DET TEKNISK-NATURVITENSKAPELIGE FAKULTET

MASTEROPPGAVE

Studieprogram/spesialisering: Lektor i Realfag	Vårsemesteret, 2022. Åpen
Forfatter: Sigrunn Westersjø Nesheim	Sigrunn Westersjø Nesheim (signatur forfatter)
Fagansvarlig: Sigbjørn Hervik Veileder: Sigbjørn Hervik	
Tittel på masteroppgaven: *Open Middle Math* og dybdelæring i matematikk Engelsk tittel: *Open Middle Math* and extensive understanding within mathematics	
Studiepoeng: 30 poeng	
Emneord: - Fagfornyelsen - Dybdelæring - Open Middle Math - Matematikk	Sidetall: 59 + vedlegg/annet: 66 Stavanger, 14.06.2022

Forord

Jeg vil gjerne takke *Sigbjørn Hervik*, professor ved *Det teknisk-naturvitenskapelige fakultetet*, innenfor *Instituttet for matematikk og fysikk*, ved *Universitet i Stavanger (UiS)*, for å sette av tid til å veilede meg i en selvvalgt didaktisk oppgave. Videre takkes medstudent *Didrik Seland*, som skriver en oppgave med liknende problemstilling, for godt muntlig samarbeid og konstruktiv faglig diskusjon gjennom oppgaveprosessen. Jeg vil også takke den videregående skolen og faglærer for utvalgsklassen som lot meg gjennomføre, og spesielt utvalgsklassen som deltok i det forskende arbeidet knyttet til denne oppgaven. Uten dem hadde heller ikke oppgaven vært mulig å gjennomføre.

Jeg ønsker ytterligere å spesielt takke *Instituttet for Matematikk og Fysikk* ved universitetet, som har vist stort engasjement knyttet til utdanningen *Lektor i Realfag* og lyttet til oss studenter. Lektor realfag er ett lite representert studium ved universitetet, men ved instituttet under lederskap av instituttleder *Bjørn Henrik Auestad* har vi følt oss både velkomne og hørt, selv om vi formelt ikke tilhører instituttet.

Sammendrag

Denne oppgaven trekker frem undervisningskonseptet *Open Middle Math* (Kaplinsky, Open Middle Math, 2020) og drøfter om dette konseptet bidrar til dybdelæring i matematikk. For å besvare dette spørsmålet er det gjennomført totalt tre undervisningsøkter hvor utvalgsgruppen på 25 elever, som hadde R2 matematikk, besvarte ulike *Open Middle Math* oppgaver.

Høsten 2020 begynte innføringen av det nye læreplanverket, *Fagfornyelsen*, og det er dette som er bakgrunnen for studien. Med *Fagfornyelsen* kommer det nye krav til hva elevene skal lære i den norske skolen. Det medfører at undervisningsmetodene også må endres. Et av flere nye krav er at elevene skal mestre dybdelæring. Intensjonen til *Open Middle Math* er at elevene skal utvikle sine dybdekunnskaper, i tillegg til at pedagogen som underviser lettere vil oppdage hvilke dybdekunnskaper eleven innehar. Målet med oppgaven er å undersøke om intensjonen stemmer med realiteten.

Oppgaven er en kvalitativ undersøkelse, basert på definisjonen hentet fra *Helsebiblioteket.no* (Helsebiblioteket.no, 2016). Resultatet av datainnsamlingen, som består av utvalgsgruppens besvarelser på totalt ni *Open Middle Math* oppgaver, analyseres. Basert på analysen, vil det avslutningsvis komme en logisk konklusjon på problemstillingen.

Konklusjonen er at undervisningskonseptet *Open Middle Math* har et positivt bidrag til dybdelæring i matematikk, i hvert fall i den norske, videregående skolen. Gjennom løsing av *Open Middle Math* oppgaver må elevene anvende kunnskap innenfor matematikk ved å bruke dybdekunnskaper. Dette viser seg å resultere i at elevene blir generelt bedre til å løse matematiske problemer.

Innholdsfortegnelse

1. Innledning:

Innledningsvis vil det vises hva som er bakgrunnen for valg av tema til oppgaven, samt oppgavens relevans til den norske skole. En introduksjon til problemstillingen presenteres før oppgavens oppbygning studeres nærmere.

1.1 Motivasjon for oppgaven:

Gjennom årene som både elev og student, har både medelever og andre voksne stilt spørsmålet om hvorfor jeg personlig vil bli matematikklærer. Tidligere var fokuset på å hjelpe andre til å forstå ting som var forståelig for meg selv, mens gleden for matematikk var ikke til stede. Gjennom den videregående skole, og modningsfasen fra videregående til folkehøyskole, endret denne holdningen seg og derfor falt valg av utdanning på *Lektor i Realfag*, ved *UiS,* med matematikk som hovedfag.

Muligheten til å bidra og oppleve at elever mestrer matematikk er veldig engasjerende og motiverende i læreryrket, og da spesielt for elever som finner matematikk vanskelig eller utfordrende. Emnet som har spesielt bidratt til å utivkle egne pedagogiske evner er *Dybdelæring og formidling i matematikk (MAF500)*, som tilbys ved *UiS*. Her ble vi introdusert for ulike undervisningskonsepter og tidligere ukjente måter å jobbe med matematikk på, både digitalt og for hånd. Et av undervisningskonseptene som ble presentert var *Open Middle Math* som virkelig vekket min personlige interesse, og som nå utforskes og utdypes i denne oppgaven.

1.2 Oppgavens relevans:

I den nye læreplanen *Fagfornyelsen* får begrepet dybdelæring en ny og større betydning i den norske skolen (Udir, 2022). Undervisningskonseptet *Open Middle Math* har som intensjon å bidra til dybdelæring i matematikk. Pedagogen som underviser vil også lettere kunne oppdage hvorvidt elevene innehar overflatekunnskaper eller dybdekunnskaper, og eventuelt hvilke dybdekunnskaper eleven må jobbe mer med. Det undersøkes derfor her videre om undervisningskonseptet faktisk bidrar til dybdelæring, slik intensjonen er.

1.3 Oppgavens problemstilling:

Open Middle Math er et undervisningskonsept utviklet av *Robert Kaplinsky*. Følgende problemstilling vil drøftes gjennom forskende arbeid og analyse:

«Bidrar undervisningskonseptet Open Middle Math, utviklet av Robert Kaplinsky, til dybdelæring i matematikk?»

Gjennom oppgaven vil vi bruke både begrepet undervisningskonsept og undervisningsmetode, hvor konseptet er det overordnede begrepet som inneholder både en egen undervisningsmetode, men også teorien knyttet til konseptet. Videre brukes navnet *Fagfornyelsen* for *Kunnskapsløftet 2020*, da en både i skolen og dagligtalen omtaler *Kunnskapsløftet 2020* som *Fagfornyelsen. Kunnskapsløftet 2006* vil derfor omtales som *Kunnskapsløftet.*

1.4 Oppgavens videre oppbygning:

I kapittel to presenteres selve teorien knyttet til oppgaven. Det foretas en vurdering av hvordan *Fagfornyelsen* definerer begrepene kompetanse og dybdelæring, og spesifikt hva dybdelæring i matematikk innebærer. Videre presenteres læringskonseptet *Open Middle Math* og hva det innebærer.

I metodedelen presenteres utvalgsgruppen for forskningen og hvordan selve forskningen ble forberedt og gjennomført. Temaet for de ulike oppgavesettene presenteres, samt noen av oppgavene som senere vil bli sentrale i kapittelet *Analyse.* Videre presenteres en spørreundersøkelse som også ble gjennomført. Avslutningsvis presenteres de etiske forholdene, samt vurdering av hvilke faktorer som kan påvirke oppgaven.

I kapittel fire av oppgaven analyseres et utvalg elevsvar fra utvalgsgruppen. Ved å analysere de ulike elevsvarene, vil vi få innblikk i hvilke dybdekunnskaper de ulike elevene innehar.

Kapittelet *Diskusjon* inneholder en drøfting av resultatene fra analysen sammenlignet opp mot teori, og videre drøfting av hvilke faktorer som kan ha påvirket forskningen. Vi ser på elevenes opplevelse av å jobbe med *Open Middle Math*-oppgaver, før vi avslutningsvis diskuterer om det finnes eventuelle forbedringer av teorien, på bakgrunn av forskningen. Sluttvis i oppgaven prøver vi å komme med en konklusjon på problemstillingen.

2. Teori:

Her vil det teoretiske arbeidet for oppgaven presenteres. Først vil vi se næmere på *Fagfornyelsen*, hvor vi undersøker hvordan både kompetanse- og spesielt dybdelæringsbegrepet får en utvidet definisjon, sammenlignet med *Kunnskapsløftet.* Deretter vil vi se på hva undervisningskonseptet, og spesielt hva undervisningsmetoden, *Open Middle Math* innebærer. Avslutningsvis vil en annen metode som er utviklet i Norge trekkes frem, som har visse likhetstrekk med *Open Middle Math*.

2.1 Fagfornyelsen:

I august 2020 begynte innføringen av den nye læreplanen, *Fagfornyelsen* i den norske skolen (Udir, 2022). *Fagfornyelsen* skal over tid erstatte *Kunnskapsløftet*. *Fagfornyelsen* er inndelt i en del om generelle og felles endringer som kalles overordnet del og en del om hvert utdanningsfag. Den overordnede delen «*omfatter den opplæringen barn og unge får fra første klasse på barnetrinnet til og med studieforberedende og yrkesfaglige utdanningsprogrammer i videregående opplæring, der deler av opplæringen foregår i bedrift og arbeidsliv*» (Udir, 2022). Delen om utdanningsfagene beskriver hvert enkelt fag sitt innhold og mål (Udir, 2022). Det nye i *Fagfornyelsen*, sammenlignet med *Kunnskapsløftet*, er en redusering av antall kompetansemål på grunn av tilbakemeldinger fra pedgagoer og rektorer, slik at det kan fokuseres på dybdelæring (Kunnskapsdepartementet, 2018).

2.1.1 Kompetanse- og dybdelæringsbegrepet:

Kompetansebegrepet har fått en utvidet definisjon i *Fagfornyelsen*, sammenlignet med *Kunnskapsløftet.* I *Kunnskapsløftet* omfatter kompetansebegrepet å løse oppgaver, mestre komplekse utfordringer og vise kompetanse i konkrete situasjoner ved bruk av kunnskap og ferdigheter. (Udir, 2006). Kompetansebegrepet i *Fagfornyelsen* er mer sammensatt, og ligger til grunn for skolens arbeid med læreplanen og vurdering av elevenes faglige kompetanse. (Udir, 2022).

Den overordnede delen tar i kapittel 2, av *Fagfornyelsen*, for seg prinsipper for læring. Her finner vi blant annet definisjonen på begrepene kompetanse og dybdelæring. Kompetanse defineres som «*å kunne tilegne seg og anvende kunnskaper og ferdigheter til å mestre utfordringer og løse oppgaver i kjente og ukjente sammenhenger og situasjoner. Kompetanse innebærer forståelse og evne til refleksjon og kritisk tenkning*». (Udir, 2022). Kompetansebegrepet viser altså til ulike kunnskaper, ferdigheter og forståelser. Ulike kunnskaper innebærer å forstå fakta, begreper, teorier, ideer og sammenhenger innenfor ulike fagområder og tema. Ferdigheter viser til å kunne beherske prosedyrer og handlinger til å løse oppgaver, men også motoriske, praktiske, kognitive, sosiale, kreative og språklige ferdigheter. Forståelse inngår både i kunnskap og ferdigheter, men bidrar også til refleksjon og kritisk tenkning. Hvor av refleksjon og kritisk tenkning igjen bidrar til blant annet utvikling av holdninger og etisk vurderingsevne. (Udir, 2022).

Dybdelæringsbegrepet får også en større plass i *Fagfornyelsen* enn i tidligere læreplaner. I den overordnede delen defineres dybdelæring som «*å gradvis utvikle kunnskap og varig forståelse av* *begreper, metoder og sammenhenger i fag og mellom fagområder. Det innebærer at vi reflekterer over egen læring og bruker det vi har lært på ulike måter i kjente og ukjente situasjoner, alene eller sammen med andre.»* (Udir, 2022). Dybdelæring fører til at elevene utvikler en dypere forståelse av de sentrale elementene og sammenhengene innenfor ett fag, og videre lærer seg å se sammenhenger mellom ulike fag. De lærer dermed å bruke kompetansen sin til å løse både kjente og ukjente problemer og utfordringer, samtidig som det hele settes i et større perspektiv.

2.1.2 Dybdelæring i matematikk:

Kunnskapsdepartementet presenterte i 2018 endringene som ville komme i *Fagfornyelsen*, i forhold til *Kunnskapsløftet,* innenfor hvert fag. Endringene i matematikk, var i 2018; «*Elevene skal jobbe mer med metoder og tenkemåter slik at de får større forståelse for faget. Tall og tallforståelse er grunnmuren i det elevene skal mestre i løpet av grunnskolen. Personlig økonomi, måling og statistikk er viktige områder der tall benyttes i realistiske sammenhenger. Programmering og algoritmisk tankegang blir også en del av faget.»* (Kunnskapsdepartementet, 2018). Innen matematikk reduseres antall tema og kompetansemål, slik at det blir mulighet for større fokus på grunnleggende tema. Dybdelæring blir viktigere innen matematikk, men hva innebærer dybdelæring i matematikk?

Som forarbeid til *Fagfornyelsen* fikk *Ludvigsenutvalget*, i 2013, i oppdrag å vurdere innholdet i fagene opp mot krav til kompetanse i et fremtidig samfunn- og arbeidsliv. Resultatet var at for å forbedre læringsutbyttet bør skolen konsentrere seg om dybdelæring i sentrale og grunnleggende områder i faget. Dybdelæringsbegrepet settes i kontrast til overflatelæring: «*Overflatelæring karakteriseres ved at elevene jobber med ny kunnskap uten å koble det til hva de kan fra før. Fakta og prosedyrer memoreres uten refleksjon og forståelse og elevene har problemer med å overføre det de har lært til nye situasjoner og problemstillinger.»* (Nosrati & Wæge, 2018).

Wæge og *Nosrati* viser til at dybdelæring i matematikk består av fem komponenter; begrepsmessig forståelse, prosedyrekunnskap, anvendelse, resonnering og metakognisjon og selvregulering. Disse fem komponentene støtter hverandre og utvikles parallelt. Hva hver av disse fem komponentene innebærer, skal vi studere nærmere. (Nosrati & Wæge, 2018).

Med begrepsmessig forståelse menes det å bygge opp begrepsmessige strukturer og se sammenhenger og relasjoner mellom ulike begreper, ideer og prosedyrer. Relasjonene mellom begrepene er like viktige som individuelle fakta og informasjon.

Prosedyrekunnskaper omhandler kunnskap om ulike matematiske prosedyrer og å kunne bruke prosedyrene på en nøyaktig, fleksibel og hensiktsmessig måte. Elevene skal både kunne bruke prosedyren, men sammen med begrepsmessig forståelse skal de også kunne forstå hvorfor de kan bruke den bestemte prosedyren. Dersom elevene bare kan prosedyren vil de kun bruke en bestemt måte for å løse oppgaver og står fast i utviklingen dersom den vanlige løsningsoppskriften de har lært ikke fungerer. En kan derfor se hvordan disse to komponentene støtter hverandre.

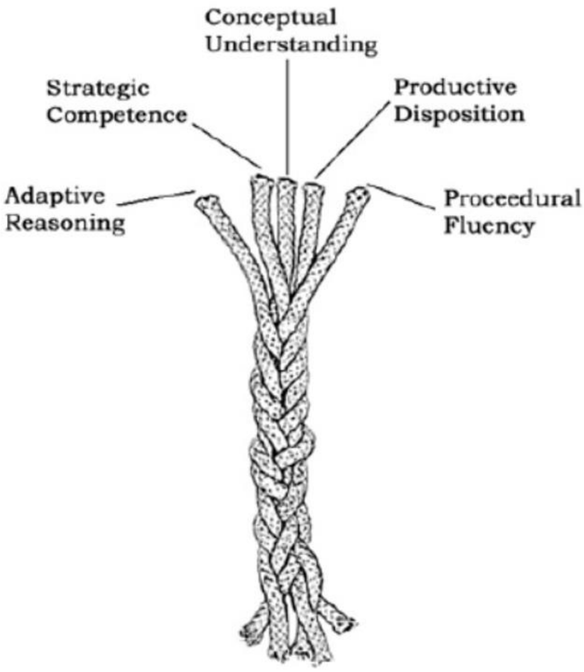
Den tredje komponenten er anvendelse, som i forskningslitteraturen kan kalles problemløsning. *Wæge* og *Nosrati* viser her til at «*For å bli effektive problemløsere, må elevene lære å danne mentale representasjoner av problemene, finne matematiske sammenhenger og utvikle nye løsningsmetoder når det er nødvendig. Fleksibilitet er avgjørende gjennom hele problemløsningsprosessen.*». Her kan en også se hvordan de tre komponentene presentert så langt bygger på og støtter hverandre.

Den fjerde komponenten *Wæge* og *Nosrati* viser til er resonnering, som omhandler å kunne argumentere for gyldigheten ved en hypotese ved å utforme et resonnement. Å utforme et resonnement involverer bruk av begreper, egenskaper og fremgangsmåter. En må altså ha begrepsmessig forståelse, prosedyrekunnskaper og være en god problemløser for å kunne resonnere på en god måte.

Den femte komponenten er metakognisjon og selvregulering. Metakognisjon omhandler det å kunne ta et steg tilbake mentalt og bevisst tenke gjennom egne fremgangsmåter og kognitive prosesser. Det handler også om å kunne reflektere over hensikten med det en lærer, hva man har lært og hvordan man lærer. Selvregulering viser til hvordan eleven selv kan regulere egne læringsprosesser og strategier. (Nosrati & Wæge, 2018).

Vi ser altså hvordan disse fem komponentene bygger på, og støtter hverandre. Det er når disse komponentene kombineres at de på hver sin måte bidrar til dybdelæring i matematikk. Som pedagog er en forpliktet til å hjelpe og avdekke pensum, gjennom ulike undervisningsmetoder og oppgaver. For å sørge for at elevene benytter seg av de fem komponentene presentert ovenfor, kan man derfor gi dem oppgaver eller hjemmearbeid som videreutvikler disse komponentene.

Wæge og *Nosrati* har i sin artikkel blant annet tatt utgangpunkt i «*Adding It Up – Helping Children Learn Mathematics*» (2001), som inneholder en god illustrasjon som viser hvordan disse fem komponentene henger sammen og bygger på hverandre:



Figur 1: Kilde: Kilpatrick, Swafford & Findell; Adding It Up (2001)

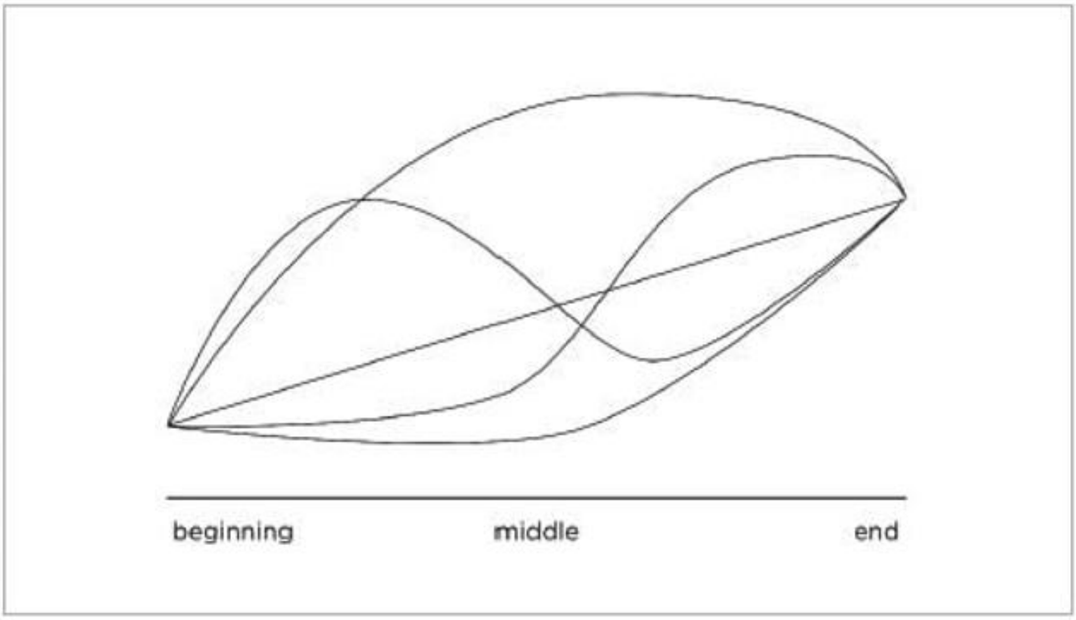
2.2 Open Middle Math:

Et undervisningskonsept som har som intensjon å bidra til dybdelæring i matematikk er *Open Middle Math*, OMM. Dette konseptet er utviklet i USA av *Robert Kaplinsky*, som er blant annet utdannet pedagog. *Kaplinsky* utviklet dette undervisningskonseptet som følge av at han flere ganger opplevde at elevene forstod matematikken i en undervisningstime, men senere oppdaget at de ikke kunne løse et liknende matematikk-problem. Grunnen til at *Kaplinsky* trodde elevene hadde forstått matematikken var fordi elevene fikk til oppgavene de gjorde i timen, men til tross for dette hadde de ikke lært seg matematikken bak prosedyren de brukte. Med andre ord var ikke alle de fem komponentene presentert ovenfor til stede i læringen. (Kaplinsky, Open Middle Math, 2020).

2.2.1 Hva er «Open Middle Math»?

Dersom vi oversetter «Open Middle Math» direkte til norsk får vi «Åpen-midt matematikk». Som viser til matematikk-oppgaver med en bestemt start og slutt, men hvor løsningsmetode en benytter kan variere og på den måten får vi en åpen midtdel. Figuren nedenfor, hentet fra *Video Games and Making*

Math More Like Things Students Like (2014), av *Dan Meyer*, viser tydelig hva vi mener med bestemt start og slutt, men åpen midt.



Figur 2: Visuell beskrivelse av problemer med lukket start og slutt, men med åpen midt. (Dan Meyer)

Et eksempel på en OMM-oppgave er følgende:
Bruk heltallene 1-9, kun en gang hver, fyll inn boksene og lag en positiv og en negativ løsning:

$$\int_{\square}^{\square} x^{\square} dx =$$

Kilde: (Kaplinsky, Open Middle Math, 2020, s. 44)

Elevene kan her bruke ulike metoder for å komme frem til svaret. Eksempelvis kan noen benytte seg av metoden hvor de velger tilfeldige tall og sjekker om løsningen er positiv eller negativ, og deretter velger nye tilfeldige tall og sjekker frem til de får motsatt løsning. Denne løsningsmetoden vil være tidkrevende. En annen løsningsmetode, dersom eleven innehar tilstrekkelig kompetanse, vil være å tenke konseptuelt over oppgaven. De vil da forstå at hvilke verdier det integreres over vil være avgjørende for om løsningen er positiv eller negativ. Et eksempel på en løsning kan da være:

Positiv: $\int_5^6 x^4 dx = \left(\frac{x^5}{5}\right) \Big| \begin{smallmatrix}6\\5\end{smallmatrix} = \frac{7776}{5} - \frac{3125}{5} = \frac{4651}{5}$

Negativ: $\int_3^2 x^1 dx = \left(\frac{x^2}{2}\right) \Big| \begin{smallmatrix}2\\3\end{smallmatrix} = \frac{4}{2} - \frac{9}{2} = -\frac{5}{2}$

2.2.2 Depth of Knowledge:

Dersom vi sammenligner oppgaven ovenfor med oppgaver vi finner i lærebøker brukt i undervisningssammenheng i den norske skolen, finner en få eller ingen oppgaver som denne. *Kaplinsky* viser til *Norman L. Webb's «Depth of Knowledge» (DOK)* for å forklare hvor i landskapet en finner OMM-oppgaver. Her ser en også tydeligere hvordan OMM-oppgaver skiller seg fra de fleste oppgavene i lærebøkene.

Depth of Knowledge	Innhold:
DOK 1 - Huske	Huske fakta, informasjon eller prosedyrer
DOK 2 – Ferdiheter/Konsepter	Bruke informasjon, konseptuelle fakta, prosedyrer, krever to eller flere steg.
DOK 3 – Strategisk tenkning	Krever argumentasjon, utvikle en plan eller en sekvens av steg; har en kompleksitet. Mer enn et mulig svar.
DOK 4 – Utvidet tenkning	Krever en etterforskning, tid til å tenke eller prosessere flere forhold av problemet eller oppgaven.

