde lik 1,5m. Testingen ble utført ved å tilføre ulike typer støtter i endene av stålbjelken, og så kjøre stress- og egenverdianalyse. Resultatene sammenlignet vi med kalkulerte verdier, og kom med dette frem til betingelser som ga gode resultater.

Lineært vippemoment analyse eller egenverdianalyse kjøres automatisk for to ulike vippemoduler, *Buckling modes*. Modulene beskriver ulike måter bjelken kan bli utsatt for vippemoment. Her vil en normalt se bort ifra de negative egenverdiene når en studerer en fysisk modell. Vi valgte i denne oppgaven å kjøre egenverdianalyse for 8 ulike vippemoduler for å komme frem til den mest riktige modellen for vår analyse. Det er vanligvis den laveste lastmultiplikatoren som gir den beste modellen, da denne tilsvarer den første verdien som blir nådd når bjelken blir utsatt for vippemoment.

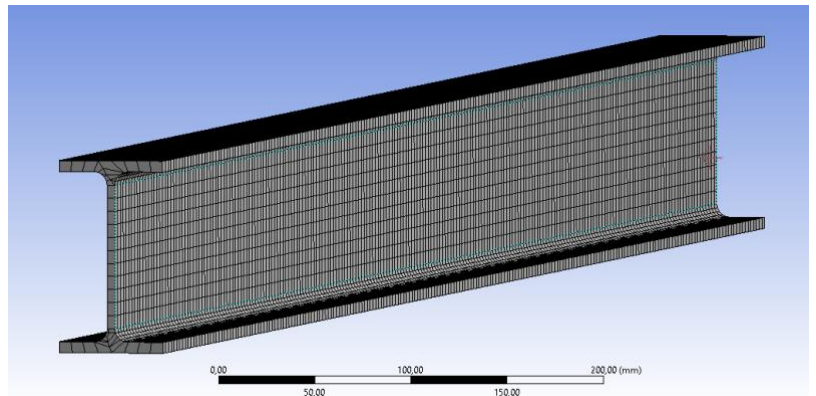
ANSYS genererer automatisk en mesh modell med standard element størrelse. Denne ga i vårt tilfelle ikke en optimal løsning, og vi gjorde derfor tester med ulike



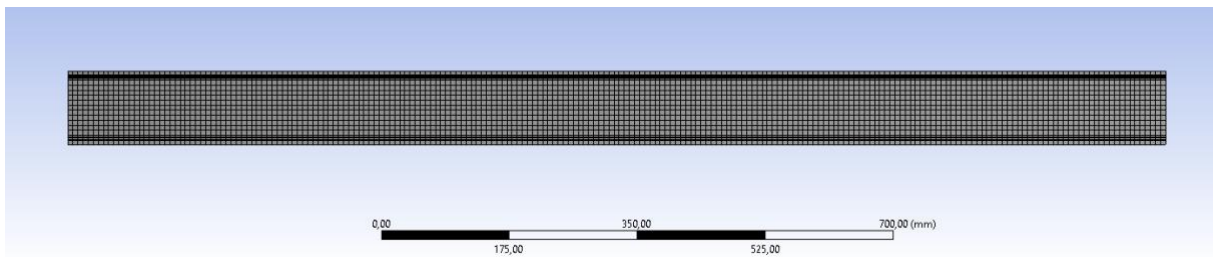
typer mesh. Her måtte vi både ta hensyn til nøyaktighet og analyseprosessens kjøretid. Etter ulike forsøk endte vi opp med en elementstørrelse på 7mm. Figurene nedenfor viser mesh løsningen for IPE100 med bjelkelengde 1,5m.



Figur 5-3: Tverrsnitt IPE100



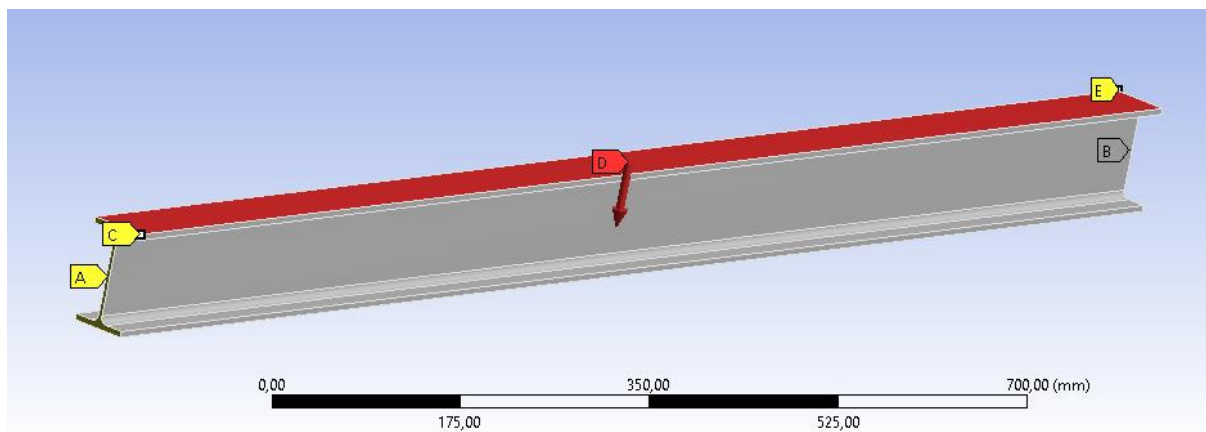
Figur 5-2: IPE bjelke



Figur 5-4: Sidevisning IPE100, L=1.5m

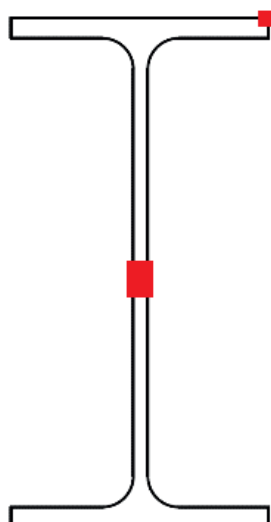
### 5.2.3 Utførelse

De gitte betingelsene for analysen settes under *Static Structural* punktet i programvaren. Her legger vi til tilført last som en *Remote-force* med en tilfeldig valgt styrke på 20kN. For ett-punktlast plasseres lasten i senter av bjelken, mens for to-punktlast plasserer vi to like laster med distanse  $a = L/3$  mellom.



Figur 5-5: Last- og støttebetingelser for ett-punktlast i ANSYS

Støttene på bjelken er valgt ut ifra testing som beskrevet i punkt 5.2.2. Der kom vi frem til at en løsning med støtte i midten av steget i tverrsnittet i tillegg til en i høyre hjørne av flensen ga best resultater. Støtten i steget hindrer på den ene siden av bjelken forflytning i X-, Y- og Z-retning, mens den på den andre siden kun i X- og Y-retning. Flensens støtte hindrer forflytning i X-retning på begge sider av bjelken.



Figur 5-6: Støttebetingelser

Den tilførte lasten  $P$  settes til 20kN, og lastmultiplikatoren ganges derfor med 20kN for å finne maksimal last. ANSYS tar i dette systemet ingen hensyn til imperfeksjoner, og derfor blir den simulerte verdien vi får ut lik kritisk bjelkelast. Vi ønsker å sammenligne disse resultatene med de tidligere beregnede verdiene for kritisk vippemoment, og bruker følgende formler for å kalkulere dette:

Ett-punktlast:

$$M_{cr} = \frac{P \cdot \text{Last multiplikator} \cdot L}{4} \quad (5.1)$$

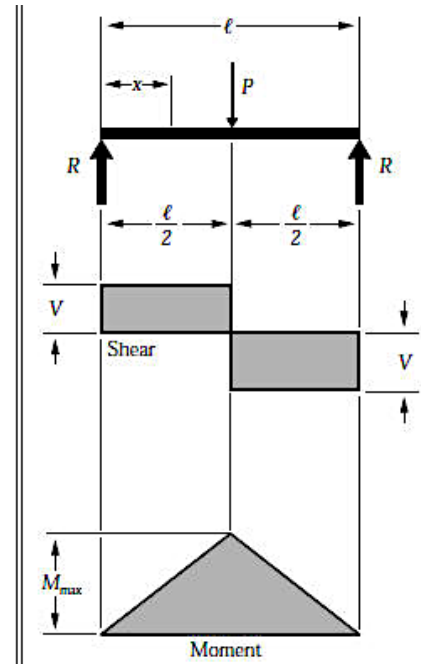
$$R = V \dots\dots\dots = \frac{P}{2}$$

$$M_{\max} \text{ (at point of load)} \dots\dots = \frac{P\ell}{4}$$

$$M_x \text{ (when } x < \frac{\ell}{2}) \dots\dots = \frac{Px}{2}$$

$$\Delta_{\max} \text{ (at point of load)} \dots\dots = \frac{P\ell^3}{48EI}$$

$$\Delta_x \text{ (when } x < \frac{\ell}{2}) \dots\dots = \frac{Px}{48EI} (3\ell^2 - 4x^2)$$



Figur 5-7: Skjær- og momentdiagram for bjelker - ett-punktlast [11]

To-punktlast:

$$M_{cr} = P \cdot \text{Last multiplikator} \cdot a \quad (5.2)$$

der  $a = L/3$

$$R = V \dots\dots\dots = P$$

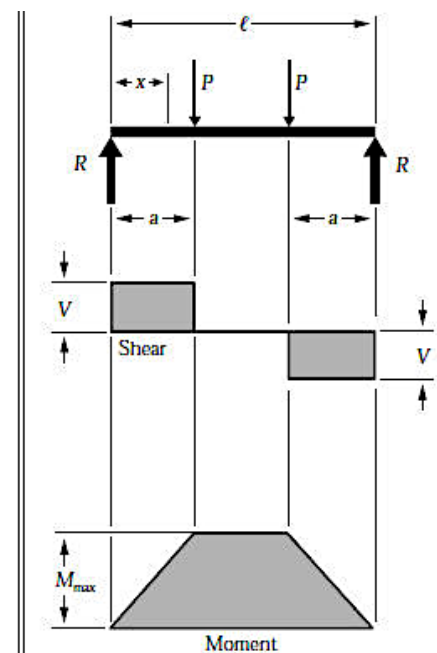
$$M_{\max} \text{ (between loads)} \dots\dots = Pa$$

$$M_x \text{ (when } x < a) \dots\dots = Px$$

$$\Delta_{\max} \text{ (at center)} \dots\dots = \frac{Pa}{24EI} (3\ell^2 - 4a^2)$$

$$\Delta_x \text{ (when } x < a) \dots\dots = \frac{Px}{6EI} (3\ell a - 3a^2 - x^2)$$

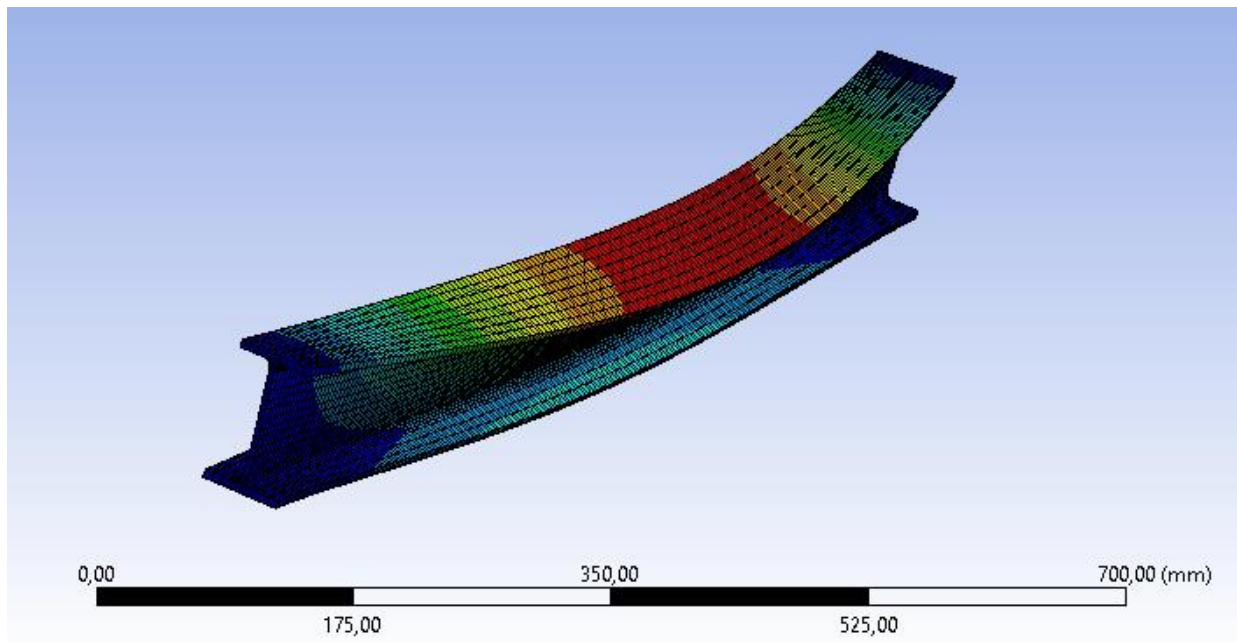
$$\Delta_x \text{ (when } x > a \text{ and } < (\ell - a)) \dots\dots = \frac{Pa}{6EI} (3\ell x - 3x^2 - a^2)$$



Figur 5-8: Skjær- og momentdiagram for bjelker - to-punktlast [11]

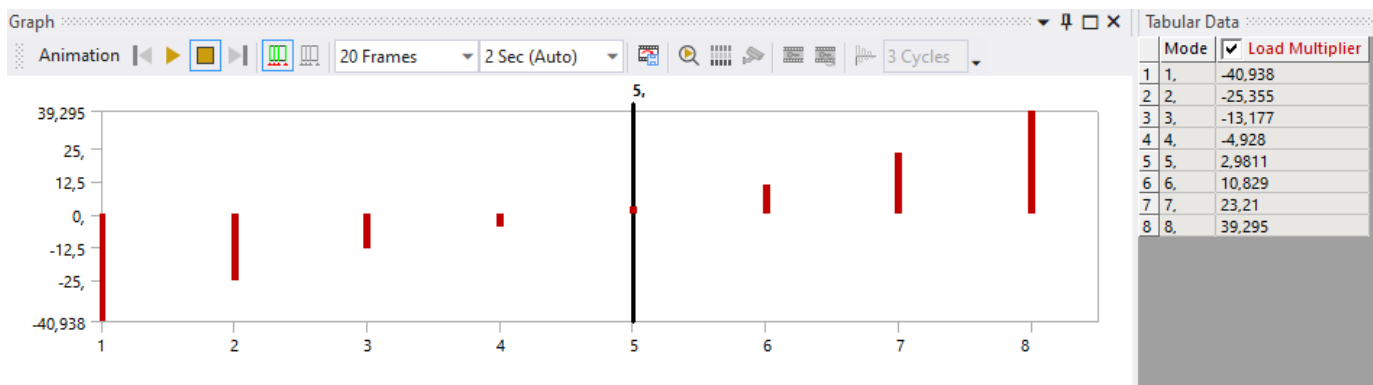
## 5.2.4 Resultater

ANSYS genererer 8 ulike moduler for vippemoment, hvor vi velger den modulen som tilsvarer vipping slik vi ønsker å analysere. Programvaren simulerer en representasjon av bjelkens totale deformasjon vist slik som i Figur 5.9. Her ser vi hvor bjelken er mest utsatt for vipping og hvordan den deformeres.



Figur 5-9: Total deformasjon i optimal vippemodul

Genererte data for de ulike vippemodusene vises som en graf og ved en tabell med tilsvarende last multiplikatorer. Vi leser av lastmultiplikator for ønsket vippemodul, og kalkulerer så kritisk vippemoment for de ulike bjelkene.



Figur 5-10: Lastmultiplikator for ulike modus for IPE100, L =1,5m

Etter fullført egenver dianalyse får vi følgende resultater:

Tabell 5-1: ANSYS: Kritisk vippemoment for ett-punktlast

Tverrsnitt	Last multiplikator	Last multiplikator	Last multiplikator	Påført kraft (kN)	M <sub>cr</sub> (kNm)	M <sub>cr</sub> (kNm)	M <sub>cr</sub> (kNm)
	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m		L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m
IPE 100	2,9811	1,6904	1,0986	-20	22,36	16,90	13,73
IPE 120	4,8752	2,6935	1,73	-20	36,56	26,94	21,63
IPE 140	7,7632	4,1667	2,6321	-20	58,22	41,67	32,90
IPE 160	12,038	6,3455	3,9552	-20	90,29	63,46	49,44
IPE 180	17,966	9,2935	5,6899	-20	134,75	92,94	71,12
IPE 200	26,192	13,542	8,2268	-20	196,44	135,42	102,84
IPE 220	37,41	19,467	11,69	-20	280,58	194,67	146,13

Tabell 5-2: ANSYS: Kritisk vippemoment for to-punktlast

Tverrsnitt	Last multiplikator	Last multiplikator	Last multiplikator	Påført kraft (kN)	M <sub>cr</sub> (kNm)	M <sub>cr</sub> (kNm)	M <sub>cr</sub> (kNm)
	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m		L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m
IPE 100	1,4905	0,8452	0,5493	-20	14,91	11,27	9,16
IPE 120	2,4376	1,3468	0,865	-20	24,38	17,96	14,42
IPE 140	3,8816	2,0833	1,316	-20	38,82	27,78	21,93
IPE 160	6,0192	3,1728	1,9776	-20	60,19	42,30	32,96
IPE 180	8,9832	4,6467	2,8449	-20	89,83	61,96	47,42
IPE 200	13,096	6,771	4,1134	-20	130,96	90,28	68,56
IPE 220	18,705	9,7333	5,845	-20	187,05	129,78	97,42

For å sammenligne svarene fra ANSYS analysen med våre tidligere teoretiske beregninger bruker vi samme metoder som beskrevet i punkt 3.4.1 til å kalkulere vippekapasiteten,  $M_{b,Rd}$ . De simulerte verdiene gir følgende resultater:

Beregning av vippekapasitet for generelt tilfelle:

Tabell 5-3: ANSYS: Vippekapasitet etter metode 3.4.1.1 for ett-punktlast

Tverrsnitt	$W_y$ (mm <sup>3</sup> )	$f_y$ (N/mm <sup>2</sup> )	$\gamma_{M1}$	$\chi_{LT}$	$\chi_{LT}$	$\chi_{LT}$	$M_{b,Rd}$ (kNm)	$M_{b,Rd}$ (kNm)	$M_{b,Rd}$ (kNm)
				L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m
<b>IPE 100</b>	39400	355	1,05	0,80	0,73	0,66	10,67	9,69	8,78
<b>IPE 120</b>	60800	355	1,05	0,81	0,74	0,67	16,72	15,15	13,70
<b>IPE 140</b>	88400	355	1,05	0,83	0,75	0,68	24,84	22,56	20,38
<b>IPE 160</b>	123800	355	1,05	0,85	0,78	0,71	35,53	32,51	29,52
<b>IPE 180</b>	166400	355	1,05	0,86	0,80	0,73	48,65	44,85	40,87
<b>IPE 200</b>	220000	355	1,05	0,88	0,82	0,75	65,31	60,85	55,97
<b>IPE 220</b>	286000	355	1,05	0,89	0,84	0,78	86,00	80,94	75,03

Tabell 5-4: ANSYS: Vippekapasitet etter metode 3.4.1.1 for to-punktlast

Tverrsnitt	$W_y$ (mm <sup>3</sup> )	$f_y$ (N/mm <sup>2</sup> )	$\gamma_{M1}$	$\chi_{LT}$	$\chi_{LT}$	$\chi_{LT}$	$M_{b,Rd}$ (kNm)	$M_{b,Rd}$ (kNm)	$M_{b,Rd}$ (kNm)
				L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m
<b>IPE 100</b>	39400	355	1,05	0,69	0,59	0,51	9,16	7,81	6,76
<b>IPE 120</b>	60800	355	1,05	0,71	0,60	0,52	14,52	12,30	10,59
<b>IPE 140</b>	88400	355	1,05	0,73	0,62	0,53	21,95	18,58	15,91
<b>IPE 160</b>	123800	355	1,05	0,76	0,65	0,56	31,94	27,30	23,41
<b>IPE 180</b>	166400	355	1,05	0,79	0,68	0,58	44,41	38,37	32,91
<b>IPE 200</b>	220000	355	1,05	0,81	0,71	0,62	60,34	53,10	46,01
<b>IPE 220</b>	286000	355	1,05	0,83	0,74	0,65	80,24	71,95	62,95

Beregning av vippekapasitet for mindre konservativ metode:

Tabell 5-5: ANSYS: Vippekapasitet etter metode 3.4.1.2 for ett-punktlast

Tverrsnitt	$W_y$ (mm <sup>3</sup> )	$f_y$ (N/mm <sup>2</sup> )	$\gamma_{M1}$	$\chi_{LT}$	$\chi_{LT}$	$\chi_{LT}$	$M_{b,Rd}$ (kNm)	$M_{b,Rd}$ (kNm)	$M_{b,Rd}$ (kNm)
				L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m
<b>IPE 100</b>	39400	355	1,05	0,82	0,75	0,69	10,95	10,05	9,25
<b>IPE 120</b>	60800	355	1,05	0,83	0,76	0,70	17,15	15,68	14,39
<b>IPE 140</b>	88400	355	1,05	0,85	0,78	0,71	25,47	23,28	21,34
<b>IPE 160</b>	123800	355	1,05	0,87	0,80	0,73	36,45	33,45	30,74
<b>IPE 180</b>	166400	355	1,05	0,89	0,82	0,75	49,97	46,06	42,38
<b>IPE 200</b>	220000	355	1,05	0,90	0,84	0,78	67,18	62,41	57,77
<b>IPE 220</b>	286000	355	1,05	0,92	0,86	0,80	88,61	83,01	77,21

Tabell 5-6: ANSYS: Vippekapasitet etter metode 3.4.1.2 for to-punktlast

Tverrsnitt	$W_y$ (mm <sup>3</sup> )	$f_y$ (N/mm <sup>2</sup> )	$\gamma_{M1}$	$\chi_{LT}$			$M_{b,Rd}$ (kNm)		
				L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m
IPE 100	39400	355	1,05	0,72	0,63	0,56	9,57	8,39	7,44
IPE 120	60800	355	1,05	0,74	0,64	0,57	15,12	13,17	11,63
IPE 140	88400	355	1,05	0,76	0,66	0,58	22,73	19,76	17,38
IPE 160	123800	355	1,05	0,79	0,69	0,61	32,92	28,79	25,35
IPE 180	166400	355	1,05	0,81	0,71	0,63	45,63	40,17	35,38
IPE 200	220000	355	1,05	0,83	0,74	0,66	61,90	55,20	48,98
IPE 220	286000	355	1,05	0,85	0,77	0,69	82,28	74,37	66,42

Beregning av vippekapasitet for mindre konservativ metode med modifisert reduksjonsfaktor:

Tabell 5-7: ANSYS: Vippekapasitet etter metode 3.4.1.3 for ett-punktlast

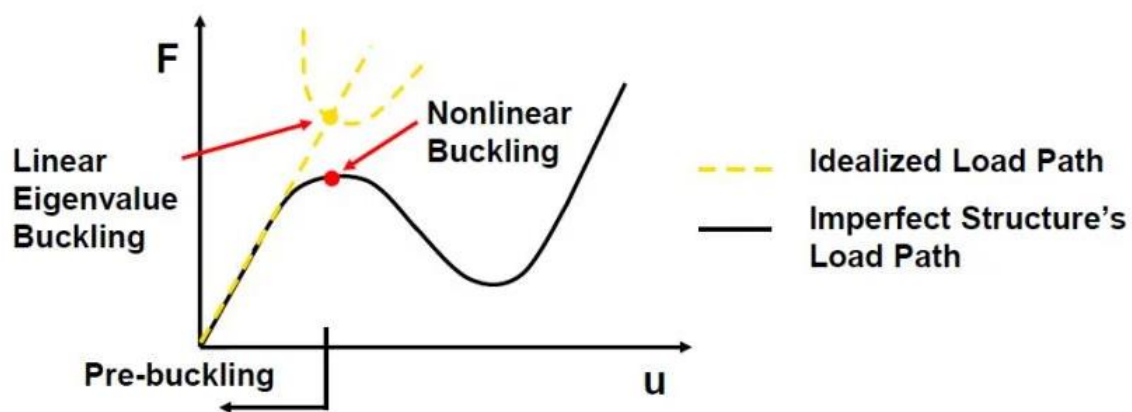
Tverrsnitt	f			$\chi_{LT,mod}$			$M_{b,Rd}$ (kNm)		
	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m
IPE 100	0,93	0,93	0,94	0,88	0,81	0,74	11,78	10,78	9,88
IPE 120	0,93	0,93	0,94	0,90	0,82	0,75	18,44	16,84	15,39
IPE 140	0,93	0,93	0,93	0,92	0,84	0,76	27,37	25,01	22,84
IPE 160	0,93	0,93	0,93	0,93	0,86	0,79	39,13	35,96	32,95
IPE 180	0,93	0,93	0,93	0,95	0,88	0,81	53,58	49,52	45,48
IPE 200	0,93	0,93	0,93	0,97	0,90	0,83	71,92	67,09	62,07
IPE 220	0,94	0,93	0,93	0,98	0,92	0,86	94,72	89,17	83,00

Tabell 5-8: ANSYS: Vippekapasitet etter metode 3.4.1.3 for to-punktlast

Tverrsnitt	f			$\chi_{LT,mod}$			$M_{b,Rd}$ (kNm)		
	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m
IPE 100	0,97	0,97	0,98	0,74	0,65	0,57	9,90	8,63	7,61
IPE 120	0,97	0,97	0,98	0,76	0,66	0,58	15,64	13,56	11,90
IPE 140	0,97	0,97	0,98	0,79	0,68	0,60	23,53	20,37	17,80
IPE 160	0,97	0,97	0,97	0,81	0,71	0,62	34,10	29,73	26,03
IPE 180	0,97	0,97	0,97	0,84	0,74	0,65	47,28	41,53	36,39
IPE 200	0,97	0,97	0,97	0,86	0,77	0,68	64,13	57,12	50,49
IPE 220	0,97	0,97	0,97	0,88	0,80	0,71	85,23	77,02	68,58

## 5.3 Ikke-lineært vippelement

Når en utfører analyse av en bjelkes kapasitet mot vipping, finnes det to analysemetoder. Den første er lineær analyse som vi har sett på ovenfor, men som nevnt tar ikke denne metoden noen hensyn til imperfeksjoner. Denne typen analyse gir derfor ikke et realistisk bilde av bjelkens virkelige vippekapasitet. For å ta hensyn til ulike former for imperfeksjoner er det av den grunn introdusert en metode til, nemlig for ikke-lineært vippelement. Ved denne metoden tar en i bruk en modell som allerede er utsatt for lineært vippelement, og utfører videre analyse. Analysen utføres på denne måten for å inkludere imperfeksjoner i bjelken som oftest allerede finnes i en virkelig bjelke. På denne måten oppnår man et resultat som er tilnærmet en riktig representasjon av bjelkens virkelige vippekapasitet.



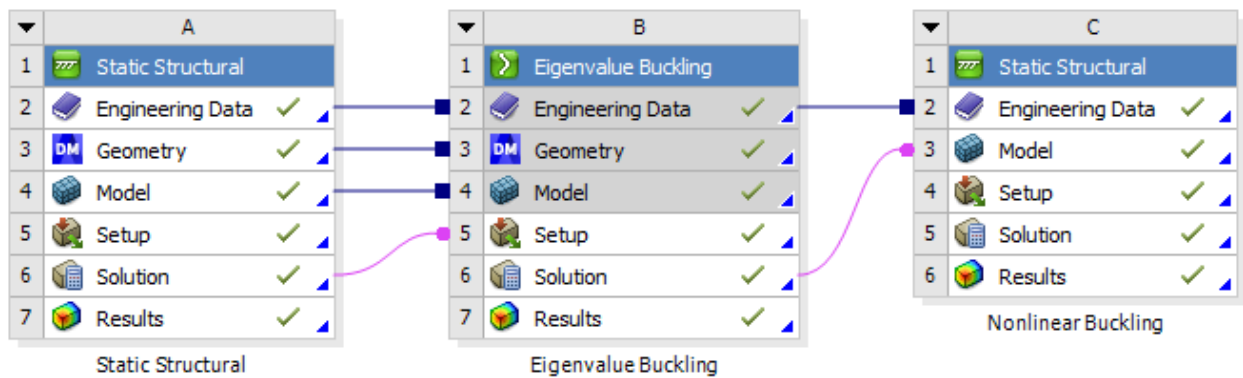
Figur 5-11: Kurve for lineært og ikke-lineært vippelement [13]

### 5.3.1 Metode

Måten analysen blir utført på er ved at en lineært økende last blir tilført den allerede belastede bjelken, og forskyvningen relatert til en gitt last blir estimert for hvert steg. Denne last økningen utføres med hensikt om å finne den laststyrken som gjør bjelken ustabil. Med dette skal vi få et resultat som tilsvarer bjelkens virkelige vippekapasitet.

Vi viderefører den deformerte modellen fra løsningen i egenverdianalysen til den ikke-lineære analysen slik som vist i flytskjemaet:





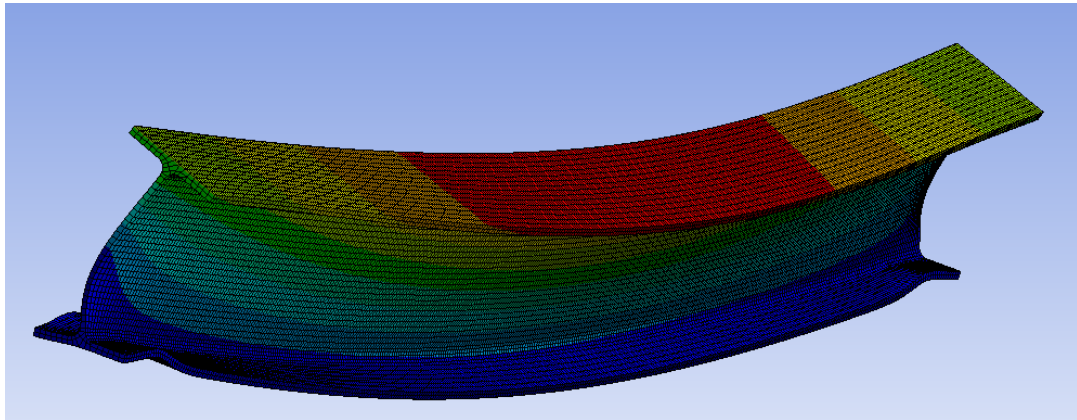
Figur 5-12: Flytskjema for ikke-lineær analyse i ANSYS Workbench

### 5.3.2 Utførelse

For den ikke-lineære analysen er det modellene fra egenverdianalysen som blir brukt. Disse bjelkene er allerede deformert og har derfor imperfeksjoner som vil føre til en ikke-lineær oppførsel hos bjelkene, lignende slik et praktisk forsøk ville gått. I tillegg til imperfeksjonene bjelken får etter egenverdianalysen justerer vi på *Scale factor* parameteren. Denne vil være med på å gi geometriske imperfeksjoner slik vi ønsker for den ikke-lineære analysen. For den nye imperfekte modellen legger vi på et nytt sett med støtter. To av støttene plasseres på nedre halvdel av steget, med feste i hver node i bjelkens *mesh*. Disse gir støtte i x-retning på begge ender av stålbjelken. Vi plasserer også en støtte i bunnen av nedre flens, hvor den på den ene siden av bjelken støtter mot forskyvning i x- og y-retning, samt rotasjon om x-akse. På den andre siden av bjelken støttes det mot forskyvning i alle retninger, og mot rotasjon om x-aksen. Støttene under bjelken plasseres en distanse  $L/20$  inn på bjelken. Kraftene som skal tilføres bjelken vil ha ulik verdi avhengig av bjelkenes tverrsnitt og lengde. Et estimat beregnes ved å finne bjelkens strekkgrense. Denne velger vi så å multiplisere med 2 for å sikre at vi tilfører en kraft som er i nærheten, men overstiger, bjelkens vippekapasitet.

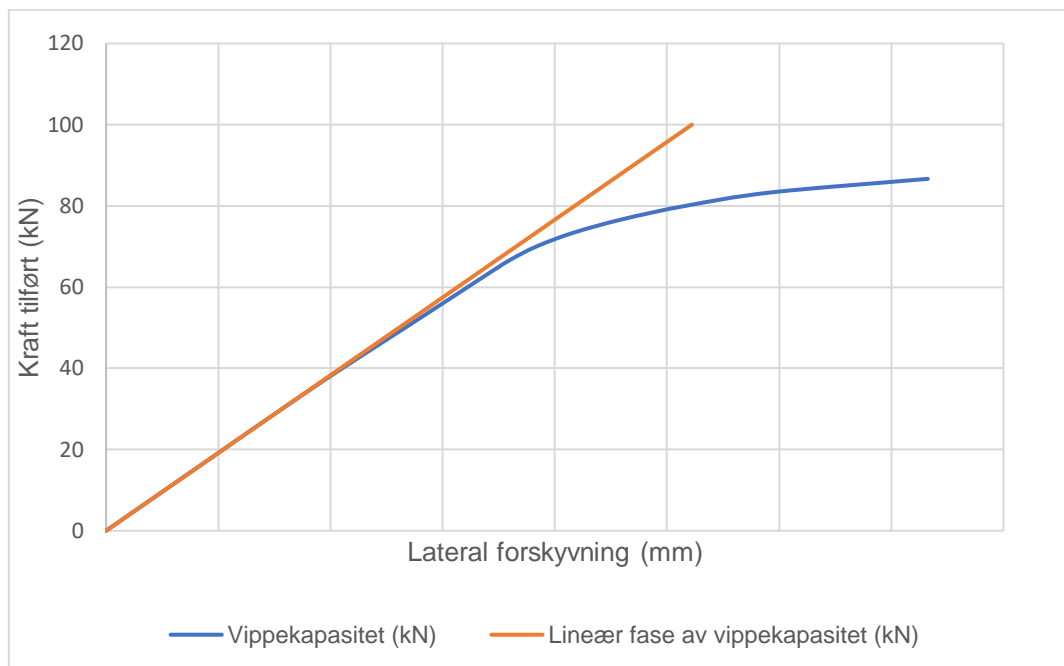
Analysen kjøres ved at den tilførte kraften øker jevnt fra 0 til x antall Newton som er bestemt på den enkelte bjelke. Vi setter at analysen skal kjøres for x antall sekunder, likt som antall kN vi har tilført, slik at sekunder kan leses av som kN i resultatene. Videre bestemmer vi at det skal kjøres 30 steg hvor ANSYS registrerer de gitte

resultatene. Vi løser så analysen ved å finne den laterale forskyvningen i midten av topp-flensen, for hvert steg.



Figur 5-13: Deformert IPE-bjelke etter ikke-lineær analyse

Ansyes gir ut en graf som videre plottes inn i Excel:



Figur 5-14: Fremstilling av vippekapasitet etter ikke-lineær analyse i ANSYS

Her er x-aksen den maksimale laterale forskyvningen i toppen av bjelken, og y-aksen kraft tilført i kilo Newton. Den optimale vippekapasiteten er nådd når tilført kraft plottet mot forskyvningen går fra lineær til ikke lineær fase. Dette ser vi som ved grafen over, at skjer når den blå grafen for vippekapasitet går ut fra den orange, lineære grafen. Vi kjører denne analysen både for ett-punkt og to-punktlast og leser av den

gitte vippekapasiteten gitt i kilo Newton. For å sammenligne disse resultatene med de teoretiske beregningene, beregner vi vippemoment,  $M_{b,Rd}$ , ut ifra de gitte verdiene.

