Universitetet i Stavanger

FAKULTET FOR UTDANNINGSVITENSKAP OG HUMANIORA

MASTEROPPGAVE

Studieprogram: Master i Utdanningsvitenskap Profil: Matematikkdidaktikk	Vårsemesteret, 2021 Åpen/ ~~konfidensiell~~
Forfatter: Kristoffer Viste	Kristoffer Viste (signatur forfatter)
Veileder: Reidar Mosvold	
Tittel på masteroppgaven: Det komplekse arbeidet med å respondere på elevers matematiske tenkning i helklassediskusjoner Engelsk tittel: The complex work of responding to students' mathematical thinking in whole-class discussions	
Emneord: Undervisningsarbeid, elevers matematiske tenkning, helklassediskusjoner, respondere, komplekst, utviklende opplæring i matematikk	Antall ord: 27 393 + vedlegg/annet: 4 235 Stavanger, 11/06/2021 dato/år

Forord

Innleveringen av denne masteroppgaven markerer slutten på min studietid for denne gang. Fem år på Universitetet i Stavanger og ett år på Norges idrettshøgskole. Som den sportsidioten jeg er hadde jeg aldri trodd at jeg til slutt skulle ende opp med å ta master i matematikkdidaktikk. Planen var jo å ta mest studiepoeng i idrett. Etter å ha tatt praktisk pedagogisk utdanning på Norges idrettshøgskole valgte jeg derimot å gå for et toårig masterløp i matematikkdidaktikk som en avslutning på min lærerutdanning. Disse to årene har gikk meg et helt nytt innblikk i hva matematikk er og kan være. Jeg har lært mye om både meg selv og min egen læring, og gjennom masteroppgaven ble jeg spesielt interessert i det matematiske undervisningsarbeidet og hva dette faktisk kan innebære. Arbeidet med masteroppgaven har vært både lærerik og krevende. Nå er målet å ta med meg alt jeg har lært gjennom denne oppgaven ut i læreryrket, som starter for fullt til høsten.

Jeg vil først og fremst rette en spesiell takk til min dyktige veileder Reidar Mosvold som har støttet meg gjennom hele arbeidet med masteroppgaven. Du har vært tålmodig, oppmuntrende, positiv, og gitt gode råd gjennom hele prosessen. Det har vært til stor hjelp for meg til å sluttføre en oppgave jeg kan være godt fornøyd med.

Jeg vil også rette en takk til mine foreldre og svigerforeldre for jevnlige barnepass gjennom hele masterløpet, og for at dere har gitt meg en alternativ plass til å skrive på oppgaven min i koronatiden. Dette gjorde det også mulig for meg å kombinere masterstudiet med en deltidsjobb som lærer. Lærerjobben ble nyttig både i forhold til at jeg kunne få et praktisk innblikk i det matematiske undervisningsarbeidet, og at jeg fikk et avbrekk fra studiehverdagen.

Til slutt vil jeg også rette en stor takk til min fantastiske kone og sønn som har stått med meg i både tykt og tynt gjennom denne prosessen. Dere har vært enormt tålmodige, og jeg gleder meg til å gi dere mer av den oppmerksomheten dere begge fortjener.

Kristoffer Viste

Stavanger, 11/06/21

Sammendrag

Denne studien undersøkte hva som kan være involvert i det spesifikke undervisningsarbeidet med å respondere på elevers matematiske tenkning i helklassediskusjoner. Undersøkelsen er inspirert av nyere forskning som baserer seg på en praksisbasert tilnærming, der fokuset er på selve naturen av undervisningsarbeidet. Tilnærmingen ga derfor et innblikk i hva det innebærer å gjøre dette spesifikke arbeidet i klasserommet. Ni transkriberte episoder av helklassediskusjoner ble til slutt utgangspunktet for analysen av dette arbeidet. Disse ble strategisk utvalgt med tanke på tilgjengeligheten i datamaterialet, og at elevenes matematiske tenkning kom til uttrykk i transkripsjonene. Episodene ble hentet fra tre fjerdeklasser der de jobbet med utviklende opplæring i matematikk.

Analysen handlet først om å identifisere ulike lærerresponser, elevsvar, lærerhandlinger og elevhandlinger, samt ulike undervisningsoppgaver som var tilknyttet det spesifikke undervisningsarbeidet. For å kunne si noe mer om dette arbeidet ble undervisningsoppgavene ytterligere pakket opp – først i sin helhet, og deretter i to konkrete eksempler fra de utvalgte episodene. Det videre analysearbeidet identifiserte ulike aspekter, faktorer og krav som kan være involvert i det spesifikke undervisningsarbeidet med å respondere på elevers matematiske tenkning i helklassediskusjoner. Alle resultatene ble deretter diskutert i forhold til tidligere funn, arbeidets kompleksitet og studiens undervisningskontekst.

Studien konkluderte med at arbeidet med å respondere på elevers matematiske tenkning er et komplekst og utfordrende arbeid. De ulike aspektene, faktorene og kravene som kan være involvert sees samtidig på som et bidrag til konseptualiseringen av dette arbeidet. Helt til slutt er dette ytterligere beskrevet i implikasjoner for praksis og videre forskning.

Innholdsfortegnelse

1. Innledning

1.1 Bakgrunn for valg av tema

Elevers matematiske tenkning er i nyere tid blitt løftet frem som utgangspunkt for matematiske diskusjoner (Stein et al., 2008). Det er jo tross alt elevene som til syvende og sist har ansvar for sin egen læring (Cohen, 2011). For å kunne legge til rette for elevers læring kan det derfor være lurt å ta utgangspunkt i både det elevene allerede kan og ikke kan om det matematiske innholdet. Å ta utgangspunkt i elevers matematiske tenkning kan videre handle om både hvordan denne tenkningen kan synliggjøres, og hvordan læreren kan respondere på denne tenkningen på ulike måter (Cengiz et al., 2011; Franke et al., 2009). Til nå har mye av forskningen på ledelse av diskusjoner fokusert på konkrete undervisningstrekk som læreren velger å gjøre i lys av ulike undervisningsarbeid (Jacobs & Spangler, 2017). Men hva innebærer egentlig det spesifikke undervisningsarbeidet med å respondere på elevers matematiske tenkning? Hvilke undervisningstrekk kan knyttes til dette arbeidet? Hvordan kan jeg eventuelt bekrefte disse trekkene, eller kanskje også identifisere noen nye? Innebærer arbeidet videre noe mer enn de ulike undervisningstrekkene som læreren gjør? Er det noe forskning som sier noe om dette? Disse spørsmålene dannet noe av utgangspunktet for valg av fokus i denne masterstudien.

Et lærerintervju i forskningsprosjektet MERG2020 ga meg til å begynne med et lite innblikk i alt det som læreren må forholde seg til i arbeidet med å respondere på ulike typer elevinnspill. Læreren fortalte her at hun skryter mye, avventer responser, gir flere elever sjansen til å svare, er positiv til alle typer svar og stiller oppfølgingsspørsmål. Samtidig sa hun at hun er engstelig for at elever skal svare feil i forhold til hvordan hun skal imøtekomme disse svarene. Tenk om responsen hennes videre fører til at de ikke ønsker å svare igjen? Videre innrømmet hun også at dersom hun har dårlig tid velger hun av og til elever som hun vet svarer rett. Til slutt påpekte hun at det er mye tanker som går gjennom hodet i prosessen med å velge ut hvem som skal få ordet. Etter å ha lest dette lærerintervjuet ble jeg derfor enda mer nysgjerrig på hva dette arbeidet med å respondere på elevers matematiske tenkning faktisk kan innebære – i tillegg til alle undervisningstrekkene som kan være involvert. Lærerintervjuet ga meg blant annet et lite innblikk i flere avgjørelser og utfordringer læreren kan stå ovenfor i arbeidet med å respondere på elevers matematiske tenkning – i tillegg til ulike undervisningstrekk. Med utgangspunkt i de innledende spørsmålene og lærerintervjuet ønskte jeg derfor å studere dette konkrete undervisningsarbeidet mer i detalj.

1.2 Studiens hensikt og forskningsspørsmål

Undervisningsarbeidet i matematikk blir sett på som komplekst og utfordrende (Ball, 2017; Franke et al., 2007). Å gå inn i det spesifikke undervisningsarbeidet på detaljnivå vil derfor kunne bidra til å illustrere denne kompleksiteten. Det er også en del av målet med denne studien. Retningen i forskningen har gått fra å se på lærere og kunnskapene som de trenger, til å se på selve undervisningsarbeidet og hva lærerne faktisk gjør i dette arbeidet (Ball, 2017). Denne nye retningen skiller seg derfor ut fra hvordan det å respondere på elevers matematiske tenkning har blitt undersøkt tidligere (Cengiz et al., 2011; Franke et al., 2009; Jacobs & Spangler, 2017). Det vil derfor være høyst interessant og nyttig å anvende denne praksisbaserte tilnærmingen for å undersøke dette spesifikke undervisningsarbeidet. Tilnærmingen vil kunne bidra til å undersøke dette arbeidet mer i detalj – ikke som læreren ser det, men som jeg ser det fra mine praksisbriller. Ball (2017) hevder at det å se, navngi, og pakke ut det spesifikke undervisningsarbeidet kan bidra til å belyse søken etter å forstå matematikken som lærerne faktisk trenger – som kan innebære både faglige og ikke-faglige aspekter. Arbeidet tas dermed et steg videre med denne tilnærmingen. Det finnes noen norske eksempler på studier som har valgt å ta denne praksisbaserte tilnærmingen videre i senere år (Mosvold & Bjuland, 2020; Sæbbe & Mosvold, 2020). Det ser derimot ikke ut til å være så mange studier som eksplisitt har studert arbeidet med å respondere på elevers matematiske tenkning. Jeg har derfor valgt å ta dette spesifikke undervisningsarbeidet videre i en strategisk utvalgt undervisningskontekst med utviklende opplæring i matematikk. Undervisningen innenfor denne modellen har et sterkt fokus på kommunikasjon og tale, der elevers matematiske tenkning kan komme til uttrykk (Blank et al., 2014; Moe & Moe, 2016). Å studere undervisningsarbeidet i en undervisningskontekst der dialog og samtale har et sterkt fokus vil derfor kunne være både meningsfylt og fremmende i undersøkelsen av dette arbeidet. Samtidig er det også meningsfylt i forhold til at det å orkestrere en helklassediskusjon har blitt sett på som en av de mest fremtredende utfordringene i denne undervisningskonteksten i en tidligere studie (Herleiksplass, 2015). Hensikten med denne studien er derfor å ta dette spesifikke arbeidet et steg videre med å se på hva dette arbeidet kan innebære spesifikt i helklassediskusjoner. Forskningsspørsmålet mitt er derfor følgende:

> *Hva kan være involvert i arbeidet med å respondere på elevers matematiske tenkning i helklassediskusjoner?*

Forskningsspørsmålet mitt kan derimot bare hjelpe fagfeltet et skritt på veien i forhold til dette store problemet. Analysene mine vil kunne peke på noe, men Ball (2017) påpeker samtidig at det er et vanskelig interaktivt matematisk undervisningsarbeid som trenger omfattende undersøkelser for å kunne forstå det. Det vil derfor være et behov for flere analyser og navngivinger av dette spesifikke undervisningsarbeidet i fremtiden for å kunne forstå mer av hva det å respondere på en elevs matematiske tenkning krever av spesialiserte matematiske tankemåter (Ball, 2017). Målet er derfor at denne studien kan være en start på dette arbeidet med utviklende opplæring i matematikk som undervisningskontekst.

1.3 Oppgavens oppbygning

For å studere hva som kan være involvert i arbeidet med å respondere på elevers matematiske tenkning i helklassediskusjoner, er det tatt utgangspunkt i Ball (2017) sitt syn på undervisning. I kapittel to presenteres den teoretiske bakgrunnen for matematikkundervisningen frem mot dette synet på undervisning, etterfulgt av to små delkapittel om matematiske diskusjoner og utviklende opplæring i matematikk. Deretter er det gjort rede for valgene som er tatt for å kunne svare på forskningsspørsmålet i metodekapittelet. Dette er gjort gjennom studiens design, utvalg, innsamling av data og analyse av data. I dette kapitlet er det også gjort rede for studiens reliabilitet og validitet, samt hvilke forskningsetiske perspektiver jeg har måttet forholde meg til. I kapittel fire presenteres hovedfunnene for studien med tilhørende eksempler. Deretter knyttes resultatene opp mot tidligere forskning, hva som er nytt, og studiens undervisningskontekst i diskusjonskapittelet. Til slutt følger konklusjonen med tilhørende implikasjoner for praksis og videre forskning.

2. Teoretisk bakgrunn

Dette teorikapittelet fokuserer primært på forskning på matematikkundervisning frem til Ball (2017) sin beskrivelse av det spesielle matematiske undervisningsarbeidet i artikkelen *Uncovering the special mathematical work of teaching*. Flere aspekter av matematikkundervisningen er derfor belyst for å kunne si noe om den teoretiske bakgrunnen frem til beskrivelsen av dette arbeidet. Deretter er det gjort rede for ledelsen av helklassediskusjoner med et videre fokus på elevers matematiske tenkning. Til slutt er det gjort rede for utviklende opplæring i matematikk, som er studiens undervisningskontekst.

2.1 Matematikkundervisning

2.1.1 Generelt

Det kan være vanskelig å si noe generelt om undervisning med alt det måtte innebære. Dette er ifølge Franke et al. (2007) på grunn av de mange variasjonene i klasser, lærere, elever, og de bredere sosiale, kulturelle og politiske kontekstene. Alle disse variasjonene fører til at undervisningen utvikler seg forskjellig, og av den grunn kan det være vanskelig å lage generelle formler, retningslinjer eller praksiser som alle lærere burde bruke. Undervisningspraksisen blir derfor ikke uten grunn sett på som dristig eller modig, der læreren må være villig til å prøve ut nye metoder, ideer eller erfaringer alt etter klasseromskonteksten (Cazden, 2001). Denne beskrivelsen har også vært en del av målet til de som ønsker å reformere undervisningen i retning av en mer ambisiøs praksis (Cohen, 2011). Historisk sett har dette derimot hatt liten suksess (Cohen, 2011; Gage, 2009).

Å si noe generelt om undervisning ser derfor ut til å være en utfordrende oppgave. Cohen (2011) har derimot forsket på dette fenomenet gjennom flere tiår, og som et resultat endte dette til slutt opp i boken *Teaching and its predicaments*. Denne boken kan derfor være et godt utgangspunkt for å kunne si noe om undervisning og dens utfordringer. I denne boken blir undervisning blant annet sett på som en plass der «an older or more educated person holds forth to those younger or less knowledgeable ... one in which knowledge and skills are transmitted ... one might also say that teachers try to improve their students' minds, souls, and habits» (Cohen, 2011, s. 4). Lærere arbeider derfor, på lik linje med blant annet psykologer, sosialarbeidere, og pastorer, i et yrke der mennesker kan utvikles (Cohen, 2011). I undervisningen jobber de direkte med andre mennesker for å prøve å utvikle blant annet sinn, liv og arbeid. Begrepene undervisning og instruksjon kan ofte blandes i denne sammenheng. Samtidig viser beskrivelsene til Gage (2009) at de kan skilles fra hverandre. Begrepet undervisning blir oftere brukt i formelle utdanningsmiljøer, som i barneskoler, ungdomsskoler, videregående skoler, høyskoler og universiteter. Begrepet instruksjon er mer generelt, og brukes ofte utenfor skolesammenheng – som i næringsliv, industri og militæret. Instruksjon kan beskrive alle hendelser som kan ha en direkte innvirkning på menneskers læring, og dermed kan undervisning bli sett på som en form for instruksjon, men som til gjengjeld er en signifikant viktig form (Gage, 2009). Denne oppgaven er rettet mot en skolekontekst og vil derfor naturlig nok fokusere på begrepet undervisning, og hvordan denne praksisen kan være utfordrende.

I arbeidet med menneskelig utvikling kan lærerne møte på flere utfordringer i undervisningen (Cohen, 2011). En utfordring er at kompetanse i seg selv aldri er nok. Med tanke på at kompetanse er noe som kreves for å kvalifisere seg til å bli lærer, kan denne utfordringen derfor virke motstridende i forhold til hvordan lærerstudenter blir forberedt til lærertilværelsen. Samtidig viser det seg at lærere ofte ikke har kompetente løsninger selv til grunnleggende problemer. Kompetanse alene ser derfor ikke ut til å være nok, og det antyder derfor at læreren må besitte noen andre egenskaper i tillegg deres faglige kompetanse. Det gjør det heller ikke enklere at skolelærere og fageksperter regelmessig er uenige om formålet med praksis. Lærernes håndtering av kompetanseparadokset er også mer komplisert av en annen utfordring, nemlig at lærerne er avhengige av elevene sine (Cohen, 2011). Lærerne kan kun lykkes dersom elevene deres oppnår suksess. Premisset er at elevene må være villig til å gjøre dette selv gjennom å eie sin egen utvikling. En tredje utfordring går ut på at lærerne trekkes i motsatte retninger i det de prøver å håndtere sin egen avhengighet (Cohen, 2011). I første omgang avhenger suksess av elevers utvikling. Dersom utviklingen ikke er tilstrekkelig, kan det derfor være gode grunner for læreren til å gjøre endringer i undervisningen. Dess mer elevene presterer, dess mer suksess vil læreren oppleve. Menneskelig utvikling er derfor både risikabelt og vanskelig, blant annet fordi mer ambisiøse utviklinger er vanskeligere å oppnå og har større sjanse for å mislykkes. Alle disse tre utfordringene er unike når det gjelder menneskelig utvikling (Cohen, 2011). I tillegg til disse møter lærere også på en annen utfordring som er en kombinasjon av de to siste utfordringene. Denne utfordringen går ut på at lærere har spesiell status, autoritet og påvirkning, mens elevene deres ofte blir betraktet som ufaglærte og mangelfulle (Cohen, 2011; Gage, 2009). Til tross for dette maktforholdet vil lærerne være ubrukelige uten elevene i sitt yrke, og ofte maktesløse med dem. Elever som sender tekstmeldinger eller leser tegneserier i timene hindrer ikke bare sin egen utvikling, men også lærernes fremgang som profesjonelle yrkesutøvere. Alle disse utfordringene vil lærerne videre kunne møte på i formidlingen av ferdigheter og kunnskaper til elevene sine.

Når kunnskaper og ferdigheter formidles kan dette skje gjennom oppmerksom og uoppmerksom undervisning (Cohen, 2011; Gage, 2009). Oppmerksom undervisning kan relateres til læreren som relativt oppmerksomt underviser elevene gjennom interaksjoner i klasserommet, og sammenhengen med elevers læring skjer bevisst. Uoppmerksom undervisning kan også relateres til læreren som uformelt skaper innflytelsesrike aktiviteter i klasserommet uten å delta selv, og sammenhengen med elevers læring skjer ubevisst gjennom at elevene for eksempel hermer etter hverandre. Den siste undervisningstypen letter lærerens tyngde på overføringen av kunnskaper og ferdigheter, rett og slett fordi det ikke hadde vært nok tid, penger eller tanker til å bevisst undervise alt som måtte og kunne blitt lært (Cohen, 2011). Samtidig vil det ikke alltid være et slikt skille i undervisningen. For lærere kan drive med oppmerksom undervisning, og samtidig tenke lite over sammenhengene undervisningen har med læring for elevene. Dette markerer et skille mellom undervisningsprofesjonen og undervisningspraksisen, når lærere kan tenke at de har hatt en god undervisningsdag uavhengig om elevene har lært noe. Akkurat som at du ikke kan si at du har solgt mange varer når ingen har kjøpt noen, så kan du ikke si at du har hatt mange gode undervisningsøkter hvis elevene ikke har lært noe (Cohen, 2011). Lærere kan ikke lære for elevene. Elevene må lære selv. Derfor er det også vanskelig å skille helt mellom oppmerksom og uoppmerksom undervisning. De henger på mange måter sammen, og hvor mye oppmerksomhet som skal rettes mot å koble undervisning og læring kan variere. Et kjennetegn på undervisning er at kunnskapen er i bevegelse (Cohen, 2011). I lys av dette kan det sies at undervisningspraksis er en kunst, en unaturlig handling, og et konstruert alternativ for å tilrettelegge for at elevene skal forstå på egenhånd. Med dette som utgangspunkt kan en passende definisjon av undervisning være: «Klasseromsinteraksjoner mellom lærere og elever omkring et faginnhold, rettet mot å legge til rette for elevers måloppnåelse av læringsmål» (Hiebert & Grouws, 2007, s. 372. Min oversettelse).

2.1.2 Undervisningsperspektiver

Matematikkundervisning har historisk sett blitt beskrevet ut fra ulike par av kategorier (Hiebert & Grouws, 2007). Eksempler på disse parene av kategorier er direkte instruksjon og inquiry-basert undervisning (Cohen, 2011; Gage, 2009; Hiebert & Grouws, 2007), utspørring (recitation) og ambisiøs undervisning (Cazden, 2001; Cohen, 2011; Franke et al., 2007; Gage, 2009), elevsentrert og lærerstyrt undervisning (Franke et al., 2007; Hiebert & Grouws, 2007), tradisjonell og ikke-tradisjonell eller reformorientert undervisning (Cazden, 2001; Cohen, 2011; Franke et al., 2007; Hiebert & Grouws, 2007; Stigler & Hiebert, 2009). Eksempelkategoriene har likheter med det Gage (2009) omtaler som modeller av undervisningsprosessen. For å forstå de ulike modellene bedre ble de delt inn i to kategorier. Den ene kategorien inkluderer Progressive-Discovery-Constructivist (PDC) modeller og den andre kategorien inkluderer Conventional-Direct-Recitation (CDR) modeller. PDC-undervisningen gir elevene mer frihet til å velge aktiviteter i henhold til deres egne interesser og tidligere kunnskap om innholdet (Gage, 2009). Fordelen med dette er at de i viktige perioder kan velge og utføre sine egne aktiviteter på eget initiativ. Det er derimot nødvendig med litt veiledning fra læreren i denne prosessen. I motsetning er CDR-undervisningen beskrevet som eksplisitt og relativt strukturert, der elevene spiller en passiv rolle i tråd med læreren (Gage, 2009). Selv om mange profesjonelle forskere på undervisning favoriserer PDC-undervisningen, er det sannsynligvis CDR-undervisningen som stadig er den mest brukte (Cuban, 1984; Klette, 2003).

På grunn av undervisningens mangfoldighet argumenterer Hiebert og Grouws (2007) mot å bruke en del av disse kategoriene, fordi de kan virke mer forvirrende enn de er til hjelp. Undervisningen vil mest sannsynlig inneholde en kombinasjon av begge kategoriene, fordi ulike situasjoner og ulike emner krever ulike mål, og dermed vil ulike typer undervisning gi forskjellige muligheter for å lære (Hiebert & Grouws, 2007). Likevel vil det i noen tilfeller være fordelaktig å dele inn undervisningen i noen kategorier for å behandle det som et system av samarbeidende komponenter, og i denne oppgaven vil kategoriene tradisjonell og reformorientert undervisning bli brukt til dette formålet.

Matematikkundervisningen kan deles inn i såkalte tradisjonelle og reformorienterte undervisningsmetoder (Cazden, 2001; Cohen, 2011; Hiebert & Grouws, 2007; Stigler & Hiebert, 2009). Tradisjonelle undervisningsmetoder kjennetegnes blant annet av at de har fokus på å memorere regler, tilegne seg prosedyreferdigheter, høre etter og huske det læreren sier og at de har en lærerstyrt tilnærming til undervisningen. Denne tilnærmingen følger ofte et IRE/IRF-mønster, som historisk sett har vært den mest dominerende klasseromsdiskursen uansett nivå (Cazden, 2001; Gage, 2009). Mønsteret starter med at lærer initierer ved å stille et spørsmål, eleven responderer på dette, før læreren til slutt evaluerer eller gir feedback til denne responsen (Forman & Ansell, 2001). Reformorienterte undervisningsmetoder kjennetegnes blant annet av at de har fokus på å arbeide problemløsende, tilegne seg konseptuell forståelse og at de har høy grad av elevdeltakelse i undervisningen. Denne deltakelsen kommer til uttrykk i diskusjoner eller refleksjon omkring matematiske ideer, der læreren fungerer mer som en veileder og tilrettelegger.

Det har vist seg at de ulike undervisningsmetodene som blir anvendt har variert på tvers av land og kulturer, og at det finnes tydelige mønstre innad i kulturene på hvordan ulike land underviser (Stigler & Hiebert, 2009). Undervisning kan dermed ses på som en kulturell aktivitet, og dette kan være en av forklaringene på hvorfor undervisningsmetodene har vært så motstandsdyktig for endringer (Stigler & Hiebert, 2009). Lærere har ofte fått skylden når elevene deres skårer dårlig på prøver, men Stigler og Hiebert (2009) mener at selve undervisningen er den kritiske faktoren for elevers læring – ikke lærerne. I lys av dette gjennomførte de studien som lå til grunn for boken *The Teaching Gap*, hvor de argumenterer for at det som er nødvendig for å forbedre elevers læring er å forbedre undervisningskvaliteten.

2.1.3 Undervisningskunnskap i matematikk (UKM)

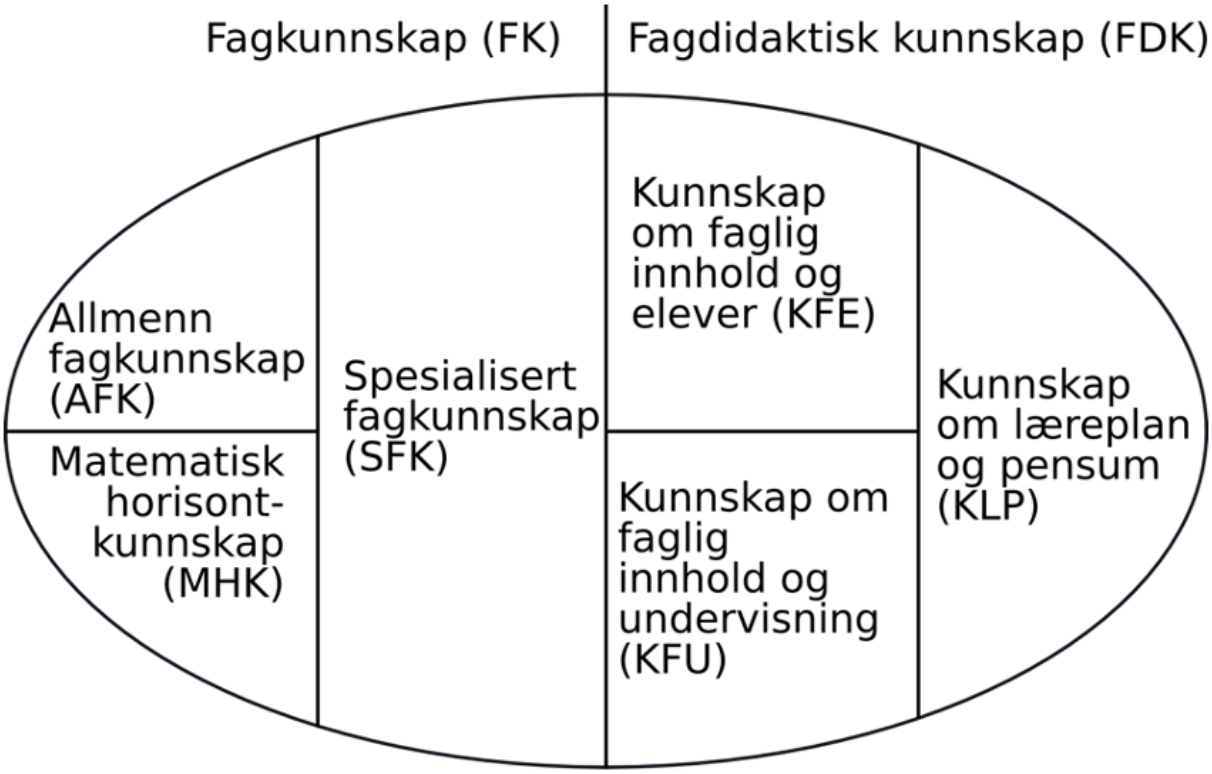
Charalambous og Hill (2012) ser på undervisningskvaliteten som et formet samspill mellom lærer- og læreplanressurser. Lærerressurser er i hovedsak lærerens undervisningskunnskap i matematikk (UKM), men også lærerens oppfatninger om læring og undervisning, og lærerens erfaring. Læreplanressurser er representasjoner av oppgaver og begreper, der oppgaver kan inkludere instruksjoner og prosedyrer, mens begreper refererer «to the depiction and organization of domain concepts and their relationships through means such as diagrams, models, explanations, descriptions, and analogies» (Brown, 2009, s. 27). Dette er en beskrivelse på hva undervisningskvalitet kan være, men hva vil det egentlig si å forbedre den, og hvilken UKM må egentlig lærerne ha?

Her ligger det både et faglig og pedagogisk aspekt til grunn, som hver for seg har blitt vektlagt opp gjennom historien. På slutten av 1800-tallet for eksempel gjennomførte lærerutdanninger i USA tester med et sterkt fokus på faglig kunnskap når de skulle uteksaminere lærere (Shulman, 1986). Hundre år senere, på slutten av 1900-tallet, var dette fokuset nesten helt borte, og testene hadde endret fokus til praktiske aspekter ved undervisningsarbeidet, som organisering og klasseledelse. Det hadde kommet til et punkt der fokuset på fag nærmest var fraværende. Shulman (1986) hevder derimot at det historisk sett ikke har vært noe skille mellom fag og undervisning, og påpeker at undervisning i Antikken ble sett på som den fremste demonstrasjonen av kunnskap. Han mente derfor at dette skarpe skillet mellom faglig kunnskap og pedagogiske aspekter representerte en nyere utvikling. Det daværende manglende fokuset på fag og faglig kunnskap ble omtalt som det «det manglende paradigmet» av Shulman og kollegaene hans. Han hadde en visjon og et ønske om å profesjonalisere lærere og bidra til å utvikle en profesjonsstyrt lærerutdanning. For å løfte frem et sterkere fokus på faget og fagkunnskapens betydning for undervisning, foreslo Shulman (1986) derfor flere kategorier for faglig kunnskap som har betydning for undervisningen. Av disse er særlig den ene kategorien «pedagogical content knowledge» (PCK) – som er en kombinasjon av faglig og pedagogisk kunnskap – blitt tatt opp og videreført av andre i ettertid.