(Kaplinsky, 2020, som sitert av Norman L. Webb, 1997)

Oppgaven nedenfor er hentet fra eksamen i R2 Matematikk høsten 2021:
Bestem integralene:

$$a)\ \int_{-\pi}^{\pi} \sin x \, dx$$

(Utdanningsdirektoratet, 2022).

Denne oppgaven krever at eleven husker en prosedyre for hvordan en løser bestemte integraler med sinus. Eleven må huske at integralet av sin(x) er -cos(x), og deretter at cos(π) = 1 og cos(-π) = -1. Oppgaven måler ikke nødvendigvis elevens dybdeforståelse, som følge av at det er tilstrekkelig at eleven husker fakta, informasjon eller prosedyrer, men uten å nødvendigvis forstå matematikken bak. Oppgaven er med andre ord et eksempel på en oppgave innenfor DOK1. (Kaplinsky, Open Middle Math, 2020, ss. 51-52). Oppgaver som vi finner i lærebøker, spesielt frem til vi fikk *Fagfornyelsen*, består i hovedsak av slike DOK1 oppgaver som denne.

OMM-oppgaver befinner seg oftest innenfor DOK 2 eller DOK3. For å vise hva som skiller disse nivåene fra hverandre skal vi se nærmere på følgende oppgaver:

DOK 2	DOK 3
Bruk heltallene 1-9, kun en gang hver, fyll inn boksene og lag en positiv og en negativ løsning: $$\int_{\square}^{\square} \boldsymbol{x^{\square}dx} =$$	Bruk heltallene 1-9, kun en gang hver, fyll inn boksene og lag en løsning som er nærmest mulig 100: $$\int_{\square}^{\square} x^{\square}dx =$$

(Kaplinsky, Open Middle Math, 2020, s. 44)

Oppgaven innenfor DOK 2 er den samme som tidligere, hvor vi presenterte ulike løsningsmetoder. Elevene kan som nevnt velge tilfeldige tall og kontrollere, men dette er tidkrevende og eleven vil også vise mangel på forståelse av selve matematikken. Dersom eleven innehar kunnskaper innenfor DOK 2 vil trolig vedkommende løse oppgaven konseptuelt ved å vite at det er grensene som påvirker svaret en får og deretter løse ved bruk av en prosedyre. (Kaplinsky, Open Middle Math, 2020, ss. 52-53)

Oppgaven innenfor DOK 3 skiller seg fra oppgaven innenfor DOK 2 til tross for at den ser veldig lik ut ved første øyekast. Eleven kan fremdeles benytte seg av tilfeldig gjetning for å komme seg frem til det eleven tror er nærmest 100, men vil vise både manglende matematisk forståelse og ha problemer med å argumentere for svaret. Dersom eleven utvikler en plan ved å bruke konseptuelle fakta for hvordan de ulike komponentene ved integralet påvirker hverandre for å løse oppgaven, vil trolig også eleven kunne argumentere for svaret sitt. (Kaplinsky, Open Middle Math, 2020, s. 53)

Oppgaver innenfor DOK 4 består av større reelle problem innen matematikk, som krever at elevene tar hensyn til ulik informasjon og begrensninger, og bruker dette informativt. Oppgaver som krever denne mengden kunnskap vil vi ikke fokusere på videre. (Kaplinsky, Open Middle Math, 2020, s. 53)

Som vi ser, krever OMM-oppgaver dybdeforståelse for å løse oppgaven på en god og effektiv måte. Dersom eleven ikke innehar tilstrekkelig forståelse, vil trolig eleven få til oppgaven, men det vil ta mer tid og det vil være lettere for pedagogen å oppdage hvilke elever som har mangel på forståelse. DOK 3 krever mer dybdeforståelse for matematikken enn DOK 2, noe som vil bidra til at trolig enda flere elever med mangel på dybdeforståelse blir oppdaget. Ved at elevene også blir oppdaget, vil det være mulig som pedagog å hjelpe dem til å få en dypere dybdeforståelse.

2.2.3 Hvordan velge OMM-oppgaver til undervisning:

OMM-oppgaver passer både til oppgaveløsning, gruppearbeid i klassen og hjemmelekser. Det passer imidlertid ikke så godt som en introduksjon til et tema. Dette er fordi elevene må inneha kunnskaper nok til å kunne løse OMM-oppgaver. Elevene må inneha kunnskaper innenfor DOK1 for å kunne løse OMM-oppgaver innenfor DOK2 og DOK 3. (Kaplinsky, Open Middle Math, 2020, s. 59)

Kaplinsky understreker at det er viktig at elevene blir introdusert til OMM-oppgaver ved at de får en oppgave som de mestrer, og at alle elevene får samme oppgave. Dette kan gjerne være en lett oppgave som ikke er relevant for pensumet deres. Formålet er at elevene skal bli introdusert for denne typen oppgaver, slik at tilretteleggingen av relevante OMM-oppgaver vil bli lettere senere. At elevene opplever at oppgaven krever flere forsøk første gang, påpeker *Kaplinsky* som positivt. Dette fordi elevene har godt av å oppleve at en oppgave krever flere forsøk, og at flere forsøk ikke er synonymt med å gjøre det dårlig i matematikk. Dersom eleven får til oppgaven etter flere forsøk vil eleven også forhåpentligvis føle større mestring, enn dersom eleven løste oppgaven umiddelbart. Det er gjerne flere løsningsmetoder for å få rett svar, og det å diskutere med hverandre etter at elevene har løst oppgaven individuelt kan være nyttig. Slik kan problemløsning også oppleves som mer gøy for elevene. (Kaplinsky, Open Middle Math, 2020, s. 58)

Når vi velger ut OMM-oppgaver etter at elevene er kjent med metoden, må vi først bestemme formålet med undervisningen. For eksempel kan formålet være å undersøke om elevene faktisk forstår matematikken bak bestemte integraler og hvordan grensene påvirker hverandre. Det er ikke nødvendig å lage nye oppgaver selv, ved å benytte seg av *www.openmiddle.com* vil en kunne velge blant mange ulike OMM-oppgaver. Her er det viktig å prøve å løse oppgaven selv, for deretter å undersøke om dette er en god oppgave for dine elever, og om oppgaven passer til formålet med undervisningen. Er en usikker, kan en gjerne velge flere oppgaver som passer til hvert sitt DOK-nivå, med de letteste først. (Kaplinsky, Open Middle Math, 2020, ss. 61-63)

Det er nå funnet en eller flere oppgaver som passer til formålet og elevenes kunnskaper. Vi må nå forberede selve undervisningen. *Kaplinsky* viser til *Margaret Smith* og *Mary Kay Stein* sin bok *Five Practices for Orchestrating Productive Mathematical Discussions (2011).* Det er fem punkter som trekkes frem som viktig for å oppnå produktive matematiske diskusjoner:

1. Forutse elevenes svar på oppgaven.
2. Observer elevenes arbeid.
3. Velg ut noen elever til å presentere sitt arbeid.
4. Velg en rekkefølge på de utvalgte elevene.
5. Knytt elevenes svar til andre svar og matematiske nøkkel-ideer.

Basert på punktene vil det være naturlig å begynne med punkt en. For å forutse elevenes svar på oppgaven er en selv nødt til å jobbe med oppgaven og finne ulike løsningsmetoder. Punkt to til fem omhandler det som skjer i klasserommet. (Kaplinsky, Open Middle Math, 2020, ss. 63-65)

Det å jobbe med punkt en på listen ovenfor er veldig viktig. Dette fører til at også de andre punktene blir enklere. Ved å løse oppgaven og finne ulike løsningsforslag, vil en som lærer være bedre forberedt til timen. Selv om du gjerne forventer at elevene løser oppgaven på samme måte som du selv gjør, er ikke dette alltid tilfellet og vil føre til at en må bruke tid i klasserommet på å forstå elevenes løsning. (Kaplinsky, Open Middle Math, 2020, s. 68)

Student Strategy Tracker

Kaplinsky viser til *Smith og Stein* sin *Student Strategy Tracker* som et hjelpemiddel for å lettere observere elevenes arbeid, og lettere velge ut elever til å presentere sitt arbeid og bestemme rekkefølgen av dem. Med andre ord er det et godt hjelpemiddel til punkt to til fire. Se figur nede til høyre for å se hvordan *Student Strategy Tracker* er utformet. Tanken er at gjennom forberedelsen skriver en ned de ulike løsningsforslagene, men har noen rekker tomme til eventuelle andre løsningsforslag fra elevene. Deretter i undervisningen, skriver du ned hvem som benytter hvilken strategi i den vestre kolonnen, og eventuelle notater i den midterste kolonnen. Til slutt i den høyre kolonnen, nummererer man den rekkefølgen en ønsker at de utvalgte elevene skal presentere sitt arbeid. Hvilken rekkefølge elevene skal presentere sitt løsningsforslag, vil variere ut ifra formål med undervisningen, men *Kaplinsky* viser til ulike alternativer. Eksempelvis dersom vi har gitt elevene oppgaven som presentert tidligere, (side elleve) kan den første eleven være en som har benyttet seg av strategien hvor en velger tilfeldige tall og deretter sjekker svaret. Deretter kan neste elev være en som har tenkt konseptuelt over oppgaven, og benyttet ulike grenser slik som vi løste oppgaven tidligere. Til slutt kan en elev vise hvordan vedkommende bare snur om på grensene. Her er det viktig å rose elevene for de ulike løsningsforslagene. (Kaplinsky, Open Middle Math, 2020, s. 66).

Vi har nå sett på hva vi bør tenke på når vi velger oppgaver, basert på formålet med timen. Deretter har vi sett på viktigheten av å forutse elevenes svar på oppgaven, hvor *Student Strategy Tracker* er et godt hjelpemiddel både før undervisningen, men også under undervisningen. Det er forskjellige måter å gjennomføre OMM-undervisning, nedenfor presenteres hvordan dette kan gjennomføres i klasserommet.

Strategy	Student Name(s) and Notes	Order

Figur 3: «Student Strategy Tracker»

2.2.4 Hvordan gjennomføre OMM-oppgaver i klasserommet:

Undervisningsmetodene en ofte finner i dagens klasserom, er lærebok-styrt undervisning, dette til tross for *Fagfornyelsen*. Det vil si at pedagogen planlegger undervisningen sin ut ifra lærebokas oppbygning. Læreboka er laget med utgangspunkt i læreplanen, *Fagfornyelsen,* men er fremdeles bygd opp den måten at det først presenteres et eksempel etterfulgt av oppgaver som kan løses på samme måte. Oppgavene befinner seg, som nevnt oftest innenfor DOK 1, noe som gjør at elevene lærer å huske prosedyren, ikke matematikken. Lærebok-styrt undervisning fører også til lite variert undervisning. Forhåpentligvis kan OMM bidra til mer variert undervisning, hvor elevene får større eierskap til oppgaven og kan bidra til at pedagogen oppdager elever som har mangel på dybdekunnskaper i matematikk. *Kaplinsky* viser til flere metoder for gjennomføring av OMM-oppgaver i undervisningen.

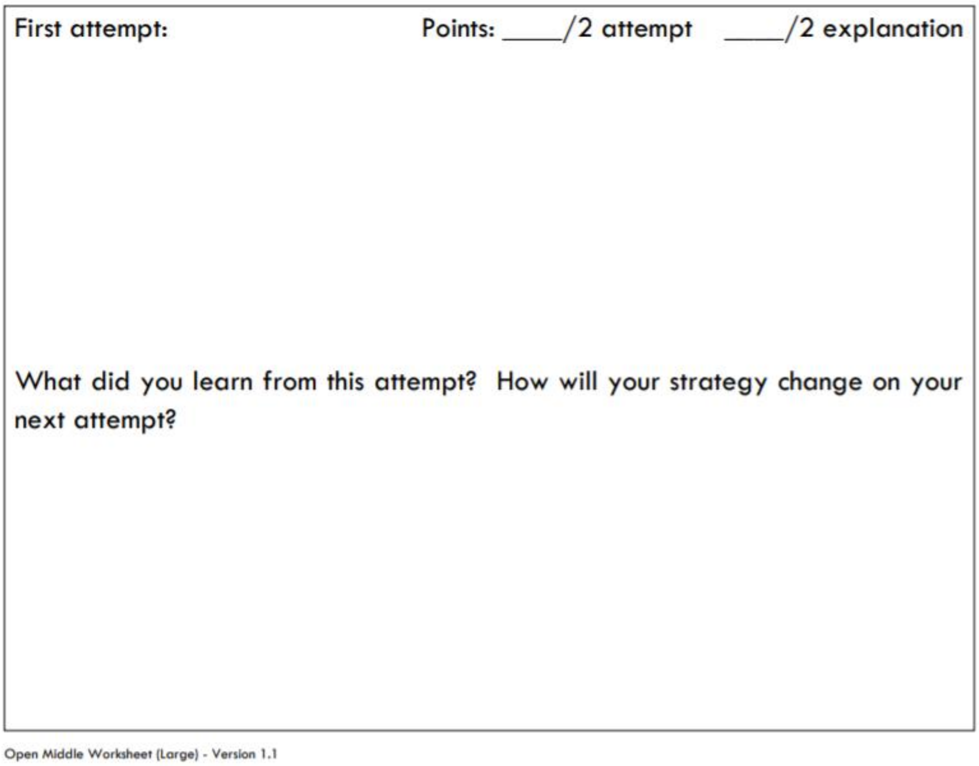
Hvordan elevene får oppgaven utlevert kan variere. Eksempelvis kan de få oppgaven på papir, pedagogen kan skrive oppgaven på tavlen eller på annen måte fange elevenes oppmerksomhet. Uansett hvor mange ganger elevene har gjort OMM-oppgaver tidligere, bør de få litt tid til å jobbe individuelt med oppgaven. På den måten vil også det videre arbeidet med oppgaven være mer utdypende, da elevene allerede har kjennskap til oppgaven. (Kaplinsky, Open Middle Math, 2020, ss. 77-78)

Etter at elevene har fått jobbet med oppgaven individuelt, og omtrent 70% virker til å være ferdig, kan elevene få velge å jobbe videre individuelt eller samarbeide med personen som sitter ved siden. Elevene får da en kombinasjon av å jobbe selvstendig, snakke med andre om hvordan de løste oppgaven, endre sin egen strategi og prøve å løse problemet på ny. Pedagogen kan da gå rundt i klasserommet å observere elevenes arbeid og notere på *Student Strategy Tracker*. Pedagogen vil trolig gjenkjenne flere av de ulike løsningsmetodene fra forberedelsene, og eventuelt bruke tid dersom en eller flere elever har benyttet en annen løsningsmetode. Pedagoen kan også stille elevene spørsmål som gjør elevenes begrunnelse for løsningsmetode klarere for dem. Til slutt kan pedagogen spørre noen av elevene om de kan presentere sitt arbeid og deretter knytte deres svar til andre elevsvar og matematiske nøkkel-ideer, slik punkt fem i listen på side 15 viser til. (Kaplinsky, Open Middle Math, 2020, ss. 79-80).

Ved at en som pedagog har gjort en god forberedelse, vil en også lettere kunne oppdage når elevene går fra å ha produktivt arbeid til et ikke-produktivt arbeid. *Kaplinsky* viser til at ved å gjøre en god forberedelse, vil du som pedagog også finne punkter elevene dine kan oppleve å stå fast, noe som øker sannsynligheten for at timen vil være vellykket. En viktig faktor *Kaplinsky* påpeker dersom eleven står fast, er å vise empati, eksempelvis ved å fortelle eleven at også du synes den oppgaven var utfordrende. (Kaplinsky, Open Middle Math, 2020, ss. 98-100). Oppgaver som en finner på www.openmiddle.com inneholder ulike spørsmål eller hint en kan stille elevene når de står fast. Formålet med disse spørsmålene er ikke å gi svaret til elevene, men få dem til å se oppgaven på en annen måte. Eksempelvis til oppgaven presentert på side elleve, kan en stille spørsmålet «Hvordan påvirker den øvre og den nedre grensen om løsningen er negativ eller positiv?». (Kaplinsky, Open Middle, u. å.). *Kaplinsky* understreker viktigheten av å ikke gi dem hint eller tips før det er nødvendig, da noe av formålet ved oppgaven vil forsvinne dersom en ikke venter til det er nødvendig (Kaplinsky, Open Middle Math, 2020, s. 68).

2.2.5 Svarark utviklet av *Kaplinsky:*

Kaplinsky har også utviklet noen svarark, hvor formålet er å motivere elevene til å reflektere over egne svar og bruke tid på oppgavene. Grunnen til at svararkene ble utviklet, kommer av at *Kaplinsky* sammenlignet matematikkfaget med andre humanistiske fag. Eksempelvis innen norsk; dersom elevene blir bedt om å skrive en analyse i norsk, bruker elevene tid. De lager gjerne et utkast, som de deretter tar opp igjen og forbedrer. Slik er ikke normalen i matematikk, her er normalen at en belønnes ut ifra hurtighet og om besvarelsen er korrekt. En reflekterer verken over svar, metode eller eventuelt andre løsningsmetoder. Vi skal derfor se nærmere på disse svar-arkene.


First attempt: Points: _____/2 attempt _____/2 explanation

What did you learn from this attempt? How will your strategy change on your next attempt?

Open Middle Worksheet (Large) - Version 1.1

Figur 4: OMM svarark

Figuren ovenfor viser hvordan svararkene er utformet. Elevene er gitt en oppgave og skal benytte seg av dette svararket. Som vi ser øverst til venstre er dette forsøk én på oppgaven, trenger elevene flere forsøk, vil de få flere svarark, men da andre, tredje og så videre forsøk. Videre skal eleven besvare oppgaven og deretter reflektere over svaret. Hva lærte eleven? Dersom de kom frem til feil svar, eller er usikker på om det er rett; hvordan vil strategien endres til neste forsøk? På denne måten blir elevene tvunget til å tenke over svaret sitt. Øverst i høyre hjørne ser vi noe som omhandler poengsum. For hvert forsøk kan elevene få to poeng, og for hver refleksjon kan elevene få ytterligere to poeng. Totalt kan eleven få fire poeng per forsøk. Det er viktig å bemerke, at selv om eleven ikke svarer rett, kan vedkommende få totalt fire poeng. Formålet med svararket er at eleven skal bruke tid og reflektere over oppgaven. Elevene vil på denne måten motiveres til å bruke tid som følge av at de vil oppnå flest mulig poeng. Poeng-givingen er noe en etter hvert kan fjerne, som følge av at elevene bruker tid og reflekterer automatisk. (Kaplinsky, Open Middle Math, 2020).

Ved å benytte seg av de 5 punktene som *Margaret Smith* and *Mary Kay Stein* viser til, vil dette føre til effektive timer hvor elevene reflekterer over sine egne svar og diskuterer rundt ulike fremgangsmetoder. Pedagogen får i tillegg benyttet timen godt til å følge opp elevene. Det krever trolig mer planlegging enn lærebokstyrt undervisning, men en øker sannsynligheten for at elevene får en dybdeforståelse for matematikken, istedenfor overflatelæring hvor de kanskje husker prosedyren for å løse eksempelvis bestemte integraler.

2.3 LIST-oppgaver:

Et liknende undervisningskonsept til *Open Middle Math* er *MatteLIST* utviklet av *Matematikksenteret.* «*MatteLIST er en samling med ressurser innenfor emner i tall og algebra, geometri og data og statistikk. Aktivitetene kan brukes av lærere i undervisningen og av elever som vil utforske matematikk på egenhånd*» (Matematikksenteret, u. å.). Oppgavene og aktivitetene kalles LIST-oppgaver, da de har lav inngangsterskel og stor takhøyde, det vil si at oppgavene er enkle å komme i gang med, samtidig som de kan være utfordrende. (Matematikksenteret, u. å.).

Oppgavene sammenlignes gjerne med å utforske en ny by; hvordan en utforsker byen er opp til deg og eventuelt reisefølget ditt, men målet er å utforske byen. Noen ganger går du deg vill når du er på utforskning. På samme måte er det med oppgavene, målet er å løse oppgaven, valg av strategi er opp til deg og eventuelt flere samarbeidspartnere, og det er normalt å stå litt fast. (Matematikksenteret, u.å.)

MatteLIST vektlegger også viktigheten av å stille gode spørsmål, mens en arbeider med LIST-oppgaver, og deler spørsmålene inn i fire kategorier: Startspørsmål, underveis-spørsmål, vurderingsspørsmål og oppsummerende spørsmål. Pedagogens oppgave er å veilede, men elevene kan velge ulike strategier for å komme frem til svaret, det er derfor utfordrende å stille de riktige spørsmålene til riktig tidspunkt. Pedagogen må være bevisst på hvilke spørsmål en stiller, reflektere over spørsmålene en stiller i de ulike fasene av elevenes arbeid og reflektere over hvilket matematisk nivå spørsmålene stimulerer til. Det er derfor viktig å forberede seg godt på forhånd, ved å forberede spørsmål og prøve å forutse elevenes respons og videre spørsmål og finne svar til dem (Matematikksenteret, u. å.). En fordel er at alle LIST-oppgavene som ligger ute på *MatteLIST* sine nettsider, inneholder en lærerveiledning som forklarer hvordan denne oppgaven kan gjennomføres i klasserommet og gode veiledningsspørsmål. (Matematikksenteret, u. å.).

Det presenteres også fem praksiser som kan hjelpe pedagogen i *«å lede en målrettet matematisk samtale som tar utgangspunkt i elevenes tenkning …»* (Matematikksenteret, u. å .). De fem praksisene er: Forvente, observere, velge, bestemme rekkefølgen og se sammenhenger. «*De fem praksisene fremhever betydningen av at læreren planlegger samtalen godt på forhånd. Ved å bruke praksisene,* *vil læreren ha større kontroll over det som skjer i samtalen, og han kan fremheve sammenhenger mellom elevenes bidrag og bruke dem til å lede dem mot læringsmålene.»* (Matematikksenteret, u. å .).

LIST-oppgavene skiller seg derimot fra OMM-oppgaver ved at selve oppgaveteksten er utformet forskjellig. *MatteLIST* viser ikke til bestemte besvarelses ark, slik OMM gjør. LIST-oppgavene er oppgaver med lav inngangsterskel og stor takhøyde, mens OMM-oppgavene befinner seg innenfor ulike DOK-nivå. Et fellestrekk virker å være at både svake og sterke elever vil være i stand til å løse begge typer oppgaver, og som pedagog vil en i begge tilfeller oppdage hvor eleven eventuelt møter utfordringer. Videre utfordrer begge undervisningskonseptene elevene og har som intensjon å bidra til dybdelæring.

3. Metode:

Kapittel 3 presenterer hvilken metode som er brukt for innhenting av data og hvorfor den valgte metoden er hensiktsmessig. Først vil utvalgsgruppen for datainnsamlingen presenteres, før det sees videre på forberedelser og gjennomføring av forskningen. Deretter presenteres temaet for hver av de tre oppgavesettene og en oppgave fra hvert sett studeres. Noen av besvarelsene gjort av utvalgsgruppen til disse oppgavene vli bli analysert i kapittel 4. Til slutt vil spørreundersøkelsen gjennomført på utvalgsgruppen presenteres, samt beskrivelsen av de etiske forholdene, reliabilitet og validitet.

3.1 Datainnsamling og kontekst

Under et vikariat ved en videregående skole våren 2022, i Rogaland Fylkeskommune, var det ønskelig å utføre ulike OMM-oppgaver for å undersøke om undervisningskonseptet OMM bidrar til dybdelæring. Prinsippielt var tanken at utvalgsgruppen skulle være anonyme gjennom hele prosessen, og vi valgte derfor å gjennomføre oppgavene i en undervisningsgruppe med en annen faglærer. Denne metoden tillot også at en kunne analysere svarene uavhengig av relasjon til elevene. Som følge av at all datainnsamling var anonym, var det ikke nødvendig å melde forskningen inn til NSD (Norsk Senter for Forskningsdata).

Utvalgsgruppen OMM-oppgavene ble gjennomført i var en R2 matematikk-klasse, på linjen studiespesialisering. R2 matematikk velges oftest av elever i siste året på videregående skole. Det er det høyeste nivået av matematikk i norsk skole, og består ofte av motiverte elever som ønsker å oppnå høy måloppnåelse i faget.

3.2 Forberedelse:

Elevene i utvalgsgruppen fikk utdelt informasjonsark med hva besvarelsene deres skulle brukes til. Det var ikke nødvendig å varsle foresatte, som følge av at alle elevene var over 18 år. Dersom elevene ikke ville at deres tallmateriale skulle brukes, kunne de varsle faglærer, dette for å bevare deres anonymitet og ha lav terskel for å trekke seg. Det var ingen av elevene som trakk seg. Se informasjonsbrev under delkapittelet *Vedlegg 1*.

Elevene ble muntlig informert om at deres terminkarakterer ville deles med oss, slik at vi kunne undersøke om det var en direkte sammenheng mellom karakter og hvordan eleven løste OMM-oppgaven. Terminkarakterene ble delt ved at elevenes navn ble erstattet av et tall, og på den måten kunne vi knytte elevbesvarelsene og terminkarakter sammen.