### 5.3.3 Resultater

Etter fullført simulering i ANSYS får vi følgende verdier for bjelkenes vippekapasitet:

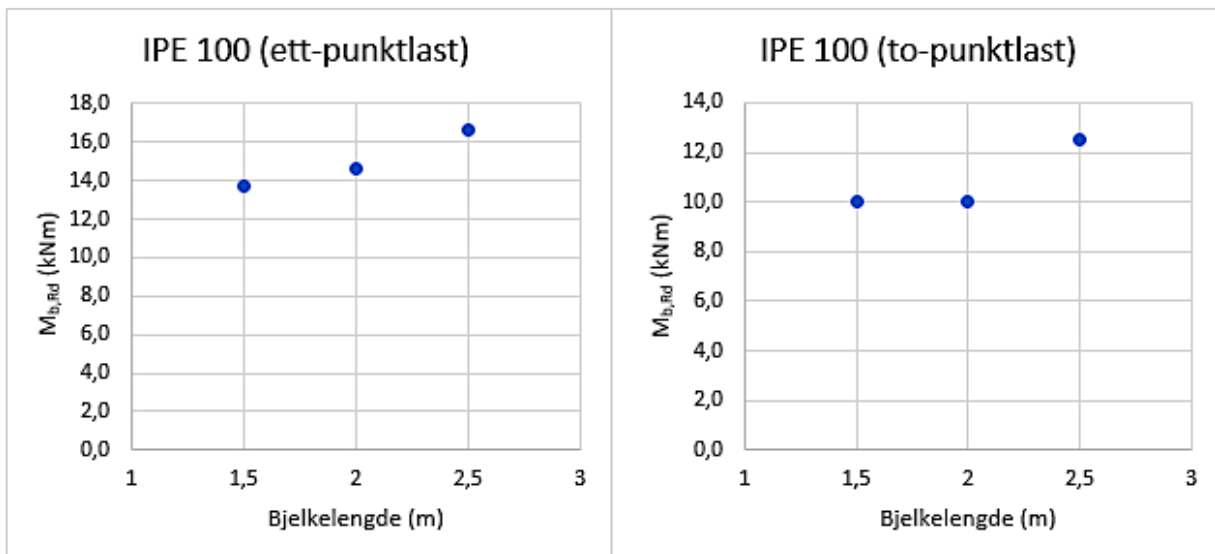
Tabell 5-9: Vippekapasitet fra simulasjon i ANSYS for ett-punktlast

Tverrsnitt	$F_{b,Rd}$ (kN)	$F_{b,Rd}$ (kN)	$F_{b,Rd}$ (kN)	$M_{b,Rd}$ (kNm)	$M_{b,Rd}$ (kNm)	$M_{b,Rd}$ (kNm)
	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m
IPE 100	36,67	29,33	26,67	13,75	14,67	16,67
IPE 120	43,33	29,33	26,67	16,25	14,67	16,67
IPE 140	70,00	46,67	36,67	26,25	23,33	22,92
IPE 160	93,33	65,00	50,00	35,00	32,50	31,25
IPE 180	140,00	93,33	73,33	52,50	46,67	45,83
IPE 200	193,44	120,00	93,33	72,54	60,00	58,33
IPE 220	226,67	159,68	140,00	85,00	79,84	87,50

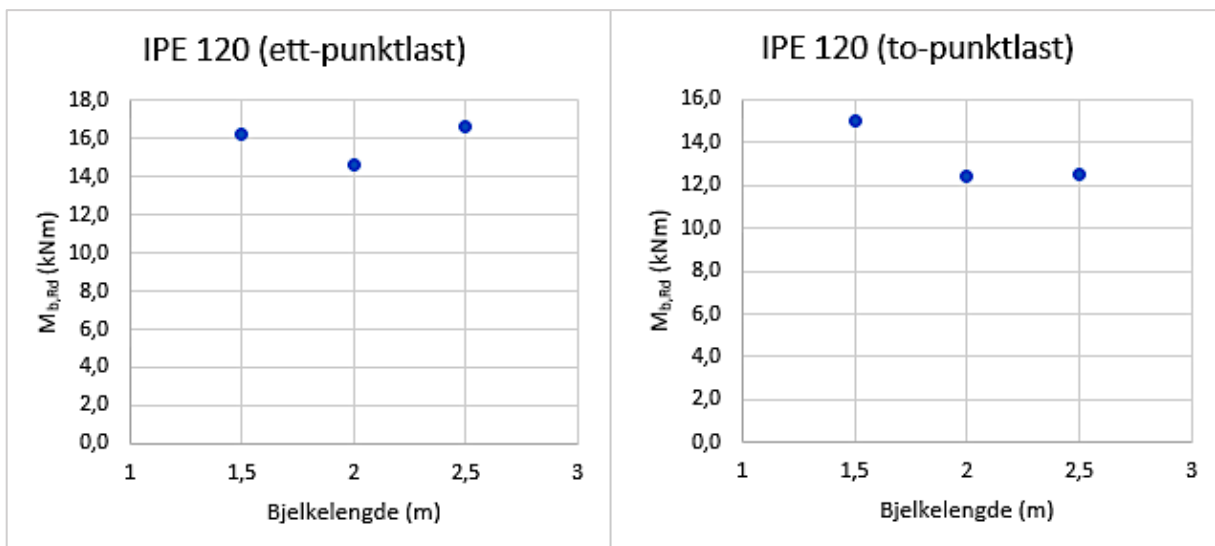
Tabell 5-10: Vippekapasitet fra simulasjon i ANSYS for to-punktlast

Tverrsnitt	$F_{b,Rd}$ (kN)	$F_{b,Rd}$ (kN)	$F_{b,Rd}$ (kN)	$M_{b,Rd}$ (kNm)	$M_{b,Rd}$ (kNm)	$M_{b,Rd}$ (kNm)
	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m
IPE 100	20,00	15,00	15,00	10,00	10,00	12,50
IPE 120	30,00	18,67	15,00	15,00	12,44	12,50
IPE 140	36,67	30,00	21,33	18,33	20,00	17,78
IPE 160	65,00	43,33	30,00	32,50	28,89	25,00
IPE 180	80,00	66,67	43,33	40,00	44,45	36,11
IPE 200	110,00	86,67	63,00	55,00	57,78	52,50
IPE 220	128,33	108,00	86,67	64,17	72,00	72,22

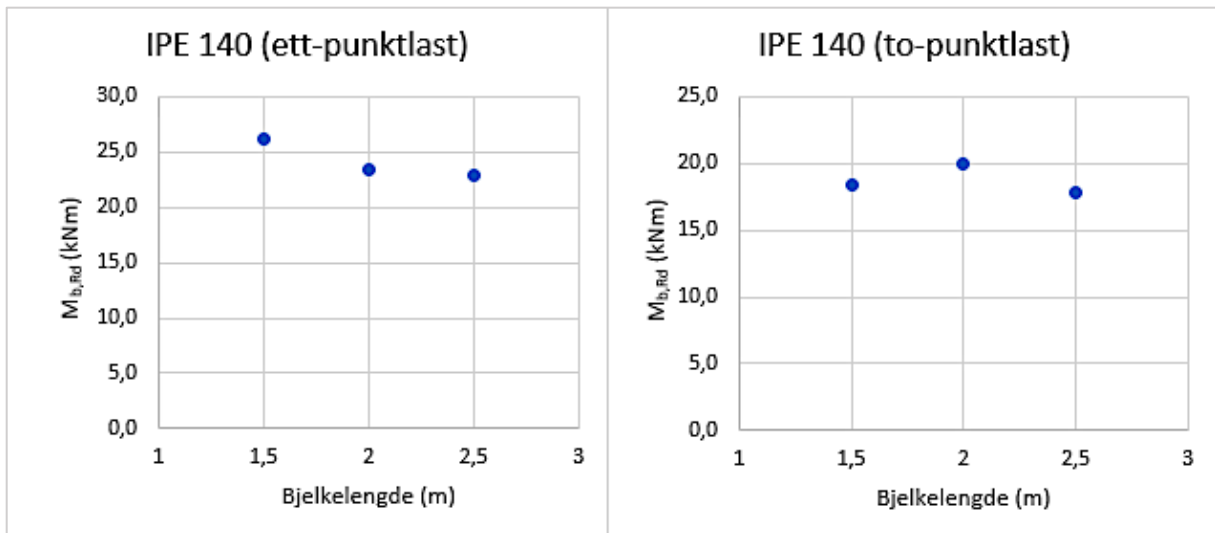
For å undersøke trenden i resultatene nærmere, fremstiller vi verdiene i punktdiagram for de ulike tverrsnittprofilene:



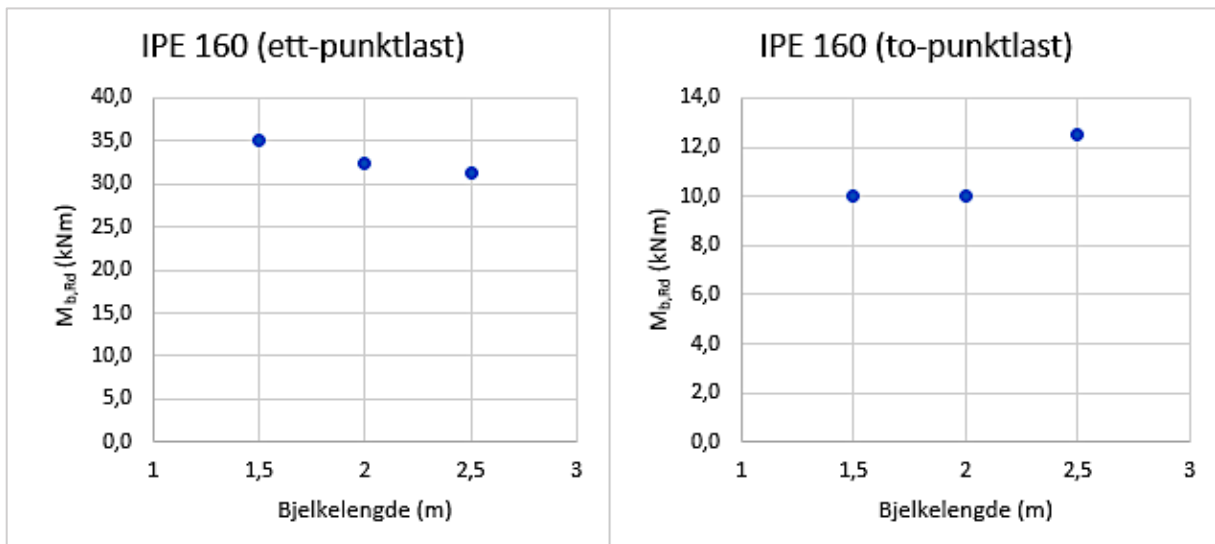
Figur 5-15: IPE100 - Punktdiagram som viser trenden til vippekapasitet



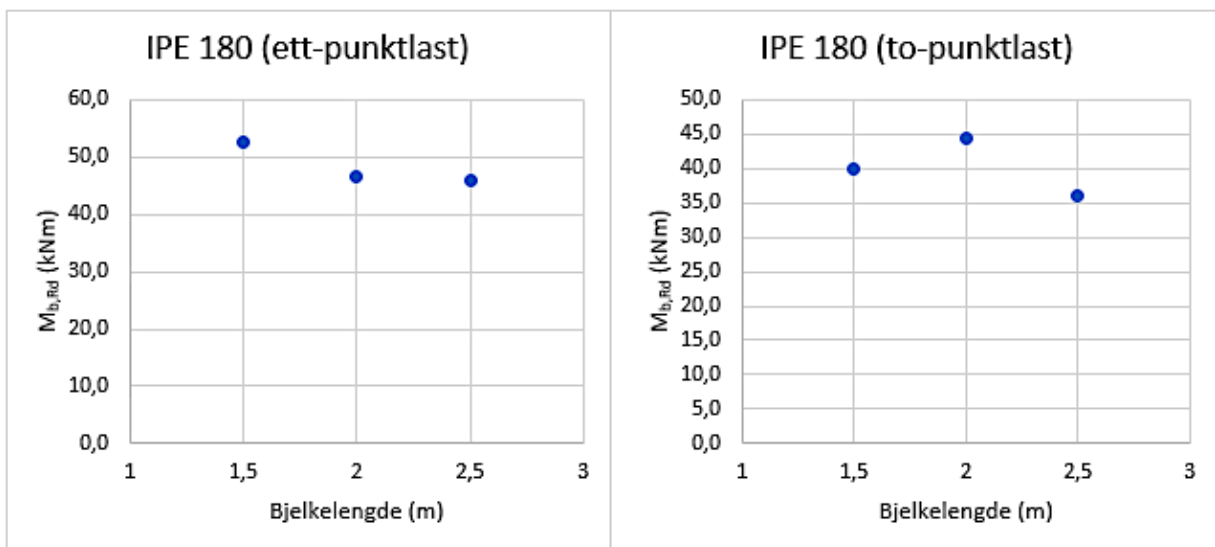
Figur 5-16: IPE120 - Punktdiagram som viser trenden til vippekapasitet



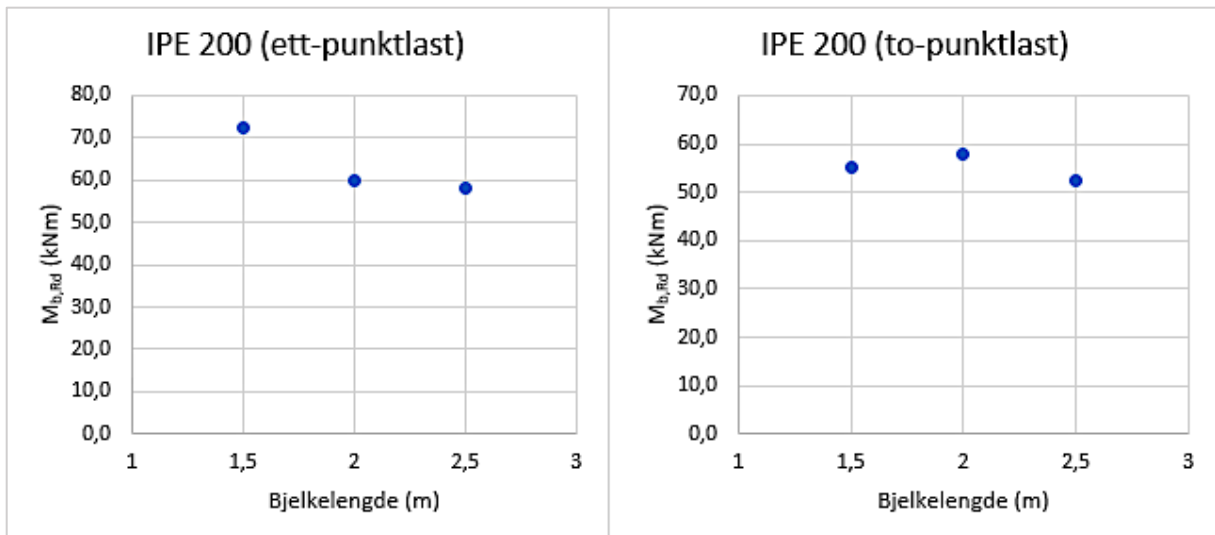
Figur 5-17: IPE140 - Punktdiagram som viser trenden til vippekapasitet



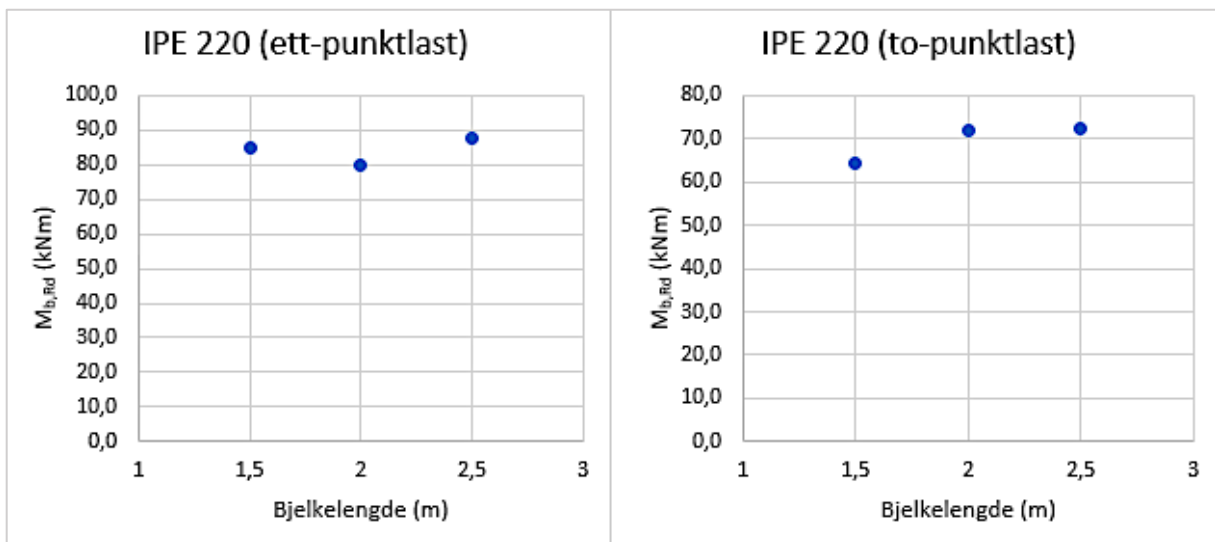
Figur 5-18: IPE160 - Punktdiagram som viser trenden til vippekapasitet



Figur 5-19: IPE180 - Punktdiagram som viser trenden til vippekapasitet



Figur 5-20: IPE200 - Punktdiagram som viser trenden til vippekapasitet



Figur 5-21: IPE220 - Punktdiagram som viser trenden til vippekapasitet

I resultatene vi får ut ser vi at trenden ikke er helt slik vi ville forventet. Etter som bjelkelengden øker vil det være realistisk å anta at trenden vil være synkende. I dette tilfellet ser vi derimot en uregelmessig trend hvor det i noen tilfeller synker, mens i andre tilfeller øker der det burde synke. For å undersøke dette nærmere velger vi å kjøre en ny modell for IPE100 med bjelkelengde lik 5,0m. Dette gjør vi for å se om trenden er økende eller synkende for større lengder, og om vi ut ifra dette kan si at trenden i det lange løp likevel er synkende for større bjelkelengder.

Vi kjører test-analysen for både ett-punkt og to-punktlast og får ut følgende resultater:

Tabell 5-11: Test-analyse i ANSYS for undersøkelse av vippekapasitet trend

	$F_{b,Rd}$	$M_{b,Rd}$
	L = 5,0m	L = 5,0m
IPE100 ett-punktlast	14	17,5
IPE100 to-punktlast	20	33,33

Resultatene fra analysen gir oss ingen tydelig tegn på om trenden er økende eller synkende, da verdiene for ett-punktlast endres i veldig liten grad mens den for to-punktlast øker i større grad. Ved å sammenligne de ulike tverrsnittprofilene er det dermed vanskelig å finne en trend i endringen av vippekapasiteten etter ulike bjelkelengder. Hva dette skyldes kan være flere faktorer, som vi vil diskutere nærmere under sammenligningen.

## 6. Utleddning av modifikasjonsfaktor for vippemoment

I denne oppgaven ønsker vi å validere de teoretiske beregningsmetodene ved å blant annet sammenligne resultatene med verdier oppnådd ved simulering i ANSYS. Som vi tidligere har sett brukes det en modifikasjonsfaktor i flere av metodene for å beregne kritisk vippemoment,  $M_{cr}$ . Vi vil derfor bruke resultatene for kritisk vippemoment som vi har fått ved simulering i ANSYS, til å beregne modifikasjonsfaktoren. Denne sammenlignes så med de teoretiske verdiene vi tidligere har beregnet.

### 6.1 Utregning av modifikasjonsfaktor for ett-punktlast

For ett-punktlast har vi to metoder hvor en bruker modifikasjonsfaktoren til å beregne kritisk vippemoment. Den første er metoden er for bjelker med sentrert konsentrert last, fra boken *The Behavior and Design of Steel Structures to EC3*, og er gitt i punkt 3.4.2.3. Å løse formelen (3.34) for kritisk vippemoment med hensyn på modifikasjonsfaktoren gir oss ikke et pent uttrykk. Vi løser derfor dette med problemløser funksjonen i Excel.

$$\frac{M_{cr}}{M_{zx}} = \alpha_m \left\{ \sqrt{1 + \left( \frac{0,4\alpha_m z_Q N_{cr,z}}{M_{zx}} \right)^2} + \frac{0,4\alpha_m z_Q N_{cr,z}}{M_{zx}} \right\} \quad (6.1)$$

Etter metode 3.4.2.3 får vi følgende resultater for modifikasjonsfaktoren,  $\alpha_m$ :

Tabell 6-1: Metode 3.4.2.3 - Modifikasjonsfaktor for ett-punktlast etter kritisk vippemoment fra ANSYS

Tverrsnitt	$\alpha_m$	$\alpha_m$	$\alpha_m$
	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m
IPE 100	1,31	1,42	1,51
IPE 120	1,24	1,33	1,42
IPE 140	1,19	1,27	1,34
IPE 160	1,15	1,22	1,29
IPE 180	1,11	1,18	1,24
IPE 200	1,08	1,16	1,21
IPE 220	1,04	1,12	1,18



Den andre metoden er gitt i punkt 3.4.2.5 for Vipping og torsjonparametre etter boken *Stålkonstruksjoner – Profiler og Formler*. Vi løser formelen (3.37) med hensyn på modifikasjonsfaktoren og får følgende formel:

$$\alpha_m = \frac{M_{cr}}{M_{vio}} \quad (6.2)$$

Etter metode 3.4.2.5 får vi følgende resultater for modifikasjonsfaktoren,  $\alpha_m$ :

Tabell 6-2: Metode 3.4.2.5 - Modifikasjonsfaktor for ett-punktlast etter kritisk vippemoment fra ANSYS

Tverrsnitt	$\alpha_m$	$\alpha_m$	$\alpha_m$
	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m
IPE 100	1,63	1,74	1,82
IPE 120	1,54	1,65	1,74
IPE 140	1,47	1,58	1,67
IPE 160	1,41	1,52	1,60
IPE 180	1,35	1,46	1,55
IPE 200	1,29	1,42	1,50
IPE 220	1,22	1,37	1,46

## 6.2 Utregning av modifikasjonsfaktor for to-punktlast

For to-punktlast har vi også to metoder med modifikasjonsfaktoren som blir brukt til å beregne kritisk vippemoment. Den første er metoden er for fritt opplagt bjelke med andre laster, fra boken *The Behavior and Design of Steel Structures to EC3*, og er gitt i punkt 3.4.2.4. Vi løser formel (3.35) og får følgende formel for modifikasjonsfaktoren:

$$\alpha_m = \frac{M_{cr}}{M_{zx}} \quad (6.3)$$

Etter metode 3.4.2.4 får vi følgende resultater for modifikasjonsfaktoren,  $\alpha_m$ :

Tabell 6-3: Metode 3.4.2.4 - Modifikasjonsfaktor for to-punktlast etter kritisk vippemoment fra ANSYS

Tverrsnitt	$\alpha_m$	$\alpha_m$	$\alpha_m$
	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m
IPE 100	1,18	1,22	1,25
IPE 120	1,18	1,20	1,23
IPE 140	1,19	1,20	1,21
IPE 160	1,19	1,19	1,20
IPE 180	1,19	1,20	1,20
IPE 200	1,17	1,19	1,19
IPE 220	1,15	1,19	1,20

Den andre metoden er lik som for ett-punktlast, gitt i punkt 3.4.2.5 for Vipping og torsjonparametre etter boken *Stålkonstruksjoner – Profiler og Formler*. Vi får igjen følgende formel for modifikasjonsfaktoren:

$$\alpha_m = \frac{M_{cr}}{M_{vio}} \quad (6.4)$$

Etter metode 3.4.2.5 får vi følgende resultater for modifikasjonsfaktoren,  $\alpha_m$ :

Tabell 6-4: Metode 3.4.2.5 - Modifikasjonsfaktor for to-punktlast etter kritisk vippemoment fra ANSYS

Tverrsnitt	$\alpha_m$	$\alpha_m$	$\alpha_m$
	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m
IPE 100	1,08	1,16	1,21
IPE 120	1,03	1,10	1,16
IPE 140	0,98	1,05	1,11
IPE 160	0,94	1,01	1,07
IPE 180	0,90	0,98	1,03
IPE 200	0,86	0,95	1,00
IPE 220	0,81	0,91	0,97

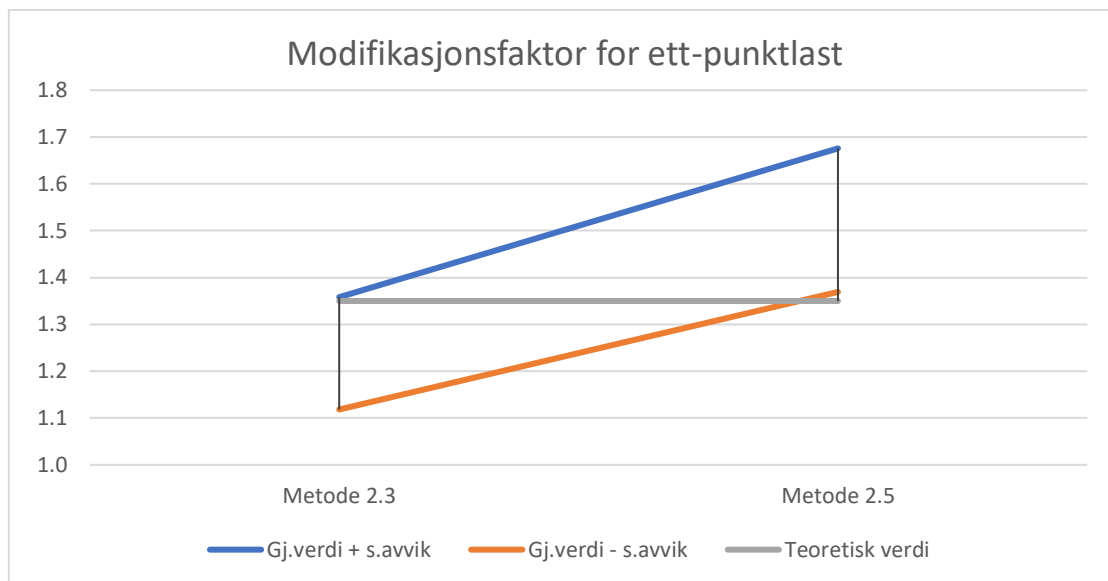
### 6.3 Analyse av resultat for modifikasjonsfaktor

Som vi ser i tabellene, får vi en del variasjon i modifikasjonsfaktoren for de ulike tverrsnittene og bjelkelengdene. Det vil derfor være nyttig å sette opp en representasjon av gjennomsnitt og utvalgsstandardavvik for modifikasjonsfaktoren, for å kunne sammenligne resultatene best med de teoretiske verdiene.

Modifikasjonsfaktor,  $\alpha_m$ , for ett-punktlast:

Tabell 6-5: Gjennomsnitt og utvalgsstandardavvik for modifikasjonsfaktor – ett-punktlast

	Metode 3.4.2.3	Metode 3.4.2.5
Gjennomsnitt	1,24	1,52
Utvalgsstandardavvik	0,12	0,15
Gjennomsnitt + utvalgsstandardavvik	1,36	1,68
Gjennomsnitt - utvalgsstandardavvik	1,12	1,37
Teoretisk verdi	1,35	1,35



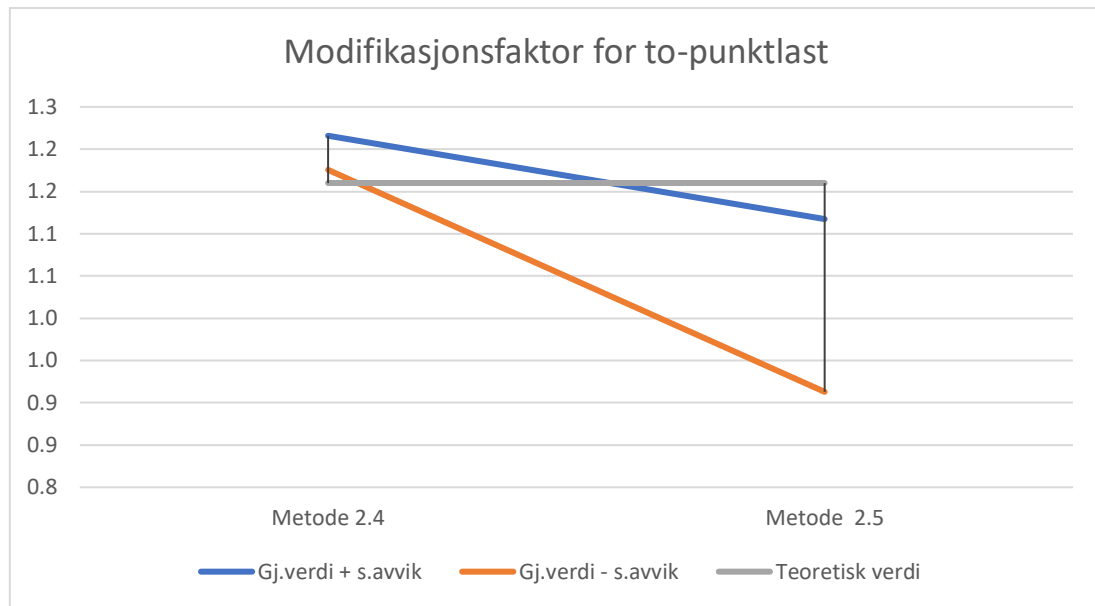
Figur 6-1: Grafisk fremstilling av modifikasjonsfaktor for ett-punktlast

Vi ser i dette tilfellet at omtrent 86% av verdiene vi har beregnet for modifikasjonsfaktor, ligger innenfor intervallet gjennomsnitt  $\pm$  utvalgsstandardavvik. De to metodene ser ut til å ligge rundt den teoretiske verdien på 1,35. Vi ser at Metode 3.4.2.3 gir tilnærmet helt lik verdi med gjennomsnitt + utvalgsstandardavvik, mens metode 3.4.2.5 gir tilnærmet lik verdi med gjennomsnitt - utvalgsstandardavvik. Vi ser et større avvik i metode 3.4.2.3 for gjennomsnitt - utvalgsstandardavvik, og i metode 3.4.2.5 for gjennomsnitt + utvalgsstandardavvik.

Modifikasjonsfaktor,  $\alpha_m$ , for to-punktlast:

Tabell 6-6: Gjennomsnitt og utvalgsstandardavvik for modifikasjonsfaktor – to-punktlast

	Metode 3.4.2.4	Metode 3.4.2.5
<b>Gjennomsnitt</b>	1,20	1,02
<b>Utvalgsstandardavvik</b>	0,02	0,10
<b>Gjennomsnitt + utvalgsstandardavvik</b>	1,22	1,12
<b>Gjennomsnitt - utvalgsstandardavvik</b>	1,18	0,91
<b>Teoretisk verdi</b>	1,16	1,16



Figur 6-2: Grafisk fremstilling av modifikasjonsfaktor for to-punktlast

For to-punktlast ligger ca. 88% av våre verdier for modifikasjonsfaktoren innenfor intervallet for gjennomsnitt  $\pm$  utvalgsstandardavvik. Her ser vi at metode 3.4.2.4 gir tilnærmet lik teoretisk verdi for gjennomsnitt – standardavvik. Metode 3.4.2.5 gir derimot ikke like gode verdier for dette tilfellet, hvor vi ser et stort avvik fra teoretisk verdi. Denne metoden gir en bedre verdi for gjennomsnittsverdi + utvalgsstandardavvik, på 1,12, der teoretisk verdi er 1,16.

## 7. Sammenligning og diskusjon

Målet for denne oppgaven var å validere ulike metoder for å beregne en stålbejles vippekapasitet, og å utlede verdier for modifikasjonsfaktoren,  $\alpha_m$ . Ved å utføre både teoretiske beregninger og simuleringer i programvaren ANSYS, kan vi bruke resultatene for kritisk vippemoment og vippekapasitet til å avgjøre hvorvidt de teoretiske metodene er gunstige for modellering av stålbejles til å motstå vippemoment. I tillegg til dette vil det være nyttig å sammenligne våre resultater med eksperimentelle verdier. I en tidligere bachelor oppgave skrevet av Erik Kalvig Meling og Mats Hagland Hansen ved Universitetet i Stavanger er det utført forsøk i laboratoriet på lignende stålbejles som vi har benyttet i vår oppgave. Vi vil derfor også bruke deres utledede verdier til å sammenligne og validere beregningsmetodene vi har tatt i bruk.

### 7.1 Sammenligning av teoretiske og simulerte verdier

Vi begynner med å sammenligne våre egne beregnede verdier opp mot verdiene vi har fått ved simulering i ANSYS. Verdiene fra egenverdianalysen sammenliknes med beregnede verdier for kritisk vippemoment, og verdiene fra den ikke-lineære analysen sammenliknes med de beregnede verdiene for vippekapasitet.

#### 7.1.1 Kritisk vippemoment, $M_{cr}$

I de teoretiske beregningene ser vi en tydelig trend for det kritiske vippemomentet. For alle tverrsnittprofilene avtar momentet ettersom bejleslengden økes, slik en ville antatt. Vi ser også at det kritiske vippemomentet blir høyere for større tverrsnitt. Sammenligner vi de teoretiske verdiene opp mot verdiene simulert i egenverdianalysen i ANSYS ser vi en liknende trend. De tre metodene vi har brukt for å beregne de teoretiske verdiene gir noe ulike verdier, men avvikene er begrenset. Vi ser at metode 3.4.2.3 for kritisk vippemoment for ett-punktlast gir verdier svært like verdiene fra ANSYS for de mindre tverrsnittprofilene, men ettersom størrelsen øker blir avvikene større. Metode 3.4.2.5 for ett-punktlast gir derimot mer like verdier for alle tverrsnittprofilene sammenlignet med simuleringene. Det samme gjelder for metode 3.4.2.6 hvor vi tok i bruk programvaren LTBeam.

For to-punktlast observerer vi det motsatte, nemlig at metode 3.4.2.5 og 3.4.2.6 gir større avvik i verdiene ettersom tverrsnittprofilene blir større. Her er det metode 3.4.2.4 for fritt opplagt bjelke med andre laster som gir best resultater sammenlignet med simulerte verdier.

### 7.1.2 Vippekapasitet, $M_{b,Rd}$

Vippekapasiteten til stålbjolkene har vi beregnet med forskjellige fremgangsmåter. Vi beregnet først ved å bruke de teoretiske verdiene for kritisk vippemoment, og så ved å bruke de simulerte verdiene for kritisk vippemoment fra egenverdianalysen i samme beregningsmetoder. Vi fikk da naturligvis ganske like verdier for bjelkenes vippekapasitet, ettersom kritisk vippemoment var nokså like for de to metodene. Her ser vi også en lignende trend som for kritisk vippemoment, nemlig at kapasiteten synker ettersom bjelkelengden økes.

Videre har vi de direkte simulerte verdiene for bjelkenes vippekapasitet fra den ikke-lineære analysen i ANSYS. Ved å sammenligne disse med de teoretiske verdiene ser vi som nevnt tidligere at vi nå ikke har en synkende trend slik som en ville forventet. I ANSYS har vi valgt ulike moduler fra egenverdianalysen, avhengig av hvilken modell som ga mest realistisk deformasjon og forskyvning i bjelken. Når disse så blir tatt videre med til den ikke-lineære analysen vil det kunne være ulikheter i graden av imperfeksjon for de ulike bjelkene. Utgangspunktet vil altså kunne være forskjellig, og dette vil da påvirke sluttresultatet. I denne oppgaven er det også gjort bestemte valg for støttebetingelsene som muligens kunne vært gjort på en annen måte, og dette kan også ha hatt en innvirkning på resultatene. Da vi i denne oppgaven har brukt nokså små tverrsnitt og korte bjelkelengder, vil det muligens være større sjans for at resultatene slår ut feil, da de blir lettere påvirket enn større bjelker. Dersom vi hadde hatt et større utvalg med flere av samme tverrsnitt og bjelke, men med ulikt utgangspunkt for imperfeksjonene, ville en kanskje kunne se at gjennomsnittet av verdiene gir en trend mer lik den teoretiske. Dette er en naturlig konsekvens når en utfører forsøk på et begrenset utvalg.

Om vi ser bort ifra den varierende trenden i de simulerte verdiene observerer vi at de forskjellige metodene for beregning av vippekapasitet gir nokså like verdier som de ANSYS simulerte. For ett-punktlast ser vi at både metode 3.4.1.1 for generelt tilfelle,

metode 3.4.1.2 for mindre konservativ metode og metode 3.4.1.3 for mindre konservativ med modifisert reduksjonsfaktor gir verdier som stemmer greit med simuleringene. Den forenklede metoden 3.4.1.4 gir derimot generelt lavere verdier enn vi får fra simuleringene. Dette er som forventet, da den forenklede metoden gir en konservativ og enklere løsning for beregning av vippekapasitet. Likevel er ikke avvikene alt for store, og verdiene kan likevel regnes som nyttige. For to-punktlast er det ikke like enkelt å observere et mønster i verdiene, men igjen ligger også verdiene her rundt de simulerte verdiene. Avvikene kunne i alle metodene vært mindre, men det er i dette tilfellet vanskelig å si om det er de simulerte eller de beregnede verdiene som er mest tilnærmet bjelkenes virkelige vippekapasitet.

### 7.1.3 Modifikasjonsfaktor, $\alpha_m$

En optimal modifikasjonsfaktor,  $\alpha_m$ , kan estimeres ved å ta i bruk resultatene fra de ulike metodene vi har brukt. Vi så tidligere at intervallet for modifikasjonsfaktoren for ett-punktlast representerte 86% av våre beregnede verdier. Gjennomsnittsverdien for metode 3.4.2.3 for bjelker med sentrert konsentrert last og metode 3.4.2.5 for vippling og torsjonsparamtere for ett-punktlast lå henholdsvis på 1,24 og 1,52. Avvikene fra den teoretiske verdien på 1,35 er her -8,15% for metode 3.4.2.3 og +12,59% for metode 3.4.2.5. Om vi så kombinerer de to metodene får vi et gjennomsnitt på 1,38 som er svært nært den teoretiske verdien på 1,35, med et avvik på +2,22%. Det kan derfor se ut til at den teoretiske verdien er en ideell verdi for modifikasjonsfaktoren.

For to-punktlast ser vi i Figur 6-2 at intervallet ikke fordeler seg like jevnt rundt den teoretiske verdien. Her er gjennomsnittet for henholdsvis metode 3.4.2.4 for fritt opplagt bjelke og metode 3.4.2.5 for vippling og torsjonsparamtere for to-punktlast lik 1,20 og 1,02. Den teoretiske verdien ligger her på 1,16, og vi ser et avvik på +3,45% for metode 3.4.2.4 og -12,07% for metode 3.4.2.5. Vi observerer et tydelig større avvik i metode 3.4.2.5 her, i motsetning til hva vi så for ett-punktlast. Kombinerer vi de to metodene her, får vi en gjennomsnittsverdi på 1,11, som igjen er nokså nærme den teoretiske verdien på 1,16. Dette tilsvarer et avvik på -4,31%. Dette er avviket er noe større enn for ett-punktlast, og den teoretiske verdien ser derfor ikke ut til å stemme like bra etter våre beregninger. Likevel ser vi at avviket fremdeles ikke er betraktelig stort.

Generelt ser vi for både ett-punktlast og to-punktlast at modifikasjonsfaktoren har en synkende trend ettersom tverrsnittsprofilene blir større. Til tross for at gjennomsnittlig verdier for målingene gir oss verdier tilnærmet lik de teoretiske, kan det se ut til at modifikasjonsfaktoren også vil være avhengig av størrelsen på tverrsnittet. Dette er det ikke tatt hensyn til i designmetodene.

## 7.2 Sammenligning med tidligere bachelor oppgave

Erik Kalvig Meling og Mats Hagland Hansen skrev i 2020 en bachelor oppgave om vippemoment til IPE-bjelker. Deres oppgave undersøker samme problemstilling som vi gjør i denne oppgaven, og en sammenligning vil derfor kunne være nyttig. I motsetning til oss, har de i deres oppgave utført forsøk på laboratoriet på Universitetet i Stavanger. Ved å sammenligne våre teoretiske og simulerte resultater med deres eksperimentelle resultater, vil vi kunne danne et bedre bilde av stålbejkenes vippekapasitet, og dermed validere beregningsmetodene vi har tatt i bruk.

Meling og Hansen bruker i sin bachelor oppgave et begrenset antall tverrsnitt og bjelkelengder. Dette er grunnet en begrenset tilgang til testbjelker i laboratoriet. Bjelkene som er brukt for ett-punktlast er IPE100, IPE140 og IPE180, med bjelkelengde 1,5m, 2,0m og 2,5m. Her er forsøket utført med en sentrert konsentrert last i toppen av bjelken, likt som for vårt tilfelle. For to-punktlast er det brukt IPE120, IPE140, IPE160, IPE180 og IPE220, med bjelkelengde 1,5m, 2,0m og 2,5m. Under forsøkene med to-punktlast plasserer de lastene 40% av bjelkelengde inn på hver side. Dette gir et ulikt utgangspunkt for to-punktlast, sammenlignet med vårt tilfelle, hvor lastene er plassert inn 1/3 av bjelkelengde på hver side. Vi vil derfor kun sammenligne resultatene for ett-punktlast i dette tilfellet.



## 7.2.1 Resultater fra bachelor oppgave, *Vippemoment til IPE-bjelker: Eksperimentell studie, av Erik Kalvig Meling og Mats Hagland Hansen*

Vippekapasitet fra eksperimentelt forsøk i lab:

Tabell 7-1: Vippekapasitet for ett-punktlast - fra eksperimentelt forsøk, tidligere bachelor oppgave

Tverrsnitt	$F_{b,Rd,eksp}$	$F_{b,Rd,eksp}$	$F_{b,Rd,eksp}$	$M_{b,Rd,eksp}$	$M_{b,Rd,eksp}$	$M_{b,Rd,eksp}$
	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m
IPE 100	35	30	24	13,125	15	15
IPE 140	52	48	38	19,5	24	23,75
IPE 180	-	-	72	-	-	45

Tabell 7-2: Vippekapasitet for to-punktlast - fra eksperimentelt forsøk, tidligere bachelor oppgave

Kritisk vippemoment, beregnet etter vippekapasitet fra eksperimentelt forsøk:

Tabell 7-3: Kritisk vippemoment for ett-punktlast – fra eksperimentelt forsøk, tidligere bachelor

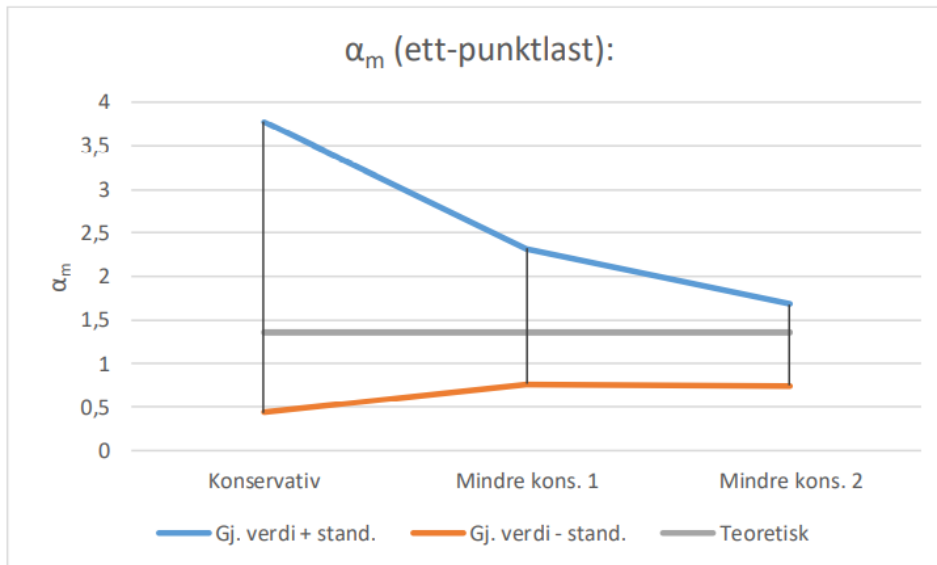
Tverrsnitt	Generelt tilfelle			Mindre konservativ			Mindre konservativ m/ modifisert reduksjonsfaktor		
	$M_{cr}$	$M_{cr}$	$M_{cr}$	$M_{cr}$	$M_{cr}$	$M_{cr}$	$M_{cr}$	$M_{cr}$	$M_{cr}$
	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m
IPE 100	197,431	ingen vipping	ingen vipping	73,014	ingen vipping	ingen vipping	40,561	ingen vipping	ingen vipping
IPE 140	30,237	50,658	48,796	27,046	46,058	44,449	24,342	37,151	36,164
IPE 180	-	-	93,979	-	-	85,538	-	-	69,224

Modifikasjonsfaktor,  $\alpha_m$ , etter eksperimentelt forsøk:

Etter metode 3.4.2.3:

Tabell 7-4: Modifikasjonsfaktor for ett-punktlast etter metode 3.4.2.3 – fra eksperimentelt forsøk, tidligere bachelor

	Generelt tilfelle	Mindre konservativ	Mindre konservativ m/ modifisert reduksjonsfaktor
	$\alpha_m$	$\alpha_m$	$\alpha_m$
Gjennomsnitt	2,106	1,544	1,212
Standardavvik	1,675	0,774	0,465
Gj.verdi + s.avvik	3,781	2,318	1,677
Gj.verdi - s.avvik	0,431	0,769	0,747

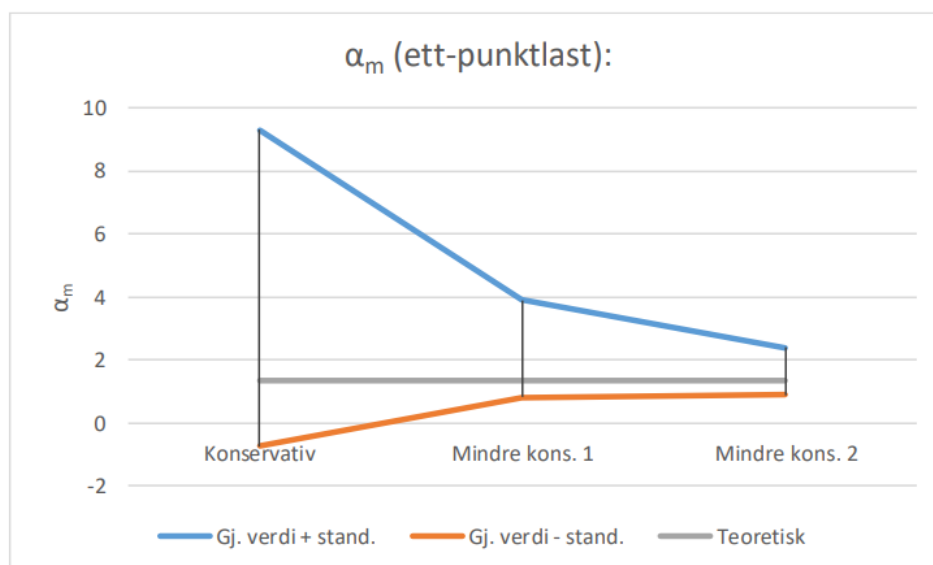


Figur 7-1: Grafisk fremstilling av modifikasjonsfaktor for ett-punktlast – fra eksperimentelt forsøk, tidligere bachelor

Etter metode 3.4.2.4:

Tabell 7-5: Modifikasjonsfaktor for ett-punktlast etter metode 3.4.2.4 – fra eksperimentelt forsøk, tidligere bachelor

	Generelt tilfelle	Mindre konservativ	Mindre konservativ m/ modifisert reduksjonsfaktor
	$\alpha_m$	$\alpha_m$	$\alpha_m$
<b>Gjennomsnitt</b>	4,293	2,360	1,655
<b>Standardavvik</b>	5,030	1,551	0,754
<b>Gj.verdi + s.avvik</b>	9,322	3,911	2,409
<b>Gj.verdi - s.avvik</b>	-0,737	0,810	0,902



Figur 7-2: Grafisk fremstilling av modifikasjonsfaktor for ett-punktlast – fra eksperimentelt forsøk, tidligere bachelor

### 7.2.2 Vippekapasitet, $M_{b,Rd}$

Vippekapasiteten til de ulike stålbjelkene leses i det laboratoriske forsøket av på samme måte som vi har gjort i ANSYS. En graf genereres ved hjelp av måleprogrammet *catman*, utviklet av HBM, mens lasten gradvis økes. Forskyvningen i stålbjelken blir målt opp mot den økende tilførte kraften, og målingene plottes grafisk slik at en ser utviklingen i den lineære og ikke-lineære fasen til stålbjelkene.