Ball et al. (2008) er en av de som har vært med å videreføre PCK sammen med Shulman (1986) sine andre kategorier «subject matter knowledge» og «curricular knowledge». Deres rekonseptualisering av lærernes PCK er sannsynligvis den mest innflytelsesrike innen matematikkutdanningen (Depaepe et al., 2013). Gjennom konseptuelle analyser, og undersøkelser av hvilke matematiske krav som stilles til selve undervisningen, utviklet de en praksisbasert teori om UKM (Ball et al., 2008). Analysene kombinerte både matematiske og pedagogiske perspektiver, som blant annet hadde utgangspunkt i data fra Balls egen matematikkundervisning i en tredje klasse gjennom et helt år. Fokuset til studien var på selve undervisningsarbeidet. Forfatterne hevder derfor at resultatene kan være generaliserbare fordi fokuset var på å identifisere matematiske undervisningsoppgaver, og ikke på å studere spesifikke lærere eller elever. Ifølge Hoover et al. (2014) handler dette om å ha en forståelse av undervisningen som en profesjonell praksis heller enn en kulturell praksis.

Ball et al. (2008) definerer UKM som den kunnskapen lærere trenger for å utføre undervisningsarbeidet i matematikk. Undervisningsarbeidet består igjen av ulike undervisningsoppgaver som lærerne møter. Lærernes UKM er derfor den kunnskapen som kreves i møte med disse oppgavene. For å illustrere hva UKM kan være presenterte Ball et al. (2008) en modell som ofte forbindes med teorien deres. Denne modellen (figur 1) har Fauskanger et al. (2010) oversatt til norsk. «Subject matter knowledge» er oversatt til fagkunnskap (FK), og «pedagogical content knowledge» er oversatt til fagdidaktisk kunnskap (FDK) (Fauskanger et al., 2010). Det skilles videre «mellom allmenn fagkunnskap og spesialisert fagkunnskap på den ene siden, og kunnskap om faglig innhold og elever og kunnskap om faglig innhold og undervisning på den andre siden» (Fauskanger et al., 2010, s. 36). FK inkluderer i tillegg matematisk horisontkunnskap, «som handler om hvordan matematiske emner i læreplaner bygger på hverandre og henger sammen» (Fauskanger et al., 2010, s. 36). Ball et al. (2008) plasserte foreløpig den siste kategorien «curricular knowledge» innenfor FDK, og kalte den for «knowledge of content and curriculum», som Fauskanger et al. (2010) oversatte til «kunnskap om læreplan og pensum». Alle disse underkategoriene av kunnskap blir sett på som nødvendige for å kunne utføre undervisningsarbeidet.

Figur 1. Modell for undervisningskunnskap i matematikk (Fauskanger et al., 2010, s. 36).



Ut fra disse resultatene konkluderte Ball et al. (2008) med å støtte seg til Shulman sin påstand om at fagkunnskap har betydning. Et viktig argument Ball og kollegaene påpekte i forhold til dette er at det finnes en type matematikkunnskap som er spesielt knyttet til matematikkundervisningen. Det er denne kunnskapen Fauskanger et al. (2010) omtaler som spesialisert fagkunnskap (SFK), og som er spesifikk for lærerprofesjonen. Som vi kan se i figuren ovenfor er ikke denne underkategorien tilknyttet FDK, men det er en del av FK. Fauskanger et al. (2010, s. 36) påpeker derimot at «både den spesialiserte fagkunnskapen og den fagdidaktiske kunnskapen har nær sammenheng med den jobben en skal gjøre som lærer». Forskjellen er derimot at SFK ikke krever noen kunnskap om elever eller undervisning. SFK kan dermed sees på som det matematiske arbeidet som er unikt for undervisningen. Ball et al. (2008) fant blant annet flere særegne matematiske undervisningsoppgaver for dette spesielle arbeidet (figur 2), som i ettertid er blitt oversatt til norsk (Fauskanger & Mosvold, 2016). Delaney (2008) identifiserte også i sin doktorgradsavhandling nærmere 80 matematiske undervisningsoppgaver i en irsk undervisningskontekst, som ble publisert samme år. Ball et al. (2008) konkluderte derimot med at SFK trenger videre utforsking for å kunne forstå de viktigste dimensjonene av lærerens profesjonelle kunnskap.

Figur 2. Lærerarbeidets matematiske undervisningsoppgaver (Fauskanger & Mosvold, 2016, s. 75).

Tabell 1. *Lærerarbeidets matematiske undervisningsoppgaver*

Tasks of teaching *	Undervisningsarbeidets [matematiske] utfordringer **
Presenting mathematical ideas	Presentere matematiske ideer
Responding to students' "why" questions	Respondere på elevenes "hvorfor"-spørsmål
Finding an example to make a specific mathematical point	Finne eksempler for å få fram et bestemt matematisk poeng
Recognizing what is involved in using a particular representation	Være klar over hva som involveres når en bestemt framstilling tas i bruk
Linking representations to underlying ideas and to other representations	Knytte representasjoner til underliggende ideer og til andre representasjoner
Connecting a topic being taught to topics from prior or future years	Knytte emnet en underviser i, til emner fra tidligere år eller til kommende emner
Explaining mathematical goals and purposes to parents	Forklare matematiske mål og hensikter til foreldre/foresatte
Appraising and adapting the mathematical content of textbooks	Vurdere og tilpasse det matematiske innholdet i lærebøker
Modifying tasks to be either easier or harder	Endre oppgaver slik at de blir mer eller mindre utfordrende
Evaluating the plausibility of students' claims (often quickly)	Forklare om elevenes påstander er rimelige (ofte raskt)
Giving or evaluating mathematical explanations	Gi, eller evaluere, matematiske forklaringer
Choosing and developing useable definitions	Velge og utvikle gode definisjoner
Using mathematical notation and language and critiquing its use	Bruke matematisk notasjon og språk, og bedømme bruken
Asking productive mathematical questions	Stille fruktbare matematiske spørsmål
Selecting representations for particular purposes	Velge ut hensiktsmessige representasjoner
Inspecting equivalencies	Undersøke likheter

2.1.4 Den videre utviklingen av SFK (spesialisert fagkunnskap) og UKM

Flere studier har i ettertid både utforsket og videreutviklet SFK og UKM i et forsøk på å prøve å forstå viktige dimensjoner av lærerens profesjonelle kunnskap i matematikk (Ball & Forzani, 2009; Charalambous, 2010; Drageset, 2010; Hill et al., 2012; Hoover et al., 2014). Studiene viser blant annet til et behov for praktisk øvelse i lærerutdanningen, en sammenheng mellom lærernes fokus på resonnering og deres SFK, at forskjellig UKM kan vise tydelige forskjeller i forhold til valg og bruk av undervisningsoppgaver, at sammenhengen mellom UKM og undervisningskvaliteten er kompleks, og et behov for å identifisere universelle undervisningsoppgaver.

Ball og Forzani (2009) peker på behovet for praktisk øvelse i lærerutdanningen. De argumenterer for at mer praktisk øvelse vil føre til at lærerstudenter kan bli tryggere i sin rolle, som kan være med på å heve profesjonaliteten i undervisningen og lærerutdanningen. Grunnen til dette er at profesjonell klasseromsundervisning blir sett på som en unaturlig praksis. Denne praksisen er ikke uten videre et naturlig produkt av gode karakterer eller av å ha et akademisk talent. Det vil derimot innebære en spesialisert form for læring, som skiller seg fra den ordinære hverdagslæringen.

Året etter at denne studien ble publisert kom det et nordisk bidrag som fant en sammenheng mellom lærernes fokus på resonnering og deres SFK i matematikk (Drageset, 2010). I tillegg til dette hevder han også at kunnskaper og oppfatninger ser ut til å være faktorer som gjensidig påvirker hverandre. Samme året ble det også vist en lovende retning i forskningen når Charalambous (2010) undersøkte læreres kunnskap i forhold til valg og bruk av undervisningsoppgaver. Han undersøkte undervisningen til to barneskolelærere med forskjellig UKM, og fant tydelige forskjeller i kvaliteten på undervisningen deres. Han brukte Stein et al. (2008) sitt rammeverk for matematiske oppgaver til å undersøke det kognitive nivået på oppgavene, og formulerte tre hypoteser om hvordan UKM kan påvirke valg og bruk av matematiske oppgaver. Først kommer han med en hypotese om at sterk UKM kan hjelpe læreren med å bruke representasjoner som støtter elevene i problemløsning, mens svak UKM kan begrense undervisningen til å huske regler. For det andre foreslår han at UKM ser ut til å støtte lærernes evne til å gi forklaringer som gir mening til matematiske prosedyrer. For det tredje så foreslår han at lærernes UKM kan være relatert til deres evne til å følge elevers matematiske tenkning og dermed støtte elevers utvikling av forståelse.

To år senere presenterte Hill et al. (2012) sine funn i forhold til læreres matematikkunnskaper i undervisning og læring. Deres studie viste blant annet at sammenhengen mellom UKM og undervisningskvaliteten er kompleks. Her så det ut til at svakere UKM kunne forutsi dårligere kvalitet på undervisningen, mens sterkere UKM kunne forutsi bedre kvalitet på undervisningen. Lærerne som presterte i midtsjiktet i målingen på UKM varierte derimot mye i kvaliteten på undervisningen, og det samme gjaldt for elevers prestasjoner med disse lærerne. Disse funnene viser derfor at det ikke bare er nok å etablere en innvirkning av lærernes UKM for å kunne ta avgjørelser i forhold til lærerutdanning eller politikk.

Hoover et al. (2014) pekte to år senere på behovet for å identifisere universelle undervisningsoppgaver. For selv om det tidligere er påpekt at undervisning er en kulturell aktivitet, argumenterer Hoover et al. (2014) her for at utfordringene stort sett vil være de samme på overordnet nivå, og dermed burde det være mulig å kunne utvikle en felles kunnskapsbase for UKM. Premisset er at forståelsen av undervisning blir sett på som en profesjonell praksis og ikke kulturell praksis. Hvis undervisning sees på som en kulturell praksis, som Delaney (2008) hevder i sin doktorgradsavhandling, er UKM-konstruksjonen, som er forankret i undervisningen i USA, kanskje ikke egnet for bruk i andre land med tanke på at undervisningen kan variere fra land til land (Stigler & Hiebert, 2009). Dersom UKM-konstruksjonen er spesifikk for USA vil også undervisningsarbeidet i andre land kunne variere fra undervisningsarbeidet i USA, og dermed kan instrumentet bli brukt til å måle kunnskapen som trengs for å undervise matematikk i USA, men ikke i andre land. UKM-konstruksjonen refererer derimot til kunnskapen som kreves av det matematiske undervisningsarbeidet, og ikke av de amerikanske lærerne i USA. Derfor er det sannsynlig at uansett hvor andre lærere driver lignende arbeid, vil de kunne trenge den samme kunnskapen (Delaney, 2008). Dette peker igjen i retning av en undervisning som en profesjonell praksis, og Hoover et al. (2014) argumenterer derfor for at en felles kunnskapsbase med universelle undervisningsoppgaver vil kunne legge et grunnlag for å dele en praksisbasert teori om UKM, og målinger av UKM på tvers av forskjellige kulturer.

I tillegg til de konkrete studiene som det her er vist til, er det også noen studier i ettertid som har gjort mer omfattende overordnede oversikter over forskningen på SFK og UKM (Hoover et al., 2016; Mosvold, 2017). Hoover et al. (2016) hevder at selv om feltet mangler en teoretisk forankret, veldefinert, og felles oppfatning av matematikkunnskapen som kreves for å undervise, enes det om at en spesialisert kunnskapsbase er viktig for den videre utviklingen. Forfatterne er spesielt begeistret for studier som pakker ut dynamikken i hvordan UKM påvirker undervisning og læring, men erkjenner også viktigheten av studier som identifiserer utviklingen av læreres matematikkunnskaper i undervisning og læring (Hill et al., 2012).

Hoover et al. (2016) påpeker derfor at vi må se nærmere på det grunnleggende i begrepene undervisning og læring. Å undervise matematikk innebærer å kontrollere instruksjonsinteraksjoner, som inkluderer alt lærere sier og gjør sammen med elevene med fokus på faginnholdet, der lærernes kunnskap er en ressurs for arbeidet (Cohen et al., 2003). Hoover et al. (2016) foreslår derfor at Cohen et al. (2003) sin konseptualisering av lærerens fagkunnskap, som en ressurs som påvirker instruksjonsinteraksjoner, er viktig for å utforme en undersøkelse av UKM, som er egnet til å lede utviklingen av undervisning og læring videre.

De viser også til en lovende retning i forskningen med innledende undersøkelser av den spesifikke påvirkningen som UKM har på undervisningen, der Charalambous (2010) sin studie er et eksempel på dette. Denne studien var en av få som hadde begynt å pakke ut SFK, og illustrerer samtidig hvordan læreres UKM henger sammen med de matematiske undervisningsoppgavene som lærerne står ovenfor i matematikkundervisningen (Hoover et al., 2014, 2016; Mosvold, 2017). Ved å bygge videre på dette foreslår Hoover et al. (2016) de neste stegene for utviklingen av UKM, og argumenterer for tre prioriteringer: 1) utvikle et felles teoretisk utgangspunkt for å fremme feltet videre, 2) innovere og reflektere over metoden som brukes, og 3) rette forholdet av denne kunnskapen til den matematiske flyten i undervisningen, og til spørsmål om likhet og mangfold i undervisningen.

I forhold til å utvikle et felles teoretisk utgangspunkt argumenteres det først for at UKM må utdypes i form av spesifikke matematiske emner og undervisningsoppgaver, på tvers av utdanningsnivåer (Hoover et al., 2016). Et behovsområde som skiller seg ut er undersøkelsen av de matematiske kunnskapskravene knyttet til bestemte områder av undervisningsarbeidet, som ledelse av diskusjoner, igangsetting av elever til å gjøre matematikk, eller bestemme instruksjonsimplikasjonene til bestemte elevarbeid. Dette er spesielt utfordrende områder fordi feltet mangler omfattende og robuste spesifikasjoner for undervisningsarbeidet.

Et annet sentralt hinder for fremgangen i feltet er mangelen på klart forståtte og praktisk mulige metoder for forskning og utvikling av UKM (Hoover et al., 2016). Forfatterne hevder at nøkkelen for å forstå undervisning og dens kunnskapskrav er å forstå dens kontekstuelle rasjonalitet. For at studiene om undervisning skal bli meningsfulle må de derfor ta hensyn til den direkte og kontekstuelle naturen til arbeidet, som vil være i form av en praksisbasert tilnærming til undervisningsarbeidet.

Selv om det er gjort fremgang i konseptualiseringen og forståelsen av matematikkforståelsen som trengs for undervisningspraksisen, gjenstår det viktige problemer (Hoover et al., 2016).

To aspekter blir sett på som kritiske for den videre fremgangen til UKM. Det første aspektet sentrerer seg rundt de kommunikative kravene til undervisningen. Undervisning beskrives av forfatterne som en iboende kommunikasjonsintensiv praksis, der lærere lytter til elever, forklarer ideer og stiller spørsmål. De leser elevers skrevne arbeid, og gir skriftlige tilbakemeldinger. Gjennom denne prosessen bruker de matematikk på en rekke spesialiserte måter, som krever en spesiell type matematisk flyt innstilt til undervisningsarbeidet. «Asking a question in the moment; explaining in response to a student's puzzlement; listening to, interpreting, and responding to a child's explanation – each of these involves hearing and making sense of others' mathematical ideas in the moment, speaking on one's feet while seeking to connect with others» (Hoover et al., 2016, s. 25). Det andre aspektet fokuserer på behovet for å løse de vedvarende ulikhetene i matematikkopplæringen som både er produsert og reprodusert i skolen. Det ledende spørsmålet i forhold til ulikhet og mangfold handler om hva lærerne trenger å sette pris på og forstå om matematikk for å kunne gi tilgang til grupper som historisk sett har blitt marginalisert? Et aspekt med dette er å representere matematikk på måter som forbinder det med elevers erfaringer, og et annet er å være i stand til å gjenkjenne elevers matematiske evner og innsikt i deres praksis utenfor skolen. Begge disse aspektene innebærer en fleksibilitet av matematisk forståelse, spesielt i matematisk struktur og praksis. Undervisningsarbeidet blir dermed sett på som mer kompleks med flere aspekter som må tas hensyn til.

2.1.5 Det spesielle matematiske undervisningsarbeidet

Selv om det er gjort fremgang i forståelsen av UKM, argumenterer Ball (2017) for at det trengs mer studier for å forstå det interaktive matematiske undervisningsarbeidet. Det å kunne hjelpe elever med å utvikle matematiske ferdigheter, måter å tenke på, identiteter, og samtidig støtte og lede ulike klasser som et rettferdig praksissamfunn, innebærer et spesialisert sett av instruksjonsferdigheter som er spesifikt for det gitte området. I denne sammenheng forsøkte Ball (2017) å utvikle nyttige måter å forstå og løse problemet om den spesifikke kunnskapen som trengs for å undervise matematikk.

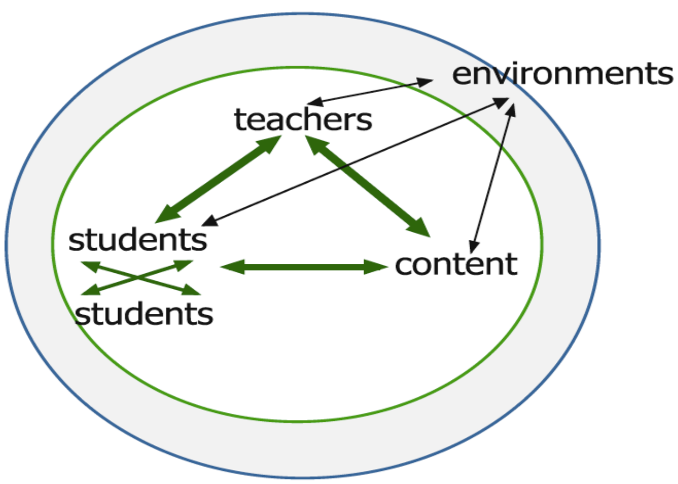
Til å begynne med påpeker hun et viktig skifte fra et spørsmål om hvilken matematikkunnskap lærere trenger til hvordan matematikk blir brukt i undervisningen (Ball et al., 2001). Samtidig med dette skiftet dukket det også opp en sterk vektlegging av tester og målinger for å evaluere undervisningen og studere hvordan undervisningen kunne relateres til læring (Ball, 2017). For mange lærde betydde dette signifikante skiftet, og vektleggingen av målingene, at de spørsmålene som ble spurt og besvart ble drevet bort fra det grunnleggende spørsmålet om matematikkunnskap og undervisning.

Forskningen klarte dermed ikke å fange opp det dynamiske ved hva lærere faktisk gjør når de for eksempel skal lytte til elevene, og hva de faktisk gjør videre når de deretter skal ta avgjørelser på hva de skal si videre (Ball, 2017). De pakket ikke opp hva som er involvert når læreren for eksempel gjør ulike undervisningsoppgaver. Fremgangene som hadde blitt gjort i vurderinger og målinger var derimot viktige, men de hadde ikke kommet godt nok inn på hva det vil si å utføre undervisningen som en lærer. Å gjøre undervisningen som lærer kan videre innebære hva som foregår på innsiden av lærerens praksis med å respondere på elevers matematiske tenkning, eller hva det krever i øyeblikk – til – øyeblikk interaksjoner, til å gjøre avgjørelser eller til å si bestemte ting. Som felt ønskte de derfor å vite dette med mer praktisk relevans og teoretisk klarhet (Ball, 2017).

Videre ble det derfor påpekt at det trengs å snakke mer klart om den matematiske «knowing and doing» innenfor undervisningsarbeidet i matematikk (Ball, 2017, s. 14). Det ble dermed en endring fra substantivene – kunnskap og lærere – til verbene – å kunne, gjøre og undervise – som reviderte det grunnleggende spørsmålet om hva undervisningsarbeidet i matematikk er. Med dette perspektivet på undervisning kan man gjennom praksisbrillene se på hva et spesifikt arbeid med matematikkundervisningen kan innebære.

Dette spesielle undervisningsarbeidet innebærer videre et dynamisk samspill mellom flere relasjoner som instruksjonstrekanten (figur 3) til Cohen et al. (2003) illustrerer. Det spesielle matematiske undervisningsarbeidet blir dermed konstruert gjennom tolkninger og interaksjoner mellom lærere, elever, og innhold som igjen er påvirket av miljøet rundt dem.

Figur 3. Instruksjonstrekant (Ball, 2017, s. 16)



Elever kan påvirke hverandre på utallige måter, og de påvirkes av hva de vet om innholdet fra tidligere erfaringer (Ball, 2017). Samtidig kan alt som foregår utenfor skolen, og hvordan de leser og forstår læreren deres også påvirke dem. Deretter handler det om hvordan læreren tolker, responderer og behandler elevene sine, hva læreren vet, tror og hvordan hun forstår læreplanen. Alle disse relasjonene som samhandler kan påvirke læringen i komplekse miljøer.

Kompleksiteten kan dermed gjøre at læring blir utfordrende (Ball, 2017). Undervisningsarbeidet er derimot kjernen, der læreren har ansvar for å ta vare på disse kaotiske og dynamiske interaksjonene. Målet er å bevisst maksimere sannsynligheten for at elever lærer og utvikler seg som mennesker. Arbeidet involverer derfor både å kunne bruke ferdigheter, kjærlighet og kunnskap.

For å undersøke det spesielle matematiske undervisningsarbeidet, hadde Ball (2017) som mål å se, navngi og pakke ut den matematiske lyttingen, samtalen, samhandlingen og flyten, som er en del av dette arbeidet. Dette hevder hun kan bidra til å belyse søken etter å forstå matematikken som lærerne faktisk trenger.

Lærere vil alltid kommunisere i undervisningen (Ball, 2017). I denne handlingen må læreren alltid forholde seg til og gi mening på tvers av forskjeller, som blant annet kan inkludere alder, kjønnsidentiteter, religioner, språk og erfaringer. Læreren må dermed både være bevisst og orientert i forhold til å kunne lære om og koordinere med andre sine perspektiver. Dette innebærer at læreren må kunne forutse hva elevene kan tenke og bry seg om, og tilpasse samtalen, gestene og ansiktsuttrykkene i forhold til dette. Samtalen må dermed tilpasses slik at elever kan forstå det. Det hjelper ikke at en matematisk forklaring er overbevisende for læreren dersom elevene ikke forstår den. Samtalen er derfor en unaturlig samtaletype som skiller seg ut fra den hverdagslige samtalen (Ball & Forzani, 2009).

For å pakke ut hva dette kunne bety begynte Ball (2017) å beskrive hvordan ulike elever navnga et punkt på en linje, samtidig som hun beskrev og tolket hvilke valg læreren hadde stått ovenfor både før oppgaven ble bestemt og underveis i klassediskusjonen. Deretter beskrev hun hvordan læreren så og ga mening til arbeidet som elevene hadde gjort, og hva dette videre innebar. Hvem sitt svar skulle hun for eksempel ta utgangspunkt i? Noe av det som er involvert i undervisningsarbeidet vil være mer generelt, mens noe annet innebærer å kjenne det spesielle barnet og hennes måte å uttrykke seg på. Læreren valgte til slutt å ta utgangspunkt i Aniyah sitt svar. Resten av utpakkingen handler om hvordan læreren posisjonerte Aniyah som lærer for de andre elevene, og hva dette kunne innebære. Poenget er at selv om Aniyah hadde et feil svar, kunne hun til tross for det vite og gjøre mye, og undervisningsarbeidet handler derfor om å kunne se og navngi hva hun vet og kan gjøre. Samtidig må det tas hensyn til Aniyahs posisjonering og matematiske identitet, og bygge på hennes styrker og ressurser for å støtte veksten hennes (Langer-Osuna, 2016).

Denne dype og nyanserte forståelsen til spørsmålet om hva matematikkunnskaper lærerne trenger går ut på hva lærerne faktisk gjør (Ball, 2017). Hvilken rolle spiller ulike undervisningsoppgaver i undervisningsarbeidet? Hvordan ser læreren på og tar hensyn til mangfoldet i klassen? Hvordan kan læreren best mulig få frem elevers matematiske tenkning? Å undersøke og navngi undervisningsarbeidet vil si at man prøver å identifisere og formulere hva som kan være involvert i de mange komplekse og samtidige handlingene, avgjørelsene og bevegelsene som ligger i de øyeblikkelige oppgavene til arbeidet (Ball, 2017). Undersøkelsen av undervisningsarbeidet fra dette perspektivet kan derimot også gi flere utfordringer.

Den første utfordringen går ut på at undervisningsarbeidet er relasjonelt, som betyr at samspillet i klasserommet mellom lærer og elever foregår samtidig, der elevene ikke er statiske (Ball, 2017). Arbeidet foregår dermed samtidig med elever som har bakgrunn fra flere og overlappende miljøer, og som derfor vil kunne påvirke undervisningsarbeidet. Denne samtidigheten og kompleksiteten vil være viktig for å forstå undervisningsarbeidet (Ball & Lampert, 1999).

En annen utfordring går på spørsmålet om kvalitet i undervisningen og hvilke perspektiver man skal ha på undervisningsarbeidet (Ball, 2017). Hvilken undervisning er verdt å studere? Bullock (2012) hevder at disse avgjørelsene som tas i forhold til hva og hvordan man studerer undervisningsarbeidet bør styres av et moralsk imperativ om å gjøre livet bedre for mennesker. Videre innebærer dette å begrunne og ta bevisste beslutninger om praksisen som studeres.

En tredje utfordring er at eksisterende teori om undervisning vil kunne gjøre det vanskelig å se på nye aspekter av undervisningsarbeidet (Ball, 2017). Et viktig krav med å studere undervisningsarbeidet er å kunne se og navngi nye aspekter ved det å gjøre dette arbeidet som tas for gitt, og som mangler fokus og navn. Samtidig kan det være viktig å studere handlingene som er usynlige. De usynlige, men samtidig bevisste handlingene skal også inkluderes i utpakkingen av undervisningsarbeidet. Den tredje utfordringen leder videre til en fjerde utfordring som går ut på hvordan man kan hevde at en bestemt handling eller tanke er en del av undervisningsarbeidet (Ball, 2017). Undersøkelsen av undervisningsarbeidet krever derfor at denne utfordringen vurderes nøye i forhold til måter å bruke både innside- og utenforstående perspektiver.

Til slutt leder dette fokuset på undervisningsarbeidet til utfordringen om å undersøke og identifisere de matematiske oppgavene til dette arbeidet (Ball, 2017). Dette arbeidet er komplekst, og det krever en kontinuerlig analyse i forhold til hva som telles som matematisk, og hva det for eksempel betyr for arbeidet å kreve matematisk tenkning. Ball (2017) avslutter med å si at dette er et vanskelig arbeid, men at det er gjennom slike analyser og navngivinger vi kan forstå mer av hva blant annet det å respondere på en elevs matematiske tenkning krever av spesialiserte matematiske tankemåter og resonnementer.

2.1.6 Tidligere forskning på det spesielle matematiske undervisningsarbeidet

I etterkant av Ball (2017) sin studie har noen studier tatt hennes praksisbaserte tilnærming videre med å pakke opp hva lærerne faktisk gjør i undervisningsarbeidet – deriblant noen norske studier (Mosvold & Bjuland, 2020; Sæbbe & Mosvold, 2020). Mosvold og Bjuland (2020) analyserte blant annet Ball (2017) sine data for å ytterligere pakke ut hva det ene aspektet med undervisningsarbeidet – posisjonering – kunne innebære i matematikkundervisningen.

De la særlig vekt på utfordringene med å balansere posisjoneringen av elever, samtidig som læreren holdt nøye oppmerksomhet til det matematiske innholdet (Mosvold & Bjuland, 2020). I forhold til dette fant de at læreren ofte ble utfordret på å ta raske beslutninger som påvirker posisjoneringen av elever, samtidig som hun måtte balansere dette med nøye oppmerksomhet mot det matematiske innholdet. Selv om dette bare er et eksempel, foreslår de at denne balanseringen av posisjonering av elever i forhold til det matematiske innholdet er en kjernepraksis for matematikkundervisningen. De etterlyser til slutt at flere studier trengs for å undersøke hva denne balanseringen kan innebære i forskjellige deler av undervisningsarbeidet, med ulikt innhold, og på forskjellige klassetrinn. De påpeker også at det trengs ytterligere studier for å undersøke måter å studere intensjonen og tolkningen som er involvert i dette arbeidet.

I forhold til bruken av den praksisbaserte tilnærmingen argumenterer de for tre viktige antakelser som ligger til grunn (Mosvold & Bjuland, 2020). For det første betrakter de undervisning som en profesjonell praksis (Hoover et al., 2014). For det andre følger de Ball (2017) sin beskrivelse av undervisning som et «arbeid», og for det tredje betrakter de undervisning for å være instruksjonsinteraksjoner mellom lærer og elever rundt et bestemt innhold, innen et miljø (Cohen et al., 2003).