Utvalgsgruppen vil mest sannsynlig ta en utdanning hvor matematikk er et sentralt emne, og vil derfor trolig oppleve opptil flere ganger å stå fast eller ikke finne en strategi. Tanken var at OMM-oppgaver vil være med å normalisere det å stå fast, benytte seg av en strategi som ikke fungerer og se ting i en ny sammenheng eller fra et annet perspektiv for å finne en annen og bedre strategi, uavhengig av læreplan. Ved introduksjon av OMM-oppgaver til elevene, var hypotesen at det ville bidra til dybdelæring, til tross for at de ikke fulgte *Fagfornyelsen.*

Oppgavene ble gjennomført midt i et skoleår, altså uke 7-10, hvor uke 9 var vinterferie. Elevene hadde da vært gjennom flertallet av temaene i læreplanen og holdt på dette tidspunktet på med temaet differensiallikninger. Dessverre finnes det ingen kjente oppgaver innenfor dette området, heller ikke på nett, noe som ble bekreftet av *Robert Kaplinsky* (Kaplinsky, Twitter, 2. februar 2022). Differensiallikninger er også et tema som fjernes fra den nye læreplanen, *Fagfornyelsen* (Udir, 2022). I samråd med både veileder fra universitetet og faglærer for elevene, kom vi derfor frem til å benytte OMM-oppgaver knyttet til tema elevene har hatt tidligere det skoleåret. Temaene ble derfor integraler, trigonometriske likninger og derivasjon. I samme periode ble det også nasjonalt bestemt at det ikke skulle avholdes eksamen for elevene i den videregående skolen dette året, slik ville ikke forskningen ødelegge fremdriften til faglærer (Regjeringen, 2022).

3.3 Gjennomføring:

OMM-oppgavene ble gjennomført i tre økter, over tre uker, hvor en økt varer i 90 minutter. Alle elevene rakk å bli ferdige med oppgavene innen 90 minutter, og de gjenværende minuttene ble brukt til å diskutere oppgavene. I ettertid gikk faglærer videre med vanlig undervisning. Måten oppgavene ble gjennomført på, var at for hver uke ble det lagd et oppgaveark bestående av fire oppgaver. Disse oppgavene var i stigende vanskelighetsgrad, men hvor oppgave 1 ikke var en OMM-oppgave, men en DOK1 oppgave. Hensikten med oppgave 1 var å starte tankeprosessen. De tre neste oppgavene var OMM-oppgaver, som befant seg enten på DOK2 eller DOK3.

Svararkene som elevene svarte på, inneholdt ikke poenggivningen i høyre hjørne, slik som svararket presentert i teorien har. Dette var fordi elevene ikke ville få besvarelsene sine tilbake senere, som følge av at forskningsarbeidet ikke var planlagt i den ordinære undervisningsplanen for klassen og foretatt i en klasse med en annen faglærer for en upartisk analyse. Dersom elevene hadde fått tilbake sine besvarelser, hadde det vært naturlig å bruke poenggivningen, da poengene trolig ville vært mer motiverende for elevene. Dette vil vi drøfte senere, i kapittel 5.

Oppgavene ble gjennomført ved at alle elevene fikk utdelt hvert sitt oppgavesett og løste oppgavene individuelt. Til tross for at oppgavene ble løst individuelt, ble det ikke gjennomført som en prøvesituasjon. Dersom elevene stod fast, kunne de derfor spørre en medelev om hvilken strategi de brukte for å løse oppgaven. Etter at alle elevene var ferdig med oppgavene, gjennomgikk vi oppgavene sammen og ulike elever fortalte hvilken løsningsstrategi de hadde brukt, slik *Kaplinsky* viser til er en måte å gjennomføre OMM-oppgaver på. «Student Strategy Tracker» ble ikke benyttet, noe som i etterkant kan anses å være en svakhet ved gjennomføringen. Konsekvensene dette medga nevnes under diskusjonskapittelet.

3.4 Oppgaver:

Alle oppgavesettene som ble benyttet under datainnsamlingen, finnes under *Vedlegg 2.* Det er totalt tolv oppgaver fordelt på tre oppgavesett. Nedenfor presenteres temaet for hvert oppgavesett, samt en OMM-oppgave fra hver av dem.

3.4.1 Oppgavesett 1:

Temaet for det første oppgavesettet var integraler. Et av kompetansemålene innen R2-matematikk som er gjeldene for disse elevene er beskrevet som å «*Gjøre rede for definisjonen av bestemt integral som grense for en sum og ubestemt integral som antiderivert*» (Udir, 2006). Dette kompetansemålet er hentet fra *Kunnskapsløftet*, og vi finner et liknende kompetansemål i *Fagfornyelsen: «Gjør rede for integral som en grenseverdi av en følge av summer, og tolke betydningen av denne grenseverdien i ulike situasjoner»* (Udir, 2022). På tross av at disse kompetansemålene kan virke like, er det en klar forskjell: Hvor elevene kun skal gjøre rede for i *Kunnskapsløftet*, skal elevene i *Fagfornyelsen* både gjøre rede for og tolke betydningen av grenseverdien i ulike situasjoner. *Fagfornyelsen* har høyere forventninger til eleven, sammenlignet med *Kunnskapsløftet*.

I analysen vil elevbesvarelser til oppgave 2, fra dette oppgavesettet, presenteres. Oppgave 2 er en DOK2 oppgave, og ble presentert i kapittel 2, side elleve. Videre ble også oppgave 3 presentert som eksempel på en DOK3 oppgave. Nedenfor presenteres derfor oppgave 4, som er den eneste OMM-oppgaven i dette oppgavesettet som enda ikke er presentert.

Bruk heltallene 1-9, kun en gang, og fyll inn boksene slik at integralet stemmer.

$$\int_{\square}^{\square} (\square x - \square)\,dx = \square$$

Denne oppgaven er hentet fra www.openmiddle.com og er laget av Torres-Rangel (Torres-Rangel, u. å.). Denne oppgaven befinner seg innenfor DOK 3 fordi den har flere mulige løsninger og løses mest effektivt ved å tenke konseptuelt, da det å gjette tilfeldig og sjekke vil være enda mer tidkrevende enn å bruke samme metode på oppgave 2 og 3 i samme oppgavesett. Dette som følge av at det er enda flere faktorer og en må forstå hvordan hver faktor påvirker hverandre.

3.4.2 Oppgavesett 2:

For det andre oppgavesettet var temaet trigonometriske likninger med radianer. I *Kunnskapsløftet* står det at *«eleven skal kunne forenkle og løse lineære og kvadratiske likninger i trigonometriske uttrykk ved å bruke sammenhenger mellom de trigonometriske funksjonene»* videre står det også at *«eleven skal kunne omforme trigonometriske uttrykk av typen* $a \sin kx + b \cos kx$, *og bruke dem til å modellere periodiske fenomener»* (Udir, 2006). I *Fagfornyelsen* står det beskrevet at eleven skal «*utforske egenskaper ved radianer og trigonometriske funksjoner og identiteter og anvende disse egenskapene til å løse praktiske problemer*» (Udir, 2022). Selv om *Kunnskapsløftet* ikke eksplisitt sier noe om radianer, har dette vært med i pensumbøkene laget til *Kunnskapsløftet*, og er derfor blitt noe elevene lærer. Det er også relevant når en har om trigonometriske funksjoner, og det er trolig derfor det nevnes eksplisitt i *Fagfornyelsen. Fagfornyelsen* forventer et høyere forståelsesnivå, innenfor fagområdet. Eleven skal både utforske og kunne anvende trigonometriske funksjoner og ulike faktorer knyttet til det, i *Fagfornyelsen*, mens i *Kunnskapsløftet* skal eleven kunne forenkle, løse og omforme.

I dette oppgavesettet befinner både oppgave 2 og 3 seg innenfor DOK2, mens oppgave 4 befinner seg innenfor DOK3. En oppgave som har pekt seg ut som vanskelig for elevene er oppgave 3, som ser følgende ut:

Bruk heltallene 1 – 9, kun en gang hver. Fyll inn boksene og lag 3 sanne setninger:

(Obs: Her kan du ikke «gjenbruke» tallene for den andre og tredje løsningen!)

$$\sin\left(\frac{\square\pi}{\square}\right) = 0$$

$$\sin\left(\frac{\square\pi}{\square}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\sin\left(\frac{\square\pi}{\square}\right) = 1$$

Denne er også hentet fra www.openmiddle.com, og laget av *Zack Miller* (Miller, u. å.). Ved denne oppgaven kan også elevene benytte seg av metoden hvor en velger tilfeldige tall og deretter kontrollerer, men dette vil være svært tidkrevende da totalt seks av ni tall skal brukes og alle skal gi korrekt løsning til setningene. Eventuelt kan eleven tenke mer konseptuelt, eksempelvis ved å fylle inn ulike løsninger til hver setning for å så velge en løsning som gjør at ingen tall brukes mer enn en gang.

3.4.3 Oppgavesett 3:

Temaet for det tredje oppgavesettet var derivasjon, som også dekkes av kompetansemål både i *Kunnskapsløftet* og *Fagfornyelsen.* I *Kunnskapsløftet* står det følgende; «*Eleven skal kunne derivere sentrale funksjoner og bruke førstederivert og andrederivert til å drøfte slike funksjoner*» (Udir, 2006), til sammenligning står det i *Fagfornyelsen* følgende: «*eleven skal kunne anvende derivasjon … til å analysere og tolke egne matematiske modeller og reelle datasett*», videre står det også «*eleven skal kunne analysere og tolke ulike funksjoner ved å bruke derivasjon …*» (Udir, 2022). *Fagfornyelsen* forventer mer av eleven i form av at eleven skal kunne anvende, analysere og tolke, mens i *Kunnskapsløftet* står det at eleven skal kunne derivere sentrale funksjoner og deretter anvende den deriverte. *Fagfornyelsen* spesifiserer ikke hvilke funksjoner eleven skal kunne, slik som *Kunnskapsløftet* gjør. Vi ser at derivasjon er et tema som får større plass i *Fagfornyelsen*, og er derfor nyttig for elevene å kunne selv om deres opplæring følger *Kunnskapsløftet.*

I dette oppgavesettet befinner både oppgave 2 og 3 seg innenfor DOK2, mens oppgave 4 befinner seg innenfor DOK3. En oppgave som har pekt seg ut som vanskelig for elevene er oppgave 3:

Bruk heltallene 1-9, kun en gang hver. Fyll inn boksene og lag et sant derivasjons-utsagn.

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{\square}{\square}x^{\square}\right)=\frac{\square}{\square}x^{\square}$$

Denne oppgaven er også hentet fra www.openmiddle.com og er laget av *Melissa Flynn* (Flynn, u. å.). Utfordringen her var at en kunne bruke heltallene en til ni maksimalt en gang. På den måten måtte de forutse hva uttrykket var etter å bli derivert, da brøken måtte ha korrekt verdi, men benytte ubrukte tall. Elevene begynner gjerne å sette inn tilfeldige tall, før de ser hvordan de må tenke for å ikke gjenbruke tallene. Deretter vil trolig de fleste elevene tenke konseptuelt over oppgaven. Selvsagt kan eleven også være heldig og velge noen tilfeldige tall som faktisk er en løsning, men som pedagog vil en trolig oppdage at løsningen er tilfeldig.

Oppgaven har flere løsninger, men svaret krever ingen argumentasjon, og krever nødvendigvis ikke at en regner den ut i flere steg. Oppgaven befinner seg derfor innenfor DOK2.

3.5 Spørreundersøkelse:

I tillegg til oppgavesettene, ble det gjennomført en spørreundersøkelse, som elevene gjennomførte i *Google Forms*. Elevenes anonymitet ble fremdeles ivaretatt, da de ikke måtte registrere seg med navn eller annen informasjon som kunne føre tilbake til dem.

Spørreundersøkelsen bestod av ni avkrysningsspørsmål og to spørsmål hvor eleven kunne utdype svar om det var ønskelig. Hensikten med spørreundersøkelsen var å undersøke hvilke holdninger elevene hadde til matematikk-faget og hvordan de opplevde det å jobbe med OMM-oppgaver. Spørsmålene som omhandlet holdninger til matematikk-faget, omhandlet både hvordan de liker matematikk-faget, arbeidsinnsats og om de opplever mestring i matematikk. Deretter gikk spørsmålene over til å handle om hvordan de hadde opplevd det å jobbe med OMM-oppgaver, undervisningsmetoden og hva de foretrakk av OMM-oppgaver, oppgaver i læreboka eller en kombinasjon.

3.6 Etiske forhold:

God forskningsetikk er viktig når en driver med forskende arbeid og bygger på fire prinsipper; respekt, gode konsekvenser, rettferdighet og integritet. Respekt omhandler at personer som deltar skal behandles med respekt. At en som forsker skal etterstrebe gode konsekvenser samtidig som uheldige konsekvenser er akseptable. Forskningsprosjektet skal være rettferdig utformet og utført. Forskerens integritet ivaretas gjennom å anerkjenne normer, opptre ansvarlig, åpent og ærlig ovenfor offentligheten, men også kollegaer. (Den nasjonale forskningsetiske komiteene, 2019).

Gjennom de undersøkelsene som gjennomføres i denne oppgaven, vil vi inneha rollen som forsker. Selv om alle prinsippene er viktige, er trolig prinsippene som omhandler respekt og rettferdighet det mest omfattende prinsippet i dette tilfelle, da hele oppgaven fokuserer seg om elevenes arbeid. Fra starten av ble elevene informert om undersøkelsene som skulle gjennomføres i deres klasse, hvor de hadde muligheten til å trekke seg. Videre ble de også informert om at resultatene ville bli behandlet anonymt. Faglærer endret elevenes navn, med et tall. Dette ble som nevnt gjort for å ivareta anonymiteten i undersøkelsene, og kunne knytte terminkarakter sammen med besvarelse. Gjennom analysen og diskusjonen er det viktig som forsker å behandle elevenes besvarelser med respekt og rettferdighet, for å ivareta integritet og konfidensialitet.

3.7 Reliabilitet og validitet:

Denne forskingsmetoder inneholder ulike faktorer som kan påvirke observasjonene og resultatene. Det er derfor viktig å drøfte hvilke som kan oppstå og i etterkant kontrollere hvilke som faktisk oppstod. I kapittelet *Diskusjon*, vil vi se på hvilke faktorer som faktisk oppstod og drøfte hvordan de påvirket resultatet.

Reliabilitet:

Begrepet *reliabilitet* omhandler pålitelighet. Metodene brukt i en forskning skal derfor kunne etterprøves av andre og gi liknende resultat. Det omhandler altså hvorvidt forskningen representerer den virkelige verden. (Postholm & Jacobsen, 2016, s. 129).

Problemstillingen er presentert tidligere i oppgaven, men vil en i ettertid være sikker på at forskningen knyttet til oppgaven er pålitelig? Tid er en begrensning i denne oppgaven, noe som også påvirker hvor god tid en har til datainnsamling, analyse og diskusjon. Den ideelle situasjonen er å kunne samle inn datamateriale fra flere klasser, på ulike klassenivå og skoler over tid, og deretter analyse og diskutere problemstillingen basert på dette. Forsøket er begrenset til fire og en halv måned, som derfor begrenser omfanget av oppgaven.

Valg av klasse kan også ha påvirkning for reliabiliteten. Som nevnt er dette siste skoletrinn som følger *Kunnskapsløftet*, noe som også påvirker hvilke læremål de skal gjennom. Elevene som har R2 matematikk er oftest motiverte elever og som har en interesse for matematikk. Ved å velge en klasse som denne, innehar de derfor trolig tilstrekkelige kunnskaper for å kunne løse OMM-oppgaver. En annen faktor er at dersom vi hadde valgt en utvalgsgruppe som følger *Fagfornyelsen*, ville dybdelæring vært relativt nytt også for disse elevene, da de tidligst startet med den nye læreplanen høsten 2020.

Etterprøving av samme problemstilling på samme utvalg personer vil være vanskelig i etterkant, som følge av at dette året er siste gang at R2 matematikk følger *Kunnskapsløftet.* Det en derimot kan gjøre for å kontrollere relabiliteten, er å sammenligne resultatet av denne oppgaven med liknende oppgaver gjort tidligere på andre elever. Dette er derfor noe vi ser på i kapittelet *Diskusjon*.

Validitet:

Begrepet *validitet* betyr gyldighet, som innebærer at metoden som brukes måler det den skal, og på den måten fører til at resultatet er gyldig (Postholm & Jacobsen, 2016, ss. 126-127). Metoden brukt i denne forskningen er tolv oppgaver som elever besvarer, for deretter å analysere besvarelsene og drøfte om OMM-oppgaver bidrar til dybdelæring. For å sjekke om OMM-oppgaver bidrar til dybdelæring vil en måtte benytte seg av elever. Oppgaven bygger på et relativt lite datasett og derfor vil ikke konklusjonen nødvendigivs være statistisk signifikant, men si om dette er verdt å forske videre på.

Metoden som benyttes er som nevnt at elevene svarer på totalt tolv oppgaver, hvorav ni av dem er OMM-oppgaver. Deretter basert på datamateriale, vil vi drøfte om OMM-oppgaver bidrar til dybdelæring. Denne metoden vil trolig vise om elevene innehar dybdekunnskaper eller overflatekunnskaper, som følge av at vi sammenligner besvarelsene til oppgaver innenfor DOK1 med OMM-oppgavene og terminkarakter. Grunnet tidsbegrensningen, vil vi ikke ha tilstrekkelig datamateriale til å kunne si om OMM fører til dybdelæring, men vi kan si om det bidrar til dybdelæring.

3.7.1 Koronasituasjonen:

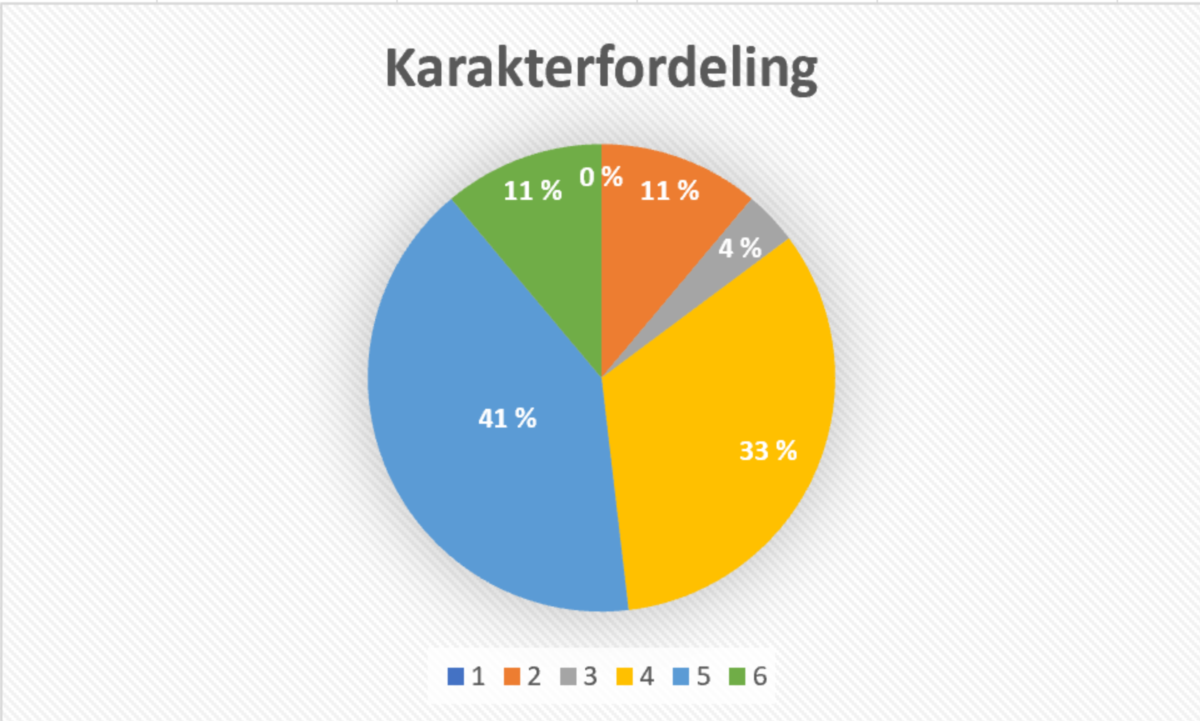
I mars 2020 stengte Norge ned, grunnet Covid-19 (Regjeringen, 2020). Selv om undersøkelsen ble gjennomført i månedsskiftet februar/mars, omtrent 2 år etter at landet stengte ned første gang, har dette ført til noe fravær. Klassen undersøkelsen ble gjennomført i består i teorien av 27 elever, men på grunn av den pågående Covid-19 pandemien har ikke alle 27 elever vært til stede gjennom hele undersøkelsen. Heldigvis har koronasituasjonen påvirket undersøkelsen i liten grad, men ført til noe reduksjon av utvalgsgruppen.

4. Analyse:

I dette kapittel vil vi presentere utvalgsklassen og deres karakterer, før det vises et utvalg av elevbesvarelser fra tre oppgaver presentert tidligere i oppgaven. Ved hvert oppgavesett ser vi på tre til fire ulike elevbesvarelser, hvor elevene har fått ulik terminkarakter i matematikk. Til hver elevbesvarelse vil vi prøve å tolke hvordan eleven har tenkt for å løse oppgaven og basert på dette avgjøre hvilke dybdekunnskaper elev viser. Avslutningsvis vil spørreundersøkelsen studeres, hvor kun noen av spørsmålene og svarene analyseres.

4.1 Elevene:

Som tidligere presentert ble forskningsarbeidet gjennomført i en tredje videregående klasse, som har R2-mateamtikk. Faglæreren deres har gitt meg tilgang på elevenes terminkarakterer, det vil si den karakteren som står på deres vitnemål etter første termin. Dersom vi ser nærmere på elevenes terminkarakterer, blir fordelingen slik:



Det er altså ingen elever som fikk karakteren 1 som terminkarakter, det vil si at alle elevene bestod første termin. Videre ser vi at vi flertallet av elevene fikk karakteren 5, mens 1/3 fikk karakteren 4. Vi har også like mange elever som fikk karakteren 2 som fikk karakteren 6, altså 3 elever, videre har vi også en elev som fikk karakteren 3. Totalt sett har 89% av elevene fått karakterer som karakteriseres som middels eller høy måloppnåelse, og den totale snitt-karakteren i denne klassen basert på terminkarakteren er 4,3.

Utdanningsdirektoratet har en oversikt over gjennomsnittskarakteren i alle fag som undervises i, ved den videregående skolen. Her inkluderes karakter for standpunkt, skriftlig eksamen og muntlig eksamen, for begge kjønn. Karakteren for R2 matematikk var i år 2020-2021 4,2. (Udir, 2021). Dersom vi sammenligner denne gjennomsnittskarakteren med klassen undersøkelsen ble gjennomført i, ser vi at elevene ligger litt over snittet. Det er viktig å bemerke seg at klassens gjennomsnittskarakter baserer seg på terminkarakterer fra 2022, mens Udir baserer seg på vitnemålskarakterer fra 2020-2021, til tross for dette, sier det noe om hvor klassen ligger sammenlignet med landsgjennomsnittet.

Basert på tallene ovenfor, vil flertallet av besvarelsene som analyseres være hentet fra firer og femer elever, samtidig vil selvsagt også elevsvar fra sekser, toer og treer elever analysere for å vise hvordan disse elevene besvarer OMM-oppgavene. Av de tolv besvarelsene som potensielt kunne vært gjort av elevene som fikk toer og trer som terminkarakter, er det det dessverre kun fem besvarelser, hvor to av dem besvarer oppgavesett 1.