Ved å sammenligne våre teoretiske beregninger opp mot de eksperimentelle resultatene for vippekapasitet ser vi at trenden er varierende i de eksperimentelle resultatene. Hver enkelt verdi avviker derimot ikke alt for mye fra våre teoretiske verdier. De eksperimentelle verdiene ligger for det meste høyere enn våre verdier, noe som kan tyde på at beregningsmetodene vi har tatt i bruk gir noe konservative verdier for bjelkenes vippekapasitet. Dette er ønskelig i en viss grad når en utfører design av bjelker.

Vi ser at IPE140 med bjelkelengde 1,5m skiller seg spesielt ut både fra våre teoretiske og våre ANSYS simulerte verdier. Meling og Hansen nevner i sin bachelor at de under de eksperimentelle forsøkene opplevde lokal svikt i lastpunktene som førte til en uventet forskyvning i øvre flens. De nevner at stålet i kontaktflaten mellom bjelken og lasten ofte sviktet, noe som førte til at lasten fra trykkpressen ikke lenger ble påført vertikalt. Dette kan derfor ha påvirket resultatene. Utvalget av tverrsnittsprofiler og lengder kan også ha spilt inn på resultatene vi ser fra det eksperimentelle forsøket. Bjelkene er ganske små sammenlignet med hva som vanligvis blir brukt i praktisk sammenheng. Forsøkene har derfor ikke nødvendigvis vært godt tilpasset til utvalget, og Meling og Hansen klarer derfor ikke å få ut verdier for vippekapasiteten på alle bjelkene. De gjenværende verdiene i det eksperimentelle forsøket ligner i større grad på våre resultater fra ANSYS. Vi ser i begge tilfeller at trenden er noe varierende, og at det derfor ikke er mulig å se et mønster på samme måte som ved de teoretiske verdiene.

### 7.2.3 Kritisk vippemoment, $M_{cr}$

Når en utfører forsøk i laboratoriet, bruker man stålbjelker som naturlig har en viss grad av geometriske og materielle imperfeksjoner. Disse imperfeksjonene kan blant

annet oppstå under legeringsprosessen, ved kutting og sveising eller ved lagring og frakting av stålbjelkene. Resultatene som en får ved en eksperimentell analyse vil derfor være gitt som den faktiske vippekapasiteten, altså  $M_{b,Rd}$ . For å kunne sammenligne kritisk vippemoment med disse resultatene, har de derfor beregnet dette ut ifra de oppnådde resultatene ved bruk av ulike teoretiske metoder. Metodene de har brukt til denne beregningen, er de samme metodene som vi har benyttet oss av i denne oppgaven.

Det vil først være interessant å sammenligne våre teoretiske beregninger for kritisk vippemoment, opp mot de eksperimentelle verdiene fra den tidligere bacheloren. Vi observerer at de eksperimentelle verdiene er nokså ulike fra våre teoretiske verdier. Vi ser ikke en synkende trend for større bjelkelengde i deres resultater, og variasjonen i verdiene er nokså stor. Dette kan skyldes flere faktorer som er en naturlig forskjell i praktiske og teoretiske forsøk. Det kan også tenkes at metodene som er brukt for å beregne kritisk vippemoment ut ifra de eksperimentelle verdiene for vippekapasiteten, kan ha vært lite tilpasset det utvalget av bjelker som de har tatt i bruk. Basert på resultatene Meling og Hansen representerer, ser vi at det er de mindre konservative metodene som gir nærmest resultat sammenlignet med våre beregninger. Vi kan likevel ikke konkludere med at deres resultater stemmer bra med våre teoretiske beregninger.

Vi ønsker også å sammenligne våre oppnådde verdier for kritisk vippemoment ved ANSYS analyse med de eksperimentelle resultatene. Trenden i de simulerte resultatene fra ANSYS er også synkende for større bjelkelengder, og de ser med dette ut til å gi et bedre bilde på bjelkenes kapasitet, sammenlignet med de eksperimentelle verdiene. Vi ser også her at det er resultatene basert på de mindre konservative metodene som ligner mest på våre resultater. Likevel er det fortsatt betydelige avvik på flere av verdiene, og sammenligningen blir noe vanskelig da forsøkene ikke har gitt resultater for alle bjelkene. I ANSYS har vi unngått lokal svikt slik som vi så i de eksperimentelle forsøkene. Det kan derfor virke som vi får et mer generelt svar sammenlignet med Meling og Hansen, som får svar spesifikt for de bjelkene de har tatt i bruk. En ville kanskje se andre resultater som stemmer bedre med våre, dersom de eksperimentelle forsøkene var utført for et større utvalg.

#### 7.2.4 Modifikasjonsfaktor, $\alpha_m$

Ved beregning av modifikasjonsfaktoren for vipping har den tidligere bachelor oppgaven tatt i bruk de ulike metodene på en litt annerledes måte enn hva vi har gjort. Metode 3.4.2.3 for bjelker med sentrert konsentrert last og 3.4.2.4 for fritt opplagt bjelke med andre laster brukes begge for både ett-punkt og to-punktlast i deres oppgave. Dette vil være interessant å undersøke nærmere, for å se om metodene kan brukes bedre på andre måter enn de er tilregnet.

Modifikasjonsfaktoren regnes ut fra kritisk vippemoment, som de igjen har beregnet ut fra de oppnådde resultatene av vippekapasitet etter forsøket.

Både vi og den tidligere bacheloren har tatt i bruk metode 3.4.2.3 for bjelker med sentrert konsentrert last. Ved å sammenligne modifikasjonsfaktoren oppnådd ved denne metoden ser vi at det er den mindre konservative metoden med modifisert reduksjonsfaktor som gir en modifikasjonsfaktor tilnærmet lik vår. Deres gjennomsnittsverdi for  $\alpha_m$  ligger her på 1,212, mens vår ligger på 1,24.

Utvalgsstandardavviket er i deres tilfelle, med en verdi på 0,465, noe større enn vårt utvalgsstandardavvik på 0,12. Dette forteller oss at de eksperimentelle verdiene varierer i større grad, enn hva våre simulerte verdier gjør. Dette indikerer igjen at vi får ut mer generelle verdier ved simulering i ANSYS, enn hva Meling og Hansen får ved sitt eksperimentelle forsøk. Meling og Hansen har i sitt tilfelle også tatt i bruk metode 3.4.2.4 for fritt opplagt bjelke, for forsøkene med ett-punktlast. Denne metoden resulterte i høyere verdier for modifikasjonsfaktoren, sammenlignet med metode 3.4.2.3. Vi ser spesielt at modifikasjonsfaktoren for generelt tilfelle blir betraktelig høyere enn de andre metodene som er brukt. Meling og Hansen kommenterer at noen av deres eksperimentelle verdier ble unormalt høye, og mener derfor disse har trukket opp den gjennomsnittlige verdien. Mye tyder i dette tilfellet på at det er flere feilkilder som har påvirket de eksperimentelle resultatene, og at en derfor kan anta at våre simulerte verdier er mer gunstige. Den teoretiske verdien på 1,35 ser derfor fortsatt ut til å være en passende modifikasjonsfaktor for generelt tilfelle av ett-punktlast.

I praksis vil vi dog ikke nødvendigvis kunne konkludere med én modifikasjonsfaktor for alle tilfeller av ett-punktlast eller to-punktlast. Selv om det i vårt tilfelle ser ut til at en modifikasjonsfaktor på 1,35 vil være en passende konservativ verdi for ett-

punktlast, er det ikke gitt at dette er den perfekte løsning. Ulike bygningsprosjekter har ulik grad av sikkerhetskrav, som også styres av økonomiske og visuelle faktorer. Det vil derfor være vanskelig å bestemme én modifikasjonsfaktor som skal passe til alle byggeprosjekter. En potensiell løsning kan være å definere ulike modifikasjonsfaktorer avhengig av sikkerhetsgrad, eventuelt en mer konservativ, en nøytral og en mindre konservativ. En vurdering må altså gjøres av det enkelte foretaket for å bestemme hva som vil passe best til det gitte bygningsprosjektet. Et slikt alternativ bør i så fall støttes opp av forsøk utført på et større utvalg, slik at en oppnår mer nøyaktige resultat. Vi så også tidligere at den simulerte modifikasjonsfaktoren var generelt større for mindre tverrsnitt profiler. Det kan derfor også tenkes at det vil være nødvendig å tilpasse modifikasjonsfaktoren etter bjelkenes tverrsnitt profiler for å oppnå nøyaktige resultater.

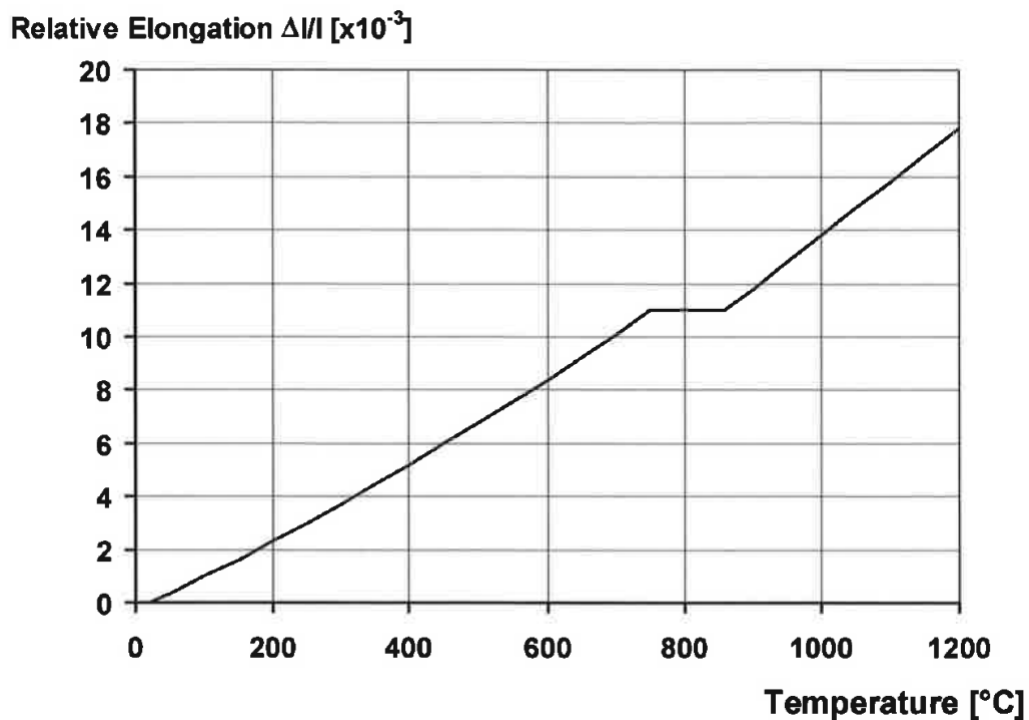
# 8. Vippekapasitet ved stålbjelker utsatt for brann

## 8.1 Introduksjon

Bygningskonstruksjoner er i sin helhet utsatt for mange faktorer som kan påvirke kapasiteten. I tillegg til geometriske- og materielle egenskaper og ulike last påføringer som vi har sett på tidligere, kan strukturen bli utsatt for mer uforutsigbare hendelser som blant annet storm, jordskjelv, kollisjoner og brann. Den 7.januar 2020 oppsto en brann i en dieselbil parkert i parkeringshuset på Stavanger Lufthavn på Sola. Brannen i bilen spredde seg med en voldsom fart, og rammet flere hundre andre biler. Brannen ble forsøkt slukket, men den store spredningen rakk å utføre ekstreme skader innen brannmannskapet fikk kontroll. Hendelsen på Sola er blitt inspirasjonen til denne delen av oppgaven, hvor vi vil se nærmere på stålbjelkers vippekapasitet under brann og metodene knyttet til branndesign.

Når en brann oppstår, ser vi to stadier i utviklingen. Det første stadiet, tilvekstfasen, er den delen av stadiet hvor brannen fortsatt kan slukkes med mindre krevende midler. Dersom en ikke får slukket brannen i dette stadiet, vil brannen utvikle seg til en fullt utviklet brann. Det er når dette stadiet er nådd, at bygningskonstruksjonens oppførsel spiller en viktig rolle. Som vi så ved brannen på Stavanger Lufthavn nådde ikke brannmannskapet frem til brannen før 20 minutter etter utbruddet, og brannen hadde utviklet seg drastisk. Det konstruerte parkeringshuset var ikke brannsikret godt nok mot omfanget denne brannen rammet, og en så derfor store ødeleggelse i konstruksjonen som resulterte i kollaps.

Stål er et materiale med høy varmeledningsevne, og selv om det ikke bidrar til økt brannbelastning til andre materialer i konstruksjonen, vil stålet kunne få en rask økning i temperatur og svekkes betydelig. Økning i temperaturen fører til deformasjoner i stålets langsgående retning og strekkfastheten reduseres som vist i Figur 8-1.



Figur 8-1: Relativ termisk forlengelse av karbonstål som en funksjon av temperaturen

Når en skal designe stålbjelker for brannsituasjon vil kapasiteten avhenge av flere faktorer: tilført temperatur, lastforholdene, mekaniske egenskaper i stålet, og geometriske egenskaper og imperfeksjoner. For å unngå kollaps i stålbjelker utsatt for brann må strukturen isoleres med et materiale som har en lavere varmeledningsevne. Isolasjonens oppgave er å svekke tilføringen av varme fra varmekilden til stålet, og med dette forsinke tiden det tar før stålet når sin kritiske temperatur. Dersom den kritiske temperaturen nås, vil dette resultere i kollaps av konstruksjonen. Tykkelsen og valg av materiale for isolering bestemmes ut ifra beregninger. En er da nødt til å gjøre en vurdering på hvor stor brannbelastning konstruksjonen kan bli utsatt for. Det finnes flere typer isolering, og de vanligste formene for brannbeskyttelse er ved dekking med plater i gips eller annet materiale, maling eller sprøyteprodukter.

## 8.2 Metode for beregning av vippekapasitet under brann

I motsetning til vippekapasitet for bjelker under normale temperaturer, er vippekapasitet til stålbjelker under brann mindre forsket på, og kunnskapen om oppførselen er noe begrenset. Hvordan stålbjelker påvirkes av brann er mer



komplekst, og designmetodene gitt i Eurokode 3 er derfor noe simplifisert med konservative antagelser. For tverrsnitt profiler i klasse 4 er de angitte retningslinjene svært begrenset. Selv om simuleringen av endelig elementmetode (FEM) er en av tilnærmingene som kan bli brukt, er det likevel store utfordringer knyttet til usikkerhet rundt materialet og strukturelle egenskaper i stålbjelkene. Mangel på eksperimentelle data begrenser også valideringen av disse metodene.

## 8.2.1 Designmetoder etter Eurokode 3

I Eurokode 3 *Prosjektering av stålkonstruksjoner del 1-2 for brann teknisk dimensjonering* [12], er følgende metoder gitt:

### 8.2.1.1 Last designmetode

Denne metoden brukes for å beregne en bjelkes vippekapasitet.

Vippekapasitet ved en tid  $t$  for tverrsnitt profiler i klasse 1 eller 2:

$$M_{b,fi,t,Rd} = \frac{\chi_{LT,fi} W_{pl,y} k_{y,\theta,com} f_y}{\gamma_{M,fi}} \quad (8.1)$$

Vippekapasitet ved en tid  $t$  for tverrsnitt profiler i klasse 3:

$$M_{b,fi,t,Rd} = \frac{\chi_{LT,fi} W_{el,y} k_{y,\theta,com} f_y}{\gamma_{M,fi}} \quad (8.2)$$

der:

$\chi_{LT,fi}$  er reduksjonsfaktor for vipping under branndesign situasjon

$k_{y,\theta,com}$  er reduksjonsfaktor for strekkgrensen i stål ved maksimum temperatur i kompresjonsflensen,  $\theta_{a,com}$ , nådd ved tiden  $t$

Partialfaktoren,  $\gamma_{M1,fi}$ , for stavens kapasitet under brann er lik 1,0.

Ved konservativ løsning kan en anta at;

$\theta_{a,com}$  er lik den symmetriske temperaturen  $\theta_a$  for tverrsnittklasse 1 og 2.

$\theta_{a,com}$  er lik den maksimale temperaturen  $\theta_{a,max}$  for tverrsnittklasse 3.

Reduksjonsfaktoren for vipping regnes ut ved følgende formler:

$$\chi_{LT,fi} = \frac{1}{\phi_{LT,\theta,com} + \sqrt{[\phi_{LT,\theta,com}]^2 - [\bar{\lambda}_{LT,\theta,com}]^2}} \quad (8.3)$$

der:

$$\phi_{LT,\theta,com} = \frac{1}{2} \left[ 1 + \alpha \cdot \bar{\lambda}_{LT,\theta,com} + (\bar{\lambda}_{LT,\theta,com})^2 \right] \quad (8.4)$$

$$\alpha = 0.65 \sqrt{\frac{235}{f_y}} \quad (8.5)$$

$$\bar{\lambda}_{LT,\theta,com} = \bar{\lambda}_{LT} \left[ \frac{k_{y,\theta,com}}{k_{E,\theta,com}} \right]^{0,5} \quad (8.6)$$

$\bar{\lambda}_{LT}$  er gitt i formel 3.21.

Ved konservativ løsning leser vi av reduksjonsfaktorene  $k_{y,\theta,com}$  og  $k_{E,\theta,com}$  for karbonstål i Tabell 8-1:

Tabell 8-1: Reduksjonsfaktor for spenning-tøyning forhold av karbonstål ved økende temperaturer

Steel Temperature $\theta_a$	Reduction factors at temperature $\theta_a$ relative to the value of $f_y$ or $E_a$ at 20°C		
	Reduction factor (relative to $f_y$ ) for effective yield strength	Reduction factor (relative to $f_y$ ) for proportional limit	Reduction factor (relative to $E_a$ ) for the slope of the linear elastic range
	$k_{y,\theta} = f_{y,\theta}/f_y$	$k_{p,\theta} = f_{p,\theta}/f_y$	$k_{E,\theta} = E_{a,\theta}/E_a$
20°C	1,000	1,000	1,000
100°C	1,000	1,000	1,000
200°C	1,000	0,807	0,900
300°C	1,000	0,613	0,800
400°C	1,000	0,420	0,700
500°C	0,780	0,360	0,600
600°C	0,470	0,180	0,310
700°C	0,230	0,075	0,130
800°C	0,110	0,050	0,090
900°C	0,060	0,0375	0,0675
1000°C	0,040	0,0250	0,0450
1100°C	0,020	0,0125	0,0225
1200°C	0,000	0,0000	0,0000

**NOTE:** For intermediate values of the steel temperature, linear interpolation may be used.

For bjelker med tverrsnittklasse 4 kan det ifølge Eurokode 3 antas at bjelkens lastbærende funksjon er opprettholdt etter en tid  $t$  dersom stål temperaturen  $\theta_a$  ikke overstiger kritisk ståltemperatur,  $\theta_{crit}$ . Dette betyr at følgende forhold er oppfylt:

$$E_{fi,d} \leq R_{fi,d,t} \quad (8.7)$$

der:

$E_{fi,d}$  er design effekt av lasten påført under brann situasjon

$R_{fi,d,t}$  er den tilhørende design kapasiteten i stålbejelken for brann situasjon ved tiden  $t$

For tverrsnittklasse 4 anbefaler Eurokode 3 en kritisk temperatur,  $\theta_{crit}$ , på  $350^\circ\text{C}$  dersom en ikke utfører ytterligere beregninger på bjelkens kapasitet.

Ifølge Eurokode 3 kan bjelker med tverrsnittklasse 4 alternativt designes med en forenklet metode. Denne metoden er gitt i Annex E2. Ved denne metoden er det anbefalt at flytespenningen til bjelken skal bli brukt som 0,2% av flytegrensen i stedet for 2% av total strekk slik som ved andre tverrsnittklasser. Vippekapasiteten skal her beregnes etter samme metode som for tverrsnitt i klasse 3, men med noen modifiseringer. Arealet erstattes med effektivt areal og tverrsnittsmodulus erstattes med effektiv tverrsnittsmodulus. Vi får med denne metoden følgende formel for bjelkens vippekapasitet:

$$M_{b,fi,t,Rd} = \frac{\chi_{LT,fi} W_{eff,y} k_{0.2proof,\theta,com} f_y}{\gamma_{M,fi}} \quad (8.8)$$

### 8.2.1.2 Termisk designmetode

I tillegg til metoden som retter seg mot beregning av vippekapasitet, foreslår Eurokode 3 en alternativ metode. Denne metoden brukes for å kalkulere den utviklede temperaturen i stålet etter en bestemt tid  $t$ , og å sammenligne denne med stålets kritiske temperatur.

For en uisolert stålbejelke vil økningen i den uniforme temperaturen etter en tid  $\Delta t$  være gitt ved følgende formel:

$$\Delta\theta_{a,t} = k_{sh} * \frac{\frac{A_m}{V}}{c_a * \rho_a} \dot{h}_{net} \Delta t \quad (8.9)$$

der:

$k_{sh}$  er korreksjonsfaktor for skyggeeffekt

$A_m/V$  er tverrsnittsfaktor for ubeskyttet stålbjelke

$A_m$  er fasade areal for bjelken [ $m^2/m$ ]

$V$  er volumet til bjelken [ $m^3/m$ ]

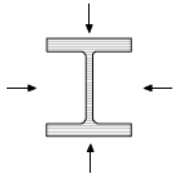
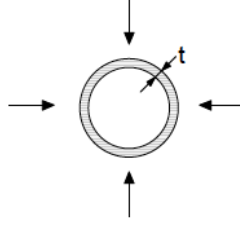
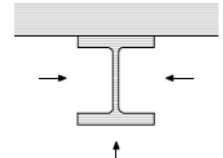
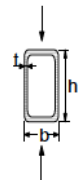
$C_a$  er den spesifikke varmen i stål

$\dot{h}_{net}$  er designverdien av netto varme-gjennomstrømming [ $W/m^2$ ]

$\Delta t$  er tidsintervallet

$\rho_a$  er enhetsmassen av stål [ $kg/m^3$ ]

Tverrsnittsfaktoren bestemmes etter Figur 8-3:

<p>Open section exposed to fire on all sides:</p> $\frac{A_m}{V} = \frac{\text{perimeter}}{\text{cross-section area}}$ 	<p>Tube exposed to fire on all sides: <math>A_m/V = 1/t</math></p> 
<p>Open section exposed to fire on three sides:</p> $\frac{A_m}{V} = \frac{\text{surface exposed to fire}}{\text{cross-section area}}$ 	<p>Hollow section (or welded box section of uniform thickness) exposed to fire on all sides:</p> <p>If <math>t \ll b</math>: <math>A_m/V \approx 1/t</math></p> 

Figur 8-2: er tverrsnittfaktor for ubeskyttet stålbjelke

For å begrense beregningsprosessen har boken *Dimensjonering av stålkonstruksjoner* av Per Kristian Larsen [6] gitt en tabell hvor en kan lese av ståltemperaturen. For ubeskyttede stålbjelker utsatt for ISO-brann vil den oppnådde temperaturen i stålet være gitt etter følgende tabell:

Tabell 8-2: Ståltemperatur i uisolert komponent under ISO-brann [6]

$A_m/V$ [m <sup>-1</sup> ]	400	200	100	60	40	25
Tid [min]	Ståltemperatur [°C]					
0	20	20	20	20	20	20
5	430	291	177	121	90	65
10	640	552	392	276	204	142
11	661	587	432	308	228	159
12	678	616	469	340	253	177
13	693	642	503	371	278	194
14	705	663	535	402	303	212
15	716	682	565	432	328	230
16	725	698	591	460	353	249
18	736	721	638	513	401	286
20	754	734	676	561	447	323
22	780	744	706	604	491	360
24	799	767	726	641	532	396
26	813	792	735	674	570	431
28	826	813	746	701	604	466
30	837	828	767	721	636	498

For tverrsnittfaktor mellom oppgitte verdier benyttes interpolering.

### 8.2.2 Begrensninger ved designmetode etter Eurokode 3

Design av klasse 4 tverrsnitt er vanligvis mer komplisert enn for klasse 1-3 tverrsnitt, spesielt ved høyere temperaturer. De forenklede metodene gitt i Eurokode 3 er omdiskutert, og flere studier antyder at dette fører til uøkonomiske løsninger.

Ved den forenklede metoden er det som nevnt foreslått en kritisk temperatur på 350°C for å unngå ytterligere beregninger på bjelkens brannmotstand. Ulempen med denne antagelsen er at denne temperaturen ikke nødvendigvis stemmer så bra for alle tverrsnitt i klasse 4. For klassifisering av tverrsnitt er det ifølge Eurokode 3 anbefalt å beregne dette på samme måte for brannsituasjon som ved vanlig situasjon, men med en redusert verdi for  $\varepsilon$ :

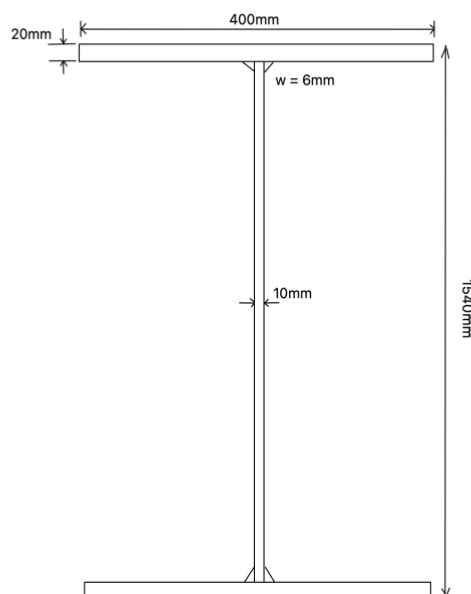
$$\varepsilon = 0,85 \left[ \frac{235}{f_y} \right]^{0,5} \quad (8.10)$$

En konsekvens av denne reduseringen kan være at noen tverrsnitt er klasse 3 i vanlig situasjon, men blir klasse 4 i brannsituasjon. Isolering mot temperaturer fra 350°C kan potensielt være unødvendig da stålbejlen kan ha en større kapasitet enn den konservative metoden antyder.

Både last designmetoden og den termiske designmetoden gjør flere konservative antagelser som ikke nødvendigvis stemmer så bra med virkelig brann situasjon. Termisk metode antar blant annet at den belastede stålbejelken er utsatt for en uniform temperatur langs bejelkelengden og gjennom tverrsnittet. I tillegg blir det ikke tatt hensyn til bejelkelengde for denne metoden. Vi ønsker å undersøke hvorvidt designmetodene gitt i Eurokode 3 er for konservative, eller om de gir brukbare løsninger for brann situasjon. Vi vil studere dette nærmere ved å utføre brann simuleringer på bejelker i tverrsnittklasse 4 i ANSYS Workbench. For å validere designmetodene i Eurokode 3 skal disse resultatene sammenlignes med Eurokodes anbefalte verdier.

### 8.2.3 Beregning av bejelkekapasitet under brann etter Eurokode 3

For denne delen av oppgaven vil vi studere en sveiset IPE-bejelke i tverrsnittklasse 4. Som diskutert tidligere i oppgaven betyr tverrsnittklasse 4 at lokal knekking kan oppstå innen flytegrensen nås i én eller flere deler av tverrsnittet. Dette er altså bejelker som er svært utsatt for svekking av stabiliteten. Vi velger å utføre forsøket på en IPE-bejelke med høyde 1540mm, bredde 400mm, stegtykkelse 10mm, flenstykkelse 20mm og sveisestørrelse 6mm. Vi kjører tre ulike modeller med bejelkelengde henholdsvis lik 8m, 10m og 12m.



Figur 8-3: IPE-bejelke, tverrsnittklasse 4

Ved redusert verdi for  $\varepsilon$  får vi følgende beregning av tverrsnittklasse under brann:

Tabell 8-3: Beregning av tverrsnittklasse for sveiset IPE-bjelke brann situasjon

Tverrsnitt	Dimensjoner (mm)					Steg			Flens		
	h	b	t <sub>w</sub>	t <sub>f</sub>	w	c <sub>w</sub>	C <sub>w</sub> /( $\varepsilon \cdot t_w$ )	Klassifikasjon	C <sub>f</sub>	C <sub>f</sub> /( $\varepsilon \cdot t_f$ )	Klassifikasjon
<b>IPE 1540</b>	1540	400	10	20	6	1488	215,7	klasse 4	189	13,7	Klasse 3

Da flens kategoriseres som klasse 3 og steget som klasse 4, regnes det totale tverrsnittet som klasse 4. Vi velger i denne oppgaven å ikke isolere noen av sidene i stålbejlen, og utsetter med dette alle fasadene for brann. Brannmotstanden vi ønsker å benytte er R30, derav vil bejlen være utsatt for brann under et tidsløp på 30 minutter.

Vi benytter oss av termisk designmetode for beregning av forhold mellom foreslått kapasitet og last. Vi bruker Tabell 8-1 og får ved interpolering følgende formel for den oppnådde temperaturen i stålbejlen:

$$\theta_{a,t} = 767 - \frac{767-721}{100-60} \cdot \left( \frac{A_m}{V} - 100 \right)$$

Tabell 8-4: Beregning av ståltemperatur ved ISO-brann for R30

Tverrsnitt	A <sub>m</sub> (m <sup>2</sup> /m)	V (m <sup>3</sup> /m)	t (s)	A <sub>m</sub> /V (m <sup>-1</sup> )	θ <sub>a,t</sub> (°C)
<b>IPE 1540</b>	4660000	31072	30	149.974	709.530

Utnyttelsesgraden mellom den påførte temperaturen i stålet og den anbefalte kritiske temperaturen for tverrsnitt 4 bejlen er gitt som følger:

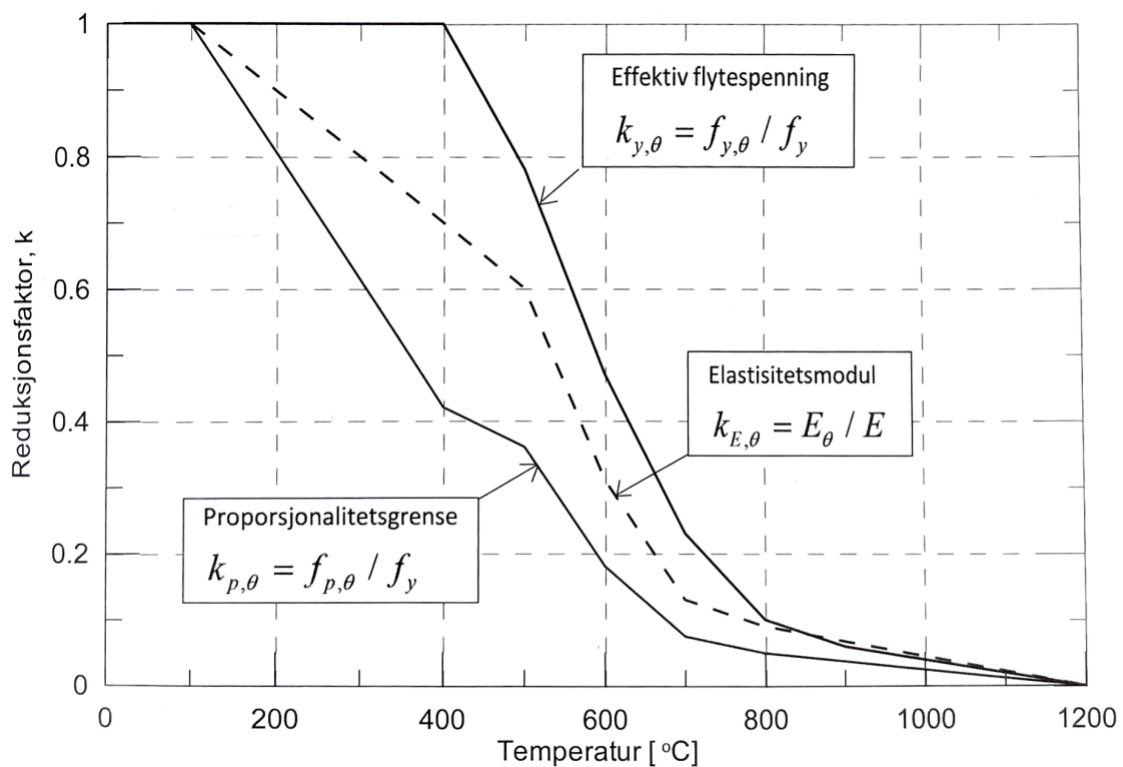
$$\mu_{0,EK3} = \frac{\theta_{a,t}}{\theta_{crit}} = \frac{709,53^\circ C}{350^\circ C} = 2,0272$$

Som vi ser fra resultatene er den oppnådde temperaturen mer enn dobbelt så stor som den kritiske temperaturen. Stålbejlen vil derfor trenge isolering av en eller flere flater for å unngå betydelig svekkelse i kapasiteten og kollaps. Ifølge Eurokode 3 kan ikke denne bejlen motstå noen form for last uten isolering.

## 8.3 Simulering av stålbjelker utsatt for vippemoment under brann i ANSYS

### 8.3.1 Forberedelse til simulering

For å kunne sammenligne designmetoden fra Eurokode opp mot simulerte verdier kjører vi først en egenverdianalyse slik som utført tidligere i denne oppgaven. Dette er for å oppnå ønskede imperfeksjoner i bjelken slik en normalt vil se i en virkelig stålbjelke. Videre vil vi ta med den imperfekte stålbjelken til en ikke-lineær analyse. For å simulere egenskapene stålbjelken vil oppnå under brann velger vi å endre på materialets egenskaper. Dette er en forenklet metode for å simulere brann-situasjon i ANSYS, og vi antar med dette at varmfordelingen er konstant gjennom bjelken. Reduksjonsfaktorene som brukes for å tilpasse stålets egenskaper er gitt i følgende figur:



Figur 8-4: Temperaturavhengige reduksjonsfaktorer [6]



Reduksjonsfaktorene kan også leses av Tabell 8-4 ved bruk av interpolering.

Tabell 8-5: Reduksjonsfaktor for flytespenning og E-modul [6]

Ståltemperatur $\theta$ (°C)	Flytespenning $k_{y,\theta} = \frac{f_{y,\theta}}{f_y}$	Prop. grense $k_{p,\theta} = \frac{f_{p,\theta}}{f_y}$	E-modul $k_{E,\theta} = \frac{E_\theta}{E}$
20	1,0	1,0	1,0
100	1,0	1,0	1,0
200	1,0	0,807	0,90
300	1,0	0,613	0,80
400	1,0	0,420	0,70
500	0,78	0,360	0,60
600	0,47	0,180	0,32
700	0,23	0,075	0,13
800	0,11	0,050	0,09
900	0,06	0,0375	0,068
1000	0,04	0,0250	0,045
1100	0,02	0,0125	0,023
1200	0	0	0

Ståltemperaturen er lik  $\theta_{a,t}$ , som beregnet ved termisk beregningsmetode. Ved å justere stålets egenskaper vil vi kunne simulere bjelkens kapasitet etter den er utsatt for ISO-brann ved brannbeskyttelse R30. For å beregne den reduserte flytespenningen knyttet til deformasjonsberegninger benyttes reduksjonsfaktoren  $k_{p,\theta}$  for materialets proporsjonalitetsgrense. Ved interpolering får vi følgende formler for reduksjonsfaktorene:

$$k_{p,\theta} = 0,075 - \frac{0,075-0,05}{700-800} \cdot (700 - \theta_{a,t})$$

$$k_{E,\theta} = 0,13 - \frac{0,13-0,09}{700-800} \cdot (700 - \theta_{a,t})$$

Stålbjelken får etter reduksjonen følgende materielle egenskaper:

Tverrsnit t	$k_{p,\theta}$	$k_{E,\theta}$	$f_y$ (MPa)	E (GPa)	$f_{y,\theta}$ (Mpa)	$E_\theta$ (GPa)
<b>IPE 1540</b>	0.072617598	0.12618815 7	355	210	25.77924723	26.49951287

### 8.3.2 ANSYS simulering for tverrsnittklasse 4

Forsøket i ANSYS utføres i to steg, først en ikke-lineær analyse hvor vi får ut den tilhørende egenverdien, og så en ikke-lineær analyse med materielle egenskaper etter varmetilførsel fra brann. Egenverdianalysen utføres med utgangspunkt i samme måte som vi har gjort tidligere i denne oppgaven, med en sentrert konsentrert last i toppen av flensen. Utfordringen med denne analysen sammenlignet med våre tidligere analyser er tverrsnittets egenskaper. I motsetning til tverrsnitt i klasse 1, er tverrsnitt i klasse 4 utsatt for lokal vipping i mye større grad. For å oppnå en passende modell til den ikke-lineære analyse er vi dermed nødt til å finne støttebetingelser som i større grad forhindrer dette. Vi blir derfor nødt til å kjøre flere test-analyser.

- Test 1: Samme støttebetingelser som for tverrsnittklasse 1

Vi forsøker først å velge støttebetingelsene likt som ved tidligere simuleringer, beskrevet i punkt 5.2.3. Disse betingelsene gir oss lokal vipping for både 8 meter og 10 meter bjelkelengde. For bjelkelengde 12 meter får vi en modell som ser ut til å være utsatt for lokal vipping i mindre grad enn de to andre modellene, og vi velger derfor å sammenligne det kritiske vippemomentet denne modulen gir opp mot kalkulerte verdier i LTBeam. I følge ANSYS simuleringen får vi et kritisk vippemoment på 2568,75kNm. I følge LTBeam skal det kritiske vippemomentet ligge på 3368,9kNm. Det store avviket antyder i samsvar med den lokale vippingen at modellen ikke er passende, og vi velger derfor å forsøke videre med nye støttebetingelser.

- Test 2: Vertikale støtter langs bjelkelengden

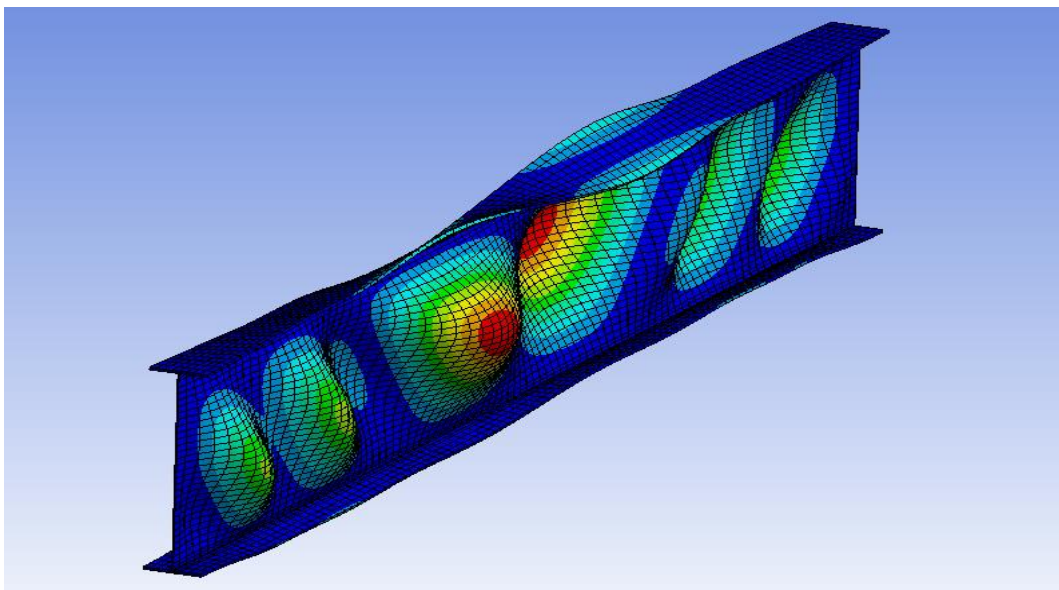
For å prøve å motvirke lokal vipping i steget forsøker vi å plassere vertikale støtter hver andre meter langs bjelkelengden. Støttene skal motvirke deformasjon i x-retning, med hensikt om å forhindre lokal vipping. Resultatene fra dette forsøket ga ingen gunstige resultater, da den lokale vippingen ble mindre i noen punkter, men betydelig større ved andre punkter.

