Universitetet i Stavanger

FAKULTET FOR UTDANNINGSVITENSKAP OG HUMANIORA

MASTEROPPGAVE

Studieprogram: Masteroppgave i matematikk, Grunnskolelærerutdanning 1-7	Vårsemesteret 2023
Forfatter: Linn Helen Ulveraker	
Veileder: Reidar Mosvold	
Tittel på masteroppgaven: «Hva tenker vi?»: En lærers respons på feil i matematiske diskusjoner Engelsk tittel: «What do we think?»: A teacher's response to errors in mathematical discussions	
Emneord: Matematikkundervisning, helklassediskusjoner, feilsvar, lærerrespons, mellomtrinnet	Antall ord: 28 314 + antall vedlegg/annet: 3 Stavanger, 02.06.23

Forord

Denne masteroppgaven markerer slutten på mine fem år som lærerstudent ved Universitetet i Stavanger. Disse fem årene har vært krevende, men utrolig spennende og lærerike! I løpet av studietiden har jeg fått ny innsikt og nye kunnskaper som jeg gleder meg til å bruke til høsten som lærer. Jeg har vært heldig og fått muligheten til å bli kjent med mange fantastiske mennesker, og dere har gjort studietiden helt magisk. Tusen takk til dere!

En stor takk til professor Reidar Mosvold. Jeg setter stor pris på all hjelp og støtte underveis i prosessen. Du har inspirert meg med dine faglige kunnskaper og brennende engasjement for matematikkfaget. Tusen takk for god hjelp!

Takk til deltakerne i denne studien. En spesiell takk til læreren som har vært åpen og villig til å dele av seg selv og sin undervisning. Det har vært lærerikt å få muligheten til å studere hvordan en dyktig lærer leder produktive matematiske diskusjoner.

Til slutt vil jeg takke min familie, venner og kollega for støtten gjennom masteroppgaven og hele studieløpet. Jeg er verdens heldigste som har dere!

Linn Helen Ulveraker

02.06.22, Stavanger

Sammendrag

Håndtering av feil i matematiske klasserom har fått økende oppmerksomhet innen forskningsområdet. Feil blir fremhevet som verdifulle læringsmuligheter for elevene dersom de utnyttes på en hensiktsmessig måte. Dette er en kvalitativ case-studie med fokus på én lærers undervisning. Læreren har fokus på matematiske diskusjoner hvor elevene er aktive deltakere og diskutere matematikk. Forskningsspørsmålet i denne studien er: *Hvordan responderer en lærer på 5. trinn på ulike typer feilsvar i matematiske diskusjoner?*

Datamaterialet er samlet inn under et større prosjekt kalt *Mathematics Education Research Group* initiert av forskere ved Universitetet i Stavanger. Denne studien tar utgangspunkt i videoobservasjonene fra matematikkundervisningen, som ble hentet inn over en to ukers periode. Analysen er en kombinasjon av deduktiv og induktiv med utgangspunkt i et rammeverk for lærerhandlinger og et rammeverk for årsaker til feil.

Flere av funnene peker mot en reformorientert praksis, men med en viss variasjon. Det er elevene som har hovedansvaret for å avgjøre om et svar er korrekt eller ikke, men noen ganger evaluerer læreren løsningen uten å involvere elevene. Elevene ble mobiliserte i et fellesskap for å utforske og tenke videre på de ukorrekte løsningene. Læreren gjorde elevene aktive i prosessen ved å få dem til å dele deres tenkning, resonnere og orientere dem mot hverandres idéer. Derimot er det noen tilfeller hvor læreren benytter grep som sørger for fremgang, men som reduserer oppgavens kompleksitet og fører til at læreren tar ansvar for løsningsprosessen.

Innholdsfortegnelse

Forord ii

Sammendrag iii

Innholdsfortegnelse iv

Oversikt over figurer og tabeller vii

1 Introduksjon 1

1.1 Bakgrunn for studien 1

1.2 Studiens forskningsspørsmål 3

1.3 Avgrensning og definering 3

1.5 Oppgavens oppbygging 4

2 Teoretisk innramming 5

2.1 Fra lærerstyring til aktive og deltakende elever 5

2.2 Matematiske samtaler 7

2.2.1 Ledelse av matematiske samtaler 8

2.3 Elevhandlinger 9

2.4 Feil 10

2.4.3 Definering av feil 10

2.4.2 Rollen til feil 12

2.5 Tidligere forskning 13

2.5.1 Vurdering av svar 13

2.4.2 Læreres oppfølging av feil 14

2.4.3 Lærerens holdninger 16

2.4.4 Læringsklima 16

2.4.5 Utfordringer 17

2.6 Teoretisk rammeverk 17

2.6.1 Ulike typer feil 18

2.5.2 Lærerhandlinger 18

3 Metode.. 22
3.1 Forskningsdesign.. 22
3.1.1 Kvalitativ metode.. 22
3.1.2 Mathematics Education Research Group.. 23
3.1.3 Studiens deltakere.. 23
3.2 Datainnsamlingen.. 23
3.2.1 Forskerrollen.. 24
3.2.2 Transkripsjon.. 24
3.2.3 Oversikt over datamaterialet.. 25
3.3 Analysens framgangsmåte.. 28
3.3.1 Identifisering av feil.. 28
3.3.2 Årsaker til feil.. 30
3.3.3 Episoder.. 33
3.3.4 Lærerhandlinger.. 34
3.3.5 Eksempel på analyseprosessen.. 38
3.4 Studiens kvalitet.. 39
3.4.1 Reliabilitet (pålitelighet).. 40
3.4.2 Validitet (gyldighet).. 40
3.5 Forskningsetiske vurderinger.. 41
3.5.1 Frivillighet og informert samtykke.. 42
3.5.2 Konfidensialitet.. 42
3.5.3 Meldeplikt.. 43
4 Resultater.. 44
4.1 Funn angående hvilke typer feil som er observert.. 44
4.2 Funn angående lærerens oppfølging av feil.. 45
4.2.1 Funn relatert til Drageset sitt rammeverk.. 46
4.2.2 Funn relatert til egne lærerhandlinger.. 47

4.3 Funn relatert til episoder 48
4.3.1 Episode 1 – forståelse 48
4.3.2 Episode 2 – forståelse 51
4.3.3 Episode 3 – beregning 54
4.3.4 Episode 4 – oppgave 57
4.3.5 Episode 5 – teknisk 61
5 Diskusjon 65
5.1 Hvem avgjør om svaret er korrekt? 65
5.1.1 Kobling til matematiske diskusjoner 65
5.1.2 Tidligere forskning på vurdering av svar 66
5.2 Hvordan følger læreren opp feil? 69
5.2.1 Fremdriftshandlinger 69
5.2.2 Fokuseringshandlinger 70
5.2.3 Retningsendring 72
5.2.4 Positive tilbakemeldinger 72
5.3 Muligheter og begrensninger 73
6 Konklusjon 74
6.1 Studiens forskningsspørsmål 74
6.2 Studiens begrensninger 74
6.3 Implikasjoner for meg som fremtidig lærer 75
6.4 Videreføring av studien 75
7 Referanser 77
Vedlegg 84

Oversikt over figurer og tabeller

Figur 1: Continuum of correctness (Rougée, 2017, s. 10) 11
Figur 2: Oppgave med distributive lov 54
Figur 3: Adam sin løsning 61

Tabell 1: Feilens natur (Santagata, 2005) 18
Tabell 2: Kategoriene retningsendring, fremdrift og fokusering med underordnede kategorier og forklaringer til disse (Danielsen, 2022, s. 23–24; Drageset, 2014, 2015b, s. 261, 2016, s. 173, 2019) 20
Tabell 3: Oversikt over datamaterialet i A-klassen 25
Tabell 4: Oversikt over datamaterialet i B-klassen 27
Tabell 5: Svar og forklaringer 29
Tabell 6: Koding av feil med utvidelser fra eget datamateriale (basert på Schleppenbach et al., 2007, s. 136) 29
Tabell 7: Oversettelse av Santagata sin tabell over årsaker til fei med utvidelser fra eget datamateriale (basert på Santagata, 2005, s. 497) 30
Tabell 8: Egendefinerte kategorier av feil 32
Tabell 9: Analytiske rammeverktøyet (Drageset, 2015b, 2019) 34
Tabell 10: Egendefinerte lærerhandlinger 37
Tabell 11: Eksemplifisering av analyseprosessen 38
Tabell 12: Oversikt over ulike typer feil i 5A, 5B og i begge klasser 44
Tabell 13: Oversikt over lærerhandlingene til Drageset i forbindelse med ulike typer feil basert på Santagata 46
Tabell 14: Oversikt over egendefinerte kategorier 47
Tabell 15: Eksempel på lærerens bruk av «be om å vurdere" 49
Tabell 16: Eksempel på lærerens oppfølging av feil på grunn av forståelse 52
Tabell 17: Eksempel på hvordan elever hjalp hverandre i løsningsprosessen 53
Tabell 18: Eksempel på den umiddelbare responsen til læreren 55
Tabell 19: Eksempel på hvordan læreren følger opp beregningsfeil 56
Tabell 20: Eksempel på hvordan læreren følger opp feil på grunn av oppgavens art 58
Tabell 21: Lærerens forenkling og endring av svar 60
Tabell 22: Eksempel på lærerens umiddelbare respons og etterfølgende vurdering 62
Tabell 23: Eksempel på lærerens oppfølging av teknisk feil 63

1 Introduksjon

En stor del av matematikkundervisningen i Norge og i resten av verden har lenge hatt et tradisjonelt preg (Cuban, 1993; Klette, 2003). Undervisningen er lærerstyrt, og læreren stiller spørsmål for å teste elevenes kunnskaper (Cazden, 2001). Senere har det vært et skifte mot mer utradisjonelle undervisningsformer. En slik klasseromspraksis har elevenes tenkning og matematiske idéer i sentrum (Stein et al., 2008). Klasserommet blir sett på som et matematisk fellesskap (Bray, 2011; Cazden, 2001), hvor elevene skal dele deres idéer og bygge videre på hverandres tanker (Chapin et al., 2009). I den norske skolekonteksten har det skjedd en rekke politiske endringer, og det er observert økende tendenser til gruppearbeid og elevdeltakelse i diskusjoner i norske klasserom (Klette, 2020, sitert i Luoto et al., 2022, s. 401).

I den nye læreplanen i matematikk, har den matematiske samtalen fått et større fokus. Elevene skal få mulighet til å tenke, reflektere, resonnere, stille spørsmål og oppleve at faget er relevant (Kunnskapsdepartementet, 2019). Det er seks kjerneelement i matematikkfaget, og to av dem er *utforsking og problemløsning* og *representasjon og kommunikasjon*. Utforskning er sentralt, og det handler om å lete etter mønster, finne sammenhenger og diskutere seg frem til en felles forståelse. En del av problemløsningen handler om å analysere og løse kjent og ukjente problem, og vurdere om løsningene er gyldige (Kunnskapsdepartementet, 2019). Å kommunisere i matematikk innebærer å bruke matematisk språk i samtaler, argumentasjon og resonnement (Kunnskapsdepartementet, 2019). På bakgrunn av innholdet i læreplanen, er det den matematiske samtalen som er hovedfokuset i min studie. I dette kapittelet blir det gjort rede for bakgrunnen for studien og valg av forskningsspørsmålet. Deretter presenteres studiens begrensninger og sentrale begreper blir definert. Til slutt gis en kort oversikt over studiens oppbygging.

1.1 Bakgrunn for studien

Matematiske samtaler er avgjørende for elevers forståelse og læring i matematikk (Chapin et al., 2009). Alle matematiske diskusjoner må lede mot et matematisk mål (Kazemi & Hintz, 2014). Det er elevenes tenkning og de matematiske idéene som er i sentrum (Stein et al., 2008), og lærerens oppgave er å få elevene til å dele deres tanker (Chapin et al., 2009; Kazemi & Hintz, 2014). Elevene må bli orientert mot hverandres tenkning, og gitt anledningen til å engasjere seg med og bygge videre på medelevers tenkning (Chapin et al., 2009).

Elevene skal være aktive i konstruksjonen av kunnskap (Forman & Ansell, 2001). Det betyr at elevene må få muligheter til å presentere løsninger, lage hypoteser, snakke om varierte matematiske representasjoner, forklare deres løsningsprosesser, bevise hvorfor løsningen fungerer og gjøre generaliseringer for å utvikle matematisk forståelse (Franke et al., 2007). Dette står i kontrast til tradisjonelle undervisning, hvor læreren overleverer informasjonen (Chapin et al., 2009), og elevene er passive mottakere. Lærerens rolle blir i stedet å hjelpe elevene til å se sammenhenger mellom fremgangsmåtene, og mellom metodene og de matematiske idéene (Wæge, 2015). Stein et al. (2008) foreslår fem praksiser for å hjelpe lærere å lede målrettede matematiske samtaler med utgangspunkt i elevenes tenkning og sentrale matematiske idéer.

Diskusjoner avslører elevers forvirringer, ufullstendige forståelse og misoppfatninger, og disse er en naturlig del av læringen (Chapin et al., 2009). Flere fremhever feil som verdifulle muligheter for å lære (f.eks., Borasi, 1994; Bray, 2011). Å gjøre den ukorrekte matematiske tenkningen offentlig har potensial til å støtte elevenes læring, og slike situasjoner er nyttige for læreren å forfølge (Van Zoest et al., 2017). Samtidig understreker Bray (2011) at lærere har behov for støtte til hvordan de produktivt kan bruke elevers feil som springbrett for utforskning i diskusjoner. Hvordan læreren responderer på feil har nemlig konsekvenser for elevenes muligheter til å lære (Ingram et al., 2015; Kaufmann et al., 2022). Feilene må utnyttes på en hensiktsmessig måte (Borasi, 1994), og lærere som korrigerer feilen eller gir en negativ evaluering skaper ikke gode læringsbetingelser for elevene (Ingram et al., 2015). Lenge har hvorfor-spørsmål blitt trukket frem som en suksessfull måte å håndtere feil på, men like verdifullt kan det være å spørre elevene om de er enige eller få elevene til å tenke på det originale spørsmålet på en annen måte (Schleppenbach et al., 2007).

Til tross for at lærere jevnlig må ta stilling til feil i matematikkundervisningen, mangler det felles retningslinjer for hvordan lærere effektivt kan respondere på feil. Dette kan delvis skyldes kompleksiteten ved å respondere på feil. Det involverer å ta avgjørelser i øyeblikket og å håndtere ulike dilemmaer (Rougée, 2017). Læreren må ta hensyn til blant annet tidsbruk og elevenes følelser (Chapin et al., 2009). Denne studien kan bidra til å komme nærmere å forstå kompleksiteten av lærerens arbeid med respons.