4.2 Oppgavesett 1:

Oppgavesett 1 som ble introdusert i metodedelen, og omhandlet integraler. Den første OMM-oppgaven var følgende:

Oppgave 2:

Bruk heltallene 1-9, kun en gang hver, fyll inn boksene og lag en positiv og en negativ løsning:

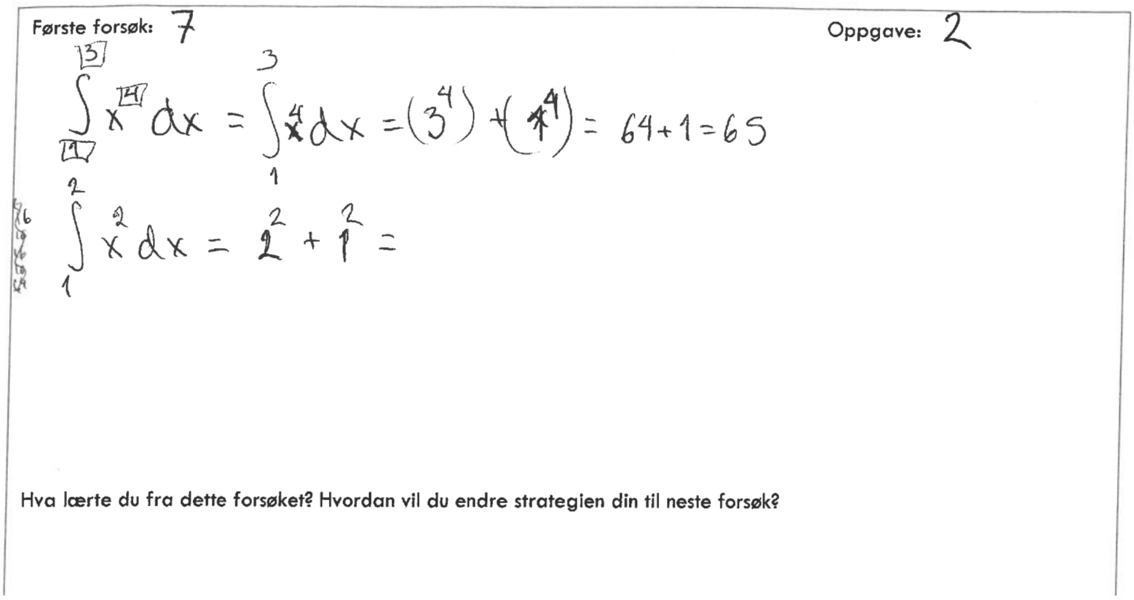
$$\int_{\square}^{\square} x^{\square} dx =$$

Kilde: (Kaplinsky, Open Middle Math, 2020, s. 44)

En viktig kommentar her som ikke står, men som elevene fikk beskjed om, er at de kan benytte de samme tallene for den positive og den negative løsningen.

Elevbesvarelse 1:

Elev bak elevbesvarelse 1, har svart følgende:



Første forsøk: 7

Oppgave: 2

$$\int_{\boxed{1}}^{\boxed{3}} x^{\boxed{4}}\,dx = \int_1^3 x^4\,dx = (3^4) + (1^4) = 64+1=65$$

$$\int_1^2 x^2\,dx = 2^2 + 1^2 =$$

Hva lærte du fra dette forsøket? Hvordan vil du endre strategien din til neste forsøk?

Denne eleven gjør noen grunnleggende feil i sin besvarelse. I den første løsningen velger vedkommende tall som vil gi en positiv løsning, deretter i den andre løsningen vil også dette svaret bli positivt. Eleven ser ut til å benytte seg av tilfeldig gjetning og viser ikke forståelse for hvordan grensene påvirker svaret. Videre når eleven løser integralet, viser eleven mangel på kunnskap ved at $\int x^4 = x^4$. Eleven bruker også pluss mellom grensene og ikke minus slik det skal være, vedkommende kommenterer akkurat dette i oppgave 1: «*Husker ikke om det er + eller – mellom …».* Det som da er litt fascinerende er at eleven i oppgave 1 er usikker, oppgave 2 bruker pluss, mens i oppgave 3 og 4 bruker minus. Eleven reflekterer heller ikke over svaret sitt i oppgave 2. I andre oppgaver fra oppgavesettet kommenterer eleven eventuelle feil vedkommende gjør, slik som å bruke andre tall enn en til ni.

Denne eleven har tydelige mangler på dybdekunnskaper, innenfor samtlige av de fem komponentene. Mangelen på prosedyrekunnskaper oppdager vi allerede i oppgave 1, da eleven selv kommenterer at vedkommende er usikker på om det skal være pluss eller minus i utregningen. I tillegg er det utregningsfeil. Gjennom dette ser vi elevens mangel på komponentene selvregulering og metakognisjon og resonnering, da dette ikke ser ut til å være en reflektert eller begrunnet handling. Eleven viser også ingen begrepsmessig forståelse og anvendelse, siden vedkommende ikke forstår hvordan grensene påvirker hverandre, da begge svarene til integralene ovenfor gir et positivt svar.

Elevbesvarelse 2:

Denne eleven hadde følgende besvarelse på oppgaven:
(Som følge av at noe er vanskelig å lese, er dette skrevet inn på besvarelsen.)

Første forsøk: Oppgave: 2

$$\int_3^1 x^2\,dx = \left[\frac{1}{3}x^3\right]_3^1 = \left(\frac{1}{3}\cdot 1^3\right)-\left(\frac{1}{3}\cdot 3^3\right) = \frac{1}{3} - 9 = -8\frac{2}{3}$$

Hva lærte du fra dette forsøket? Hvordan vil du endre strategien din til neste forsøk?

tok høyere tall nederst på integralet fordi da blir det bra

"Tok høyere tall nederst på integralet fordi da blir det bra"

Andre forsøk: Oppgave: 2

$$\int_5^6 x^4\,dx = \left[\frac{1}{5}x^5\right]_5^6 = \left(\frac{1}{5}\cdot 6^5\right) - \left(\frac{1}{5}5^5\right) =$$

$$\int_1^3 x^2\,dx = \left[\frac{1}{3}x^3\right]_1^3 = \frac{1}{3}3^3 - \frac{1}{3}1^3 = 9 - \frac{1}{3} = 8\frac{2}{3}$$

Hva lærte du fra dette forsøket? Hvordan vil du endre strategien din til neste forsøk?

Visste først ikke at jeg kunne bruke 1-3 igjen, men gjorde det også høyest tall øverst så blir det bra

"Visste først ikke at jeg kunne bruke 1-3 igjen, men gjorde det også høyeste tall øvest så blir det bra"

Denne eleven viser høyere kompetanse enn eleven bak elevbesvarelse 1. Eleven viser at vedkommende har tenkt konseptuelt over hvordan grensene påvirker hverandre i første forsøk og ved andre forsøk viser eleven to ulike integraler, nemlig integralet $\int_5^6 x^4 dx$ først og deretter integralet

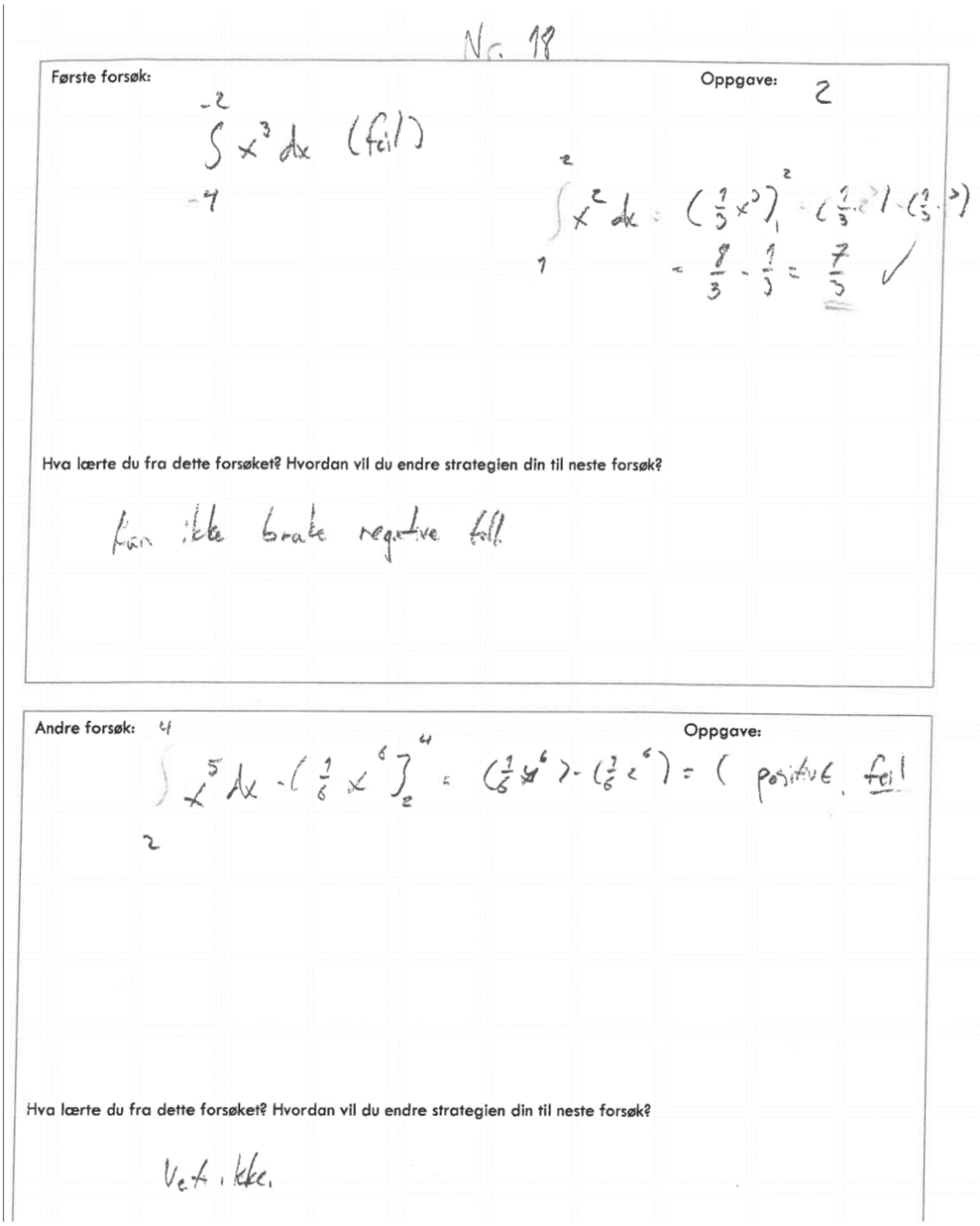
$\int_1^3 x^2 dx$ som eleven løser. Elevene kunne benyttet tallene en til ni en gang hver, for hver løsning. Dersom vi setter sammen integralet fra forsøk en og integralet eleven regner ut i forsøk to, har eleven gitt en korrekt løsning på oppgaven. Eleven gjør også noen refleksjoner underveis ved begge forsøkene, hvor eleven kommenterer hvordan grensene påvirker hverandre og viser at når høyeste tall er nederst, får vi negativt svar, mens når den øverst, får vi positivt svar.

Som nevnt, sammenlignet med elevbesvarelse 1 viser denne eleven et høyere nivå av dybdekunnskaper. Ved forsøk en, virker det som at eleven har tatt seg litt tid til å tenke hvordan grensene påvirker hverandre. Dette ser vi også av refleksjonen eleven gjør i etterkant, og ved forsøk to hvor eleven viser to ulike eksempler på en positiv løsning. Eleven har med andre ord benyttet seg av flere av de ulike komponentene dybdelæring består av. Vi ser metakognisjon og selvregulering både gjennom valg av tall på forsøk en, refleksjonene og de to integralene på forsøk to. Eleven innehar også komponentene prosedyrekunnskap, begrepsmessig forståelse og anvendelse gjennom måten integralene løses på og hvordan eleven forstår hvordan grensene til integralet påvirker hverandre. Den femte komponenten resonnering er her vanskeligere å måle, men eleven gir en korrekt besvarelse som trolig er det nærmeste vi kommer en resonnering i denne oppgaven.

Vi har til nå sett på to besvarelser gjort av elever med henholdsvis terminkarakter to og tre, hvorav den siste eleven fikk til oppgaven. Den neste besvarelsen er gjort av en elev som fikk karakteren fem i terminkarakter, men svaret til eleven er overraskende.

Elevbesvarelse 3:

Elev 3 har svart følgende:



Nr. 18

Første forsøk: Oppgave: 2

$$\int_{-4}^{-2} x^3\,dx \quad (\text{feil})$$

$$\int_{1}^{2} x^2\,dx = \left(\frac{1}{3}x^3\right)_1^2 = \left(\frac{1}{3}2^3\right) - \left(\frac{1}{3}1^3\right) = \frac{8}{3} - \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$$

Hva lærte du fra dette forsøket? Hvordan vil du endre strategien din til neste forsøk?

Kan ikke bruke negative tall.

Andre forsøk: Oppgave:

$$\int_{2}^{4} x^5\,dx = \left(\frac{1}{6}x^6\right)_2^4 = \left(\frac{1}{6}4^6\right) - \left(\frac{1}{6}2^6\right) = ($$ positive. feil

Hva lærte du fra dette forsøket? Hvordan vil du endre strategien din til neste forsøk?

Vet ikke.

I første forsøk benytter eleven seg av negative tall, noe som vedkommende innser er feil. Deretter velger eleven nye grenser, men bruker fremdeles tallet to, to ganger. Til tross for dette ser det ut til at eleven bemerker det positive svaret som korrekt. Deretter gjør eleven et nytt forsøk, trolig for å prøve å få et negativt svar. Vedkommende bruker tallet fire som øvre grenser og tallet to som nedre grense, noe som resulterer i et positivt svar. Dette bemerker eleven som feil, og reflekterer ved ordene *«Vet ikke»*. Metoden eleven har brukt ser ut til å være tilfeldig gjetning og kontrollering, men kommer fremdeles ikke frem til svaret. Eleven gir til slutt opp.

Det som er veldig interessant ved denne eleven, er at oppgave 1 som er et bestemt integral, løser eleven helt perfekt. Deretter når eleven skal løse oppgave 2, virker det som at eleven benytter seg av tilfeldig gjetting og sjekking på forsøk en, men først bruker eleven negative tall og deretter et nytt integral hvor løsningen blir positivt. Når eleven da skal lage en negativ løsning, får ikke eleven dette til, og ender som nevnt opp med å skrive *«Vet ikke»*. Eleven innehar dybdekunnskaper i form av prosedyrekunnskaper, men de tre andre komponentene ser ut til å være manglende. Komponenten resonnering regnes ikke med her som følge av at komponenten er vanskelig å måle i dette tilfellet. Eleven ser ikke sammenhengen mellom grensene og hvordan disse påvirker hverandre, altså viser eleven mangel på begrepsmessig forståelse og anvendelse. Videre mangler også eleven metakognisjon og selvregulering, ved at det virker som at vedkommende ikke tar seg tid til å tenke før en går i gang med oppgaven, som følge av at eleven starter med å bruke negative tall og deretter benytter seg av tallet to, to ganger. Totalt sett virker det som at denne eleven innehar det *Nosrati* og *Wæge* karakteriserer, som overflatelæring.

Sammendrag av besvarelsene:

Vi har nå analysert tre forskjellige elevsvar, hvor av kun en av tre får til oppgaven. Eleven bak elevbesvarelse 1 fikk som nevnt terminkarakter to, deretter fikk elevbesvarelse 2 terminkarakter tre og til slutt har vi elevbesvarelse 3, hvor eleven fikk terminkarakter fem. Det som trolig er mest overraskende, er at det er eleven som fikk terminkarakteren tre, som fikk til oppgaven. Vi ser også hvor forskjellig de tre elevene mestrer dybdelæring.

4.3 Oppgavesett 2:

Oppgavesett 2 inneholdt trigonometriske identiteter og likninger. På dette oppgavesettet var det kun en besvarelse fra de fire elevene som enten har to eller tre som terminkarakter, hvor av denne ene besvarelsen heller ikke inneholdt noen korrekte svar. Derfor vil analysen her bestå av besvarelser fra elever som fikk middels eller høyere terminkarakter.

Oppgave 3:

I kapittelet *Metode* ble oppgave 3, fra oppgavesett 2, presentert. Den ser følgende ut:

Bruk heltallene 1 – 9, kun en gang hver. Fyll inn boksene og lag 3 sanne setninger:

(Obs: Her kan du ikke «gjenbruke» tallene for den andre og tredje løsningen!)

$$\sin\left(\frac{\square\pi}{\square}\right) = 0$$

$$\sin\left(\frac{\square\pi}{\square}\right) = \frac{1}{2}$$

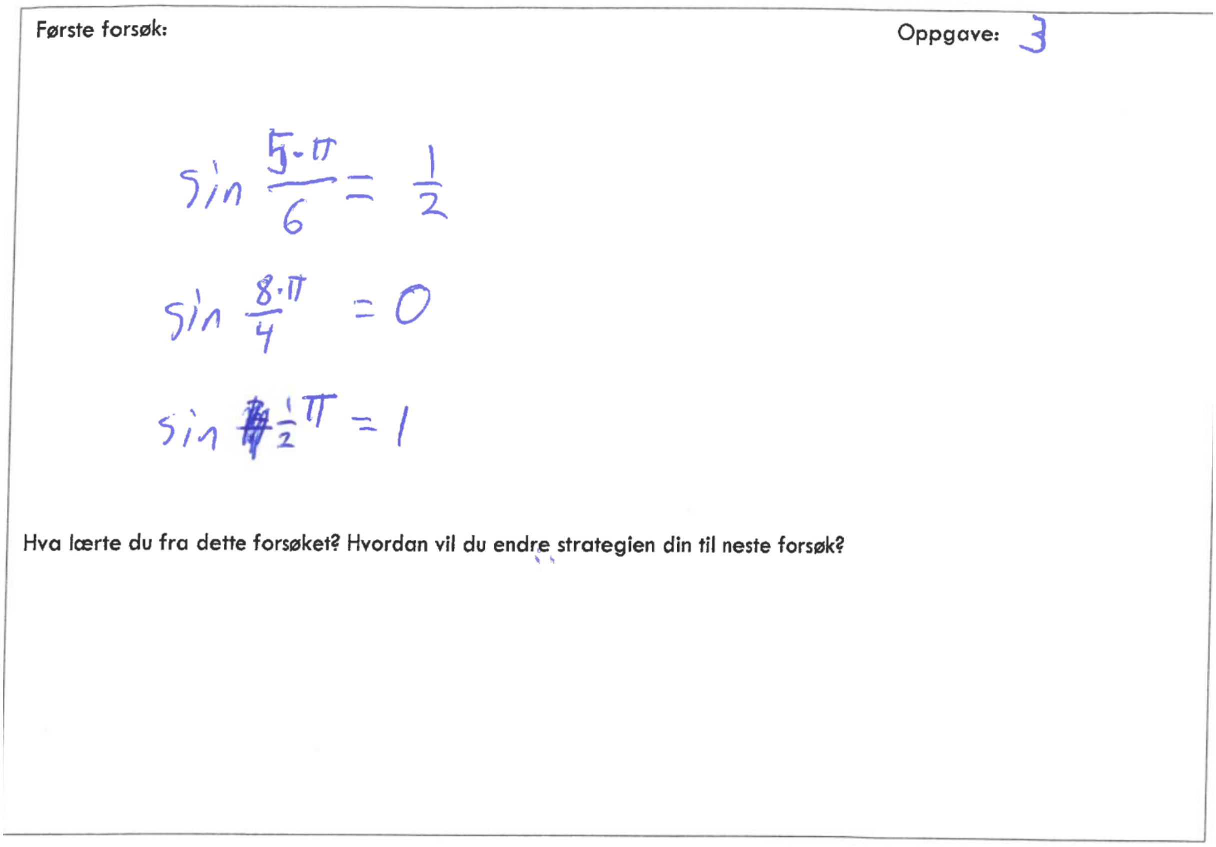
$$\sin\left(\frac{\square\pi}{\square}\right) = 1$$

(Miller, u. å.).

Under denne oppgaven hadde elevene mulighet til å bruke kalkulator. Dette er en faktor som vi ikke får undersøkt knyttet til besvarelsene til elevene. På den måten kan elever som har relativt god kontroll på radianer, enkelt gjette seg frem til løsningen. Valget ble tatt på bakgrunn av at elever som synes radianer er vanskelig, ville ha store utfordringer med å løse oppgaven uten kalkulator. Radianer er nemlig noe som introduseres til elevene i løpet av R2 matematikk.

Elevbesvarelse 4:

Den første elevbesvarelsen, til dette oppgavesettet, var følgende:


Første forsøk: Oppgave: 3

$\sin \frac{5 \cdot \pi}{6} = \frac{1}{2}$

$\sin \frac{8 \cdot \pi}{4} = 0$

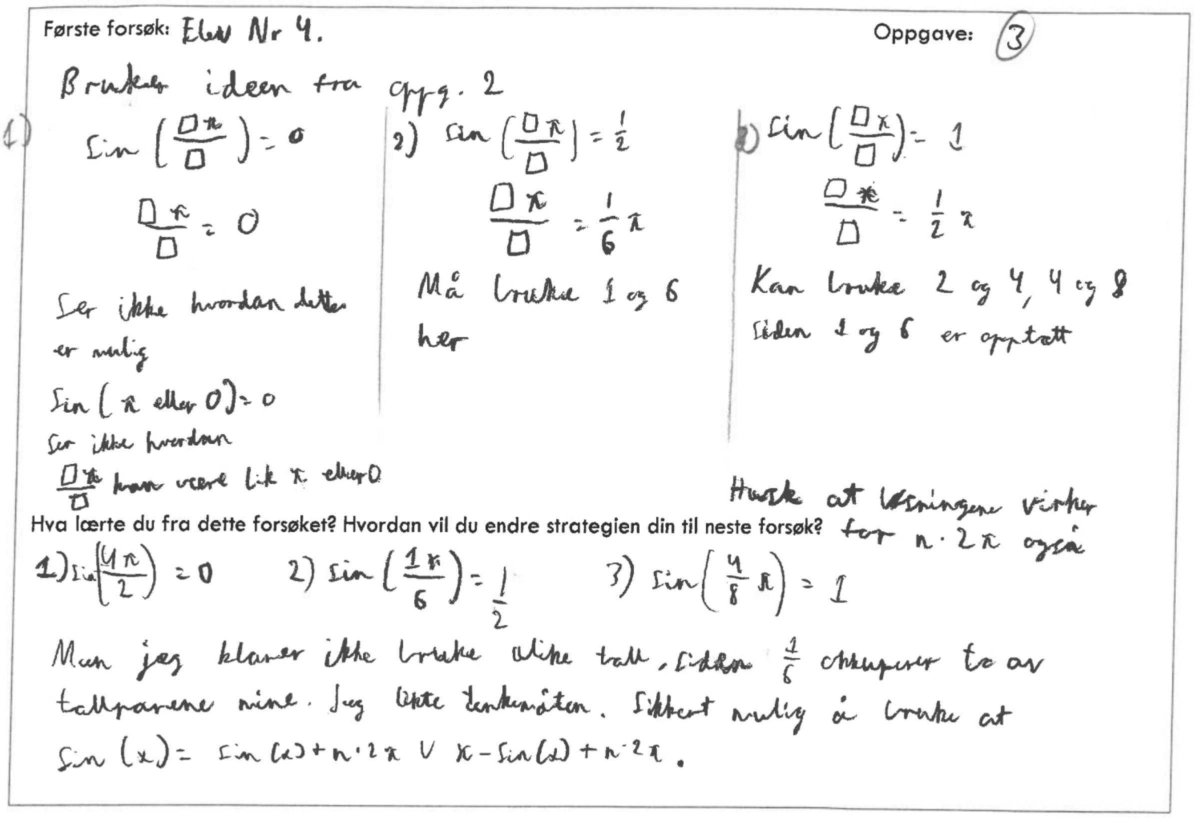
$\sin \frac{1}{2}\pi = 1$

Hva lærte du fra dette forsøket? Hvordan vil du endre strategien din til neste forsøk?

Denne eleven har besvart selve oppgaven korrekt, men det vises ikke hvordan eleven kom frem til svaret. Refleksjoner rundt valg av metode eller eventuelt hva eleven lærte, vises heller ikke. Svaret er med andre ord veldig kort og konsist, noe som gjør det vanskelig å avgjør hvilke dybdekunnskaper eleven viser og spesielt hvilke kunnskapsmangler eleven har. Eleven innehar trolig både begrepsmessig forståelse og prosedyrekunnskaper, som følge av at eleven forstår hvordan sinus-funksjonen fungerer. Videre innehar trolig eleven komponenten anvendelse, da en i denne oppgaven oftest må komme frem til flere løsninger for hver likning for å kunne løse oppgaven korrekt. Det ser ut til at eleven innehar noe metakognisjon og selvregulering, som følge av at eleven løser oppgaven korrekt, men eleven har også noen mangler da eleven ikke reflekterer over svaret sitt. Komponenten resonnering er i dette tilfellet vanskelig å måle, da eleven ikke viser løsningsmetode og svaret ikke krever argumentasjon. Det kan være besvarelsen ville vært mer utfyllende dersom vi hadde benyttet poenggivningen, som vi så på i kapittelet *Teori*. Poengene ville trolig da virket som en motivator for eleven og ført til at eleven også reflekterte rundt svaret.

Elevbesvarelse 5:

Den neste eleven har en mer utfyllende besvarelse. I besvarelsen henviser eleven til metoden brukt til å besvare oppgave 2 i oppgavesettet. Som følge av at oppgave 2 fra dette oppgavesettet ikke er en sentral oppgave, vil det forklares hvilken metode eleven bruker.


Første forsøk: Elev Nr 4.