- Test 3: Fast avspenning av bjelkeender

Vi forsøker å plassere fast støtte i begge bjelkeendene, hvor hele enden er støttet mot deformasjon i x-, y- og z-retning. Vi observerer også her lokal vipping i steget.

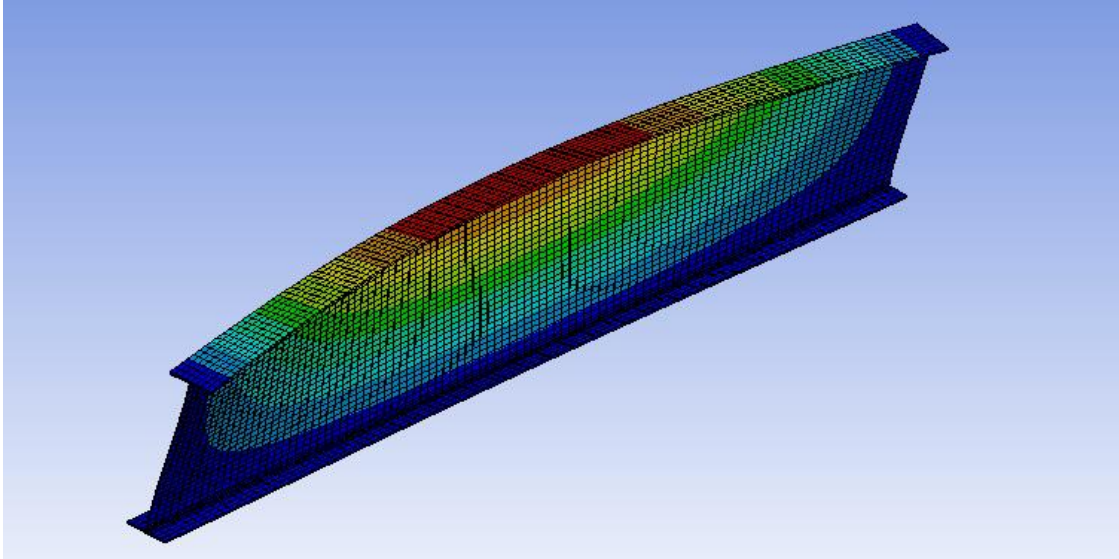
- Test 4: Jevnt fordelt last på kompresjonsflensen

Da endringene av støttebetingelsene ikke ga gunstige resultater forsøker vi å endre på den tilførte lasten. Vi plasserer lasten som en jevnt fordelt last på kompresjonsflensen. Dette resulterte i at mange mindre arealer ble utsatt lokal vipping over hele steget. Igjen gir ikke resultatene en passende modell for den ikke-lineære analysen.



Figur 8-5: Klasse 4 bjelke utsatt for lokal vipping i steget

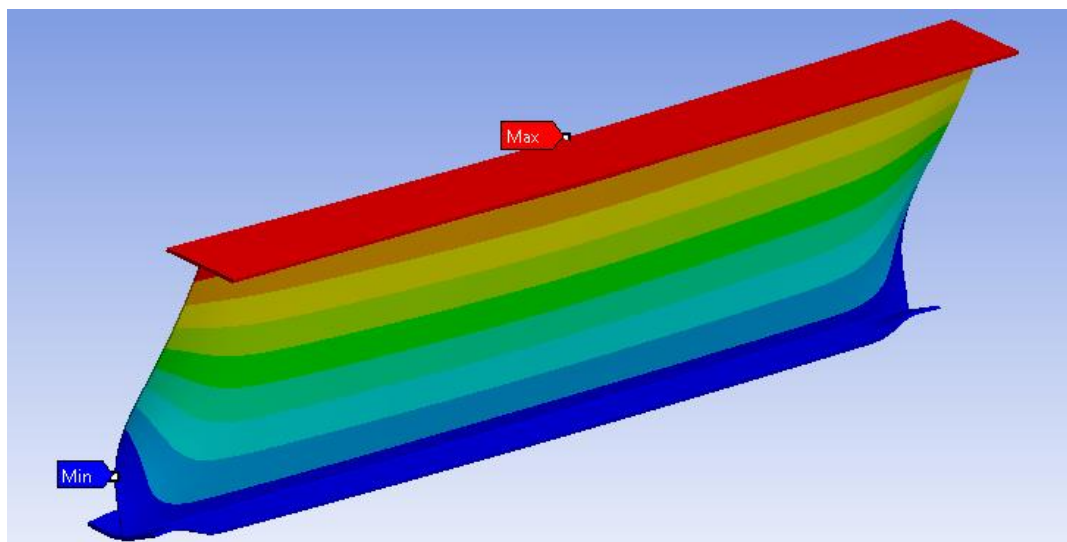
Ettersom vi utfører forsøket på en stålbjelke med svært høyt og tynt steg er det en stor utfordring å sette opp støttebetingelser som forhindrer lokalt vippemoment. Etter flere forsøk på dette hvor lokal vipping ikke var mulig å forhindre, bestemmer vi oss for å prøve å simulere imperfeksjonene ved bruk av en annen metode. I stedet for egenverdianalyse, velger vi å kjøre en enkel lasttilføring i *Static Structural* systemet. For å oppnå lignende deformasjon som ønsket fra egenverdianalysen, tilfører vi en horisontal last på den øvre flensen. Støttebetingelsene settes likt som ved test 1. Ved bruk av denne metoden får vi en deformert bjelke som kan brukes som en tilnærming, og føres videre til den ikke-lineære analysen.



Figur 8-6: Deformert IPE1540 Bjelke utsatt for horisontal last

Modellen skaleres ved bruk av *Scale factor* for å tilpasse modellen slik at deformasjonen tilsvarer tillatt verdi. Vi bruker i denne situasjonen en tillatt deformasjon lik  $L/1000$ . *Scale factor* beregnes ved forholdet mellom tillatt og oppnådd deformasjon. Den imperfekte modellen tas så videre til den ikke-lineære analysen. Her endrer vi på de materielle egenskapene til stålet, derav flytespenning og elastisitetsmodulus slik at stålet kan regnes som å ha vært utsatt for ISO-brann, med en oppnådd temperatur på  $\theta_{a,t}$ . Ved å utføre analysen på denne måten gjør vi en forenklet antagelse om at stålets egenskaper er homogent fordelt gjennom bjelken. I en virkelig situasjon vil dette sannsynligvis ikke være tilfellet, men vi utfører forsøket på denne måten for å forenkle simuleringprosessen. Etter bjelken er blitt utsatt for ISO-brann, tilfører vi støttebetingelsene og ett-punktlasten i senter av kompresjonsflensen. Støttebetingelsene er også valgt likt som ved tidligere simuleringer, beskrevet i punkt 5.3.2.

Etter utført analyse får vi en deformasjon som stemmer greit med forventningene til den ikke-lineære analysen, se Figur 8-7.



Figur 8-7: Deformert IPE-bjelke etter ikke-lineær analyse for brann-situasjon

Vi oppnår ved denne metoden en ikke-lineær oppførsel for den laterale deformasjonen, og fremgangsmåten kan i dette tilfellet brukes. Vi løser analysen ved å hente ut et diagram som viser forholdet mellom lateral deformasjon i toppen av bjelken og den tilførte kraften. For å kunne observere utviklingen i bjelkens vippekapasitet før og etter brann, utfører vi simuleringen for begge situasjoner.

Etter fullført analyse får vi følgende resultat:

Tabell 8-6: Vippekapasitet ved simulasjon i ANSYS for brann-situasjon

	$F_{b,Rd}$ (kN)	$M_{b,Rd}$ (kNm)	$F_{b,fi,t,Rd}$ (kN)	$M_{b,fi,t,Rd}$ (kNm)
<b>IPE 1540 - L = 8m</b>	1600	3200	106.76	213.52
<b>IPE 1540 - L = 10m</b>	1600	4000	106.67	266.675
<b>IPE 1540 - L = 12m</b>	1700	5100	100	300

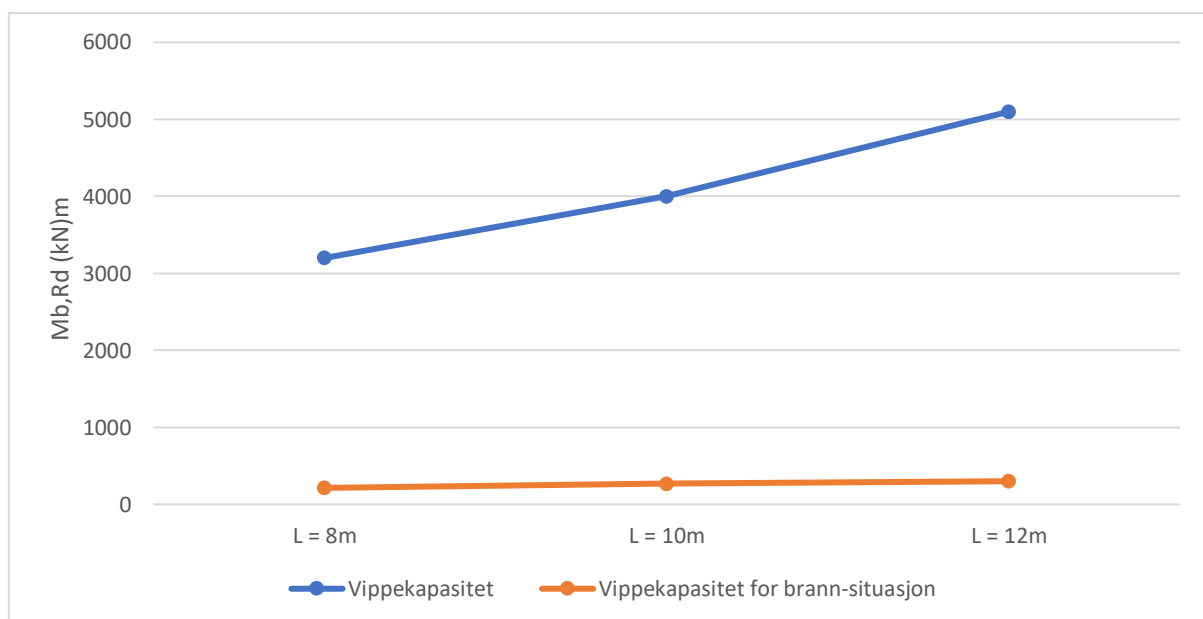
For å vurdere hvorvidt resultatene fra analysen er brukbare for denne vurderingen, sammenligner vi vippekapasiteten fra vanlig situasjon med kritisk vippemoment beregnet ved bruk av programvaren LTBeam. Resultatene fra LTBeam er for de ulike bjelkelengdene henholdsvis lik 7353,2kNm, 4771,7kNm og 3368,8kNm. For bjelkelengde 8 meter ser vi en betydelig reduksjon fra det kritiske vippemomentet til de ANSYS simulerte verdiene for vippekapasiteten. For bjelkelengde 10 meter ser vi en mindre men fortsatt tydelig reduksjon. Dette indikerer at analysen for 8 meter og 10 meter er på den noe konservative siden av sikkerhetsgrensen. For bjelkelengde 12 meter observerer vi at det kritiske vippemomentet fra LTBeam er mindre enn

simulert verdi for bjelkens vippekapasitet. Dette antyder at verdien vi har oppnådd ved analysen ikke er konservativ nok, og ligger i dette tilfellet ikke på sikker side av sikkerhetsgrensen. Denne observasjonen må derfor tas til betraktning videre i analysen.

## 8.4 Analyse av resultat

Etter fullført analyse er det interessant å studere forskjellene i stålbjelkenes vippekapasitet før og etter brann. Fra simulerte verdier ser vi en stor reduksjon i bjelkenes vippekapasitet etter temperaturøkningen. Prosentvis ser vi en nedgang for de ulike bjelkelengdene 8m, 10m og 12m på henholdsvis 93,32%, 93,33% og 94,12%. Dette antyder at bjelkekapasiteten er betydelig svekket for tverrsnittklasse 4 bjelker ved R30 ISO-brann. Til tross for den store nedgangen i vippekapasiteten, er bjelkene likevel stabile for mindre laster ifølge våre simuleringer.

Trenden for vippekapasiteten er økende for større bjelkelengder, forholdsvis likt som vi så ved analysen for tverrsnittklasse 1 bjelker. Dette er igjen motsatt av hva som er forventet for slike situasjoner. Vi ser at vi får lignende økende trend for vippekapasiteten under brann-situasjon, men stigningen er her noe mindre. Stigningen for brann-situasjon er mellom bjelkelengdene 8m, 10m og 12m henholdsvis lik 24,89% og 12,49%, og for normal situasjon lik 25% og 27,5%.



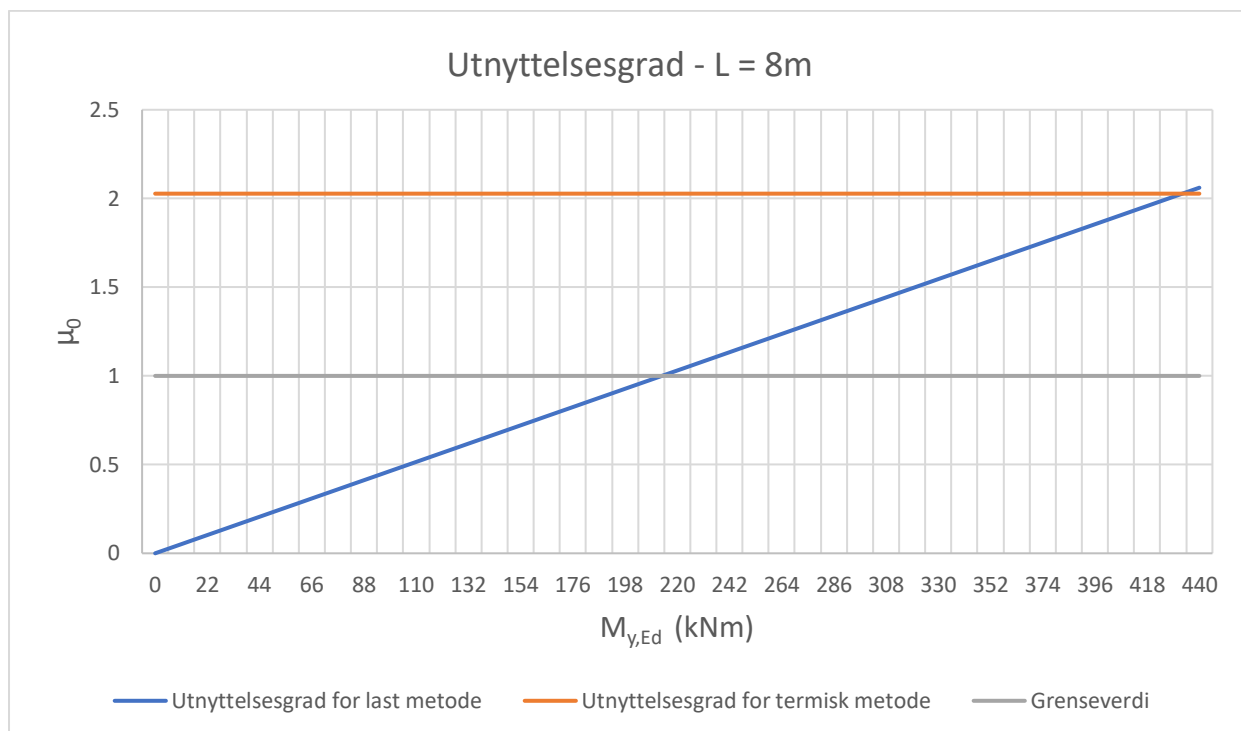
Figur 8-8: Vippekapasitet for stålbjelke i tverrsnittklasse 4

### 8.4.1 Sammenligning av resultater fra Eurokode 3 og ANSYS

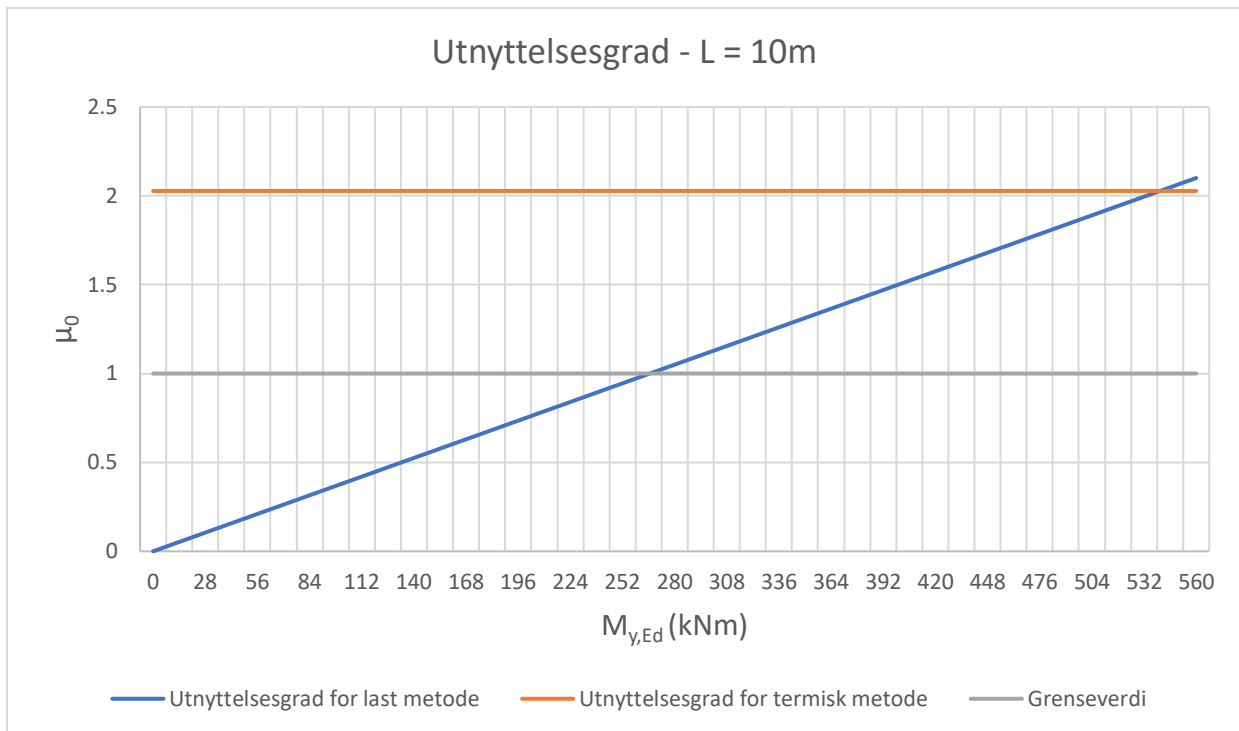
For å kunne sammenligne metoden i Eurokode 3 opp mot ANSYS simulerte verdier velger vi å fremstille resultatene i form av utnyttelsesgrad,  $\mu_0$ . Utnyttelsesgraden beskriver forholdet mellom påført last og bjelkekapasitet. Som vi så ved resultatene etter termisk metode, fikk vi ifølge Eurokode 3 en utnyttelsesgrad på 2,0272. Dette antyder at de gitte bjelkene ikke kan utsettes for noen form for last, da de allerede kollapser grunnet den høye temperaturen fra ISO-brann. Vi sammenligner utnyttelsesgraden fra termisk metode med simulerte verdier ved grafisk fremstilling gitt i Figur 8-9, 8-10 og 8-11.

Utnyttelsesgraden for ANSYS simulasjonen regnes ut etter følgende formel:

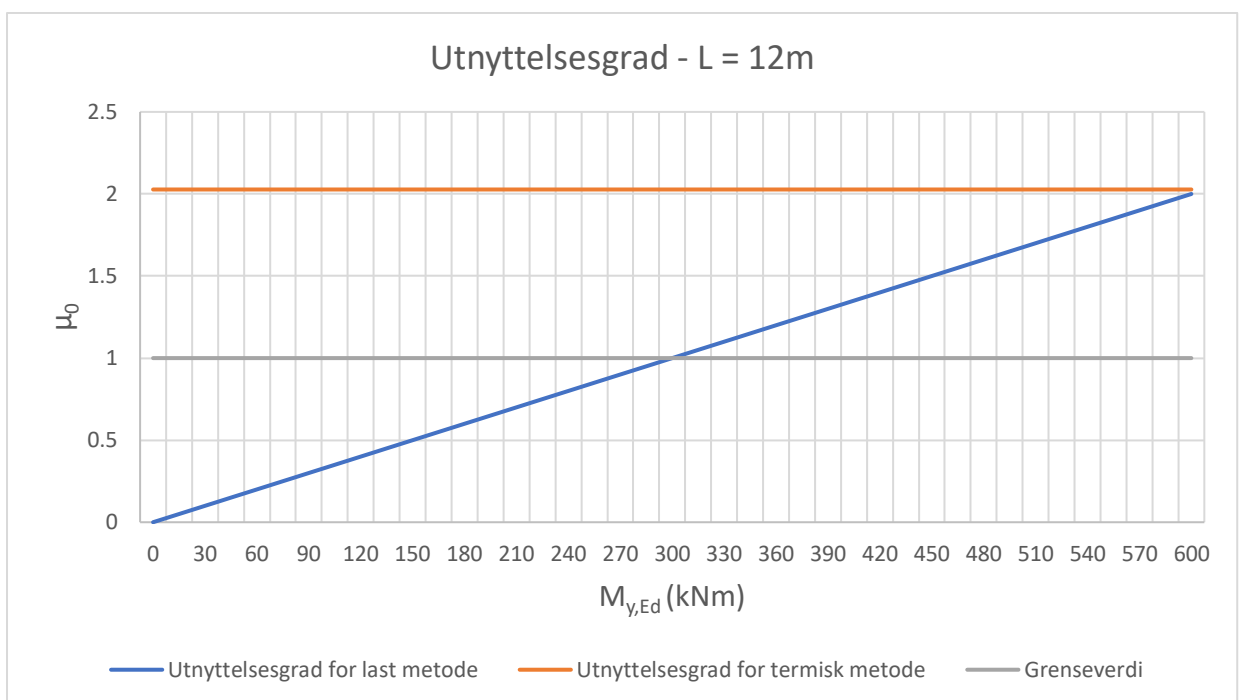
$$\mu_{0,ANSYS} = \frac{M_{y,Ed}}{M_{b,fi,t,Rd}} \quad (8.11)$$



Figur 8-9: Utnyttelsesgrad for last- og termisk metode, L = 8m



Figur 8-10: Utnyttelsesgrad for last- og termisk metode, L = 10m



Figur 8-11: Utnyttelsesgrad for last- og termisk metode, L = 12m

For å unngå kollaps i bjelkene kan ikke utnyttelsesgraden overstige en grenseverdi på 1,0. I motsetning til resultatene fra termisk metode, ser vi i følge ANSYS simuleringene at bjelkene kan bære laster til en viss grad før denne grensen er nådd. Behovet for isolering vil ikke være relevant for påførte laster under bjelkenes vippekapasitet, som i dette tilfellet er lik 213,52kNm for bjelkelengde 8m,



266,675kNm for bjelkelengde 10m og 300kNm for bjelkelengde 12m. Vi ser også for noen tilfeller med påført last større enn simulert vippekapasitet, at behovet for isolasjon vil være mindre enn det ifølge Eurokode 3 er anbefalt. Dette gjelder for laster opp til skjæringspunktet mellom utnyttelsesgrad for last metode og for termisk metode. Dette antyder at termisk beregningsmetode etter Eurokode 3 er ganske konservativ. Den kritiske temperaturen som er bestemt lik 350°C har tydelig rom for justeringer. I flere tilfeller vil det derfor være nyttig å utføre mer detaljerte beregninger eller simuleringer/forsøk for å bestemme bjelkens faktiske vippekapasitet under brann-situasjon.

# 9. Konklusjon

## 9.1 Feilkilder

Listet nedenfor er potensielle faktorer som kan ha ført til forskjellen mellom de teoretiske og ANSYS simulerte verdiene.

Materielle faktorer:

Materielle faktorer beskriver bjelkenes stålqualität knyttet til blant annet porøsitet, segregering, interne sprekker og lignende. Ved simulering av stålbejelker i ANSYS vil ikke slike materielle faktorer bli tatt hensyn til. De teoretiske beregningene skal i kalkulasjonen fra kritisk vippemoment til vippekapasitet, ta slike faktorer til betraktning. Materielle defekter kan både virke styrkende og svekkende for bjelkens vippekapasitet, og vil derfor avhenge sterkt fra bjelke til bjelke.

Geometriske imperfeksjoner:

Geometriske imperfeksjoner er alle geometriske egenskaper som avviker fra bjelkens ønskede utforming. Slike imperfeksjoner kan forårsake svakheter i bjelkens kapasitet. For å simulere geometriske imperfeksjoner blir det i ANSYS tilført en initiell last som deformerer bjelken og med dette gir geometriske defekter slik en kan anta en stålbejelke vil ha i praksis. De geometriske imperfeksjonene en oppnår ved en slik simulasjon er til en viss grad bestemt av simulatoren når en velger vippemodus og *scale factor*. De simulerte imperfeksjonene vil derfor kunne avvike fra virkelige imperfeksjoner i praktiske forsøk.

Mesh modell:

Mesh modellen i ANSYS kan genereres på en måte som ikke stemmer så bra med de teoretiske beregningsmetodene. ANSYS genererer automatisk en tilpasset mesh modell til elementet for å oppnå riktige resultater ved analysen. Størrelsen på mesh modellen vil påvirke kjøretiden til analysen, og en er derfor avhengig av tilgjengelig tid til å utføre analysene. I vårt tilfelle har vi hatt noe begrenset tid til å fullføre, og er derfor blitt nødt til å tilpasse mesh modellen slik at kjøretiden reduseres. Dette kan ha hatt en viss innvirkning på de oppnådde resultatene i analysen.

Geometrisk ikke-linearitet:

For simulering av lastpåføring i ANSYS er det plassert vertikale laster med ett- og to-punktlast. Ved simulering er det ikke tatt hensyn til geometrisk ikke-linearitet, det vil si effekten av store deformasjoner i bjelken. Når det oppstår store deformasjoner i bjelken kan denne endringen påvirke stålbjelkens stabilitet, og de påførte lastene kan med dette gå fra å være vertikale til å ha komponenter både vertikalt og langs bjelkens lengde. Dersom deformasjonene er store nok, vil denne effekten påvirke bjelkens evne til å bære last og dermed kunne redusere vippekapasiteten.

Asymmetri i bjelkestøttene:

Bjelkestøttene er i ANSYS plassert ved markering av hver enkelt node. Feil ved plassering av en enkelt node kan ha innvirkning på støttebetingelsene, og dermed påvirke sluttresultatet i analysen. Da nodene ikke er plassert nøyaktig likt for hver bjelke, er plasseringen gjort tilnærmet likt. Avviket grunnet denne tilnærmingen kan ha ført til enten mer eller mindre støtte av bjelkene.

Feilkilder ved modell i brann-situasjon:

I tillegg til overnevnte feilkilder, har den simulerte modellen for brann-situasjon andre mulige faktorer som kan ha påvirket resultatet. Simuleringen av bjelkens imperfeksjoner er i dette tilfellet utført med en alternativ metode, som kan avvike noe fra egenverdi metoden. Resultatet for bjelkelengde 12 meter ga en usikker verdi for vippekapasiteten, og det er derfor usikkert hvorvidt metoden som er tatt i bruk gir gunstige nok resultater for analysen. Ved et laboratorisk forsøk vil en muligens ikke kunne forhindre lokal vipping i samme grad som ved ANSYS simulering, og det samme vil også kunne gjelde ved et reelt tilfelle.

## **9.2 Konklusjon basert på sammenligning og diskusjon**

Basert på sammenligningen mellom de analytiske, numeriske og eksperimentelle resultatene for stålbjelkenes vippekapasitet konkluderer vi med følgende.

- ANSYS simulerte verdier for vippekapasitet har ingen systematisk trend slik som vi ser i verdiene fra de teoretiske designmetodene. Vi observerer at de enkelte resultatene fra ANSYS stemmer nokså godt med både de teoretiske

verdiene og med resultatene fra Meling og Hansens eksperimentelle forsøk. Vi ser til tross for denne likheten at det er rom for forbedring i alle de tre metodene for utledning av vippekapasitet.

- Resultatene fra simuleringene ga for ett-punktlast en modifikasjonsfaktor lik 1,24 og 1,52, med et avvik på -8,15% og +12,59% fra teoretisk verdi lik 1,35. Kombinert gir de to beregningsmetodene en gjennomsnittlig verdi på 1,38. For to-punktlast ga simuleringene en modifikasjonsfaktor lik 1,20 og 1,02, med et avvik på +3,45% og -12,07% fra teoretisk verdi lik 1,16. Kombinert gir de to beregningsmetodene en gjennomsnittlig verdi på 1,11. Dagens modifikasjonsfaktor,  $\alpha_m$ , ser ut til å være godt tilpasset et gjennomsnittlig tilfelle av en bjelke utsatt for en bestemt type last. Det ser dog ut til at det i praksis kan være nyttig med ytterligere tilpasninger etter det enkelte tverrsnittet og bruksområdet til bjelken. Effekten av ytterligere tilpasninger ved modifikasjonsfaktoren kan være reduksjon i kostnader og ressurser, uten at det går på bekostning av sikkerhet.
- Ifølge våre resultater vil den oppnådde temperaturen ved R30 ISO-brann på 709,53°C kunne påføres uten at bjelkene i tverrsnittklasse 4 kollapser. I tillegg til belastningen fra brannen, vil også de tre bjelkene tåle en punktlast opp til ca. 100kN uten behov for isolering. Designmetodene etter Eurokode 3 er sammenlignet med våre simulerte resultater noe konservative. Den kritiske temperaturen på 350°C ser ut til å være for lav til å oppnå lønnsomme løsninger, og justeringer vil derfor kunne være gunstig.
- Utvalget i denne oppgaven er avgrenset, og gir ikke nødvendigvis et omfattende nok bilde av stålbejelkenes generelle vippekapasitet. Modellene trenger også ytterligere tilpasninger, og en bør derfor ta hensyn til dette i vurdering av resultatene. Valideringen av designmetodene opp mot simulasjon i ANSYS blir derfor noe begrenset.

### 9.3 Videre arbeid

For å studere problemstillingene vi har diskutert i denne oppgaven nærmere vil det være nyttig å gjøre noen tilpasninger. Det vil være av interesse å utvide testutvalget, for å undersøke om dette påvirker den usystematiske trenden vi ser i vippekapasiteten. En mulig løsning kan være å gå for et utvalg av tverrsnitt med større økning i bjelkelengde.

Da vi grunnet tidsbegrensning måtte gå for en modifisert løsning av mesh modellen, kan dette ha påvirket resultatet vi har oppnådd. Til videre studier kan det være lønnsomt å anskaffe bedre utstyr som kan utføre analyser på en mer detaljert mesh modell. Andre justeringer knyttet mot materialet og deformasjon i bjelken kan også undersøkes. Støttebetingelsene som er satt i ANSYS er også en påvirkende faktor for bjelkenes kapasitet, og kan derfor ha behov for ytterligere tilpasninger.

Det eksperimentelle forsøket utført av Meling og Hansen ga et begrenset resultat, og det kan derfor også være nyttig å utføre et ytterligere forsøk i laboratoriet på et større utvalg av bjelker. En vil med dette kunne gjøre en mer detaljert sammenligning mellom eksperimentelle, simulerte og teoretiske resultater.

Etttersom vi så at designemetode for tverrsnittklasse 4 under brann-situasjon hadde rom for justeringer, vil det kunne være nyttige å utføre detaljerte forsøk for et større utvalg. Her vil det være lønnsomt å påføre den simulerte brannen ved bruk av et system som tar hensyn til varmfordelingen i bjelken. Eksperimentelle forsøk bør utføres for å kartlegge oppførselen til bjelkene utsatt for brann ytterligere. Med dette vil det være interessant å undersøke hva den virkelige kritiske temperaturen er, og vurdere hvorvidt den kritiske temperaturen gitt i Eurokode 3 kan økes til en ny, mindre konservativ verdi.

## Referanser

- [1] Eie, John. Stålkonstruksjoner 1, 1.utgave, Bekkestua, NKI Forlaget 2002
- [2] N. S. Trahair, et al. *The Behavior and Design of Steel Structures to EC3*. 4th ed., London, Taylor & Francis, 2008.
- [3] Eie, John. Stålkonstruksjoner 2, 1.utgave, Bekkestua, NKI Forlaget 2003
- [4] "MECCANICA, Statikk Og Fasthetslære for Ingeniører." *Meccanica.uit.no*, Universitetet i Tromsø, [www.meccanica.uit.no/fasthet/bjelker.htm](http://www.meccanica.uit.no/fasthet/bjelker.htm)
- [5] Ryum, Nils. "Rustfritt Stål – Store Norske Leksikon." *Store Norske Leksikon*, 10 June 2020, [www.sn.no/rustfritt\\_st%C3%A5l](http://www.sn.no/rustfritt_st%C3%A5l). Tilgjengelig 18 Mar. 2021.
- [6] Larsen, Per Kristian. *Dimensjonering Av Stålkonstruksjoner*. 3. utgave, Trondheim, Fagbokforlaget, 2020.
- [7] Barnata, Jan, et al. *Experimental Analysis of Lateral Torsional Buckling of Beams with Selected Cross-Section Types*. The Czech Republic, Faculty of Civil Engineering, Brno University of Technology, 2017.
- [8] *Eurokode 3: Prosjektering Av Stålkonstruksjoner - Del 1-1: Allmenne Regler Og Regler for Bygninger, NS-EN 1993-1-1:2005+A1:2014+NA:2015*. Norge, Standard Norge og Standard Online AS, 2015.
- [9] Larsen, Per Kr. *Stålkonstruksjoner - Profiler Og Formler*. 3.utgave, Fagbokforlaget, 2003.
- [10] Venter, Simon Herman. "The Effect of the Adjacent Span on the Lateral-Torsional-Buckling Capacity of Overhang Beams." *Semanticscholar.org*, 2017, [www.semanticscholar.org/paper/The-effect-of-the-adjacent-span-on-the-buckling-of-Venter/180067be3cec0ff0ec19d9965bc9457a6e8959a2](http://www.semanticscholar.org/paper/The-effect-of-the-adjacent-span-on-the-buckling-of-Venter/180067be3cec0ff0ec19d9965bc9457a6e8959a2). Tilgjengelig 18 Mar. 2021.
- [11] *BEAM FORMULAS with SHEAR and MOM*. *Www.linsgroup.com*, [www.linsgroup.com/MECHANICAL\\_DESIGN/Beam/beam\\_formula.htm](http://www.linsgroup.com/MECHANICAL_DESIGN/Beam/beam_formula.htm).
- [12] *Eurokode 3: Prosjektering Av Stålkonstruksjoner - Del 1-2: Brannteknisk Dimensjonering, NS-EN 1993-1-2:2205+NA:2009*. Norge, Standard Norge og Standard Online AS.
- [13] *Ansys Learning Forum*, Nov. 2019, [www.forum.ansys.com/discussion/10618/nonlinear-buckling-load-is-greater-than-linear-buckling-load-why](http://www.forum.ansys.com/discussion/10618/nonlinear-buckling-load-is-greater-than-linear-buckling-load-why). Tilgjengelig 7. Mai 2021.

[14] E. Meling og M.Hansen, *Vippemoment til IPE-bjelker: Eksperimentell studie*, Bacheloroppgave, IMBM Konstruksjonsteknikk, Universitetet i Stavanger, Stavanger, Norge 2020.