Min personlige interesse for området startet når foreleseren vår presenterte et klipp fra Deborah Ball sin undervisning (Mathematics Teaching and Learning to Teach, University of Michigan, 2016). Først arbeidet elevene med et problem hvor de skulle identifisere brøker som punkt på en tallinje. Etterpå ledet læreren en matematisk diskusjon med utgangspunkt i Aniyah sin ukorrekte tenkning (Ball, 2017). Dette førte til et engasjement som ledet til en semesteroppgave med fokus på elevenes tenkning, og hvordan læreren kan bygge videre på den i undervisningen. I prosjektet opplevde jeg at det var forholdsvis enkelt å oppdage elevenes feil i diskusjonen, men det var krevende å ta utgangspunkt i deres tenkning, og velge hensiktsmessige framgangsmåter for å overvinne disse utfordringene. Tilsvarende fant Coskun (2020) at lærerstudenter i stor grad kunne identifisere feilene, men de manglet kunnskap om hvorfor de skjedde og hvordan de kunne overkomme disse. På bakgrunn av disse erfaringene og at feil blir løftet frem som gode lærings- og utforskningsmuligheter i matematikk, ønsket jeg å studere læreres håndtering av feil i matematiske diskusjoner.

1.2 Studiens forskningsspørsmål

Forskning viser at deltakelse i matematiske samtaler gir elevene gode læringsmuligheter (Chapin et al., 2009; Stein et al., 2008). Samtidig viser forskning at det å lede matematiske samtaler med utgangspunkt i elevenes tenkning er utfordrende for læreren (Kazemi & Hintz, 2014; Stein et al., 2008). Særlig utfordrende er det å lede slike samtaler når elevenes bidrag er ufullstendige, upresise eller ikke helt korrekte (Baldinger et al., 2018; Franke et al., 2007). Flere har undersøkt lærerens umiddelbare respons på feil (f.eks., Santagata, 2005; Schleppenbach et al., 2007; Tulis, 2013), men det er behov for forskning på hele sekvenser og på ulike feiltyper (Santagata, 2005), og lærerens oppfølging av feil i matematiske diskusjoner (Bray, 2011). På bakgrunn av dette er mitt forskningsspørsmål:

Hvordan responderer en lærer på 5. trinn på ulike typer feilsvar i matematiske diskusjoner?

Målet med studien er få en dypere forståelse av lærerens respons på feil i matematiske diskusjoner. I likhet med Kaufmann et al. (2022) vil jeg studere lærerens oppfølging av elevenes feil i hele episoder. Få har studert hele sekvenser med feil, i en klasseromssetting med fokus på matematiske diskusjoner, og mitt fokus på dette vil kunne gi et bidrag til forskningsfeltet.

1.3 Avgrensning og definering

Forskningsspørsmålet begrenser seg til matematiske diskusjoner. Derfor blir kun lærerens håndtering av feil i matematiske diskusjoner undersøkt, og ikke hvordan læreren håndterer feil som oppstår privat mellom lærer og elev. For øyeblikket er det uklart hva som kjennetegner en matematisk diskusjon. Få forskere definerer begrepet i sine studier, og de som definerer begrepet gjør det på ulike måter (Mosvold, in press). I denne studien er begrepet knyttet til en gruppeinteraksjon, hvor det skjer en meningsutveksling mellom medlemmene om et spørsmål, og hvor målet er å komme frem til en felles forståelse av situasjonen.

Et annet sentralt begrep for denne studien er feil. I litteraturen defineres feil ulikt, og mange unngår å definere begrepet. Denne studien tar utgangspunkt i Roguée (2017) sin forklaring av tilsynelatende feil svar. Alle elevresponser befinner seg på en «continuum of correctness»

(Rougée, 2017, s. 10). Til høyre er responsen som mest sannsynlig blir objektivt evaluert som korrekt. Mens til venstre er respons som inneholder matematiske hindringer og logiske mangler, og som objektivt blir sett på som ukorrekt. De fleste elevresponsene har en tendens til å ligge et sted mellom de to ytterpunktene. Det betyr at de involverer mangler i større og mindre grad. Det kan være enkle distraksjoner og feil i beregningen til mer systematiske feil som følge av forståelse. For enkelhetens skyld brukes kun *feil* i denne studien.

1.5 Oppgavens oppbygging

Denne studien undersøker lærerens respons på feil i matematiske diskusjoner. Den teoretiske innrammingen presenterer tidligere forskning på matematikkundervisning, feil i matematikk og de to analytiske rammeverkene i studien. For å belyse elevenes feil er Santagata (2005) sin oversikt over ulike feil benyttet. For å besvare forskningsspørsmålet – hvordan læreren responderer på feil – er lærerhandlingene beskrevet i Drageset (2015b, 2019) sitt rammeverk brukt. Metodekapittelet gir et innblikk i studiens design, forskningsetiske perspektiver, og analysemetoden. Funnene fra analysen blir presentert i resultatkapittelet, og disse funnene blir drøftet i lys av aktuell forskning i diskusjonskapittelet. Til slutt løftes de mest sentrale funnene frem, og implikasjoner for meg som fremtidig lærer og videre forskning belyses.

2 Teoretisk innramming

2.1 Fra lærerstyring til aktive og deltakende elever

Det er vanlig å skille mellom to undervisningsmetoder: tradisjonell og utradisjonell undervisning. Metoden har stor betydning for hvordan matematikkundervisningen gjennomføres, og ofte er undervisningen en kombinasjon av de to tilnærmingene (Cazden, 2001). I lengre tid har undervisning hatt et tradisjonelt preg (Cuban, 1993). Kjennetegn ved tradisjonell undervisning er at den er lærerstyrt og at samtalen følger et bestemt mønster. Et kjent samtalemønster innenfor den tradisjonelle undervisningen er IRE eller IRF (Cazden, 2001). Det er en tre-del sekvens hvor læreren initierer (I), elevene responderer (R), og læreren evaluerer (E) eller gir en tilbakemelding (F) (Forman & Ansell, 2001; Franke et al., 2007). Tanken bak tilbakemeldingen (F) er at læreren ikke bare evaluerer elevresponsen, men i tillegg bruker tilbakemeldingen til å utvide elevenes respons (Cazden, 2001). Et typisk eksempel på IRE-mønsteret er at læreren stiller spørsmål som «hvor mye er tjuefem addert med tretten?» Eleven svarer «trettiåtte» og læreren evaluerer med å si «riktig». Ved ukorrekt respons ville det ikke vært uvanlig at læreren henvendte seg til en annen elev. Hensikten med slike spørsmål er å teste elevenes kunnskaper (Cazden, 2001; Dillon, 1994). Som regel har spørsmålene et forhåndsbestemt svar, og læreren er autoriteten som avgjør om svaret er riktig eller galt (Dillon, 1994). Elevenes svar er korte og konkrete, og læreren trenger i liten grad å ta stilling til uventede elevinnspill (Skorpen & Opsvik, 2010). En vanlig undervisningstime innebærer at læreren demonstrer en beregningsprosedyre og elevene øver på å utføre disse (Cazden, 2001). Tanken er at læreren overfører sine ferdigheter (matematikken) til sine elever (nybegynnere), og det er forventet at de skal memorere dette til senere bruk (Forman & Ansell, 2001). Lite tid blir brukt på at elevene forklarer tenkningen sin, arbeider seg felles gjennom ukorrekte idéer, lager hypoteser og kommer til enighet om matematiske idéer (Franke et al., 2007). En slik tradisjonell undervisning, åpner for lite deltakelse fra elevene ettersom læreren dominerer og styrer samtalen (Lim et al., 2020; Skorpen & Opsvik, 2010).

De siste tiårene har det vært et skifte mot en mer utradisjonell undervisningsmetode (Cazden, 2001). Andre begreper som brukes om en slik praksis er blant annet reformbasert og ambisiøs undervisning (Cazden, 2001). Reformen innebærer at klasserommet bygger på elevenes tenkning, fokuserer på utvikling av relasjonell forståelse og mobiliserer elever i et læringsfellesskap (Bray, 2011). Klasserommet blir sett på som et matematisk fellesskap fremfor en samling av individer (Cazden, 2001). Det er ikke tilstrekkelig med kun elevsnakk (Franke et al., 2007). Læreren må bygge samtalen på elevenes tenkning og sentrale matematiske idéer

(Stein et al., 2008). Elevene har en mer aktiv rolle hvor de ikke bare responderer, men også initierer og evaluerer (Forman & Ansell, 2001). Dermed må læreren være forberedt på å håndtere uventede elevinnspill og raskt sette seg inn i elevenes tenkemåter for å kunne vurdere om disse er holdbare eller ikke (Skorpen & Opsvik, 2010). Ved å utnytte elevenes kommentarer, spørsmål og strategier kan læreren få nyttig innsikt i elevenes forståelse (Jacobs & Spangler, 2017). Lærere som lytter til elevene og responderer tolkende gir elevene muligheter til å delta i diskusjoner som er mer matematisk produktive (Lim et al., 2020).

Nye reformer fører til endring i måten læreren håndterer og responderer på elevers feil (Son & Sinclair, 2010). Alle svar og forklaringer skal bli bekreftet av det matematiske fellesskapet fremfor kun av læreren (Cazden, 2001; Dillon, 1994). Svar skal behandles som hypotese og fellesskapet skal avgjøre (Lampert, 1990). Denne vurderingen skjer uavhengig av om svaret er korrekte eller mangelfullt (Bray, 2011). En slik vurdering, uavhengig om løsningene er gyldige eller ikke, trekkes frem i kjerneelementene i matematikk (Kunnskapsdepartementet, 2019). Læreren må oppfordre elevene til å klargjøre, utdype og begrunne deres tenkning uavhengig om den er korrekt eller ikke (Jacobs & Spangler, 2017). Elevene må få mulighet til å reflektere over egen tenkning og lære fra feil ved å forklare og begrunne deres idéer, spørre medelever for forklaring og hjelpe andre medstudenter å arbeide seg gjennom feilene (Son & Sinclair, 2010). En slik feilhåndteringspraksis omtaler Bray (2011) som en mobilisering av et fellesskap av elever for å løse feil. Innenfor en slik kultur er lærerens rolle å guide klassen til å identifisere årsaken til feilen og deretter få dem til å foreslå måter å løse problemet på (Bray, 2011).

I norske klasserom etter Reform 97 var det lite klasseromssamtale og diskusjon (Klette, 2003). Lærerstyring var dominerende, og en stor andel av tiden ble brukt til individuell oppgaveløsning. Lignende tendenser ble identifisert av Bergem (2009), hvor individuelt arbeid og helklasseinstruksjon var dominerende mens lite tid ble brukt til gruppearbeid. Senere er flere politiske endringer gjort i den norske konteksten. Det dialogiske perspektivet har fått økende oppmerksomhet (Kunnskapsdepartementet, 2019). Elevene skal arbeide med matematikk hvor de får tenke, reflektere, resonnere og stille spørsmål (Kunnskapsdepartementet, 2019). Gjennom selvstendig arbeid og samarbeid med andre skal elevene få utforske matematikk og arbeide med problemløsning, og de skal diskutere seg fram til en felles forståelse (Kunnskapsdepartementet, 2019). I samsvar med økende fokus på det dialogiske perspektivet viser nyere studier økende gruppearbeid og deltakelse i diskusjoner i norske klasserom de siste årene (Klette, 2020, sitert i Luoto et al., 2022, s. 401). Norske elever blir i større grad enn finske elever spurt om å dele deres idéer i helklassesamtalene (Luoto et al., 2022).

2.2 Matematiske samtaler

Forskning viser at deltakelse i matematiske samtaler gir gode muligheter for læring (Chapin et al., 2009; Stein et al., 2008). Det har ført til et stort fokus på matematiske diskusjoner i litteraturen og læreplaner. Til tross for dette er matematiske diskusjoner et utfordrende begrep. Denne utfordringen påpeker Mosvold (in press), og han understreker et behov for en klargjøring av begrepet. I en litteraturgjennomgang viser han til at det for øyeblikket blir brukt en rekke begreper og definisjoner for å beskrive en slik klasseromspraksis.

En definisjon på matematiske diskusjoner er en «purposeful talk on a mathematical subject in which there are genuine pupil contributions and interaction» (Pirie & Schwarzenberger, 1988, s. 461). Denne definisjonen fremhever at diskusjonen må ha et definert mål, et matematisk innhold, ta utgangspunkt i elevenes tenkning og det må være en bevegelse mellom flere i samtalen. Det er ikke tilstrekkelig at elevene kun svarer på lærerens spørsmål og ikke får anledning til å dele sin mening (Pirie & Schwarzenberger, 1988). Elevene må få muligheten til å være aktive deltakere.

I sin litteraturgjennomgang trekker Mosvold (in press) frem Dillon (1994) sin definisjon av diskusjon. Definisjonen er ikke matematisk, men den inneholder likevel flere sentrale aspekter som bør være til stede i enhver diskusjon.

> Discussion is a particular form of group interaction where members join together in addressing a question of common concern, exchanging and examining different views to form their answers, enhancing their knowledge or understanding, their appreciation or judgement, their decision, resolution or action over the matter at issue. (Dillon, 1994, s. 8)

Sentrale aspekter å legge merke til ved definisjonen er at en diskusjon er en gruppe interaksjon rundt en felles bekymring eller et felles spørsmål. Det involverer at ulike synspunkter blir utvekslet og at man forsøker å komme frem til en felles løsning på problemet.

Til tross for at det ikke er en klar definisjon på hva en matematisk diskusjon er, snakker flere om innholdet i begrepet. Ifølge Chapin et al. (2009) er ikke læreren primært en som overleverer informasjon eller quizer i helklassesamtaler. I stedet forsøker læreren å få elevene til å dele deres tenkning, forklare stegene i resonneringen og bygge videre på hverandres bidrag. Det er elevenes tenkning som er i sentrum (Chapin et al., 2009; Jacobs & Spangler, 2017), og målet er at elevene skal engasjere seg med hverandres tenkning (Jacobs & Spangler, 2017; Kazemi &

Hintz, 2014). Elevene må bli orientert mot hverandre og mot de matematiske idéene, for å oppnå det matematiske målet (Kazemi & Hintz, 2014).

2.2.1 Ledelse av matematiske samtaler

Lærerens ledelse av matematiske samtaler påvirker elevenes muligheter til å lære matematikk (Jacobs & Spangler, 2017). Å lede matematiske samtaler er utfordrende for læreren (Kazemi & Hintz, 2014; Wæge, 2015), og samtaler med utgangspunkt i elevenes tenkning er spesielt krevende (Franke et al., 2007; Stein et al., 2008). Denne undervisningspraksisen stiller større krav til lærerens kompetanse (Skorpen & Opsvik, 2010). Derfor har flere utarbeidet verktøy som skal hjelpe læreren å orkestrere matematiske diskusjoner som fremmer elevenes tenkning og læring i matematikk. Målet er ikke å øke mengden av samtaler, men å øke kvaliteten på de matematiske samtalene (Wæge, 2015). I forskningen har noen studert samtaletrekk (f.eks., Chapin et al., 2009; Kazemi & Hintz, 2014; Wæge, 2015), mens andre har undersøkt lærerens handlinger i samtalen (f.eks., Stein et al., 2008).