Oppgave: 3

Bruker ideen fra opg. 2

1) $\sin\left(\frac{\square\pi}{\square}\right) = 0$

$\frac{\square\pi}{\square} = 0$

Ser ikke hvordan dette er mulig

$\sin(\pi \text{ eller } 0) = 0$

Ser ikke hvordan $\frac{\square\pi}{\square}$ kan være lik π eller 0

2) $\sin\left(\frac{\square\pi}{\square}\right) = \frac{1}{2}$

$\frac{\square\pi}{\square} = \frac{1}{6}\pi$

Må bruke 1 og 6 her

3) $\sin\left(\frac{\square\pi}{\square}\right) = 1$

$\frac{\square\pi}{\square} = \frac{1}{2}\pi$

Kan bruke 2 og 4, 4 og 8 siden 1 og 6 er opptatt

Husk at løsningene virker for $n \cdot 2\pi$ også

Hva lærte du fra dette forsøket? Hvordan vil du endre strategien din til neste forsøk?

1) $\sin\left(\frac{4\pi}{2}\right) = 0$ 2) $\sin\left(\frac{1\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$ 3) $\sin\left(\frac{4}{8}\pi\right) = 1$

Men jeg klarer ikke bruke ulike tall, siden $\frac{1}{6}$ okkuperer to av tallparene mine. Jeg likte tankemåten. Sikkert mulig å bruke at $\sin(x) = \sin(x) + n \cdot 2\pi \vee \pi - \sin(x) + n \cdot 2\pi$.

I oppgave 2 bruker eleven arc-sin for å finne ut hva brøken må være for å få ønsket resultat, og deretter finner ulike heltall som vil gi korrekt svar. Det er også denne metoden eleven bruker når vedkommende besvarer oppgave 3. Eleven tar først arc-sin ved hver setning, deretter finner eleven ulike tall som gir korrekt svar. Eleven kommer til slutt frem til et svar for hver likning, men har fremdeles ikke klart oppgaven da vedkommende bruker tallet fire, to ganger. Kommentaren til eleven er til slutt «*Men jeg klarer ikke bruke ulike tall, siden 1/6 okkuperer to av tallparene mine. Jeg likte tankemåten. Sikkert mulig å bruke at sin(x)=sin(x)+n*2π V π-sin(x)+n*2π.»*. Det virker som utfordringen til eleven er ved $\sin\left(\frac{\square\pi}{\square}\right) = 0$, men den er nok mer kompleks enn som så. Eleven må også endre setningen $\sin\left(\frac{\square\pi}{\square}\right) = \frac{1}{2}$. Dersom vi bruker $\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$, kan eleven endre at $\sin\left(\frac{\square\pi}{\square}\right) = 0$ er $\sin\left(\frac{2\pi}{1}\right) = 0$. Eleven vil da ha benyttet ulike tall, og løst oppgaven korrekt.

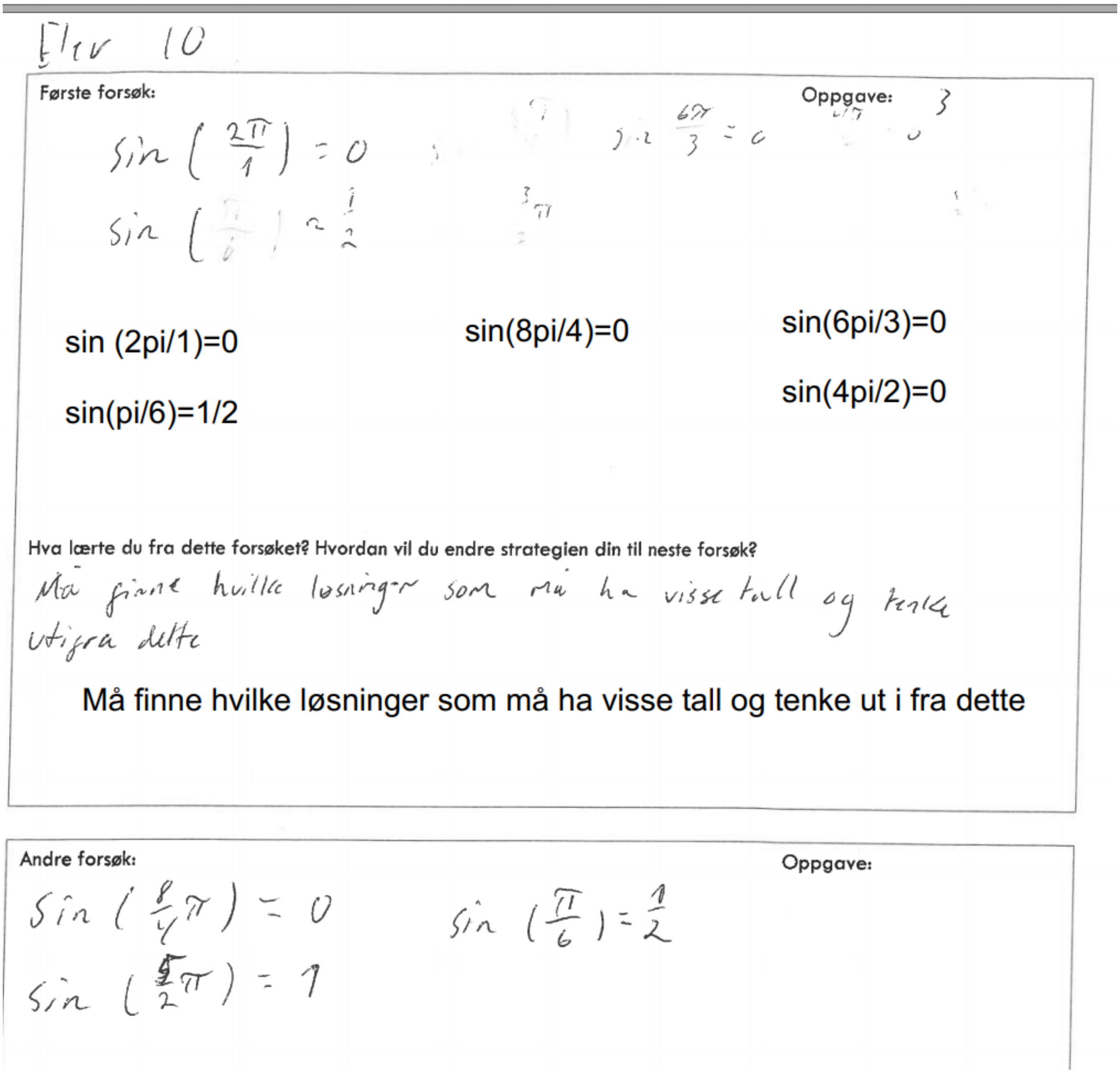
Hadde eleven benyttet seg av enhetssirkelen, hadde trolig vedkommende funnet korresponderende sinusverdi i andre kvadrant. Eleven ville da funnet enda flere ulike tall en kunne brukt for å komme frem til samme svar, og til slutt valgt en løsning uten å bruke noen tall flere ganger.

Hvordan denne eleven viser dybdelæring vil vi se nærmere på etter å ha analysert elevbesvarelse 6, som følge av at disse to besvarelsene bruker tilnærmet like fremgangsmåter.

Elevbesvarelse 6:

Denne eleven har besvart oppgaven på følgende måte:

(Som følge av at noe er vanskelig å lese, er dette skrevet inn på besvarelsen.)



Elev 10

Første forsøk:

Oppgave: 3

$\sin\left(\frac{2\pi}{1}\right) = 0$

$\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$

$\sin \frac{6\pi}{3} = 0$

sin (2pi/1)=0

sin(pi/6)=1/2

sin(8pi/4)=0

sin(6pi/3)=0

sin(4pi/2)=0

Hva lærte du fra dette forsøket? Hvordan vil du endre strategien din til neste forsøk?

Må finne hvilke løsninger som må ha visse tall og tenke utifra dette

Må finne hvilke løsninger som må ha visse tall og tenke ut i fra dette

Andre forsøk:

Oppgave:

$\sin\left(\frac{8}{4}\pi\right) = 0$

$\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$

$\sin\left(\frac{5}{2}\pi\right) = 1$

I første forsøk starter eleven med å finne ulike tall som gir korrekt svar til setningen, men ser ut til at vedkommende kun finner løsninger til setningene $\sin\left(\frac{\square\pi}{\square}\right) = \frac{1}{2}$ og $\sin\left(\frac{\square\pi}{\square}\right) = 0$, men ikke til $\sin\left(\frac{\square\pi}{\square}\right) = 1$. Til tross for dette besvarer eleven oppgaven korrekt på forsøk to. Eleven forklarer strategien sin på forsøk en, men det hadde vært nyttig å se en refleksjon på forsøk to også, for å forstå hvordan eleven tenke da han kom frem til $\sin\left(\frac{5\pi}{2}\right) = 1$. Her kan det være at poenggivningen hadde vært med på å få eleven til å reflektere, slik som vi har sett tidligere.

Elevene bak elevbesvarelse 5 og 6 har brukt omtrent samme metode, altså funnet ulike løsninger til hver setningene og deretter valgt løsninger til hver likning, som ideelt sett fører til at de ikke bruker noen av de tillatte tallene mer enn en gang. Begge elevene viser noe dybdelæring gjennom denne metoden å løse oppgaven på, men det er også noen forskjeller. Eksempelvis finner ikke eleven bak elevbesvarelse 5 nok løsninger til den ene likningen, som resulterer i at vedkommende bruker et tall to ganger og derfor ikke klarer å løse oppgaven. Begge elevene viser metakognisjon og selvregulering ved at de velger en metode og deretter går i gang med å løse oppgaven. For å finne ulike løsninger til hver av setningene må de benytte seg av komponentene begrepsmessig forståelse, prosedyrekunnskaper og anvendelse. Elevene viser også noe resonnering ved at de forklarer hvordan de løser oppgaven, med unntak av eleven bak elevbesvarelse 6, som ikke viser hvordan han løste at $\sin\left(\frac{5\pi}{2}\right) = 1$. Eleven som bruker et tall to ganger, viser også noe mer metakognisjon og selvregulering enn den siste elevbesvarelsen vi så på, da eleven i refleksjonen sier at svaret er feil da vedkommende ikke fant mer enn en løsning til den ene likningen.

Sammendrag av besvarelsene:

Besvarelsene ovenfor er gitt av elever som fikk henholdsvis sekser, femmer og firer som terminkarakter. Den første besvarelsen vi analyserte var kort og konsis, mens de to andre viste tydelig valg av løsningsmetode. Dette førte til at det var vanskeligere å se hvilke dybdekunnskaper den første eleven hadde og hvor god kontroll eleven eventuelt hadde på de ulike komponentene. Dette var enklere ved de to siste besvarelsene, da disse viste tydeligere hvordan de kom frem til svaret sitt. Samlet sett viser alle tre elevene noen grad av dybdekunnskaper, men hvor hver av de fem komponentene vektlegges ulikt for hver elev. Samtidig ser vi at elevene har en vei å gå, selv elever som får den beste terminkarakteren.

4.4 Oppgavesett 3:

Temaet på oppgavesett 3 var, som nevnt tidligere, derivasjon. På dette oppgavesettet var kun to av de fire svakeste elevene til stede. Nedenfor vil fire besvarelser analyseres, hvor dem alle besvarer følgende oppgave:

Oppgave 3:

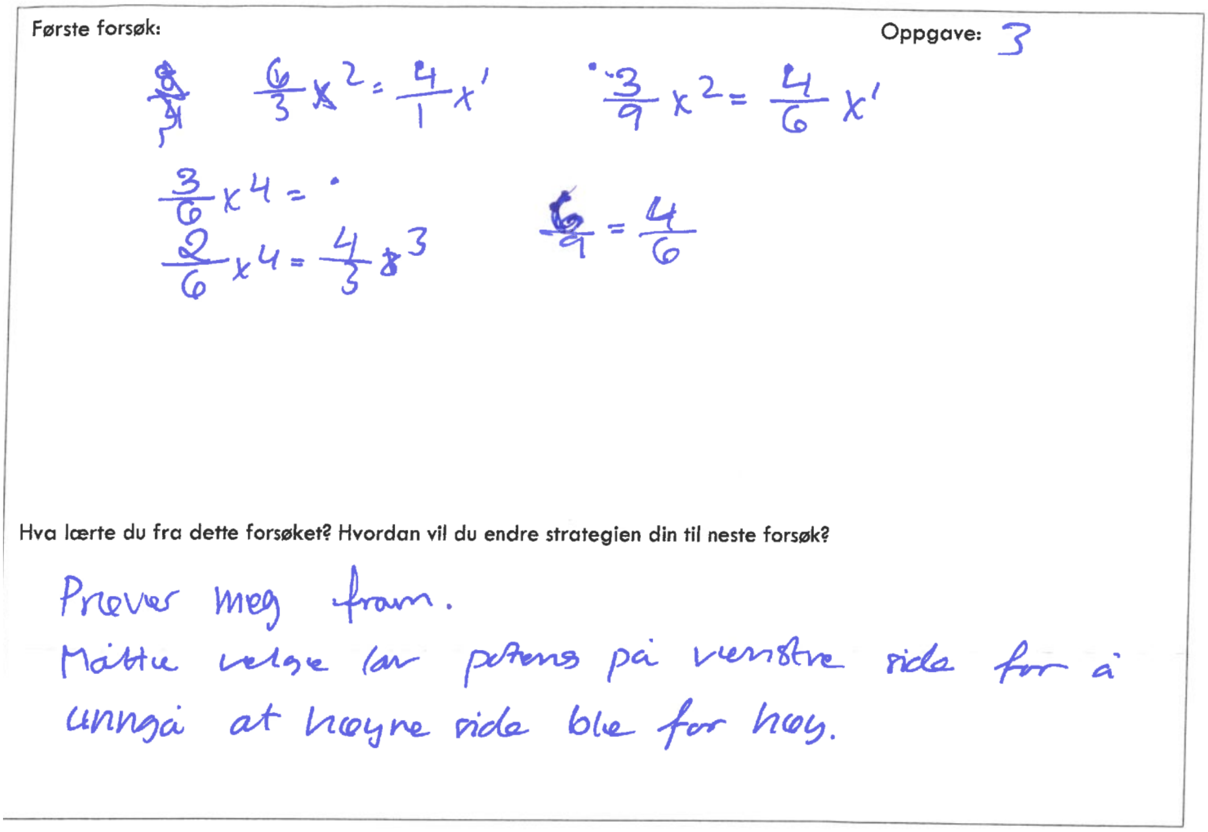
Bruk heltallene 1-9, kun en gang hver. Fyll inn boksene og lag et sant derivasjons-utsagn.

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{\square}{\square}x^{\square}\right) = \frac{\square}{\square}x^{\square}$$

(Flynn, u. å.).

Elevbesvarelse 7:

Elevbesvarelse 7 er følgende oppgave:


Første forsøk:

Oppgave: 3

$\frac{6}{3}x^2 = \frac{4}{1}x^1$ $\qquad$ $\frac{3}{9}x^2 = \frac{4}{6}x^1$

$\frac{3}{6}x^4 =$

$\frac{2}{6}x^4 = \frac{4}{3}x^3$ $\qquad$ $\frac{6}{9} = \frac{4}{6}$

Hva lærte du fra dette forsøket? Hvordan vil du endre strategien din til neste forsøk?

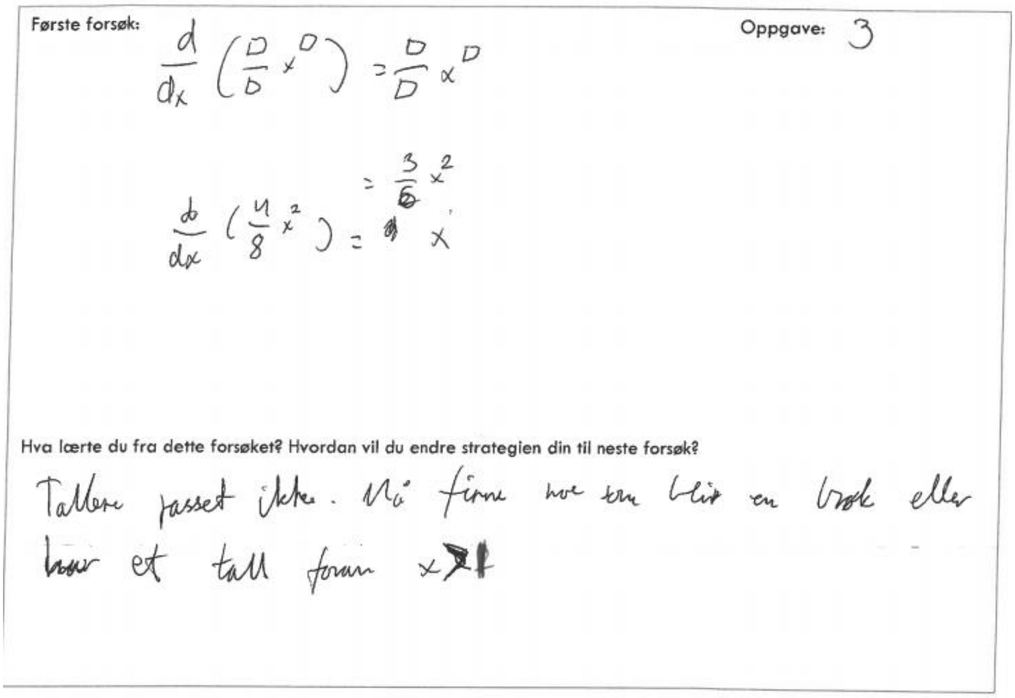
Prøver meg frem.
Måtte velge lav potens på venstre side for å unngå at høyre side ble for høy.

Eleven ser ut til å benytte seg av tilfeldig gjetting og kontrollering, slik eleven selv også kommenterer i refleksjonen. Eleven lager tre regnestykker som vedkommende også løser, men hvorav kun en av dem er derivert og forkortet riktig i forhold til oppgaven. Det er ved regnestykke: $\frac{d}{dx}\left(\frac{3}{9}x^2\right) = \frac{4}{6}x^1$. Eleven har her forkortet ved at $\frac{6}{9} = \frac{4}{6}$, og på den måten unngår eleven å bruke tallene en til ni mer enn en gang. Eleven gjør også en refleksjon rundt valg av potensen, på venstre side: «*Måtte velge lav potens på venstre side for å unngå at høyre side ble for høy*». Eleven har forstått at dersom vedkommende har for høy potens på venstre side, vil dette føre til at konstanten på høyre blir større enn ni.

Eleven viser her mye dybdelæringskunnskap. Eleven gjør en refleksjon rundt valg av potens og hvilke konsekvenser dette har, som viser selvregulering og metakognisjon. I tillegg til refleksjonen viser også eleven begrepsmessig forståelse og anvendelse i refleksjonen rundt egen besvarelse. Anvendelse ser vi også i måten eleven forkorter brøken, her ville trolig flere elver valgt å forkorte brøken mest mulig. Noe som ville gitt $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$, istedenfor finner eleven en brøk som ikke fører til gjenbruk av de allerede brukte tallene. Eleven viser også prosedyrekunnskaper, ved at vedkommende deriverer korrekt.

Elevbesvarelse 8:

Elevbesvarelse 8 er følgende:


Første forsøk:

Oppgave: 3

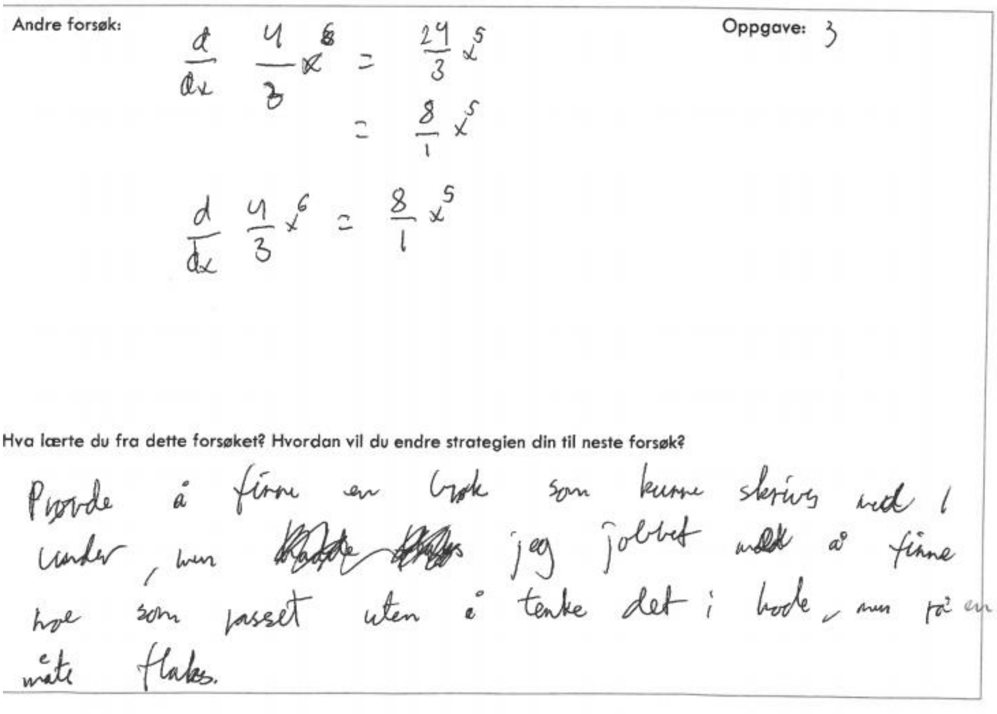
$$\frac{d}{dx}\left(\frac{D}{D}x^D\right) = \frac{D}{D}x^D$$

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{4}{8}x^2\right) = x$$

$$= \frac{3}{6}x^2$$

Hva lærte du fra dette forsøket? Hvordan vil du endre strategien din til neste forsøk?

Tallene passet ikke. Må finne noe som blir en brøk eller har et tall foran x


Andre forsøk:

Oppgave: 3

$$\frac{d}{dx}\frac{4}{3}x^6 = \frac{24}{3}x^5$$

$$= \frac{8}{1}x^5$$

$$\frac{d}{dx}\frac{4}{3}x^6 = \frac{8}{1}x^5$$

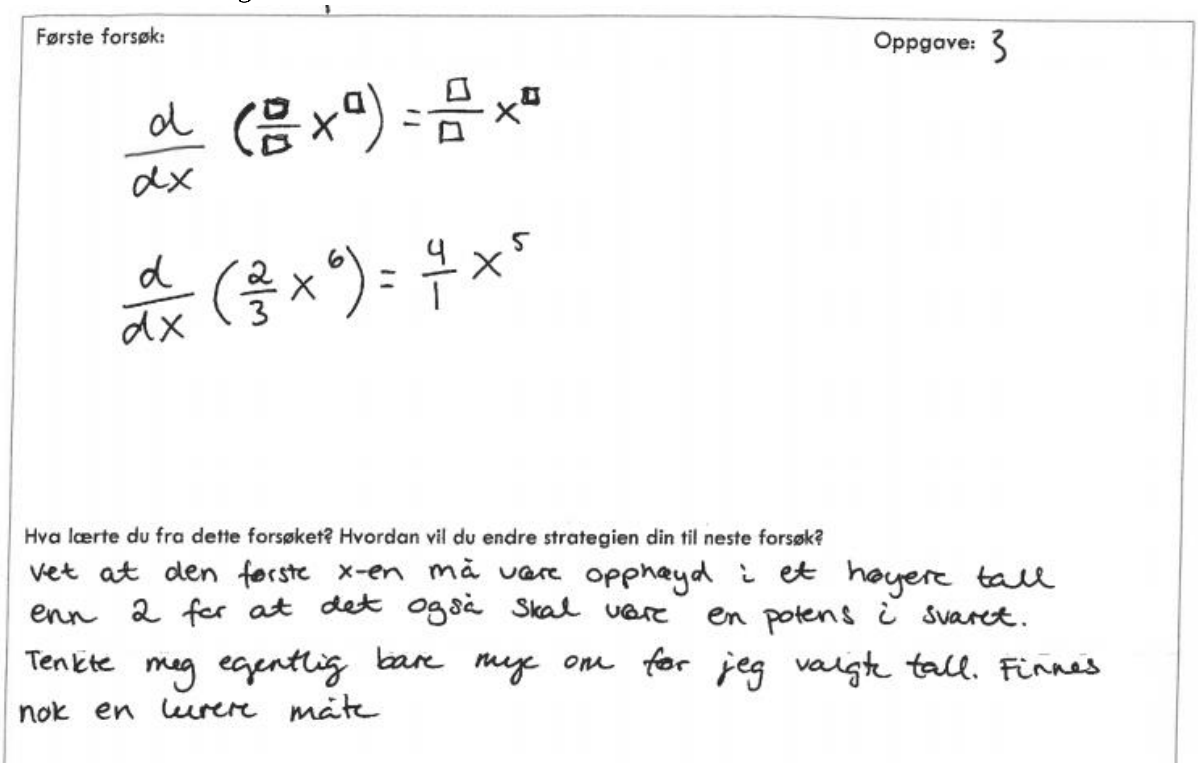
Hva lærte du fra dette forsøket? Hvordan vil du endre strategien din til neste forsøk?