Sæbbe og Mosvold (2020) har også bidratt til å pakke ut det spesielle matematiske undervisningsarbeidet. Disse så derimot på kompleksiteten av å undervise matematikk i barnehagen, og hva dette kunne innebære der. Analysen til Sæbbe og Mosvold (2020) illustrerer hva matematikkundervisning i barnehagen kan innebære, og de hevder at å engasjere seg i de ulike matematiske undervisningsoppgavene utgjør et komplekst matematisk undervisningsarbeid. Fordi dette arbeidet innebar undervisningsoppgaver som var like de oppgavene som er involvert i det matematiske undervisningsarbeidet i skolen, foreslår de derfor at dette undervisningsarbeidet på et visst nivå er likt – når en ser på undervisningen som en profesjonell praksis (Hoover et al., 2014). Studien illustrerer derfor at å undervise matematikk er et komplekst og utfordrende arbeid uansett om det er til yngre eller eldre barn. Det komplekse matematiske arbeidet i barnehagen involverte flere pedagogiske og matematiske oppgaver som barnehagelæreren måtte løse i øyeblikket. Å gjennomføre dette undervisningsarbeidet – som består av slike oppgaver – er krevende, og de bruker ordet «utfordring» for å understreke den krevende naturen til arbeidet (Sæbbe & Mosvold, 2020).

Studien inkluderte også et lærerintervju der de fikk med seg barnehagelærerens egne refleksjoner om selve undervisningsøkten (Sæbbe & Mosvold, 2020). Til forskjell fra studien til Mosvold og Bjuland (2020) gjorde dette at de kunne få informasjon om barnehagelæreren også vurderte det samme som utfordrende, samtidig som de kunne få indikasjoner om hensikten med valgene som ble tatt. Hensikten med studien deres var derimot å studere arbeidet med å undervise matematikk i barnehagen, og ikke selve barnehagelæreren. Analysen brukes dermed som et startpunkt for å utvikle konseptualiseringer av å undervise matematikk i barnehagen som et arbeid som skal gjøres fremfor å komme med påstander om hvordan barnehagelæreren underviser.

2.2 Matematisk diskusjon

2.2.1 Ledelse av helklassediskusjoner

Å lede diskusjoner blir ofte beskrevet som en kjernepraksis i matematikkundervisningen (Jacobs & Spangler, 2017). Arbeidet med å respondere på elevers matematiske tenkning i helklassediskusjoner er derfor en del av denne kjernepraksisen. Dillon (1994) hevder at elevers tenkning og ytringer vil forekomme ofte under diskusjonene. Stein et al. (2008) ser videre på elevers matematiske tenkning som et viktig utgangspunkt i forhold til lærerens ledelse av helklassediskusjonene. Lærerens rolle i ledelsen av helklassediskusjoner er videre å orkestrere den matematiske samtalen, som direkte påvirker elevers mulighet til å lære matematikk (Jacobs & Spangler, 2017). Orkestreringen innebærer blant annet å kunne synliggjøre elevers tenkning og engasjere dem med hverandre sine ideer, som videre former de avgjørelsene læreren tar i undervisningen. Avgjørelsene baserer seg blant annet på at læreren lærer hvordan elevene ser på matematikken, ser hvilke representasjoner som gir mening for dem, og blir klar over sammenhengene elevene ser. I tillegg kan de basere seg på hvilke elevsvar læreren har forventet å få, og hvilke elevsvar hun eventuelt velger ut og velger rekkefølge på til diskusjonen (Stein et al., 2008).

Hva læreren gjør i denne kjernepraksisen kan beskrives med ulike undervisningstrekk, og utfallene av disse trekkene kan sees på som lærerens mål (Jacobs & Spangler, 2017). Jacobs og Spangler (2017) definerer undervisningstrekk som handlinger læreren tar som elevene kan se eller høre. Dette kan inkludere spesifikke trekk som revoicing (læreren gjentar elevers ytring), eller mer generelle trekk som å stille spørsmål, der spørsmålene igjen kan deles inn i mer presise kategorier. Videre blir lærerens mål definert som intensjonen læreren har for bestemte øyeblikk i timen, hele timen, en periode eller et helt skoleår (Jacobs & Spangler, 2017). Til forskjell fra undervisningstrekkene som kan observeres, må disse målene derimot utledes av forskere, fordi de ikke eksplisitt kommer til syne i selve undervisningen. Målene kan videre inkludere både mindre og større mål. De mindre målene læreren har kan være å forsikre seg om at en spesifikk representasjon er blitt delt, eller at en bestemt elev snakker i løpet av timen. De større målene kan være å posisjonere alle elevene som kompetente, oppmuntre elevene til å holde ut selv om de møter motgang, og introdusere elevene for disiplineringsnormer.

Forholdet mellom lærerens undervisningstrekk og mål er videre komplisert på tre måter (Jacobs & Spangler, 2017). For det første kan samme undervisningstrekk bli brukt til å møte ulike mål, og flere undervisningstrekk kan møte samme mål. Undervisningstrekket revoicing kan for eksempel brukes både til å oppnå målene om å posisjonere elevene som kompetente, hjelpe til å forsikre at alle følger hovedpoengene for diskusjonen, eller hjelpe elevene til å utvikle matematisk forståelse eller til å lære dem å arbeide sammen (scaffolding). Samtidig kan alle undervisningstrekkene – revoicing, gi representasjoner, modifisere en oppgave, og bruke tavlen strategisk – brukes til å møte målet om å forsikre at alle følger hovedpoengene for diskusjonen.

For det andre kan læreren bruke ett eller flere undervisningstrekk for å arbeide seg mot flere mål samtidig, og det presise forholdet mellom målene og undervisningstrekkene kan være uklare for observatørene, til dels fordi målene må bli utledet av dem (Jacobs & Spangler, 2017). For eksempel så kan læreren bruke undervisningstrekket å utfordre elevene til å begrunne (Jacobs og Spangler (2017) bruker begrepet «pressing»), med å stille ulike spørsmål til elevene, for å oppnå ett eller flere av de følgende målene: vurdere hva den gjeldende eleven som snakker faktisk forstår, posisjonere eleven som kompetent, eller forsikre seg om at andre elever i klassen er kapable til å følge de matematiske ideene som blir presentert. Med utgangspunkt i elevens svar eller reaksjoner til andre elevers svar kan læreren sine mål også endre seg flere ganger underveis i selve timen, som videre øker forskerens utfordringer med å utlede disse skiftende målene.

For det tredje er språket rundt lærerens undervisningstrekk og mål ofte brukt om hverandre i litteraturen, med at det samme begrepet blir brukt for å beskrive både undervisningstrekket og målet (Jacobs & Spangler, 2017). For eksempel kan det å utfordre elevene til å gi forklaringer både være et undervisningstrekk og et sett med mål, som begge kan inneholde flere aspekter. Som undervisningstrekk kan det å utfordre elevene til å begrunne sees på som en serie av stilte spørsmål, der hvert nye spørsmål er spesifikt rettet mot hva elevene nettopp sa. Som lærerens mål kan det å utfordre elevene til å begrunne samtidig sees på som tilegnelse av mer informasjon fra elevene, som ofte kan deles inn i mer presise kategorier. Dette kan for eksempel inkludere at lærer utfordrer elevene til å si hva de mener fordi læreren ikke helt forstår hva de tenker, eller det kan være at elevene blir utfordret til å begrunne svaret sitt mer tydelig slik at de kan argumentere for hvorfor de gjorde det på den spesifikke måten (Brodie, 2010). I tillegg til å utfordre elevene til å begrunne er også scaffolding, støtte og utvide andre begreper som også blir brukt for å beskrive både undervisningstrekket og lærerens mål (Jacobs & Spangler, 2017). Flere av disse undervisningstrekkene blir videre brukt i beskrivelsen av lærerens respons på elevers matematiske tenkning.

2.2.2 Elevers matematiske tenkning

Det å ta utgangspunkt i elevers matematiske tenkning i ledelsen av helklassediskusjoner blir sett på som en utfordrende praksis, som stiller store krav til læreren (Cengiz et al., 2011). I forbindelse med dette kan elevers matematiske tenkning knyttes til både hvordan tenkningen blir synliggjort av læreren eller hvordan læreren responderer på denne tenkningen (Cengiz et al., 2011; Franke et al., 2009). Dette kan igjen gjøres på ulike måter. Franke et al. (2009) knytter for eksempel lærerens arbeid med å synliggjøre elevers matematiske tenkning til hvilke spørsmålspraksiser som blir brukt. Spørsmålene de kodet og fant inkluderte: 1) generelle, 2) spesifikke, 3) sekvenser av spesifikke og 4) ledende spørsmål. De generelle spørsmålene var ikke relatert til noe spesifikt som eleven sa; de spesifikke spørsmålene var rettet mot noe spesifikt i elevens forklaring. Sekvenser av spesifikke spørsmål bestod av serier på mer en to relaterte spørsmål om noe spesifikt som en elev sa, og som inkluderte flere spørsmål fra lærer og flere elevsvar. Ledende spørsmål ledet elevene mot bestemte svar eller forklaringer og ga muligheter for elevene til å svare. Resultatene viste også at ved at læreren stilte spørsmål til elevers forklaringer, var det mer sannsynlig å få utdypinger fra elevene. Sekvenser av spesifikke spørsmål synliggjorde alltid videre utdyping fra elevene, og ga vanligvis elevene mulighet til å formulere en korrekt og fullstendig forklaring, når elevers innledende forklaring enten var tvetydig, ufullstendig eller feil. Oppfølgingsspørsmål generelt garanterte derimot ikke en videre elevforklaring.

I Cengiz et al. (2011) sin studie var det instruksjonshandlingene å synliggjøre, støtte og utvide, som ble benyttet under helklassediskusjoner for å utvide elevers matematiske tenkning. Når læreren synligjorde elevers tenkning, ga det elevene muligheten til å uttrykke deres eksisterende matematiske tenkning. Instruksjonshandlingen å støtte hjalp elevene til å huske eller visualisere hva de allerede kunne, og med ny informasjon. Funnene indikerte at denne handlingen spilte en avgjørende rolle i forhold til å utvide elevers matematiske tenkning. Det ble videre identifisert fem ulike typer av denne handlingen: læreren 1) delte sine egne tolkninger av egne observasjoner og av elevers påstander, 2) minnet elevene på informasjon som var relatert til problemet som ble løst eller til ideene som ble diskutert, 3) repeterte elevers påstander eller fikk elevene til å repetere hverandres påstander, 4) skrev elevers tenkning på tavlen og 5) introduserte representasjoner eller kontekster som var kjent for elevene. Når læreren utvidet elevers tenkning, oppmuntret dette elevene til å gå utover deres innledende matematiske tenkning. Denne instruksjonshandlingen var kritisk for å skape muligheter for å utvide elevers tenkning, med å bevege seg utover deres eksisterende matematiske kunnskap. Dette ble gjort på fem ulike måter: læreren 1) ba elevene om å evaluere en påstand eller observasjon, 2) gi resonnement for deres påstander og løsningsmetoder, 3) sammenligne forskjellige løsningsmetoder, 4) løse nye problemer ved å bruke tidligere brukte løsningsmetoder og deretter be medelever om å komme med mot-eksempel for deres påstander, og 5) ved å stille hvorfor- og hvordan-spørsmål til dem.

Arbeidet med å utvide elevers matematiske tenkning er komplekst, og derfor hevder Cengiz et al. (2011) at en kombinasjon av instruksjonshandlingene synliggjøre, støtte og utvide ser ut til å være nødvendig for å skape muligheter for å utvide elevers tenkning. Samtidig blir UKM også nevnt som en faktor som har betydning for hvordan læreren tar videre elevers matematiske tenkning med de ulike instruksjonshandlingene.

2.3 Utviklende opplæring i matematikk

Selv om det å ta utgangpunkt i elevers matematiske tenkning kan være et komplekst og utfordrende arbeid, vil denne studiens undervisningskontekst kunne være et godt utgangspunkt for å undersøke dette arbeidet nærmere. Dette er på grunn av at utviklende opplæring i matematikk har et sterkt fokus på kommunikasjon og tale (Blank et al., 2014; Moe & Moe, 2016). For å se på hva dette kan innebære, er det derfor nødvendig å gå inn i denne studiens undervisningskontekst. Dette er gjort gjennom å gå inn i undervisningskontekstens teoretiske bakgrunn, samt hvilke undervisningsprinsipper den baserer seg på.

2.3.1 Teoretisk bakgrunn

Utviklende opplæring i matematikk er en matematikkundervisning som kan stimulere elevers evne til matematisk tenkning (Blank et al., 2014). Teoretisk sett baserer begrepet utviklende læring seg på Vygotskijs syn på læring (Blank et al., 2014; Moe & Moe, 2016). Dette synet omfatter videre et annet begrep som kalles for *den nærmeste utviklingssonen*, som skal beskrive utviklingspotensialet til elevene. Den nærmeste utviklingssonen viser til forskjellen mellom det en elev kan få til på egenhånd på det kognitive området, og det barnet kan få til med hjelp fra læreren eller fra medelever. Ideelt sett mente Vygotskij at elevers undervisning bør foregå i den nærmeste utviklingssonen, som ligger over barnets utviklingsnivå (Vygotskij, 1986).

Zankovs undervisningssystem er et av to undervisningssystemer (det andre er Davydovs system) fra Russland som baserer seg på Vygotskijs teorier om læring og undervisning (Blank et al., 2014). Historisk sett har dette systemet blitt brukt med suksess i Russland fra 1. til 4. trinn i mer enn 50 år. Hovedmålet for systemet er å legge til rette for å optimalisere elevers generelle utvikling, og derav også elevers matematiske tenkning. Presis matematisk språkbruk er noe som også blir lagt stor vekt på (Rennemo et al., 2018). Systemet kan inngå i alle fag, og matematikkopplæringen blir kalt både utviklende opplæring i matematikk og russisk matematikk (Moe & Moe, 2016). Ved å bruke dette systemet har forskning vist at elevene kan utvikle «dyp forståelse for matematiske strukturer, samt selvtillit og evne til å utvide sine kunnskaper utover instruksjon» (Blank et al., 2014, s. 50). I tillegg til dette nevnes det også at systemet kan bidra til å utvikle elevers fantasi, initiativ og kreativitet. Det skal også være egnet for alle elever, uansett nivå og selvbilde.

Zankov utviklet dette undervisningssystemet gjennom eksperimentelle studier der han og kollegaene studerte sammenhengen mellom undervisning og utvikling eller læring (Blank et al., 2014). I likhet med *Lesson study* «ble det gjennomført observasjon og analyse av timer, og forskere samarbeidet tett med lærere» (Blank et al., 2014, s. 52). Målet var ikke å reformere et tradisjonelt system, men heller å utvikle et didaktisk system som inkluderte lærebøker og en struktur for lærerforberedelser.

2.3.2 Zankovs fem undervisningsprinsipper

Undervisningssystemet bygger videre på Zankovs fem undervisningsprinsipper (Blank et al., 2014; Zankov, 1977):

1) Det første prinsippet er undervisning på et høyt nivå. Dette handler om at elevene skal prøve å takle utfordringer i deres nærmeste utviklingssone, som vil føre til utvikling av evner og selvtillit. Med litt innsats og arbeid vil elevene kunne mestre disse utfordringene (Moe & Moe, 2016). Prinsippet handler med andre ord om å utfordre elevene utover det de allerede kan, og ikke helt mestrer enda (Melhus, 2015). I forhold til å møte elevene med disse utfordringene mente Zankov (1977) at dette første prinsippet har en nøkkelrolle blant alle undervisningsprinsippene.

2) Det andre prinsippet er ledende rolle av teoretisk kunnskap. Dette handler om at elevene skal kunne se sammenhenger i lærestoffet, gjennom å bruke sine teoretiske kunnskaper og språk (Melhus, 2015; Moe & Moe, 2016). Dette kan videre gjøres gjennom analyse, syntese, generalisering, planlegging og refleksjon, som skal danne et viktig grunnlag for videre læring.

3) Det tredje prinsippet er rask gjennomgang av stoffet. Dette innebærer blant annet at elevene repeterer stoffet samtidig som de lærer noe nytt stoff. «Poenget er igjen at utviklende opplæring i matematikk har som hovedmål å utvikle elevens egen tenkning og evne til selvstendig problemløsning, samt at det hele tiden er tale om utvikling innen barnas proksimale sone» (Moe & Moe, 2016, s. 74). Denne raske gjennomgangen av stoff er et forsøk på å unngå avbrudd i fremdriften til læringen (Melhus, 2015).

4) Det fjerde prinsippet er bevisstgjøring av barn om deres egen læringsprosess. Dette handler om at elevene kan være reflekterte, gjennom å kunne svare på flere spørsmål knyttet til deres egen læring (Blank et al., 2014; Melhus, 2015). Dette kan inkludere at de blir bevisste på hvordan og hvorfor de lærer, men også hvordan det de lærer nå kan knyttes til det de tidligere har lært. Videre innebærer dette at elevene skal kunne være aktive deltakere i egen læringsprosess (Moe & Moe, 2016).

5) Det femte og siste prinsippet er systematisk og målrettet utvikling av hvert eneste barn i klasserommet. Dette innebærer at det ikke er noe nivåinndeling eller sammenligninger i klassen (Blank et al., 2014; Melhus, 2015). Hvert barn blir sett på som unikt med ulikt læringstempo i samarbeid med andre. Alle elever har sin egen utviklingssone (Moe & Moe, 2016). Det vil alltid være ulikheter til stede i et klasserom, og prinsippet er at elevene jobber sammen om oppgaver som viser disse skillene. Oppgavene er derimot utformet slik at de inneholder ulik vanskelighetsgrad, der alle kan få til noe. Til tross for dette vil det derimot være et obligatorisk minstekrav som det rettes fokus mot, og deretter går prinsippet ut på å strebe mot en maksimal utvikling. I praksis handler dette prinsippet om tilpasset opplæring, der hver enkelt elev skal kunne strekke seg så langt som mulig (Melhus, 2015).

3. Metode

I dette metodekapittelet er det gjort rede for valgene som er tatt i forhold til å kunne svare på forskningsspørsmålet for studien. Det er henholdsvis gjort rede for studiens design, utvalg, innsamling av data, analyse av data, reliabilitet og validitet. Til slutt er det gjort rede for hvilke forskningsetiske retningslinjer jeg har måttet forholde meg til i gjennomføringen av studien.

3.1 Studiens design

For å kunne si noe om hva som kan være involvert i arbeidet med å respondere på elevers matematiske tenkning i helklassediskusjoner, ble det nødvendig å få innsikt i dette undervisningsarbeidet, og en forståelse for hva dette arbeidet kunne innebære for en lærer. Informasjonen til dette lå tilgjengelig i arbeidets naturlige kontekst – klasserommet – der undervisningsarbeidet kunne studeres under arbeidets virkelige forhold (Yin, 2011). Det å gå til selve naturen av undervisningsarbeidet er ifølge Yin (2011) et kvalitativt trekk, og derfor ble det naturlig å velge en kvalitativ forskningsmetode for å utføre denne studien. Den kvalitative tilnærmingen ga videre grunnlag for å kunne fordype seg i det sosiale fenomenet som skulle studeres, med det viktige målet om å oppnå en forståelse av fenomenet (Thagaard, 2013). Dette målet innebar at mine egne fortolkninger fikk en sentral plass i studien (Thagaard, 2013). Det vil si at min forforståelse fra tidligere erfaringer og teoretiske perspektiver kunne få betydning for hvordan de kvalitative dataene i studien ble tolket.

Analyse av audio- og videoopptak ble videre valgt som kvalitativ fremgangsmåte for å belyse det sosiale fenomenet. Fordelen med denne fremgangsmåten er at dataene forekommer naturlig (Silverman, 2011). Det vil si at opptakene som ble tatt i klasserommene av undervisningen og samtalene skjedde uten direkte påvirkning fra forskerne. Det spesifikke undervisningsarbeidet kunne derfor analyseres med utgangspunkt i hvordan timene normalt sett ville foregått. Silverman (2011) peker samtidig på en utfordring med at forskerne vil ha en innflytelse på hvordan dataene utformes når de skal transkriberes i ettertid. I denne studien kan dette ha ført til mangler i transkripsjonene, og at dataene ikke ble helt perfekte. I tillegg kan kvaliteten på dataene ha blitt påvirket av andre faktorer, som hvor lydopptakeren ble plassert i klasserommet og på hvem og hvor kameraet pekte når det filmet. Opptakene av de naturlig forekommende samtalene som oppsto i helklassediskusjonene, ble videre nyttige data for å kunne analysere hvordan læreren responderte på elevenes matematiske svar, og hva dette kunne innebære. Dette kan begrunnes med at denne fremgangsmåten har klare fordeler sammenlignet med andre kvalitative data med sine detaljerte transkripsjoner (Silverman, 2011). For det første hadde denne studien en fordel med at datamaterialet var lett tilgjengelig. Dette ga mer tid til analyseprosessen i de tilfellene jeg normalt sett ville brukt til transkribering av nye data. Samtidig kunne opptakene også spilles om igjen, noe som ga meg mulighet til å forbedre transkripsjonene om dette ble nødvendig. I tillegg hadde transkripsjonene fordelen med at jeg kunne undersøke sekvenser av ytringer i sin helhet, blant annet med presise beskrivelser som pauser og overlapper. Denne tilgjengeligheten av data ble spesielt nyttig for å kunne vurdere mer presist hva som ble sagt under helklassediskusjonene, og som deretter kunne påvirke det spesifikke undervisningsarbeidet.

Den kvalitative studien ble videre basert på ni transkriberte episoder av helklassediskusjoner, fordelt på tre klasserom, som ble utgangspunktet for analysen. Valget om å ha med episoder fra alle klassene på det valgte trinnet ble vurdert til å kunne gi en best mulig helhetlig forståelse av det sosiale fenomenet, som deretter kunne gi et bedre bilde av de store linjene til dette arbeidet. Transkripsjonene ga videre mulighet til å gå gjennom de valgte episodene gjentatte ganger, som ofte var med på å avsløre ulike trekk med arbeidet underveis i analyseprosessen (Silverman, 2011).

3.2 Utvalg

Utvalget for denne kvalitative studien er strategisk valgt med tanke på tilgjengeligheten i transkripsjonene fra forskningsprosjektet MERG2020, og forskningsspørsmålet som ble satt for studien. Prosessen med å velge ut de ni episodene av helklassediskusjoner ble i første omgang gjort med utgangspunkt i å finne situasjoner fra datamaterialet hvor elevenes matematiske tenkning kom til uttrykk. Samtidig ville alt av ytringer som forekom naturlig i disse episodene være av interesse med tanke på kompleksiteten som læreren måtte forholde seg til i klasserommet.

Den første seleksjonen gikk ut på å plukke ut alle transkripsjonene som ble gjennomført på fjerdetrinn fra forskningsprosjektet. Overordnet handlet helklassediskusjonene om volum, likninger og måleenheter. Av totalt 18 timer som ble filmet, var 12 av disse timene på fjerdetrinn. Deretter ble alle disse timene lest gjennom for å finne episoder av helklassediskusjoner der elevenes matematiske tenkning kom til uttrykk. Etter endt lesing hadde 33 episoder av helklassediskusjoner blitt identifisert. Disse ble ytterligere redusert til ni episoder fra syv undervisningstimer. Til slutt ble disse kortet ned med tanke på relevans og interesse. For det første var det interessant å ha med episoder fra alle fjerdeklassene som var med i forskningsprosjektet. Deretter var det interessant at disse episodene varierte i forhold til om de hadde blitt undervist for første, andre eller tredje gang av læreren. Dette ble vurdert som en strategisk utvelging i forhold til å kunne gi et mer fullstendig bilde på hva det spesifikke undervisningsarbeidet kunne innebære (Thagaard, 2013). Det var også av interesse at episodene kunne inneholde spesielle situasjoner som læreren måtte håndtere parallelt med å respondere på elevenes matematiske tenkning – som ikke nødvendigvis trengte å ha så mye med matematikk å gjøre. Episodene ble derfor strategisk valgt i forhold til undersøkelsens teoretiske perspektiver, og ble vurdert til å kunne si noe mer om arbeidets kompleksitet (Thagaard, 2013). Episodenes relevans ble også knyttet til det som ble sett på som interessant med disse, samt at episodene inneholdt ulike matematiske tenkninger fra elevene og ulike lærerresponser til dette.

Episodene ble valgt fra en undervisningskontekst der de jobber med utviklende opplæring i matematikk. Denne tilnærmingen legger vekt på matematisk tenkning og dialog mellom lærer og elev (Blank et al., 2014). Dette gjorde at undervisningskonteksten ble vurdert til å være strategisk i forhold til forskningsspørsmålet som var satt for studien (Thagaard, 2013). Undervisningsepisodene som ble studert inkluderte tre fjerdeklasser med cirka 20 elever i hver klasse fra en barneskole på Sør-Vestlandet. Alle klassene hadde samme kvinnelige matematikklærer. Læreren hadde blant annet på tidspunktet studien ble gjennomført, fullført et fireårig opplæringsprogram i utviklende opplæring i matematikk for to år siden, og hun hadde seks års erfaring med å undervise etter denne tilnærmingen. Læreren ble derfor også vurdert til å ha kvalifikasjoner som var strategiske i forhold til forskningsspørsmålet (Thagaard, 2013). En kunne derfor forvente at læreren tok aktivt i bruk helklassediskusjoner der elevenes matematiske tenkning kunne komme til uttrykk. Det er de ni transkriberte episodene, med lærer og elever som er involvert i disse episodene, som utgjør datamaterialet for denne studien. Utvalgets størrelse ble til slutt vurdert til å kunne gi omfattende analyser av hva som kan være involvert i arbeidet med å respondere på elevenes matematiske tenkning i helklassediskusjoner (Thagaard, 2013).

3.3 Innsamling av data

Utvalget for denne studien ble hentet fra datamaterialet som ble samlet inn ved forskningsprosjektet MERG2020. Prosjektet ble gjennomført våren 2020 i tilknytning til mastergradsstudiet i matematikkdidaktikk, ved Universitetet i Stavanger (UiS, 2021b). Lederen for prosjektet var en professor i matematikkdidaktikk ved samme lærested, og jeg var en av flere studenter som deltok. Prosjektet var en del av kurset «studere matematikkundervisning», der et av målene er å «kunne samle inn, bearbeide og analysere data for å undersøke relevante problemstillinger knyttet til læring og undervisning i matematikk» (UiS, 2021a). Datainnsamlingen strakk seg over to uker. I denne perioden ble det tatt lyd- og videoopptak av totalt atten matematikkundervisningstimer. I tillegg ble det gjennomført to lærerintervjuer og seks elevintervjuer, som det også ble tatt lyd- og videoopptak av. Studentene og professoren, som utgjorde deltakerne i forskningsprosjektet, hadde sammen ansvar for denne innsamlingen av data.

Hver student observerte tre undervisningstimer og var med på å gjennomføre enten et lærer- eller elevintervju. I hver enkelt undervisningstime var det dermed to til fire studenter til stede som observatører. I tillegg var prosjektleder til stede eller innom i alle undervisningstimene og intervjuene for å kontrollere og sikre at alt utstyr virket, og at alle studentene visste hva de skulle gjøre under den praktiske gjennomføringen med å filme matematikktimene/intervjuene. Timene ble filmet med to kamera, som ble satt opp foran og bak i klasserommet. Kameraene ble håndtert av studentene som var observatører i timene. Det bakerste kameraet ble brukt til å filme læreren og hennes bevegelser, mens det fremste kameraet ble brukt til å filme elevene. I de timene det var mer enn to observatører til stede, ble det muligheter for den tredje og fjerde studenten til å gå rundt med et håndholdt kamera, for å ta ekstra bilder eller film til datainnsamlingen. Læreren var i tillegg utstyrt med en mikrofon, slik at ytringer fra samtaler mellom lærer og elevgrupper underveis i timene ville bli tatt opp.

Det var ønskelig at forskningsgruppens rolle under observasjonen skulle være mest mulig passiv i forhold til de relasjonene som det ble tatt lyd- og videoopptak av under undervisningstimene (Thagaard, 2013). En grunn til dette er at «deltakelse fra forskeren kan bidra til at de relasjonene forskeren skal studere, vil endre seg vesentlig» (Thagaard, 2013, s. 79). Denne metoden kalles for observasjon uten deltakelse (Thagaard, 2013). Observasjonen var likevel åpen i den forstand at studentene var til stede og filmet det som skjedde, og læreren og elevene visste at de skulle bli filmet disse to ukene. Dette gjorde at studentenes tilstedeværelse i klasserommet under innsamlingen av lyd- og videoopptakene kan ha påvirket noen av interaksjonene i undervisningstimene. Lydopptakeren kan også ha virket forstyrrende, men vanligvis vil deltakerne ikke bry seg om samtalen tas opp dersom de er engasjert i aktiviteter eller samtaler (Thagaard, 2013). Et videokamera har sannsynligvis større innvirkning på det som studeres enn lydopptaker, og situasjonene kan bli preget av dette (Thagaard, 2013). Dette kan bekreftes fra noen av observasjonene i klasserommene da noen elever kunne påpeke at de ble filmet underveis i timene. I dette forskningsprosjektet var det derfor viktig å strebe etter å gjøre seg så lite bemerket som mulig, ved å innta den passive observatørrollen (Thagaard, 2013). Dette ble gjort etter ønsket om å se interaksjonene mellom lærer og elever slik de mest naturlig pleide å forekomme.