## Vedlegg A

### Utrekninger av $M_{b,Rd}$

Kalkulering av vippekapasitet etter 3.4.1.1:

Ett-punktlast:

Tverrsnitt	$\bar{\lambda}_{LT}$	$\bar{\lambda}_{LT}$	$\bar{\lambda}_{LT}$
	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m
<b>IPE 100</b>	0,87	1,03	1,17
<b>IPE 120</b>	0,82	0,99	1,13
<b>IPE 140</b>	0,77	0,94	1,09
<b>IPE 160</b>	0,71	0,88	1,03
<b>IPE 180</b>	0,66	0,83	0,98
<b>IPE 200</b>	0,62	0,78	0,92
<b>IPE 220</b>	0,57	0,73	0,87

Tverrsnitt	$\Phi_{LT}$	$\Phi_{LT}$	$\Phi_{LT}$
	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m
<b>IPE 100</b>	0,95	1,12	1,29
<b>IPE 120</b>	0,90	1,07	1,24
<b>IPE 140</b>	0,85	1,02	1,18
<b>IPE 160</b>	0,81	0,96	1,11
<b>IPE 180</b>	0,77	0,91	1,06
<b>IPE 200</b>	0,73	0,86	1,00
<b>IPE 220</b>	0,70	0,82	0,94

Tverrsnitt	$\chi_{LT}$	$\chi_{LT}$	$\chi_{LT}$
	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m
<b>IPE 100</b>	0,75	0,64	0,55
<b>IPE 120</b>	0,78	0,67	0,57
<b>IPE 140</b>	0,81	0,71	0,61
<b>IPE 160</b>	0,84	0,75	0,65
<b>IPE 180</b>	0,86	0,78	0,68
<b>IPE 200</b>	0,88	0,81	0,72
<b>IPE 220</b>	0,90	0,83	0,76

Tverrsnitt	$M_{b,Rd}$	$M_{b,Rd}$	$M_{b,Rd}$
	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m
<b>IPE 100</b>	10,05	8,57	7,31
<b>IPE 120</b>	16,11	13,83	11,79
<b>IPE 140</b>	24,34	21,15	18,12
<b>IPE 160</b>	35,24	31,21	27,07
<b>IPE 180</b>	48,65	43,76	38,40
<b>IPE 200</b>	65,70	60,06	53,61
<b>IPE 220</b>	87,09	80,70	73,10



To-punktlast:

Tverrsnitt	$\bar{\lambda}_{LT}$	$\bar{\lambda}_{LT}$	$\bar{\lambda}_{LT}$
	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m
IPE 100	0,94	1,12	1,27
IPE 120	0,89	1,07	1,22
IPE 140	0,83	1,01	1,17
IPE 160	0,77	0,95	1,11
IPE 180	0,72	0,90	1,05
IPE 200	0,67	0,84	0,99
IPE 220	0,62	0,79	0,94

Tverrsnitt	$\Phi_{LT}$	$\Phi_{LT}$	$\Phi_{LT}$
	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m
IPE 100	1,02	1,22	1,41
IPE 120	0,97	1,16	1,36
IPE 140	0,91	1,10	1,29
IPE 160	0,86	1,03	1,21
IPE 180	0,81	0,98	1,15
IPE 200	0,77	0,92	1,08
IPE 220	0,73	0,87	1,02

Tverrsnitt	$\chi_{LT}$	$\chi_{LT}$	$\chi_{LT}$
	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m
IPE 100	0,71	0,59	0,49
IPE 120	0,74	0,62	0,51
IPE 140	0,78	0,66	0,55
IPE 160	0,81	0,70	0,59
IPE 180	0,84	0,74	0,63
IPE 200	0,86	0,77	0,67
IPE 220	0,88	0,80	0,71

Tverrsnitt	$M_{b,rd}$	$M_{b,rd}$	$M_{b,rd}$
	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m
IPE 100	9,44	7,80	6,53
IPE 120	15,27	12,68	10,58
IPE 140	23,28	19,58	16,36
IPE 160	34,01	29,21	24,66
IPE 180	47,26	41,38	35,30
IPE 200	64,15	57,34	49,82
IPE 220	85,42	77,70	68,65

Kalkulering av vippekapasitet etter 3.4.1.2:

Ett-punktlast:

Tverrsnitt	$\bar{\lambda}_{LT}$	$\bar{\lambda}_{LT}$	$\bar{\lambda}_{LT}$
	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m
<b>IPE 100</b>	0,87	1,032	1,17
<b>IPE 120</b>	0,82	0,990	1,13
<b>IPE 140</b>	0,77	0,939	1,09
<b>IPE 160</b>	0,71	0,882	1,03
<b>IPE 180</b>	0,66	0,830	0,98
<b>IPE 200</b>	0,62	0,779	0,92
<b>IPE 220</b>	0,57	0,727	0,87

Tverrsnitt	$\bar{\lambda}_{LT,0}$	$\bar{\lambda}_{LT,0}$	$\bar{\lambda}_{LT,0}$
	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m
<b>IPE 100</b>	0,40	0,40	0,40
<b>IPE 120</b>	0,40	0,40	0,40
<b>IPE 140</b>	0,40	0,40	0,40
<b>IPE 160</b>	0,40	0,40	0,40
<b>IPE 180</b>	0,40	0,40	0,40
<b>IPE 200</b>	0,40	0,40	0,40
<b>IPE 220</b>	0,40	0,40	0,40

Tverrsnitt	$\beta$
<b>IPE 100</b>	0,75
<b>IPE 120</b>	0,75
<b>IPE 140</b>	0,75
<b>IPE 160</b>	0,75
<b>IPE 180</b>	0,75
<b>IPE 200</b>	0,75
<b>IPE 220</b>	0,75

Tverrsnitt	$\Phi_{LT}$	$\Phi_{LT}$	$\Phi_{LT}$
	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m
<b>IPE 100</b>	0,86	1,01	1,14
<b>IPE 120</b>	0,82	0,97	1,11
<b>IPE 140</b>	0,78	0,92	1,06
<b>IPE 160</b>	0,74	0,87	1,00
<b>IPE 180</b>	0,71	0,83	0,95
<b>IPE 200</b>	0,68	0,79	0,91
<b>IPE 220</b>	0,65	0,75	0,86

Tverrsnitt	$\chi_{LT}$	$\chi_{LT}$	$\chi_{LT}$
	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m
IPE 100	0,78	0,68	0,60
IPE 120	0,81	0,71	0,62
IPE 140	0,84	0,74	0,65
IPE 160	0,86	0,77	0,68
IPE 180	0,89	0,80	0,71
IPE 200	0,91	0,83	0,75
IPE 220	0,93	0,86	0,78

Tverrsnitt	$M_{b,rd}$	$M_{b,rd}$	$M_{b,rd}$
	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m
IPE 100	10,37	9,06	7,95
IPE 120	16,57	14,51	12,72
IPE 140	24,96	22,02	19,35
IPE 160	36,14	32,25	28,60
IPE 180	49,96	45,02	40,19
IPE 200	67,62	61,63	55,66
IPE 220	89,93	82,76	75,42

To-punktlast:

Tverrsnitt	$\bar{\lambda}_{LT}$	$\bar{\lambda}_{LT}$	$\bar{\lambda}_{LT}$
	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m
IPE 100	0,94	1,12	1,27
IPE 120	0,89	1,07	1,22
IPE 140	0,83	1,01	1,17
IPE 160	0,77	0,95	1,11
IPE 180	0,72	0,90	1,05
IPE 200	0,67	0,84	0,99
IPE 220	0,62	0,79	0,94

Tverrsnitt	$\bar{\lambda}_{LT,0}$	$\bar{\lambda}_{LT,0}$	$\bar{\lambda}_{LT,0}$
	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m
IPE 100	0,40	0,40	0,40
IPE 120	0,40	0,40	0,40
IPE 140	0,40	0,40	0,40
IPE 160	0,40	0,40	0,40
IPE 180	0,40	0,40	0,40
IPE 200	0,40	0,40	0,40
IPE 220	0,40	0,40	0,40

Tverrsnitt	$\beta$
IPE 100	0,75
IPE 120	0,75
IPE 140	0,75
IPE 160	0,75
IPE 180	0,75
IPE 200	0,75
IPE 220	0,75

Tverrsnitt	$\Phi_{LT}$	$\Phi_{LT}$	$\Phi_{LT}$
	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m
IPE 100	0,92	1,09	1,25
IPE 120	0,88	1,04	1,20
IPE 140	0,83	0,99	1,15
IPE 160	0,79	0,93	1,08
IPE 180	0,75	0,89	1,03
IPE 200	0,71	0,84	0,97
IPE 220	0,68	0,80	0,92

Tverrsnitt	$\chi_{LT}$	$\chi_{LT}$	$\chi_{LT}$
	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m
IPE 100	0,74	0,63	0,54
IPE 120	0,77	0,66	0,57
IPE 140	0,80	0,69	0,60
IPE 160	0,83	0,73	0,63
IPE 180	0,86	0,76	0,67
IPE 200	0,89	0,79	0,70
IPE 220	0,91	0,82	0,74

Tverrsnitt	$M_{b,Rd}$	$M_{b,Rd}$	$M_{b,Rd}$
	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m
IPE 100	9,82	8,38	7,23
IPE 120	15,78	13,50	11,61
IPE 140	23,95	20,64	17,78
IPE 160	34,89	30,47	26,48
IPE 180	48,47	42,84	37,48
IPE 200	65,87	59,04	52,31
IPE 220	87,93	79,75	71,42

Kalkulering av vippekapasitet etter 3.4.1.3:

Ett-punktlast:

Tverrsnitt	$k_c$
<b>IPE 100</b>	0,86
<b>IPE 120</b>	0,86
<b>IPE 140</b>	0,86
<b>IPE 160</b>	0,86
<b>IPE 180</b>	0,86
<b>IPE 200</b>	0,86
<b>IPE 220</b>	0,86

Tverrsnitt	$\bar{\lambda}_{LT}$	$\bar{\lambda}_{LT}$	$\bar{\lambda}_{LT}$
	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m
<b>IPE 100</b>	0,87	1,03	1,17
<b>IPE 120</b>	0,82	0,99	1,13
<b>IPE 140</b>	0,77	0,94	1,09
<b>IPE 160</b>	0,71	0,88	1,03
<b>IPE 180</b>	0,66	0,83	0,98
<b>IPE 200</b>	0,62	0,78	0,92
<b>IPE 220</b>	0,57	0,73	0,87

Tverrsnitt	f	f	f
	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m
<b>IPE 100</b>	0,93	0,94	0,95
<b>IPE 120</b>	0,93	0,94	0,95
<b>IPE 140</b>	0,93	0,93	0,94
<b>IPE 160</b>	0,93	0,93	0,94
<b>IPE 180</b>	0,93	0,93	0,93
<b>IPE 200</b>	0,93	0,93	0,93
<b>IPE 220</b>	0,94	0,93	0,93

Tverrsnitt	$\chi_{LT}$	$\chi_{LT}$	$\chi_{LT}$
	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m
<b>IPE 100</b>	0,78	0,68	0,60
<b>IPE 120</b>	0,81	0,71	0,62
<b>IPE 140</b>	0,84	0,74	0,65
<b>IPE 160</b>	0,86	0,77	0,68
<b>IPE 180</b>	0,89	0,80	0,71
<b>IPE 200</b>	0,91	0,83	0,75
<b>IPE 220</b>	0,93	0,86	0,78

Tverrsnitt	$\chi_{LT,mod}$	$\chi_{LT,mod}$	$\chi_{LT,mod}$
	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m
<b>IPE 100</b>	0,84	0,73	0,63
<b>IPE 120</b>	0,87	0,75	0,65
<b>IPE 140</b>	0,90	0,79	0,69
<b>IPE 160</b>	0,93	0,83	0,73
<b>IPE 180</b>	0,95	0,86	0,76
<b>IPE 200</b>	0,97	0,89	0,80
<b>IPE 220</b>	0,99	0,92	0,84

Tverrsnitt	$M_{b,Rd}$	$M_{b,Rd}$	$M_{b,Rd}$
	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m
<b>IPE 100</b>	11,15	9,67	8,37
<b>IPE 120</b>	17,81	15,52	13,45
<b>IPE 140</b>	26,84	23,60	20,56
<b>IPE 160</b>	38,82	34,64	30,51
<b>IPE 180</b>	53,57	48,40	43,02
<b>IPE 200</b>	72,35	66,27	59,72
<b>IPE 220</b>	95,94	88,91	81,05

To-punktlast:

Tverrsnitt	$k_c$
	$\alpha_m = 1,1556$
<b>IPE 100</b>	0,93
<b>IPE 120</b>	0,93
<b>IPE 140</b>	0,93
<b>IPE 160</b>	0,93
<b>IPE 180</b>	0,93
<b>IPE 200</b>	0,93
<b>IPE 220</b>	0,93

Tverrsnitt	$\bar{\lambda}_{LT}$	$\bar{\lambda}_{LT}$	$\bar{\lambda}_{LT}$
	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m
<b>IPE 100</b>	0,94	1,12	1,27
<b>IPE 120</b>	0,89	1,07	1,22
<b>IPE 140</b>	0,83	1,01	1,17
<b>IPE 160</b>	0,77	0,95	1,11
<b>IPE 180</b>	0,72	0,90	1,05
<b>IPE 200</b>	0,67	0,84	0,99
<b>IPE 220</b>	0,62	0,79	0,94

Tverrsnitt	f	f	f
	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m
IPE 100	0,97	0,97	0,98
IPE 120	0,97	0,97	0,98
IPE 140	0,97	0,97	0,97
IPE 160	0,97	0,97	0,97
IPE 180	0,97	0,97	0,97
IPE 200	0,97	0,97	0,97
IPE 220	0,97	0,97	0,97

Tverrsnitt	$\chi_{LT}$	$\chi_{LT}$	$\chi_{LT}$
	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m
IPE 100	0,74	0,63	0,54
IPE 120	0,77	0,66	0,57
IPE 140	0,80	0,69	0,60
IPE 160	0,83	0,73	0,63
IPE 180	0,86	0,76	0,67
IPE 200	0,89	0,79	0,70
IPE 220	0,91	0,82	0,74

Tverrsnitt	$\chi_{LT,mod}$	$\chi_{LT,mod}$	$\chi_{LT,mod}$
	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m
IPE 100	0,76	0,65	0,55
IPE 120	0,80	0,68	0,58
IPE 140	0,83	0,71	0,61
IPE 160	0,86	0,75	0,65
IPE 180	0,89	0,79	0,69
IPE 200	0,92	0,82	0,73
IPE 220	0,94	0,85	0,76

Tverrsnitt	$M_{b,Rd}$	$M_{b,Rd}$	$M_{b,Rd}$
	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m
IPE 100	10,16	8,62	7,37
IPE 120	16,35	13,91	11,88
IPE 140	24,81	21,31	18,24
IPE 160	36,14	31,52	27,24
IPE 180	50,20	44,35	38,65
IPE 200	68,17	61,16	54,05
IPE 220	90,88	82,63	73,90

Kalkulering av vippekapasitet etter 3.4.1.4:

Ett-punktlast:

Tverrsnitt	$k_c$	$L_c$	$L_c$	$L_c$
		L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m
IPE 100	0,86	1500	2000	2500
IPE 120	0,86	1500	2000	2500
IPE 140	0,86	1500	2000	2500
IPE 160	0,86	1500	2000	2500
IPE 180	0,86	1500	2000	2500
IPE 200	0,86	1500	2000	2500
IPE 220	0,86	1500	2000	2500

Tverrsnitt	$i_{f,z}$	$\varepsilon$	$\lambda_1$
IPE 100	14,54	0,81	75,91
IPE 120	16,91	0,81	75,91
IPE 140	19,28	0,81	75,91
IPE 160	21,62	0,81	75,91
IPE 180	24,00	0,81	75,91
IPE 200	26,35	0,81	75,91
IPE 220	29,05	0,81	75,91

Tverrsnitt	$\bar{\lambda}_f$	$\bar{\lambda}_f$	$\bar{\lambda}_f$
	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m
IPE 100	1,17	1,56	1,95
IPE 120	1,01	1,34	1,68
IPE 140	0,88	1,18	1,47
IPE 160	0,79	1,05	1,31
IPE 180	0,71	0,94	1,18
IPE 200	0,64	0,86	1,07
IPE 220	0,59	0,78	0,98

Tverrsnitt	$\chi$	$\chi$	$\chi$
	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m
IPE 100	0,45	0,29	0,2
IPE 120	0,55	0,36	0,27
IPE 140	0,62	0,45	0,32
IPE 160	0,67	0,51	0,37
IPE 180	0,75	0,56	0,43
IPE 200	0,78	0,63	0,51
IPE 220	0,8	0,69	0,58



Tverrsnitt	$k_{fl}$
<b>IPE 100</b>	1,10
<b>IPE 120</b>	1,10
<b>IPE 140</b>	1,10
<b>IPE 160</b>	1,10
<b>IPE 180</b>	1,10
<b>IPE 200</b>	1,10
<b>IPE 220</b>	1,10

Tverrsnitt	$M_{b,Rd}$	$M_{b,Rd}$	$M_{b,Rd}$
	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m
<b>IPE 100</b>	6,59	4,25	2,93
<b>IPE 120</b>	12,44	8,14	6,11
<b>IPE 140</b>	20,38	14,79	10,52
<b>IPE 160</b>	30,85	23,48	17,04
<b>IPE 180</b>	46,41	34,66	26,61
<b>IPE 200</b>	63,82	51,55	41,73
<b>IPE 220</b>	85,09	73,39	61,69

To-punktlast:

Tverrsnitt	$k_c$	$L_c$	$L_c$	$L_c$
<b>IPE 100</b>	0,93	1500	2000	2500
<b>IPE 120</b>	0,93	1500	2000	2500
<b>IPE 140</b>	0,93	1500	2000	2500
<b>IPE 160</b>	0,93	1500	2000	2500
<b>IPE 180</b>	0,93	1500	2000	2500
<b>IPE 200</b>	0,93	1500	2000	2500
<b>IPE 220</b>	0,93	1500	2000	2500

Tverrsnitt	$i_{f,z}$	$\epsilon$	$\lambda_1$
<b>IPE 100</b>	14,54	0,81	75,91
<b>IPE 120</b>	16,91	0,81	75,91
<b>IPE 140</b>	19,28	0,81	75,91
<b>IPE 160</b>	21,62	0,81	75,91
<b>IPE 180</b>	24,00	0,81	75,91
<b>IPE 200</b>	26,35	0,81	75,91
<b>IPE 220</b>	29,05	0,81	75,91

Tverrsnitt	$\bar{\lambda}_f$	$\bar{\lambda}_f$	$\bar{\lambda}_f$
	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m
<b>IPE 100</b>	1,26	1,69	2,11
<b>IPE 120</b>	1,09	1,45	1,81
<b>IPE 140</b>	0,95	1,27	1,59
<b>IPE 160</b>	0,85	1,13	1,42
<b>IPE 180</b>	0,77	1,02	1,28
<b>IPE 200</b>	0,70	0,93	1,16
<b>IPE 220</b>	0,63	0,84	1,05

Tverrsnitt	$\chi$	$\chi$	$\chi$
	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m
<b>IPE 100</b>	0,40	0,27	0,18
<b>IPE 120</b>	0,49	0,33	0,24
<b>IPE 140</b>	0,57	0,40	0,30
<b>IPE 160</b>	0,63	0,50	0,33
<b>IPE 180</b>	0,70	0,54	0,38
<b>IPE 200</b>	0,75	0,60	0,43
<b>IPE 220</b>	0,78	0,63	0,50

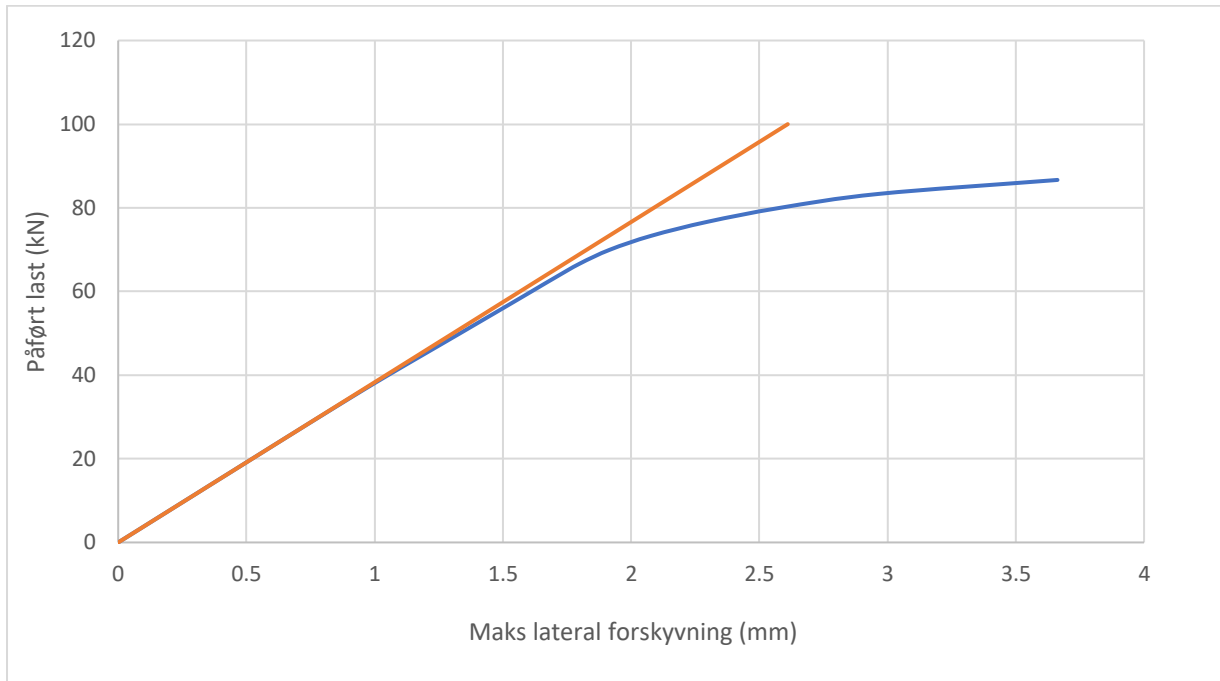
Tverrsnitt	$k_{fl}$
<b>IPE 100</b>	1,10
<b>IPE 120</b>	1,10
<b>IPE 140</b>	1,10
<b>IPE 160</b>	1,10
<b>IPE 180</b>	1,10
<b>IPE 200</b>	1,10
<b>IPE 220</b>	1,10

Tverrsnitt	$M_{b,Rd}$	$M_{b,Rd}$	$M_{b,Rd}$
	L = 1,5m	L = 2,0m	L = 2,5m
<b>IPE 100</b>	5,86	3,96	2,64
<b>IPE 120</b>	11,08	7,46	5,43
<b>IPE 140</b>	18,74	13,15	9,86
<b>IPE 160</b>	29,01	23,02	15,19
<b>IPE 180</b>	43,32	33,42	23,52
<b>IPE 200</b>	61,36	49,09	35,18
<b>IPE 220</b>	82,96	67,01	53,18

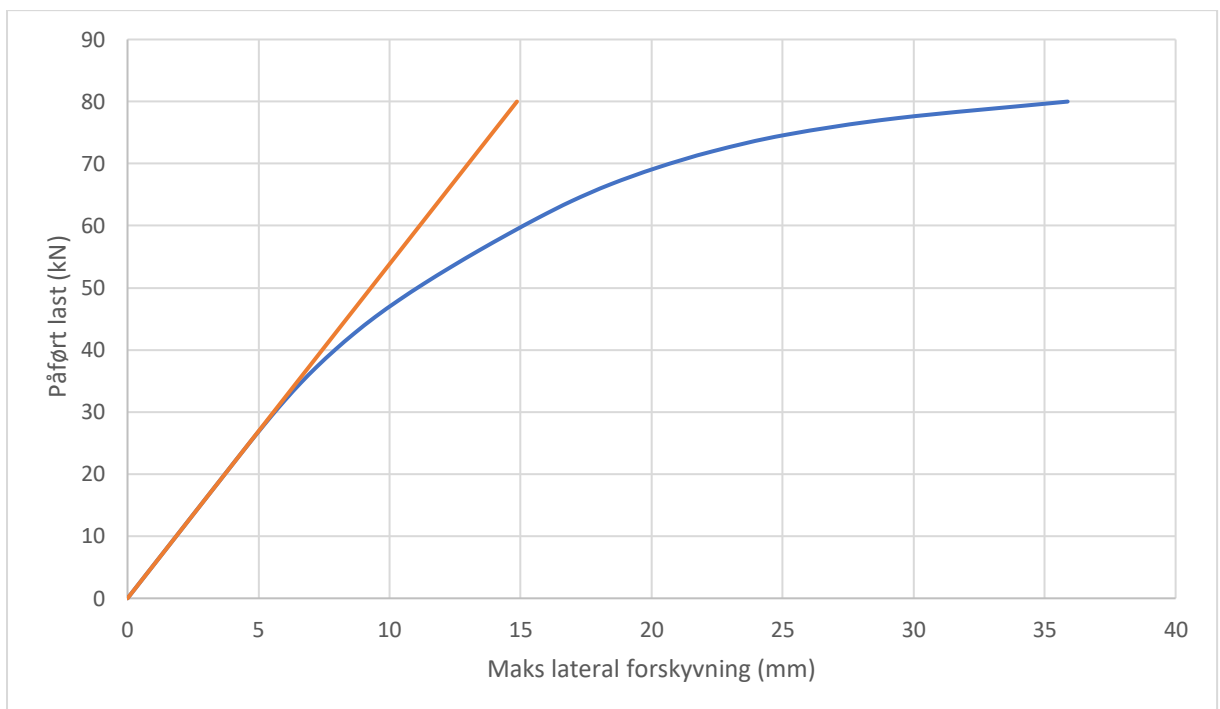
## Vedlegg B

Grafisk fremstilling av maks lateral forskyvning mot påført last for tversnittklasse 1:

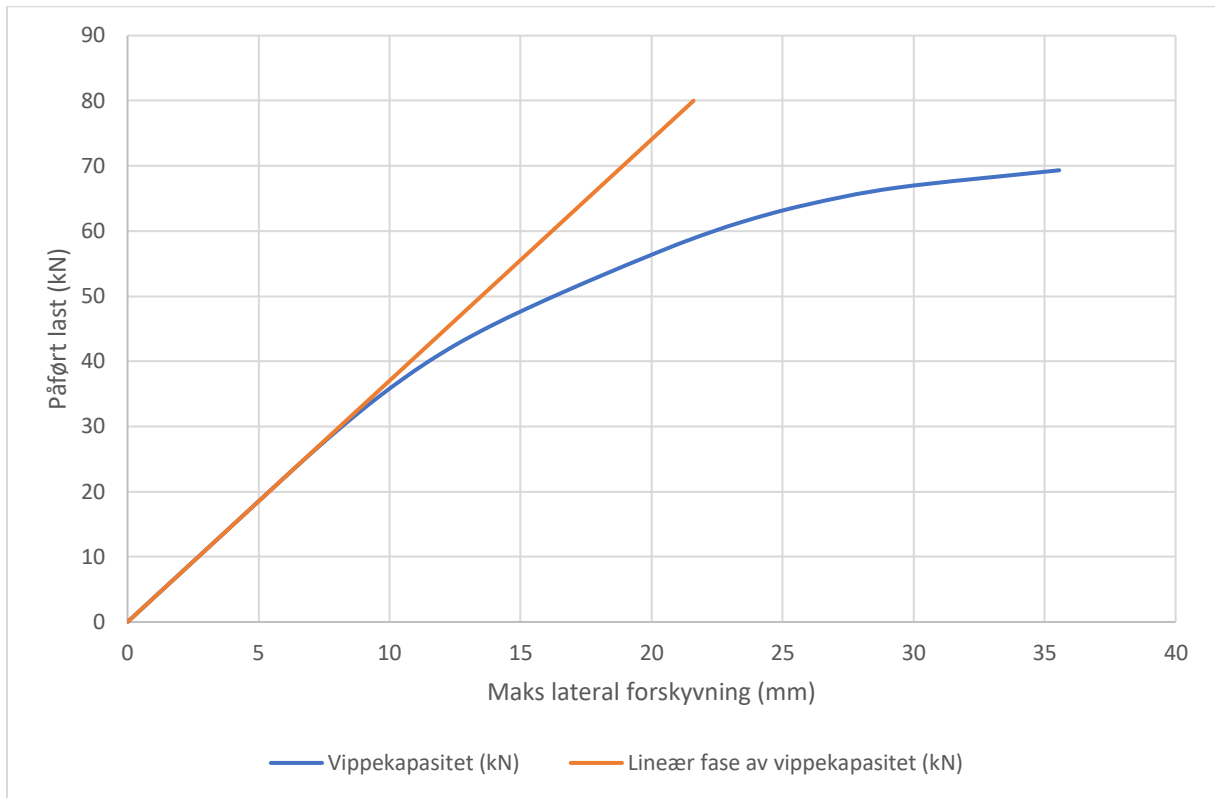
Vedlegg B1: IPE100, L = 1.5m - Vippekapasitet fra ANSYS - ett-punktlast



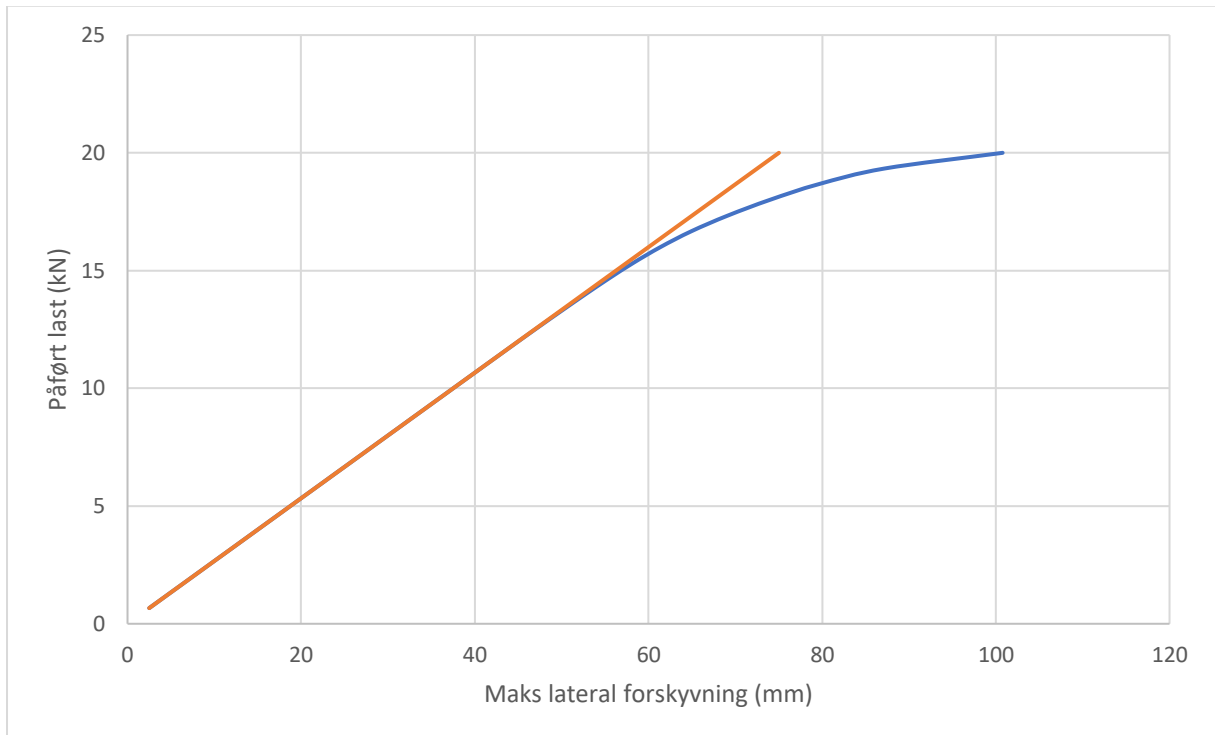
Vedlegg B2: IPE100 L=2.0m – Vippekapasitet fra ANSYS – ett-punktlast



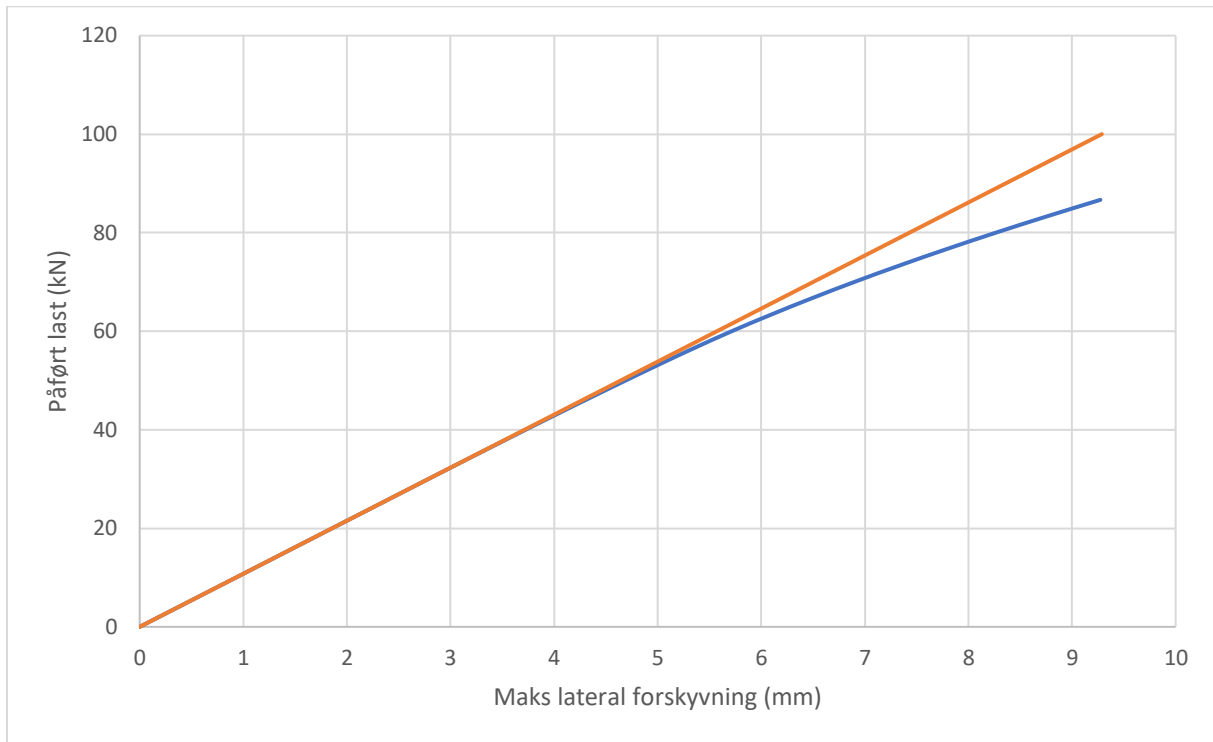
Vedlegg B3: IPE100, L = 2.5m - Vippekapasitet fra ANSYS - ett-punktlast



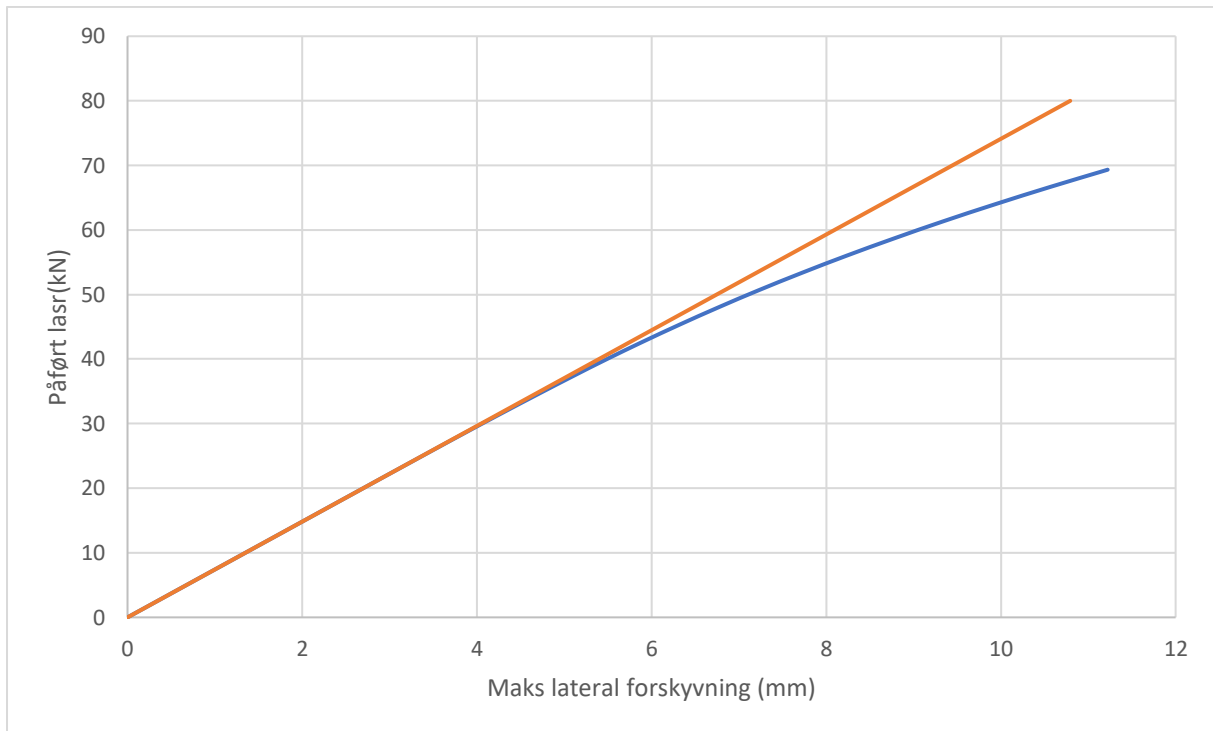
Vedlegg B4: IPE 100, L = 5.0m - Vippekapasitet fra ANSYS - ett-punktlast



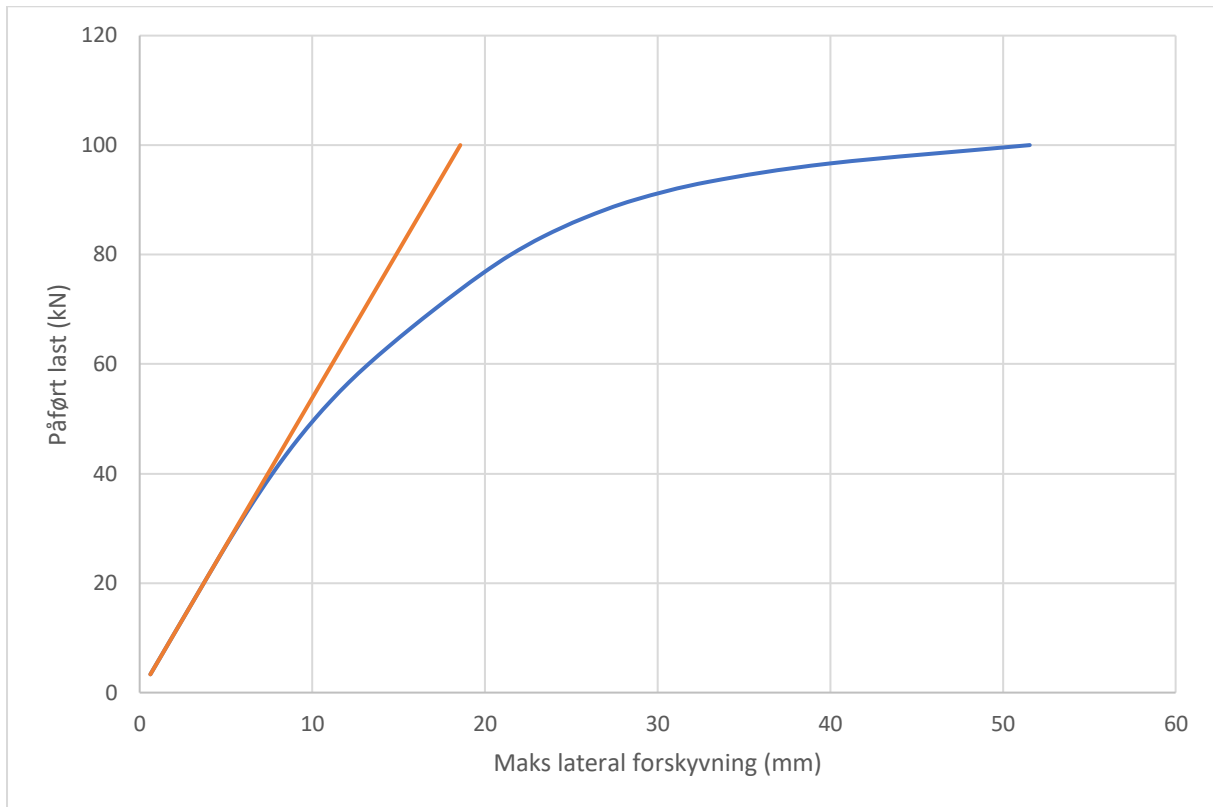
Vedlegg B5: IPE120, L = 1.5m - Vippekapasitet fra ANSYS - ett-punktlast



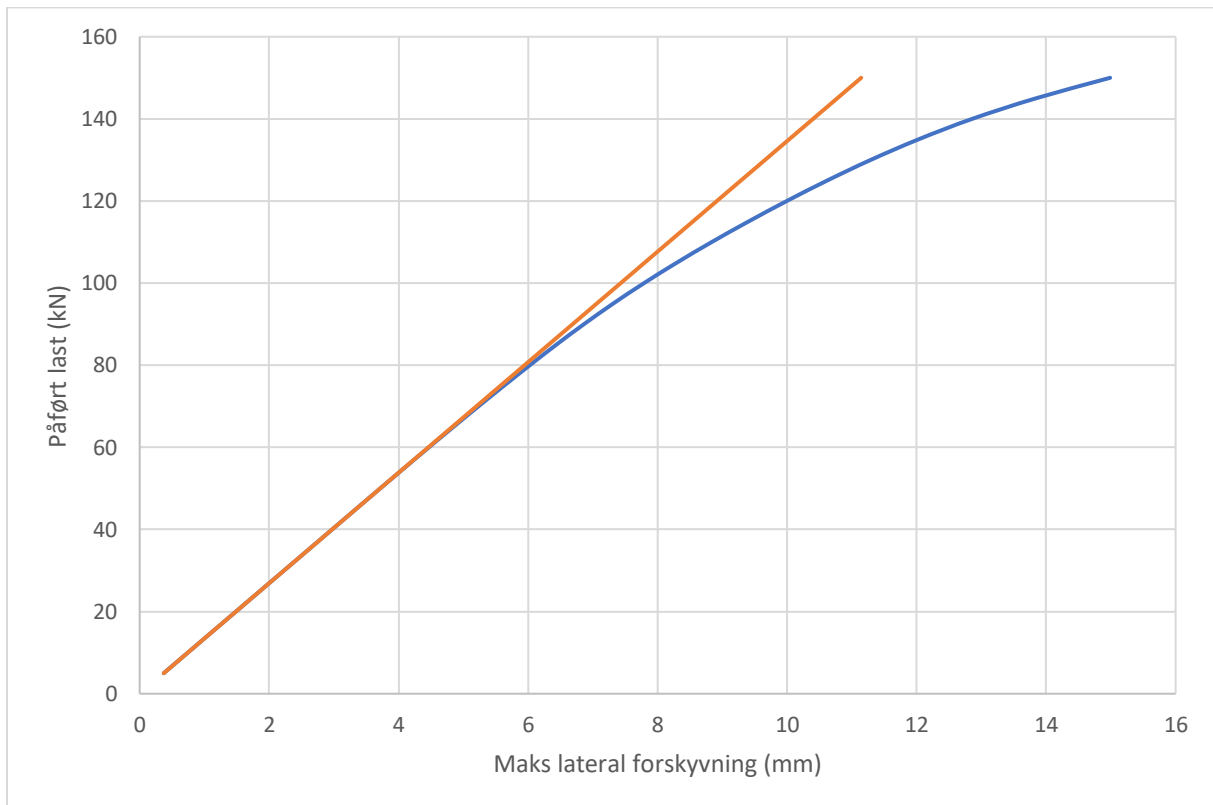
Vedlegg B6: IPE120, L = 2.0m - Vippekapasitet fra ANSYS - ett-punktlast