Samtaletrekkene fungerer som støtte for lærer- og elevsnakk i matematiske samtaler. De er gode redskaper for å implementere diskusjoner i klasserommet, og for å involvere elevtenkningen i undervisningen (Wæge, 2015). Samtaletrekkene kan hjelpe elevene å klargjøre og dele deres tenkning, orientere elevene mot hverandres tenkning, utdype deres resonnering, og bidra til at elevene engasjerer seg med hverandres tenkning (Chapin et al., 2009). De fem opprinnelige samtaletrekkene er: gjenta, repetere, resonnere, tilføye og vente (Chapin et al., 2009). Å gjenta handler om at læreren repeterer alt eller deler av det eleven har sagt, og får eleven til å bekrefte om læreren har forstått det korrekt eller ikke (Chapin et al., 2009; Wæge, 2015). Det fører til at det eleven har sagt blir tilgjengelig for alle (O’Connor & Michaels, 2019). Hensikten bak lærerens gjentakelse kan være for å spørre elevene om de er enig eller uenige, eller få elevene til å bygge videre på eller utvide en elevs ide (O’Connor & Michaels, 2019). Gjentakelse kan bidra til å oppklare, forsterke eller fremheve en ide (Chapin et al., 2009; Kazemi & Hintz, 2014). Senere er de to samtaletrekkene snu og snakk, og endre tilført listen (Kazemi & Hintz, 2014). Sistnevnte tillater eleven å endre tenkningen etter å ha lyttet til nye innspill (Wæge, 2015).

En rekke studier har studert hva læreren gjør i det matematiske klasserommet. Forskningen har blant annet undersøkt lærerens bruk av kognitivt krevende oppgaver (da Ponte & Quaresma, 2016), fokus på elevenes tenkning og lærerens «noticing» (Jacobs & Spangler, 2017) og oppfølgingsspørsmål læreren stiller for å få frem elevenes tenkning (Lim et al., 2020). Et av de mest omtalte rammeverkene i nyere tid er Stein et al. (2008), som foreslår fem praksiser for å hjelpe lærere å orkestrere matematiske diskusjoner som fremmer læring. De fem praksisene er:

1) forutse elevenes respons til kognitivt krevende oppgaver, 2) overvåke elevenes respons i utforskningsfasen, 3) velge bestemte elever til å presentere deres respons i diskusjonsfasen, 4) velge en hensiktsmessig rekkefølge på elevbidragene, og 5) hjelpe klassen å lage matematiske forbindelser mellom elevbidragene, og mellom elevbidrag og nøkkelidéer. Disse praksisene hjelper læreren å orkestrere diskusjonene slik at den bygger på elevenes tenkning og sentrale matematiske idéer.

Særlig utfordrende kan det være å lede helklassesamtaler når elevenes bidrag er ufullstendige, upresise eller ikke helt korrekte (Baldinger et al., 2018). Å skulle navigere mellom løsninger som ikke fungerer og respondere på ukorrekte påstander er krevende (Franke et al., 2007). Når en elev gir et ukorrekt svar må læreren forstå hva det ukorrekte svaret indikerer om elevens kunnskaper og ferdigheter for å deretter bestemme seg for hvordan man hensiktsmessig skal respondere (Shaughnessy et al., 2021). Flere har undersøkt hvordan lærerstudenter responderer på og forbedrer sine evner til å respondere på feil (f.eks., Baldinger et al., 2018; Campbell & Baldinger, 2022; Coskun, 2020; Graif et al., 2021; Shaughnessy et al., 2021; Son & Sinclair, 2010). Et funn er at lærerstudenter i stor grad kan identifisere feilene, men manglet kunnskaper om hvorfor feilen skjedde og hvordan de kunne overkomme disse (Coskun, 2020). Son og Sinclair (2010) understreker at det er behov for å undersøke hvordan man kan hjelpe lærerstudenter å respondere på feil. Andre har undersøkt hvordan profesjonelle utviklingsprosesser kan fremme endring hos lærere med fokus på å utnytte elevers matematiske feil (Santagata & Bray, 2016). Funnene deres viste at et fokus på feil førte til økt oppmerksomhet på elevenes tenkning og matematiske idéer, som igjen førte til diskusjon av ny praksis for å bedre elevenes relasjonelle forståelse.

2.3 Elevhandlinger

Elever kan bidra i den matematiske samtalen på flere måter. Som nevnt tidligere er det mest kjente samtalemønsteret IRE (Franke et al., 2007). Innenfor dette mønsteret tildeles vanligvis R-en til elevenes respons. Denne responsen er ofte kort og enkel (Skorpen & Opsvik, 2010). Cazden (2001) utvider elevenes respons ved å peke på at forklaringer er like viktige som svar innenfor utradisjonell undervisning. Det er ikke tilstrekkelig at elevene kun responderer, de må også initiere og evaluere (Forman & Ansell, 2001). Elevene må få mulighet til å presentere løsninger, lage hypoteser, snakke om varierte matematiske representasjoner, forklare deres løsningsprosesser, bevise hvorfor løsningen fungerer og gjøre generaliseringer for å utvikle matematisk forståelse (Franke et al., 2007). Senere har flere utviklet nye konsepter for å beskrive elevenes bidrag i den matematiske diskursen. En videreutvikling av R-en i IRE-mønsteret er Drageset (2015a) sine fem kategorier for elevrespons i matematikk. Kategoriene setter søkelys på hvordan elevene kan bidra i den matematiske diskursen på et svært detaljert nivå. De fem forskjellige kategoriene er forklaringer, elev-initiativer, ufullstendige svar, lærer-ledet respons og uforklarlige svar. For hver kategori deler han igjen inn i mindre kategorier. For flere av kategoriene peker han på at elevinnspillene kan være både korrekte og ukorrekte.

2.4 Feil

I dette delkapittelet blir det gjort rede for hva en feil er, og hvilken rolle feil har i matematikk.

2.4.3 Definering av feil

Det kan være flere årsaker til at elever ikke gir korrekt svar på en oppgave. Det kan skyldes uoppmerksomhet, mangel på kunnskap eller at eleven ikke har forståelse for hva som kreves for å løse oppgaven (Gardee & Brodie, 2015). Å definere begrepet *matematiske fei*l er utfordrende og kontroversielt (Borasi, 1994). I litteraturen brukes begrepet med ulikt meningsinnhold og ulike begreper brukes om hverandre, for eksempel misoppfatninger, glipper og feil (Kaufmann et al., 2022). Gjennom en egen litteraturgjennomgang på området har jeg sett tilsvarende tendenser. Mange unngår å definere begrepet, og de som definerer begrepet gjør det på ulike måter. Ifølge Borasi (1994) kan en av grunnene til at forskere unngår å definere begrepet – og at det defineres ulikt – være at det ikke alltid er entydig hva som utgjør en feil.

Feil er ofte er et resultat eller produkt av tidligere erfaring i det matematiske klasserommet (Radatz, 1980). De kan oppstå når elevene mottar og behandler informasjon i matematiske læringsprosesser og interaksjoner mellom variabler som virker inn på matematikkopplæringen (f.eks. lærer, læreplan, læringsmiljø og elev). Radatz (1980) understreker at feil er individuelle utfordringer, og at eleven har ikke har forstått et konsept på en voksen måte.

Noen studier som har undersøkt lærerens respons på feil har definert hva de mener med feil. Ifølge Schleppenbach et al. (2007) er feil i helklassesamtaler definert på følgende måte: 1) svar som er matematisk ukorrekt, og 2) svar som læreren behandler som ukorrekt. I tråd med det andre punktet til Schleppenbach et al. (2007) sin definisjon, identifiserer både Santagata (2005) og Tulis (2013) feil etter måten læreren responderer på.

Flere forskere har på ulike måter tatt utgangspunkt i Brodie (2014, s. 223–224) sin definisjon av feil i sine studier (f.eks., Baldinger et al., 2018; Graif et al., 2021; Kaufmann et al., 2022). For eksempel fokuserer Baldinger et al. (2018) og Graif et al. (2021) på lærerstudenters respons på feil, mens Kaufmann et al. (2022) undersøker læreres respons på feil i hele episoder. Baldinger et al. (2018) bygger på Brodie (2014), og sier at feil er ufullstendige, upresise og ikke helt korrekte bidrag som er mer komplekse enn feil som er enkle å rette på. De mener at feil går dypere enn feilsnakk eller uhell i beregningen. Graif et al. (2021) fokuserer på at feil er en naturlig del av matematikklæringen, og gir læreren verdifull innsikt i elevens tenkning og matematikkprosesser, noe som kan hjelpe læreren å støtte elevene i deres videreutvikling. Andre fokuserer på «conceptual error», og de beskriver det som feil som oppstår på dypere forståelsesnivå enn glipper (Kaufmann et al., 2022, s. 1291). De er systematiske og oppstår som følge av misoppfatninger (Gardee & Brodie, 2015).

Gardee og Brodie (2015) understreker at glipper, misoppfatninger og feil brukes om hverandre, men at disse er ulike typer feil. Glipper er tilfeldige og vanlig i læringen, og ikke et symptom på misforståelse. Feil er derimot mer systematiske og oppstår regelmessig og på tvers av kontekster. Feilene skjer på et dypere forståelsesnivå, og de oppstår som følge av misoppfatninger. I likhet med Gardee og Brodie (2015) skiller Rougée (2017) mellom ulike nivåer av feil. Hun innfører begrepet «apparently incorrect respons» og bruker det om elevrespons som virker ukorrekt, men som faktisk ikke trenger å være feil. Hun viser til at elevrespons befinner seg på en «continuum of correctness», se figur 1.

Figur 1: Continuum of correctness (Rougée, 2017, s. 10)

Til høyre i figur 1 er respons som blir objektivt evaluert som korrekte. Denne responsen inneholder matematiske idéer og resonnering som er «procedually og conceptually sound» (Rougée, 2017, s. 10), og har presist matematisk språk. Til venstre i figuren er respons som er objektivt ukorrekt, og denne responsen har matematiske hindringer og logiske mangler. Derfor blir den ofte evaluert som ukorrekt. De fleste responsene ligger en plass mellom disse to ytterpunktene, og krever tolkning og meningsskaping av læreren. Læreren må lytte til og gi mening til det eleven sier, og denne prosessen er påvirket av lærerens erfaring, kunnskap, emosjonelle tilstand og andre aspekter. Dette omtales som en subjektiv linse, og derfor er ikke avgjørelsen av korrekthet alltid objektiv. Denne studien tar utgangspunkt i Roguée (2017) sin definisjon av tilsynelatende feil svar. Denne definisjonen favner bredt, og det betyr at elevrespons som involverer mangler i mindre og større grad betegnes som feil. Feilene spenner fra enkle distraksjoner og beregningsfeil til feil på et dypere nivå av forståelse.

2.4.2 Rollen til feil

Enkelte understreker at feil bør unngås, mens andre fremhever feil som muligheter til å lære (Ingram et al., 2015). Tidligere ble feil i matematikk sett på som forstyrrende element i læringen (English, 2002, s. 222). Lærere forsøkte å begrense elevenes feil, og unngikk å diskutere feilene når de oppsto (Santagata, 2005). Det var ikke uvanlig at læreren forsøkte å gjemme elevers feil (Son & Sinclair, 2010). En utbredt respons fra læreren var å avvise eller ignorere feilen til riktig svar ble oppgitt (Borasi, 1994). En slik håndtering av feil fører til at elevene ikke forstår årsaken bak feilen, som i neste omgang begrenser deres kunnskap og forståelse ytterligere (Gardee & Brodie, 2022; Kaufmann et al., 2022). Feil ble kun sett på som verdifull for diagnostisering og forbedring, men ikke for læring i matematikk (Borasi, 1994).

I kontrast til dette synet, oppfatter andre feil som muligheter til å lære (f.eks., Bray, 2011). Feil er en naturlig del av læringen (Borasi, 1987; Hintz, 2013), og de gir elevene en unik mulighet til å arbeide kollektivt mot en forståelse (Hintz, 2013). Det er nødvendig å verdsette feil som læring for alle elever (Franke et al., 2007). Feilene bør brukes som springbrett for utforskning og refleksjon (Borasi, 1994). De kan bidra til stimulering og er virkningsfulle for matematiske undersøkelser. De gir elevene muligheter til å engasjere seg i problemløsning, reflektere over matematikk, oppleve konflikt rundt matematiske problemer, ta del i egen læring og snakke om matematiske idéer og konsepter (Borasi, 1994). Feil gir gode muligheter til å se et problem på en ny måte, utforske motsetninger i løsningene og forfølge alternative strategier (Kazemi & Stipek, 2001). Altså gir feil elevene gode muligheter til å engasjere seg dypere med matematiske idéer (Franke et al., 2007). Samtidig kan feil ses på som en inngang til elevenes forståelse, og derfor bør lærere forsøke bedre å forstå tenkningen som ledet til feilen (Ball & Friel, 1991). En forutsetning for at feil skal fungere som verdifulle læringsmuligheter for elevene er at de utnyttes på en hensiktsmessig måte (Borasi, 1994). Læreren bør unngå å gi en negativ evaluering eller å utføre korrigeringen selv, dersom feilen skal fungere som en god læringsmulighet for elevene (Ingram et al., 2015). Trolig vil elever forstå og lære bedre når feil blir diskutert i klasserommet fremfor å bli korrigert eller unngått (Gardee & Brodie, 2022). Læreren må gi elevene mulighet til å utforske feilen, forklare tenkningen bak feilen og lytte til hverandre (Kazemi & Stipek, 2001). Samtidig understreker Bray (2011) at lærere har behov for støtte i tilknytning til hvordan de produktivt kan bruke elevers feil som springbrett for utforskning i diskusjoner.

2.5 Tidligere forskning

Håndtering av feil i matematikk har stadig fått økende oppmerksomhet. Flere har undersøkt læreres respons på og håndtering av feil i matematiske klasserommet (f.eks., Kaufmann et al., 2022; Santagata, 2005; Schleppenbach et al., 2007; Stigler et al., 1996; Stigler & Hiebert, 1999; Tulis, 2013; Zahner et al., 2012). Mange sammenligner lærerens håndtering av feil på tvers av landegrenser, og har identifisert forskjeller på lærerens respons i ulike land (f.eks., Santagata, 2005; Schleppenbach et al., 2007; Stigler et al., 1996; Stigler & Hiebert, 1999). Noen har undersøkt hvordan lærerens kunnskaper og holdninger påvirker lærerens feilhåndtering i helklassediskusjoner (Bray, 2011), mens andre studerte læringsklimaet sin betydning i arbeidet med feil (Steuer et al., 2013). En siste studerte lærerens oppfølging av feil og lærerens utfordringer med dette (Rougée, 2017).