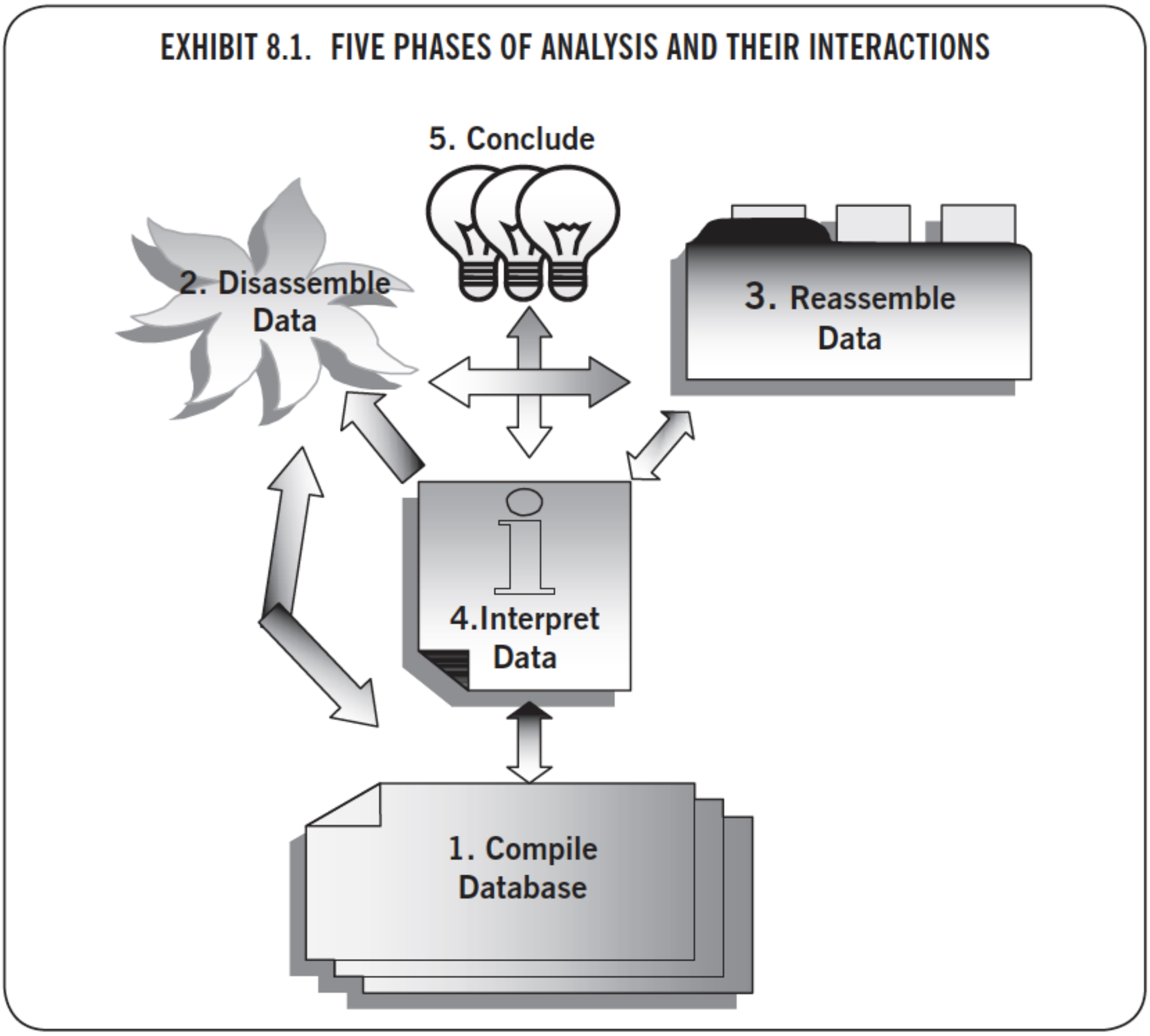
Etter to uker med datainnsamling ble alle undervisningstimene og intervjuene fordelt mellom studentene for transkripsjon. Transkripsjonene ble deretter kontrollert for å sikre kvaliteten. Videoene fra det bakre kameraet som fulgte læreren ble primært brukt til denne transkripsjonsprosessen. Lydopptakene ble også brukt som supplement til transkripsjonene dersom ytringene var utydelige på disse videoene. Hvordan transkripsjonene skulle føres ble styrt av en transkripsjonsnøkkel (vedlegg 1), som blant annet beskrev hvordan pauser, overlapper og overtakelser skulle transkriberes. For å ivareta deltakernes anonymitet ble alt transkribert til normert bokmål (NESH, 2016). Hva som skulle transkriberes ble videre ledet av en transkripsjonsmal, der hovedfokuset lå på selve diskursen med lærerne og elevene sine ytringer, men gestikuleringer og kommentarer ble også transkribert der dette ble naturlig. De ferdige transkripsjonene ble til slutt lagret i en felles delingsmappe på google disk som prosjektlederen hadde opprettet. Her fikk alle studentene tilgang til de ferdige transkripsjonene fra alle undervisningstimene og intervjuene. De ni utvalgte episodene som ble hentet fra denne databasen la videre grunnlaget for analysen av de kvalitative dataene.

3.4 Analyse av data

Analysen av de ni transkriberte episodene ble videre todelt, der den ene delen fulgte en induktiv tilnærming, og den andre delen fulgte en deduktiv tilnærming. Begge delene var inspirert av Ball (2017) sin studie i forhold til å kunne se, navngi og pakke ut noe av det spesielle matematiske undervisningsarbeidet med å respondere på elevenes matematiske tenkning i helklassediskusjoner, og hva dette kunne innebære. Målet med begge delene av analyseprosessen var å prøve å gi et best mulig bilde av dette arbeidet i den valgte undervisningskonteksten som ble studert.

I analysedelen med den induktive tilnærmingen ble de utvalgte episodene brukt som utgangpunkt for å kunne identifisere nye konsepter som kunne si noe om dette spesifikke undervisningsarbeidet (Yin, 2011). I første omgang ble alt av elevsvar, lærerens respons på elevsvarene, lærerhandlinger og elevhandlinger kodet med utgangpunkt i denne induktive metoden. Kodingen fulgte en refleksiv analysesyklus (figur 4) som inkluderer fem analysefaser (Yin, 2011). Den første fasen gikk ut på å sortere og samle dataene i en formell database. De ni utvalgte episodene fra undervisningstimene ble sortert og samlet i et Worddokument. Denne organiseringen måtte gjøres før analysen formelt kunne starte (Yin, 2011). Det neste steget i denne første fasen ble å lese gjennom alle de transkriberte episodene på ny for å kunne friske opp observasjoner fra timene, og tidligere lesing av relevante teorier i tilknytning til det spesifikke undervisningsarbeidet som ble analysert (Yin, 2011). Det ble i tillegg gjennom hele den analytiske prosessen stilt spørsmål om studiens særtrekk, og hvordan de utvalgte episodene kunne forholde seg til forskningsspørsmålet for studien (Yin, 2011).

Figur 4: Analysesyklus (Yin, 2011, s. 178).



Etter å ha lest gjennom episodene på ny og gjort seg opp noen tanker, begynte fase to i analysesyklusen, som handlet om å dele opp datamaterialet i mindre biter (Yin, 2011). Dette ble gjort gjennom en formell kodeprosedyre. Denne prosessen ble gjentatt flere ganger som en slags prøve- og feile-prosess, med å gå frem og tilbake mellom de to første fasene. De første innledende kodene ble typisk gjentakelser av originaltekst, samtaler og handlinger som foretok seg i episodene. Deretter ble kodene fordelt i kategorikoder etter hvilke koder som kunne relateres til hverandre. Her ble det i første omgang utviklet ulike kategorikoder for elevsvar og lærerens respons på elevsvarene. Etter samtale med veileder underveis i analyseprosessen ble det vurdert at noen av disse kategorikodene var nærmere knyttet til henholdsvis elevhandlinger og lærerhandlinger, enn elevsvar og lærerresponser på disse. Handlingene ble likevel vurdert som nyttige og utfyllende i forhold til å kunne gi et bedre bilde av det spesifikke undervisningsarbeidet som ble studert. Dermed ble disse også inkludert i den videre analyseprosessen. Både de innledende kodene og kategorikodene ble i første omgang ført inn i kolonner som ble lagt til det originale datamaterialet (vedlegg 2). Kodene inneholdt både tekst og en tilknyttende tallkode. Det ble også brukt fargekoder for å knytte sammen de ulike kodene og originalteksten fra transkripsjonene. Dette gjorde at det blant annet ble enklere å telle opp og finne igjen koder som skulle endres eller forbedres underveis. Med et forholdsvis stort datamateriale ble dette avgjørende for gjennomføringen av analyseprosessen.

For å kunne se etter mønster blant alle kodene som var utviklet, ble det videre i fase tre laget egne matrisetabeller (vedlegg 3) for henholdsvis type elevsvar, type lærerresponser, type elevhandlinger og type lærerhandlinger (Yin, 2011). Denne monteringen av data ble gjort for å samle de ulike kategorikodene i egne tilhørende tabeller. Etter samlingen av data i tabeller fortsatte analyseprosessen med å gå frem og tilbake mellom fase to og fase tre. Dette ble gjort for å kunne se etter likheter og ulikheter i datamaterialet, samt søke etter alternative forklaringer på innledende koder og kategorikoder (Yin, 2011). Samlingen av data gjorde også at det videre i denne prosessen ble utviklet overordnede koder i alle tabellene, samtidig som det ble utviklet underordnede koder som sa noe om kjennetegnene på de overordnede kodene. Etter at alle kodene var blitt utviklet, ble de hver for seg tellet opp. Dette ble gjort for å kunne se etter mønster i hvilke typer elevsvar og lærerresponser som oppstod oftest. Samtidig ble lærer- og elevhandlingene telt opp for å kunne se etter mønster i handlinger som kunne påvirke dette spesifikke undervisningsarbeidet. Mønstrene var med på å kunne gi et klarere bildet på hva som kan være involvert i det spesifikke undervisningsarbeidet som ble studert og analysert i den strategiske undervisningskonteksten.

I fase fire av analysesyklusen ble matrisetabellene videre gjort om til frekvenstabeller for en bedre og mer oversiktlig fremstilling av de etablerte kodene. Denne fasen blir sett på som en nøkkeldel i analysesyklusen, der monteringen av data blir tolket (Yin, 2011). Innledende tolkninger kunne dermed føre til at jeg ønskte å dele opp eller montere dataene sammen på ny. Dette viser igjen analysesyklusens refleksivitet. De endelige frekvenstabellene ble til slutt utgangspunktet for presentasjonen, beskrivelsene og den videre tolkningen av funnene i resultatkapitlet.

I analysedelen med den deduktive tilnærmingen ble tidligere identifiserte undervisningsoppgaver brukt som utgangspunkt for å identifisere disse oppgavene i de utvalgte episodene (Yin, 2011). Disse undervisningsoppgavene ble hentet fra Ball et al. (2008) og Delaney (2008) sine studier. Undervisningsoppgavene som ble inkludert og brukt var spesifikt rettet mot det spesifikke undervisningsarbeidet som ble studert. Av totalt 35 undervisningsoppgaver ble 24 av disse identifisert i det valgte datamaterialet. I denne prosessen ble både originaltekst, innledende koder, kategorikoder og overordnede og underordnede koder fra den induktive analysen brukt i prosessen med å identifisere disse undervisningsoppgavene.

I første omgang ble undervisningsoppgavene identifisert med utgangspunkt i originaltekster, innledende koder og kategorikoder. På lik linje med de innledende kodene og kategorikodene ble de lagt til i en kolonne med det originale datamaterialet (vedlegg 2), og kodet med tilhørende tallkoder og fargekoder. Underveis i fase tre i analyseprosessen ble undervisningsoppgavene også overført til en matrisetabell for å kunne få en bedre oversikt over alle oppgavene som hadde blitt identifisert (vedlegg 4). Når alle kodene fra den induktive analysen var utviklet, med overordnede og underordnede koder, ble det gjennomført nye analyser av de identifiserte undervisningsoppgavene i datamaterialet. Dette ble på lik linje med den induktive analysen gjort for å kunne se etter likheter og ulikheter i datamaterialet, samt etter alternative forklaringer på innledende undervisningsoppgaver (Yin, 2011). Etter endt deduktiv analyse ble alle undervisningsoppgavene til slutt tellet opp. Dette ble gjort for å kunne se etter mønster i forhold til hvilke oppgaver som forekom oftest. Mønstrene var med på å kunne gi et klarere bildet på undervisningsoppgavene som var inkludert i det spesifikke undervisningsarbeidet i den valgte undervisningskonteksten. Undervisningsoppgavene ble deretter presentert, beskrevet og tolket videre med utgangspunkt i en frekvenstabell i resultatkapitlet. Etter at dataene fra den induktive og deduktive analysen hadde blitt presentert, beskrevet og tolket, samt diskutert i forhold til relevant litteratur, ble konklusjonen for studien skrevet, som er den femte og siste fasen i analysesyklusen (Yin, 2011).

3.5 Reliabilitet og validitet

Reliabilitet og validitet er sentrale begreper i diskusjonen om studiens troverdighet (Silverman, 2011). I kvalitativ forskning er det derimot vanlig å bruke begrepene pålitelighet og gyldighet i denne sammenheng. Disse begrepene blir derfor brukt videre. For å kunne argumentere for studiens pålitelighet må jeg «redegjøre for hvordan dataene er blitt utviklet i løpet av forskningsprosessen» (Thagaard, 2013, s. 202). Grunnen til at påliteligheten knyttes til denne redegjørelsen er fordi det i kvalitativ forskning vil variere fra gang til gang når det samme undervisningsarbeidet skal studeres (Thagaard, 2013). I de foregående delkapitlene er det derfor gjort konkret og spesifikt rede for hvordan de kvalitative dataene har blitt valgt ut, samlet inn og analysert fra start til slutt i forskningsprosessen. På den måten kan andre forskere både kunne etterprøve og vurdere metoden som er brukt i denne studien trinn for trinn. Forskningsprosessen er dermed gjort gjennomsiktig (Silverman, 2011; Thagaard, 2013; Yin, 2011).

Silverman (2011) mener det også bør legges vekt på en teoretisk gjennomsiktighet i forskningsprosessen. Jeg har gjort dette gjennom å gjøre rede for studiens teoretiske ståsted. Det teoretiske ståstedet er hentet fra Ball (2017) sin studie, og er beskrevet mer utfyllende i teorikapitlet. Dette la grunnlaget for tolkningene av de utvalgte kvalitative dataene som ble samlet inn. Videre kan det argumenteres for studiens pålitelighet ved å reflektere over rollen min i denne datainnsamlingen (Thagaard, 2013). Forskningsgruppens intensjon med selve datainnsamlingen var å forholde seg så passiv som overhodet mulig i forhold til deltakerne som det ble tatt lyd- og videoopptak av. Deltakerne kan likevel ha blitt påvirket av både observatørenes tilstedeværelse, og at de ble tatt lyd- og videoopptak av. Ingen av episodene som ble inkludert i denne studien inneholdt episoder der dette tydelig er tilfelle. Likevel ble det tatt hensyn til i analyseprosessen at deltakere kan ha endret uttrykksmåte, eller forholdt seg anonyme under innspillingene. Samtidig gjorde flyten i helklassediskusjonene med den erfarne kvinnelige læreren at observatørenes tilstedeværelse ikke kan ha påvirket undervisningen i betydelig grad. Dermed kan det antas at det spesifikke undervisningsarbeidet som ble studert foregikk i en tilnærma naturlig kontekst.

Bruken av video med tilhørende transkripsjoner bidro videre til at jeg kunne utvikle data fra presise gjengivelser av samtaler (Thagaard, 2013). Fremgangsmåten gjorde at det også ble enklere å skille primærdata fra egne tolkninger i analyseprosessen. Det kan videre argumenteres for at kvaliteten på dataene ble gode i den forstand at de hver for seg først ble transkribert, før de deretter ble kontrollert av andre deltakere i forskningsprosjektet. Selv om transkripsjonene ble gjennomgått to ganger, er jeg innforstått med at dataene kan inneholde feil og mangler. Dette er spesielt i de tilfeller når lyden ikke strakk til på video- eller lydopptakene. Noen av episodene som er inkludert i denne studien inneholdt noen slike tilfeller, og er markert med «(ukjent tekst)» i transkripsjonene. Tolkningene av dataene kan derfor ha blitt påvirket i forhold til at deler av sammenhengen manglet. Det store datamaterialet bidro derimot til en omfattende analyse av det spesifikke undervisningsarbeidet som ble studert. Tolkningene er dermed basert på et bredt spekter med data, som i det store bildet kan ha bidratt til at de manglende ytringene som er inkludert ikke fikk stor betydning for utfallet av tolkningene.

Om tolkningene av data representerer den virkeligheten jeg har studert, vurderes videre gjennom forskningens gyldighet (Silverman, 2011). I denne studien vil det si om tolkningene av det spesifikke undervisningsarbeidet kan sees på som gyldige. Målet med denne kvalitative studien ble å oppnå en forståelse av det spesifikke undervisningsarbeidet med å respondere på elevers matematiske tenkning i helklassediskusjoner, og hva dette kunne innebære. I tillegg til en beskrivelse av arbeidet, innebar det også mine egne fortolkninger av dette arbeidet i presentasjonen av resultatene. Grunnlaget for fortolkningene, som videre ble grunnlaget for studiens konklusjon, er gjort gjennomsiktig i det forrige delkapitlet. Denne tydelige redegjørelsen for hvordan studiens analyse danner dette grunnlaget er med på å styrke studiens gyldighet (Thagaard, 2013).

Et annet begrep som brukes i tilknytning til studiens gyldighet, er overførbarhet (Thagaard, 2013). Begrepet overførbarhet brukes i forhold til om studiens tolkninger kan være gyldige i andre sammenhenger (Thagaard, 2013). I denne studien er det selve undervisningsarbeidet som ble studert – ikke en spesifikk lærer – og dermed vil tolkningene kunne være gyldige i andre undervisningskontekster. Dette kan blant annet begrunnes med at undervisningsoppgavene som er identifisert i denne studien er hentet fra tidligere studier (Ball et al., 2008; Delaney, 2008). Undervisningsoppgavene har dermed blitt identifisert i andre undervisningskontekster enn den som er studert i dette tilfelle. Dermed kan de samme undervisningsoppgavene kunne identifiseres i andre studier som studerer det samme spesifikke undervisningsarbeidet som denne studien. Et annet argument som brukes i denne sammenheng er at ved å se på undervisningsarbeidet som en profesjonell praksis vil tolkningene kunne overføres til andre undervisningskontekster (Hoover et al., 2014). Dette kan videre begrunnes med at andre lærere kan kjenne seg igjen i tolkningene av det spesifikke undervisningsarbeidet som ble studert (Thagaard, 2013). Studien kan dermed bidra til økt kunnskap på dette området, og være en del av et større arbeid med å si hva som kan være involvert i arbeidet med å respondere på elevers matematiske tenkning i helklassediskusjoner.

En kritisk gjennomgang av analyseprosessen er en annen måte å styrke studiens validitet på (Thagaard, 2013). Denne prosessen har blant annet veilederen min i denne studien vært med på. Når episodene ble kodet og tolket, har veileder underveis i analyseprosessen vært en samtalepartner og kritisk stemme med sine erfaringer og kunnskaper på området. Veileder har selv erfaring med studier med samme teoretiske ståsted, og kunne derfor være med å ta avgjørende beslutninger i forskningsprosessen, i forhold til tolkning av data.

3.6 Forskningsetiske perspektiver

I utførelsen av denne studien har jeg forholdt meg til NESHs forskningsetiske retningslinjer (NESH, 2016). I første omgang ble det tatt hensyn til at studien omhandlet personopplysninger. Dette ble håndtert med å innhente samtykke fra deltakerne, samt med å gi tilstrekkelig informasjon om formålet med forskningsprosjektet, og hva det ville innebære å delta i prosjektet. Ifølge NESH (2016) skal samtykket både være fritt, informert og uttrykkelig. Til denne studien ble det derfor utarbeidet informasjonsskriv til både foreldre (vedlegg 5) og lærere (vedlegg 6) der dette ble beskrevet nærmere. Her ble det informert om at det var frivillig å delta, og at deltakerne når som helst kunne trekke seg fra prosjektet. I tillegg ble det gitt tilstrekkelig informasjon om hva formålet med forskningsprosjektet var, og hva det ville si å delta i prosjektet. Til slutt ble det også informert om hvordan opplysningene fra studien ville bli oppbevart og brukt i ettertid av innsamlingen av data. Dersom hele informasjonsskrivet ble lest, skal deltakerne ha fått en klar forståelse for hva det vil si å delta i forskningsprosjektet. Informasjonsskrivene ble videre sendt ut til lærerne og elevenes foreldre. Grunnen til at informasjonsskrivet ble sendt ut til elevenes foreldre, er fordi jeg må innhente samtykke fra deltakernes foresatte når de er under femten år (NESH, 2016). Etter dette måtte lærerne og elevenes foreldre skrive under på en samtykkeerklæring for deltakelse i både observert undervisning og intervju. De elevene og lærerne som fikk og ga samtykke utgjorde dermed deltakerne i dette forskningsprosjektet.

Videre er behandling av personopplysninger som ble samlet inn fra lyd- og videoopptakene meldepliktige (Thagaard, 2013). Forskningsprosjektet som er tilknyttet Universitetet i Stavanger ble dermed meldt til NSD (Norsk Samfunnsvitenskapelig Datatjeneste). Dette ble gjort ved at prosjektleder i forkant av prosjektet sendte inn et meldeskjema for behandling av personopplysninger (vedlegg 7), og fikk godkjent dette før prosjektet startet. Godkjenningen innebar blant annet at dataene kunne brukes fra de ble samlet inn våren 2020 helt til slutten av 2021. Dette gjorde at jeg kunne bruke datamaterialet fra dette forskningsprosjektet til denne masteroppgaven.

I forhold til behandlingen av det innsamlede datamaterialet skal dette videre behandles konfidensielt og fortrolig (NESH, 2016; Thagaard, 2013). Dette vil si at datamaterialet skal behandles på en slik måte at informasjonen som blir gitt fra deltakerne ikke skal kunne identifiseres og knyttes til de som har gitt denne informasjonen. I dette forskningsprosjektet ble det i første omgang løst med at alle studentene fikk egne krypterte minnepinner. Dette ble gjort for å unngå uheldig spredning av datamaterialet. Deretter ble det løst med å gi alle deltakerne fiktive navn, som ble brukt i transkripsjonsprosessen. I tillegg til dette ble også all skrift normert til bokmål for å ivareta deltakernes anonymitet. Denne studien inkluderer kun disse ferdige transkripsjonene. Minnepinnene ble levert tilbake til prosjektleder før studien ble levert. Når prosjektet avsluttes, vil alle lyd- og videoopptak slettes, og kun anonymiserte transkripsjoner vil bli oppbevart.

4. Resultater

Målet med denne studien var å pakke ut hva som kunne være involvert i arbeidet med å respondere på elevers matematiske tenkning i helklassediskusjoner (Ball, 2017). I denne prosessen ble ni utvalgte episoder fra syv undervisningstimer analysert. Episodene ble hentet fra ulike timer der de jobbet med volum, likninger og måleenheter. Analysen av disse utvalgte episodene med helklassediskusjoner er videre presentert, beskrevet og tolket, for å kunne si noe konkret i forhold til hva som kunne være involvert i dette spesifikke arbeidet. I første omgang er dette presentert og beskrevet gjennom funn av ulike typer elevsvar og lærerresponser på disse.

4.1 Elevsvar og lærerresponser

Av alle elevsvarene som ble identifisert i datamaterialet, ble det til slutt laget tre hovedkategorier som alle elevsvarene kunne plasseres i. Disse er presentert i Tabell 1, og inkluderte at elevene svarte på lærerens spørsmål eller kommentarer og videre på en annen elevs svar. Totalt ble det funnet 63 elevsvar av disse typene. Av alle disse var det en klar overvekt av at elever *svarer på lærerens spørsmål* (65.1%). At elever *svarer på lærerens kommentar* (23.8%) og *svarer videre på en annen elevs svar* (11.1%) utgjorde til sammen (22) cirka halvparten av alle elevsvarene som ble gitt etter spørsmål fra lærer (41).

Tabell 1. Typer elevsvar

	Frekvens	**Prosent**
Svarer på lærerens spørsmål	41	65.1%
Svarer på lærerens kommentar	15	23.8%
Svarer videre på en annen elevs svar	7	11.1%
Totalt	*63*	*100%*

Det klart hyppigste svaret som ble gitt på at elever *svarer på lærerens spørsmål* var at de ga ett rett svar (17). Dette var også det klart hyppigste svaret totalt sett (24) blant alle elevsvarene som ble gitt (63). De andre svartypene som ble gitt forekom mer likt, og inkluderte alt fra at elevene svarte feil (7), med usikkerhet (7), bekreftende på lærerens spørsmål (4), samtidig med andre elever (4), og med manglende forståelse (2). At elevene ga rett svar (5) var også det hyppigste svaret som ble gitt på at elever *svarer på lærerens kommentar*, men det skilte seg ikke mye ut i forhold til de andre svartypene. Disse inkluderte at elevene svarte bekreftende på lærerens respons (3), samtidig med andre elever (2), med usikkerhet (2), med manglede forståelse (2), og feil (1). I den siste hovedkategorien for typer elevsvar var det tre ulike svar som forekom like mange ganger, og et svar som forekom færrest ganger av elevsvarene som ble gitt. De tre hyppigste elevsvarene for at elever *svarer videre på en annen elevs svar* inkluderte at elever svarte rett (2), bekreftende på en annen elevs svar (2), og med manglende forståelse (2). Den siste typen elevsvar som forekom færrest ganger inkluderte at elevene svarte feil (1).

Elevsvar gir muligheten til at læreren kan respondere på disse. Ofte resulterte de ulike elevsvarene i lengre lærerresponser. Dette førte til at totalt antall lærerresponser (115) ble en del høyere enn totalt antall (63) elevsvar, fordi de lengre responsene kunne inneholde flere ulike typer lærerresponser. Alle lærerresponsene som ble identifisert ble til slutt fordelt i fire hovedkategorier. Disse er presentert i Tabell 2, og inkluderte at læreren responderte med å stille oppfølgingsspørsmål til elevsvaret, bekrefte elevsvaret, gjenta elevsvaret og utvide elevsvaret. At læreren *responderer med å stille oppfølgingsspørsmål til elevsvaret* (37.4%) og *responderer med å bekrefte elevsvaret* (30.4%) utgjorde størsteparten av alle lærerresponsene. De to siste hovedkategoriene med at læreren *responderer med å gjenta elevsvaret* (16.5%) og *responderer med å utvide elevsvaret* (15.7%) utgjorde til sammen (36) litt under en tredjedel av alle lærerresponsene til elevsvarene totalt sett. Det var derimot mer jevnt mellom hovedkategoriene for typer lærerresponser sammenlignet med hovedkategoriene for typer elevsvar.

Tabell 2. Typer lærerresponser

	Frekvens	**Prosent**
Responderer med å stille oppfølgingsspørsmål til elevsvaret	43	37.4%
Responderer med å bekrefte elevsvaret	35	30.4%
Responderer med å gjenta elevsvaret	19	16.5%
Responderer med å utvide elevsvaret	18	15.7%
Totalt	*115*	*100%*

Når læreren *responderer med å stille oppfølgingsspørsmål til elevsvaret*, var den vanligste måten at hun stilte elevene ledende spørsmål (12). Denne typen oppfølgingsspørsmål forekom litt oftere enn de andre spørsmålene i denne hovedkategorien. De andre oppfølgingsspørsmålene varierte mer, og noen var så spesifikke at de bare forekom noen få ganger. Disse gikk ut på at læreren stilte elevene undrende spørsmål (7), repeterende spørsmål (5), spørsmål om memoreringsferdigheter (5), spørsmål om begreper og størrelser (4), spørsmål om bekreftelse (3), spørsmål som ble videreført fra en annen elev (3), spørsmål om repetisjon og forslag (2) og spørsmål om forståelse og betenkningstid (2). I den neste hovedkategorien, der læreren *responderer med å bekrefte elevsvaret*, var den klart hyppigste bekreftelsen at læreren bekreftet elevenes svar med anerkjennende ord (19). Denne responsen var i tillegg den lærerresponsen som forekom flest ganger totalt sett av alle lærerresponsene som ble funnet. Videre inkluderte bekreftelsesresponsene at læreren bekreftet svaret med en omformulering (9) og ved å akseptere elevers manglende forståelse (5). De to siste bekreftelsesresponsene forekom en gang hver, der den ene gikk ut på at læreren bekreftet elevsvaret med å sette en strek under noe som ble sagt (1), og den andre at læreren startet på en bekreftelse av elevsvaret, men ble avbrutt midt i responsen (1).

Den vanligste måten læreren *responderer med å gjenta elevsvaret* var at læreren gjentok elevenes svar muntlig (16). I tillegg til dette, innebar den andre responsen at svaret ble gjentatt både muntlig og skriftlig (3). Elevsvaret ble derfor alltid gjentatt muntlig, uavhengig om det ble skrevet ned eller ikke. I den siste hovedkategorien der læreren *responderer med å utvide elevsvaret* var den vanligste utvidelsen at læreren utvidet elevenes svar med å vise til strategier (5). De resterende utvidelsene gikk ut på at læreren utvidet elevsvaret med å presisere grunnleggende forutsetninger for utregning (4), trekke sammenhenger (4), illustrere svaret med gestikuleringer (3) og at læreren begynte å utvide elevsvaret, men ble avbrutt (2).

Tabell 1 og Tabell 2 med tilknyttende beskrivelser er direkte funn knyttet til type elevsvar og typer lærerresponser på disse, som ble funnet i datamaterialet. Disse kunne si noe direkte om hva som kunne være involvert i arbeidet med å respondere på elevers matematiske tenkning i helklassediskusjonene. I tillegg til elevsvarene og lærerresponsene foregikk det også flere elev- og lærerhandlinger som var involvert og kunne knyttes til disse funnene. Disse er videre presentert og beskrevet i neste delkapittel.