Prøvde å finne en brøk som kunne skrives med 1 under, men jeg jobbet med å finne noe som passet uten å tenke det i hode, men på en måte flaks.

Som vi kan se, har denne eleven brukt to forsøk på å løse oppgaven, men viser en svært positiv utvikling. På det første forsøket velger eleven tall som gjør at vedkommende får 1x som svar. Dette er ikke godkjent da det i teorien står $\frac{1}{1}x^1$, og da blir tallet en brukt totalt tre ganger. Dette observerer eleven og kommenterer «*Tallene passet ikke. Må finne noe som blir en brøk eller et helt tall foran x.*». På forsøk to velger derfor eleven tallene som gir: $\frac{d}{dx}\left(\frac{4}{3}x^6\right) = \frac{8}{1}x^5$. Som er en korrekt besvarelse av oppgaven. Her kommer eleven med følgende refleksjon; «*Prøvde å finne en brøk som kunne skrives med 1 under, men jeg jobbet med å finne noe som passet uten å tenke det i hodet, men på en måte flaks*». Det virker som eleven vet hva en ønsker som resultat, men har noe flaks ved valg av tall for å komme frem til et korrekt svar. Det ser ut til å være en kombinasjon av metodene tilfeldig gjetting og kontrollering og konseptuell tenkning.

Denne eleven viser også flere av de ulike komponentene dybdelæring innebærer, hvor metakognisjon og selvregulering kommer spesielt tydelig frem. Gjennom refleksjonen eleven gjør, om at det var litt flaks at vedkommende klarte å løse oppgaven viser tydelig metakognisjon og selvregulering. Eleven viser også begrepsmessig forståelse og anvendelse ved at eleven forstår hva en ønsker å få på høyre side av likhetstegnet og oppnår dette. Prosedyrekunnskaper viser eleven gjennom at vedkommende deriverer uttrykket sitt korrekt. Komponenten resonnering er her vanskeligere å måle, da vi ikke ser noen opplagte feil i løsningen til eleven, men det kan tenkes at eleven har kontrollert sin egen oppgave og brukt tid på dette noe som også viser selvregulering og metakognisjon.

Elevbesvarelse 9:
Neste elev hadde følgende besvarelse:


Første forsøk:

Oppgave: 3

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{\square}{\square}x^{\square}\right)=\frac{\square}{\square}x^{\square}$$

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{2}{3}x^{6}\right)=\frac{4}{1}x^{5}$$

Hva lærte du fra dette forsøket? Hvordan vil du endre strategien din til neste forsøk?

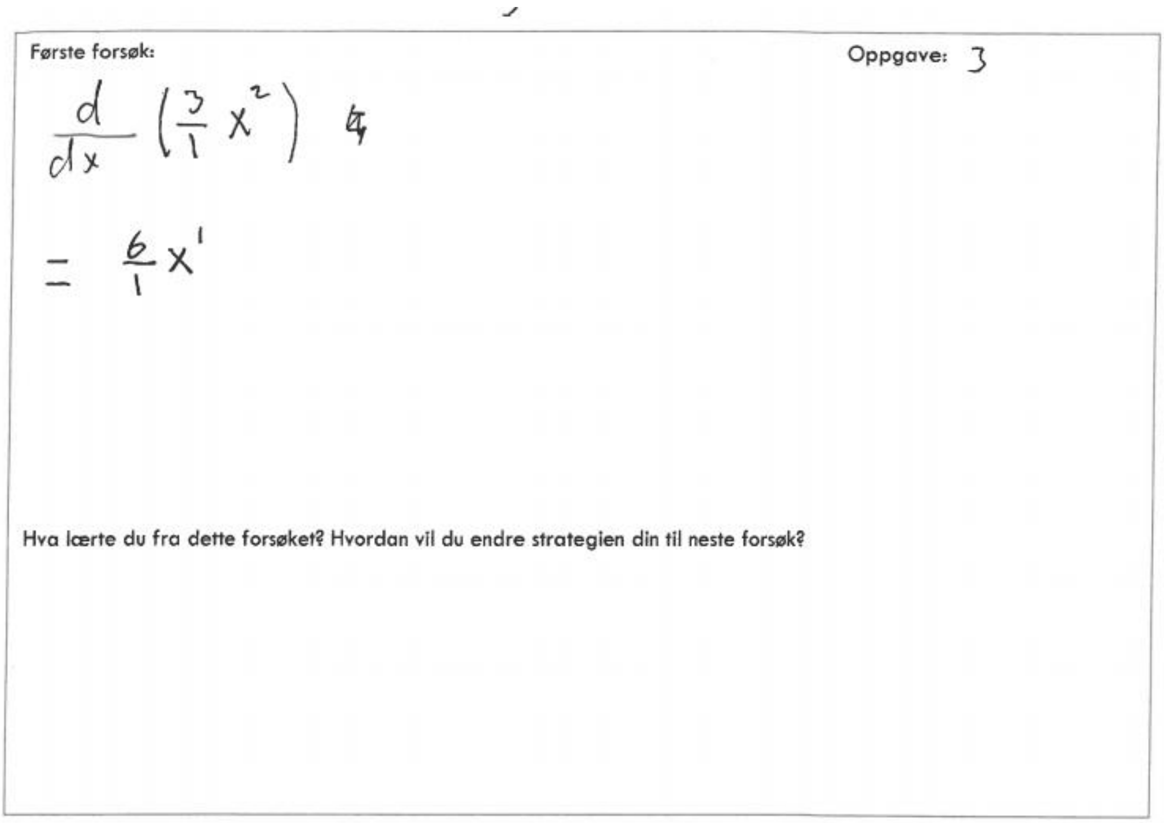
Vet at den første x-en må være opphøyd i et høyere tall enn 2 for at det også skal være en potens i svaret. Tenkte meg egentlig bare mye om før jeg valgte tall. Finnes nok en lurere måte

Denne eleven gjør en god refleksjon; eleven forstår at siden vi også skal ha en potens etter å ha derivert, må x-en være opphøyd i et tall større enn to. Vel og merke kan eleven også bruke tallet to og ha opphøyd i en i svaret, men i dette tilfellet ville det ført til dobbel bruk av tallet en. Eleven forklarer videre at vedkommende tenker seg mye om før eleven velger tall, noe som fører til at eleven løser oppgaven på en korrekt måte.

Denne eleven viser også mye selvregulering og metakognisjon i sin besvarelse, basert på refleksjonen. Eleven kommenterer at vedkommende vet at x-en må være opphøyd i et høyere tall enn to, og at vedkommende tenker seg mye om før vedkommende velger tall. Eleven viser også en refleksjon ved at vedkommende kommenterer at det kan finnes en smartere måte å løse oppgaven på. I tillegg til selvregulering og metakognisjon, viser også eleven begrepsmessig forståelse, prosedyrekunnskap og anvendelse ved at oppgaven løses korrekt, og eleven forstår hvordan de ulike komponentene i en derivasjon påvirker hverandre. Heller ikke her ser vi noen tydelig resonnering, men besvarelsen til eleven er korrekt, og det kan tenkes at også denne eleven kontrollerte svaret sitt. Totalt viser derfor eleven dybdekunnskaper, men hvor de ulike komponentene vektlegges ulikt.

Elevbesvarelse 10:

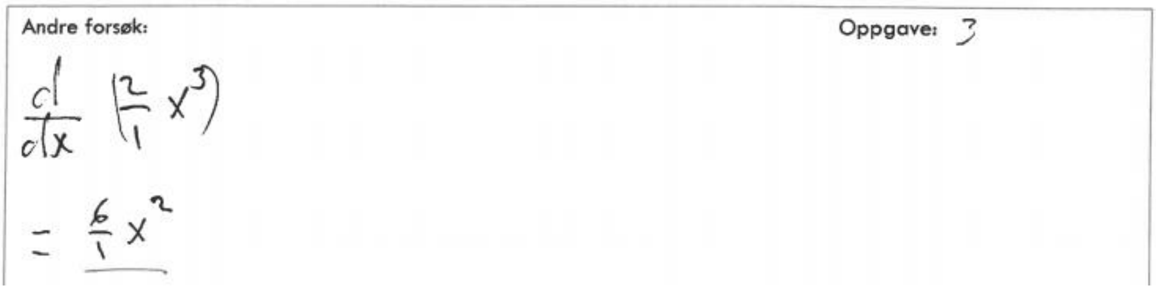
Den siste elevbesvarelsen vi skal analysere til dette oppgavesettet, er følgende:


Første forsøk: Oppgave: 3

$\frac{d}{dx}\left(\frac{3}{1}x^2\right)$ 4

$= \frac{6}{1}x^1$

Hva lærte du fra dette forsøket? Hvordan vil du endre strategien din til neste forsøk?


Andre forsøk: Oppgave: 3

$\frac{d}{dx}\left(\frac{2}{1}x^3\right)$

$= \frac{6}{1}x^2$

Denne eleven har gjort to forsøk på oppgaven, men har ikke gjort noen refleksjoner. Det er derfor vanskeligere å forstå hvordan eleven har tenkt, spesielt ved forsøk to i forhold til hva som ble gjort i forsøk en. Måten eleven løser derivasjonen på er korrekt, i begge forsøkene, men oppgaven er ikke korrekt besvart da eleven i første forsøk bruker tallet en to ganger, og i forsøk to bruker eleven både tallet en og to, to ganger hver. Det er også interessant hvordan eleven i fra forsøk en til forsøk to, øker potensen og endrer brøken, noe som resulterer i samme svar. Dette viser at eleven ikke helt forstår hvordan de ulike faktorene påvirker hverandre ved derivasjon.

Eleven deriverer uttrykkene korrekt i begge forsøk, men besvarer ikke oppgaven korrekt. Til tross for dette viser eleven litt dybdekunnskaper. Gjennom at eleven deriverer korrekt ser vi at eleven innehar prosedyrekunnskaper, men eleven mangler både begrepsmessig forståelse og anvendelse som følge av at elevenes endringer fra forsøk en til forsøk to, resulterer i samme svar. Eleven viser ingen refleksjon, noe som gjør det vanskelig å vurdere elevens kompetanse innenfor metakognisjon og selvregulering. Basert på at elevens besvarelse er feil, viser også eleven liten kompetanse innen resonnering.

Sammendrag av besvarelsene:

Ovenfor har vi analysert fire elevbesvarelser, hvor av ingen har svart akkurat det samme. Elevbesvarelse 7 besvarer oppgaven korrekt, men til tross for at det virker som eleven gjetter seg frem til svaret, viser også eleven å inneha gode dybdekunnskaper. Noe som stemmer godt overens med at eleven fikk karakteren seks som terminkarakter.

Videre har vi elevbesvarelse 8, som løser oppgaven korrekt på sitt andre forsøk. Eleven gjør også gode refleksjoner rundt hvordan vedkommende vil løse oppgaven, men innrømmer også at tallene passet litt tilfeldig. Gjennom de refleksjoner eleven gjør og måten oppgaven løses på, viser eleven gode dybdekunnskaper, noe som stemmer godt overens med terminkarakteren eleven fikk, nemlig karakteren fem.

Deretter analyserte vi elevbesvarelse 9, hvor eleven besvarer oppgaven korrekt på første forsøk. Eleven gjør også gode refleksjoner hvor eleven begrunner valg av potens, og at vedkommende bruker tid på å tenke seg frem til et svar. Eleven viser i grunn gode dybdekunnskaper som kan anses å ligge på høyt nivå som vil si karakter fem eller seks, men overraskende har eleven fått fire som terminkarakter, som vil si middels måloppnåelse.

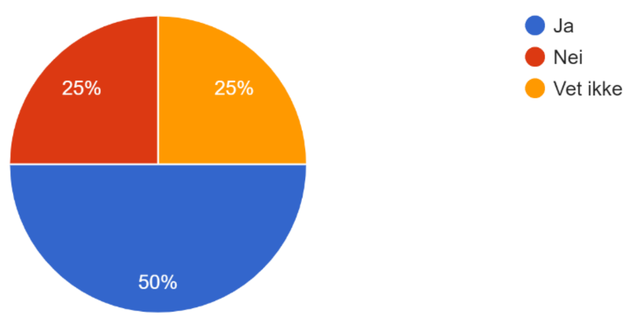
Den siste elevbesvarelsen er en relativt kort og litt for enkel besvarelse, hvor av eleven gjør to forsøk, men ingen refleksjon. Eleven viser også lite dybdekunnskaper, spesielt hvordan eleven velger tall fra forsøk en til forsøk to. Eleven viser likevel viser eleven noen dybdekunnskaper ved at vedkommende deriverer begge uttrykkene korrekt. Denne eleven fikk karakteren to som terminkarakter, noe som ser ut til å stemme godt med den kompetansen eleven viser.

Samlet sett opplever vi at det er elevene som er gitt de høyeste terminkarakterene som også viser mest dybdekunnskaper, samtidig kan vi også oppleve at svakere elevene viser gode dybdekunnskaper.

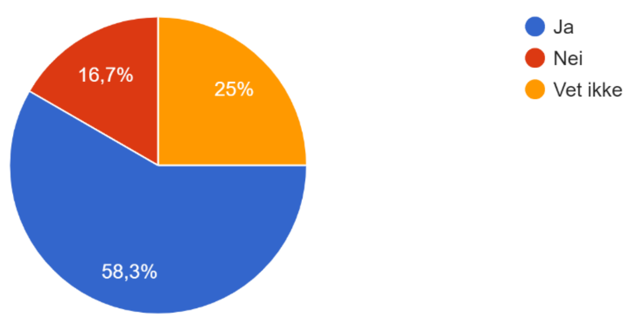
4.5 Spørreundersøkelsen:

Etter at elevene hadde gjennomført det tredje og siste oppgavesettet, den tredje økten, fikk elevene beskjed om å besvare en spørreundersøkelse. Denne ble gjennomført anonymt, med *Google Forms.* På den måten ble elevenes svar også oversiktlig. Spørsmålene var, som tidligere nevnt i hovedsak avkrysningsspørsmål. Det vil si spørsmål der elevene valgte et alternativ. Disse spørsmålene var obligatoriske. Det var derimot noen svaralternativer som trengte utdypning. Disse måtte ikke elevene svare på for å kunne fullføre spørreundersøkelsen. Hele spørreundersøkelsen, inkludert svarene, ligger under delkapittelet *Vedlegg 3.* Nedenfor vil vi trekke frem noen av spørsmålene og hvordan elevene har svart. De spørsmålene som trekkes frem er spørsmål knyttet direkte opp mot OMM-oppgaver, eller hvor besvarelsene står i kontrast med hverandre.

Føler du at du har lært noe av å jobbe med Open Middle oppgaver disse ukene?
24 svar



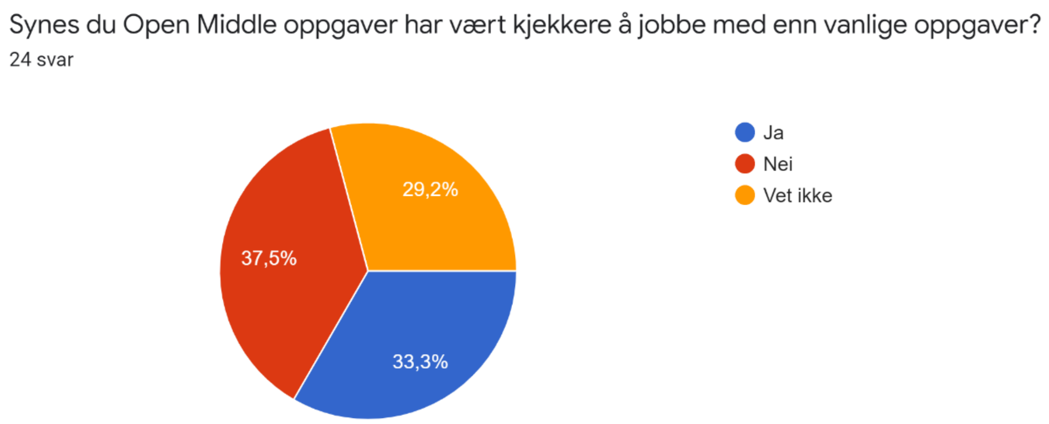
Tror du at du hadde lært mer av å bare jobbe med oppgaver i boka?
24 svar

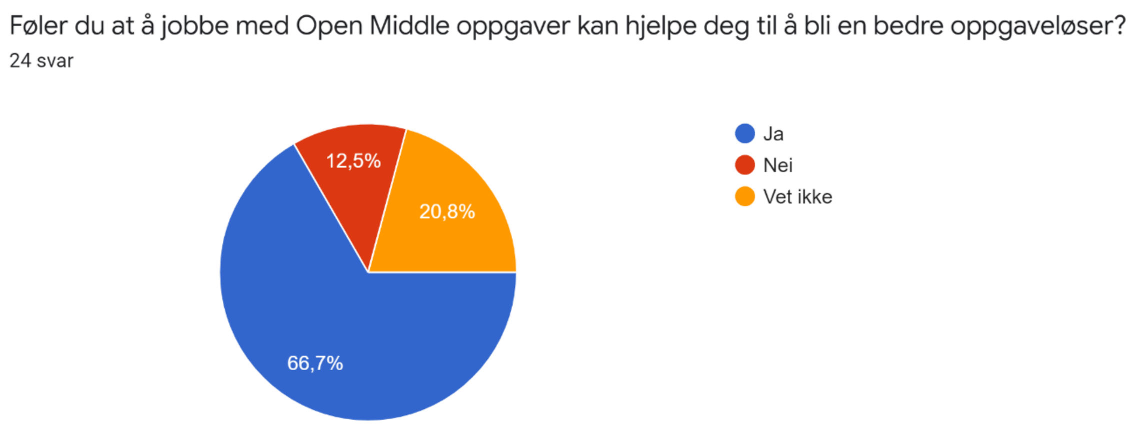


Tolv av 24 elever svarer at de har lært noe ved å jobbe med OMM-oppgaver i de tre øktene dette har blitt gjort. Videre svarer 14 elever at de hadde lært mer av å jobbe med oppgaver i boka. Vi ser at seks elever sier at de ikke har lært noe av å jobbe med OMM-oppgaver. Ved neste spørsmål svarer fire elever at de ikke ville lært mer av å jobbe med oppgaver i boka. I teorien er det altså fire elever som ikke ville lært noe av verken OMM-oppgaver eller oppgaver fra boka. Ved begge spørsmål har vi seks elever som ikke vet.

Vi ser med andre ord at det er seks elever som ikke har lært noe av å jobbe med OMM-oppgaver, men samtidig viser det seg at ikke alle seks hadde lært mer av å bare jobbe med oppgaver i boka. Det er med andre ord tolv elever som lærer noe ved OMM-oppgaver, men hvor totalt fjorten lærer mer av å jobbe med oppgaver i boka.

De to neste spørsmålene er interessante å se i sammenheng:



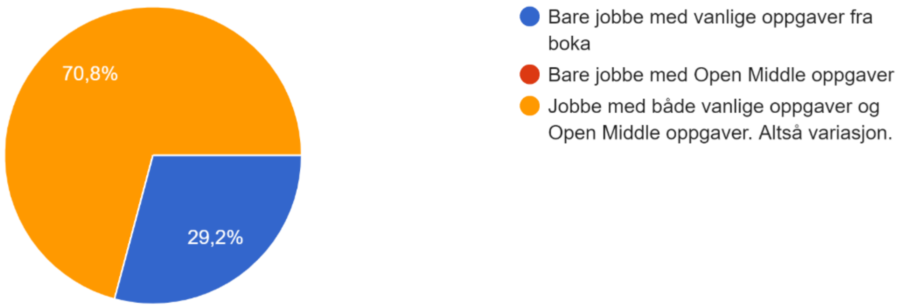


Kun åtte elever synes det var kjekkere å jobbe med OMM-oppgaver enn med vanlige oppgaver. Med vanlige oppgaver henvises det til oppgaver en finner i læreboka. Deretter svarer 16 elever at de føler at OMM-oppgaver bidrar til at de bedre oppgave-løsere. Så selv om OMM-oppgavene nødvendigvis ikke er kjekkere å jobbe med, opplever flere elever at OMM oppgaver bidrar til at de blir bedre oppgave-løsere.

Avslutningsvis så vi på hva eleven foretrakk av undervisningsmetode:

Hvordan foretrekker du at undervisningen skal foregå i matematikk, for du skal lære mest mulig?

24 svar



Dette spørsmålet viser at ingen av elevene vil kun jobbe med OMM-oppgaver, men flertallet, 17 elever, foretrekker en variasjon i undervisningen bestående av både oppgaver hentet fra boka og OMM-oppgaver.

Det siste spørsmålet som ble stilt, var et åpent spørsmål som elevene ikke måtte svare. Spørsmålet var følgende:

Har du andre kommentarer til Open Middle oppgaver?

5 svar

Vil si at man blir en bedre oppgaveløser, fordi det er krevende fordi man må tenke nytt og annerledes. Vet ikke helt om vanskeligheten i matte burde ligge i løsemetodene, men heller i konseptene.

Jeg forstår at open middle kan hjelpe med å forstå hva vi gjør i matten, men jeg tror ikke det har veldig mye utbytte til en eksamen. Jeg tror jeg ville gjort det bedre på eksamen om jeg hadde løst vanlige derivasjons og integrasjonsoppgaver enn om jeg hadde jobbet med open middle. Jeg ville heller brukt tiden i mattetimene på vanlige oppgaver eller gjennomgang på tavlen.

Lærer mest av vanlig oppgaver fordi dt er det som kommer på prøver. Det som trenges mest øvelse

Jeg synes det er lite effektivt for å lære mye matematiske utregningsmetoder. Fint for problemløsning, men jeg ser ikke helt hvordan dette skal hjelpe meg på en eksamen.

Hjelper ikke like mye dersom de ikke kommer på prøver

Fire av de fem svarene som er gitt her fokuserer på at OMM-oppgaver ikke kommer på eksamen eller prøver og derfor ikke relevant. Elevene ønsker å lære seg metodene de må kunne på prøver og eksamen, til tross for at tre av elevene påpeker at OMM-oppgaver bidrar til at de selv blir bedre oppgave-løsere. Det som er veldig interessant med dette er at disse elevene aldri har hatt en eksamen i videregående skole og vet derfor heller ikke hvordan en eksamen vil være. Videre vil også

Fagfornyelsen stille andre krav enn *Kunnskapsløftet*, derfor vil trolig også oppgavene på eksamen endre seg, men dette påvirker ikke disse elevene.

5. Diskusjon

Teorien viser hva dybdelæring i matematikk egentlig innebærer, både i *Fagfornyelsen* og innen matematikk. Videre har vi sett på teorien knyttet til OMM-oppgaver og gjort en forskning og analyse knyttet til OMM-oppgaver, det videre arbeidet er å undersøke om OMM-oppgaver faktisk bidrar til dybdelæring i matematikk.

Videre her diskuteres resultatene fra analysen opp mot dybdelæringsbegrepet, og slutt-vis vil en prøve å komme frem til et konkret svar på problemstillingen. For å komme frem til et pålitelig svar, må vi også undersøke ulike faktorer knyttet til undersøkelsen og drøfte hvordan de påvirker resultatet av denne oppgaven.

5.1 Dybdelæringsbegrepet og OMM:

I starten av teorien til denne oppgaven så vi på hvordan *Fagfornyelsen* og *Nosrati og Wæge* definerte begrepet dybdelæring og hva det innebærer i matematikk. I *Fagfornyelsen* ble dybdelæring beskrevet som å bruke kompetansen sin til å løse både kjente og ukjente problemer og utfordringer, samtidig som det hele settes i et større perspektiv (Udir, 2022). *Nosrati og Wæge* definerte hva dybdelæring innebærer i matematikk, og viste til fem komponenter; begrepsmessig forståelse, prosedyrekunnskap, anvendelse, resonnering, og metakognisjon og selvregulering, og hvordan disse fem komponentene støtter hverandre og utvikles parallelt (Nosrati & Wæge, 2018).

Oppgavens problemstilling er «*Bidrar undervisningskonseptet Open Middle Math, utviklet av Robert Kaplinsky, til dybdelæring i matematikk?*». Vi må derfor undersøke og diskutere om undervisningsmetoden OMM faktisk har bidradd til dybdelæring og hvordan. Dette vil vi gjøre ved å se på hver av de komponentene *Nosrati og Wæge* viser til, og hvordan elevbesvarelsene vi har analysert oppnår dette.