2.5.1 Vurdering av svar

Tidligere studier har satt søkelyset på hvordan svar blir vurdert i klasserommet – av læreren eller av det matematiske fellesskapet. I svenske klasserom var 29 % av lærerens respons i helklassesamtale kategorisert som *direkte rettelse* (Kaufmann et al., 2022). De understreker at læreren kan vurdere svaret på to måter: 1) *rette feilen ved å gi riktig svar* eller 2) *fortelle eleven at svaret er feil slik at eleven selv kan rette på feilen*. Den første er svært lik Santagata (2005) sin respons *gir rettelse,* Tulis (2013) sin respons *rettelse av læreren* og Schleppenbach et al. (2007) sin respons *gir det korrekte svaret*. Den siste av de to Kaufmann et al. (2022) inkluderer i *direkte rettelse,* er basert på Schleppenbach et al. (2007) sin kategori omtalt som *fortelle eleven at svaret er feil*.

I både italienske og amerikanske klasserom er det observert at læreren har hovedansvaret for å vurdere om et svar er korrekt eller ikke, ifølge Santagata (2005). I italienske klasserom ble 31,6 % av feilene korrigert av læreren, mens amerikanske lærere korrigerte 25,1 % av feilene. Dette var den mest vanlige responsen fra lærerne når elevene gjorde feil. Et lignende funn ble observert av Gardee og Brodie (2015) hvor læreren hovedsakelig rettet på elevenes feil. I tyske klasserom derimot ble bare rundt 11 % av feilene korrigert av læreren (Tulis, 2013). Som nevnt introduserte Schleppenbach et al. (2007) to kategorier som Kaufmann et al. (2022) senere koblet sammen i én kategori kalt *direkte rettelse*. Ifølge funnene til Schleppenbach et al. (2007), ga læreren korrekt svar omtrent 8 % av tiden i kinesiske klasserom og 5 % av tiden i amerikanske klasserom innenfor emnet plassverdi. Når det gjelder emnet brøk, ga kinesiske lærere korrekt svar omtrent 1 % av tiden, mens amerikanske lærere gjorde det i 14 % av tiden. Kinesiske lærere ga i mindre grad enn amerikanske lærere uttrykk for at feilene var ukorrekt innenfor begge de matematiske emnene. Samlet sett viser studiene variasjoner i lærernes tilnærming til feilkorrigering, både når det gjelder hvor ofte de korrigerte feilene og hvor ofte de ga korrekt svar.

Andre ganger gjør det matematiske fellesskapet en vurdering av svaret. Italienske og amerikanske elever ble i liten grad spurt om å vurdere det som ble gjort eller sagt av en medelev, ifølge Santagata (2005). Det skjedde i underkant av 5 % og i overkant av 6 % av tiden i italienske og amerikanske klasserom. I samsvar med dette, observerte Drageset (2016) i sine studier av norske klasserom, at medelever sjeldent ble bedt om å vurdere svar som ble gitt. I en toårig studie gjennomført av Gardee og Brodie (2015), ble det observert en endring i lærerens praksis fra det vanlige IRE-mønsteret hvor læreren evaluerer svaret, til en praksis der læreren heller oppfordret elevene til å vurdere svaret. En annen som observerte at lærere ofte *ba om ytterligere tilbakemeldinger fra medelevene* etter et unøyaktig bidrag er Zahner et al. (2012). Medelevene ble bedt om å si seg enig eller uenig med medstudentenes hypoteser. En tredje som viser til at lærere henvendte seg til medelevene for å *spørre etter enighet* er Schleppenbach et al. (2007). Lærerne spurte etter enighet 25 % og 11 % av tiden i amerikanske og kinesiske klasserom innenfor det matematiske emnet plassverdi. For det matematiske emnet brøk, spurte kinesiske lærere 18 % og amerikanske 13 % av tiden etter enighet. De fremhever at å spørre medelever etter en slik enighet kan ha like god effekt som å stille hvorfor-spørsmål. Generelt indikerer funnene at det er forskjeller i hvilken grad læreren etterspør en slik enighet, og at den varierer innenfor klasserom, land og matematiske emner.

2.4.2 Læreres oppfølging av feil

Tidligere har flere undersøkt lærerens umiddelbare respons på elevers feil (Santagata, 2005; Schleppenbach et al., 2007; Tulis, 2013), mens få har studert lærerens respons i episoder med feil (Kaufmann et al., 2022).

Å ignorere feilen og skifte over til et annet tema, er en måte å håndtere feil på som er negativ for elevers kunnskaper og forståelse (Gardee & Brodie, 2022; Kaufmann et al., 2022). En tidligere studie viste at ignorering var vanlig blant amerikanske lærere (Stigler et al., 1996). Senere er det fortsatt vanlig blant amerikanske lærere å ignorere feil og velge det korrekte svaret, ifølge Zahner et al. (2012). I svenske klasserom ignorerte lærere feilen 14 % av tiden under helklassesamtaler (Kaufmann et al., 2022). Andre ganger ble feilen ignorert og senere studert nærmere (2 %). Tyske lærere ignorerte feil i matematikk i underkant av 5 % av tiden, ifølge Tulis (2013).

Omdirigering av spørsmål til en annen elev er en annen vanlig lærerrespons på feil. Stigler et al. (1996) fant at amerikanske lærere ofte lot en annen elev svare på spørsmålet dersom den første eleven svarte feil. Lignende tendenser fant Santagata (2005) i sin studie, hvor amerikanske lærere ofte omdirigerte spørsmålet til en annen elev (19,4 %). Derimot var ikke en slik praksis vanlig i italienske klasserom. Tilsvarende undersøkelser i amerikanske og kinesiske klasserom oppdaget at en slik praksis forekom ofte (Schleppenbach et al., 2007). Omdirigering av spørsmål kan være problematisk, ettersom man beveger seg raskt bort fra eleven som ga feil svar, får et nytt svar og denne responsen fører sjeldent til at matematiske konsepter eller prosedyrer blir diskutert (Santagata, 2005). På den måten får ikke eleven en forklaring på hvorfor svaret er feil.

Det er diskusjon blant forskere om lærerrespons som involverer bruk av hint. Ifølge Santagata (2005) kan lærere gi elevene hint på ulike måter: *hint til samme elev* eller *hint til en annen elev*. Førstnevnte ble hyppig brukt i både amerikanske (19,2 %) og italienske klasserom (21,6 %), mens sistnevnte skjedde oftere i amerikanske enn italienske klasserom. En annen som observerte at lærere ofte stilte oppklaringsspørsmål eller ga elevene hint var Zahner et al. (2012). En tredje som snakker om lærerens forsøk på å lede elevene med et eller flere spørsmål er Kaufmann et al. (2022), og de kaller kategorien «embedded correction» (s. 8). Et eksempel på denne kategorien beskrevet av forskerne er Santagata (2005) sine kategorier *hint til samme/annen elev*. De observerte slike lærerhandlinger i 15 % av tiden i helklassesamtalene. Enkelte problematiserer hint fordi læreren gjør problemet enklere ved å dele det opp i mindre steg, og dermed reduserer elevenes bidrag til en instrumentell tilbakemelding (Santagata, 2005). Andre understreker at å gi hint eller be medelever om ytterligere tilbakemelding er et høyt nivå av lærerrespons, fordi det holder sekvensen gående og får elevene til å tenke videre på problemet (Zahner et al., 2012).

Noen har kategorier som de på ulike måter kaller diskusjoner, for eksempel *diskusjon med hele klassen* (Tulis, 2013), og *diskusjon* (Kaufmann et al., 2022). Det handler om å engasjere elevene i diskusjonen og be elever om ulike forslag og innspill rundt feilen. Kaufmann et al. (2022) argumenterer for at Santagata (2005) sine to kategorier *å stille hvorfor-spørsmål* og *å spørre etter enighet*, begge faller inn under kategorien *diskusjon*. I deres klasseromsstudier fant de at lærerne brukte slike handlinger i 17 % (Kaufmann et al., 2022), og omtrent 14 % av tiden (Tulis, 2013). Andre fant at læreren omfavnet feilene ved å bruke elevfeilene i diskusjonen for å utvikle elevenes resonnering, og læreren spurte elevene om begrunnelse for feilene for å få tilgang til elevenes tenkning (Gardee & Brodie, 2015).

I norske klasserom fant Skorpen og Opsvik (2010) at lærerne i liten grad analyserte feilmønstre for å finne ut hvordan elevene hadde tenkt for å komme frem til svaret. De fikk ingen veiledning for å vite om deres framgangsmåte var holdbar eller hvordan de eventuelt kunne tenkt annerledes for å få riktig svar.

2.4.3 Lærerens holdninger

En rekke studier har undersøkt lærerens respons og lærerens holdninger (Bray, 2011; Santagata, 2004; Schleppenbach et al., 2007). Bray (2011) undersøkte hvordan lærernes kunnskap og holdninger påvirker hvordan lærere håndterer matematiske feil i matematiske diskusjoner. Funnene indikerer at spesielt lærerens holdninger påvirker måten læreren strukturerer klasseromsdiskusjoner når feil oppstår, hvilke roller læreren tar og hvilken rolle elevene får. Samtidig har lærernes kunnskaper betydning for den matematiske- og pedagogiske kvaliteten på lærernes svar på feil under diskusjoner.

Noen har studert læreres holdninger til feil i ulike land. Kinesiske lærere var åpne med elevene om friheten til å gjøre feil og uttrykket at de ikke trengte å være flaue over å gjøre feil, mens slikt ble ikke formidlet av amerikanske lærere (Schleppenbach et al., 2007). I kontrast til dette fant Santagata (2004) at amerikanske lærere ofte hadde en positiv tilnærming til elevenes feil. Derimot indikerte hennes studier at italienske lærere ofte reagerte ved å vise skuffelse. De kunne miste tålmodigheten og skrike til elevene, eller vise skuffelse gjennom bruk av ironi og sarkasme.

2.4.4 Læringsklima

Flere understreker læringsklimaet sin betydning og påvirkning i håndteringen av feil (Franke et al., 2007; Schleppenbach et al., 2007; Steuer et al., 2013; Tulis, 2013). Et negativt klasseromsklima kan gjøre elevene redde for å gjøre feil i frykt for å virke dumme (Hintz, 2013; Schleppenbach et al., 2007). Dårlig håndtering av feil, for eksempel ignorering eller straff, kan føre til at elevene unngår å ta sjanser og i stedet skjuler feilene sine (Rybowiak et al., 1999, referert i Tulis, 2013, s. 57). Latterliggjøring og skuffelse fra læreren skjedde oftere i matematikk enn andre fag, selv om det forekom relativt sjeldent (Tulis, 2013). En dårlig feilhåndteringskultur fører til at elevene opplever å bli negativt evaluert for sine feil, og at de dermed tror at feilene deres skyldes manglende ferdigheter (Tulis, 2013).

Lærerens oppgave er å utvikle et positivt klima for å håndtere feil, som sikrer læring fra feil (Steuer et al., 2013). Et slikt klima er preget av et fokus på å lære fra feil, og at elevene skal kommunisere og diskutere seg gjennom feilene (Rybowiak et al., 1999). Fire faktorer hos læreren blir trukket frem som produktive for å skape et godt klima: 1) toleranse til å diskutere,

2) se på feil som læringsmuligheter fremfor en negativ indikator på prestasjon, 3) tålmodighet og støtte elever til å rette på feil selv, og 4) fravær av negative reaksjoner (Tulis, 2013). En tidligere studie viser at lærere i 7 % av helklassesamtalen verdsatte elevenes matematiske ukorrekte svar og fortalte at feilen var god (Kaufmann et al., 2022). Tulis (2013) fant at tyske lærere i liten grad fremhevet læringspotensialet ved feil. Det var sjeldent at læreren verdsatte elevenes tanker eller tilnærminger, fremhevet det positive med elevenes bidrag eller understreket læringspotensialet ved feilen. Det er viktig at lærere forsikrer elevene om at det er greit å gjøre feil, og at de må være sensitive ovenfor de som har gjort feil i fellesskap (Chapin et al., 2009). Det innebærer at læreren må arbeide mot negative reaksjoner fra klassekamerater – som latter og å gjøre narr av de som gjør feil (Steuer et al., 2013). Et positivt klima fører til at elevene er komfortable med å gjøre feil, og de ikke bryr seg om at medelever evaluerer svarene deres (Schleppenbach et al., 2007). Det gjør at elevene tør å ta risiko (Steuer et al., 2013), og gir muligens større sjanser for læring.

2.4.5 Utfordringer

Å respondere på feil på en produktiv måte er en kritisk del av å undervisningsarbeidet (Graif et al., 2021). En utfordring er at læreren må ta avgjørelser i øyeblikket (Rougée, 2017). Bak avgjørelsene er det flere faktorer som påvirker lærerens avgjørelse, for eksempel situasjonsspesifikke ferdigheter og kognitive ressurser. Før læreren responderer på elevenes utsagn, må læreren analytisk observere det elevene sier (Jacobs & Spangler, 2017). Det innebærer å være oppmerksom på og gi mening til det elevene sier og gjør før man svarer, og dette skjer i øyeblikket.

En annen utfordring med respons på feil er at det involverer å håndtere dilemmaer (Rougée, 2017). I undervisningen må læreren ta en rekke valg av hensyn til matematikken, eleven, klassen som helhet, og ikke alle valgene vil tilfredsstille alle forpliktelsene, ønsker og mål. Chapin et al. (2009) trekker spesielt frem elevenes følelser og tidsbruk som to sentrale faktorer læreren må ta hensyn til. En annen som peker på tidsaspektet er Gardee og Brodie (2015), og de understreker at det å omfavne feil er tidkrevende. De ulike hensynene kan trekke i flere retninger, og læreren må ta et valg og løse dilemmaet etter beste evne. Noen ganger kan det være hensiktsmessig å ignorere mindre feil, mens andre ganger kan feil være en god anledning til å diskutere (Chapin et al., 2009).

2.6 Teoretisk rammeverk

Denne studien har fokus på hvordan en matematikklærer på 5. trinn responderer på ulike feil i matematiske diskusjoner. For å systematisere og kategorisere feilene er det tatt utgangspunkt i oversikten til Santagata (2005). For å beskrive lærerens handlinger i sekvenser med feil er det teoretiske rammeverket til Drageset (2015b) benyttet. Det består av elev- og lærekategorier for å beskrive hvordan ytringer påvirker hverandre og former mønstre. I dette tilfelle er det lærerhandlingene som er aktuelle for å besvare studiens forskningsspørsmål.