4.2 Elevhandlinger og lærerhandlinger

Elevhandlinger som var involvert og kan knyttes til lærerens arbeid med å respondere på elevers matematiske tenkning ble til slutt fordelt i fire hovedkategorier. Disse elevhandlingene er presentert i tabell 3, og inkluderte at elevene rakte opp hånden, sa noe uten å ha fått ordet, gjorde noe som påvirket flyten i diskusjonen, og gestikulerte eller beveget seg i forhold til læreren. Alle handlingene fordelte seg relativt likt. *Rekker opp hånden* (30.4%) og *sier noe uten å ha fått ordet* (26.1%) var de handlingene som forekom oftest. *Gjør noe som påvirker flyten i diskusjonen* (21.7%) og *gestikulerer/beveger seg i forhold til læreren* (21.7%) var de handlingene som forekom færrest ganger. Totalantallet (23) var likevel lavt i forhold til både elevsvar (63) og lærerresponser (115). Dette førte til at flere av elevhandlingene innenfor de ulike typene var unike, og forekom kun en gang hver.

Tabell 3. Typer elevhandlinger

	Frekvens	Prosent
Rekker opp hånden	7	30.4%
Sier noe uten å ha fått ordet	6	26.1%
Gjør noe som påvirker flyten i diskusjonen	5	21.7%
Gestikulerer/beveger seg i forhold til læreren	5	21.7%
Totalt	*23*	*100%*

Elevhandlingen *rekker opp hånden* gikk ut på hvem som gjorde dette. De fleste var gutter (4), og i det andre tilfellet var det flere elever (3) som rakte opp hånden. Funnene inkluderte dermed ikke tilfeller der bare jenter rakte opp hånden. Den neste elevhandlingen *sier noe uten å ha fått ordet* inkluderte flere spesifikke typer handlinger. Den typen elevhandling som forekom oftest, var at elever tenkte høyt (2). De resterende typene elevhandlinger inkluderte at elever fullførte lærerens forklaring om multiplikasjon (1) og egen usikkerhet (1), samt at de ropte ut av glede (1) og kommenterte noe en medelev sa (1).

Elevhandlingen *gjør noe som påvirker flyten i diskusjonen* inkluderte fem spesifikke typer handlinger. Disse gikk ut på at elever sa navnet til læreren ut å ha fått ordet (1), sa noe morsomt om en teknisk forstyrrelse (1), uttrykte et ønske om å delta i forstyrrelsen (1), spurte om å få gå på do (1) og gråt ved pulten (1). Videre inkluderte den siste hovedkategorien *gestikulerer/beveger seg i forhold til læreren* flere spesifikke typer elevhandlinger, der ett av dem forekom hakket oftere enn de andre. Denne typen elevhandling inkluderte at elever nikket bekreftende (2). De andre typene elevhandlinger gikk ut på at elever pekte på en teknisk forstyrrelse (1), smilte usikkert (1) og løftet armen i glede (1).

Lærerhandlinger som var involvert og kan knyttes til lærerens arbeid med å respondere på elevers matematiske tenkning ble videre delt inn i seks hovedkategorier. Disse er presentert i tabell 4, og inkluderte at læreren gestikulerte eller beveget seg i forhold til elevene i klasserommet, ga elever ordet eller tips, håndterte noe som påvirket flyten i diskusjonen, innledet diskusjonen og spøkte med elevene. Det var to lærerhandlinger som skilte seg ut fra de andre. Lærerhandlingene *gestikulerer/beveger seg i forhold til elevene i klasserommet*

(36.4%) og *gir elever ordet* (30.3%) var de handlingene som forekom klart oftest. Videre fordelte lærerhandlingene seg mellom at læreren *gir elever tips* (13.6%), *håndterer noe som påvirker flyten i diskusjonen* (10.6%), *innleder diskusjonen* (6.1%) og *spøker med elevene* (3%). Det ble faktisk funnet flere lærerhandlinger (66) enn elevsvar (63) i datamaterialet. Dette illustrerer igjen at de lengre lærerytringene fra datamaterialet også inneholdt flere lærerhandlinger i tillegg til de ulike lærerresponsene.

Tabell 4. Typer lærerhandlinger

	Frekvens	**Prosent**
Gestikulerer/beveger seg i forhold til elevene i klasserommet	24	36.4%
Gir elever ordet	20	30.3%
Gir elever tips	9	13.6%
Håndterer noe som påvirker flyten i diskusjonen	7	10.6%
Innleder diskusjonen	4	6.1%
Spøker med elevene	2	3%
Totalt	*66*	*100%*

Det klart hyppigste tilfellet med lærerhandlingen *gestikulerer/beveger seg i forhold til elevene i klasserommet* var at læreren pekte eller så på det hun sa og forklarte til elevene (11). De resterende typene av denne lærerhandlingen varierte mer og forekom sjeldnere. Disse inkluderte at læreren gikk nærmere de hun snakket til (3), så spørrende på de hun snakket til (3), nikket eller pekte bekreftende til elever (2), gikk bort fra de hun snakket til og mot tavlen (2), viste med hendene at noe var stort eller likt (2) og viste tommel opp (1). De neste typene av lærerhandlingen *gir elever ordet* gikk ut på hvem læreren ga ordet til. Det var forholdsvis likt, men læreren ga ordet litt flere ganger til guttene (12) enn til jentene (8). Selv om datamaterialet ikke tydelig viste at jentene rakte opp hånden, viste dette derimot at jentene fikk ordet flere ganger av læreren. Videre gikk typene av lærerhandlingen *gir elever tips* ut på hva læreren sa at elevene skulle tenke på. Disse inkluderte også en del spesifikke tips. Læreren ga elevene tips om å tenke på kjente tall eller lengder (3), like eller ulike måleenheter (2), formler (1), likheter (1), sammenhenger (1) og at de måtte tenke en gang til (1).

Den neste lærerhandlingen *håndterer noe som påvirker flyten i diskusjonen* ble funnet i enkelttimer eller enkelt hendelser. Det tilfellet som forekom oftest, var at læreren måtte håndtere en teknisk forstyrrelse (5) i en enkelttime. De andre var mer spesifikke, og inkluderte at læreren måtte håndtere en enkeltelev som gråt (1) og som spurte om å få gå på do (1).

Lærerhandlingen *innleder diskusjonen* handlet om hvordan læreren innledet diskusjoner med ulike spørsmål. Disse inkluderte repetisjonsspørsmål (2), utforskende spørsmål (1) og utregningsspørsmål (1). Den siste lærerhandlingen *spøker med elevene* ble også funnet i en enkelttime, og handlet om at læreren først omtalte et retorisk spørsmål som overdrevent (1) vanskelig, før hun til slutt avslørte seg selv og erkjente denne overdrivelsen for elevene (1).

Elev- og lærerhandlingene ga et større bilde av hva som kunne være involvert i arbeidet med å respondere på elevers matematiske tenkning i helklassediskusjoner. De var med på å bidra med flere beskrivelser av noe av det som kunne foregå parallelt eller underveis i dette spesifikke undervisningsarbeidet. For å kunne pakke ut det spesifikke undervisningsarbeidet ytterligere ble det til slutt identifisert ulike typer undervisningsoppgaver. Disse er presentert og beskrevet i neste delkapittel.

4.3 Undervisningsoppgaver

Ball et al. (2008) og Delaney (2008) har tidligere identifisert ulike typer undervisningsoppgaver som kan knyttes til utfordringer læreren står ovenfor i arbeidet med å respondere på elevers matematiske tenkning i helklassediskusjoner. Undervisningsoppgavene som ble funnet er hentet fra disse studiene og er presentert i tabell 5. Alle de utvalgte undervisningsoppgavene er oversatt til norsk. I dette arbeidet er Fauskanger og Mosvold (2016) sine norske oversettelser brukt[1]. I tillegg er det brukt egne oversettelser av undervisningsoppgavene som ble hentet fra Delaney (2008) sin studie.

Tabell 5. Typer undervisningsoppgaver

	Frekvens
Forklare om elevenes påstander er rimelige (ofte raskt)*	32
Gi indikasjoner på at elevenes svar er rett	28
Gi, eller evaluere, matematiske forklaringer*	21
Bruke matematisk notasjon og språk, og bedømme bruken*	20
Stille fruktbare matematiske spørsmål*	18
Hjelpe eller lede elever som sitter fast eller har feil (f.eks. ledetråder eller forslag)	16
Respondere på matematiske kommentarer, uttalelser eller antagelser fra elever	16
Følge elevenes beskrivelser	14
Forklare matematiske ideer	12

[1] Undervisningsoppgavene som er markert med * er Fauskanger og Mosvold (2016) sine norske oversettelser av undervisningsoppgavene til Ball et al. (2008).

Be elever om å utvide svaret	11
Be elever om å gjøre svaret mer klart	9
Gi indikasjoner på at elevenes svar er feil	8
Be andre elever om å kommentere et svar eller en uttalelse fra medelever	7
Respondere på matematiske spørsmål fra elever	6
Hjelpe elever å beskrive matematiske prosedyrer	6
Skrive tall og matematiske operasjonssymboler på tavlen	5
Definere og/eller forklare matematiske begreper	5
Be elever om å løse et problem eller beregne svaret i hodet	5
Sammenligne eller skille mellom forskjellige måter å representere data på	4
Bruke representasjoner for å forklare operasjoner eller andre matematiske ideer	4
Følge elevenes forklaringer	4
Be elever om å begrunne et svar eller en uttalelse	3
Synliggjøre betydningen av et matematisk begrep	2
Stille et matematisk spørsmål om et emne som ikke er undervist i leksjonen	1
Totalt	*257*

Undervisningsoppgavene ble identifisert fra lærerresponsene som ble gitt etter at elevene hadde kommet med sine matematiske tenkninger. I likhet med at de lengre lærerresponsene inneholdt flere ulike typer lærerresponser, inneholdt de også flere ulike typer undervisningsoppgaver. Samtidig var det en del av undervisningsoppgavene som var nært knyttet til hverandre. Dette gjaldt spesielt på tvers av noen av Ball et al. (2008) sine mer generelle og Delaney (2008) sine mer spesifikke undervisningsoppgaver. Flere av undervisningsoppgavene ble derfor ofte identifisert samtidig. Totalt ble det funnet 24 ulike typer undervisningsoppgaver. Av disse ble klart flest hentet fra Delaney sin studie (20), og færrest fra Ball sin studie (4). Likevel utgjorde undervisningsoppgavene fra Ball sin studie (91) en stor andel av alle de identifiserte undervisningsoppgavene (257) i forhold til det store antallet av undervisningsoppgaver fra Delaney sin studie (166). Av de 24 undervisningsoppgavene som ble funnet ble 10 av disse identifisert mer enn 10 ganger hver, mens 14 av disse ble identifisert under 10 ganger hver. Videre vil de 10 undervisningsoppgavene som forekom oftest bli beskrevet parvis i forhold til hvilke lærerresponser de ble knyttet til, og hvilke andre utfordringer som eventuelt foregikk parallelt med disse utfordringene.

Av alle utfordringene som kan være involvert i lærerens arbeid med å respondere på elevers matematiske tenkning i helklassediskusjoner var det å *forklare om elevenes påstander er rimelige (ofte raskt)* (32) og *gi indikasjoner på at elevenes svar er rett* (28), som oftest ble identifisert. Disse utfordringene ble alltid koblet sammen med unntak av noen få tilfeller (4). I de tilfellene de ble koblet sammen inkluderte dette i all hovedsak lærerresponser som gikk ut på å bekrefte elevsvaret på ulike måter (24), men også noen tilfeller der læreren gjentok elevsvaret (4). Når utfordringen *forklare om elevenes påstander er rimelige (ofte raskt)* forekom alene, inkluderte dette at læreren bekreftet svaret ved å akseptere elevenes manglende forståelse. I tillegg til dette var det de to utfordringene *følge elevenes beskrivelser* (3) og *følge elevenes forklaringer* (3) som oftest foregikk parallelt med disse utfordringene.

Videre forekom å *gi, eller evaluere, matematiske forklaringer* (21) og *bruke matematisk notasjon og språk, og bedømme bruken* (20) ofte i datamaterialet. *Gi, eller evaluere, matematiske forklaringer* ble som regel identifisert fra lærerresponser som gikk ut på å utvide elevsvaret på ulike måter (17), men også fra responser der læreren bekreftet elevsvaret med en omformulering (3), og der læreren stilte et oppfølgingsspørsmål (1). *Bruke matematisk notasjon og språk, og bedømme bruken* ble identifisert litt bredere med flest funn i responser der læreren stilte ulike oppfølgingsspørsmål (8) og gjentok elevsvaret (6), og færrest funn i responser der læreren utvidet (4) og bekreftet (2) elevsvarene på ulike måter. Begge utfordringene foregikk ofte parallelt (8), samtidig som de også knyttet seg til flere av de andre utfordringene som ble identifisert. For begge utfordringene var det å *respondere på matematiske kommentarer, uttalelser eller antagelser fra elever*, den oppgaven som oftest var knyttet sammen med disse utfordringene.

Å *stille fruktbare matematiske spørsmål* (18) og *hjelpe eller lede elever som sitter fast eller har feil (f.eks. ledetråder eller forslag)* (16) var andre utfordringer som forekom relativt ofte. *Stille fruktbare matematiske spørsmål* ble alltid identifisert fra responser der læreren stilte ulike oppfølgingsspørsmål (18) til elevsvarene. *Hjelpe eller lede elever som sitter fast eller har feil (f.eks. ledetråder eller forslag)* ble også identifisert flest ganger fra responser der læreren stilte ulike oppfølgingsspørsmål (9), men funnene ble også identifisert fra responser der læreren utvidet (4), gjentok (2) og bekreftet (1) elevsvaret på ulike måter. Begge disse utfordringene foregikk parallelt med flere av de andre utfordringene som ble identifisert. Den utfordringen som oftest foregikk parallelt med å *stille fruktbare matematiske spørsmål* var å *be elever om å utvide svaret* (8). I utfordringen med å *hjelpe eller lede elever som sitter fast eller har feil (f.eks. ledetråder eller forslag)* varierte det mer mellom hvilke utfordringer som foregikk parallelt, men å *stille fruktbare matematiske spørsmål* (5) var en av de utfordringene som forekom oftest sammen med denne utfordringen.

Respondere på matematiske kommentarer, uttalelser eller antagelser fra elever (16) og *følge elevenes beskrivelser* (14) var videre utfordringer som forekom relativt ofte. Å *respondere på matematiske kommentarer, uttalelser eller antagelser fra elever* ble oftest identifisert i de tilfellene læreren responderte med å utvide elevsvarene (8) på ulike måter, og ble funnet sjeldnere når læreren stilte oppfølgingsspørsmål (4) til, bekreftet (2) eller gjentok (2) elevsvarene. Å *følge elevenes beskrivelser* ble som regel funnet i de tilfellene læreren responderte med å gjenta elevsvaret (10), men også i tilfeller da læreren bekreftet (4) elevsvaret. Av de utfordringene som foregikk parallelt med å *respondere på matematiske kommentarer, uttalelser eller antagelser fra elever* var det å *gi, eller evaluere, matematiske forklaringer* (12) som forekom oftest. Begge disse utfordringene forekom derfor oftest parallelt med hverandre. Når læreren skulle *følge elevenes beskrivelser* varierte det litt mer mellom hvilke utfordringer som foregikk parallelt, men utfordringen med å *bruke matematisk notasjon og språk, og bedømme bruken* (4) var den som foregikk litt oftere enn de andre utfordringene.

De to siste utfordringene som forekom mer enn ti ganger hver i datamaterialet var å *forklare matematiske ideer* (12) og *be elever om å utvide svaret* (11). Å *forklare matematiske ideer* ble oftest identifisert i tilknytning til en lærerrespons som gikk ut på å utvide elevsvarene (8) på ulike måter, men også i noen tilfeller der læreren bekreftet (2) eller gjentok (2) elevsvaret. Å *be elever om å utvide svaret* ble alltid identifisert i tilknytning til at læreren stilte ulike typer oppfølgingsspørsmål (11). I forhold til andre utfordringer som foregikk parallelt med å *forklare matematiske ideer* var det å *gi, eller evaluere, matematiske forklaringer* (11) som forekom oftest. Når læreren skulle *be elever om å utvide svaret*, var denne alltid knyttet til utfordringen med å *stille fruktbare matematiske spørsmål* (11), enten under eller i forkant av lærerresponsen.

De resterende utfordringene som foregikk i arbeidet med å respondere på elevers matematiske tenkning, forekom under 10 ganger hver i datamaterialet. Disse utfordringene inkluderte blant annet spesifikke spørsmål som læreren stilte til elevene. Spørsmålene gikk ut på at læreren valgte å *be elever om å gjøre svaret mer klart* (9), *be andre elever om å kommentere et svar eller en uttalelse fra medelever* (7), *be elever om å løse et problem eller beregne svaret i hodet* (5), *be elever om å begrunne et svar eller en uttalelse* (3) og *stille et matematisk spørsmål om et emne som ikke er undervist i leksjonen* (1). Læreren stilte ofte spørsmål til elevene, men det ble sjelden stilt spørsmål fra elevene til læreren. Det ble dermed ikke gitt mulighet til å *respondere på matematiske spørsmål fra elever* (6) i særlig stor grad. Analysene viste at læreren ofte ga indikasjoner på at elevenes svar var rett. Det ble derimot ikke identifisert like mange tilfeller der læreren valgte å *gi indikasjoner på at elevenes svar er feil* (8). I tillegg til at læreren hjalp og ledet elever som satt fast eller hadde feil svar, fikk læreren av og til også muligheten til å *hjelpe elever å beskrive matematiske prosedyrer* (6). Selv om det meste foregikk muntlig, valgte læreren også av og til å *skrive tall og matematiske operasjonssymboler på tavlen* (5). I datamaterialet ble det gitt flere matematiske forklaringer og forklaringer på matematiske ideer. I tillegg til dette valgte læreren også å gi noen spesifikke matematiske forklaringer som gikk ut på å *definere og/eller forklare matematiske begreper* (5) og *bruke representasjoner for å forklare operasjoner eller andre matematiske ideer* (4). De siste utfordringene som forekom i studien inkluderte å *sammenligne eller skille mellom forskjellige måter å representere data på* (4), *følge elevenes forklaringer* (4) og *synliggjøre betydningen av et matematisk begrep* (2).

Alle undervisningsoppgavene som er presentert og beskrevet var ulike utfordringer som læreren kunne møte på i arbeidet med å respondere på elevenes matematiske tenkning. Videre la disse utfordringene grunnlaget for den videre tolkningen av hva som kunne være involvert i dette arbeidet, og hvilke krav dette stilte til læreren. I første omgang tok jeg utgangspunkt i alle undervisningsoppgavene totalt sett. Deretter gikk jeg i dybden på en sekvens der flere av undervisningsoppgavene var involvert, før jeg til slutt gikk i dybden på de to undervisningsoppgavene som forekom oftest.

4.4 Tolkning av alle undervisningsoppgavene totalt sett

Ut fra alle undervisningsoppgavene som ble identifisert kan det virke som at undervisningsarbeidet med å respondere på elevers matematiske tenkning overordnet sett handlet om å *gjenta*, *bekrefte*, *utvide* og *stille oppfølgingsspørsmål* til elevsvarene på ulike måter. Responsene kom ofte raskt etter at elevene hadde gitt sine matematiske svar. Et av lærerens flere krav i arbeidet med å respondere på elevers matematiske tenkning var derfor å kunne respondere der og da, i øyeblikket, rett etter at en elev hadde svart. I dette kravet ville alle de overordnede responsene kunne være ulike alternativer. Skulle læreren *gjenta*, *bekrefte*, *utvide* eller *stille oppfølgingsspørsmål* til elevsvaret? Innebar dette videre at læreren skulle *følge elevenes beskrivelser* eller *forklaringer*, *gi indikasjoner* eller *forklaringer på at elevenes svar var rett*, *gi* eller *evaluere matematiske forklaringer til elevene*, eller *stille matematiske spørsmål* eller *hjelpe elever som satt fast*? Hvilket kroppsspråk skulle hun videre bruke? Ville dette være nyttig for og eventuelt forsterke de lærerresponsene som ble gitt? Dette var noe læreren impulsivt måtte bestemme seg for der og da, avhengig eller uavhengig av svarene som ble gitt fra elevene. Dersom læreren hadde forberedt seg, ville hun kanskje ha forutsett noen av svarene som kunne komme, og dermed kunne hun ha bestemt seg for responsen hun ville gi til noen av de spesifikke svarene som ble gitt. Den gitte lærerresponsen trengte derimot ikke å være den responsen som eleven appellerte best til og lærte mest av. Dette ville igjen forutsatt at læreren hadde kjennskap til eleven hun responderte til. Hvor langt hadde denne eleven kommet i sin matematiske utvikling? Hvordan lærte denne eleven best? Hvilke responser trengte denne eleven mest av for å utvikle seg best mulig videre? Kanskje trengte denne eleven ofte en kombinasjon av flere responser samtidig? Hadde eleven for eksempel kommet langt i sin forståelse av ulike matematiske begreper, eller hadde eleven flere matematiske hull som måtte dekkes før en høyere forståelse for de spesifikke begrepene kunne oppnås? Flere av disse overveielsene kunne derfor kreve at læreren hadde gode relasjoner og kjennskap til elevene sine, for å kunne vite hvordan hun skulle respondere til dem.

Det er grunn til å tro at læreren hadde opparbeidet seg gode relasjoner og kjennskap til flere av elevene med tanke på at hun hadde hatt dem helt siden de begynte i tredjeklasse. Å opparbeide seg gode relasjoner og kjennskap krever derimot tid, spesielt med mange elever. Med tanke på at læreren hadde ansvar for cirka 60 elever totalt i alle fjerdeklassene, er det derfor ikke sikkert at hun kjente alle elevene godt nok til å vite hvilke typer responser som passet best for hver enkelt elev. Samtidig kan responsene hun ga ha vært med på å forme elevenes tenkning, og da spesielt kanskje de responsene hun ga mest av i form av skryt og anerkjennende ord. Noen av elevene kan derfor ha blitt formet over tid og fått godt utbytte av hvordan hun både *indikerte* og *forklarte at svarene deres var riktige og rimelige*. Det vil derimot være noen elever som passer bedre til en slik tilnærming enn andre, og dermed kan det ha vært viktig at læreren var tilpasningsdyktig i forhold til responsene hun ga. Arbeidet innebar derfor mye mer enn å bare respondere direkte på en elevs matematiske tenkning. Det kunne også innebære lærerens relasjon og kjennskap til elevene, som ofte kan ha vært avgjørende for de responsene læreren valgte å gi.

I tillegg til relasjonene innebar undervisningsarbeidet også alt det som foregikk rundt i klasserommet. Var det mye uro? Foregikk det elevkonflikter som læreren måtte håndtere? Fungerte teknikken som den skulle? Uventa uromomenter kunne forstyrre flyten i helklassediskusjon, og dermed også påvirke hvordan læreren valgte å respondere på elevsvarene. I en av timene var det en elev som gråt ved pulten. Dette gjorde at læreren måtte *håndtere denne elevhandlingen parallelt med å lede helklassediskusjonen*. Denne elevhandlingen kan i første omgang ha påvirket hvordan læreren valgte å respondere på de ulike elevsvarene som ble gitt mens dette holdt på. Deretter måtte læreren ta et valg på hvordan hun skulle håndtere dette. Elevhandlingen ble håndtert med at læreren sa at eleven kunne gå ut. Denne avgjørelsen gjorde at diskusjonen kunne fortsette, uten at læreren videre måtte ta spesielle hensyn til eleven som gråt. I tillegg til elevhandlingen var det også tekniske problemer i en av timene. Dette innebar at det digitale whiteboardet hadde hengt seg opp. Mye av timen ble brukt til å fikse dette problemet. *Flyten ble dermed forstyrret,* og diskusjonen kom ikke helt i gang med det første. *Responsene på elevsvarene ble ofte gjentatt* underveis i dette tilfellet, og responsene etter *håndteringen av det tekniske problemet* innebar mer utfyllende lærerresponser. Disse responsene etter håndteringen innebar igjen flere av de identifiserte undervisningsoppgavene samtidig. Kanskje følte læreren at hun måtte ta igjen tapt tid med disse utfyllende responsene? Poenget med begge tilfellene som oppstod var at uventa handlinger eller forstyrrelser kunne skje underveis i ledelsen av en helklassediskusjon. Dette kunne videre håndteres slik at arbeidet med å respondere på elevenes matematiske tenkning kunne fortsette uavhengig av hva de ulike hendelsene eller handlingene måtte innebære. Utfordringer med undervisningsarbeidet inkluderte derfor ikke bare undervisningsoppgaver som var direkte tilknyttet til det spesifikke undervisningsarbeidet. Det innebar også alt som påvirket det spesifikke undervisningsarbeidet parallelt med dette arbeidet. Noen enkelthendelser og handlinger forekom innenfor klasserommet, men hvilke utfordringer lå det i selve læringsmiljøet?

Var læringsmiljøet trygt? Turte elevene å svare det de faktisk tenkte? Eller svarte de kanskje det de tenkte at læreren ønskte å få til svar? Svarte de samme elevene hver gang? Betydde det at flere ikke fikk komme med elevinnspill? Skulle læreren videre tvinge noen elever til å komme med innspill, selv om de ikke hadde lyst? Kanskje lærte de vel så godt med å høre på de elevsvarene og lærerresponsene som ble gitt? Det kan jo faktisk være at andre elever svarte eller stilte de samme spørsmålene som andre elever hadde tenkt på selv. Et annet krav som læreren stod ovenfor i dette arbeidet handlet derfor om hvem læreren skulle *gi ordet* til. Skulle hun *gi ordet* til noen hun visste ville svare rett eller galt? Visste hun om noen elever som for eksempel kunne svare videre på en annen elevs svar? Kanskje kunne det i noen tilfeller være hensiktsmessig å velge ut en elev som svarte feil? Dette ville kanskje kunne være nyttig for andre elever som slet med samme emne. Læreren kunne dermed få mulighet til å respondere på en måte som kunne gi flere av disse elevene en bedre forståelse. Samtidig ville dette kunne være dempende for læringen til de viderekomne elevene, hvis hele timen skulle gå til å *hjelpe* eller *lede elever som hadde feil eller satt fast*.

Undervisningsarbeidet med å respondere på elevers matematiske tenkning innebar mye. I de neste delkapitlene skiftet jeg derfor fokus for å kunne illustrere mer konkret hva dette arbeidet kunne innebære i konkrete diskusjoner fra noen utvalgte episoder. Det første eksempelet ble hentet fra en episode der flere av de ulike undervisningsoppgavene var involvert i dette spesifikke undervisningsarbeidet. Dette ble videre tolket.

4.5 Eksempel 1

Den valgte episoden inneholder 17 av de 24 ulike undervisningsoppgavene som ble identifisert. Disse utfordringene er videre tolket for å kunne si noe mer om hva som kan være involvert i arbeidet med å respondere på elevers matematiske tenkning. Konteksten til denne delen av helklassediskusjonen var at de holdt på å regne ut volumet til et prisme. De hadde gjort om alle sidene til en felles måleenhet. Regnestykket ble dermed
100 cm × 40 cm × 30 cm. Idet episoden startet hadde de regnet ut første del av dette regnestykket, 100 cm × 40 cm. De hadde svart at dette foreløpig ble 4000 cm. Dette var i utgangspunktet et galt svar med tanke på at benevningen skulle vært cm^2. Læreren gikk likevel videre, og *ga ordet* til Magnar.

Lærer:	Ja. Magnar?
Magnar:	Ganger tretti centimeter
Lærer:	Ganger tretti centimeter. Så fire tusen centimeter ganger tretti centimeter, hva blir det?

Magnar *svarte på lærerens spørsmål* med å presisere at svaret 4000 cm måtte ganges med 30 cm. Læreren responderte med å *gjenta elevsvaret* muntlig, og *skrev opp ganger tretti centimeter på tavlen*. I dette øyeblikket hadde læreren valgt å *følge Magnars presiserende beskrivelse* av den ene siden på prismet. Dette kom som følge av de tidligere beskrivelsene til elevene om å gjøre om alle sidene til centimeter. Avgjørelsen om å bruke centimeter som felles måleenhet var dermed tatt. Som følge av dette gjorde det at tallene etter hvert ble veldig store. Det er dermed mulig at læreren i dette tilfellet erkjente for seg selv at hun burde ha valgt en annen målenhet for å gjøre regnestykket enklere. Samtidig kan det være at hun ønskte at elevene skulle få ta disse avgjørelsene selv, og dermed valgte hun å gå for *elevenes beskrivelser*. For å gjøre Magnars svar mer synlig, valgte hun å *skrive dette opp på tavlen* slik at gangestykket nå ble 4000 cm × 30 cm. Hun hadde allerede gjort et valg om å ikke avsløre feilen med benevningen til det forrige svaret. Kanskje håpte hun at noen av elevene skulle oppdage feilen, uten at hun trengte å si noe? Dette kan hun ha prøvd å forsterke med å skrive opp dette nye gangestykket på tavlen. Ved å ikke si noe i forhold til dette, risikerte hun muligheten for følgefeil. Ved å si noe kunne hun videre risikere å ta fra noen andre elever muligheten til å avsløre denne feilen. Etter at hun hadde skrevet opp ganger tretti centimeter på tavlen, valgte hun å fortsette responsen med å *stille et oppfølgingsspørsmål* til det nye gangestykket. Hun *ba elevene om å beregne svaret til 4000 cm × 30 cm i hodet*. For å kunne løse dette problemet måtte elevene forstå noen grunnleggende matematiske lover, i og med at tallene var blitt såpass store. Videre satte dette krav til elevenes memoreringsferdigheter. Sannsynligvis var nok dette en stor utfordring for enkelte. Kanskje tenkte hun derimot at noen elever kunne klare dette stykket, og at de kunne forklare hvordan de gjorde det? Hun tenkte kanskje videre at denne elevforklaringen muligens ville være lettere å forstå for andre elever enn hvis hun hadde forklart det samme selv?

Lærer:	Ja jeg ser
Lærer:	Magnar, har du forslag?
Magnar:	Mm
Lærer:	Ja?
Magnar:	Kan jo ta vekk en null?