Nosrati og Wæge definerte begrepsmessig forståelse som å kunne bygge opp begrepsmessige strukturer og se sammenhenger og relasjoner mellom ulike begreper, ideer og prosedyrer. Hvor relasjonene mellom begrepene var like viktige som individuelle fakta og informasjon. (Nosrati & Wæge, 2018). Alle de tre OMM-oppgavene vi analyserte elevbesvarelser til, måler begrepsmessig forståelse. Ved oppgavesett 1 må eleven forstå relasjonen mellom øvre og nedre grensene og trolig inneha en forståelse for at eksponenten i dette tilfellet egentlig har liten betydning for om svaret er negativt eller positivt. I oppgave 3, oppgavesett 2, må eleven forstå hvordan sinus-funksjonen får sin verdi og sammenhengen mellom radianer og grader, hvor enhetssirkelen er et godt hjelpemiddel. Oppgave 2 i oppgavesett 3, er trolig den oppgaven som tydeligst måler elevens begrepsmessige forståelse ved at eleven må forstå hvordan eksponenten og konstantleddet endrer sin verdi ved derivasjon, noe som er avgjørende for å få til oppgaven på en effektiv måte. Det vil si at alle de tre OMM-oppgavene har til hensikt å kunne måle begrepsmessig forståelse, men ser vi dette ut ifra elevenes besvarelser?

Gjennom analysen vi har gjort av totalt 10 ulike besvarelser til de tre ulike oppgavene ser vi at OMM-oppgaven måler elevens begrepsmessige forståelse. Dette vises i hovedsak om hvorvidt eleven faktisk får til oppgaven. Det som er interessant er at elever som basert på terminkarakteren er faglig sterke, kan mangle denne komponenten. Motsatt viser det at elever med lavere terminkarakter, kan inneha komponenten. Med andre ord, vi har elever som fikk terminkarakter fem som ikke viser begrepsmessig forståelse, samtidig som vi har elever som fikk terminkarakter tre som viser god begrepsmessig forståelse. Vi ser dermed at OMM-oppgaven måler elevens begrepsmessige forståelse, uavhengig av terminkarakter.

Nosrati og *Wæge* definerer prosedyrekunnskap som å inneha kunnskap til ulike matematiske prosedyrer, og kunne bruke prosedyrene på en nøyaktig, fleksibel og hensiktsmessig måte. For å kunne løse de tre oppgavene vi analyserte besvarelser til, må elevene kunne prosedyren for å henholdsvis løse bestemte integraler, kunne bruke sinusfunksjonen til å finne ulike løsninger og kunne derivere. Med andre ord, eleven må kunne prosedyren for å løse oppgaven, men for å løse i henhold til oppgaveteksten trenger også eleven begrepsmessig forståelse for å se sammenhengen mellom ulike komponenter oppgaven består av.

Begrepet som står i kontrast til dybdelæring er overflatelæring, som *Nosrati og Wæge* definerer som «… *Fakta og prosedyrer memoreres uten refleksjon og forståelse og elevene har problemer med å overføre det de har lært til nye situasjoner og problemstillinger*». Av de ni elevbesvarelsene ovenfor som viste gode prosedyrekunnskaper, var det ikke alle som klarte å løse oppgaven korrekt. Eksempelvis har vi elevbesvarelse 3, som løste det bestemte integralet på oppgave 1 helt korrekt, men fikk ikke til oppgave 2, som vi analyserte. Hadde elevene bare vært gitt oppgaver innenfor DOK1, ville det vært vanskelig å avgjøre hvorvidt eleven viser dybdekunnskaper, da det i hovedsak er prosedyrekunnskap som måles.

Et synonym til anvendelse er problemløsning, som *Nosrati* og *Wæge* definerer som å kunne danne mentale representasjoner, finne matematiske sammenhenger og utvikle løsningsmetoder. OMM-oppgaver består ofte av ulike begrensninger, slik som i de oppgavene vi har analysert kan en kun bruke tallene en til ni, og ofte kun en gang hver. Dette gjør at elevene må inneha både begrepsmessig forståelse for hvordan de ulike komponentene påvirker hverandre, og prosedyren for å løse oppgaven for å finne matematiske sammenhenger og utvikle en løsningsmetode. Samtidig kan eleven benytte seg av tilfeldig gjetting og deretter kontrollere, men dette vil også vise hvilke mangler eleven har av dybdekunnskaper.

I forskningsarbeidet har vi elever som viser anvendelse, uten å gi et helt korrekt svar på oppgaven. Alle elever som svarer korrekt, viser også noe anvendelse. Vi har derimot elevbesvarelse 4, der vi ikke forstår helt elevens løsningsmetode da besvarelsen er svært kort. Til tross for det har eleven gitt korrekt svar. Eleven viser altså noe anvendelse gjennom at oppgaven er korrekt løst, men vi forstår ikke selve løsningsmetoden.

Den fjerde komponenten *Nosrati og Wæge* viser til er resonnering som omhandler å kunne argumentere for gyldigheten med en hypotese ved å utforme et resonnement. For å kunne utforme et resonnement er elevene avhengige av å benytte seg av de resterende tre komponentene: begrepsmessig forståelse, prosedyrekunnskap og anvendelse. De oppgavene vi har analysert krever ingen direkte resonnering, da det er tilstrekkelig at elevene følger retningslinjene gitt i oppgaven og videre viser at besvarelsen er korrekt. Et eksempel på en OMM-oppgave som krever resonnering er slik som oppgave 3, oppgavesett 1, som vi studerte i kapittel 2.

Den siste komponenten dybdelæring består av, i følge *Nosrati og Wæge,* er metakognisjon og selvregulering som de definerer som å kunne ta et mentalt steg tilbake, og bevisst tenke gjennom egne fremgangsmåter og kognitive prosesser, men også å kunne reflektere over hensikten med det en lærer, hva en har lært og hvordan en lærer (Nosrati & Wæge, 2018). Dette er noe som samtlige av OMM-oppgavene måler, i hovedsak grunnet svararkene *Kaplinsky* har utviklet, men også gjennom at oppgavene ofte krever at eleven tenker ut en løsningsstrategi, som igjen krever de fem komponentene dybdelæring består av.

Elevbesvarelse 4 er et eksempel hvor eleven løser oppgaven helt korrekt, men reflekterer ikke i det hele tatt og viser heller ikke hvordan vedkommende har tenkt. Til tross for at eleven derfor har fått til oppgaven, viser eleven lav kompetanse innenfor selvregulering og metakognisjon. Et annet eksempel er elevbesvarelse 2, hvor eleven reflekterer over egen løsningsstrategi. Det var en løsningsstrategi som fungerte og førte til korrekt svar på oppgaven. Det som trolig er litt overraskende er at dette er en forholdsvis karaktermessig svak elev, men til tross viser stor kompetanse innen metakognisjon og selvregulering.

Basert på hvordan både *Fagfornyelsen* og *Nosrati og Wæge* definerer begrepet dybdelæring, ser vi tydelig at OMM-oppgavene bidrar til å avdekke hvilke dybdekunnskaper elever innehar. Elevene må benytte seg av de fem komponentene *Nosrati* og *Wæge* viser til for å oppnå dybdelæring slik *Fagfornyelsen* definerer begrepet.

Samtidig ser vi at for at OMM-oppgavene skal fungere, må elevene inneha grunnleggende kunnskaper for å kunne besvare oppgavene, noe elevene får gjennom DOK1 oppgaver som vi finner flere av i lærebøker. Videre ser vi også at OMM-oppgaver ikke bare er for de sterkeste elevene. Inntrykket fra besvarelsene til elevene, er at det er oftest elever som har fått terminkarakter tre til fem som viser mest dybdekunnskaper. Dette kommer trolig av at dette er elever som innehar tilstrekkelig grunnkunnskaper, og er vandt til å måtte finne en løsningsstrategi før de løser en oppgave. Elever som har terminkarakter seks er derimot vandt til å få til de fleste oppgaver med en gang.

5.2 Spørreundersøkelsen:

Fra spørreundersøkelsen ser vi at halvparten av utvalgsgruppen svarer at de har lært noe fra å jobbe med OMM-oppgaver, men totalt ser vi at det er 14 elever som ville lært mer av å jobbe med oppgaver fra læreboka. Til tross for at det kun er tolv elever som har lært noe fra å jobbe med OMM-oppgaver, svarer 16 elever at de har blitt en bedre oppgaveløser av å jobbe med disse oppgavene. Videre svarer seks elever at de synes det var kjekkere å jobbe med OMM-oppgaver enn oppgaver fra boka. Avslutningsvis ser vi at 17 av elevene ønsker å kunne jobbe med både OMM-oppgaver og oppgaver fra boka. Her kan en stille spørsmål om svaret ville blitt annerledes dersom elevene hadde fått jobbet lenger med OMM-oppgaver, da dette var nytt og krevende for dem.

Det spørsmålet som er mest interessant ved hele spørreundersøkelsen, er følgende spørsmål «*Har du andre kommentarer til Open Middle oppgaver?*». Totalt er det fem elever som besvarer dette spørsmålet, hvor fire av dem svarer at som følge av at OMM-oppgaver ikke kommer på prøver og eksamen, ser de ikke nytten i å gjøre slike oppgaver. Tre av disse fire elevene sier at de opplever å bli bedre problemløsere, men som følge av at det ikke er slike oppgaver som kommer på eksamen og prøver er det ikke nyttig. Dette er interessante svar, da det viser hvor opptatt elevene er av det som kommer på prøver og eksamen. De har et resultat-styrt fokus til tross for at de aldri har hatt en eneste eksamen i den videregående skolen, grunnet Covid-19. De ser heller ikke nytten av å bli en bedre problemløser slik at de lettere kan se sammenhenger mellom ulike matematiske konsepter og deretter bruke dette til å løse nye og utfordrende oppgaver.

Disse elevene går på studiespesialisering, som er et rent studie-forberedende utdanningsprogram. Det vil si at en forbereder dem til videre studier ved høyskole eller universitet. Å være en god problemløser vil da være en fordel da oppgavene og spørsmålene som venter dem i fremtiden er mer kompliserte og krever mer tenkning, enn bare å følge en prosedyre for å komme frem til en løsning. Det at elevene da er så resultatstyrte, er egentlig veldig bekymringsfullt for deres videre utdanning. Trolig har undersøkelsen i denne oppgaven blitt noe påvirket av at elevene er så resultatstyrte, som følge av at de ikke ser nytten, og sannsynligvis har redusert innsatsen deretter.

5.3 Svakheter ved oppgaven:

I kapittelet *Metode* så vi faktorer som kan påvirke om forskningen som er gjort i oppgaven er reliabel og valid. Det er derfor viktig å reflektere over hvilke faktorer som kan ha og har hatt, påvirkning på det forskende arbeidet som har blitt gjort og som oppgavens besvarelse bygger på.

5.3.1 Elevene følger ikke *Fagfornyelsen*

Utvalgsgruppen følger fremdeles *Kunnskapsløftet*, hvor dybdelæringsbegrepet ikke har den samme tyngden som ved *Fagfornyelsen.* Innføringen av *Fagfornyelsen* begynte høsten 2020, hvor elevene gradvis skulle undervises med denne læreplanen til grunn. Utvalgsgruppen til denne undersøkelsen på, er del av siste kull som fullfører skoleløpet med *Kunnskapsløftet* som læreplan. Ville resultatene vært annerledes dersom elevene fulgte *Fagfornyelsen?*

Svaret på dette er trolig nei, med den begrunnelsen at dersom vi hadde gjort undersøkelsen på andre kull som følger *Fagfornyelsen*, har de ikke arbeidet lenge nok med denne læreplanen til grunn til at deres tenkning ville ha endret seg. Trolig vil vi kunne se endringen av *Fagfornyelsen* når de som i dag går på barneskolen går i den videregående skolen, så om omtrent ti år, som følge av at det tar tid å utvikle dybdekunnskaper og forme elevers tenkning. Til tross for dette ser vi altså at elever som i dag følger *Kunnskapsløftet* faktisk også innehar ulike dybdekunnskaper, men vi vil forhåpentligvis se en positiv utvikling på disse de neste ti årene.

5.3.2 Gjennomføring av forskning

Som nevnt ble vi kjent med undervisningskonseptet OMM høsten 2021, hvor vi fikk det som kan karakteriseres som overflatekunnskaper knyttet til «Open Middle Math». Overflatekunnskaper kan beskrives slik *Nosrati* og *Wæge* gjør: Vi forstod formålet med undervisningskonseptet og hvordan oppgavene oftest var utformet, men vi kjente ikke til all teori knyttet til konseptet.

I starten av desember ble det besluttet at denne masteroppgaven skulle omhandlet *Open Middle Math*, og fagboka «*Open Middle Math*» av *Robert Kaplinsky* ble da bestilt. Boka skulle da ankomme før 2022, men grunnet leveringsproblemer fra trykkeri, kom ikke boka før i starten på februar 2022. En konsekvens av dette var at vi sent fikk god kontroll på teorien knyttet til OMM, men fant mye god informasjon på *www.openmiddle.com*.

Oppgavene som er blitt benyttet i forskningsarbeidet i denne oppgaven er OMM-oppgaver som i hovedsak er hentet fra *www.openmiddle.com* eller oppgaver laget selv, men hvor inspirasjonen er hentet fra andre OMM-oppgaver. Svararkene var også kjente fra før av, som følge av at disse også er tilgjengelige på *www.openmiddle.com*. En faktor som var vanskelig å forstå ved svararkene uten fagboka, var hvordan en skulle benytte seg av poengsummen på svararkene. Vi fant i etterkant ut formålet med poengsummen, og det er derfor nyttig å stille seg spørsmålet: Hadde resultatet vært annerledes dersom poengsummen ble benyttet?

Svaret på dette spørsmålet er trolig at det ville vært noe endret. I oppgavesettene var det oppgaver fra både DOK2 og DOK3, men i analysen har vi analysert kun oppgaver fra DOK2. Dette er en svakhet ved denne oppgaven, men skyldes at elevbesvarelsene til DOK3 oppgavene ikke inneholdt noen gode resonnement eller refleksjoner. I analysen så vi også eksempler på elever som gjorde en dårlig eller ingen refleksjon. Her kunne trolig poengsummen bidratt til at elevene gjorde en større innsats. Samtidig, visste elevene at dette arbeidet ikke hadde påvirkning på deres standpunktkarakter og at de heller ikke ville motta arbeidet i etterkant.

Som nevnt, ble ikke «Student Strategy Tracker» benyttet under forskningsarbeidet. Da vi valgte oppgaver til oppgavesettene, prøvde vi å løse dem selv på flere ulike måter. Vi har derfor gjort det forberedende arbeidet «Student Strategy Tracker» viser til, men det å notere ned de fremgangsmåtene vi fant og bruke denne aktivt i timen da elevene løste OMM-oppgaver, ble ikke gjort. Trolig ville elevene opplevd å ha et større læringsutbytte dersom vi hadde benyttet denne. Det ville sannsynligvis blitt større diskusjon i klasserommet knyttet til ulike løsningsmetoder, enn hva vi opplevde. Konsekvensene av dette er trolig mest utslagsgivende på spørreundersøkelsen, men vi kan ikke se bort fra at en større diskusjon i klasserommet kunne fungert som en motivator for noen av elevene, da de ønsket å være forberedt til en diskusjon.

Samlet sett kan vi se at det er noen svakheter knyttet til det forskende arbeidet som ble utført, men dette til tross, ser det ikke ut til å være avgjørende for resultatet. Trolig hadde elevene vært noe mer motiverte dersom noen av disse faktorene var benyttet, samtidig som vi ser at slik som poengsum har et større formål dersom elevene mottar oppgavene i etterkant og arbeidet deres vurderes.

5.3.3 Tidsfaktor

Den faktoren som har hatt størst påvirkning er tidsfaktoren. Ifølge studieplanen skal denne oppgaven skrives i det tiende semester, som vil si fra januar til midten av juni, men grunnet en praksisperiode på tre uker som også ligger i studieplanen i januar er det vanskelig å komme skikkelig i gang før denne er gjennomført. Dette medførte et tap på tre uker som resulterte i fire måneder og to uker på aktivt arbeid med denne oppgaven.

Tidsfaktoren har derfor satt noen begrensninger for hva som er mulig, og derfor påvirket resultatet av denne oppgaven noe. Dersom vi hadde hatt lengre tid kunne vi gjort et større utforskende arbeid. Blant annet kunne en prøvd ut OMM-oppgaver på flere klasser fra ulike skoler over tid og sett på om eksempelvis skole har noe å si for hvilke dybdekunnskaper elevene viser, altså hatt et enda større og bedre datagrunnlag. Videre skal også alt datamateriell gjennomgås og deretter skal noen av besvarelsene velges ut og analyseres, derfor ville dette vært for tidkrevende, innenfor tidsrammen.

5.3.4 Fravær

Som nevnt tidligere under kapittelet *Metode*, ble det forskende arbeidet til denne oppgaven gjennomført i slutten av *Koronapandemien*. Det vil si at det forskende arbeidet ble gjennomført på skolen, men ikke alle elevene var til stede ved alle de tre øktene. Dette førte til at noen av elevene mistet kontinuiteten ved å gjøre OMM-oppgaver og hadde trolig derfor større vanskeligheter ved å se den totale nytten OMM-oppgaver kan ha.

5.3.5 Spørreundersøkelsen:

Spørreundersøkelsen ble gjennomført skriftlig, hvor undersøkelsen i dette tilfellet bestod i hovedsak av avkrysningsspørsmål. En svakhet ved å gjennomføre spørreundersøkelsen på den måten, er at vi som forskere ikke får muligheten til å stille oppfølgingsspørsmål, slik at svarende blir mer utdypende. Som følge av at utvalgsgruppen var svært liten, kunne oppfølgningsspørsmål vært nyttig. En muntlig spørreundersøkelse, ville medført at elevene ikke var anonyme slik de er nå. Til tross for dette måler denne spørreundersøkelsen hvordan elevene opplevde det å arbeide med OMM-oppgaver.

5.4 Styrker ved oppgaven

Gjennom forskningen har vi ikke bare opplevd svakheter, men også noen styrker som er viktig å påpeke. Noen positive aspekter er verdt notere og ta med seg videre, ettersom de fungerte godt.

5.4.1 Svarark

Noe som fungerte svært godt ved dette forskningsarbeidet, er svararkene utviklet av *Kaplinsky*. Hadde vi ikke benyttet oss av disse svararkene, ville sannsynligvis konklusjonen på denne oppgaven vært annerledes. Gjennom at vi benytter oss av svararkene, oppfordres elevene til å vise dybdekunnskaper. Elevene viser spesielt komponentene resonnering og metakognisjon, ved de refleksjonene eleven skal gjøre etter å ha prøvd å besvare oppgaven. Selv om elevene i dette tilfellet reflekterer i varierende grad, og spesielt dårlig ved DOK3 oppgaver noe som resulterte i at disse ikke ble analysert. Likevel ville vi trolig ikke opplevd noen betydningsfulle refleksjoner dersom vi ikke hadde benyttet disse svararkene.

5.4.2 Matematiske samtaler i klasserommet

Det opplevdes inni mellom at elevene kommuniserte med hverandre, mens de jobbet med OMM-oppgavene. Ofte var det hvis de stod fast på hvordan de skulle løse oppgaven. Elevene fikk da beskjed om at de kunne forklare sin egen tankegang, men ikke si hvilke tall de benyttet for å løse oppgaven. Dette anser vi som positivt, da elevene viser høy kompetanse ved å lære fra seg kunnskap de selv besitter.

I slutten av hver time diskuterte vi også OMM-oppgavene, hvor ulike elever forklarte hvordan de selv hadde løst oppgaven. Gjennom dette fikk vi et inntrykk av at elevene fikk et utbytte av å se og forstå hvordan andre elever hadde sett forskjellige sammenhenger, men fremdeles løst oppgaven. Vi ser altså at gjennom å jobbe med OMM-oppgaver, diskuterer, forklarer og lærer elevene både av egne svar og hverandre sine svar.

5.4.3 Tidligere forskning

Til tross for at OMM er et lite kjent undervisningskonsept i Norge, eksisterer det tidligere forskning på området gjort av tidligere masterstudenter. En liknende oppgave som denne oppgave er skrevet av *Sunniva Fosnes Ramstad* og omhandlet hvorvidt *Open Middle Math* bidro til dybdelæring og positive holdninger i matematikk. Hennes forskningsmetode var noe annerledes enn vår. (Ramstad, 2020).

Ramstad opplevde i sin forskning at elevene brukte mer tid på å tenke over oppgavene, finne forskjellige løsningsstrategier og at innholdsrike samtaler knyttet til matematikk oppstod. Dette er noe som vi også ser i vår forskning. Videre opplevde *Ramstad* at elevenes gjennomsnittskarakter økte med 0.5 fra første til andre termin, men hun kommenterer at hun ikke vet om dette skyldes at elevene har jobbet med OMM-oppgaver eller andre faktorer. (Ramstad, 2020).

Konklusjonen til *Ramstad* er at elevene sine holdninger til matematikk bedres, men gir ingen klar konklusjon hvorvidt *Open Middle Math* bidro til dybdelæring. (Ramstad, 2020). Det ser derfor ut til at

Ramstad har en noe annen konklusjon enn det vi opplever her, men det viser at *Ramstad* har et annet fokus og ser mer på den totale forandringen.

5.5 Elevenes opplevelse:

Elevenes opplevelse av å jobbe med OMM-oppgaver er avgjørende for motivasjonen, som dernest oftest påvirker resultatet til eleven. Det er kjent at om en ikke ser nytten av å jobbe med noe, mister en oftest motivasjon, noe som også går ut over resultatet. Dersom eleven da ikke ser nytten av å jobbe med OMM-oppgaver, er det også vanskelig å motivere seg for å gi en god besvarelse.

Da vi diskuterte spørreundersøkelsen tidligere, så vi blant annet at fire av fem elever som hadde gitt kommentarer knyttet til undervisningsmetoden OMM, var veldig opptatt av hvilke oppgaver som ville komme på prøver og en eventuell eksamen. De ønsket heller å jobbe med oppgaver som liknet dem som ville komme på prøver og eksamen enn OMM-oppgaver, til tross for at de opplevde at de ble bedre problem-løsere. En løsning på dette kunne ha vært å benytte seg av poenggivningen på besvarelsesarket, slik at fokuset ikke ble hva som ville komme på en prøve eller eksamen, men heller å gi en god besvarelse og oppnå fire av fire mulige poeng. Eventuelt kunne en forklart elevene tydeligere at dette er kunnskap som de vil trenge i videre studier. Ved å endre fokus, ville trolig også motivasjonen steget og vi kunne kanskje ha opplevd mer utfyllende og bedre besvarelser.

Etter at innføringen av *Fagfornyelsen* startet, har det ikke vært gjennomført en normal eksamen i den norske skolen for elever som har R-matematikk, men den 24. mai 2022 ble det gjennomført eksamen i R1 matematikk (Udir, 2022). Selv om eksamen i den videregående skolen ble avlyst tidligere dette året, ble denne eksamenen laget for elever som tar R1 matematikk som privatist. Vi fikk da sett et eksempel på en eksamen som følger den nye læreplanen. Ved å studere denne eksamenen, ser vi at elevens dybdekunnskaper vil bli vurdert. Dette ser vi både ut ifra «*Veiledning for vurdering*» og ved noen av oppgavene som er gitt (Udir, 2022). Derfor vil trolig også holdningene til elevene endres på grunn av at oppgavene på eksamen også endres, gitt at kommende eksamener blir liknende denne. Fokuset for undervisningen vil naturligvis også endres, da både *Fagfornyelsen* og eksamen legger opp til dette.

5.6 Forbedringspotensialer til undervisningskonseptet OMM

Teorien vi har tatt utgangspunkt i, i denne oppgaven, er utviklet av *Robert Kaplinsky*. Etter å ha jobbet og gjennomført et forskende arbeid knyttet til teorien, har vi sett flere styrker og trolig noen svakheter ved teorien. En spesiell styrke er svararket utviklet av *Kaplinsky*, spesielt på bakgrunn av at det har et viktig formål. Gjennom det forskende arbeidet har vi sett at flertallet av elevene har benyttet seg godt av besvarelsesarket, mens noen også enten ikke har reflektert, eller gitt opp etter et til to forsøk. Dette ville trolig vært annerledes dersom vi hadde inkludert poenggivningen i våre svarark, slik *Kaplinsky* gjør. Videre ser vi styrker i form av at OMM-oppgaver bidrar til å avdekke hvilke dybdekunnskaper elever har på en effektiv måte, både for de elevene som i dette tilfellet har både høy og lav måloppnåelse i matematikk.

En potensiell svakhet er hvor lite utbredt undervisningskonseptet OMM er. Gjennom både utdanning, praksis og vikariat ved ulike skoler har verken faglærere eller andre pedagoger presentert dette undervisningskonseptet eller undervisningsmetoden. De fleste faglærere og pedagoger reagerer også svært positivt til det bidraget konseptet har som hensikt. Forhåpentligvis vil dette undervisningskonseptet bli bedre kjent som følge av innføringen av *Fagfornyelsen*, som igjen fører til økt bruk slik at vi får en større utbredelse her i Norge. Med utvikling innebærer da å lage flere oppgaver knyttet til de kompetansemålene vi har i den norske skolen.