2.6.1 Ulike typer feil

Feil i matematikk kan oppstå av forskjellige grunner. Enkelte ganger kan feilen skyldes en enkel beregningsfeil eller distraksjon, mens andre ganger kan feilen være knyttet til forståelse av et matematisk konsept. Noen forskere har i sine studier undersøkt både feiltyper og lærerens håndtering av disse (f.eks., Gardee & Brodie, 2015; Santagata, 2005). Gardee og Brodie (2015) hadde fire kategorier for feil: glipper, feil på grunn av misoppfatninger, språk-relaterte feil og feil fra ukorrekt bruk av kalkulatoren. Derimot har Santagata (2005) syv ulike typer feil, og disse er mer spesifikke. Derfor er de utgangspunktet for analysene.

Tabell 1: Feilens natur (Santagata, 2005)

Feilens natur	Forklaring
Forståelse (Conceptual)	Eleven må besvare en matematisk oppgave som krever at eleven lager koblinger mellom matematiske konsepter.
Prosedyre (Procedural)	Eleven skal løse en matematisk oppgave eller besvare et spørsmål som krever en utvidelse av prosedyren.
Tegning (Drawing)	Eleven gjør feil i tegning av figur.
Beregning (Compitational)	Eleven gjør en enkel beregningsfeil.
Distraksjon (Distraction)	Feilen skyldes distraksjon hos eleven.
Prinsipper, egenskaper og definisjon (Princple, property, and definition)	Eleven kjenner ikke igjen matematiske prinsipper eller egenskaper ved deres navn eller definerer et konsept eller en egenskap ukorrekt.
Andre (Other)	Alle feil som ikke passer inn i kategoriene ovenfor.

Tabell 1 gir en oversikt over de syv ulike feilene med forklaring til hver kategori. I denne studien vil Santagata sine feiltyper bli brukt for å kategorisere de ulike feilene som blir identifisert. På den måten kan man få en oversikt over hvilke feil som forekommer i de to klassene.

2.5.2 Lærerhandlinger

Det er utviklet flere rammeverk som beskriver lærerens respons på feilsvar i matematikk (f.eks Santagata, 2005; Schleppenbach et al., 2007; Tulis, 2013). Et fellestrekk for disse er at de undersøker den umiddelbare responsen fra læreren på feilsvar. Andre har undersøkt lærerens respons på feil på en annen måte (f.eks., Kaufmann et al., 2022). De undersøkte lærerens respons på feil i hele episoder, og utviklet et rammeverk med åtte kategorier for lærerens håndtering av feil. I likhet med Kaufmann et al. (2022) vil denne studien studere hele sekvenser med feil.

Det finnes flere verktøy for å beskrive kommunikasjonen som foregår i klasserommet, for eksempel IRE og Drageset (2015b). Det velkjente IRE-mønsteret innebærer at samtalen bærer preg av at lærer initierer (I), elevene responderer (R), og læreren evaluerer (IRE) eller gir en tilbakemelding (IRF) (Franke et al., 2007). Nyere forskning viser at det finnes gode muligheter for læring og elevdeltagelse i samtaler som følger IRE-mønsteret (f.eks. Drageset, 2015b; Lim et al., 2020). Utfordringen med mønsteret er at det ikke er egnet til å beskrive de ulike kvalitetene ved samtalen i detalj (Drageset, 2015b), og derfor har flere videreutviklet sekvensen. Lim et al. (2020) fokuserer på Initiativ-Respons-Oppfølging (IRF), med fokus på lærerens oppfølgingshandlinger som inkluderer å lytte, stille tenkende spørsmål og bruk av effektive samtaletrekk. Med utgangspunkt i IRE har Drageset (2014, 2015b) utviklet et rammeverk som er mer detaljert, og som kan brukes til å studere hvordan ytringer påvirker hverandre og former mønster (Drageset, 2015b). På bakgrunn av dette har jeg valgt å benytte rammeverket til Drageset i analysene, og da spesifikt lærerhandlingene.

Opprinnelig hadde rammeverket 13 ulike handlinger som læreren kunne bruke i orkestrering av matematiske samtaler. Senere er tre nye lærerhandlinger inkludert i rammeverket (Drageset, 2019). Lærerhandlingene deles inn i tre overordnede kategorier: retningsendring (redirecting), fremdrift (progressing) og fokusering (focusing). De ulike lærerhandlingene har ulik funksjon i samtalen. Retningsendring brukes for å endre elevers tilnærming til oppgaven. Et eksempel er lærerhandlingen – å avvise – som ofte brukes når svaret er feil eller læreren ønsker å følge en annen tilnærming. Fremdriftshandlinger er grep læreren bruker for å flytte fremgangen fremover. Noen av disse, for eksempel forenkling og lukket fremdriftshandlinger, fører til at kompleksiteten reduseres og at læreren tar ansvaret for prosessen. Fokuseringshandlinger er grep læreren bruker for å stoppe fremdriften for å se nærmere på svar og metoden. To av disse, å belyse og å begrunne, gjør det lettere for medelever å følge tankerekken og gir læreren et innblikk i elevenes tenkning. Når læreren overlater vurderingen til andre medelever for å sjekke om svaret er korrekt, om de er enige eller om de forstår, ber læreren elevene om å vurdere. Strategien kan også brukes for å sjekke om elevene er oppmerksomme og om de greier å følge tankelinjen. Faren med en slik strategi er å kun bruke den dersom svaret er korrekt, da vil elevene forstå det og de trenger ikke å tenke matematisk for å si seg enig (Drageset, 2014). (Drageset, 2015b)

Tabell 2: Kategoriene retningsendring, fremdrift og fokusering med underordnede kategorier og forklaringer til disse (Danielsen, 2022, s. 23–24; Drageset, 2014, 2015b, s. 261, 2016, s. 173, 2019).

Lærerhandlinger	
Retningsendring	
Avvise	Legge forslaget til side eller avviser elevinnspill
Foreslå en ny strategi	Anbefaler eleven å endre strategi eller gir råd om en annen tilnærming
Korrigerende spørsmål	Spørsmål fra lærer for å omdirigere eleven mot en annen tilnærming
Framdrift	
Demonstrere	Lærer løser hele oppgaven enten som eksempel eller for å hjelpe elever som ikke greier det på egenhånd
Forenkle	Hint, legge til informasjon eller omformulering av oppgave slik at den blir enklere
Lukket framdrift	Splitter opp oppgaven i mindre deler og spør om svaret for hver av disse. En detalj og et steg om gangen. Det er typisk at disse spørsmålene har et tydelig svar eller respons.
Åpen framdrift	Handlinger hvor læreren søker fremgang, men lar eleven velge metoden selv. Åpne spørsmål har som regel flere mulige løsninger.
Fokusering	
Belyse detalj	Får elev til å forklare hvordan svaret er funnet eller hva som er blitt gjort for å finne det
Begrunne	Får elev til å forklare hvorfor et svar eller metode er korrekt
Anvende	Be elever bruke det de har funnet på nye eller lignende oppgaver
Be elever om å vurdere	Be andre elever om å vurdere svaret som kommer
Poengtere	Peke på hva som er viktig å huske på. Enten ved å fortelle elever å legge merke til viktige ting under oppgaven eller ved å gå gjennom stegene som ledet til løsningen
Oppsummere	Peker på viktige ting fra løsningsprosessen etter at man har funnet en løsning
Elev får ordet	Læreren velger strategisk hvem som får ordet
Etterspør elevspørsmål	Læreren ber elevene stille hverandre spørsmål, slik at de kan beskrive egen tankegang ved bruk av matematisk språk
Etterspør alternative metoder	Læreren spør etter andre framgangsmåter, strategier eller svar

Tabell 2 inneholder en oversikt over de ulike grepene læreren kan bruke i en matematisk samtale. I denne studien vil Dragesets (2015b, 2019) lærerhandlinger bli brukt for å gi et innblikk i hvordan en lærer følger opp feilsvar i matematiske helklassesamtaler. Målet er å beskrive hvilke grep læreren bruker for å lede den matematiske samtalen fremover mot en felles forståelse av situasjonen. Formålet er å besvare forskningsspørsmålet om hvordan læreren responderer på ulike typer feilsvar i matematiske diskusjoner.

3 Metode

Forskning har som mål å gi oss ny kunnskap og innsikt i hvordan vi selv og verden rundt oss fungerer (Postholm & Jacobsen, 2018). Denne kunnskapen må være gyldig for flere, på tvers av ulike kontekster. Å lede matematiske diskusjoner er utfordrende for lærere. Denne studien setter søkelyset på feil i matematiske diskusjoner, og hvordan en lærer følger opp slike elevinnspill. Forskningsspørsmålet i studien er: *Hvordan responderer en lærer på 5. trinn på ulike typer feilsvar i matematiske diskusjoner?*

I dette kapittelet blir forskningsdesignet til studien presentert (kap. 3.1). Deretter blir det gjort rede for hvordan datamaterialet er samlet inn og behandlet (kap 3.2). Videre blir analysen av elevenes svar og lærerens respons beskrevet (kap 3.3). Til slutt blir studiens kvalitet (kap 3.4) og relevante forskningsetiske perspektiver belyst (kap 3.5).

3.1 Forskningsdesign

I forskning er det vanlig å skille mellom kvalitativ og kvantitativ tilnærming. Kort fortalt handler kvalitativ metode om å samle inn og analysere data i form av ord for «å beskrive og forstå menneskers handlinger og meningsskaping i deres naturlige kontekst» (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 113). Kvantitativ metode formidler informasjon om virkeligheten i form av tall (Postholm & Jacobsen, 2018). Vanligvis undersøker man få enheter i kvalitativ metode, mens kvantitative studier ofte har flere enheter (Postholm & Jacobsen, 2018; Thagaard, 2018).

3.1.1 Kvalitativ metode

Forskeren må legge opp til en datainnsamling som egner seg til å belyse den konkrete problemstillingen, slik at man får samsvar mellom problemstilling og valg av forskningsdesign (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 57). For å svare på hvordan læreren responderer på elevers feilsvar i matematiske diskusjoner er det i denne studien benyttet en kvalitativ metode. En slik metode egner seg til denne studien fordi metoden har som mål å gi en dyp forståelse av et fenomen (Postholm & Jacobsen, 2018). Denne studien er en casestudie av en matematikklærer og hennes to klasser. Ifølge Postholm og Jacobsen (2018) retter casestudier oppmerksomheten mot et individ, flere individ, en gruppe, en aktivitet eller organisasjon. Fordelen med enkelcaser er at de gir detaljerte beskrivelser og forståelse av det som skjer i en kontekst og samspillet mellom individ og fenomen (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 86). Målet for denne studien er å få en dyp forståelse av lærerens respons på feilsvar i matematiske diskusjoner. Ulempen med metoden er at den gir lokal kunnskap, som er avgrenset til denne bestemte konteksten (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 64), og derfor ikke kan fortelle oss om det er slik i andre klasserom.

3.1.2 Mathematics Education Research Group

Datamaterialet i denne studien er en del av et større forskningsprosjekt som er initiert av forskere ved Universitetet i Stavanger. Prosjektet omtales som *Mathematics Education Research Group* (MERG). Den totale varigheten på prosjektet er fem år, og det innebærer å studere matematikkundervisning ved ulike skoler i distriktet. På hver skole samles det inn data fra matematikkundervisning over en periode på to uker. Hvert år har masterstudenter i samarbeid med forskere bidratt i datainnsamlingen på en skole. Materialet inkluderer lyd- og videoopptak av undervisning, spørreundersøkelse, feltnotater, og lærer- og elevintervjuer. Formålet med prosjektet er å få innsikt i det komplekse undervisningsarbeidet i matematikk ved å observere og lytte til hvordan elever og lærere opplever matematikkundervisningen.

3.1.3 Studiens deltakere

Utvalget i denne studien består av en matematikklærer og lærerens to parallelle klasser på femte trinn, med 16 elever i hver klasse. Læreren er nyutdannet med noen års erfaring med undervisning i skolen. Denne læren har spesialisert seg innen matematikk. Læreren er strategisk utvalgt, og det innebærer at man «systematisk velger personer eller enheter som har egenskaper eller kvalifikasjoner som er strategiske i forhold til problemstillingen» (Thagaard, 2018, s. 54). Den aktuelle læreren er valgt på grunnlag av sitt fokus på matematiske helklassesamtaler. For denne spesifikke læreren var det viktig å skape et fellesskap der elevene kunne utforske og diskutere matematikk, og der de kom frem til løsninger på de matematiske problemene i fellesskap. Det er viktig å merke seg at en slik utvelgelse, ikke vil medføre at utvalget er representativt for hele populasjonen (Thagaard, 2018).

3.2 Datainnsamlingen

Datamaterialet ble samlet inn høsten 2022. For å belyse problemstillingen om hvordan læreren responderte på feilsvar i matematiske diskusjoner, er observasjonsdataen fra undervisningen mest aktuell. Totalt ble ti undervisningsøkter observert og filmet – fem i hver klasse. Observasjonene gir forskeren innblikk i personers atferd og hvordan personer forholder seg til hverandre (Thagaard, 2018).

To videokamera og en lydopptaker ble brukt for å fange opp lærerens interaksjoner i klasserommet. Kameraet ble strategisk plassert bakerst i klasserommet for å få overblikk over tavlen, læreren og elevene. For å sikre at lærerens samtaler ble fanget opp, ble en lydopptaker festet på læreren. Videre ble et mobilt kamera håndtert av en student for å fange opp elev- og gruppearbeid.

3.2.1 Forskerrollen

Målet med denne kvalitative casestudien er å forsøke å beskrive og forstå mennesker handlinger i deres naturlige kontekst. Dette omtales som naturalistisk design (Postholm & Jacobsen, 2018). I denne studien ble observasjon brukt som datainnsamlingsstrategi. Som observatør har målet vært at vår tilstedeværelse i klasserommet, skulle påvirke i minst mulig grad. I klasserommet tilstrebet vi en rolle som *observatør-som-deltaker* (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 115), hvor vi fungerte som observatør og ikke deltok i undervisningen. Vi presenterte oss kort i starten av timen, men kommuniserte ikke med elevene underveis i undervisningen.

3.2.2 Transkripsjon

Alle masterstudentene bidro i transkripsjon av materialet. Hver student fikk ansvar for å transkribere enten et intervju eller en undervisningstime. Opptakene ble lagret på en sikker nettserverløsning med totrinnsverifisering, og anonymiserte transkripsjoner ble delt på Teams.

I arbeidet med transkripsjonen hadde vi noen felles regler å forholde oss til. En felles mal som studentene tok utgangspunkt i, ble utviklet av prosjektleder (se vedlegg 1). Korte pauser som var av betydning, ble markert ved (n s.), hvor *n* er antall sekunder. Overlapp, når to personer snakker i munnen på hverandre, ble signalisert ved [..]. Når en person begynte å snakke direkte i forlengelse av en annen, brukte vi likhetstegnet for å indikere overlapp. Dersom en person la tydeligvekt på ord eller stavelser, ble disse markert ved store bokstaver. Av hensyn til deltakernes anonymitet transkriberte vi til normert bokmål og alle deltakerne ble tildelt fiktive navn. All transkripsjon er gjennomgått og kontrollert av en medstudent. På den måten styrkes påliteligheten.