Videre kom lærerens valg om hvem hun skulle gi mulighet til å svare på dette regnestykket. Til å begynne med *beveget hun seg til midt i klasserommet* og så seg spørrende rundt etter hvem som ville eller kunne svare på dette spørsmålet. Magnar *rakk tidlig opp hånden*, og læreren *gestikulerte* anerkjennende med et nikk og hvisket at hun så denne hånden. Kanskje ønskte hun at andre elever skulle få muligheten til å svare, i og med at hun avventet litt med å *gi Magnar ordet* igjen? Hun stod her overfor et valg om hun ønskte å velge noen som hun kanskje tenkte kom til å gi et rett eller galt svar. Om hun tenkte dette, kunne hun samtidig ikke helt sikkert vite om denne antagelsen kunne stemme. Skulle hun også velge å *gi ordet* til de elevene som *rakk opp hånden*, eller skulle hun stille spørsmålet til noen hun kanskje selv ønskte skulle svare, som ikke svarte så ofte? Til slutt valgte hun å *gi ordet* til Magnar igjen, samtidig som hun *beveget seg* tilbake mot tavlen. Hun *ba ham om å beregne regnestykket*. Når Magnar fikk ordet, *svarte han til å begynne med noe usikkert «Mm», på lærerens spørsmål*. Til dette vendte læreren seg spørrende mot Magnar og *stilte et nytt oppfølgingsspørsmål* til ham. Hun *ba ham om å gjøre svaret mer klart* med ønsket om å få høre det han faktisk hadde tenkt å si. Selv om Magnar i dette tilfellet svarte noe usikkert, ønskte læreren å få vite hva han ville svare til regnestykket. Kanskje forutså hun muligens et feil svar, men tenkte på at dette i så tilfelle ville være en mulighet for å lære andre elever noe grunnleggende i forhold til regnestykket? Magnar fulgte opp med å *svare spørrende til spørsmålet* om at det kunne jo tas vekk en null. I utgangspunktet virket dette til å være et feil svar. Det neste kravet til læreren ble dermed å bedømme hva Magnar kunne ha ment med dette svaret.

Lærer:	Ta den <u>vekk</u>?
Magnar:	Mm
Lærer:	Hvorfor vil du ta den vekk?
Magnar:	Em: (2s) jeg glemte det

Læreren *responderte på Magnar sitt spørrende svar* med å *stille et spørrende oppfølgingsspørsmål*. Spørsmålet kunne *indikere at Magnar sitt svar var feil* med lærerens forsterkning av ordet «vekk». Hun kunne valgt å være mer tydelig på at svaret var feil, men spørsmålet kan vise at hun ønskte å få vite mer om hva Magnar faktisk mente med det han hadde svart uten å avsløre dette med en gang. Magnar *svarte på oppfølgingsspørsmålet* med å bekrefte at det å ta vekk en null var det han mente. Læreren responderte tilbake med å *stille et litt mer åpnere oppfølgingsspørsmål*. Hun erkjente muligens her for seg selv at det første oppfølgingsspørsmålet hadde vært et lukket spørsmål, og dermed måtte hun stille et åpnere spørsmål for å kunne få en videre utdypning fra Magnar. Fortsatt undrende spurte hun derfor om Magnar kunne *begrunne dette svaret*. I tillegg til dette kan spørsmålet også sees på som en måte hun brukte til å *hjelpe eller lede Magnar som i utgangspunktet virket til å ha feil svar*. Spørsmålet kunne kanskje hjelpe Magnar til å tenke annerledes eller gi ham muligheten til å begrunne mer utfyllende hvorfor han hadde svart som han hadde svart. Magnar smilte til læreren, og *svarte usikkert på spørsmålet* med at han hadde glemt hvorfor. Det er mulig at spørsmålet til læreren også gjorde at han ble usikker i forhold til det han faktisk hadde svart.

Lærer:	Jeg tror du kanskje blander med deling, gjør du det?
Magnar:	Ja
Lærer:	Ja. Jeg tror kanskje du gjør det akkurat nå. Hvis vi bruker divisjon så kunne vi ha kuttet ut (1s) noen nuller, men hvis vi skal gjør≈
Mikael:	Gange så må du ta på en null

Til dette *responderte læreren videre på Magnars matematiske antagelser* med å *stille ham et ledende oppfølgingsspørsmål*. For å *hjelpe eller lede Magnar* med hva han kanskje hadde tenkt, *stilte hun ham et fruktbart matematisk spørsmål* om at hun trodde at han muligens hadde blandet med deling når han svarte. Spørsmålet kan også sees på som en måte læreren valgte å *utvide Magnar sitt svar* på med måten hun trakk sammenhenger med svaret hans til deling. Hun hadde dermed *evaluert Magnars matematiske forklaring* med å *forklare hans matematiske idé* om hvordan hun trodde han mente regnestykket skulle beregnes. I denne forklaringen hadde hun også *brukt den matematiske representasjonen* deling. Videre kan deling også sees på som et *matematisk språk som hun brukte og bedømte* i forhold til hvordan hun trodde Magnar hadde tenkt. Magnar *svarte med å hviske bekreftende på det ledende spørsmålet* fra læreren. Læreren responderte videre med å *gjenta hans bekreftende svar* i første omgang, og *indikerte at hans enighet var rett*. Hun *forklarte* deretter at hun trodde Magnars matematiske tenkning kunne ledes til hennes evaluering akkurat da. Videre fulgte hun opp med å *utvide Magnar sitt svar* med å fortsette og trekke sammenhenger til svaret hans. Hun *ga en mer utfyllende matematisk forklaring* på at ved å bruke divisjon kan noen nuller kuttes ut. Hun *brukte også her den matematiske representasjonen* divisjon til å *bedømme* og *forklare denne matematiske idéen*. Samtidig kunne denne forklaringen sees på som en måte hun ønskte å *hjelpe Magnar til å beskrive en matematisk prosedyre*. I fortsettelsen på hennes respons med å utvide elevsvaret, blir hun avbrutt idet hun mest sannsynlig skal fullføre en setning om hvordan multiplikasjon blir brukt i denne sammenheng. To av elevene hadde *rakt opp hånden* i denne responsen, og det er grunn til å anta at en av disse muligens kan ha vært Mikael. Før læreren fikk fullført responsen sin, overtok nemlig Mikael responsen med å påpeke at ved å bruke gange så må det legges til nuller. Det er mulig at lærerens start på den siste responsen trigget Mikael til å fullføre forklaringen om multiplikasjon. Han hørte kanskje at læreren hadde tenkt å si det samme som han selv tenkte, og dermed brøt han inn uten å ha fått ordet.

Lærer:	Da må du ta på noe ja. Og hvor mye må jeg ta på her?
Mikael:	Fire ganger tre er tolv
Julius:	Ja, da blir det tolv tusen
Magnar:	Ja, tolv tusen
Lærer:	Tolv tusen?

Læreren valgte å godta denne avbrytelsen, og responderte videre med å *bekrefte Mikaels svar* med en omformulering. Hun *forklarte* at da måtte han ta på noe ja, og *indikerte at svaret hans var riktig*. Videre fulgte hun opp med å *stille elevene et oppfølgingsspørsmål* som gikk på deres memoreringsferdigheter. Hun *ba dem om å beregne* hvor mange nuller de måtte legge på her. Flere elever *svarte deretter på dette spørsmålet* uten å ha fått ordet. Mikael begynte med å *svare på lærerens spørsmål* med at fire ganger tre er tolv, etterfulgt av at Julius bekreftet dette og sa at da måtte svaret bli tolv tusen. Svaret var derimot feil, men Julius fikk støtte fra Magnar som sa seg enig i svaret hans. Læreren responderte deretter med å *stille et spørrende oppfølgingsspørsmål* til dette svaret. Med å *gjenta svaret* i en spørrende tone *indikerte hun for elevene at svaret var feil*. Spørsmålet kan også sees på som en måte hun prøvde å *hjelpe eller lede elevene som hadde gitt et feil svar*.

Birger:	Men det er jo ganger tretti
Lærer:	Nemlig! Så≈
Birger:	Så må du legge [på]
Nårdin:	[Hundre] og tjue tusen
Lærer:	Aha!

Det kan virke som at denne responsen ga resultater i form av at Birger *svarte på lærerens spørsmål* med å påpeke at det var jo ganger tretti. Læreren *bekreftet deretter Birgers svar* med et anerkjennende ord, som *indikerte at svaret hans var helt rett*. Hun startet deretter på en *forklaring på hvorfor Birgers påstand var rimelig*, men ble avbrutt av Birger som ønskte å *svare videre på lærerens kommentar* og sin egen påstand. Han begynte med å si at da må du legge på, men ble avbrutt av Nårdin som sa det riktige svaret før Birger fikk fullført setningen sin. Idet Nårdin sa det riktige svaret *gestikulerte læreren* med å peke på han for å *bekrefte* at svaret hans var rett, før hun *beveget seg* mot tavlen for å skrive dette opp. Samtidig *bekreftet læreren svaret* med et nytt anerkjennende ord, som *indikerte* og *forklarte at svaret hans var riktig*. Etter denne episoden tok hun videre opp hvilken benevning som skulle føres bak dette svaret, som hun innledningsvis hadde latt være å bruke tid på. Elevene svarte ganske raskt på at dette måtte være kubikkcentimeter. Det er mulig å anta at den innledende avgjørelsen ble tatt med tanke på at hun visste at elevene ville kunne svare på dette til slutt, når de visste at de hadde regnet ut et volum. Videre kan det dermed antas at læreren har valgt å skille mellom når elevene regner ut areal og volum, uten å blande de sammen. Det kan dermed tenkes at dette var noe læreren mente at de skulle lære senere.

I denne episoden har jeg gått i dybden på flere av de ulike undervisningsoppgavene som var involvert i arbeidet med å respondere på elevers matematiske tenkning i en del av en helklassediskusjon om volum. I det andre eksempelet valgte jeg en episode med flere tilfeller av de to undervisningsoppgavene som forekom oftest for å kunne gå enda mer i dybden på disse. I første omgang tolket jeg denne episoden før jeg deretter tok for meg de resterende tilfellene av de utvalgte undervisningsoppgavene som forekom i bruddstykker.

4.6 Eksempel 2

Den valgte episoden inneholdt åtte tilfeller av å *forklare om elevenes påstander er rimelige (ofte raskt)*, og fem tilfeller av å *gi indikasjoner på at elevenes svar er rett*. Dette utgjorde både hver for seg og til sammen den episoden med flest tilfeller av disse undervisningsoppgavene. Disse hyppigste undervisningsoppgavene ble videre undersøkt i dybden, for å kunne få en enda bedre forståelse av hva som kunne være involvert i arbeidet med å respondere på elevers matematiske tenkning. Oppgaven som utgjorde konteksten for timen inneholdt disse tre rekkene:

- 375, 12, $\frac{5}{12}$, 1238, $2\frac{1}{2}$, 970, 102, $\frac{13}{7}$
- 20367 dm, 12857 min, 12800 kg, 845 cm^2, 5876 km
- 8 kg 300 g, 3 m 7 cm 5 mm, 4 dm^3 386 cm^3, 1 døgn 12 t 17 min

Helklassediskusjonen og oppgaven gikk ut på hva som kunne være felles med hver av de tre ulike rekkene med tall og størrelser. I forkant av den valgte episoden hadde læreren presisert dette med å stille dette spesifikke spørsmålet til hver av rekkene. Episoden starter med at hun til slutt stilte dette spørsmålet til den siste rekken.

Lærer:	Og rad tre, er det noe felles der? (1s) Jeg skal la deg tenke litte gran (.) skikk litt grundig etter (1s) er det noe som er felles?
Amandus:	(ukjent tekst)
Tobias:	Jeg forstår ingenting
Lærer:	Nei, det er helt greit
Morten:	Jeg forstår litt
Lærer:	Det er faktisk helt lov å ikke forstå noen ting (1s) [det er helt greit].
Morten:	[Jeg forstår noe], men likevel ikke noe
Lærer:	Nei (2s) Jesper?

Etter å ha stilt elevene det utforskende spørsmålet – «er det noe felles der»? – lot hun elevene få tenke litt, etterfulgt av at hun pekte på rekkene og gjentok spørsmålet. Amandus svarte etter hvert noe som ikke kunne høres, etterfulgt av at Tobias svarte på det innledende spørsmålet med å si at han ikke forstod noe. Til dette valgte læreren å respondere med å *bekrefte svaret* hans, og *forklare* at det var helt greit at han ikke forstod noe. Morten hengte seg deretter på og *svarte videre på Tobias sitt svar* med at han forstod noe. Til dette valgte læreren igjen å respondere med å *bekrefte svaret*, og *forklare* at dette var helt lov. Morten *svarte deretter videre* på at til tross for at han forstod noe så forstod han ikke så mye likevel. Læreren *bekreftet* dette igjen med å akseptere Mortens manglende forståelse, og *forklarte* dette med å si seg enig med et kort «nei». Allerede i denne korte sekvensen dukket det opp tre tilfeller av undervisningsoppgaven å *forklare om elevenes påstander er rimelige (ofte raskt)*. Alle gangene valgte læreren å akseptere elevenes manglede forståelse med å *forklare* at dette var helt greit, lov eller med å si seg enig med et kort «nei». Alle disse responsene foregikk raskt etter at svaret hadde kommet. Læreren hadde dermed i dette øyeblikket valgt å akseptere noen av elevenes tanker om at spørsmålet kunne være vanskelig å svare på. På grunn av at denne klassen var den siste som ble undervist i dette opplegget, visste kanskje læreren av erfaring at dette spørsmålet hadde vært vanskelig for de andre klassene også. Dermed hadde hun kanskje tenkt at i denne timen skulle hun forklare for elevene at dersom de syntes dette var vanskelig, så var det helt lov og greit. Avgjørelsen om å akseptere elevenes manglende forståelse kan dermed ha vært enklere å ta i denne situasjonen enn om det hadde vært den første klassen hun underviste i dette opplegget. Det er da mulig at hun kanskje heller hadde respondert med et oppfølgingsspørsmål til disse elevsvarene. Erfaring kan derfor være en viktig faktor i utfordringen med å *forklare raskt for elevene at deres påstander er rimelige*. Læreren valgte videre å *gi ordet* til Jesper.

Jesper:	Eh det, på den øverste er det komma bak
Lærer:	Ja vet du hva eh, men det er bare for å skille tallene
Jesper:	Åja
Lærer:	Mhm, men flott (.) ja. Er det noe f, annet felles Steinar?

Jesper svarte mer konkret med å si at på den øverste er det komma bak. I utgangpunktet var ikke dette et feil svar, og læreren valgte å *bekrefte dette svaret* ved å *indikere at svaret var rett* med en omformulering. Omformuleringen inneholdt videre en *forklaring* om at kommaene bare ble brukt for å skille tallene. Jesper bekreftet deretter denne responsen, før læreren igjen *bekreftet Jesper sitt svar* med å *indikere at svaret hans ikke var feil*. Hun *forklarte* videre at dette var flott, samtidig som hun antydet at det ikke var helt det hun hadde siktet til i dette tilfellet. Denne sekvensen inneholdt to tilfeller av begge undervisningsoppgavene. I det første tilfellet valgte læreren å *bekrefte elevsvaret* med en omformulering, og i det andre tilfellet med anerkjennende ord. Selv om hun ikke fikk det svaret fra Jesper som hun kanskje hadde håpet på, valgte hun likevel å ikke avvise dette svaret. Hun valgte heller å være positiv, som videre kan ha ført til at Jesper har ønsket å ytre seg senere i andre timer også. Lærerens positive holdning kan dermed også være en faktor i utfordringene med å *indikere* og *forklare at elevenes svar er rett* eller *rimelig*. Videre responderte læreren med å *stille et oppfølgingsspørsmål* til Steinar. Hun ba ham om å utvide svaret med å spørre etter om det var noe annet felles?

Steinar:	På de to siste radene så er det, må andre like måleenheter på hver eneste rad, bare på en annen, for eksempel hvis centimeter så kan det være kilometer på den andre (1s) for eksempel.
Lærer:	Vet du hva, nå gjorde du slik som jeg og har egentlig løst denne oppgaven i dag, jeg begynte å se på de andre radene heller, [fordi jeg synes det var litt lettere]
Morten:	[Åh:::, hæ hva fillern]
Lærer:	For hvis du ser (.) på rad to sånn som Steinar sier. Her er det (.) hvert tall har en benevning, (1s) men de er ikke de samme (1s) sant? Det kan være gjerne litt vanskelig å se etter noe som er felles så lenge ingen av de har samme benevning ser du det? (.) Det er liksom ingen av, det er ikke sånn at alle har desimeter eller alle har kilo, (.) men alle har én benevning, ser dere det? (1s) Også sa du Steinar noe om tredje rad og?

Steinar svarte innledningsvis at på de to siste radene måtte det være andre like måleenheter på hver eneste rad. Avslutningsvis er det mulig å anta at han mente den siste raden måtte inneholde grupper med ulike typer av den samme måleenheten i forhold til eksempelet som han nevnte med centimeter og kilometer. Læreren responderte deretter med å *bekrefte Steinar sitt svar* med å sette strek under det han hadde sagt, som videre *indikerte at svaret hans var rett*. Hun fulgte Steinar sin forklaring videre, og *forklarte* ham at han hadde tenkt likt i forhold til hvordan hun hadde løst denne oppgaven selv. Dette innebar at hun hadde sett på de andre radene heller, som antyder at hun hadde sammenlignet dem med hverandre. Denne sekvensen inkluderte et tilfelle av begge undervisningsoppgavene. Med å streke under det Steinar sa, kan hun muligens ha forsterket Steinars selvfølelse på at det han svarte var rett. Å streke under noe eller skrive svaret opp på tavlen for å *bekrefte elevers svar* kan dermed også være en faktor i utfordringene med å *indikere* og *forklare at elevenes svar er rett* eller *rimelig*. Morten *svarte videre*, samtidig som læreren avsluttet sin respons, med å uttrykke at han fremdeles ikke forstod noe av dette. Læreren responderte deretter med å *utvide svaret* til Steinar med å vise til strategiene som han hadde brukt. Hun utvidet svaret med å stille ledende spørsmål til rekke to samtidig som hun pekte på det hun sa. Deretter ønskte hun at Steinar skulle repetere det han hadde sagt om tredje rad.

Steinar:	Ja at eh, det var eh likt (.) eh med eh måle, at de der benevningene
Lærer:	Mhm
Steinar:	De var s:::, akkurat samme bare på en annen, på en måte, annen type av de benevningene
Lærer:	Ja (1s) skjønte dere det? (.) Er dere, eh nei dere ser ikke det? Hvis det at vi tenker nå at (.) her står det åtte [kilo]

Til å begynne med svarte Steinar litt nølende, som kan antyde at han ikke var helt sikker på hvordan han skulle formulere seg. Han svarte derimot noe om at benevningene måtte være like. Læreren responderte med å *bekrefte* denne formuleringen med et anerkjennende ord. Dette ordet *indikerte* og *forklarte at svaret hans var rett* og *rimelig*. Steinar fortsatte deretter litt fomlende på svaret sitt, og svarte noe om at benevningene var like, men at de var av ulike typer av de samme benevningene. Læreren responderte igjen med å *bekrefte dette svaret* med et anerkjennende ord, som igjen *indikerte* og *forklarte at svaret hans var rett* og *rimelig*. Denne sekvensen inneholdt dermed to tilfeller av begge undervisningsoppgavene. I tillegg til at læreren hadde en positiv holdning til svarene til Steinar, kan det også tenkes at denne holdningen ble oppfattet som støttende fra Steinar sitt perspektiv. Svarene hans kan antyde at han ikke var helt sikker på hvordan han skulle formulere seg, eller om det han sa var det han tenkte at læreren siktet til. Det kan derfor ha vært viktig for hans videre svar at læreren virket støttende til det han sa. Lærerens bekreftende respons både underveis og etter at Steinar hadde svart ferdig viste denne støttende holdningen. At læreren fungerer som en støttespiller kan derfor være en annen faktor i utfordringene med å *indikere* og *forklare at elevenes svar er rett* eller *rimelig*. I den videre responsen valgte læreren å *stille et oppfølgingsspørsmål*, og begynte på å *utvide elevsvaret*.

Denne episoden viste at lærerens positive holdning, bruk av kritt på tavle og støttende holdning kan være viktige faktorer i utfordringene med å *indikere* og *forklare at elevenes svar er rett* eller *rimelig*. I tillegg ble det innledningsvis også vist at lærerens erfaring kan være en viktig faktor i utfordringen med å *forklare at elevenes påstander er rimelige*. Disse faktorene er igjen en del av arbeidet med å respondere på elevers matematiske tenkning i helklassediskusjoner rettet spesifikt mot disse undervisningsoppgavene. De resterende tilfellene av de hyppigste undervisningsoppgavene som forekom vil videre gjøres kort rede for i bruddstykker.

Det er allerede gjort rede for flere av de hyppigste undervisningsoppgavene å *forklare om elevenes påstander er rimelige (ofte raskt)* (12), og *gi indikasjoner på at elevenes svar er rett* (9) i de foregående eksemplene. De resterende tilfellene som forekom, innebar i all hovedsak ulike måter læreren *bekreftet* ulike svar på. Dette innebar blant annet skryt til elevene for at de husket en formel (2), men også enkle og korte bekreftelser (9) på at elevsvarene var riktige. Korte bekreftelser kunne være hensiktsmessig med tanke på tiden som var til rådighet i timene. Det er derfor mulig at læreren har hatt dette i tankene når hun ga noen av disse responsene. I noen tilfeller har hun derimot utdypet eller stilt oppfølgingsspørsmål etter noen av de korte bekreftelsene som hun ga. Dette kan videre ha stilt krav til lærerens matematiske kunnskap i forhold til hvilke svar hun valgte å *bekrefte*, og hvilke svar hun valgte å ta videre. Lærerens matematiske kunnskaper kan i tillegg til tiden derfor være faktorer i utfordringene med å *indikere* og *forklare at elevenes svar er rett* eller *rimelig*.

Videre innebar de hyppigste undervisningsoppgavene at læreren bekreftet og fulgte elevenes forklaringer (1) eller beskrivelser (4). Inkluderte elevinvolveringer kan derfor ha vært positivt for elevenes eierskap til temaet de ble undervist i. Det er mulig at læreren også ønskte at elevene skulle få bidra og kjenne på dette eierskapet i hennes matematikktimer. Kanskje tenkte hun også at dette kunne være positivt både for klassemiljøet og læringen til enkelte. Lærerens inkluderende elevinvolveringer kan derfor også være en faktor i utfordringene til de hyppigste undervisningsoppgavene.

Det forekom også et til tilfelle der læreren bekreftet og aksepterte elevens manglende forståelse (1). Dette ble også kun knyttet til å *forklare om elevenes påstander er rimelige (ofte raskt)*. I dette tilfellet hadde en elev gitt et feil svar, men læreren responderte likevel med å si at hun forstod eleven sin tankegang veldig godt. Kanskje visste hun at de hadde jobbet med noe tidligere som kunne relateres til dette svaret som eleven ga? Tilfellet ble dermed en mulighet for læreren til å kunne trekke matematiske sammenhenger og vise til eventuelle forskjeller. Lærerens evne til å kunne vise til matematiske sammenhenger kan derfor også være en vesentlig faktor i utfordringen med å *forklare om elevenes påstander er rimelige (ofte raskt)*.

Til slutt innebar de siste undervisningsoppgavene som forekom hyppigst noen tilfeller der læreren gjentok elevsvarene (3). Alle tilfellene kom i forbindelse med at elevsvarene ble bekreftet. En gjentakelse av elevsvarene kan derfor i noen tilfeller ha virket forsterkende i forhold til at elevene skulle skjønne at svaret de ga var rett. Lærerens bruk av gjentakelser kan derfor også være en faktor i utfordringen med å både *indikere* og *forklare om elevenes svar er rett* eller *rimelige*.

De resterende tilfellene av de hyppigste undervisningsoppgavene som forekom og ble presentert i bruddstykker viste derfor at lærerens matematiske kunnskaper, tidsbruk, inkluderende elevinvolveringer, og lærerens bruk av gjentakelser også kunne være vesentlige faktorer i utfordringene med å *indikere* og *forklare at elevenes svar er rett* eller *rimelig*. I tillegg viste det ene tilfellet også at lærerens evne til å kunne vise til matematiske sammenhenger også kan være en viktig faktor i utfordringen med å *forklare om elevenes påstander er rimelige (ofte raskt)*. Til sammen kan disse faktorene, i tillegg til faktorene som ble nevnt i Eksempel 2, være en del av arbeidet med å respondere på elevers matematiske tenkning i helklassediskusjoner rettet spesifikt mot disse undervisningsoppgavene. Denne tolkningen utgjorde sammen med tolkningen av alle undervisningsoppgavene som forekom totalt sett, og tolkningen av Eksempel 1, et større bilde av hva alle disse utfordringene kunne innebære i arbeidet med å respondere på elevers matematiske tenkning i helklassediskusjoner.

5. Diskusjon

Først og fremst kan resultatene fra denne studien – i likhet med Ball (2017) sin studie – bekrefte at det matematiske undervisningsarbeidet er et komplekst arbeid. Dette vil bli diskutert ytterligere i forhold til tolkningene av det spesifikke undervisningsarbeidet som er gjort i denne studien, samt med å knytte disse funnene opp mot undervisningskontekstens undervisningsprinsipper. Til å begynne med vil derimot studiens overordnede resultater knyttes opp mot tidligere forskning. I analysen av hva som kan være involvert i det spesifikke undervisningsarbeidet med å respondere på elevers matematiske tenkning i helklassediskusjoner, ble det gjort flere funn som kan bekrefte resultater fra tidligere studier.

5.1 Studiens overordnede resultater

Flere av svartypene som ble gitt fra elevene i denne studien ble også identifisert i studien til Franke et al. (2009), i tilknytning til ulike spørsmål som ble stilt fra lærer. Dette kan videre bekrefte og indikere at å svare på lærerens spørsmål er den vanligste settingen hvor disse typene elevsvar forekommer. Til forskjell fra resultatene i denne studien ble det gitt flere feil svar enn riktige svar blant alle elevsvarene i Franke et al. (2009) sin studie. Franke og kollegaene så derimot mer spesifikt på hvordan elevers matematiske tenkning ble synliggjort i forhold til spørsmålspraksisene som ble brukt. Elevsvarene kan derfor ha blitt kodet forskjellig på grunn av studienes forskjellige utgangspunkt.

Alle lærerresponsene som ble identifisert i forhold til elevsvarene er videre også enten blitt beskrevet eller funnet i andre studier (Cengiz et al., 2011; Franke et al., 2009; Jacobs & Spangler, 2017). Det Franke et al. (2009) har valgt å kalle spørsmålspraksiser er sammenlignbart med lærerresponsen å stille oppfølgingsspørsmål til elevsvaret. Ledende spørsmål, som var den spørsmålstypen som forekom oftest i denne studien, forekom til forskjell sjeldnest av alle de fire spørsmålstypene som ble kodet i Franke et al. (2009) sin studie. Beskrivelsen av de to spørsmålstypene de valgte å kalle spesifikke spørsmål og sekvenser av spesifikke spørsmål kan videre sammenlignes med alle oppfølgingsspørsmålene som er kodet i denne studien, med tanke på at spørsmålene er rettet mot noe spesifikt i elevens svar. Forskjellen ser ut til å være at Franke og kollegaene har samlet alle disse spesifikke spørsmålene innenfor halvparten av hovedkategoriene sine, mens denne studien har samlet alle de spesifikke oppfølgingsspørsmålene innenfor én hovedkategori med flere og mindre underkategorier, som blant annet også inkluderer ledende spørsmål. Samtidig kan dette være naturlig på grunn av studiene sin forskjell i hvordan de tar utgangspunkt i elevers matematiske tenkning. Med et fokus på hvordan elevers videre utdyping blir synliggjort kan flere spørsmålstyper være hensiktsmessig og nødvendig, mens denne studien vil dra fordel av mindre og mer presise beskrivelser av oppfølgingsspørsmålene i forhold til en mer nøyaktig tolkning og beskrivelse av hva det spesifikke undervisningsarbeidet kan innebære (Ball, 2017; Franke et al., 2009).

Cengiz et al. (2011) sine instruksjonshandlinger å støtte og utvide kan videre relateres til lærerresponsene å bekrefte og utvide elevsvaret som er kodet i denne studien. Det de videre har valgt å kalle lærerens tolkninger av egne observasjoner og av elevers påstander kan sammenlignes med bekreftelsesresponsen å bekrefte svaret med en omformulering. Til forskjell fra denne studien var dette den hyppigste støttehandlingen, som ble benyttet under helklassediskusjonen for å utvide elevers matematiske tenkning (Cengiz et al., 2011). Alle de andre handlingstypene innenfor instruksjonshandlingene å støtte og utvide var videre forskjellige fra de ulike bekreftelsesresponsene og utvidelsesresponsene som ble identifisert i denne studien. En mulig forklaring på dette kan knyttes til Jacobs og Spangler (2017) sin beskrivelse av det kompliserte forholdet mellom lærerens undervisningstrekk og mål. Flere undervisningstrekk kan nemlig relateres til det samme målet om å støtte/bekrefte eller utvide en elevs matematiske tenkning (Jacobs & Spangler, 2017). Samtidig kan de samme begrepene støtte/bekrefte eller utvide også brukes for å beskrive både lærerens undervisningstrekk og mål. Dette kompliserte forholdet gjør at forskere derfor kan ha ulike oppfatninger og tolkninger av hvordan usynlige mål skal utledes (Jacobs & Spangler, 2017). Lærerens undervisningstrekk og mål kan derfor ha blitt kodet forskjellig i denne studiens undervisningskontekst sammenlignet med Cengiz og kollegaene sin studie basert på forskernes ulike oppfatninger og tolkninger. Samtidig kan det som i tilfellet med Franke et al. (2009) sin studie også være på grunn av studienes ulike utgangspunkt i forhold til elevers matematiske tenkning. Fokuset til Cengiz et al. (2011) ser ut til å være på selve undervisningstrekkene og målene, mens denne studien ser mer på det komplekse med hva disse handlingene og målene videre kan innebære (Ball, 2017).