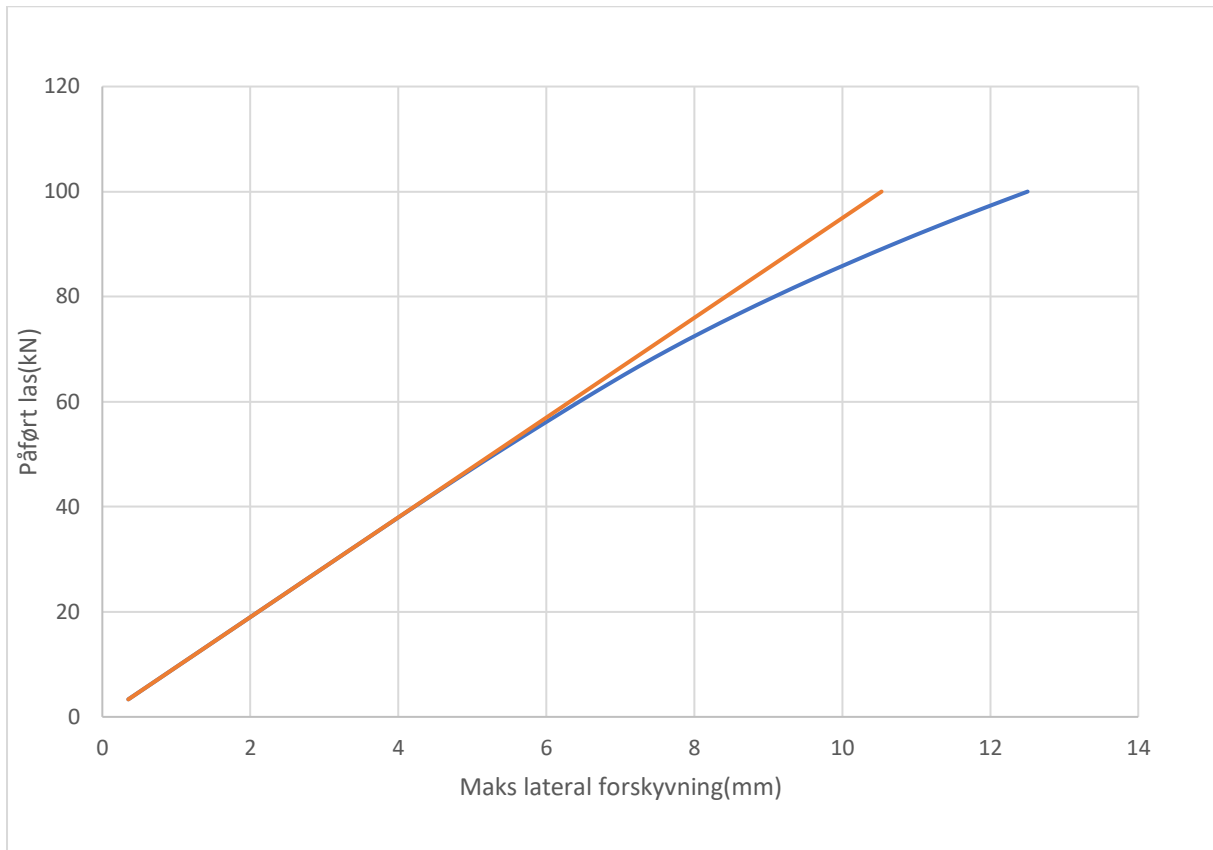
Vedlegg B7: IPE120, L = 2.5m - Vippekapasitet fra ANSYS - ett-punktlast



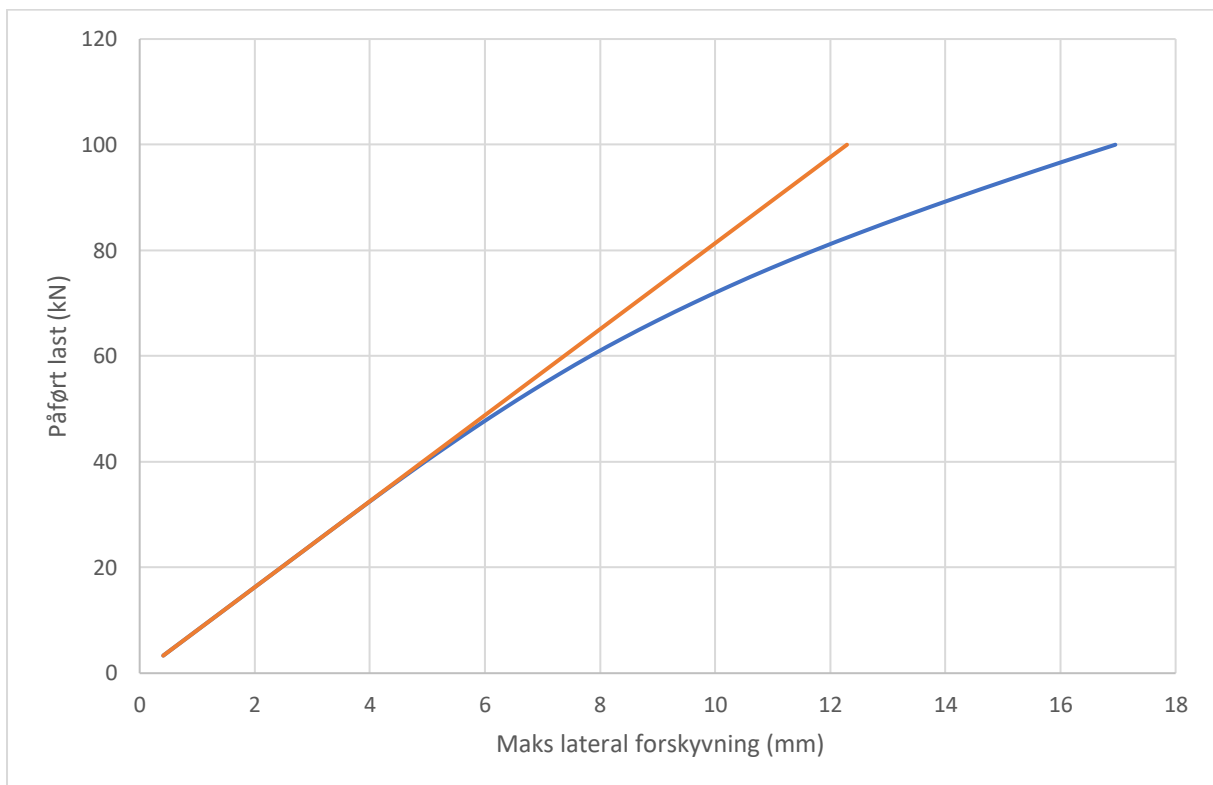
Vedlegg B8: IPE140, L = 1.5m - Vippekapasitet fra ANSYS - ett-punktlast



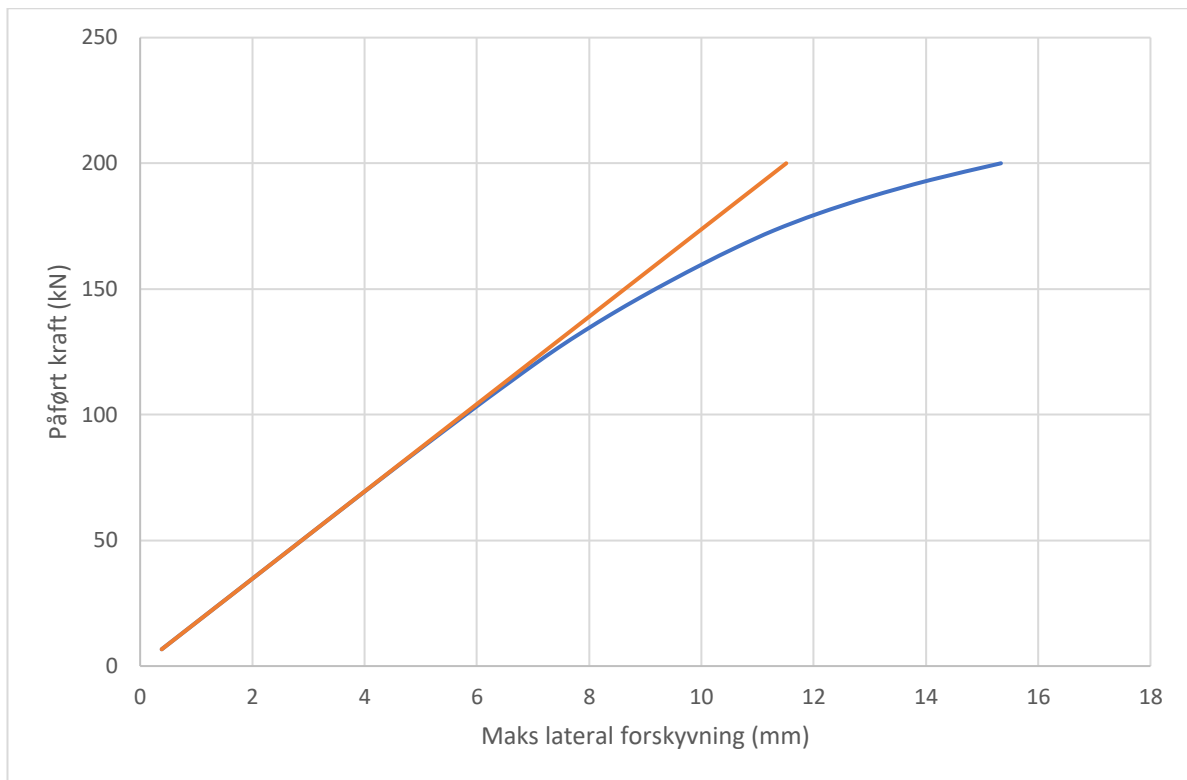
Vedlegg B9: IPE140, L = 2.0m - Vippekapasitet fra ANSYS - ett-punktlast



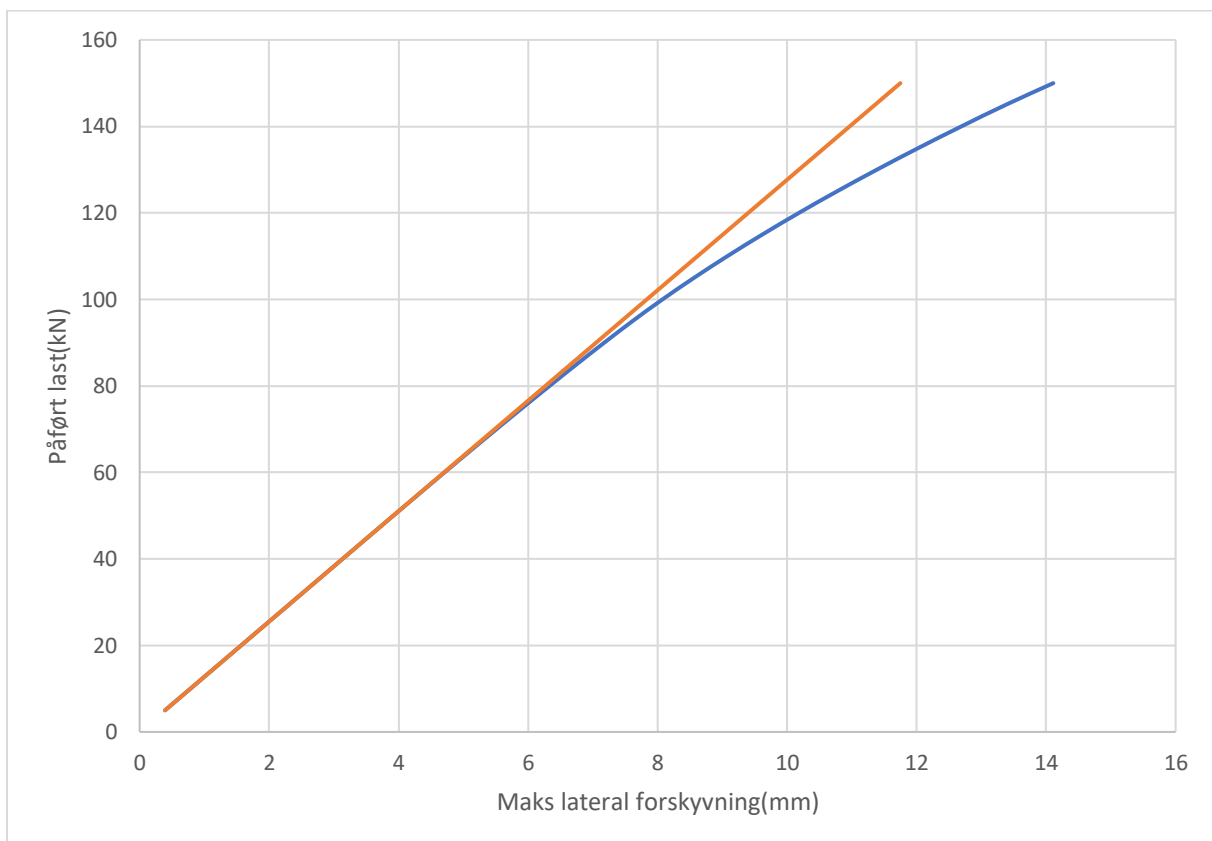
Vedlegg B10: IPE140, L = 2.5m - Vippekapasitet fra ANSYS - ett-punktlast



Vedlegg B11: IPE160, L = 1.5m - Vippekapasitet fra ANSYS - ett-punktlast

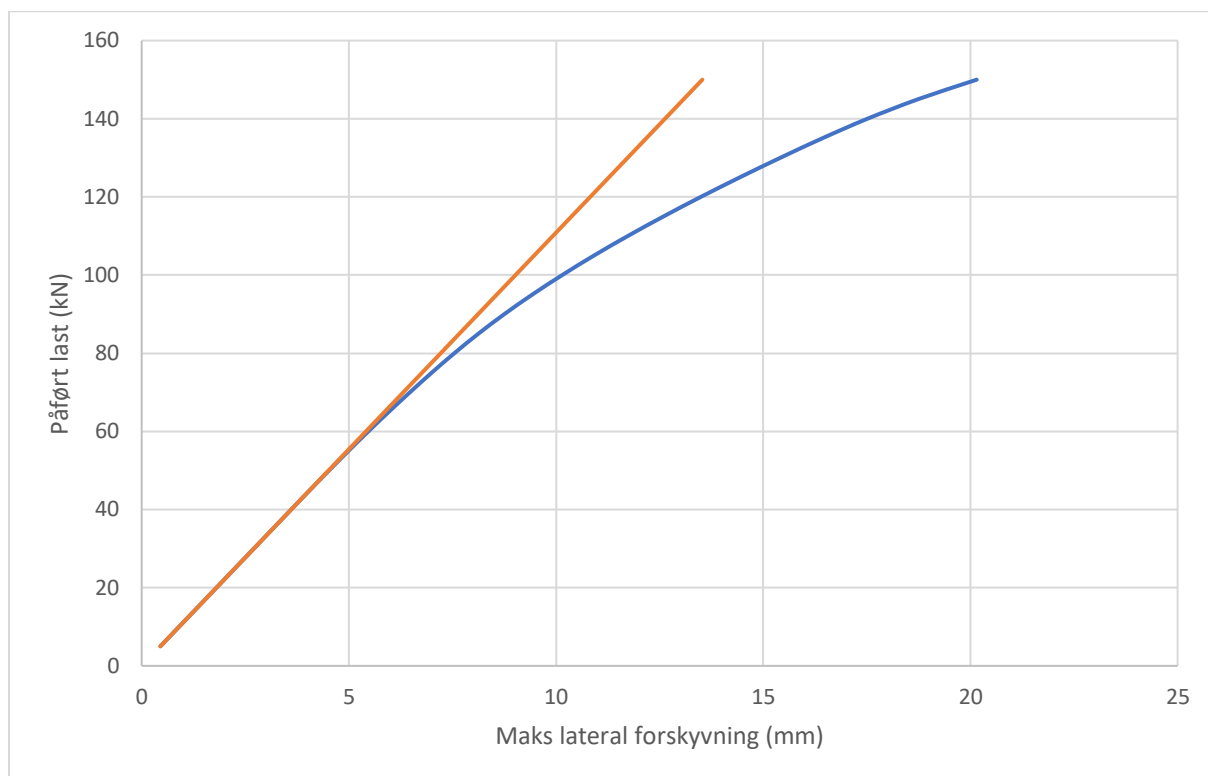


Vedlegg B12: IPE160, L = 2.0m - Vippekapasitet fra ANSYS - ett-punktlast

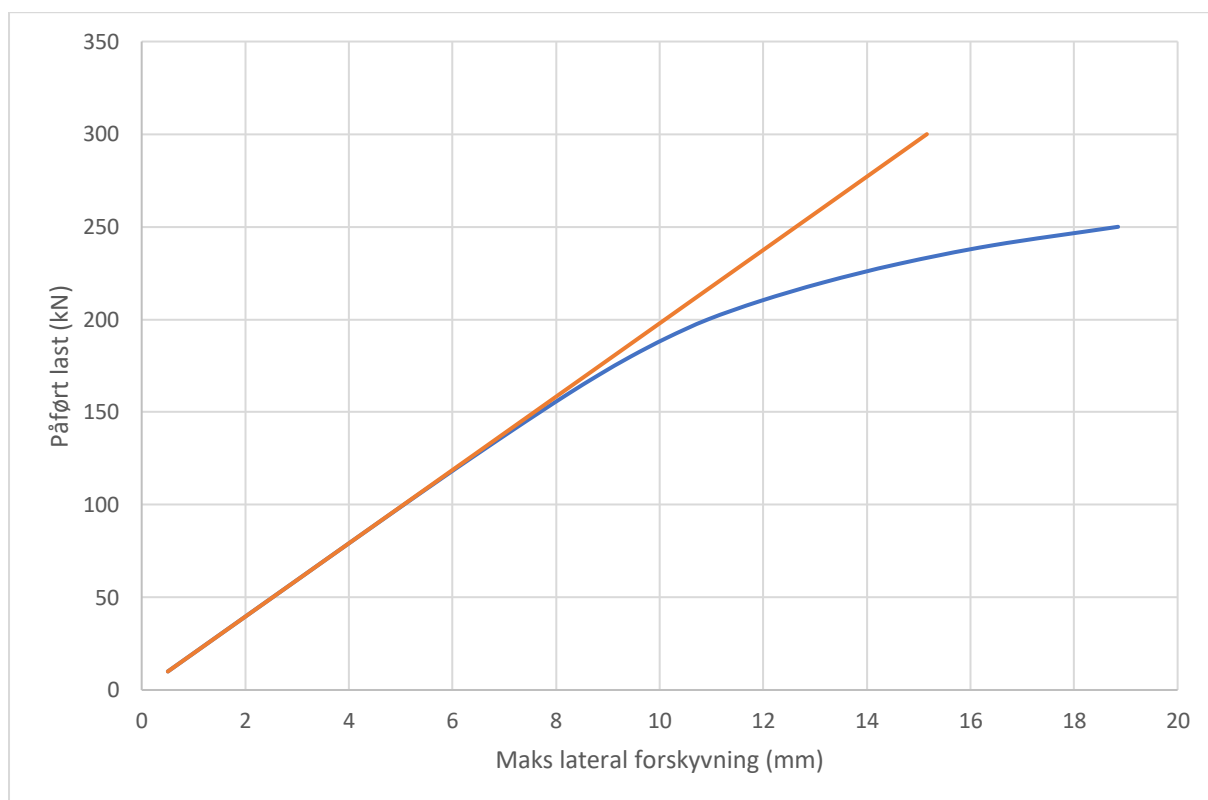




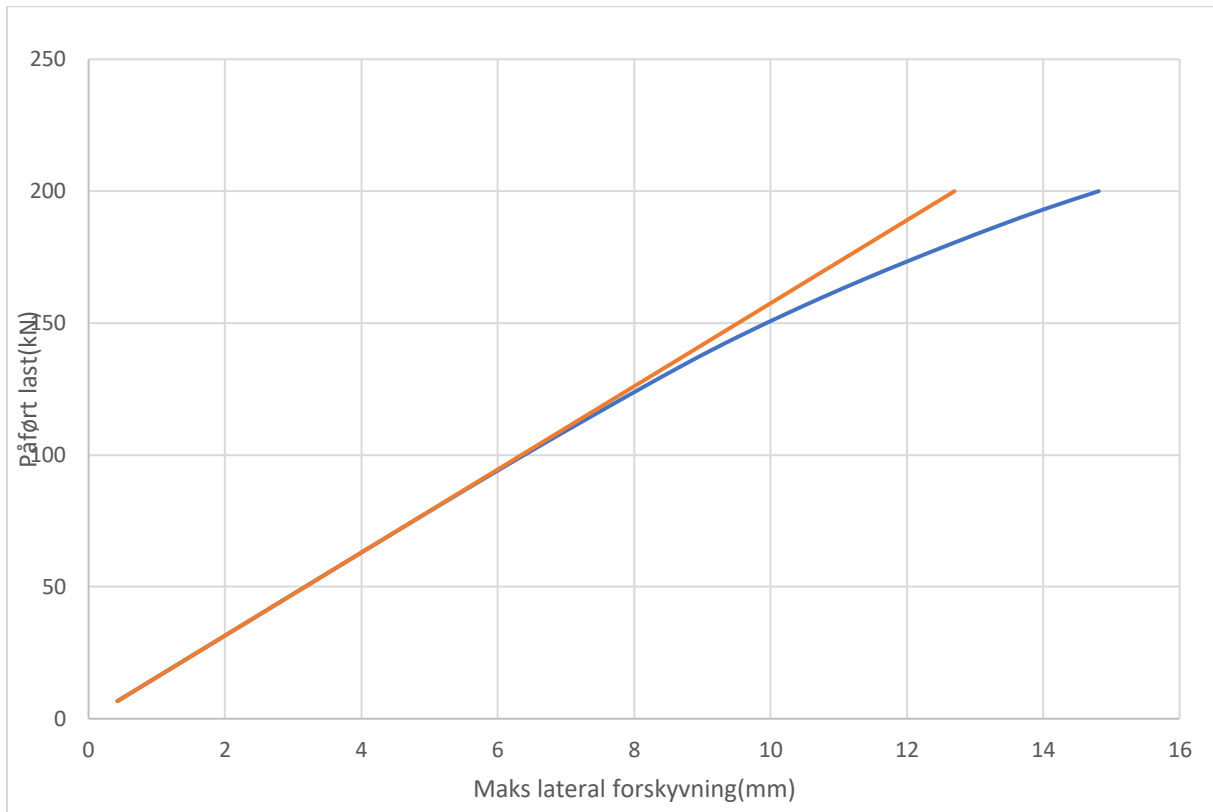
Vedlegg B13: IPE160, L = 2.5m - Vippekapasitet fra ANSYS - ett-punktlast



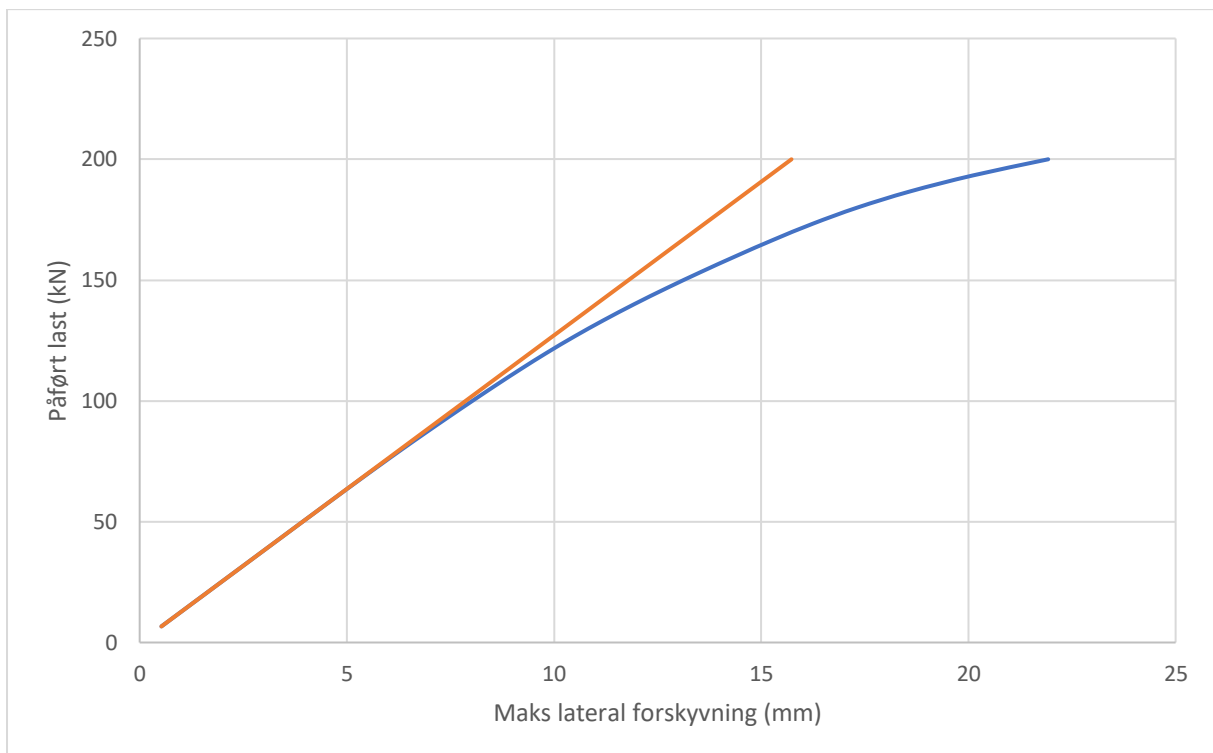
Vedlegg B14: IPE180, L = 1.5m - Vippekapasitet fra ANSYS - ett-punktlast



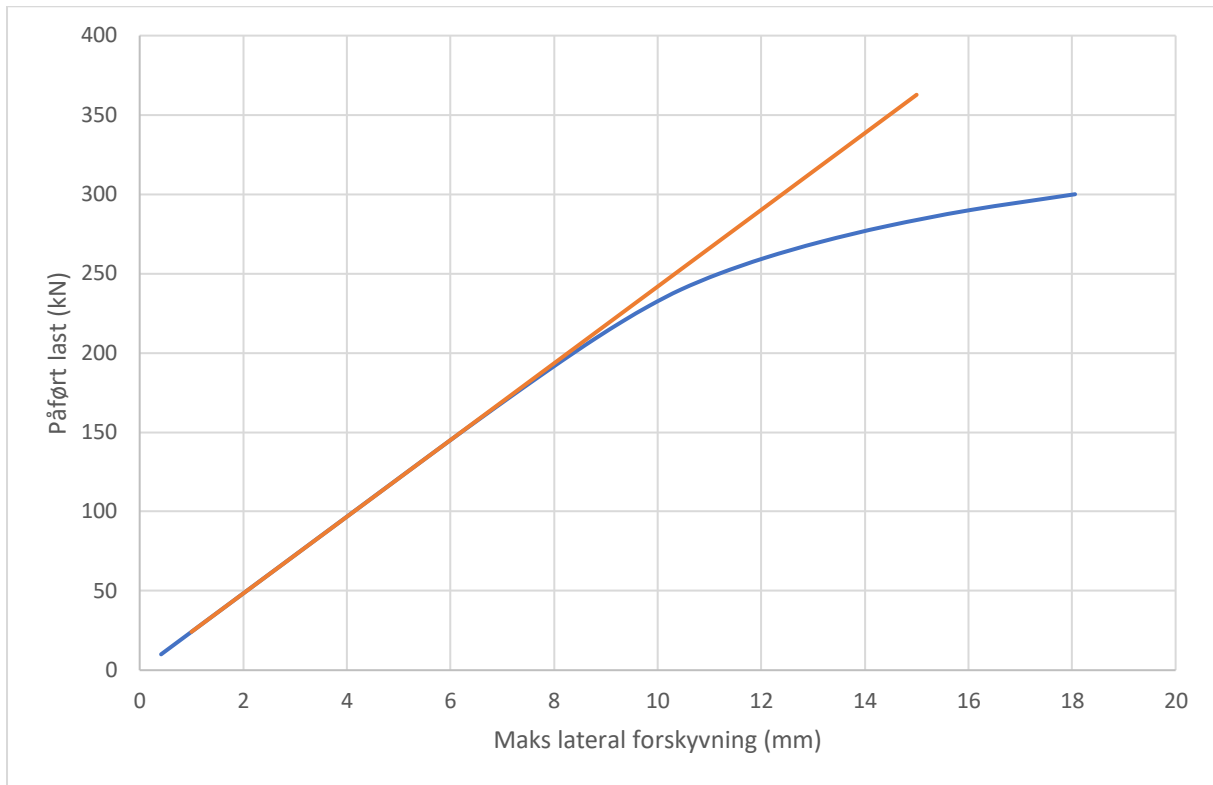
Vedlegg B15: IPE180, L = 2.0m - Vippekapasitet fra ANSYS - ett-punktlast



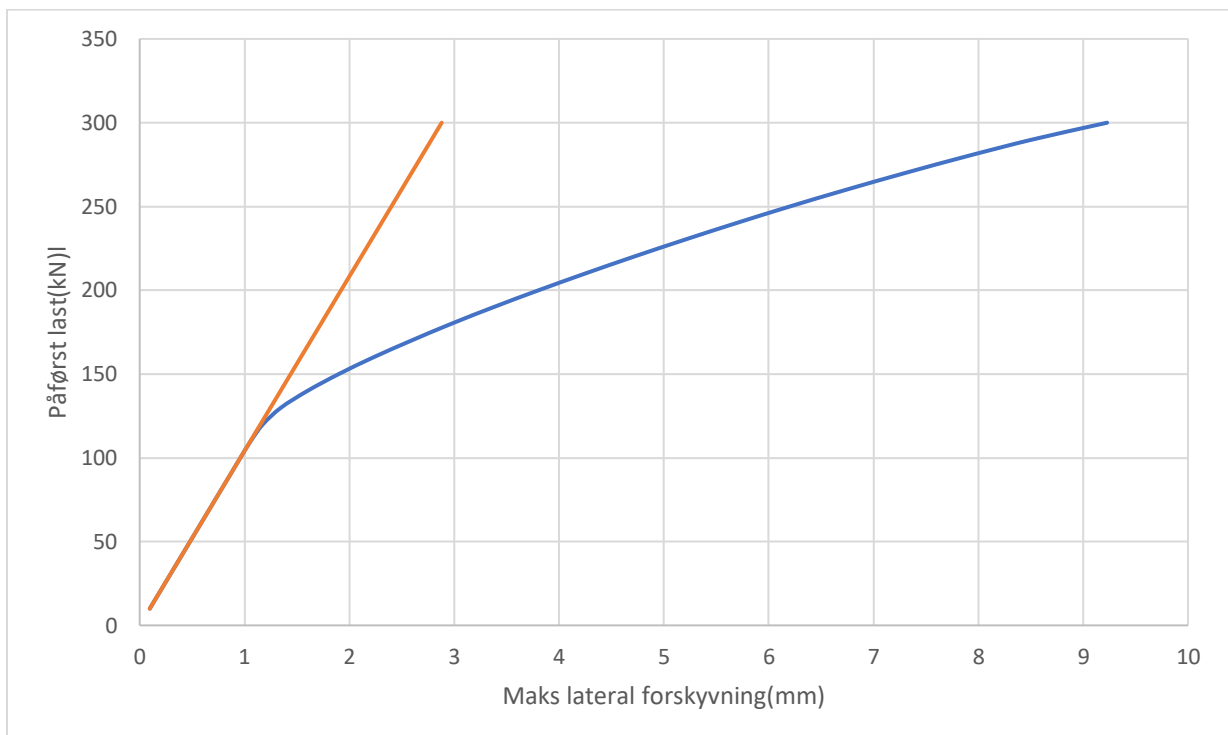
Vedlegg B16: IPE180, L = 2.5m - Vippekapasitet fra ANSYS - ett-punktlast



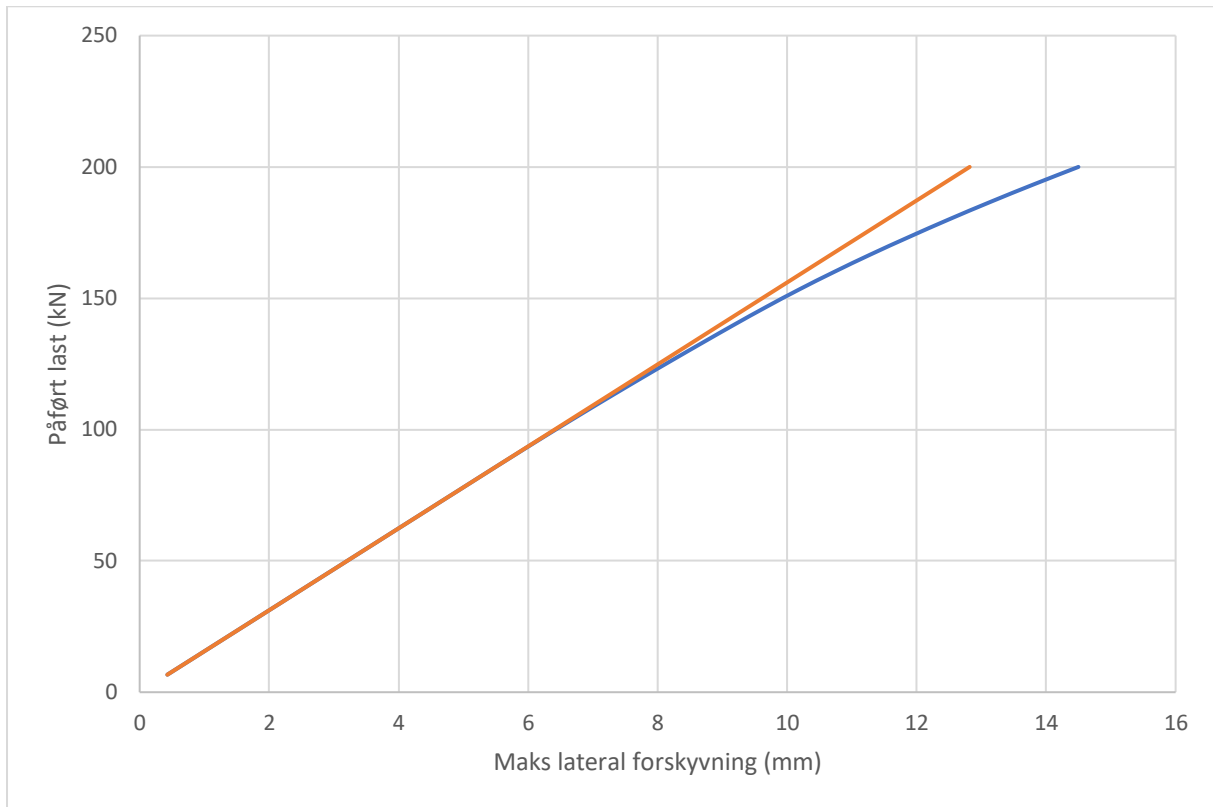
Vedlegg B17: IPE200, L = 1.5m - Vippekapasitet fra ANSYS - ett-punktlast



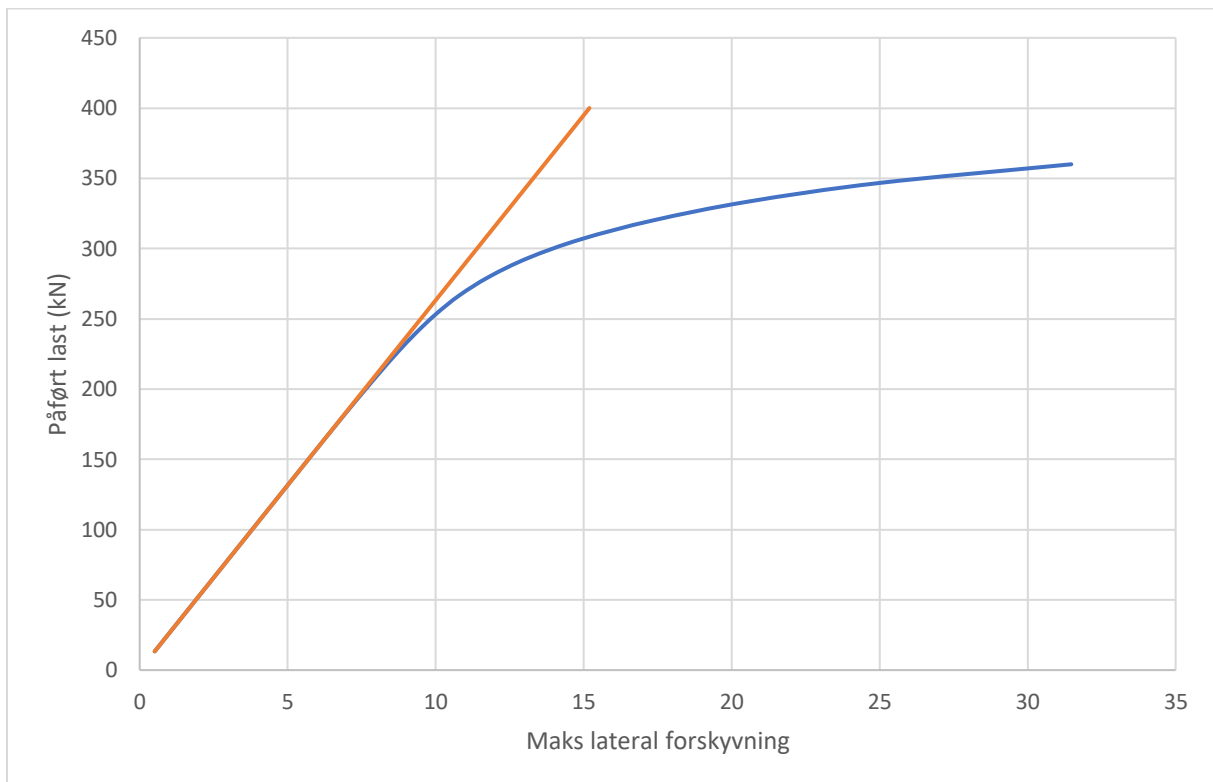
Vedlegg B18: IPE200, L = 2.0m - Vippekapasitet fra ANSYS - ett-punktlast



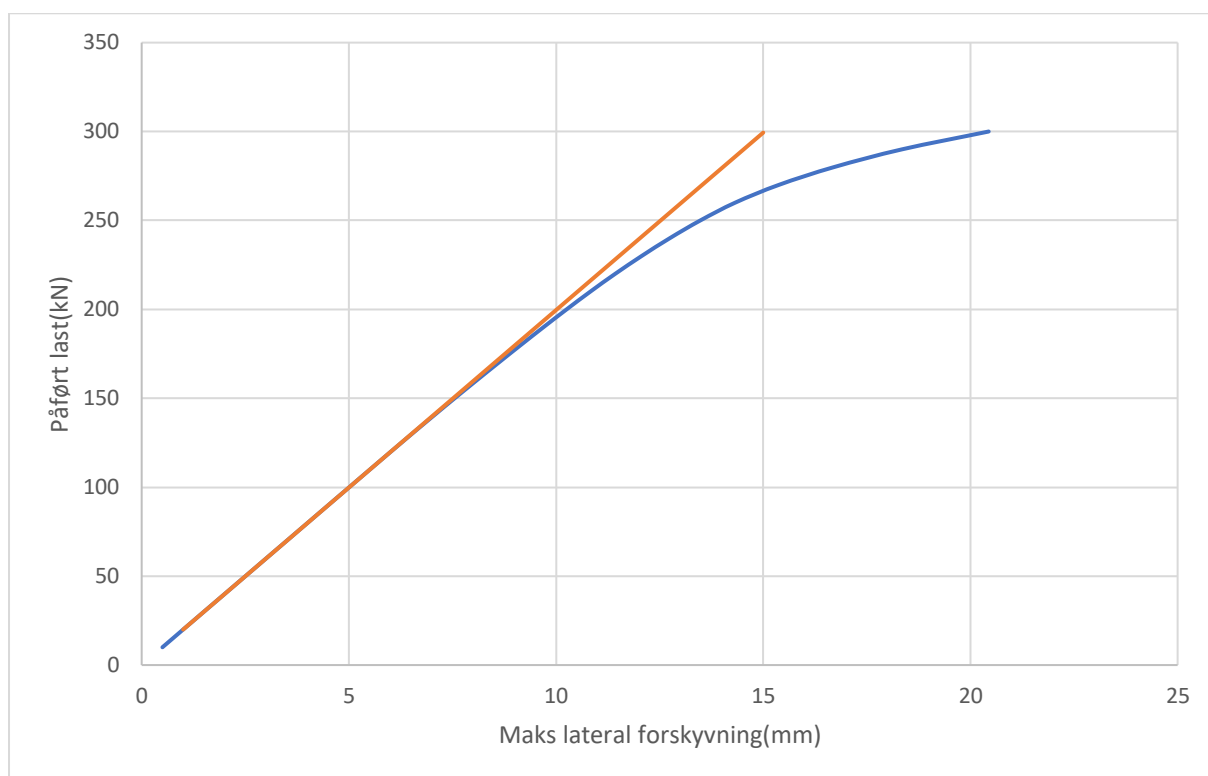
Vedlegg B19: IPE200, L = 2.5m - Vippekapasitet fra ANSYS - ett-punktlast



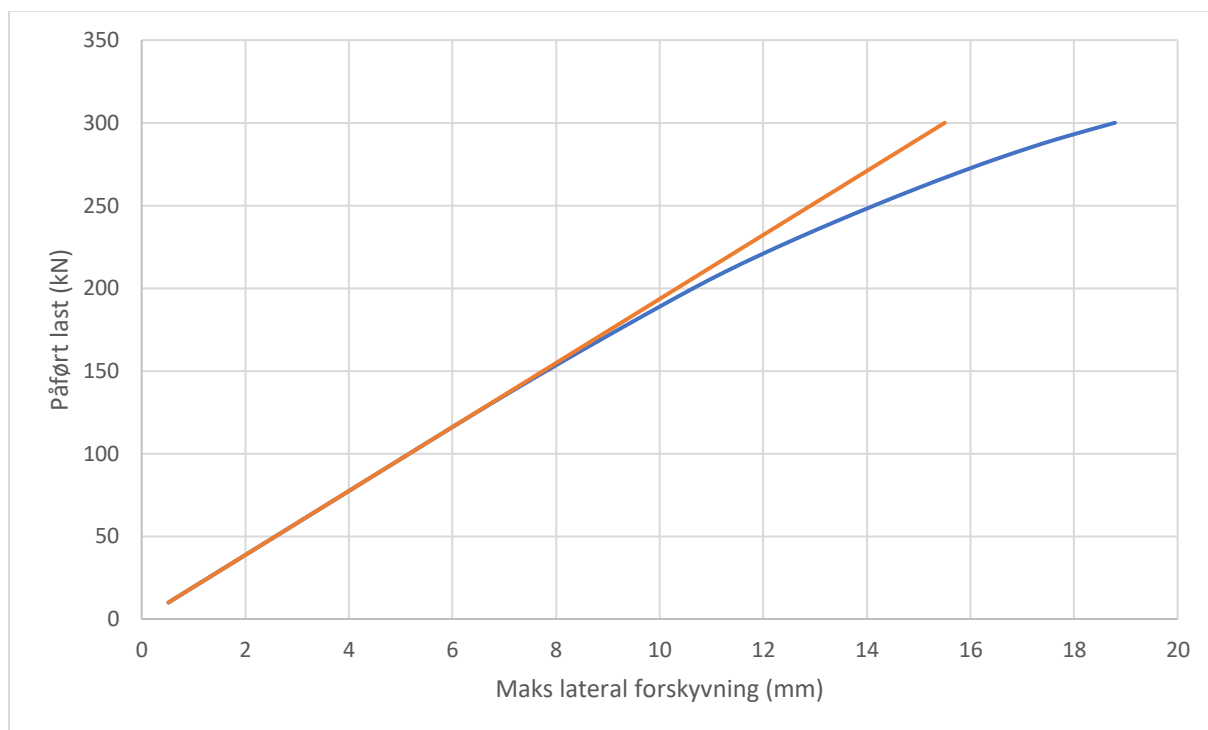
Vedlegg B20: IPE220, L = 1.5m - Vippekapasitet fra ANSYS - ett-punktlast