Underveis i prosessen har forskeren og studentene diskutert valg som gjelder transkripsjonene. En utfordring var knyttet til inkludering av hendelser mellom ytringene – i dette tilfellet enig- og uenighetstegn. Etter diskusjon ble det besluttet å inkludere disse, da de var av betydning for å gjengi konteksten så nøyaktig som mulig.

Senere gjennomgikk jeg og en medstudent datamaterialet på nytt. Vi fordelte datamaterialet og gikk gjennom hver vår klasse. Vi oppdaget flere tilfeller der elevenes tegn ikke var inkludert i de opprinnelige transkripsjonene, så vi sørget for å inkludere disse. Ofte ble elevsvar gitt i form av notasjon på tavlen, og disse ble inkludert i de redigerte transkripsjonene for å forstå konteksten bedre. Vi lyttet også nøye til elevytringer som var markert som uhørbare i de opprinnelige transkripsjonene, og der det var mulig skrev vi dem ut.

3.2.3 Oversikt over datamaterialet

Totalt inneholder datamaterialet ti undervisningsøkter i matematikk over en toukers periode. Problemstillingen i denne studien tar utgangspunkt i matematiske helklassesamtaler. Derfor er det gjennomført en datareduksjon med utgangspunkt i Dillon (1994) sin definisjon av diskusjoner. I tabell 3 og 4 presenteres en oversikt over undervisningsøktene i datamaterialet.

Tabell 3: Oversikt over datamaterialet i A-klassen

Klasse: A	
1. økt	Tema for timen: Addisjon og subtraksjon, og likhetstegnet 1. Felles gjennomgang av oppgave med tallfølge (7 min) 2. Felles gjennomgang av oppgave om å lage likheter med tre tall (8 min) 3. Felles gjennomgang av oppgave om å lage likheter med tre nye tall (7 min) 4. Individuell oppgaveløsning 5. Pauseaktivitet 6. Multiplikasjonstest 7. Individuell oppgaveløsning
2. økt	Tema for timen: Addisjon og subtraksjon 1. Felles gjennomgang av oppgave om eple, banan og appelsin (9 min) 2. Lærer presenterer oppgave (1 min) 3. Diskusjon med læringsvenn om sammenheng mellom ulike 4. Felles gjennomgang av regnestykker og sammenheng mellom disse (5 min) 5. Lærer presenterer oppgave med subtraksjon (1 min) 6. Elevene løser oppgaven individuelt 7. Felles gjennomgang av oppgaven (5 min) 8. Pauseaktivitet 9. Elevene spiller et matematikkspill
3. økt	Tema for timen: Addisjon og multiplikasjon 1. Felles gjennomgang av to addisjonspyramider (10 min) 2. Felles gjennomgang om å skrive gjentatt addisjon som multiplikasjon og kobling til den kommutative loven for multiplikasjon (13 min) 3. Skrive ned den kommutative loven for multiplikasjon og arbeide i hefte 4. Pauseaktivitet

5. Multiplikasjonstest
6. Individuell oppgaveløsning

4. økt Tema for timen: Addisjon og multiplikasjon

1. Felles gjennomgang av oppgave med tre ukjente variabler (8 min)
2. Felles gjennomgang av oppgaver med multiplikasjon med ti (6 min)
3. Lærer presenterer oppgave med assosiative lov (1 min)
4. Elevene løser regnestykker sammen med læringsvenn
5. Felles gjennomgang av oppgaven (2 min)
6. Lærer presenterer ny oppgave (1 min)
7. Elevene løser regnestykker sammen med læringsvenn
8. Felles gjennomgang av oppgaven (5 min)
9. Pauseaktivitet
10. Individuell oppgaveløsning

5. økt Tema for timen:

1. Felles gjennomgang av oppgave med multiplikasjon (3 min)
2. Lærer presenterer ny oppgave (1 min)
3. Elevene diskuterer oppgaven med læringsvenn
4. Felles gjennomgang av oppgaven (5 min)
5. Lærer presenterer regnerekkefølgen (2 min)
6. Felles gjennomgang av oppgaver med fokus på regnerekkefølge (17 min)
7. Pauseaktivitet
8. Elevene spiller et matematikkspill

Tabell 3 viser A-klassen og tabell 4 viser B-klassen. Ettersom min problemstilling setter søkelys på helklassesamtaler, er sekvenser som inneholder dette kartlagt. Disse sekvensene er markert i grått, og er utgangspunktet for videre analyser.

Tabell 4: Oversikt over datamaterialet i B-klassen

Klasse: B	
1. økt	Tema for timen: Addisjon og subtraksjon. Likheter. 1. Felles gjennomgang av oppgave med tallfølge (9 min) 2. Felles gjennomgang av oppgave om å lage likheter med tre tall (6 min) 3. Felles gjennomgang av oppgave om å lage likheter med tre nye tall (16 min) 4. Pauseaktivitet 5. Multiplikasjonstest 6. Individuell oppgaveløsning
2. økt	Tema for timen: Addisjon og subtraksjon 1. Felles gjennomgang av oppgave med eple, banan og appelsin (12 min) 2. Felles gjennomgang av oppgave om å finne mønster i addisjon- og subtraksjonsstykker (7 min) 3. Elevene løser subtraksjonsstykker med læringsvenn 4. Felles gjennomgang av oppgaven om subtraksjonsstykker (9 min) 5. Pauseaktivitet 6. Elevene spiller et matematikkspill
3. økt	Tema for timen: Addisjon og multiplikasjon 1. Felles gjennomgang av to addisjonspyramider (17 min) 2. Felles gjennomgang om å skrive gjentatt addisjon som multiplikasjon og kobling til den kommutative loven for multiplikasjon (9 min) 3. Elevene skriver den kommutative loven for multiplikasjon i skrivebok 4. Pauseaktivitet 5. Multiplikasjonstest 6. Individuell oppgaveløsning
4. økt	Tema for timen: Addisjon og multiplikasjon. 1. Felles gjennomgang av oppgave med tre ukjente variabler (7 min) 2. Felles gjennomgang av oppgave med multiplikasjon av ti (5 min) 3. Felles gjennomgang av oppgave med assosiative lov (10 min) 4. Individuell oppgaveløsning – assosiative lov 5. Felles gjennomgang av oppgavene (1 min) 6. Pauseaktivitet

7. Skrive ned assosiative lov og individuelt arbeid i matematikkhefte

5. økt Tema for timen: Addisjon og multiplikasjon

1. Felles gjennomgang av oppgave med multiplikasjon og divisjon (5 min)
2. Lærer presenterer ny oppgave om den distributive lov (1 min)
3. Elevene diskuterer oppgaven med læringsvenn
4. Felles gjennomgang av oppgaven (6 min)
5. Felles gjennomgang av regning med distributive lov (12 min)
6. Lærer presenterer den distributive loven for multiplikasjon (4 min)
7. Individuelt arbeid: skrive ned distributive lov
8. Individuell oppgaveløsning
9. Pauseaktivitet
10. Elevene spiller et matematikkspill

3.3 Analysens framgangsmåte

I dette delkapittelet blir analysens fremgangsmåte gjort rede for. Analysen er en kombinasjon av deduktiv og induktiv metode. En deduktiv metode innebærer at man betegner kategorier ut fra eksisterende teori (Thagaard, 2018). I dette tilfelle er Drageset (2015b) sitt rammeverk og Santagata (2005) sine kategorier for feil benyttet. Videre er deler av prosessen induktiv, hvor det med utgangspunkt i dataene er utviklet egne begreper (Thagaard, 2018).

For å belyse forskningsspørsmålet – hvordan læreren responderer på feil i matematiske diskusjoner – kodet jeg lærerhandlingene i sekvenser med feil. Fokuset er på feil i matematiske diskusjoner, og ikke feil som skjer privat mellom lærer og elev. Analyseprosessen foregikk i to steg. Den første fasen innebar å identifisere forklaringer og svar i helklassesamtaler hos elevene og vurdere graden av riktighet. Den andre fasen innebar å koble lærerens ytringer til lærerhandlingene i det teoretiske rammeverket til Drageset (2015b).

3.3.1 Identifisering av feil

I den første delen av den første fase var det nødvendig å skille mellom elevenes forklaringer og svar, og dette viste seg å være utfordrende. For å tilnærme meg problemstillingen, baserte jeg meg på Drageset (2015a) sin elevkategori beskrevet som forklaringer. Han skiller mellom tre typer forklaringer: *forklaring av begrunnelse* (hvorfor), *forklaring av begreper* og *forklaring av handlinger* (hva og hvordan). Disse kategoriene ble brukt som retningslinjer for å skille mellom forklaringer og svar. Enhver elevytring som passet inn i en av disse kategoriene, ble kategorisert som en forklaring. Det var også hensiktsmessig å inkludere forklaring av handlinger som en form for forklaring, spesielt med tanke på forventningene man kan ha til en femteklassings forklaring. I tabell 5 er det noen eksempler som viser hva som er kodet som svar og hva som er kodet som forklaring.

Tabell 5: Svar og forklaringer

Svar	Forklaring
Eple er 4.	Fordi at når du deler, ehm, 12 med 3 så blir det 4.
(Olivia skriver 80 på tavla)	Eh, jeg tok først 500 minus 100, som er 400. Så tok jeg 80 minus 20 som er 60. Så tok jeg 7 mins 6 som er 1.

I løpet av prosessen ble det tatt flere beslutninger. Det ble bestemt at svar og forklaringer som ble gjentatt skulle bli analysert som svar. Noen ganger var svar og forklaringer innviklet i hverandre, og disse ble da kategorisert som begge deler. En del av elevytringene var verken svar eller forklaring, og disse ble ikke kategorisert. Det var for eksempel spørsmål og praktiske kommentarer fra elevene. Til tider gikk forklaringer over flere linjer med kun småord fra læreren mellom, og disse ble kategorisert som en forklaring.

En svakhet med datainnsamlingen er at enkelte ytringer er delvis eller fullstendig uhørbare. Disse var det ikke mulig å kategorisere. Det er sentralt å være oppmerksom på at disse kunne vært av betydning for resultatet, og at det dermed er en begrensning i studien. Samtidig er dette noe man må godta, og forsøke å gjøre det beste ut av.

Etter å identifisere svar og forklaringer var neste steg koding av feil. Som nevnt tidligere unngår mange å definere hva de mener med feilsvar (se kap. 2.4.3). I denne studien blir Schleppenbach et al. (2007) sin definisjon av feil brukt for å identifisere feil i helklassesamtalene. De definerer feil på to ulike måter: 1) svar som er matematiske ukorrekte, og 2) svar som læreren behandler som ukorrekt (Schleppenbach et al., 2007, s. 136).

Tabell 6: Koding av feil med utvidelser fra eget datamateriale (basert på Schleppenbach et al., 2007, s. 136)

Svar som er matematisk ukorrekt	Svar som lærer behandler som ukorrekt
Elias skriver $7 - 35 = 28$.	(Jakob går opp til tavla og skriver svaret på e – 1170) Lærer: Så savner jeg en ting før du går. (Jakob skriver på likhetstegnet)

I tabell 6 gis det eksempel fra eget datamateriale på de to ulike måtene Schleppebach et al. (2007) definerer feil. Et eksempel på et svar som er matematisk ukorrekt er når Elias skriver opp et subtraksjonsstykket som ikke er matematisk korrekt, og dermed bruker likhetstegnet feil. Det andre eksempelet illustrerer situasjonen hvor Jakob glemmer et matematisk symbol, og lærer påpeker at noe mangler. Dette er eksempel på et svar som læreren behandler som ukorrekt.

En annen avgjørelse som ble tatt i forbindelse med koding av feil er knyttet til elevytringer som inneholdt formuleringer som «jeg vet ikke» eller «jeg forstår ikke». Et eksempel på en slik elevytring er når Aksel skal lese regnerekkefølgen for klassen, men ikke kjenner igjen symbolet for subtraksjon. Eleven stopper opp og uttrykker: «jeg, jeg vet ikke hva det tegnet er.» Disse ytringene er ekskludert ettersom det er forskjell på å svare feil og å ikke kunne svare.

3.3.2 Årsaker til feil

Det er registrert 66 feil i datamaterialet. Tidlig i analysen ble det tydelig at elevene gjorde feil på forskjellige måter. Det førte til et behov for å oppsøke litteratur for å kategorisere feilene på en hensiktsmessig måte. I denne studien er Santagata (2005) sin oversikt over ulike årsaker til feil brukt for å kategorisere de ulike typene. Tabell 7 består av syv ulike årsaker til feil.

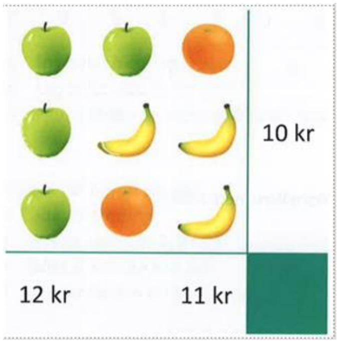
Tabell 7: Oversettelse av Santagata sin tabell over årsaker til fei med utvidelser fra eget datamateriale (basert på Santagata, 2005, s. 497)

Type feil	Oppgave	Eksempel fra transkripsjon
Beregning Eleven gjør en enkel beregningsfeil.	Elevene arbeider med addisjonspyramide. Eleven skal addere tallene 120 og 99.	Ella skriver 229 over regnestykket 120+99.
Prosedyre Eleven skal løse en matematisk oppgave eller besvare et spørsmål som krever en utvidelse av prosedyren.	Regn ut: $3468 - 197$	(Vilde løser oppgave med standardalgoritmen og skriver 10-tallet fra vekslingen på feil sted).
Forståelse Eleven må besvare en matematisk oppgave som krever at eleven lager koblinger mellom matematiske konsepter.	Elevene skal ved hjelp av de tre tallene: 7, 28 og 35 lage fire ulike regnestykker med addisjon og subtraksjon.	(Elias skriver $7 - 35 = 28$).