Jacobs og Spangler (2017) beskrev det spesifikke undervisningstrekket revoicing, som kan relateres til den siste lærerresponsen som ble identifisert i denne studien: å gjenta elevsvaret. Dette undervisningstrekket kan på lik linje med andre undervisningstrekk brukes til å møte flere mål (Jacobs & Spangler, 2017). Instruksjonshandlingen å støtte, inkluderte for eksempel lærerens repetisjon av påstander, som i denne studien kan relateres til lærerresponsen å gjenta elevsvaret muntlig (Cengiz et al., 2011). Dette illustrerer igjen det kompliserte forholdet mellom lærerens undervisningstrekk og mål (Jacobs & Spangler, 2017). Overordnet er alle lærerresponsene som er identifisert i denne studien også beskrevet og funnet i tidligere studier. Selv om ikke alle lærerresponsene som ble funnet i denne studien inkluderte identiske underkategorier med de tidligere studiene, kan dette heller forsterke og illustrere det komplekse undervisningsarbeidet som lærere må forholde seg til.

Alle lærerresponsene som ble identifisert i denne studien ledet videre til identifiseringen av flere matematiske undervisningsoppgaver som tidligere har blitt identifisert og utformet i andre studier (Ball et al., 2008; Delaney, 2008). Fordi arbeidet med å respondere på elevers matematiske tenkning involverte like undervisningsoppgaver som er identifisert i andre studier, er det derfor grunn til å hevde at dette undervisningsarbeidet er likt på tvers av undervisningskontekster – ved å se på undervisningen som en profesjonell praksis (Hoover et al., 2014).

5.2 Det komplekse matematiske undervisningsarbeidet

Det er flere aspekter knyttet til matematikkundervisningen som er blitt belyst opp gjennom historien. Noen forfattere har tatt for seg omfattende beskrivelser av matematikkundervisningen og dens utfordringer (Cohen, 2011; Gage, 2009). I tillegg har spesifikke aspekter med matematikkundervisningen – som inndelingen av tradisjonelle og reformorienterte undervisningsmetoder (Cazden, 2001; Cohen, 2011; Hiebert & Grouws, 2007; Stigler & Hiebert, 2009), om det er en kulturell eller profesjonell praksis (Hoover et al., 2014; Stigler & Hiebert, 2009), undervisningskvaliteten (Charalambous & Hill, 2012), hvilken UKM og SFK (Ball et al., 2008; Ball & Forzani, 2009; Charalambous, 2010; Drageset, 2010; Hill et al., 2012; Hoover et al., 2014) og hvilke undervisningstrekk og mål (Jacobs & Spangler, 2017) som er knyttet til denne undervisningen blitt belyst. Matematikkundervisningen handler derimot om noe mer enn bare hva det er, hva lærerne trenger og hva de gjør i selve undervisningen. Ball (2017) sin studie markerte derfor et skifte i synet på matematikkundervisningen med å fokusere på hva lærerne faktisk står ovenfor i det spesielle matematiske undervisningsarbeidet. Med dette teoretiske ståstedet og en praksisbasert tilnærming kan det derfor rettes fokus mot den matematiske flyten i undervisningen, og det interaktive undervisningsarbeidet, ved å se, navngi og pakke ut hva som kan være involvert i dette arbeidet (Ball, 2017; Hoover et al., 2016).

I likhet med andre studier har jeg analysert hva som skjer på overflaten med ulike elevsvar, lærerresponser og undervisningsoppgaver i et spesifikt undervisningsarbeid (Ball et al., 2008;

Cengiz et al., 2011; Delaney, 2008; Franke et al., 2009). Det spesifikke undervisningsarbeidet kan i første omgang virke overkommelig i lys av alle de ulike elevsvarene, lærerresponsene, elevhandlingene, lærerhandlingene og undervisningsoppgavene som ble identifisert. Denne studien har derimot tatt analysen et skritt videre med å analysere hva som kan være involvert i det spesifikke arbeidet med å respondere på elevers matematiske tenkning i helklassediskusjoner. Analysen åpnet opp for ulike tolkninger av flere avgjørelser og utfordringer som læreren kan stå ovenfor i dette arbeidet. Avgjørelsene og utfordringene oppstod ofte i øyeblikket, rett etter en elev hadde gitt sin matematiske tenkning. Tolkningen og kodingen av alle svarene, responsene, handlingene og oppgavene viser at dette undervisningsarbeidet er sammensatt og komplekst. Læreren må blant annet ta hensyn til relasjoner mellom elever, det matematiske innholdet og miljøet i dette interaktive undervisningsarbeidet (Cohen et al., 2003). Alt dette må læreren gjøre i øyeblikket, og veie opp mot den overordnende matematiske flyten. Lærerens relasjon og kjennskap til elevene kan gagne denne flyten og det spesifikke undervisningsarbeidet dersom hun vet hvilke responser hun skal gi. Samtidig kan uventede handlinger og uromomenter forstyrre flyten i helklassediskusjonen. Dette kan foregå parallelt med det spesifikke undervisningsarbeidet, og er et ikke-faglig aspekt som er løftet frem i denne studien.

Et annet aspekt som er løftet frem i denne studien handler om hvem læreren velger å gi ordet i undervisningen. Dette kan igjen henge sammen med lærerens relasjon og kjennskap til elevene, eller hvordan hun velger å gå rundt i klasserommet for å analysere hvem hun skal velge ut til å svare. Samtidig kan det også handle om forberedelser i form av at læreren har forutsett ulike elevsvar som kan komme (Stein et al., 2008). Det kan videre også sees på som en forløper til et annet aspekt ved ledelsen av helklassediskusjoner som er blitt belyst tidligere, nemlig posisjoneringen av elever (Ball, 2017; Mosvold & Bjuland, 2020). Dette aspektet kunne også blitt belyst i det spesifikke undervisningsarbeidet med å respondere på elevers matematiske tenkning i helklassediskusjoner. Selv om det ikke ble det, kan dette igjen illustrere kompleksiteten rundt det spesifikke undervisningsarbeidet. I tillegg til det som er beskrevet og tolket i denne studien kan det spesifikke undervisningsarbeidet også innebære andre avgjørelser og utfordringer som kan påvirke den matematiske flyten i arbeidet. På grunn av dette kunne denne studien muligens med fordel inkludert et lærerintervju, som kunne gitt informasjon om læreren vurderte det samme eller andre ting som utfordrende i det konkrete undervisningsarbeidet (Sæbbe & Mosvold, 2020).

Denne studien identifiserte videre flere faktorer som kunne påvirke utfordringene med å indikere og forklare at elevenes svar er rett eller rimelig. I øyeblikket kan læreren stå ovenfor disse utfordringene i forhold til om hun skal ha en positiv/støttende holdning, streke under for å bekrefte svaret, inkludere elevinvolveringer eller gjenta elevsvarene. Samtidig kan det videre stille krav til lærerens erfaring, matematiske kunnskaper, evne til å synliggjøre matematiske sammenhenger og tidsbruk. Charalambous (2010) sin studie viser at lærernes UKM kan være relatert til lærernes evne til å følge elevers matematiske tenkning, og dermed støtte elevers utvikling og forståelse. Samtidig påpeker studien til Ball og Forzani (2009) at profesjonell klasseromsundervisning er en unaturlig praksis som lærere må øve på. Det er nemlig ikke godt nok at bare læreren forstår det, men lærerens utfordring er å kunne legge til rette for at elevene forstår det, og dette skiller seg ut fra en ordinær hverdagslæring (Cohen, 2011).

Å undersøke det spesifikke undervisningsarbeidet fra Ball (2017) sitt syn på undervisning er derimot utfordrende, både i forhold til det relasjonelle samspillet, hvilken undervisning som skal studeres, identifiseringen av nye og usynlige aspekter og til vurderingen om en handling eller tanke faktisk er en del av det spesifikke undervisningsarbeidet. Gjennom analyser og navngivinger kan vi forstå mer av hva det å respondere på en elevs matematiske tenkning i helklassediskusjoner kan innebære (Ball, 2017). Alle aspektene og faktorene som er navngitt i denne studien i forhold til hendelser, avgjørelser og utfordringer vil til sammen derfor kunne være involvert i det spesifikke arbeidet med å respondere på elevers matematiske tenkning i helklassediskusjoner. Dette viser at det er mye som kan skje i øyeblikket læreren skal respondere på denne tenkningen, som videre kan påvirke den matematiske flyten. Alt dette illustrerer til slutt hva dette komplekse og sammensatte undervisningsarbeidet kan innebære i en undervisningskontekst som har utgangspunkt i utviklende opplæring i matematikk.

5.3 Utviklende opplæring i matematikk og Zankovs fem undervisningsprinsipper

I utgangspunktet er utviklende opplæring i matematikk et system som kan være preget av at elevers matematiske tenkning kommer til uttrykk (Blank et al., 2014). Likevel er det ikke gitt at dialogen er preget av høy grad av elevdeltakelse der læreren primært fungerer som en tilrettelegger i diskusjonen (Cohen, 2011; Hiebert & Grouws, 2007). Denne studien viser at det ble funnet både flere lærerresponser og lærerhandlinger enn det ble funnet elevsvar. Lærerytringene var også lengre enn elevytringene i datamaterialet. Det kan dermed virke som læreren har hatt en dominerende rolle i denne undervisningskonteksten mer enn å fungere som en tilrettelegger (Cazden, 2001; Cohen, 2011). Samtidig er nok undervisningskonteksten preget av en kombinasjon av begge disse undervisningsperspektivene, bare med ulik vektlegging (Hiebert & Grouws, 2007). Hovedmålet for opplæringen er jo tross alt å legge til rette for elevers generelle utvikling, gjennom en presis matematisk språkbruk, som kan optimalisere elevers matematiske tenkning (Blank et al., 2014; Rennemo et al., 2018). De studerte klasserommene har derimot ikke gjennomgått en opplæring som følger Stein et al. (2008) sine prinsipper, der elevers matematiske tenkning er utgangspunktet for diskusjonene. Denne undervisningskonteksten følger derimot Zankovs fem undervisningsprinsipper (Melhus, 2015; Moe & Moe, 2016). Hvordan elevers matematiske tenkning kom til uttrykk, og hvordan læreren videre velger å respondere på denne tekningen i helklassediskusjoner kan derfor skille seg fra andre klasserom.

Lærerens avgjørelse i forhold til å ha en støttende holdning ovenfor sine elever til deres elevsvar kan for eksempel henge tett sammen med det første prinsippet om undervisning på høyt nivå. Dersom elevene er usikre, vil denne støttende holdningen både kunne støtte og utfordre elevene videre til å takle utfordringer i deres nærmeste utviklingssone (Melhus, 2015).

I tillegg til lærerens støttende holdning kan utfordringen med å indikere og forklare at elevenes svar er rett og rimelig også stille krav til lærerens matematiske kunnskaper og evne til å vise matematiske sammenhenger. Dette kan henge sammen med det andre prinsippet der elevene skal kunne se sammenhenger i lærestoffet gjennom sine teoretiske kunnskaper og presise matematiske språk (Melhus, 2015; Moe & Moe, 2016). En forutsetning for at elevene skal kunne se disse sammenhengene kan derfor være at læreren kan legge til rette for dette i undervisningen. Dette kan også muligens være en årsak til de lengre lærerytringene som ble gitt.

De lengre lærerresponsene kan videre handle om det tredje prinsippet om rask gjennomgang av stoffet. Dersom helklassediskusjonen hadde hatt høy grad av elevdeltakelse der læreren primært fungerte som en tilrettelegger, kunne dette ført til avbrudd i fremdriften til læringen, som ikke er ønskelig i forhold til dette prinsippet (Melhus, 2015). Lengre lærerresponser vil derfor kunne hindre dette avbruddet og føre til en rask gjennomgang av stoffet, dersom læreren får styre dette.

Samtidig er det i denne undervisningskonteksten også ønskelig at elevene skal være reflekterte, gjennom å kunne svare på flere spørsmål knyttet til deres egen læring (Blank et al., 2014; Melhus, 2015). Dette innebærer at elevene kan gi utfyllende svar. Om ikke alltid dette var tilfelle, viser funnene at læreren har prøvd å legge til rette for dette ved å stille flere hvordan- og hvorfor-spørsmål. Dette henger videre sammen med det fjerde prinsippet som handler om at elevene skal kunne være aktive deltakere i egen læringsprosess (Moe & Moe, 2016).

At alle elevene ikke klarte å gi utfyllende svar kan også henge sammen med det femte og siste prinsippet. Alle elever har sin egen utviklingssone og blir sett på som unike med ulikt læringstempo (Moe & Moe, 2016). Dette kan forklare lærerens positive holdning til elevsvarene selv om de uttrykte at de ikke forstod noe av det de holdt på med.

Alle Zankovs fem undervisningsprinsipper kunne brukes til å forklare flere av funnene som lå til grunn i denne studien. Det kan derfor tenkes at undervisningskonteksten med utviklende opplæring i matematikk kan skille seg ut fra andre undervisningskontekster med sine undervisningsprinsipper. Likevel trenger ikke det å bety at funnene i denne studien er irrelevant for andre undervisningskontekster med andre teoretiske tradisjoner. Tvert imot er det grunn til å hevde at alle aspektene, faktorene og kravene som er funnet i denne studien også kan være relevant utenfor denne konteksten med å se på undervisning som en profesjonell praksis (Hoover et al., 2014). Det å respondere på elevers matematiske tenkning står kanskje i en spesiell stilling i denne undervisningskonteksten, men overordnet vil de ulike avgjørelsene og utfordringene lærere står ovenfor kunne være like – også på tvers av ulike undervisningskontekster.

6. Konklusjon

Denne studien viser at det spesifikke undervisningsarbeidet med å respondere på elevers matematiske tenkning i helklassediskusjoner er et utfordrende og komplekst arbeid. Ulike lærerresponser, elevsvar og undervisningsoppgaver i direkte tilknytning til dette arbeidet har i første omgang blitt identifisert og kodet. Samtidig har også ulike lærer- og elevhandlinger som foregår parallelt med dette spesifikke undervisningsarbeidet blitt inkludert med tanke på hvordan disse handlingene kan påvirke arbeidet. Videre ligger det derimot noe mer i hva det faktisk vil si å gjøre dette spesifikke undervisningsarbeidet med alle responsene, svarene, oppgavene og handlingene som er involvert. Det spesifikke undervisningsarbeidet ble derfor pakket opp for å kunne navngi noen aspekter, faktorer og krav som kan være involvert i ulike avgjørelser og utfordringer en lærer kan møte i dette arbeidet (Ball, 2017). Dette ble videre gjort med utgangspunkt i en praksisbasert tilnærming, der tilgangen til all denne samtidigheten og kompleksiteten – som ofte skjer i øyeblikket, rett etter en elevs matematiske tenkning – lå tilgjengelig i klasserommet i arbeidets naturlige kontekst (Yin, 2011).

I denne studien er det ikke-faglige aspektet med lærerens håndtering av uventede handlinger eller uromomenter, samt det faglige aspektet med lærerens avgjørelse på hvem hun skal gi ordet til løftet frem. Samtidig er det pekt på ulike faktorer (positiv/støttende holdning, bekrefte elevsvar skriftlig, inkludere elevinvolveringer og gjenta elevsvar) og krav (lærerens erfaringer, matematiske kunnskaper, evne til å vise til matematiske sammenhenger og tidsbruk) som kan påvirke lærerens utfordring med å indikere og forklare at elevenes svar er rimelige og korrekte. Sett i lys av alle disse aspektene, faktorene og kravene som er navngitt i denne studien, er det derfor grunn til å hevde at det spesifikke undervisningsarbeidet er komplekst og utfordrende. Samtidig kan det også være grunn til å hevde at det spesifikke arbeidet som er beskrevet og tolket kan kjennes igjen eller være likt i andre klasserom, med å se på undervisningsarbeidet som en profesjonell praksis (Hoover et al., 2014). For å videre kunne hevde hva som kan være involvert i det spesifikke undervisningsarbeidet, trengs det derimot videre undersøkelser og ytterligere utpakking av både nye og eksisterende aspekter, faktorer og krav i dette arbeidet. På lik linje med Sæbbe og Mosvold (2020) sin studie foreslår derfor denne studien at analysen kan brukes som et startpunkt for å utvikle konseptualiseringer av å respondere på elevers matematiske tenkning i helklassediskusjoner i forhold til hvordan dette kan gjøres, og hva dette kan innebære.

6.1 Implikasjoner for praksis

Selv om det spesifikke undervisningsarbeidet med å respondere på elevers matematiske tenkning i helklassediskusjoner er komplisert og utfordrende, kan denne studien bidra med nyttig informasjon for læreres undervisningspraksis. Som lærer kan jeg ta med meg flere lærerresponser, elevsvar, undervisningsoppgaver og lærer- og elevhandlinger som kan forekomme i dette spesifikke undervisningsarbeidet. Samtidig kan alle aspektene, faktorene og kravene som er påpekt og diskutert i denne studien hjelpe meg til å kunne si noe mer om hva som kan være involvert i noe av dette arbeidet. Både de overordnede resultatene og de videre utdypningene om hva noe av dette arbeidet kan innebære kan derfor være nyttig informasjon til når jeg selv skal lede helklassediskusjoner i matematikkundervisningen. Samtidig bidrar det også med å gjøre meg klar over alle de utfordringene og kravene jeg kommer til å stå ovenfor i dette spesifikke undervisningsarbeidet. Jeg mener derfor at denne studiens resultater kan være med å styrke læreres undervisningspraksis i dette spesifikke arbeidet, både i forhold til avgjørelser og utfordringer som de kan stå ovenfor i øyeblikket, men også i forhold til å kunne bruke denne informasjonen i refleksjon og evaluering av dette arbeidet.

Studiens resultater kan også knyttes til implikasjoner for lærerutdanning som praksisfelt. Det jeg har gjort i forhold til å nøste opp og peke på en del av arbeidet med å respondere på elevers matematiske tenkning i helklassediskusjoner kan være et bidrag til videreutviklingen av et felles kunnskapsgrunnlag for dette arbeidet. Derav kan det også være et bidrag til videreutviklingen av et felles profesjonsspråk, der læreryrket generelt har en vei å gå. Det jeg har gjort handler om å sette ord på ting som lærere gjør uten å tenke over det. Alle aspektene, faktorene og kravene som ble pekt på i det spesifikke undervisningsarbeidet kan derfor være et bidrag til videreutviklingen av et felles profesjonsspråk rettet mot dette arbeidet. Denne informasjonen og kunnskapen kan videre være et bidrag til praktisk øvelse av dette arbeidet i lærerutdanningen. Jeg mener derfor at denne studiens resultater også kan være et startpunkt i videreutviklingen av et felles profesjonsspråk som kan styrke lærerutdanningen som praksisfelt. Samtidig kan resultatene også være et startpunkt i forhold til å synliggjøre koblingene mellom lærerutdanningen og lærernes undervisningspraksis.

6.2 Implikasjoner for forskning

Denne studiens analyser av å respondere på elevers matematiske tenkning i helklassediskusjoner kan av fremtidige studier brukes som et startpunkt for videreutvikling av konsepter og hva dette arbeidet ytterligere kan innebære. I første omgang kunne det vært interessant å ta de navngitte aspektene, faktorene og kravene videre med å ytterligere pakke ut hva mer hver av disse kan innebære i det spesifikke undervisningsarbeidet. Det ene aspektet i forhold til lærerens avgjørelse om hvem hun skal gi ordet til hadde vært spesielt interessant å ta videre. Dette aspektet ligger nært knyttet til elevers matematiske tenkning. Derfor kunne det også vært interessant å studere dette aspektet i et klasserom som følger Stein et al. (2008) sine prinsipper, der elevers matematiske tenkning er utgangspunktet for diskusjonene. Samtidig hadde det også vært interessant å rette et fokus mot andre ikke-faglige aspekter som kan påvirke det spesifikke undervisningsarbeidet, i tillegg til det ikke-faglige aspektet som ble pekt på i denne studien. Fremtidig forskning kunne også pakket ut flere av de andre undervisningsoppgavene som ble identifisert i denne studien, enten enkeltvis eller parvis. Til slutt hadde det også vært interessant om andre studier kunne gjennomført en tilsvarende studie for å både kunne bekrefte, men også finne nye aspekter, faktorer og krav som kan være involvert i det spesifikke undervisningsarbeidet med å respondere på elevers matematiske tenkning i helklassediskusjoner – på flere ulike klassetrinn.

Referanser

Ball, D. L. (2017). Uncovering the Special Mathematical Work of Teaching. I G. Kaiser (Red.), *Proceedings of the 13th International Congress on Mathematical Education—ICME-13* (s. 11–34). Springer Nature.

Ball, D. L., & Forzani, F. M. (2009). The Work of Teaching and the Challenge for Teacher Education. *Journal of Teacher Education*, *60*(5), 497–511. https://doi.org/10.1177/0022487109348479

Ball, D. L., & Lampert, M. (1999). Multiples of evidence, time, and perspective: Revising the study of teaching and learning. I E. C. Lagemann & L. S. Shulman (Red.), *Issues in Education Research: Problems and Possibilities* (s. 371–398). Wiley.

Ball, D. L., Lubienski, S. T., & Mewborn, D. S. (2001). Research on Teaching Mathematics: The Unsolved Problem of Teachers` Mathematical Knowledge. I I. V. Richardson (Red.), *Handbook of research on teaching* (4. utg., s. 433–456). Macmillan.

Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching. *Journal of Teacher Education*, *59*(5), 389–407. https://doi.org/10.1177/0022487108324554

Blank, N., Melhus, K., Tveit, C., & Moe, G. I. (2014). Utviklende opplæring i matematikk. *Utdanning*, *13*, 50–53.

Brodie, K. (2010). Pressing dilemmas: Meaning-making and justification in mathematics teaching. *Journal of Curriculum Studies*, *42*(1), 27–50. https://doi.org/10.1080/00220270903149873

Brown, M. W. (2009). The Teacher-Tool Relationship: Theorizing the Design and Use of Curriculum Materials. I J. T. Remillard, B. A. Herbel-Eisenmann, & G. M. Lloyd (Red.), *Mathematics Teachers at Work: Connecting Curriculum Materials and Classroom Instruction* (s. 17–36). Routledge.

Bullock, E. C. (2012). Conducting "Good" Equity Research in Mathematics Education: A Question of Methodology. *Journal of Mathematics Teacher Education at Teachers College*, *3*(2), 30–36. https://doi.org/10.7916/jmetc.v3i2.752

Cazden, C. B. (2001). *Classroom Discourse: The Language of Teaching and Learning* (2. utg.). Heinemann.

Cengiz, N., Kline, K., & Grant, T. J. (2011). Extending students' mathematical thinking during whole-group discussions. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *14*(5), 355–374. https://doi.org/10.1007/s10857-011-9179-7

Charalambous, C. Y. (2010). Mathematical Knowledge for Teaching and Task Unfolding: An Exploratory Study. *The Elementary School Journal*, *110*(3), 247–278. https://doi.org/10.1086/648978

Charalambous, C. Y., & Hill, H. C. (2012). Teacher knowledge, curriculum materials, and quality of instruction: Unpacking a complex relationship. *Journal of Curriculum Studies*, *44*(4), 443–466. https://doi.org/10.1080/00220272.2011.650215

Cohen, D. K. (2011). *Teaching and Its Predicaments*. Harvard University Press.

Cohen, D. K., Raudenbush, S. W., & Ball, D. L. (2003). Resources, Instruction, and Research. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, *25*(2), 119–142. https://doi.org/10.3102/01623737025002119

Cuban, L. (1984). *How Teachers Taught: Constancy and Change in American Classrooms, 1890-1980*. Research on Teaching Monograph Series.

Delaney, S. F. (2008). *ADAPTING AND USING U.S. MEASURES TO STUDY IRISH TEACHERS' MATHEMATICAL KNOWLEDGE FOR TEACHING* [Doktorgradsavhandling]. University of Michigan.

Depaepe, F., Verschaffel, L., & Kelchtermans, G. (2013). Pedagogical content knowledge: A systematic review of the way in which the concept has pervaded mathematics educational research. *Teaching and Teacher Education*, *34*, 12–25. https://doi.org/10.1016/j.tate.2013.03.001

Dillon, J. T. (1994). *Using discussion in classrooms*. Open University Press.

Drageset, O. G. (2010). The Interplay Between the Beliefs and the Knowledge of Mathematics Teachers. *Mathematics Teacher Education and Development*, *12*(1), 30–49.

Fauskanger, J., & Mosvold, R. (2016). Lærerarbeidets matematiske undervisningsoppgaver. *Nordic Studies in Mathematics Education*, *21*(3), 73–88.

Fauskanger, J., Mosvold, R., & Bjuland, R. (2010). Hva må læreren kunne? *Tangenten*, 35–38.

Forman, E. A., & Ansell, E. (2001). The Multiple Voices of a Mathematics Classroom

Community. *Educational Studies in Mathematics*, *46*(1), 115–142. https://doi.org/10.1023/A:1014097600732

Franke, M. L., Kazemi, E., & Battey, D. (2007). Mathematics teaching and classroom practice. I F. K. Lester, Jr. (Red.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (s. 225–256). Information Age Publishing.

Franke, M. L., Webb, N. M., Chan, A. G., Ing, M., Freund, D., & Battey, D. (2009). Teacher Questioning to Elicit Students' Mathematical Thinking in Elementary School Classrooms. *Journal of Teacher Education*, *60*(4), 380–392. https://doi.org/10.1177/0022487109339906

Gage, N. L. (2009). *A Conception of Teaching*. Springer Science.

Herleiksplass, N.-J. (2015). *Barneskolelæreres matematiske utfordringer og muligheter i arbeid med Zankovs undervisningsprinsipper* [Mastergradsavhandling]. Universitetet i Stavanger. https://uis.brage.unit.no/uis-xmlui/handle/11250/299258

Hiebert, J., & Grouws, D. A. (2007). The Effect of Classroom Mathematics Teaching on Students' Learning. I F. K. Lester, Jr. (Red.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (s. 371–404). Information Age Publishing.

Hill, H. C., Umland, K., Litke, E., & Kapitula, L. R. (2012). Teacher Quality and Quality Teaching: Examining the Relationship of a Teacher Assessment to Practice. *American Journal of Education*, *118*(4), 489–519.

Hoover, M., Mosvold, R., Ball, D. L., & Lai, Y. (2016). Making Progress on Mathematical Knowledge for Teaching. *Mathematics Enthusiast*, *13*(1–2), 3–34.

Hoover, M., Mosvold, R., & Fauskanger, J. (2014). Common tasks of teaching as a resource for measuring professional content knowledge internationally. *Nordic Studies in Mathematics Education*, *19*(3–4), 7–20.

Jacobs, V. R., & Spangler, D. A. (2017). Research on Core Practices in K-12 Mathematics Teaching. I J. Cai (Red.), *Compendium for Research in Mathematics Education* (s. 766–792). The National Council of Teachers of Mathematics.

Klette, K. (Red.). (2003). *Klasserommets praksisformer etter Reform 97*. Pedagogisk forskningsinstitutt.

Langer-Osuna, J. M. (2016). The Social Construction of Authority Among Peersand Its

Implications for Collaborative Mathematics Problem Solving. *Mathematical Thinking and Learning*, *18*(2), 107–124. http://dx.doi.org/10.1080/10986065.2016.1148529

Melhus, K. (2015). Å stimulere barns evne til å tenke. *Tangenten*, *2*, 13–16.

Moe, G. I., & Moe, S. (2016). Utviklende opplæring i matematikk—Utfordringer for læreren. *Bedre Skole*, *4*, 72–75.

Mosvold, R. (2017). Studier av undervisningskunnskap i matematikk: Internasjonale trender og nordiske bidrag. *Nordic Studies in Mathematics Education*, *22*(2), 51–69.

Mosvold, R., & Bjuland, R. (2020). The work of positioning students and content in mathematics teaching. *Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, 1–10.

NESH. (2016). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi* (4. utg.). De nasjonale forskningsetiske komiteene. https://www.forskningsetikk.no/retningslinjer/hum-sam/forskningsetiske-retningslinjer-for-samfunnsvitenskap-humaniora-juss-og-teologi/

Rennemo, M. G., Søvik, W. L., & Meberg, L. K. O. (2018). Utviklende matematikklæring. *Tangenten*, *29*(1), 15–20.

Shulman, L. S. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher*, *15*(2), 4–14.

Silverman, D. (2011). *Interpreting qualitative data* (4. utg.). SAGE Publications.

Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating Productive Mathematical Discussions: Five Practices for Helping Teachers Move Beyond Show and Tell. *Mathematical Thinking and Learning*, *10*(4), 313–340. https://doi.org/10.1080/10986060802229675

Stigler, J. W., & Hiebert, J. (2009). *The Teaching Gap*. Free press.

Sæbbe, P.-E., & Mosvold, R. (2020). The Complexity of Teaching Mathematics in Kindergarten: A Case Study and Conceptualization. I M. Carlsen, I. Erfjord, & P. S. Hundeland (Red.), *Mathematics Education in the Early Years: Results from the POEM4 Conference, 2018* (s. 385–400). Springer Nature.

Thagaard, T. (2013). *Systematikk og innlevelse: En innføring i kvalitativ metode* (4. utg.). Fagbokforlaget.

UiS. (2021a). *Studere matematikkundervisning MGL3122*. Universitetet i Stavanger. https://www.uis.no/nb/student/course/MGL3122_1

UiS. (2021b). *Utdanningsvitenskap—Masterprogram (M-UTDVIT)*. Universitetet i Stavanger. https://www.uis.no/nb/studieprogram-og-emner/utdanningsvitenskap-masterprogram

Vygotskij, L. S. (1986). *Thought and Language* (A. Kozulin, Red.). MIT Press.