Vi har også et undervisningsopplegg som minner litt om OMM, nemlig *MatteLIST*, som vi så på i kapittelet *Teori.* Disse to undervisningsoppleggene har likheter med hvordan selve undervisningen foregår gjennom LIST sine fem praksiser og *Margaret Smith* and *Mary Kay Stein* sine fem praksiser som *Kaplinsky* viser til i teorien til OMM. Undervisningsmetodene skiller seg derimot fra hverandre i selve oppgavene, hvor oppgaveteksten er forskjellig utformet og LIST ikke benytter seg av disse svararkene. Derfor ser vi at selv om det alt eksisterer noe liknende til OMM i Norge, er OMM lite utbredt og krever derfor en større plass i matematikkundervisningen.

6. Konklusjon:

Hensikten med denne forskningsoppgaven var å finne ut om undervisningskonseptet *Open Middle Math*, utviklet av *Robert Kaplinsky*, bidrar til dybdelæring i matematikk. Etter å ha gjort et forskende arbeid i en R2 matematikk-klasse ved en videregående skole i *Rogaland Fylkeskommune* og analysert resultatet tyder det på at konseptet bidrar positivt til dybdelæring i matematikk.

I starten av denne oppgaven så vi på hvordan *Fagfornyelsen* definerer begrepet dybdelæring og videre hvordan *Nosrati og Wæge* definerte begrepet innenfor matematikk. Gjennom å inneha gode dybdekunnskaper vil en også bli en god problemløser, fordi som begrepet sier er dybdelæring *«å gradvis utvikle kunnskap og varig forståelse av begreper, metoder og sammenhenger i fag og mellom fagområder. Det innebærer at vi reflekterer over egen læring og bruker det vi har lært på ulike måter i kjente og ukjente situasjoner, alene eller sammen med andre»* (Udir, 2022). I spørreundersøkelsen svarte 16 av 24 elever at de hadde blitt en bedre oppgaveløser av å jobbe med OMM-oppgaver.

Til tross for de faktorene som har påvirket forskningen, ser vi at ved å benytte oss av undervisningskonseptet OMM vil en som pedagog lettere og mer effektivt undersøke hvilke dybdekunnskaper hver elev innehar, sammenlignet med oppgaver innenfor DOK1. I tillegg ser vi også at elevene utvikler dybdekunnskapene sine gjennom å gjøre OMM-oppgaver.

Gjennom å sammenlikne elevbesvarelser og terminkarakteren deres, ser vi ingen tydelig sammenheng. Det vil si at vi opplever svakere elever som besvarer oppgavene svært godt, samtidig som vi har sterke elever som har problemer med å besvare oppgavene. Med andre ord er OMM-oppgaver både for matematisk sterke og svake elever.

Det har vært lærerikt å kunne få utdype seg i dette undervisningskonseptet og se hvilke bidrag den har til matematikkundervisningen. I dette tilfellet har vi som forskere gått inn i et klasserom og utført et forskende arbeid, noe som gjør det vanskelig å gjør det til en naturlig del av undervisningen. I karriere som lektor er det ønskelig å gjennomføre undervisning der elevene opplever OMM som både nyttig og motiverende, i tillegg til at de utvikler sine dybdekunnskaper. Matematikk er ikke nødvendigvis å gjøre flest mulig oppgaver, men heller å gjøre noe som utfordrer en og gjør at en faktisk lærer selve matematikken.

En interessant utvidelse av denne oppgaven ville vært og sett på om elever som har fulgt *Fagfornyelsen* over lengre tid ville vist et annet nivå av dybdekunnskaper enn de vi ser i denne oppgaven. En annen utvidelse, kunne vært å gjort undersøkelsene over en lengre tidsperiode og gjerne på flere undervisningsgupper.

Referanser

Bradford Findell, J. K. (2001). *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics.* Washington: National Academy Press.

Den nasjonale forskningsetiske komiteene. (2019, 02 10). *forskningsetikk.no*. Retrieved from Generelle forskningsetiske retningslinjer: https://www.forskningsetikk.no/retningslinjer/generelle/

Flynn, M. (u. å.). *Openmiddle.com*. Retrieved from Derivate Power Rule: https://www.openmiddle.com/derivative-power-rule/

Helsebiblioteket.no. (2016, juni 07). *Helsebiblioteket.no*. Retrieved from Kvalitativ metode: https://www.helsebiblioteket.no/kunnskapsbasert-praksis/kritisk-vurdering/kvalitativ-metode

Kaplinsky, R. (2020). *Open Middle Math.* Portsmouth, New Hampshire: Stenhouse Publishers .

Kaplinsky, R. (n.d.). *Open Middle*. Retrieved from Definite Integral 2: https://www.openmiddle.com/definite-integral-2/

Kaplinsky, R. (u. å.). *Open Middle*. Retrieved from Definite Integral 3: https://www.openmiddle.com/definite-integral-3/

Kunnskapsdepartementet. (2018, juni 26). *Regjeringen.no*. Retrieved from Fornyer innholdet i skolen: https://www.regjeringen.no/no/dokumentarkiv/regjeringen-solberg/aktuelt-regjeringen-solberg/kd/pressemeldinger/2018/fornyer-innholdet-i-skolen/id2606028/?expand=factbox2606064&fbclid=IwAR3a7QLnedkja8wiJ1bQvTlPsIDM-R61_lt5nfxivfZqW-Ups4liFDqYP0I

Matematikksenteret. (u. å .). *MatteLIST*. Retrieved from Fem praksiser for å legge til rette for gode matematiske samtaler: https://www.mattelist.no/artikkel/fem-praksiser-legge-til-rette-gode-matematiske-samtaler

Matematikksenteret. (u. å.). *MatteLIST*. Retrieved from Gode spørsmål i arbeid med LIST-oppgaver: https://www.mattelist.no/artikkel/gode-sporsmal-i-arbeid-med-list-oppgaver

Matematikksenteret. (u. å.). *MatteLIST*. Retrieved from Nedsenking: https://mattelist.no/583

Matematikksenteret. (u. å.). *MatteLIST*. Retrieved from Lærer: https://www.mattelist.no/artikkel/laerer

Matematikksenteret. (u.å.). *MatteList*. Retrieved from Hva er MatteLIST og hvordan kan du bruke nettsidene?: https://www.mattelist.no/artikkel/elev

Meyer, D. (2014, Desember 16). *dy/dan*. Retrieved from Video Games & Making Math More Like Things Students Like: https://blog.mrmeyer.com/2014/video-games-making-math-more-like-things-students-like/

Miller, Z. (u. å.). *Openmiddle.com*. Retrieved from What's your sine?: https://www.openmiddle.com/whats-your-sine/

Postholm & Jacobsen, M. B. (2016). *Læreren med forskerblikk.* Oslo: Cappelen Damm Akademisk.

Ramstad, S. F. (2020, juli 15). *UiS Brage.* Retrieved from "Open Middle Math", dybdelæring & positive holdnigner i matematikk: https://uis.brage.unit.no/uisxmlui/bitstream/handle/11250/2688418/MASTER236478.pdf?sequence=1&isAllowed=y&fbclid=IwAR2uGwFUK_5wJh4VFSdFYpOexU8giigO8zX1kgfahpH_ZrPVrTr9yV-IOaU

Regjeringen. (2020). *Regjeringen.no*. Retrieved from Tidslinje: myndighetenes håndtering av koronasituasjonen: https://www.regjeringen.no/no/tema/Koronasituasjonen/tidslinje-koronaviruset/id2692402/

Regjeringen. (2022, Februar 28). *Regjeringen.no.* Retrieved from Forskrift om avlysing av eksamen fastsatt: https://www.regjeringen.no/no/aktuelt/forskrift-om-avlysing-av-eksamen-fastsatt/id2902480/

Sakkyndig. (u. å.). *Expert? Thing Critically*. Retrieved from Rliabel/Valid: http://www.sakkyndig.com/sjekk/pkt_reliabelvalid.htm

Smith & Stein, M. S. (2011). *Five Practices for Orchestating Productive Mathematical Discussions.* Thousand Oaks, United States: National Council of Teachers of Mathematics,U.S.

Torres-Rangel, D. (u. å.). *Openmiddle.com*. Retrieved from Definite Integral: https://www.openmiddle.com/definite-integral/

Udir. (2006). *udir.no*. Retrieved from Læreplan i matematikk for realfag - programfag i utdanningsprogram for studiespesialisering (MAT3-01): https://www.udir.no/kl06/MAT3-01/Hele/Kompetansemaal/matematikk-r2

Udir. (2006). *Utdanningsdirektoratet.* Retrieved from udir.no: https://www.udir.no/kl06/MAT1-04/Hele/Formaal

Udir. (2021). *Karakterstatistikk for videregående skole*. Retrieved from https://www.udir.no/tall-og-forskning/statistikk/statistikk-videregaende-skole/karakterer-vgs/

Udir. (2022, Februar 2). *Film: Dybdelæring.* Retrieved from Udir: https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/stottemateriell-til-overordnet-del/film-dybdelaring/

Udir. (2022, mai 24). *Matematikk.net.* Retrieved from Eksamen REA3056 Matematikk R1: https://matematikk.net/side/Eksamensoppgaver

Udir. (2022, februar 2). *Overordnet del: Kompetanse i fagene.* Retrieved from Utdanningsdirektoratet : https://www.udir.no/lk20/overordnet-del/prinsipper-for-laring-utvikling-og-danning/kompetanse-i-fagene/

Udir. (2022, februar 02). *Overordnet del: Om overordnet del.* Retrieved from Udir.no: https://www.udir.no/lk20/overordnet-del/om-overordnet-del/

Udir. (2022). *Udir.no*. Retrieved from Matematikk R (MAT03-02) Kompetansemål og vurdering: https://www.udir.no/lk20/mat03-02/kompetansemaal-og-vurdering/kv294

Udir. (2022, Mars 15). *Utdanningsdirektoratet*. Retrieved from Innføring og overgangsordninger for nye læreplaner: https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/innforing-og-overgangsordninger-for-nye-lareplaner/#a166494

Utdanningsdirektoratet. (2022, 02 22). *Matematikk.* Retrieved from R2 Hovedside: https://matematikk.net/side/R2_Hovedside

Wæge & Nosrati, M. N. (2018, April). Realfagsløyper. *Dybdelæring i mmatematikk*, p. 7. Retrieved from Realfagsløyper: https://realfagsloyper.no/sites/default/files/2018-04/MN%20KW%20dybdel%c3%a6ring%2015.04.18_0.pdf

Vedlegg:

Vedlegg 1: Informasjonsbrev:

<u>Informasjonsskriv angående undersøkelse i R2-klasse:</u>

I løpet av uke 7-10 vil det bli gjennomført en undersøkelse i matematikk-klassen din, hvor resultatene fra undersøkelsen senere vil bli brukt i en masteroppgave. Undersøkelsen vil bestå av oppgaver knyttet til pensum som du gjennomfører i timen, som deretter blir samlet inn og senere analysert i en masteroppgave til en student ved Universitet i Stavanger. Undersøkelsen krever ikke noe forarbeid eller etter-arbeid for deg som elev.

Det vil ikke bli brukt noen personopplysninger som kan kobles tilbake til deg senere, kun tallmateriale.

Dersom du ikke ønsker at ditt tallmateriale skal bli brukt til analyse, tar du kontakt med faglærer.

Vedlegg 2: OMM-oppgavesett:

<u>OPEN MIDDLE MATH - UKE 7:</u>

Oppgave 1:

Regn ut:

$$\int_{1}^{3} (2x+4)dx =$$

Oppgave 2:

Bruk heltallene 1-9, kun en gang hver og fyll inn boksene. Lag først en negativ løsning og deretter en positiv løsning.

$$\int_{\square}^{\square} x^{\square}\, dx =$$

Oppgave 3:

Bruk heltallene 1-9, kun en gang hver og fyll inn boksene slik at løsningen blir så nærme 0 som mulig.

$$\int_{\square}^{\square} x^{\square} dx =$$

Oppgave 4:

Bruk heltallene 1-9, kun en gang, og fyll inn boksene slik at integralet stemmer.

$$\int_{\square}^{\square} (\square x - \square)dx = \square$$

OPEN MIDDLE MATH – UKE 8:

Oppgave 1:

Løs oppgaven:

$$\sin\frac{\pi}{3} =$$

Oppgave 2:

Bruk heltallene 1-9, kun en gang hver. Fyll inn boksene og lag 2 sanne setninger:
(Obs: Her kan du ikke «gjenbruke» tallene for den andre løsningen!)

$$sin\frac{\square\pi}{\square} = 1$$

Oppgave 3:

Bruk heltallene 1 – 9, kun en gang hver. Fyll inn boksene og lag 3 sanne setninger:

(Obs: Her kan du ikke «gjenbruke» tallene for den andre og tredje løsningen!)

$$\sin\left(\frac{\square\pi}{\square}\right) = 0$$

$$\sin\left(\frac{\square\pi}{\square}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\sin\left(\frac{\square\pi}{\square}\right) = 1$$

Oppgave 4:

Bruk heltallene 1-9, kun en gang hver. Plasser et heltall i hver boks og finn største mulige verdi på hver side av likhetstegnet. Uttrykket skal også stemme:

$$sin\frac{\square\pi}{\square} = \frac{\sqrt{\square}}{\square}$$

OPEN MIDDLE MATH – UKE 10:

Oppgave 1:

Deriver følgende funksjon:

$$f(x) = e^{2x}$$

Oppgave 2:

Bruk heltallene 1-6, kun en gang hver. Lag en eksponential-funksjon hvor den deriverte av funksjonen i x=3 er 2.

$$y = e^{(\square x - \square)}$$

Oppgave 3:

Bruk heltallene 1-9, kun en gang hver. Fyll inn boksene og lag et sant derivasjons-utsagn.

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{\square}{\square}x^{\square}\right) = \frac{\square}{\square}x^{\square}$$

Oppgave 4:

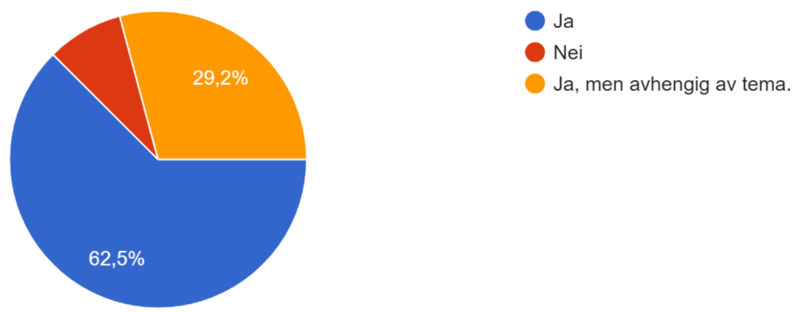
Bruk heltallene 1-9, kun en gang hver. Fyll inn boksene og lag en funksjon slik at når x=2, vil den deriverte på det punktet være nærmest mulig 449.

$$\frac{d}{dx}(y = \square x^{\square})$$

Vedlegg 3: Spørreundersøkelse:

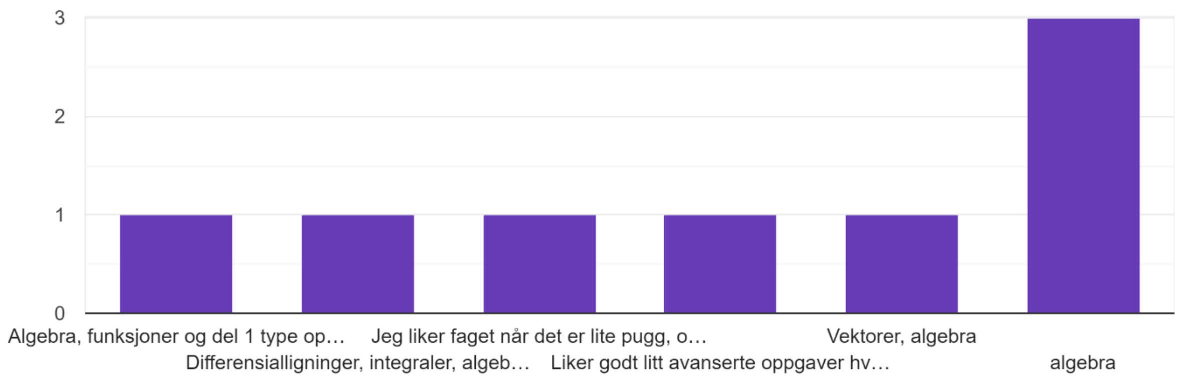
Liker du matematikk-faget?

24 svar



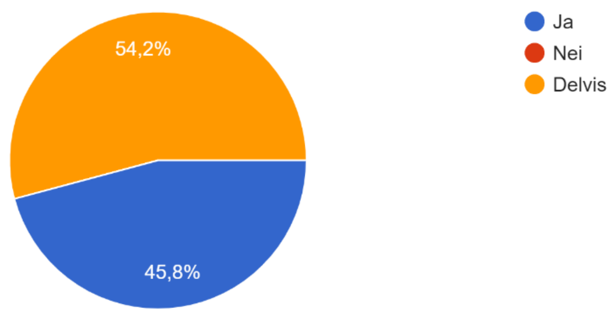
Dersom du trykket av for "Ja, men avhengig av tema": Hvilket tema liker du?

8 svar



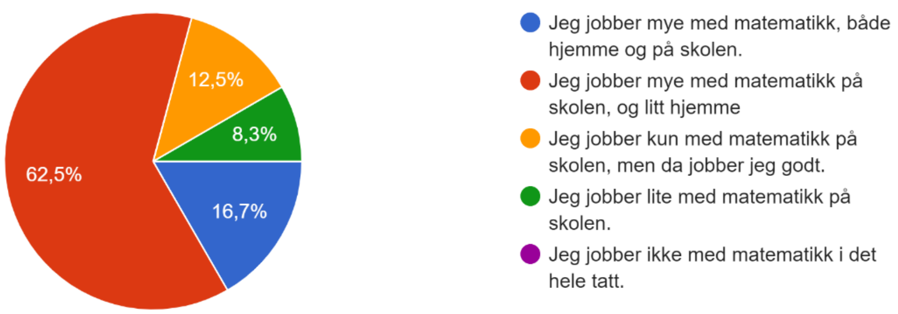
Føler du at du mestrer matematikk-faget?

24 svar



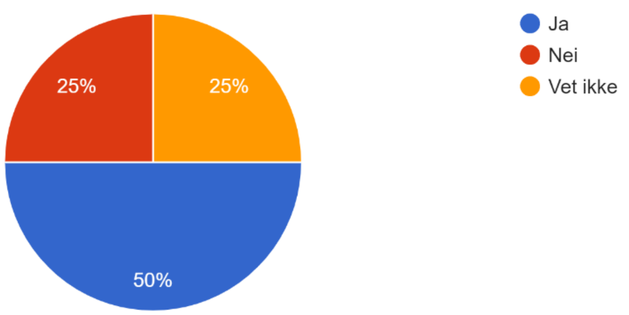
Hvor mye jobber du med faget?

24 svar



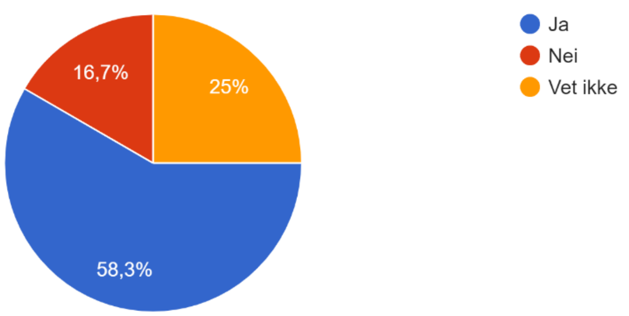
Føler du at du har lært noe av å jobbe med Open Middle oppgaver disse ukene?

24 svar



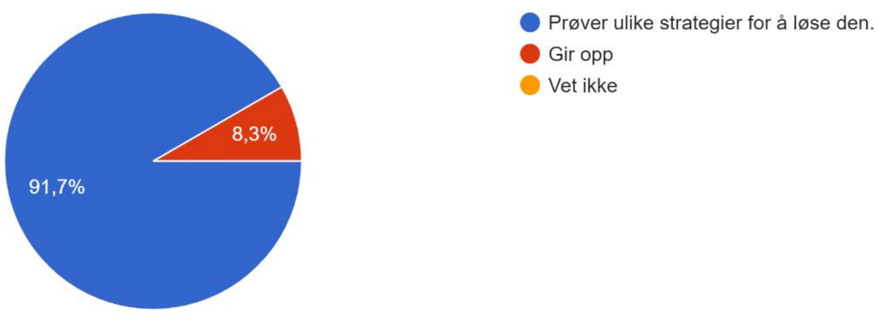
Tror du at du hadde lært mer av å bare jobbe med oppgaver i boka?

24 svar



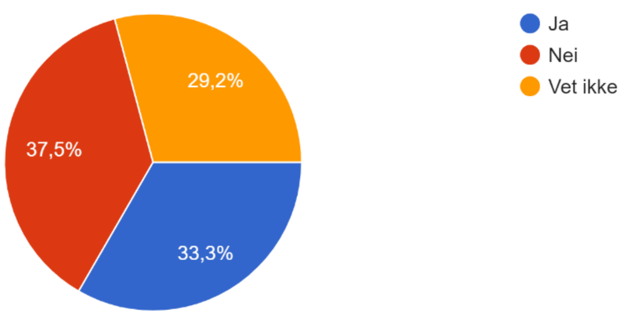
Hva gjør du når du møter en vanskelig oppgave i matematikk?

24 svar



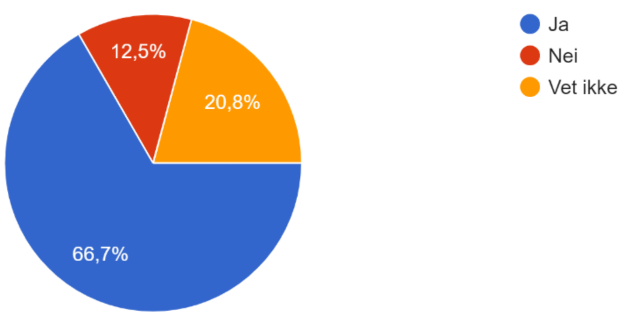
Synes du Open Middle oppgaver har vært kjekkere å jobbe med enn vanlige oppgaver?

24 svar



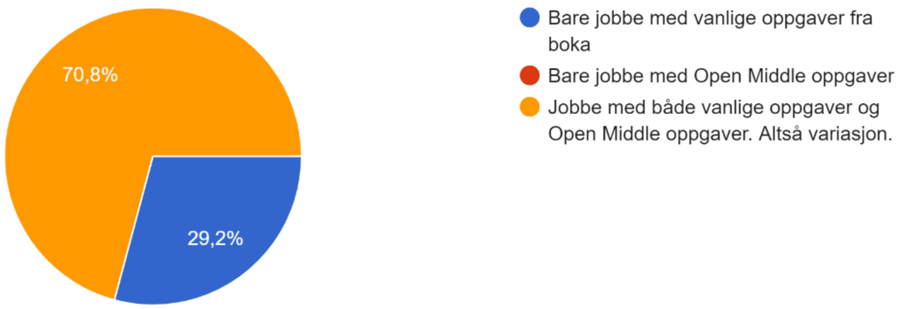
Føler du at å jobbe med Open Middle oppgaver kan hjelpe deg til å bli en bedre oppgaveløser?

24 svar



Hvordan foretrekker du at undervisningen skal foregå i matematikk, for du skal lære mest mulig?

24 svar



Har du andre kommentarer til Open Middle oppgaver?

5 svar

Vil si at man blir en bedre oppgaveløser, fordi det er krevende fordi man må tenke nytt og annerledes. Vet ikke helt om vanskeligheten i matte burde ligge i løsemetodene, men heller i konseptene.

Jeg forstår at open middle kan hjelpe med å forstå hva vi gjør i matten, men jeg tror ikke det har veldig mye utbytte til en eksamen. Jeg tror jeg ville gjort det bedre på eksamen om jeg hadde løst vanlige derivasjons og integrasjonsoppgaver enn om jeg hadde jobbet med open middle. Jeg ville heller brukt tiden i mattetimene på vanlige oppgaver eller gjennomgang på tavlen.

Lærer mest av vanlig oppgaver fordi dt er det som kommer på prøver. Det som trenges mest øvelse

Jeg synes det er lite effektivt for å lære mye matematiske utregningsmetoder. Fint for problemløsning, men jeg ser ikke helt hvordan dette skal hjelpe meg på en eksamen.

Hjelper ikke like mye dersom de ikke kommer på prøver