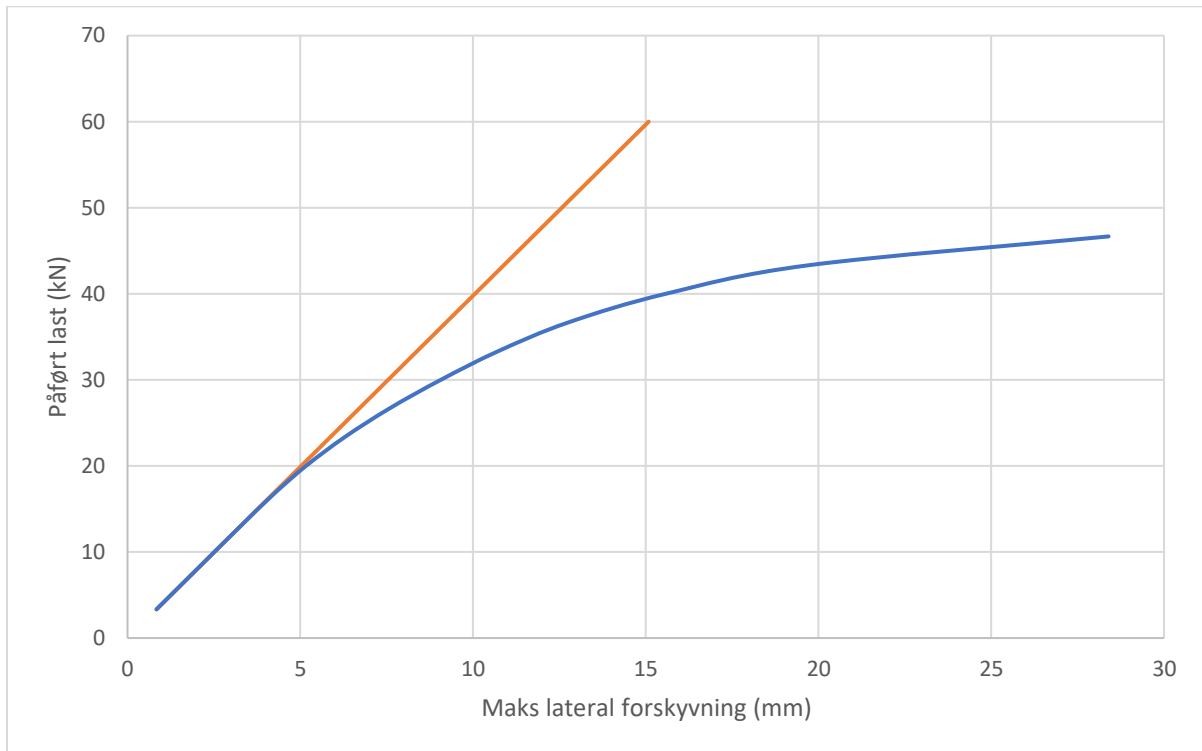
Vedlegg B21: IPE220, L = 2.0m - Vippekapasitet fra ANSYS - ett-punktlast



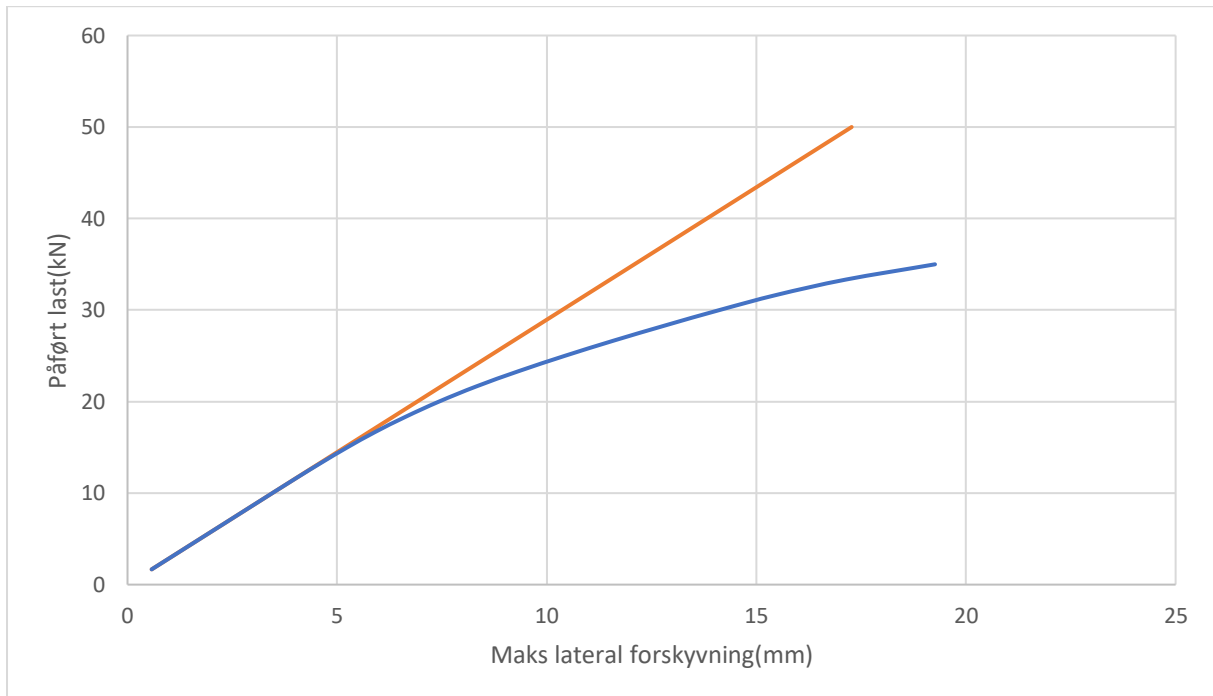
Vedlegg B22: IPE220, L = 2.5m - Vippekapasitet fra ANSYS - ett-punktlast



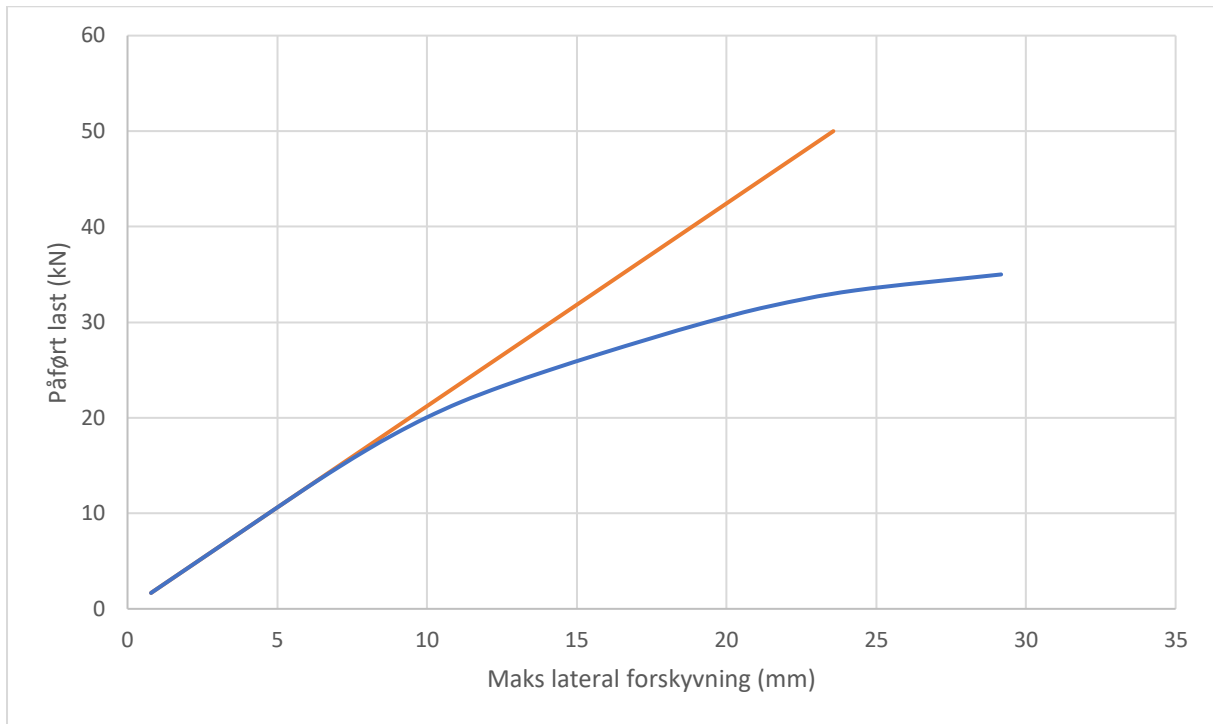
Vedlegg B23: IPE100, L = 1.5m - Vippekapasitet fra ANSYS - to-punktlast



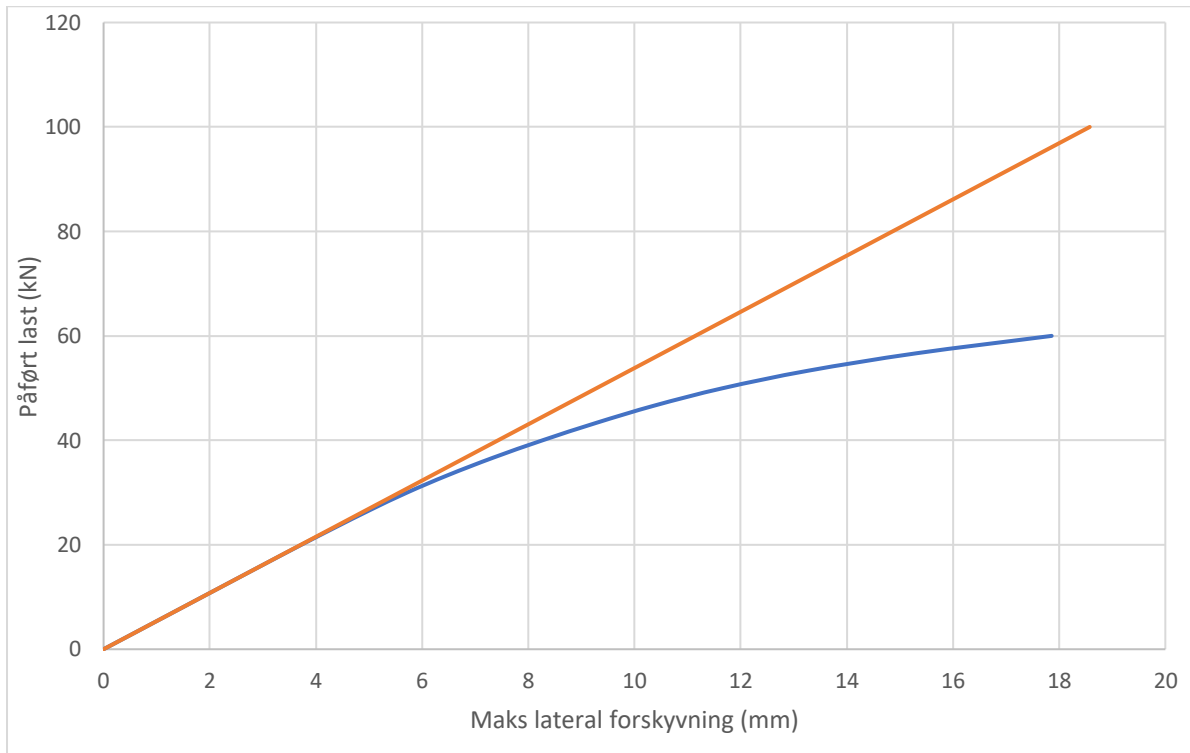
Vedlegg B24: IPE100, L = 2.0m - Vippekapasitet fra ANSYS - to-punktlast



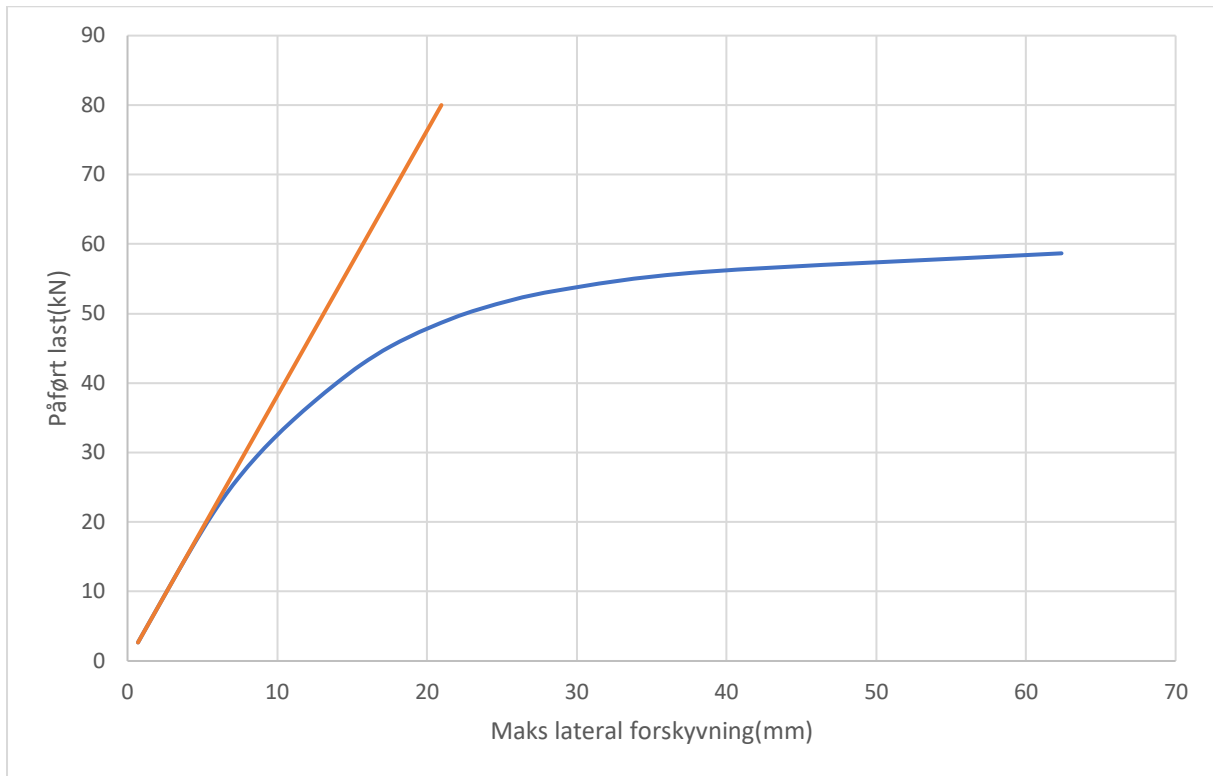
Vedlegg B25: IPE100, L = 2.5m - Vippekapasitet fra ANSYS - to-punktlast



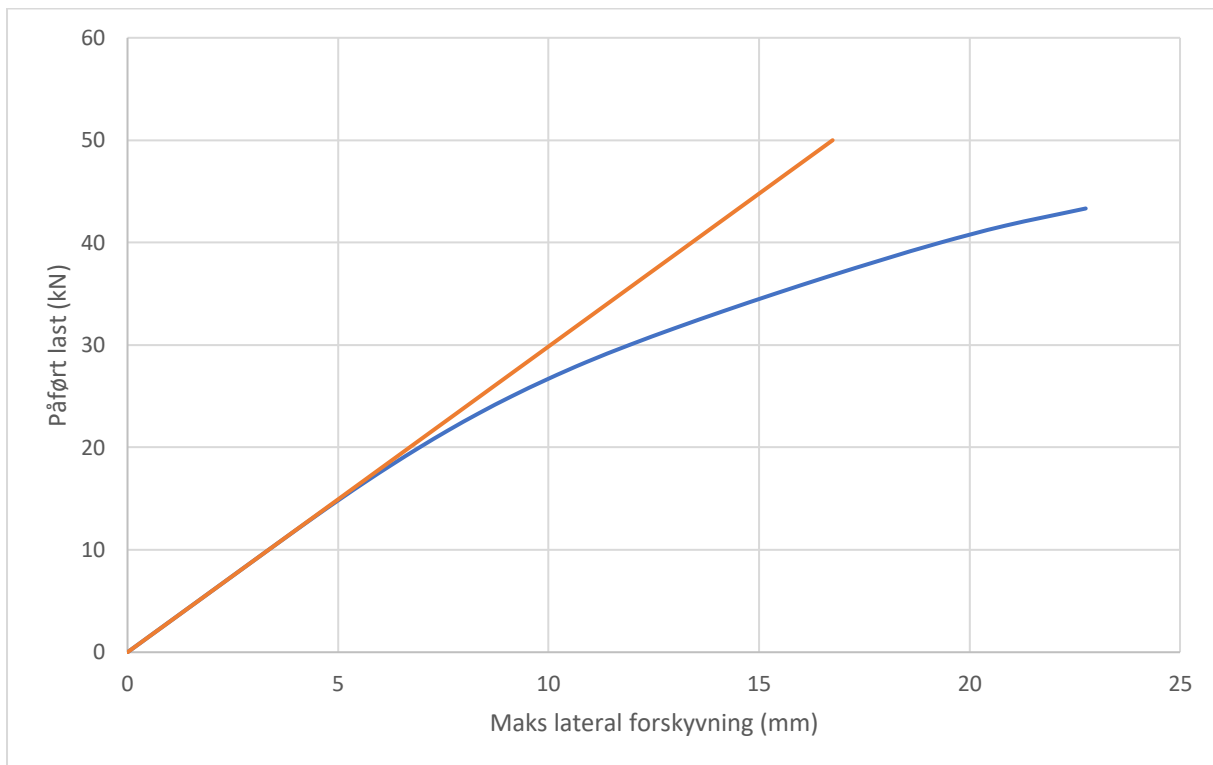
Vedlegg B26: IPE120, L = 1.5m - Vippekapasitet fra ANSYS - to-punktlast



Vedlegg B27 IPE120, L = 2.0m - Vippekapasitet fra ANSYS - to-punktlast

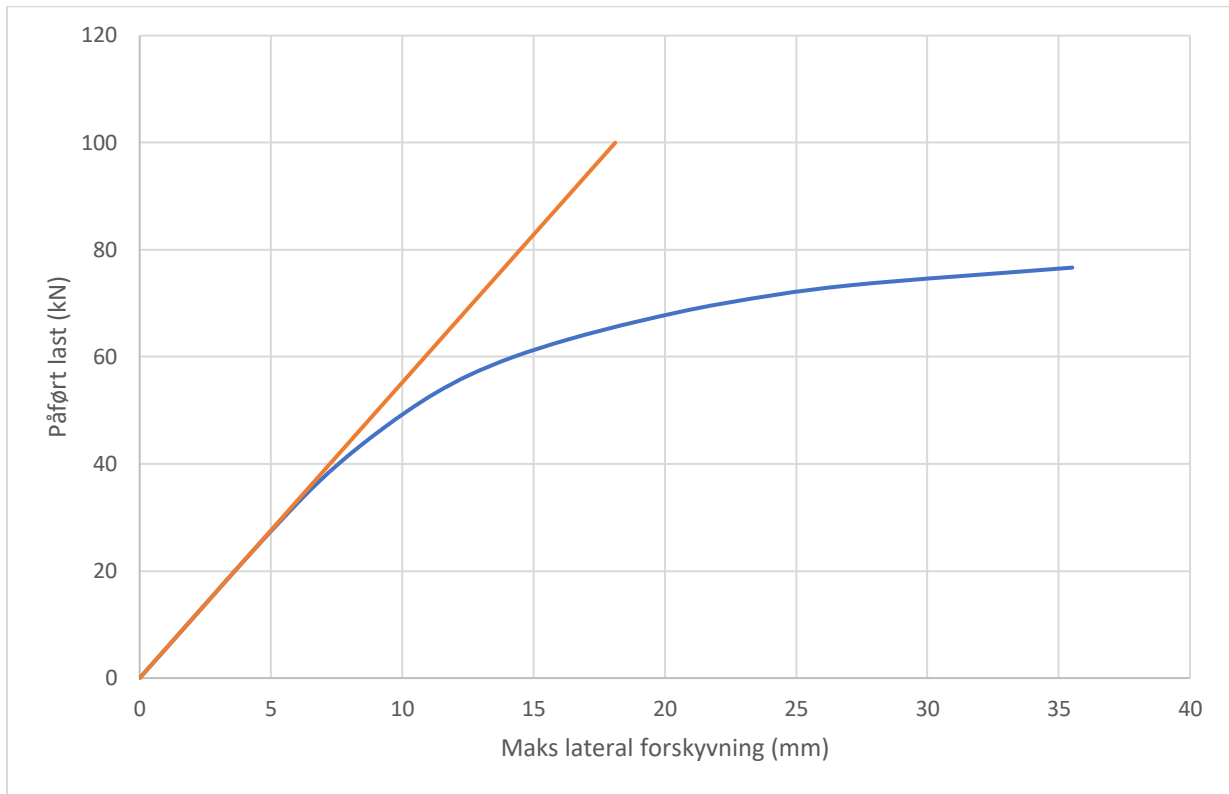


Vedlegg B28: IPE120, L = 2.5m - Vippekapasitet fra ANSYS - to-punktlast

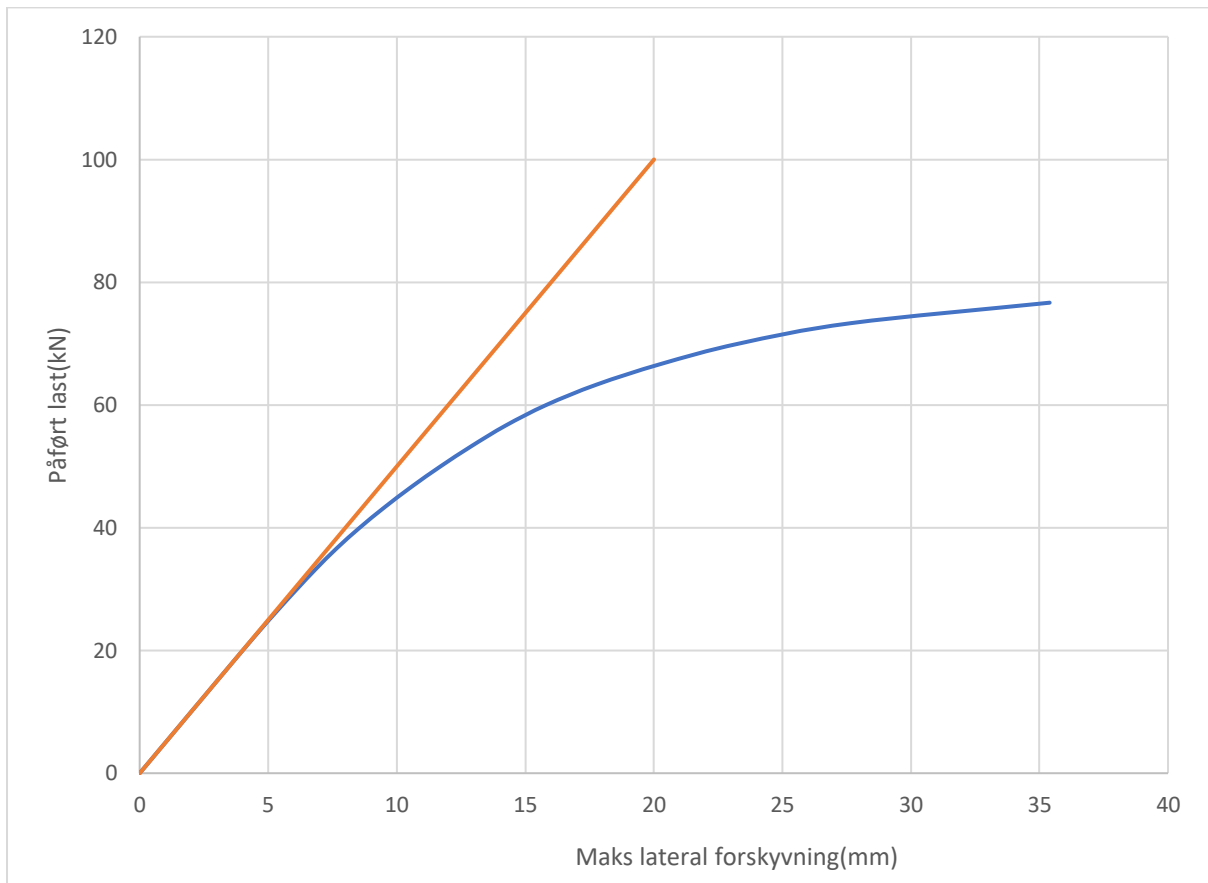




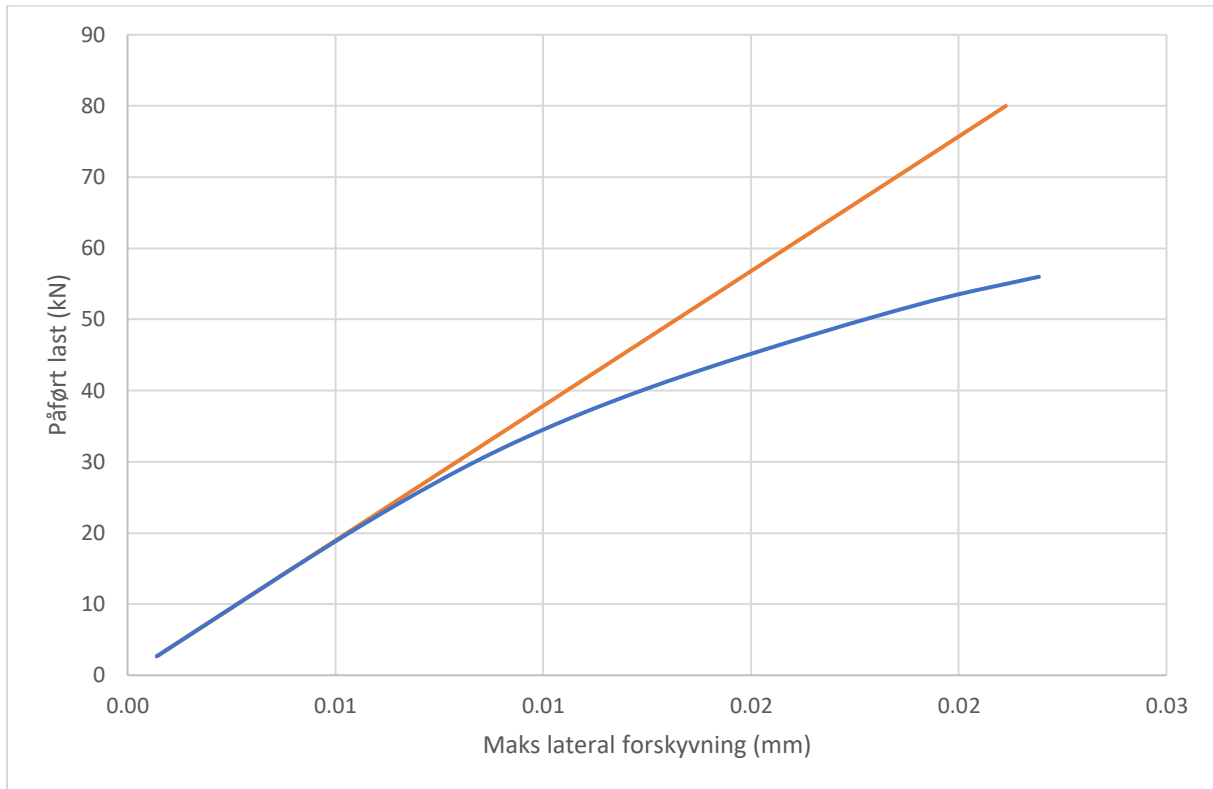
Vedlegg B29: IPE140, L = 1.5m - Vippekapasitet fra ANSYS - to-punktlast



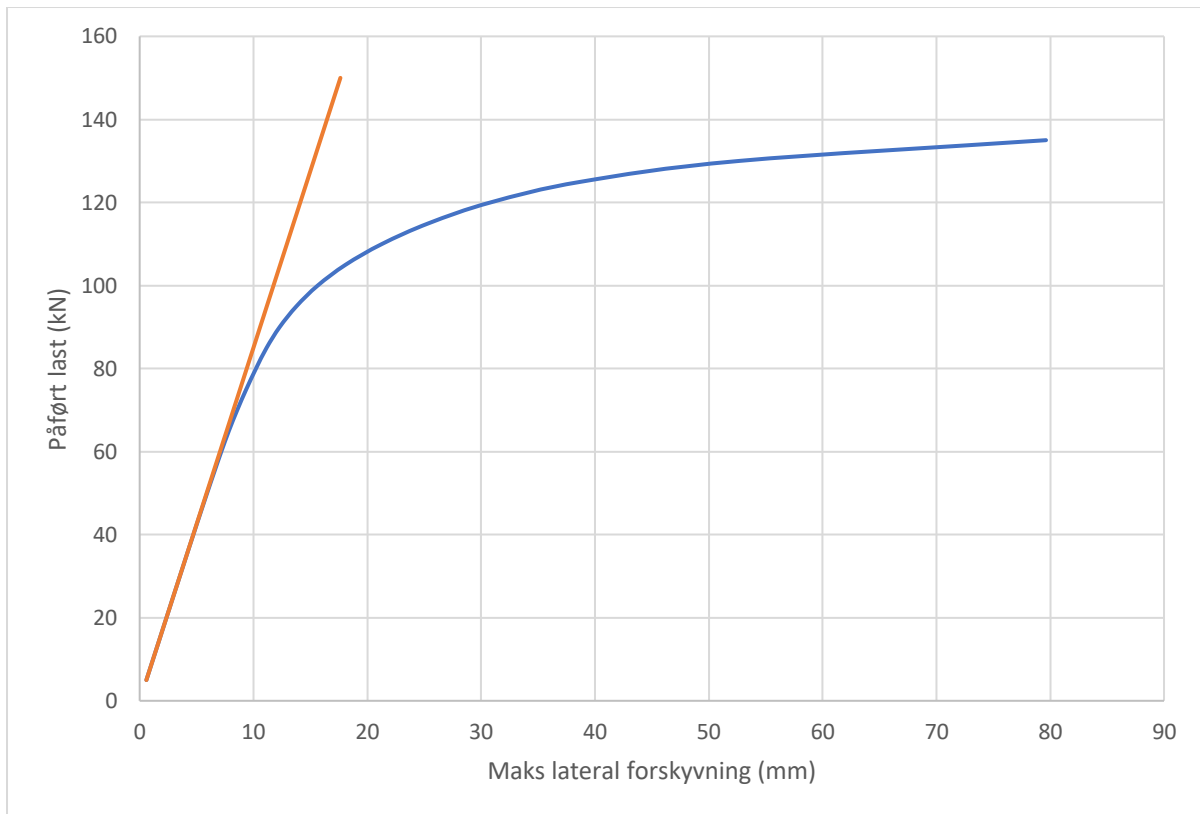
Vedlegg B30: IPE140, L = 2.0m - Vippekapasitet fra ANSYS - to-punktlast



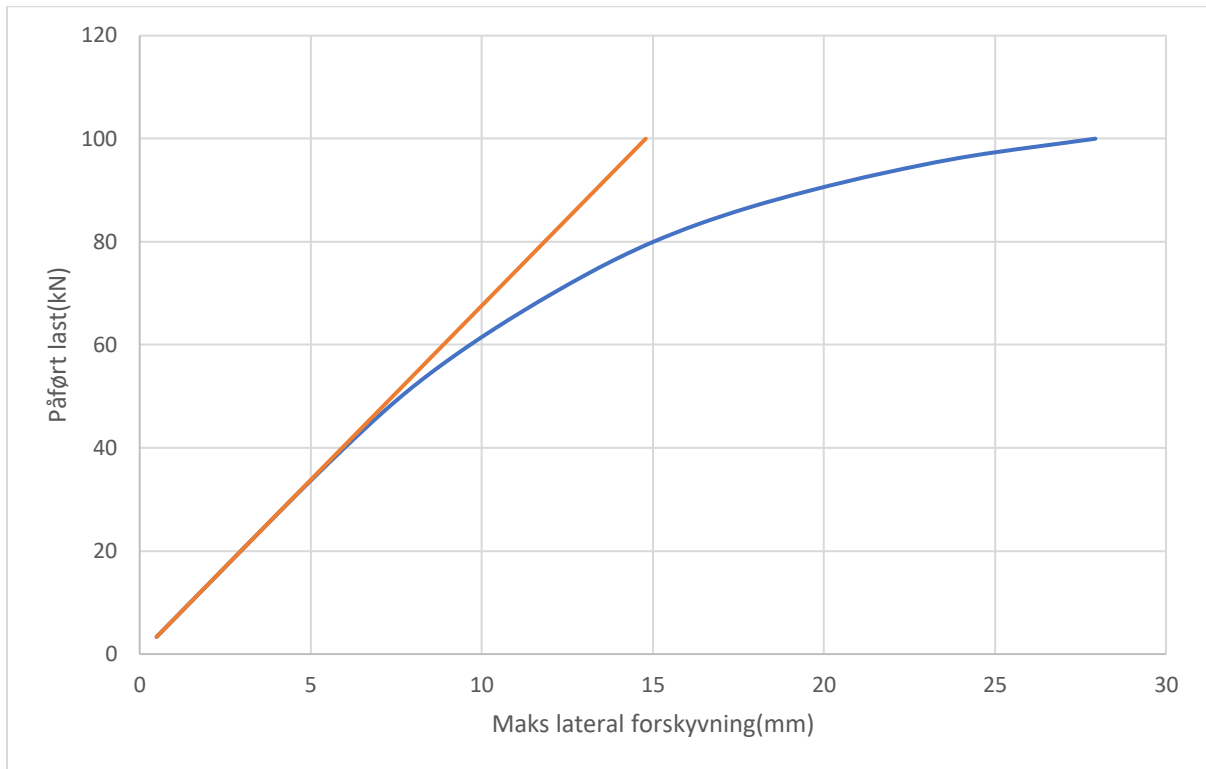
Vedlegg B31: IPE140, L = 2.5m - Vippekapasitet fra ANSYS - to-punktlast



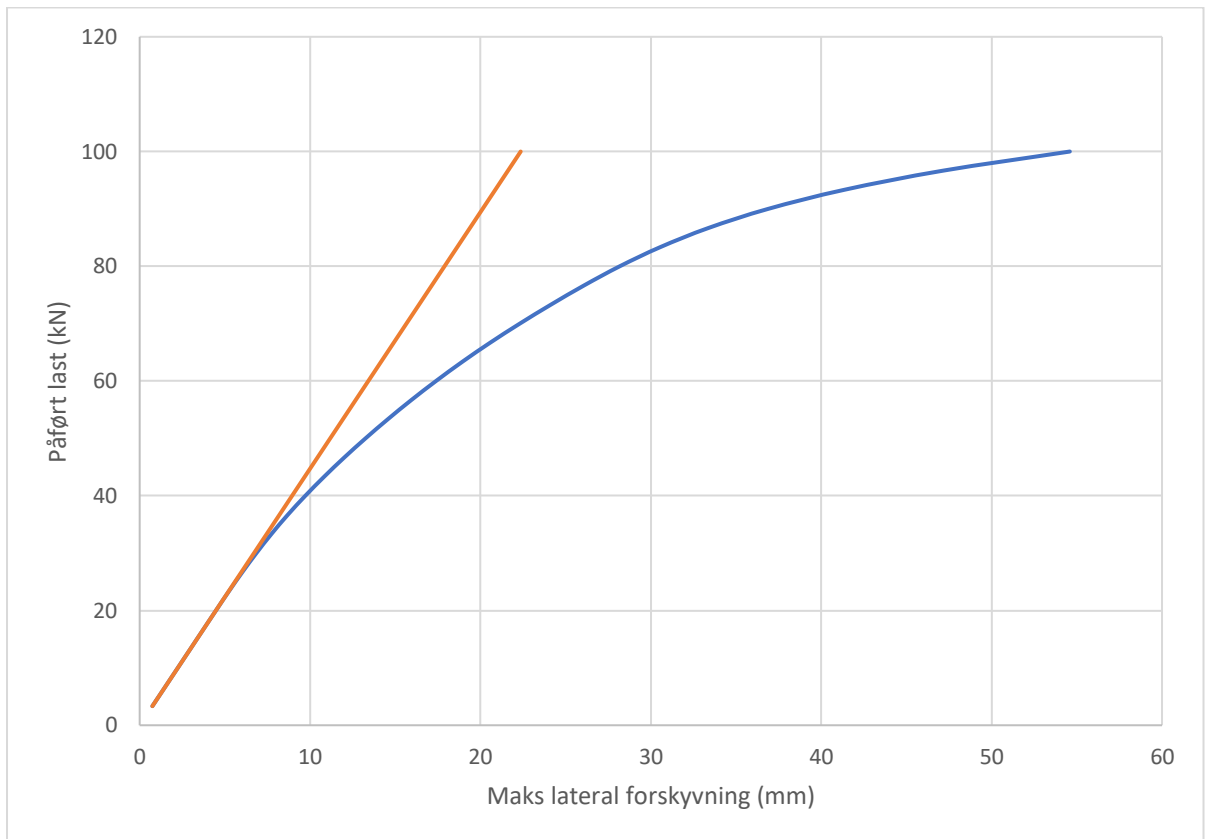
Vedlegg B32: IPE160, L = 1.5m - Vippekapasitet fra ANSYS - to-punktlast



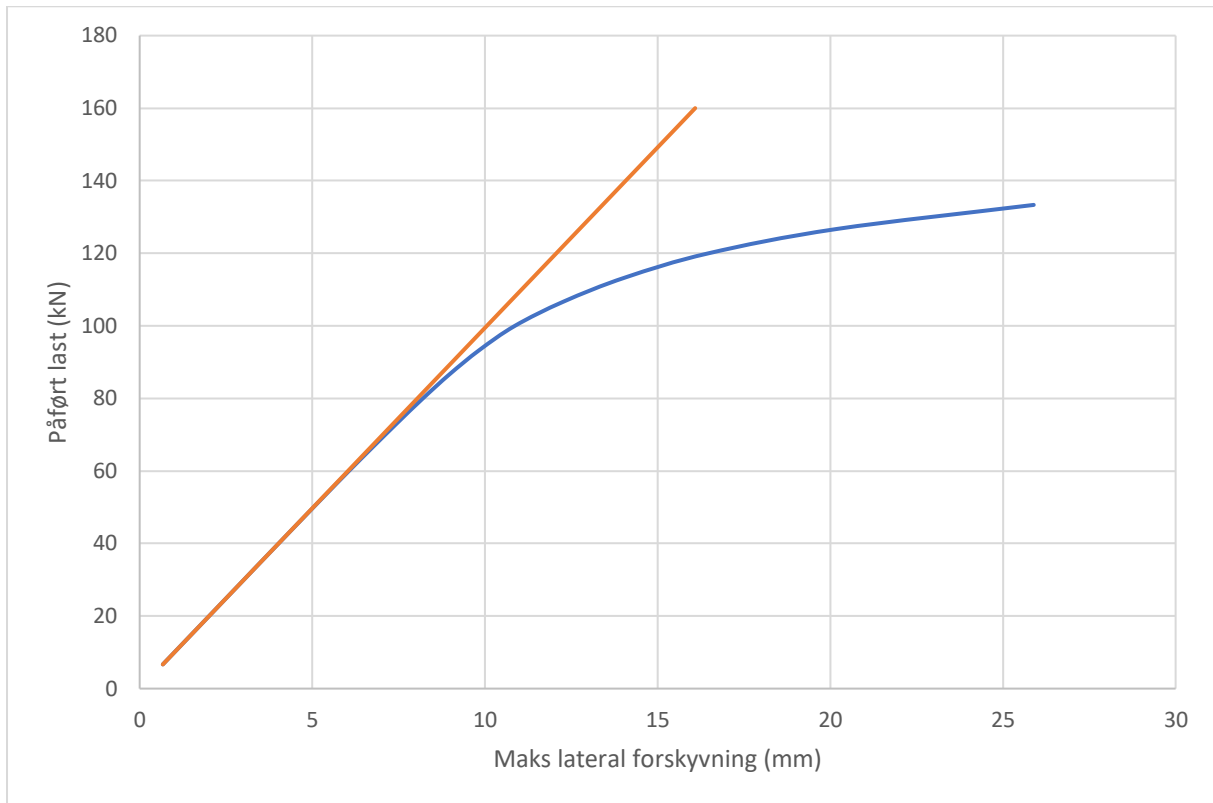
Vedlegg B33: IPE160, L = 2.0m - Vippekapasitet fra ANSYS - to-punktlast