Prinsipper, egenskaper og definisjoner Eleven kjenner ikke igjen matematiske prinsipper eller egenskaper ved deres navn eller definerer et konsept eller en egenskap ukorrekt.		Oskar: Jeg sa ikke er lik, jeg sa det samme som. Fordi er lik tegnet det pleier du å ta når det er et svar men når du har det sånn, sier du bare at det er det samme istedenfor at det er lik.
Tegning Eleven gjør feil i tegning av figur.		
Distraksjon Feilen skyldes distraksjon hos eleven.		Ella: Eh, men når man flytter på de, eh og tar 5 minus 18 Lærer: Ja, eller 18 mins 5? Ella: Eh ja. Lærer: Ja Ella: Ehm, da ehm, blir det 13 fordi at det er 5 mindre enn 18.
Andre Alle feil som ikke passer i kategoriene ovenfor.	Aksel skal gjenta hvordan Oskar fant 13. Oskar fant 13 ved å addere 4 og 9.	Lærer: Hvordan fant Oskar 13? Aksel Aksel: åå med å ta emm syv pluss seks

Tabell 7 viser Santagata (2005) sin oversikt over ulike årsaker til feil med eksempler fra eget datamateriale. Raden med *tegning* er tom, og årsaken til dette er at tegning ikke var relevant i de observerte undervisningsøktene. Videre er det nødvendig å bemerke seg kategorien *andre*. Alle feil som ikke passer inn i kategoriene ovenfor klassifiserer Santagata til å tilhøre denne kategorien. I min studie oppsto to typer feil hyppig, og disse ville etter hennes definisjon blitt plassert i *andre*. Ettersom de forekom regelmessig, valgte jeg å definere to egne kategorier: teknisk og oppgave. I tabell 8 er det gitt forklaring på kategoriene – i tillegg til et eksempel på hver.

Tabell 8: Egendefinerte kategorier av feil

Type feil	Oppgave	Eksempel fra datamaterialet
Teknisk Eleven glemmer symbol, benevninger eller utregning	Regn ut $13 \cdot 10$	Adam skriver 130 på tavla rett bak $13 \cdot 10$ slik at det står $13 \cdot 10130$
Oppgave Elev har ikke forstått hva oppgaven spør etter	Hvor mye koster hver fruktsort? 	Aksel: Eh, eple koster 12 kroner. [noen linjer nedenfor] Lærer: Hvorfor tenker du 12 kroner, Aksel? Aksel: ehm, fordi, eh, eh, 12 eh, eh, 12 viser på rad med epler. Da tenker jeg at epler koster 12 kroner.

Noen ganger kan det være krevende å kategorisere årsaken bak feilene. En episode som var utfordrende å kategorisere var fra en undervisningstime med fokus på regnerekkefølge. Det var uklart om feilen skyldtes forståelse eller prosedyre. Eleven skulle løse uttrykket $4 \cdot 9 + 4 \cdot 16$, men ga et matematisk ukorrekt svar. Oskar forklarte hvordan han hadde tenkt:

> Først tok jeg 9 pluss 4 som er 13. Så tok jeg 4 pluss 16. Jeg tok 9 pluss 4 som blir 13, så tok jeg 4 pluss 16 som er 20. Så tok jeg 20 ganger 13. Så fant jeg utav at jeg tok 20 ganger 10 som er 200. Så tok jeg 20 ganger 3, det blir det dobbelte av 10 ganger 3. 200 pluss 60 som blir 260.

Metoden ville vært korrekt dersom regnestykket var $(4 + 9) \cdot (4 + 16)$, men i dette tilfelle førte regnerekkefølgen til at svaret ble matematisk ukorrekt. Elevens begrunnelse for hvorfor han regnet på denne måten var fordi det var enklere. Min vurdering av situasjonen er at feilen skyldes manglende forståelse og at Oskar dermed velger en tilsynelatende enklere, men feil prosedyre. Dermed kategoriseres årsaken bak Oskar sitt ukorrekte svar som *forståelse*.

Det er gjennomført to statiske tester i denne studien: t-test og Fishers eksakte test. T-testen er brukt for å undersøke om det er en signifikant forskjell mellom antall feil i de to datasettene – de to klassene. En moderne versjon av t-testen for to utvalg bygger på signifikans sannsynligheten (Ringdal, 2018, s. 386). En kortvariant av testen formulerer ikke hypotesene og går rett på utregningen av testobservator og signifikanssannsynligheten (Ringdal, 2018, s. 287). Dersom signifikantsannsynligheten er mindre enn 0,05 er utfallet statisk signifikant. Mens Fishers eksakte test er brukt for å undersøke sammenhengen mellom de ulike feilene i de to klassene. Denne testen er benyttet for å undersøke sammenhengen mellom to variabler i en krysstabell når utvalget er lite (Lydersen et al., 2019).

3.3.3 Episoder

Til forskjell fra tidligere studier som ofte har undersøkt den umiddelbare responsen på feil (Santagata, 2005; Schleppenbach et al., 2007; Tulis, 2013), fokuserer denne studien på hele sekvenser med feilsvar. Kaufmann et al. (2022) er en av få studier som har undersøkt lærerens feilhåndteringspraksis i hele sekvenser. De understreker at det er fordeler og ulemper med å kode hele episoder versus den umiddelbare responsen. Koding av hele episoder kan bedre fange opp lærerens feilhåndteringspraksis, men det er mer omfattende for koderen siden episodene har ulik lengde og flere svingninger mellom personene (Kaufmann et al., 2022). Derfor er det behov for tydelige kriterier for start og slutt på en episode. En episode starter når et ukorrekt svar blir gitt. En episode avsluttes når: 1) det er felles enighet blant elevene om ny løsning, 2) læreren gir løsningen eller 3) læreren går videre uten en løsning.

I resultatdelen er fem episoder plukket ut for å illustrere hvordan læreren responderer på feil i matematiske diskusjoner. Følgende episoder er valgt ut for å belyse problemstillingen:

Episode 1: Skrive addisjons- og subtraksjonsstykker

- Type feil: forståelse

Episode 2: Skrive addisjon- og subtraksjonsstykker

- Type feil: forståelse

Episode 3: Arbeid med distributive lov

- Type feil: beregning

Episode 4: Gjentatt addisjon som multiplikasjon

- Type feil: oppgave

Episode 5: Multiplikasjon med ti

- Type feil: teknisk

3.3.4 Lærerhandlinger

Etter å ha identifisert sekvensene med feil gikk videre analysearbeid ut på å belyse hvilke grep læreren brukte for å følge opp feilsvar i matematiske diskusjoner. Analysen tok utgangspunktet i lærerhandlingene til Drageset (2015b).

Tabell 9: Analytiske rammeverktøyet (Drageset, 2015b, 2019)

	Lærerhandlinger	
	Kode	Eksempler fra datamaterialet
Retningsendring		
Avvise	R1	Jo og da kan du ikke ta pluss ennå.
Foreslå en ny strategi	R2	Men hva må du begynne med ifølge regnerekkefølgen?
Korrigerende spørsmål	R3	Ja, hvor er det gange?
Framdrift		
Demonstrere	S1	Eeh, jeg skal gjøre sånn, så får vi oppklart den for nå. At det var den usanne (flytter på tall på smarttavlen), men jeg kunne og.. det var det vi jobbet med i den aller første mattetimen når jeg begynte her, jeg kunne gjort sånn. Og så den. (-7=28-35≠7)
Forenkle	S2	Det er litt kort, men hva tror du det er, hvis det hadde vært litt lenger?
Lukket framdrift	S3	36 pluss?
Åpen framdrift	S4	Hva tenker vi da?
Fokusering		
Belyse detalj	T1	Hvordan tenkte du nå Isak?
Begrunne	T2	Hvorfor det?
Anvende	T3	
Be elever om å vurdere	T4	Hva tenker dere?
Poengtere	T5	Okey, så vi har ti for mye da

Oppsummere	T6	Ja tre forskjellige farger og to av hver farge.
Elev får ordet	T7	Viktor?
Etterspør elevspørsmål	T8	
Etterspør alternative metoder	T9	

Tabell 9 gir en oversikt over lærerhandlingene til Drageset (2015b, 2019) med eksempel fra eget datamateriale. Enkelte rader til høyre er tomme, og det betyr at disse lærerhandlingene ikke er registrert i studien. Det er ikke observert at læreren spør etter spørsmål fra elevene eller andre metoder. Disse lærerhandlingene er relatert til hvordan læreren guider deltakelse og normene i klasserommet (Drageset, 2019).

I analysene har jeg fokusert på lærerhandlingenes funksjon fremfor lærerens intensjon bak handlingen, slik Enright et al. (2016) gjør i sin studie av lærerspørsmål. De understreker at lærerens intensjon ikke alltid er forenlig med virkningen spørsmålet får i praksis. For å illustrere hvordan man fokuserer på funksjonen heller enn intensjonen vil jeg ta utgangspunkt i en situasjon fra datamaterialet. Elevene arbeider med multiplikasjon med ti. Iben svarer at $13 \cdot 10 = 31$. Læreren spør først hva medelevene tenker, og elevene viser uenigtegn. Lærer følger opp med å stille spørsmålet: «Hva tenker du Ella?» Lærerens spørsmål virker å være ganske åpent. Ettersom jeg tar jeg studerer spørsmålets funksjon, må jeg ta hensyn til elevens svar. Ella svarer:

> Ehm, at ehm, ehm, hvis du ehm ehm. Plusser først og tar vekk den ene på 3. Ehm da ehm blir det jo ehm ehm ehm, 30 og ehm ehm blir det liksom 3 pluss ganger 10 det er 30, og men, liksom 10 ganger 10 er hundre, fordi en og en blir 10, så da blir det 130.

I eksempelet gir Ella en forklaring på hvordan hun har funnet svaret. På bakgrunn av spørsmålets funksjon er det mest presist å kategorisere lærerens handling som å *belyse detalj*.

Det er flere tilfeller hvor læreren gjentar elevenes innspill, og disse var utfordrende å kategorisere i begynnelsen. Disse gjentagelsene er kodet forskjellig i datamaterialet ettersom analysen tar hensyn til handlingenes funksjon. Enkelte ganger gjentar læreren elevsvaret umiddelbart etter at svar er gitt. Funksjonen i slike tilfeller er å be medelever om å vurdere svaret, og derav er lærerhandlingen kodet som *be om å vurdere*. Andre ganger gjentar læreren svaret uten at det er forventet at medelever skal vurdere svaret. Trolig er dette forsøk fra læreren på å peke ut viktige aspekt i løsningsprosessen eller klargjøre idéer. Slike grep er kodet som *poengtering*.

Mange lærerutsagn var utfordrende å knytte til kun en lærerhandling. Dette førte til at antallet lærerhandlinger er flere enn antall utsagn fra læreren. Dette er en utfordring andre har pekt på ved bruk av rammeverket til Drageset (2015b), for eksempel Danielsen (2022). For å eksemplifisere bruker jeg en ytring fra en oppgave hvor elevene arbeidet med regnerekkefølgen. De skulle løse regnestykket $4 \cdot 9 + 4 \cdot 16$. En elev løste først regnestykket uten å ta hensyn til regnerekkefølgen, og derfor påpekte læreren at elevene må huske regnerekkefølgen. De multipliserer derfor 4 og 9, og får 36. Læreren følger opp med: «Okey. Hvis du da skriver pluss bak 36 fordi den kan vi ikke ta før vi har ganget. 36 pluss?» I første omgang *poengterer* læreren ved å peke på viktig informasjon i løsningsprosessen om at man ikke kan addere før multipliserer. Deretter bruker læreren *lukket fremdrift,* hvor hun spør hvilket tall 36 skal adderes med. I slike situasjoner hvor det skjer flere lærerhandlinger i en ytring er flere handlinger kodet.

Flere lærerhandlinger etter hverandre er forsøkt å tolkes etter lærerens intensjon. Et eksempel er når elevene er blitt enig om ny løsning, og læreren henvender seg til Aksel: «Hva tenker du Aksel? Du tenkte noe annet i sted? Du tenker det samme som Filip?» Den første setningen er tolket etter lærerens intensjon som jeg tolker som *be om å vurdere*. Slik jeg ser det lurer læreren på hva tenker Aksel tenke om løsningen. Med det andre spørsmålet åpner læreren for eleven tenkte noe annet, derav *åpen fremdrift*. Til slutt bruker læreren *lukket fremdrift* i det tredje og siste spørsmålet. Dette er tolket etter funksjonen, hvor eleven i neste ytring kun svarer: «Ja.»

Til tider var det utfordrende å finne en eksisterende lærerhandling i Drageset (2015b) sitt rammeverk som passet lærerens utsagn. Jeg fant det derfor nødvendig å opprette egne kategorier for lærerhandlinger. I tabell 10 presenteres mine egne kategorier for lærerhandling med forklaring og et konkret eksempel fra datamaterialet.

Tabell 10: Egendefinerte lærerhandlinger

Lærerhandling	Kode	Forklaring	Eksempel fra datamaterialet
Lærer vurdering	E1	Læreren gjør en direkte vurdering av løsningen. Gir uttrykk for om hun er enig eller uenig, eller påpeker mangler med løsning	Lærer: Så skjønner jeg at det mangler noe. Da tenker jeg ikke de plassene her, men der. Det mangler noe.
Ros /oppmuntring	E2	Læreren gir positiv tilbakemelding eller oppmuntrende ord	Lærer: Ja og nå jobber Oskar knallhardt her, her framme. Jeg er imponert.
Be om hjelp	E3	Læreren henvender seg til enkelte elever eller klassen, og ber om bidrag for å hjelpe	Lærer: Skal du hjelpe Kasper?
Endre	E4	Læreren gjør et poeng ut av at eleven har endret tankesett eller spør elever om de ønsker å endre svar	Lærer: Det Vilde sa der. Det var at hun endret seg nesten før hun var ferdig. Hun sa å nei der så jeg på feil tall og så visket hun det vekk og endret tankesettet

Drageset (2015b) har en lærerhandling, *be om å vurdere*, hvor læreren spør medelever om å vurdere svaret som kommer. I min studie var dette et lærergrep som ble benyttet hyppig. Likevel oppdaget jeg ved noen anledninger at læreren selv direkte vurderte svaret, enten ved å gi uttrykk for enighet/uenighet eller ved å påpeke mangler. På bakgrunn av dette opprettet jeg en kategori kalt *lærer vurderer*. Enda et grep fra læreren som jeg ofte identifiserte i forbindelse med feil var lærerens bruk av ros eller oppmuntrende ord. Det ble enten brukt for å holde elevenes mot oppe underveis eller gitt avslutningsvis i løsningsprosessen. Et tredje grep læreren brukte når elever sto fast eller møtte på utfordringer var at læreren henvendte seg til klassen og spurte om hjelp. Denne kategorien valgte jeg å kalle *be om hjelp*. Den fjerde og siste kategorien omtalte jeg som *endre*. Det er handlinger som handler om å endre tanker etter å ha fått nye innspill

Etter å ha definert egne kategorier var det fremdeles noen lærerhandlinger som var krevende å kategorisere. Innimellom brukte læreren småord som for eksempel: «hm», «ja» og «okay». Disse ble ikke kodet. Ellers var det noen lærerhandlinger som handlet om bruk av tavlen, hvem som var enige/uenige og hvem som var neste til å svare på oppgaven. Slike ytringer ble ikke kategorisert siden de hadde en liten observerbar funksjon.