Yin, R. K. (2011). *Qualitative Research from Start to Finish*. The Guilford Press.

Zankov, L. V. (1977). Principles of the Experimental Didactic System. I B. B. Szekely (Red.), *Teaching and Development: A Soviet Investigation* (s. 52–63). M.E.Sharpe.

Vedlegg 1: Transkripsjonsnøkkel

Funksjon	**Tegn**	**Beskrivelse**
Overlapp	[tekst] [tekst]	Blir brukt når to personer sier noe samtidig
Overtakelse	tekst≈ ≈tekst	Indikerer når en person overtar og fortsetter å snakke uten at det er pause imellom
Pause (≥ 1 s)	(ns) der n = antall sekunder Eks. (6s)	Pauser i antall sekunder
Kort pause (≤ 1 s)	(.)	Pauser på under et sekund
Konklusjon	.	Som punktum
Spørsmål	?	Indikerer et spørsmål
Forlengelse	: eller :: for lengre	Indikerer at ordet forlenges. F.eks. “Det er så::: bra at dere…”
Lav prat	*tekst*	Indikerer at det blir snakket lavt
Ukjent tekst	(ukjent tekst)	Indikerer når det som blir sagt er helt ugjenkjennelig og blir ikke transkribert
Forsterkning	tekst	Indikerer at ord eller setninger blir forsterket

Vedlegg 2: Innledende koder og kategorikoder

Fra 4C (2. time, 2020.02.12): helklassediskusjon om volum

Nr.	Tid	Hvem	Diskurs	Gestikulering	Kommentar	Innledende koder	Kategorikoder	Undervisnings-oppgaver
2-078		Lærer	Ja. Magnar?		Hvisker	Hvisker og gir ordet til Magnar	Gir elever ordet= 108 Gir gutt ordet= 140	
2-079	12:37	Magnar	Ganger tretti centimeter			Magnars svar	Svarer på lærerens spørsmål= 401 Svarer rett = 415	
2-080		Lærer	Ganger tretti centimeter. Så fire tusen centimeter ganger tretti centimeter, hva blir det?	Skriver på tavlen: x 30 cm		Gjentar Magnars svar, og skriver det på tavlen. Stiller oppfølgingsspørsmål	Responderer med å gjenta elevsvaret= 318 Gjentar elevers svar muntlig og skriftlig= 304 Responderer med å stille oppfølgingsspørsmål til elevsvaret= 302 Stiller elever spørsmål om memoreringsferdigheter = 319	Follow students description= 516 Write numerals and operation signs on the board= 510 Ask students to solve a problem or to calculate mentally= 524
2-081		Lærer		Snur seg mot elevene går mot midten av klasserommet, står og ser rundt seg.	Magnar rekker tidlig opp hånda	Beveger og ser seg rundt i klasserommet	Gestikulerer/beveger seg i forhold til elevene i klasserommet= 103 Ser spørrende på elevene= 132 Rekker opp hånden= 205	

							Gutt rekker opp hånden= 220	
2-082	13:02	Lærer	Ja jeg ser	Nikker til Magnar	Hvisker	Nikker og hvisker anerkjennende mot at hun har sett hånden til Magnar	Gestikulerer/beveger seg i forhold til elevene i klasserommet= 103 Nikker/peker bekreftende til elev= 133	
2-083		Lærer	Magnar, har du forslag?	Går til tavlen		Velger å gi ordet til Magnar igjen	Gir elever ordet= 108 Gir gutt ordet= 140 Gestikulerer/beveger seg i forhold til elevene i klasserommet= 103 Går vekk fra eleven, og mot tavlen= 134	Ask students to solve a problem or to calculate mentally= 524
2-084		Magnar	Mm			Magnars svar	Svarer på lærerens spørsmål= 401 Svarer med usikkerhet= 403	
2-085	13:07	Lærer	Ja?	Vender seg mot Magnar		Vender seg spørrende mot Magnar for videre svar	Gestikulerer/beveger seg i forhold til elevene i klasserommet= 103 Ser spørrende på elevene= 132 Responderer med å stille oppfølgingsspørsmål til elevsvaret= 302 Stiller elever repeterende spørsmål = 310	Ask student to clarify a response= 506

Vedlegg 3: Overordnede og underordnede koder

Type lærerhandlinger

Type lærerhandling	Kode	Antall ganger
Innleder diskusjonen (overordnet kode)	101 101/121 (2) 101/122 (1) 101/123 (1)	4
Gir elever tips (overordnet kode)	102 102/124 (1) 102/125 (2) 102/126 (3) 102/127 (1) 102/128 (1) 102/141 (1)	9
Gestikulerer/beveger seg i forhold til elevene i klasserommet (overordnet kode)	103 103/129 (3) 103/130 (1) 103/131 (11) 103/132 (3) 103/133 (2) 103/134 (2) 103/135 (2)	24
Håndterer noe som påvirker flyten i diskusjonen (overordnet kode)	105 105/136 (5) 105/137 (1) 105/138 (1)	7
Gir elever ordet (overordnet kode)	108 108/139 (8) 108/140 (12)	20
Spøker med elevene (overordnet kode)	117 117/142 (1) 117/143 (1)	2
Repetisjonsspørsmål (underordnet kode)	121	2
Utforskende spørsmål (underordnet kode)	122	1
Utregningsspørsmål (underordnet kode)	123	1
Tenk på formel (underordnet kode)	124	1
Tenk på like/ulike måleenheter (underordnet kode)	125	2
Tenk på kjente tall/lengder (underordnet kode)	126	3
Tenk på likhet (underordnet kode)	127	1
Tenk på sammenhenger (underordnet kode)	128	1
Går mot/nærmere de hun snakker til (underordnet kode)	129	3
Viser elevene tommel opp (underordnet kode)	130	1
Peker/ser på det hun sier (underordnet kode)	131	11
Ser spørrende på elevene (underordnet kode)	132	3
Nikker/peker bekreftende til elev (underordnet kode)	133	2
Går vekk fra eleven, og mot tavlen (underordnet kode)	134	2
Viser med hendene at noe er stort/likt (underordnet kode)	135	2
Teknisk forstyrrelse (underordnet kode)	136	5

Gråtende elev (underordnet kode)	137	1
Elev som må på do (underordnet kode)	138	1
Gir jente ordet (underordnet kode)	139	8
Gir gutt ordet (underordnet kode)	140	12
Tenk en gang til (underordnet kode)	141	1
Overdrivelse (underordnet kode)	142	1
Avslører spøk (underordnet kode)	143	1

Type elevhandlinger

Type elevhandling	Kode	Antall ganger
Gjør noe som påvirker flyten i diskusjonen (overordnet kode)	201 201/212 (1) 201/203 (1) 201/213 (1) 201/214 (1) 201/215 (1)	5
Gestikulerer/beveger seg i forhold til læreren (overordnet kode)	202 202/223 (1) 202/224 (2) 202/225 (1) 202/226 (1)	5
Rekker opp hånden (overordnet kode)	205 205/220 (4) 205/222 (3)	7
Sier noe uten å ha fått ordet (overordnet kode)	206 206/208 (2) 206/216 (1) 206/217 (1) 206/218 (1) 206/219 (1)	6
Gråter ved pulten (underordnet kode)	203	1
Tenker høyt (underordnet kode)	208	2
Sier navnet til læreren uten å ha fått ordet (underordnet kode)	212	1
Sier noe morsomt om den tekniske forstyrrelsen (underordnet kode)	213	1
Ønsker å delta i morsomheten (underordnet kode)	214	1
Spør om å få gå på do (underordnet kode)	215	1
Fullfører lærerens forklaring om multiplikasjon (underordnet kode)	216	1
Roper ut av glede for rett svar (underordnet kode)	217	1
Fullfører lærerens forklaring om egen usikkerhet (underordnet kode)	218	1
Kommenterer det opprinnelige svaret til en medelev (underordnet kode)	219	1
Gutt rekker opp hånden (underordnet kode)	220	4
Flere rekker opp hånden (underordnet kode)	222	3
Peker på teknisk forstyrrelse (underordnet kode)	223	1
Nikker bekreftende (underordnet kode)	224	2
Smiler usikkert (underordnet kode)	225	1
Løfter armen i glede (underordnet kode)	226	1

Type elevsvar

Type elevsvar	Kode	Antall ganger
Svarer på lærerens spørsmål (overordnet kode)	401 401/403 (7) 401/405 (4) 401/408 (2) 401/411 (7) 401/414 (4) 401/415 (17)	41 (alene)
Svarer på lærerens kommentar (overordnet kode)	402 402/403 (2) 402/408 (2) 402/409 (3) 402/411 (1) 402/414 (2) 402/415 (5)	15 (alene)
Svarer videre på en annen elevs svar (overordnet kode)	404 404/408 (2) 404/411 (1) 404/413 (2) 404/415 (2)	7 (alene)
Svarer med usikkerhet (underordnet kode)	403	9
Svarer bekreftende på lærerens spørsmål (underordnet kode)	405	4
Svarer med manglende forståelse (underordnet kode)	408	6
Svarer bekreftende på lærerens respons (underordnet kode)	409	3
Svarer feil (underordnet kode)	411	9
Svarer bekreftende på en annen elevs svar (underordnet kode)	413	2
Svarer samtidig med andre elever (underordnet kode)	414	6
Svarer rett (underordnet kode)	415	24

Type lærerresponser

Type lærerrespons	Kode	Antall ganger
Responderer med å bekrefte elevsvaret (overordnet kode)	324 324/325 (19) 324/326 (5) 324/327 (1) 324/328 (9) 324/335 (1)	35
Responderer med å gjenta elevsvaret (overordnet kode)	318 318/301 (16) 318/304 (3)	19
Responderer med å stille oppfølgingsspørsmål til elevsvaret (overordnet kode)	302 302/319 (5) 302/311 (7) 302/316 (3) 302/321 (4) 302/312 (12) 302/310 (5) 302/320 (2) 302/313 (2) 302/317 (3)	43
Responderer med å utvide elevsvaret (overordnet kode)	305 305/332 (5) 305/330 (4) 305/331 (4) 305/333 (3) 305/336 (2)	18
Gjentar elevers svar muntlig (underordnet kode)	301	16
Gjentar elevers svar muntlig og skriftlig (underordnet kode)	304	3
Stiller elever repeterende spørsmål (underordnet kode)	310	5
Stiller elever undrende spørsmål (underordnet kode)	311	7
Stiller elever ledende spørsmål (underordnet kode)	312	12
Stiller elever spørsmål om repetisjon og forslag (underordnet kode)	313	2
Stiller elever spørsmål om bekreftelse (underordnet kode)	316	3
Stiller elever spørsmål som er videreført fra en annen elev (underordnet kode)	317	3
Stiller elever spørsmål om memoreringsferdigheter (underordnet kode)	319	5
Stiller elever spørsmål om forståelse og betenkningstid (underordnet kode)	320	2
Stiller elever spørsmål om begreper og størrelser (underordnet kode)	321	4
Bekrefter elevenes svar med anerkjennende ord (underordnet kode)	325	19
Bekrefter elevenes svar med å akseptere deres manglende forståelse (underordnet kode)	326	5

Bekrefter elevenes svar med å sette strek under det som ble sagt (underordnet kode)	327	1
Bekrefter elevenes svar med en omformulering (underordnet kode)	328	9
Utvider elevsvaret med å presisere grunnleggende forutsetninger for utregning (underordnet kode)	330	4
Utvider elevsvaret med å trekke sammenhenger (underordnet kode)	331	4
Utvider elevsvaret med å vise til strategier (underordnet kode)	332	4
Utvider elevsvaret med å illustrere svaret med gestikuleringer (underordnet kode)	333	3
Bekrefter elevenes svar, men blir avbrutt (underordnet kode)	335	1
Begynner å utvide elevsvaret, men blir avbrutt (underordnet kode)	336	2

Vedlegg 4: Undervisningsoppgaver

Type undervisningsoppgaver

Type undervisningsoppgave	Kode	Antall ganger
Forklare om elevenes påstander er rimelige (ofte raskt)	501	32
Gi, eller evaluere, matematiske forklaringer	502	21
Bruke matematisk notasjon og språk, og bedømme bruken	503	20
Stille fruktbare matematiske spørsmål	504	18
Ask student to expand on a response	505	11
Ask student to clarify a response	506	9
Respond to a mathematical question from a student	507	6
Help or prompt a student who is stuck or incorrect (E.g. giving a clue or a suggestion)	508	16
Explain mathematical ideas	509	12
Write numerals and operation signs on the board	510	5
Define and/or explain mathematical terms	511	5
Elicit the meaning of a mathematical term	512	2
Compare or differentiate between/among different ways of representing data	513	4
Use representation to explain operations, or other mathematical ideas	514	4
Follow students explanation	515	4
Follow students description	516	14
Respond to a mathematical comment, statement or conjecture from a student	517	16
Ask other students to comment on a response or a statement made by one student	518	7
Ask a student to justify an answer or statement	519	3
Indicate to a student that an answer is correct	520	28
Indicate to a student that an answer is incorrect	521	8
Help a student describe a mathematical procedure	522	6
Ask a mathematical question on a topic not taught in the lesson (but which at least some students are expected to know)	523	1
Ask students to solve a problem or to calculate mentally	524	5

Vedlegg 5: Informasjonsskriv og samtykkeerklæring foreldre

Vil du delta i forskningsprosjektet «Lede matematiske samtaler»?

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å undersøke hvordan lærere leder matematiske samtaler i klasserommet og hvilke muligheter det gir elevene til å fremstå som flinke i matematikk. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

Formål

Prosjektet vil foregå i perioden 2019-2021, og målet er å utforske viktige sider ved undervisningsarbeidet i matematikk. Prosjektet har et særlig fokus på det å lede matematiske samtaler i klasserommet, og vi undersøker her hvordan lærere gjennomfører denne delen av undervisningen, hvilke krav dette arbeidet kan stille til læreren og hvilke muligheter elevene gjennom samtalene får til å fremstå som flinke i matematikk. Det overordnede målet med prosjektet er å bidra til større forståelse for den komplekse matematikkundervisningen. Dette er et forskningsprosjekt som ledes av erfarne forskere ved Universitetet i Stavanger, og masterstudenter deltar i innsamling og analyse av forskningsdata. Resultatene av studien vil kunne formidles i forskningsrapporter, tidsskriftartikler, bok-kapitler og konferansepaper.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

Universitetet i Stavanger er ansvarlig for prosjektet, og prosjektet ledes av professor Reidar Mosvold ved Institutt for grunnskolelærerutdanning, idrett og spesialpedagogikk.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?

Vi har spurt lærere/klasser i universitetets praksisnettverk om å delta i prosjektet, og lærer/klasse er valgt strategisk fordi vi har grunn til å tro at dette er lærere/klasser som har et spesielt fokus på å utvikle gode samtaler i matematikk-klasserommet.

Hva innebærer det for deg å delta?

I løpet av de 2-3 ukene prosjektet foregår i klassen vil grupper av forskere og masterstudenter observere matematikkundervisningen og gjøre lyd- og videoopptak av denne. Forskerne vil også skrive feltnotater under observasjonene. Intervju med lærer vil gjøres etter avtale, og i løpet av perioden vil vi også gjennomføre intervju med to elevgrupper. Disse elevgruppene vil velges ut i samsvar med lærer, og dette vil bli avklart med foreldre. Det vil også bli gjort lyd- og video-opptak under intervjuene. Lærer vil få intervjuguide på forhånd, og foreldre kan få se intervjuguiden på forhånd ved å ta kontakt med lærer.

Det er frivillig å delta
Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykke tilbake uten å oppgi noen grunn. Dette kan gjøres ved å ta kontakt med prosjektansvarlig. Alle opplysninger om deg vil da bli anonymisert. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger

Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket. Opplysningene som blir samlet inn i dette prosjektet vil kun være tilgjengelig for de ansvarlige forskerne i prosjektgruppen, og for de masterstudentene som deltar. Opptakene vil under prosjektperioden lagres på ekstern harddisk som blir forsvarlig lagret og innelåst. I alle skriftliggjøringer av datamaterialet vil både elever, lærere og skoler bli gitt fiktive navn. Deltakerne vil ikke kunne gjenkjennes i publikasjoner.

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?

Prosjektet skal etter planen avsluttes 31. desember 2021. Alle lyd- og video-opptak blir da forsvarlig slettet, og kun anonymiserte tekster vil bli tatt vare på.

Dine rettigheter

Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om deg,
- å få rettet personopplysninger om deg,
- få slettet personopplysninger om deg,
- få utlevert en kopi av dine personopplysninger (dataportabilitet), og
- å sende klage til personvernombudet eller Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?

Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra Universitetet i Stavanger har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvor kan jeg finne ut mer?

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- Universitetet i Stavanger ved professor Reidar Mosvold (tlf. 51 83 23 42).
- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS, på epost ((Delaney, 2008, s. 255)) eller telefon: 55 58 21 17.

Med vennlig hilsen

Reidar Mosvold

Prosjektansvarlig

(Forsker/veileder)

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet «Lede matematiske samtaler», og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

- at ____ (navn på barnet) kan delta i undervisning som observeres
- at ____ (navn på barnet) kan delta i elevintervju (i gruppe med 2-5 elever)

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet, ca. 31. desember 2021.

(Signert av foreldre/foresatte, dato)

Vedlegg 6: Informasjonsskriv og samtykkeerklæring lærer

Vil du delta i forskningsprosjektet «Lede matematiske samtaler»?

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å undersøke hvordan lærere leder matematiske samtaler i klasserommet og hvilke muligheter det gir elevene til å fremstå som flinke i matematikk. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

Formål

Prosjektet vil foregå i perioden 2019-2021, og målet er å utforske viktige sider ved undervisningsarbeidet i matematikk. Prosjektet har et særlig fokus på det å lede matematiske samtaler i klasserommet, og vi undersøker her hvordan lærere gjennomfører denne delen av undervisningen, hvilke krav dette arbeidet kan stille til læreren og hvilke muligheter elevene gjennom samtalene får til å fremstå som flinke i matematikk. Det overordnede målet med prosjektet er å bidra til større forståelse for den komplekse matematikkundervisningen. Dette er et forskningsprosjekt som ledes av erfarne forskere ved Universitetet i Stavanger, og masterstudenter deltar i innsamling og analyse av forskningsdata. Resultatene av studien vil kunne formidles i forskningsrapporter, tidsskriftartikler, bok-kapitler og konferansepaper.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

Universitetet i Stavanger er ansvarlig for prosjektet, og prosjektet ledes av professor Reidar Mosvold ved Institutt for grunnskolelærerutdanning, idrett og spesialpedagogikk.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?

Vi har spurt lærere/klasser i universitetets praksisnettverk om å delta i prosjektet, og lærer/klasse er valgt strategisk fordi vi har grunn til å tro at dette er lærere/klasser som har et spesielt fokus på å utvikle gode samtaler i matematikk-klasserommet.

Hva innebærer det for deg å delta?

I løpet av de 2-3 ukene prosjektet foregår i klassen vil grupper av forskere og masterstudenter observere matematikkundervisningen og gjøre lyd- og videoopptak av denne. Forskerne vil også skrive feltnotater under observasjonene. Intervju med lærer vil gjøres etter avtale, og i løpet av perioden vil vi også gjennomføre intervju med to elevgrupper. Disse elevgruppene vil velges ut i samsvar med lærer, og dette vil bli avklart med foreldre. Det vil også bli gjort lyd- og video-opptak under intervjuene. Lærer vil få intervjuguide på forhånd, og foreldre kan få se intervjuguiden på forhånd ved å ta kontakt med lærer.

Det er frivillig å delta
Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykke tilbake uten å oppgi noen grunn. Dette kan gjøres ved å ta kontakt med prosjektansvarlig. Alle opplysninger om deg vil da bli anonymisert. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger

Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket. Opplysningene som blir samlet inn i dette prosjektet vil kun være tilgjengelig for de ansvarlige forskerne i prosjektgruppen, og for de masterstudentene som deltar. Opptakene vil under prosjektperioden lagres på ekstern harddisk som blir forsvarlig lagret og innelåst. I alle skriftliggjøringer av datamaterialet vil både elever, lærere og skoler bli gitt fiktive navn. Deltakerne vil ikke kunne gjenkjennes i publikasjoner.

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?

Prosjektet skal etter planen avsluttes 31. desember 2021. Alle lyd- og video-opptak blir da forsvarlig slettet, og kun anonymiserte tekster vil bli tatt vare på.

Dine rettigheter

Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om deg,
- å få rettet personopplysninger om deg,
- få slettet personopplysninger om deg,
- få utlevert en kopi av dine personopplysninger (dataportabilitet), og
- å sende klage til personvernombudet eller Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?

Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra Universitetet i Stavanger har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvor kan jeg finne ut mer?

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- Universitetet i Stavanger ved professor Reidar Mosvold (tlf. 51 83 23 42).
- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS, på epost (personvernombudet@nsd.no) eller telefon: 55 58 21 17.

Med vennlig hilsen

Reidar Mosvold

Prosjektansvarlig

(Forsker/veileder)

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet «Lede matematiske samtaler», og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

- å delta i undervisning som observeres
- å delta i intervju

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet, ca. 31. desember 2021.

(Signert av lærer, dato)

Vedlegg 7: Meldeskjema for behandling av personopplysninger

NORSK SENTER FOR FORSKNINGSDATA

Meldeskjema 502242

Sist oppdatert

14.01.2019

Hvilke personopplysninger skal du behandle?

Navn (også ved signatur/samtykke)
Bilder eller videoopptak av personer
Lydopptak av personer

Type opplysninger

Skal du behandle særlige eller strafferettslige personopplysninger?

Nei

Prosjektinformasjon

Prosjekttittel

Lede matematiske samtaler

Prosjektbeskrivelse

En sentral del av matematikkundervisningen er å initiere og lede matematiske samtaler. Dette er et krevende arbeid hvor læreren må ta både faglige og relasjonelle hensyn. I dette prosjektet studerer vi det komplekse arbeidet med å initiere og lede matematiske samtaler. Fokuset er særlig på hvilke samtaletrekk lærere bruker og hvordan, og hvilke muligheter elevene gis til å delta og til å fremstå i et positivt lys. I tillegg er det et fokus på hvilke krav dette komplekse undervisningsarbeidet stiller til læreren. Det overordnede målet med prosjektet er å bidra til konseptualisering av det matematiske undervisningsarbeidet, og til å utvikle kunnskap om de utfordringene og kravene dette komplekse arbeidet stiller til lærere.

Prosjektet vil foregå i perioden 2019-2021. I denne perioden vil det samles inn kvalitative forskningsdata i utvalgte klasser. Datainnsamlingen i hver klasse vil foregå over 2-3 uker, og vi vil i løpet av prosjektet samle inn data i flere valgte klasser. Det vil også være mulig å samle inn data i samme klasse eller hos samme lærer i flere perioder, men dette vil da avtales på nytt for hver gang. Forskningsdata vil bli samlet inn i form av feltnotater, intervjuer, oppgaveanalyse og klasseromsobservasjoner. Det vil bli gjort video- og lydopptak fra matematikkundervisningen og intervjuene. Det vil ikke bli samlet inn direkte personidentifiserende opplysninger i prosjektet. Alle observasjoner og kommentarer fra lærer og elever vil bli behandlet konfidensielt, og både elever, lærere og skole vil bli gitt fiktive navn. Ved prosjektets slutt vil alle lyd- og video-opptak bli slettet, og kun anonymiserte transkripsjoner og feltnotater vil bli oppbevart.

Fagfelt

Matematikk og naturvitenskap

Dersom opplysningene skal behandles til andre formål enn behandlingen for dette prosjektet, beskriv hvilke

Det vil i forbindelse med prosjektet ikke bli samlet inn personopplysninger. Datamaterialet som samles inn i prosjektet vil kun være tilgjengelig for analyser i en forskergruppe bestående av 2-3 seniorforskere og ca. 20 masterstudenter. Datamaterialet vil brukes til analyser som vil ende opp som forskningsrapporter, og resultater fra prosjektet vil også kunne publiseres i tidsskriftartikler, konferansepaper og/eller bok-kapitler.

Begrunn behovet for å behandle personopplysningene

Prosjektet har fokus på matematikkundervisning og ikke på enkeltlærere eller elever. Det er et mål i prosjektet å utvikle teori heller enn å generalisere til en større populasjon av elever eller lærere. Derfor anser vi det som unødvendig å samle inn personopplysninger i prosjektet. Det vil naturligvis være nødvendig å forholde seg til en viss form for personopplysninger i form av kontaktinformasjon med lærer og skole, men det vil ikke bli lagret personopplysninger som del av forskningsdata i prosjektet.

Ekstern finansiering

Andre

Annen finansieringskilde

Prosjektet finansieres av forskernes egne FoU-tid, og masterstudentenes bidrag er knyttet til deltakelse i masterutdanningen. **Type prosjekt**

Forskerprosjekt

Behandlingsansvar

Behandlingsansvarlig institusjon

Universitetet i Stavanger / Fakultet for utdanningsvitenskap og humaniora / Institutt for grunnskolelærerutdanning, idrett og spesialpedagogikk

Prosjektansvarlig (vitenskapelig ansatt/veileder eller stipendiat)

Reidar Mosvold, reidar.mosvold@uis.no, tlf: 51832342

Skal behandlingsansvaret deles med andre institusjoner (felles behandlingsansvarlige)?

Nei

Utvalg 1

Beskriv utvalget

Utvalget vil bestå av strategisk valgte lærere og deres matematikk-klasser. Utvalg 1 er definert som lærerne. **Rekruttering eller trekking av utvalget**

Utvalget vil rekrutteres gjennom universitetets praksisnettverk. Prosjektleder vil ta kontakt med lærer og skoleledelse. **Alder**

21 - 67

Inngår det voksne (18 år +) i utvalget som ikke kan samtykke selv?

Nei

Personopplysninger for utvalg 1

Navn (også ved signatur/samtykke)

Bilder eller videoopptak av personer

Lydopptak av personer

Hvordan samler du inn data fra utvalg 1

Personlig intervju

Grunnlag for å behandle alminnelige kategorier av personopplysninger

Samtykke (art. 6 nr. 1 bokstav a)

Ikke-deltakende observasjon

Grunnlag for å behandle alminnelige kategorier av personopplysninger

Samtykke (art. 6 nr. 1 bokstav a)

Informasjon for utvalg 1

Informerer du utvalget om behandlingen av opplysningene?

Ja

Hvordan?

Skriftlig informasjon (papir eller elektronisk)

Utvalg 2

Beskriv utvalget

Utvalg 2 defineres som elevene i de strategisk valgte matematikk-klassene. Studien fokuserer på grunnskolen. **Rekruttering eller trekking av utvalget**

Det er lærerne som trekkes, og elevene blir dermed utvalgt i kraft av å være i de valgte lærernes klasser. Førstegangskontakt vil skje mellom prosjektleder og lærer/skoleledelse.

Alder

6 - 15

Inngår det voksne (18 år +) i utvalget som ikke kan samtykke selv?

Nei

Personopplysninger for utvalg 2

Navn (også ved signatur/samtykke)

Bilder eller videoopptak av personer

Lydopptak av personer

Hvordan samler du inn data fra utvalg 2

Gruppeintervju

Grunnlag for å behandle alminnelige kategorier av personopplysninger

Samtykke (art. 6 nr. 1 bokstav a)

Hvem samtykker for barn under 16 år?

Foreldre/foresatte

Ikke-deltakende observasjon

Grunnlag for å behandle alminnelige kategorier av personopplysninger

Samtykke (art. 6 nr. 1 bokstav a)

Hvem samtykker for barn under 16 år?

Foreldre/foresatte

Informasjon for utvalg 2

Informerer du utvalget om behandlingen av opplysningene?

Ja

Hvordan?

Skriftlig informasjon (papir eller elektronisk)

Tredjepersoner

Skal du behandle personopplysninger om tredjepersoner?

Nei

Dokumentasjon

Hvordan dokumenteres samtykkene?

Manuelt (papir)

Hvordan kan samtykket trekkes tilbake?

Samtykke kan trekkes tilbake ved å ta kontakt med prosjektansvarlig. Dette er opplyst om i informasjonsskriv. **Hvordan kan de registrerte få innsyn, rettet eller slettet opplysninger om seg selv?**

Det vil ikke bli samlet inn noen personopplysninger, og det vil derfor ikke være behov for å få rettet opplysninger. Deltakerne i studien kan når som helst få innsyn i datamateriale ved å ta kontakt med prosjektleder.

Totalt antall registrerte i prosjektet

1-99

Tillatelser

Skal du innhente følgende godkjenninger eller tillatelser for prosjektet?

Behandling

Hvor behandles opplysningene?

Mobile enheter tilhørende behandlingsansvarlig institusjon

Fysisk isolert maskinvare tilhørende behandlingsansvarlig institusjon

Hvem behandler/har tilgang til opplysningene?

Prosjektansvarlig

Student (studentprosjekt)

Interne medarbeidere

Tilgjengeliggjøres opplysningene utenfor EU/EØS til en tredjestat eller internasjonal organisasjon? Nei

Sikkerhet

Oppbevares personopplysningene atskilt fra øvrige data (kodenøkkel)?

Ja

Hvilke tekniske og fysiske tiltak sikrer personopplysningene?

Opplysningene anonymiseres

Adgangsbegrensning

Varighet

Prosjektperiode

01.01.2019 - 31.12.2021

Skal data med personopplysninger oppbevares utover prosjektperioden?

Nei, data vil bli oppbevart uten personopplysninger

Vil de registrerte kunne identifiseres (direkte eller indirekte) i oppgave/avhandling/øvrige publikasjoner fra prosjektet?

Nei

Tilleggsopplysninger