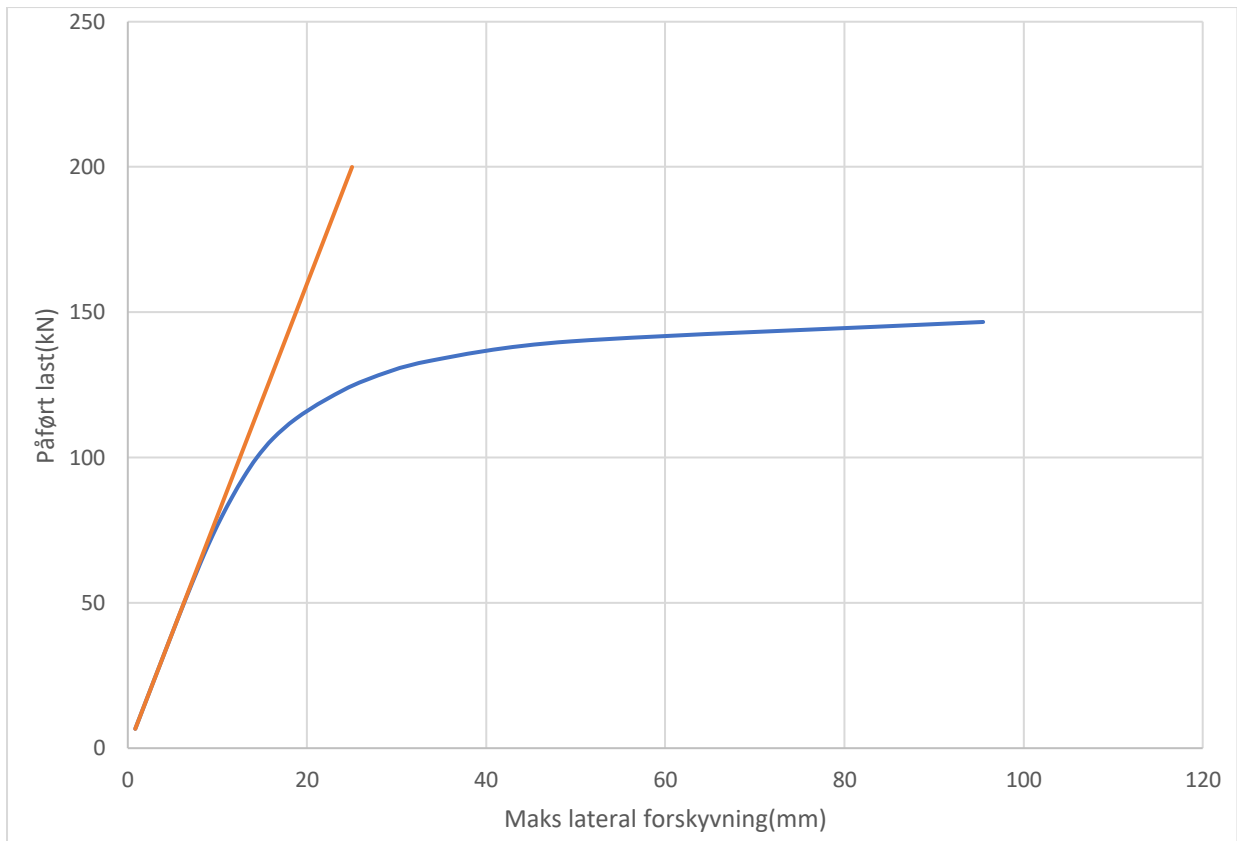
Vedlegg B34: IPE160, L = 2.5m - Vippekapasitet fra ANSYS - to-punktlast



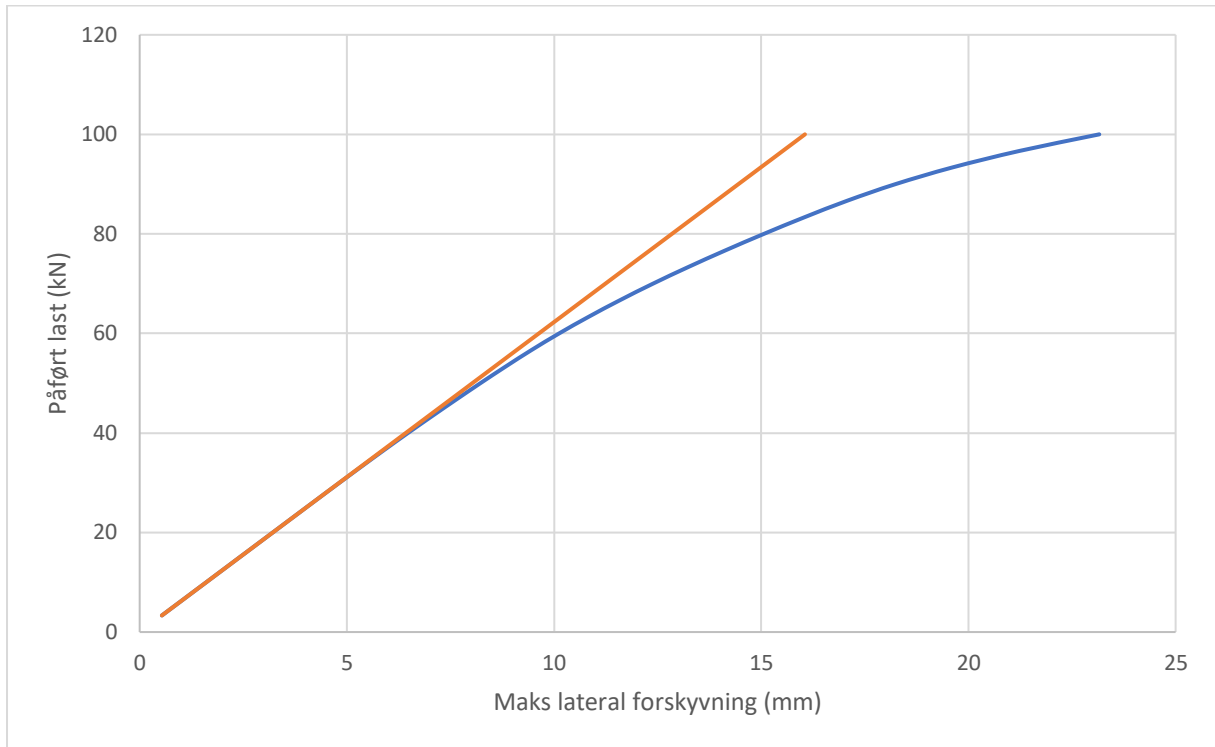
Vedlegg B35: IPE180, L = 1.5m - Vippekapasitet fra ANSYS - to-punktlast



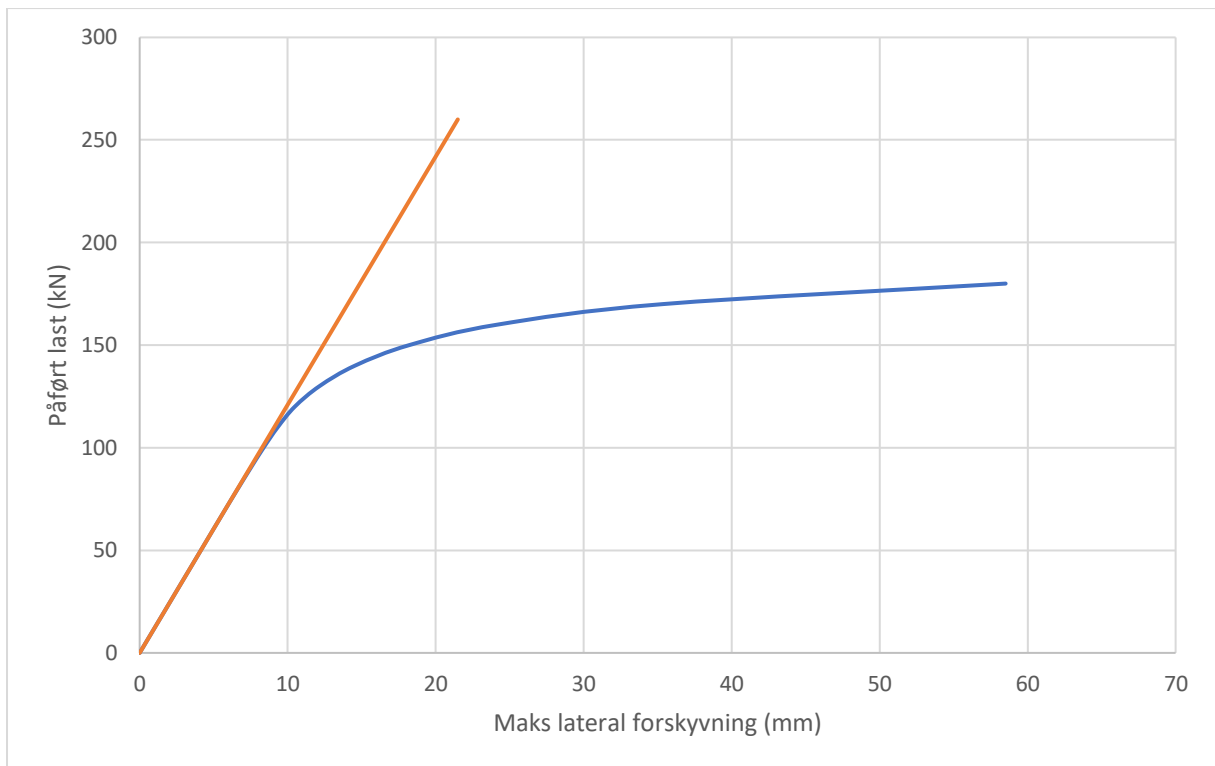
Vedlegg B36: IPE180, L = 2.0m - Vippekapasitet fra ANSYS - to-punktlast



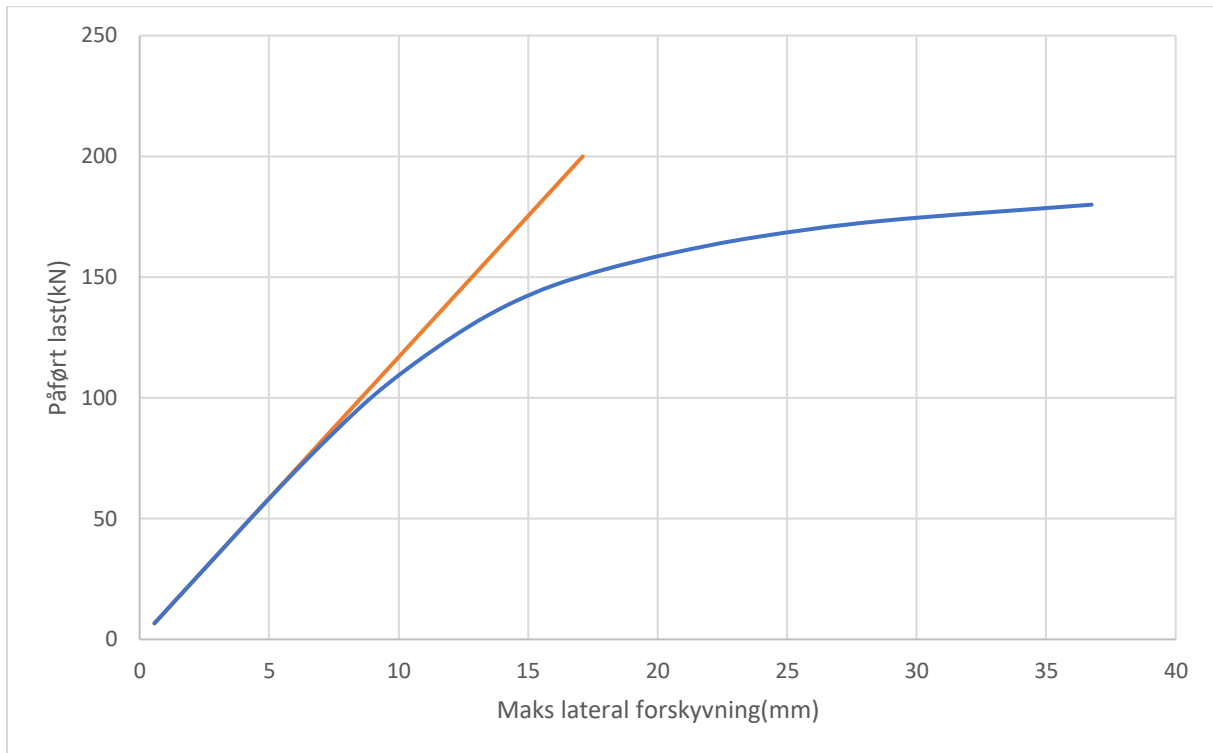
Vedlegg B37: IPE180, L = 2.5m - Vippekapasitet fra ANSYS - to-punktlast



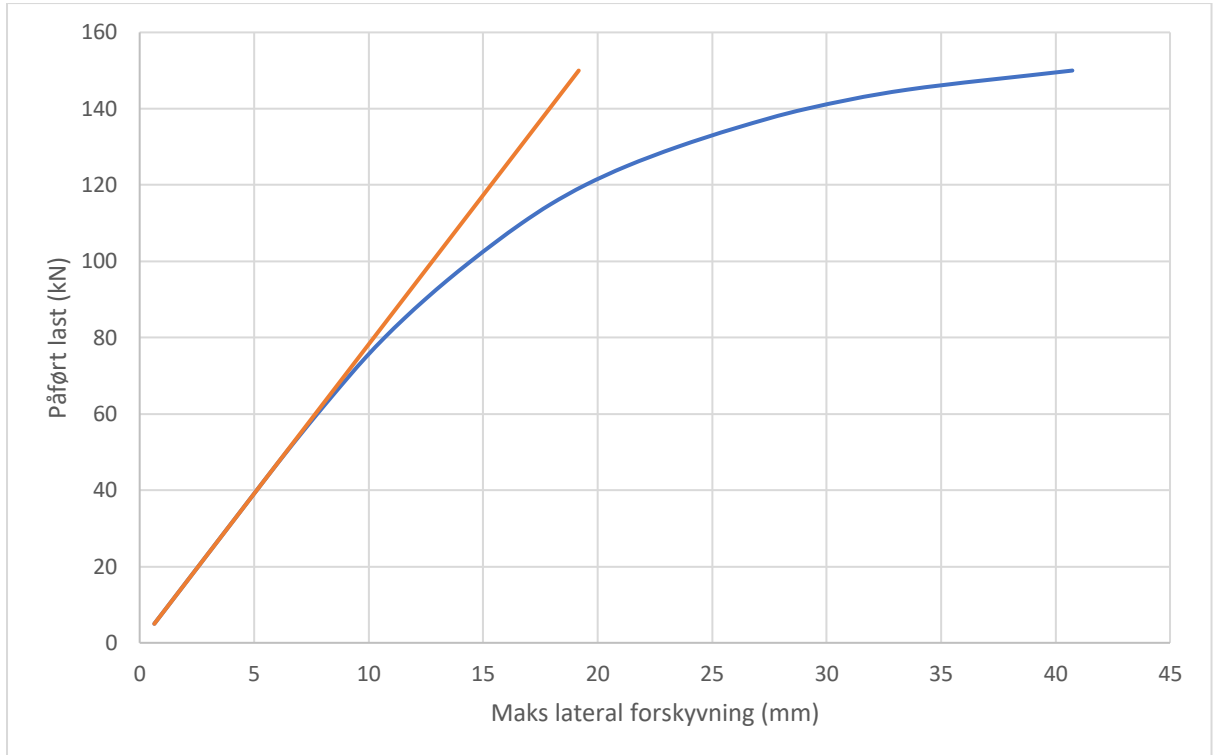
Vedlegg B38: IPE200, L = 1.5m - Vippekapasitet fra ANSYS - to-punktlast



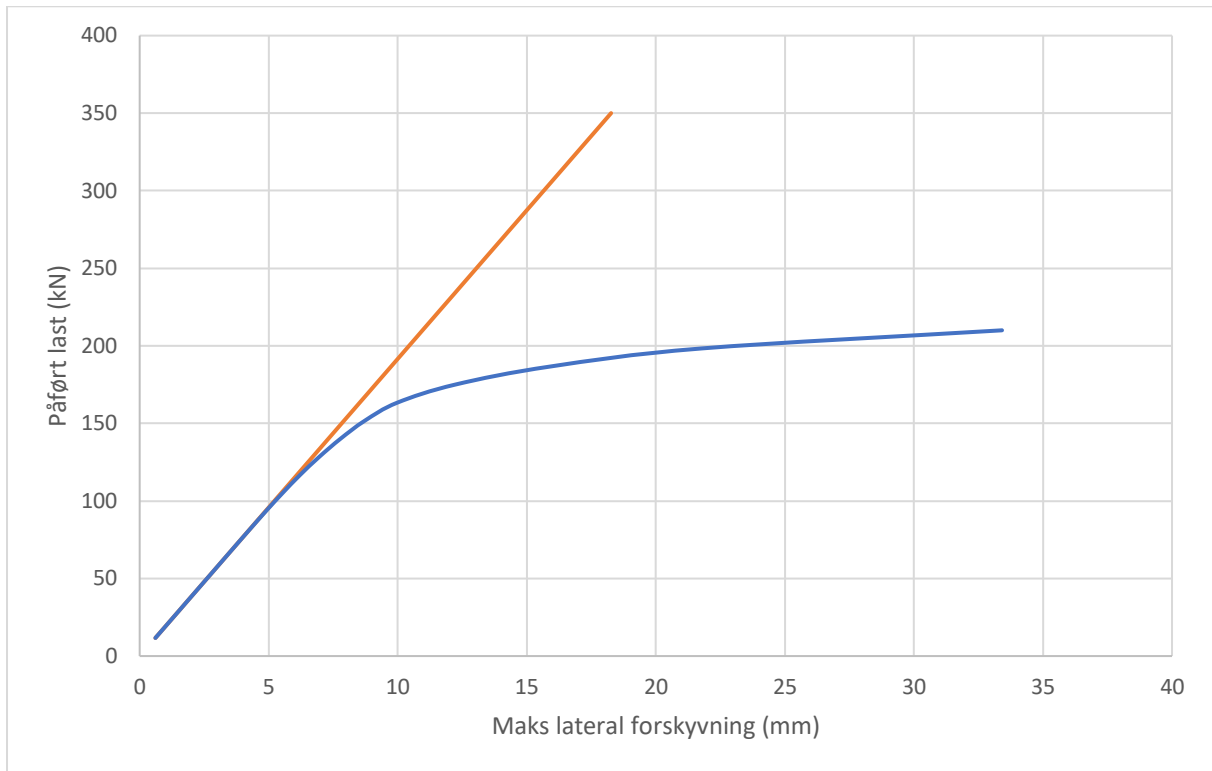
Vedlegg B39: IPE200, L = 2.0m - Vippekapasitet fra ANSYS - to-punktlast



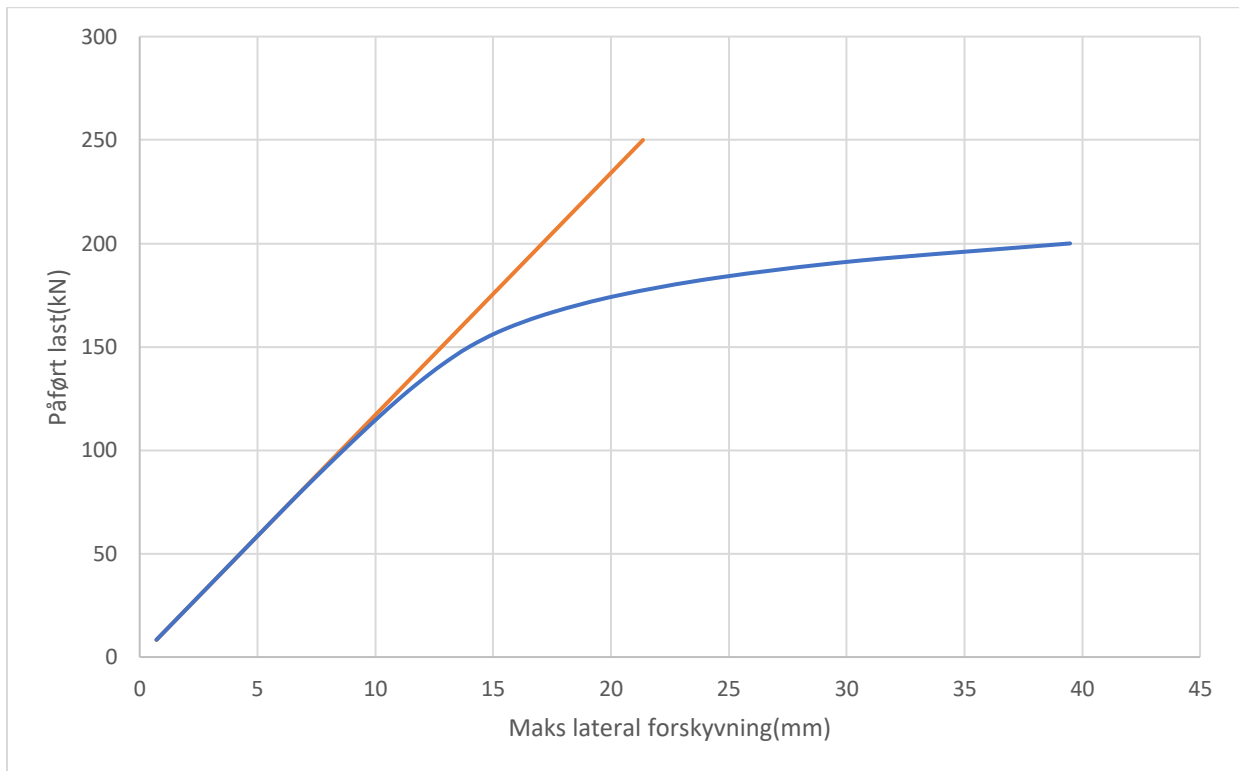
Vedlegg B40: IPE200, L = 2.5m - Vippekapasitet fra ANSYS - to-punktlast



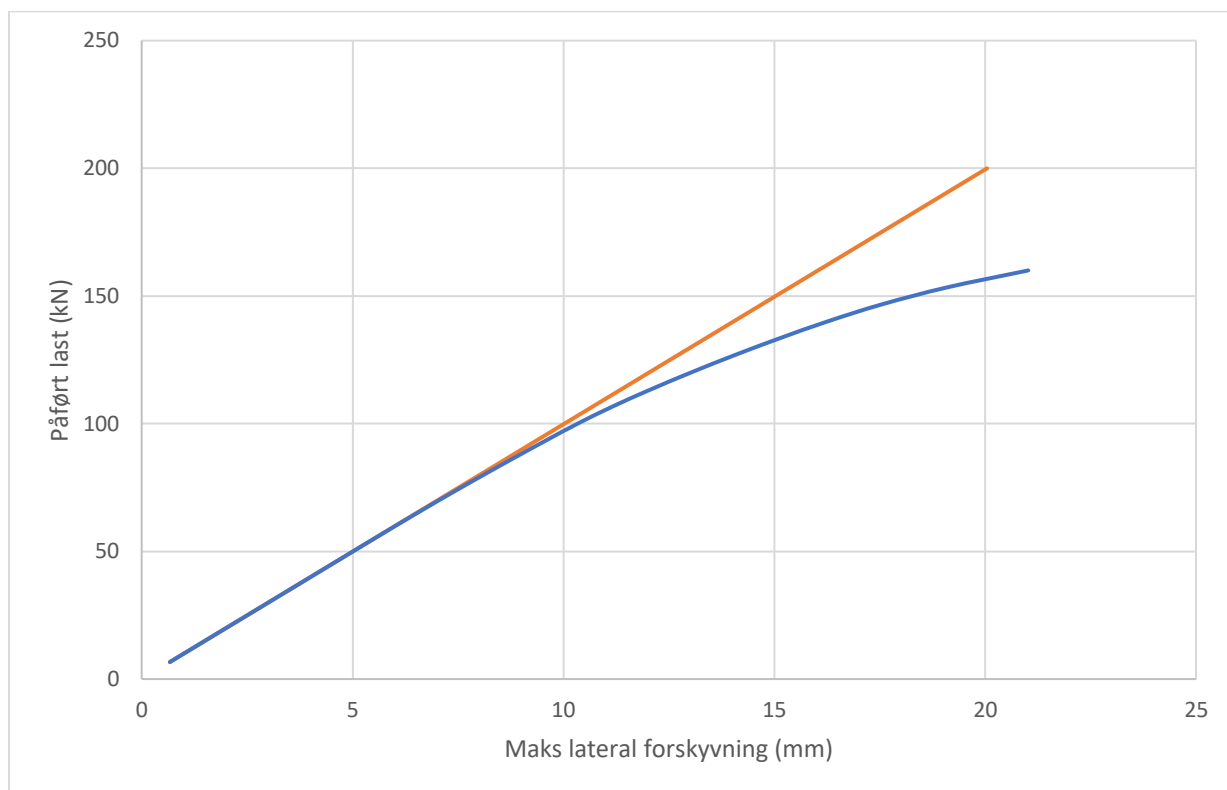
Vedlegg B41: IPE220, L = 1.5m - Vippekapasitet fra ANSYS - to-punktlast



Vedlegg B42: IPE220, L = 2.0m - Vippekapasitet fra ANSYS - to-punktlast



Vedlegg B43: IPE220, L = 2.5m - Vippekapasitet fra ANSYS - to-punktlast

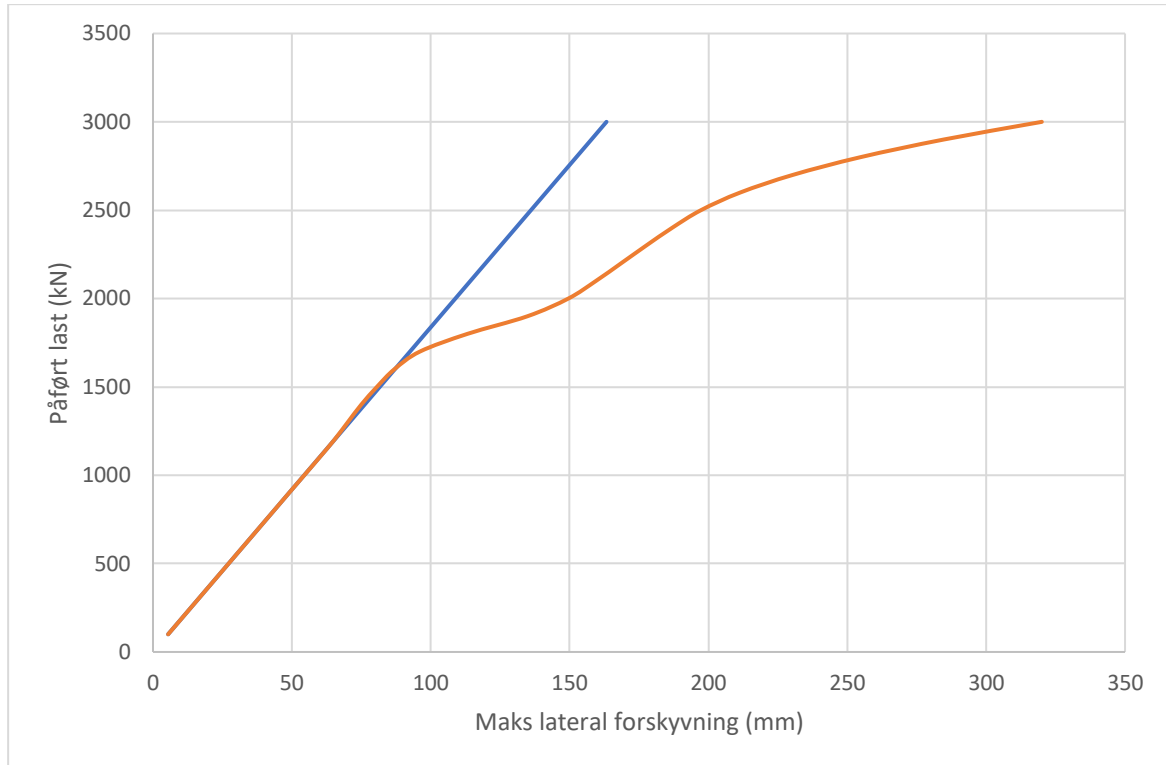




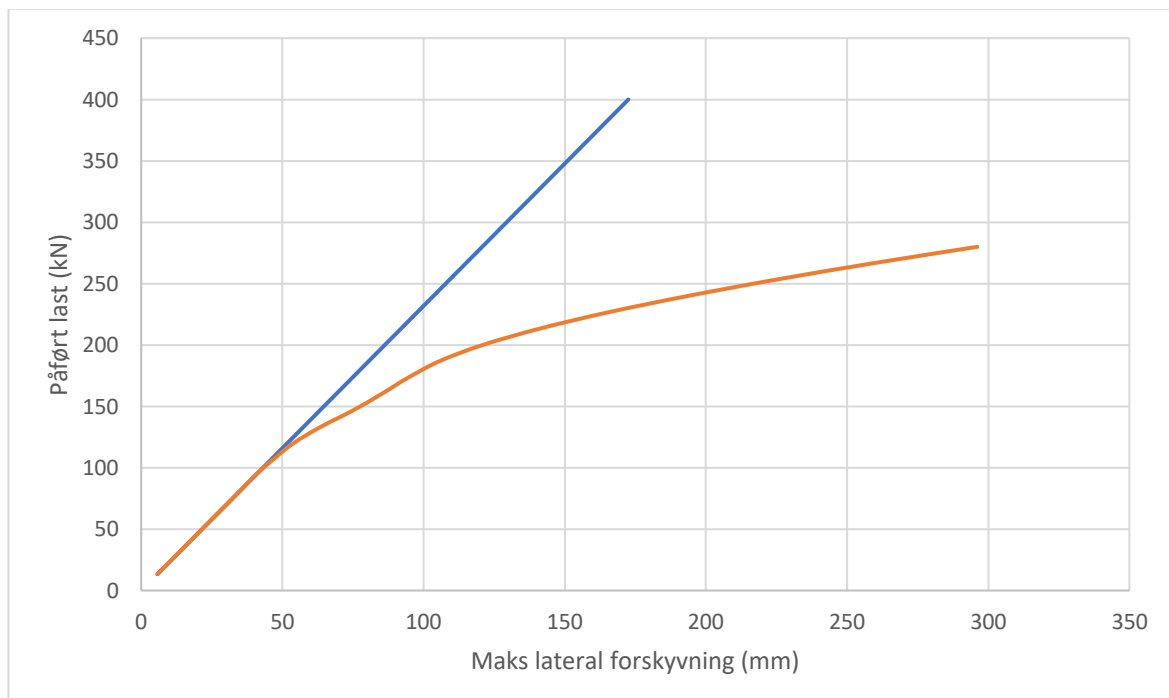
## Vedlegg C

Grafisk fremstilling av maks lateral forskyvning mot påført last for tversnittklasse 4:

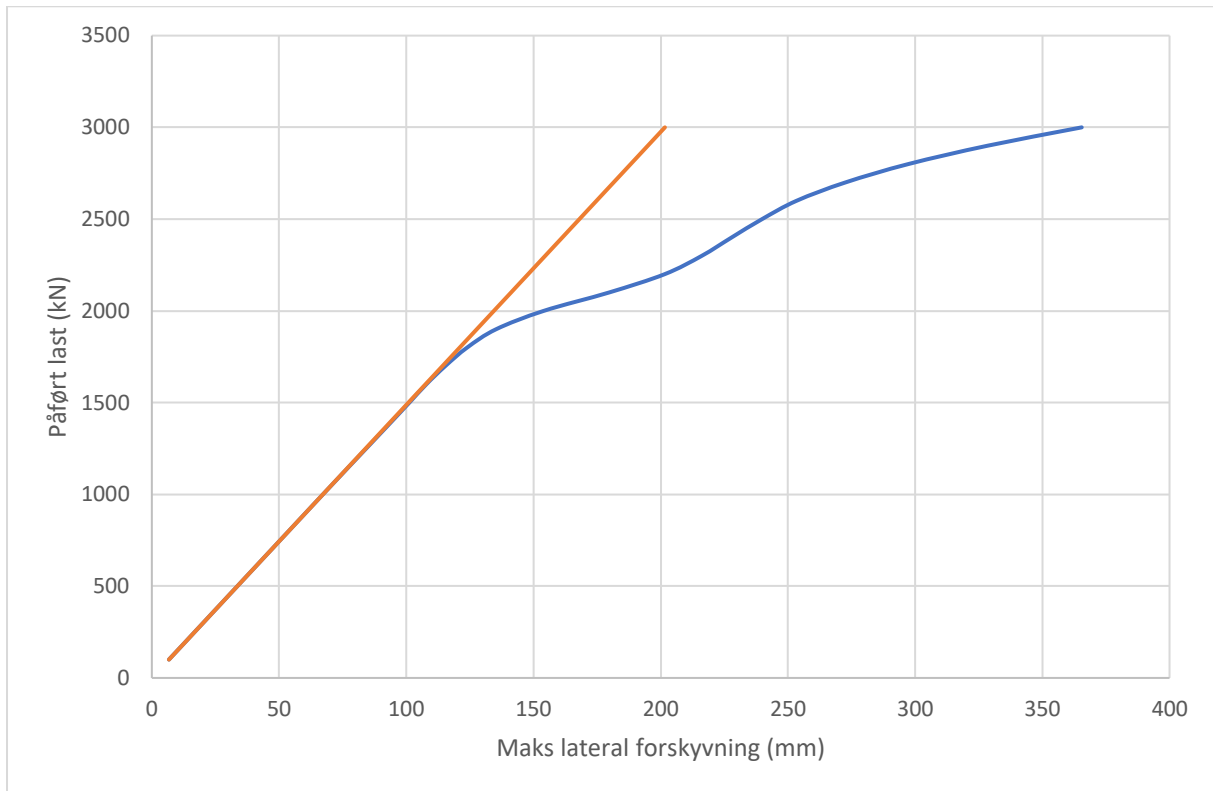
Vedlegg C 1: IPE1540 – L=8m - Vippekapasitet fra ANSYS



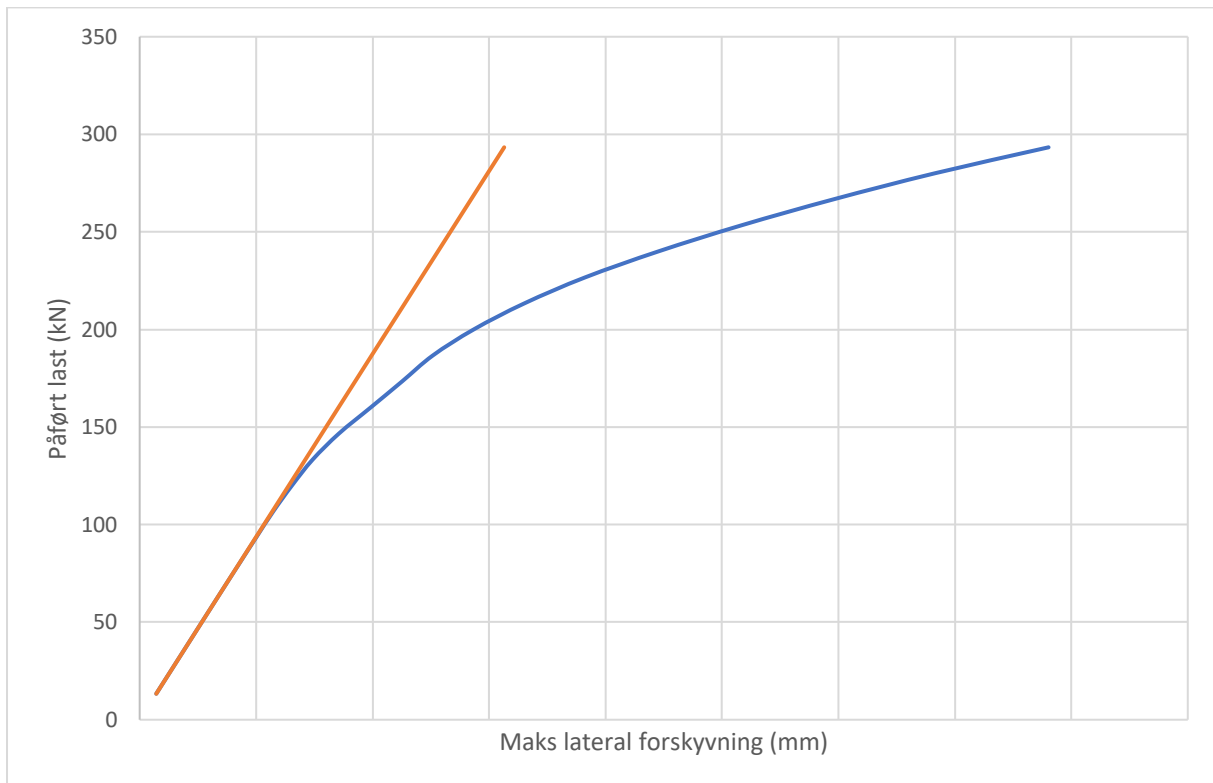
Vedlegg C 2: IPE1540 – L=8m - Vippekapasitet fra ANSYS ved brann-situasjon



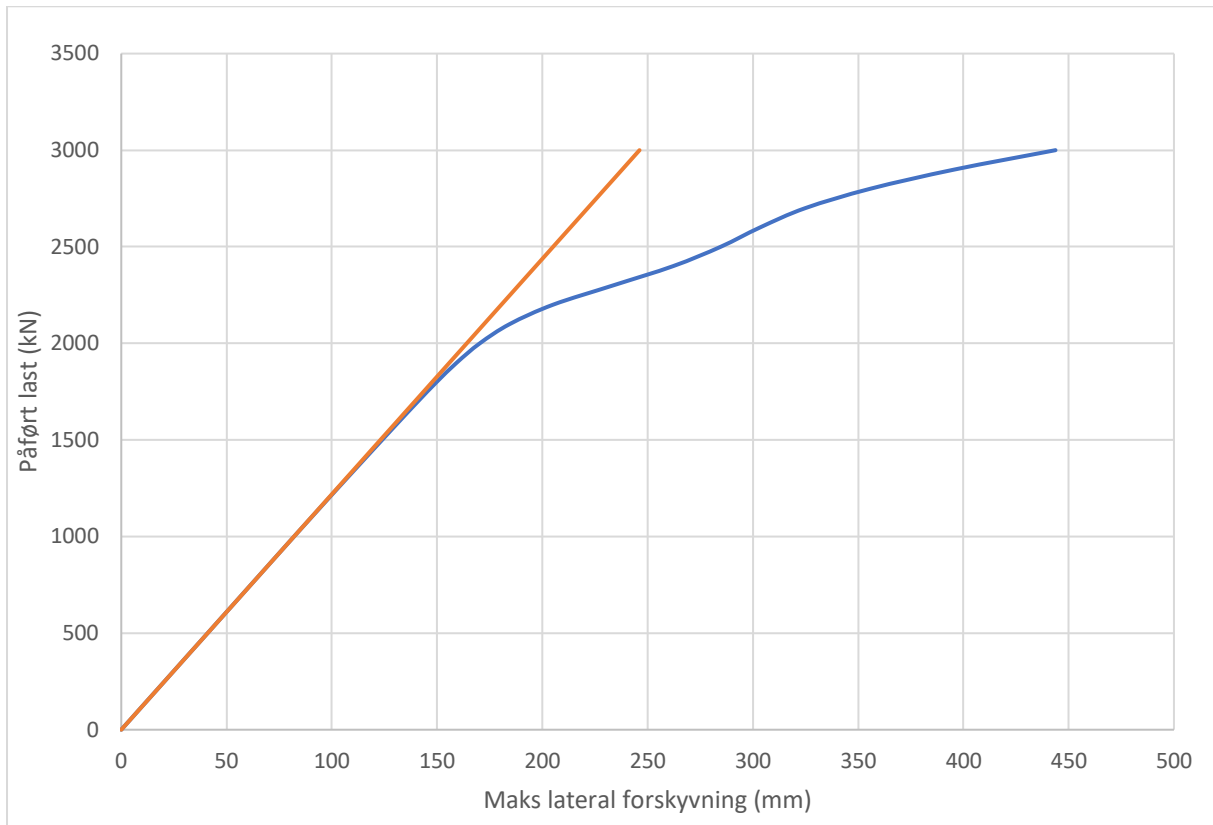
Vedlegg C 3: IPE1540 – L=10m - Vippekapasitet fra ANSYS



Vedlegg C 4: IPE1540 – L=10m - Vippekapasitet fra ANSYS ved brann-situasjon



Vedlegg C 5: IPE1540 – L=12m - Vippekapasitet fra ANSYS



Vedlegg C 6: IPE1540 – L=12m - Vippekapasitet fra ANSYS ved brann-situasjon