3.3.5 Eksempel på analyseprosessen

Som forsker er det viktig å synliggjøre forskningsprosessen, og gi konkrete og spesifikke beskrivelser av framgangsmåten i utviklingen av data (Postholm & Jacobsen, 2018). Analysene er basert på Santagata (2005) sin oversikt over ulike feil, og lærerhandlingene i det teoretiske rammeverktøyet til Drageset (2014, 2015b). I tillegg til egne utvidelser. I dette delkapittelet vil analyseprosessen bli belyst ved hjelp av to utdrag. I tabellene presenteres primærdataen i kolonnene med *hvem* og *utsagn/hendelse* med nummerering. De to kolonnene til høyre i tabellen, er mine egne kommentarer og fortolkninger basert på rammeverkene.

Utdraget fra transkripsjonene er presentert i tabell 11. Episoden tilhører en matematikktime, hvor det matematiske fokuset er addisjon og subtraksjon. I oppgaven skulle elevene skrive ulike addisjon- og subtraksjonsregnestykker med de tre tallene 5, 13 og 18. Iben foreslår regnestykket $5 - 18 = 13$. Feilen er identifisert etter Schleppenbach et al. (2007) sin definisjon av feil, og i denne situasjonen som *svar som er matematisk ukorrekt*. Utdraget nedenfor er en del av en episode som involverer feil knyttet til *forståelse* – forståelse av likhetstegnet.

Tabell 11: Eksemplifisering av analyseprosessen

Nr.	Hvem	Utsagn/hendelse	Santagata (2005)	Drageset (2014, 2015b)
1-120 (121)		(Iben skriver $5 - 18 = 13$)	Forståelse	
1-121	Lærer	Iben sier 5, minus 18, er lik 13. Hva tenker vi?		T4 – Be elever om å vurdere
1-122	Elever	(Uenigtegn og enigtegn, noen rekker opp hånden)		
1-123	Lærer	Okay. Noen tenker noe annet, noen er enige. Og noen viser ikke helt. Vi ser dere. Olivia hva tenker du?		T4 – Be elever om å vurdere
1-124	Olivia	Eh, det går ikke. Fordi hvis du har 5 og tar minus 18 så går ikke det.		
1-125	Lærer	Hvorfor går ikke det?		T2 – Begrunne
1-126	Olivia	Fordi da blir det minustall		
1-127	Lærer	Da blir det minustall sier Olivia, stemmer det? Hvis		T5 – Poengtere

		du har 5 og tar vekk 18 så blir det minustall?		T4 – Be elever om å vurdere
1-128	Elever	(Enigtegn)		
1-129	Lærer	Okay. Så det går ikke hvis vi vil ha et liksom sånn positivt tall? Et sånn telletall? Det går ikke da?		T5 – Poengtere T5 – Poengtere T4 – Be elever om å vurdere
1-130	Ella	Nei		

Tabell 11 eksemplifiserer lærerhandlingen *be om å vurdere*. Den første gangen overlater læreren vurderingen av svaret til hele fellesskapet (1-121). Den andre gangen spør en enkeltelev om hva hun tenker om svaret (1-123). Eleven forteller at svaret ikke er mulig. Denne kategoriseringen er gjort på bakgrunn av funksjonen spørsmålet får. Altså er elevens respons tatt hensyn til. Deretter ber læreren eleven om å begrunne hvorfor det ikke er mulig (1-125). Eleven begrunner med å uttrykke at det gir et negativt tall.

På linje 1-127 er et eksempel på koding av utsagn med flere lærerhandlinger. Den første delen av lærerens utsagn er koblet til lærerhandlingen *poengtering*. Årsaken bak denne kategoriseringen er at læreren repeterer og tydeliggjør poenget til Ella. Den andre delen av utsagnet er knyttet til handlingen *be elever om å vurdere*. Dette er et eksempel på en ytring som er kodet etter sin funksjon. Raden nedenfor viser nemlig elevene sin tenkning ved hjelp av tegn.

3.4 Studiens kvalitet

Kvaliteten på forskning bestemmes ut fra hvordan kunnskapen er produsert (Postholm & Jacobsen, 2018). Derfor må forskeren på en kritisk måte beskrive hvordan kunnskapen i forskningsteksten er konstruert. Funnene i teksten er forskerens forståelse av situasjonen som er studert, og den er begrenset til innrammingen av problemstilling og forskningsspørsmål (Postholm & Jacobsen, 2018). Forskeren må undersøke kritisk hvordan rollen hennes har påvirket undersøkelsesopplegget og datainnsamlingen som har formet resultatet (Postholm & Jacobsen, 2018). Forskeren må plassere egne funn i relasjon til annen forskning for at forskningen skal få høy kvalitet (Postholm & Jacobsen, 2018). Da må man undersøke tidligere teori og annen forskning på området og gi mening til egne data ut ifra dette.

3.4.1 Reliabilitet (pålitelighet)

Relabilitet dreier seg om en vurdering av forskningens pålitelighet (Thagaard, 2018). Det handler om at forskningen er gjennomført på en troverdig og tillitsvekkende måte. Tradisjonelt har pålitelighet handlet om at forskningsresultatene kan gjentas og reproduseres på andre tidspunkt og av andre forskere (Postholm & Jacobsen, 2018). En slik repliserbarhet er ikke lenger et kriterium for kvalitative metoder i nyere forskning (Thagaard, 2018). Nyere perspektiver på reliabilitet fokuserer på at forskeren må argumentere for påliteligheten gjennom en redegjørelse for utviklingen til dataen i forskningsprosessen (Thagaard, 2018).

Et sentralt aspekt knyttet til reliabiliteten til undersøkelsen og forskeren innebærer at forskeren synliggjør forskningsprosessen slik at andre kan reflektere over den (Postholm & Jacobsen, 2018). Forskeren må gi konkret og spesifikke beskrivelser av fremgangsmåten i utviklingen av data (Thagaard, 2018). I kapittel 3.3 forklares tilnærmingen til datamaterialet, og avgjørelser som ble tatt i forskningsprosessen. For å styrke påliteligheten er datamaterialet gjennomgått flere ganger på ulike tidspunkter. Samtidig er det sentralt å tydeliggjøre skillet mellom primærdata og forskerens egne kommentarer og fortolkninger. I kapittel 3.3.5 kan leseren se hvordan resultatene i studien presenteres, og det synliggjøres hva som er primærdata og hva som er forskerens egne kommentarer. Hensikten med en slik synliggjøring er at uforstående kan vurdere kvaliteten på prosessen og verdien av resultatene (Thagaard, 2018).

Enda et aspekt i diskusjonen om pålitelighet innebærer registrering av alt som skjer (Postholm & Jacobsen, 2018). I denne studien er det brukt video- og lydopptak, som hjelper oss både med å ikke glemme informasjon og gir forskeren muligheten til å studere opptakene gjentatte ganger. I tillegg gir en slik innsamling, data som er mer uavhengig av forskerens oppfatninger ettersom forskeren ikke må rekonstruere hendelser (Thagaard, 2018).

Relabilitet styrkes når flere samarbeider om et prosjekt (Thagaard, 2018). I denne studien har datainnsamling skjedd i fellesskap og flere har gjennomgått transkripsjonene. Underveis i analysearbeidet har jeg diskutert med veileder – som har fungert som en kritisk samtalepartner. I tillegg har jeg diskutert med en medstudent som bruker samme rammeverktøy.

3.4.2 Validitet (gyldighet)

Validitet knyttes til resultatene av forskningen og hvordan vi tolker dataene (Thagaard, 2018). Det handler om gyldigheten av de resultatene forskeren kommer frem til. Ifølge Postholm og Jacobsen (2018) dreier indre gyldighet seg om to forhold. Det første forholdet handler om hvor stor grad det er av samsvar mellom virkeligheten man studerer og analyserer, og teorien som brukes for å beskrive virkeligheten. Det andre forholdet handler om hvorvidt man har grunnlag for å uttale seg om årsak og virkning ut fra studien man har gjort.

I kvalitativ forskning handler indre gyldighet om i hvor stor grad abstrakte begreper er meningsfulle for forskningsfeltet og leseren (Postholm & Jacobsen, 2018). Forskeren må sikre at det er grunnlag for analysene og tolkningene i datamaterialet og sammenheng mellom beskrivelser og tolkninger (Postholm & Jacobsen, 2018). Denne studien tar utgangspunkt i et velkjent og allerede eksisterende rammeverk for kommunikasjon i matematiske klasserom utviklet av Drageset (2015b). Dersom lærerens handlinger ikke passer inn i de eksisterende kategoriene kan det være aktuelt å utvikle egendefinerte kategorier. For å styrke gyldigheten i analysene og tolkningene vil prosessen bli synliggjort og beskrivelser av de nyoppståtte kategorier vil bli gitt.

Overførbarhet eller generalisering til andre kontekster er en del av den ytre gyldigheten (Postholm & Jacobsen, 2018). De fleste forskere har som intensjon at resultatene skal være gyldige utenfor konteksten man har studert. Dersom man har studert praksis på én skole, handler det om hvordan den kan overføres til en annen skole, eller til en annen kommune. For enhver matematikklærer vil det å håndtere feil i klasserommet være en del av hverdagen. Denne studien gir oss et praktisk eksempel på hvordan en lærer følger opp slike elevinnspill. Jeg anerkjenner at studien kun er basert på én lærer og dermed ikke kan generaliseres til andre lærere. Samtidig kan studien gi økt kunnskap og inspirere til diskusjon, og på den måten kan læreres håndtering av feil utvikles.

3.5 Forskningsetiske vurderinger

All forskning krever at forskere forholder seg til etiske prinsipper som gjelder i forskningsmiljøet (Thagaard, 2018). Som forsker må man følge retningslinjer for god forskning og man har et etiske ansvar (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 245). De forskningsetiske vurderingene som forskeren gjør, må være begrunnet i anerkjente normer, for eksempel NESH (2021) sine retningslinjer. De har utviklet retningslinjer for samfunnsvitenskapelig og humanistisk forskning. Retningslinjene skal være rådgivende og bidra til å utvikle forskningsetisk skjønn og refleksjon, og i tillegg fremme ansvarlig forskning og forebygge uredelighet. Forskeren sin oppgave er å identifisere og vurdere etiske dilemma, og vise refleksjon og velbegrunnet skjønn (NESH, 2021) . I studier som innebærer behandling av personopplysninger er det særskilte etiske regler (Thagaard, 2018).

3.5.1 Frivillighet og informert samtykke

Som forsker må man ta ansvar ovenfor personene i forskningen (NESH, 2021). Grunnleggende forutsetninger for deltakelse i forskningen er frivillighet og god informasjon (NESH, 2021; Postholm & Jacobsen, 2018). Det understrekes at et samtykke til deltakelse skal være frivillig, informert, utvetydig og dokumenterbart.

Et frivillig samtykke innebærer at personen får velge om de ønsker å delta i forskningen, uten ytre press eller begrensninger av valgfrihet (NESH, 2021; Postholm & Jacobsen, 2018). Forskeren må sørge for at deltakerne ikke blir presset ved bruk av belønning eller negative konsekvenser. I tillegg må deltakerne informeres om at de til enhver tid kan avbryte sin deltakelse, uten begrunnelse eller at det får negative konsekvenser (NESH, 2021). Et informert samtykke innebærer å gi tilstrekkelig informasjon om hva det innebærer å delta i forskningen. Deltakerne skal informeres om blant annet undersøkelsen, fordeler og ulemper den kan medføre, hvordan opplysninger samles inn og hvordan de brukes. I tillegg til informasjon om lagring og bruk av data, konfidensialitet og anonymisering (se vedlegg 3).

De to siste aspektene handler om at samtykket må være utvetydig og dokumenterbart (NESH, 2021). Et tvetydig samtykke innebærer at deltakerne aktivt og entydig at gitt uttrykk for et ønske om å delta i forskningen (NESH, 2021). Det siste punktet er at samtykket bør være dokumenterbart. Vanligvis ivaretas dette ved bruk av en samtykkeerklæring som er dokumentert skriftlig, med lydopptak eller på film (NESH, 2021). I dette tilfellet er samtykket dokumentert gjennom et skriftlig samtykkeskjema, (se vedlegg 3). Dette ble innhentet av den prosjektansvarlige før datainnsamlingen ble igangsatt. Ettersom forskningen foregår på barn innebærer det særlige krav til beskyttelse (NESH, 2021). Da må samtykke hentes både fra foresatte og fra barn. Uten samtykke fra begge parter kan ikke barnet inkluderes i forskningen.

3.5.2 Konfidensialitet

Den innsamlede informasjonen fra deltakerne skal behandles konfidensielt. Konfidensialitet er et løfte om at informasjonen skal behandles fortrolig og ikke formidles ut over avtalen (NESH, 2021). Thagaard (2018) viser til at prinsippet om konfidensialitet handler både om at deltakerne skal anonymiseres i presentasjon av resultatene, og at opplysningene om deltakerne skal lagres på en forsvarlig måte. Deltakerne sitt privatliv er beskyttet gjennom at de har fått pseudonymer i tekster som skrives, både i transkripsjoner og i endelig tekst. På den måten er det vanskelig å koble informasjon til enkeltpersoners identitet.

Lagring og deling av datamateriell er en av flere forskningsetiske vurderinger man må ta stilling til som forskere (NESH, 2021). Thagaard (2018) understreker at informasjonen skal lagres forsvarlig og være utilgjengelig for uvedkommende. I denne studien er forskningsmaterialet lagret på en sikker serverløsnings med totrinns-autentisering kalt Nextcloud. Materialet er kun delt til forskere og masterstudenter. Etter prosjektslutt som er forventet å være sommeren 2027 vil alle lyd- og videopptak slettes og kun anonymiserte transkripsjoner vil beholdes.

Personifiserende opplysninger skal lagres sikkert og separat fra øvrig forskningsmateriell (Thagaard, 2018). Vi lagret derfor video- og lydopptak i Nextcloud, mens navnelister og lignende ble lagret på en lukket Teams kanal. Kontaktopplysninger ble lagret sikkert adskilt fra øvrige data.

3.5.3 Meldeplikt

Forskningsprosjekter som behandler personopplysninger faller inn under personopplysningsloven 2001, og det gjør prosjektet meldepliktig (Thagaard, 2018). Denne meldeplikten gjelder selv om alle deltakere er anonymisert ved publisering (Postholm & Jacobsen, 2022). Ettersom dette prosjektet omfatter behandling av personopplysninger, må prosjektet meldes til Sikt, tidligere omtalt som NSD. I forkant av datainnsamlingen har den prosjektansvarlige lagt inn søknad og fått prosjektet godkjent, (se vedlegg 2).

4 Resultater

Formålet med denne studien er å undersøke hvordan en matematikklærer følger opp feil i matematiske diskusjoner. I dette kapittelet presenteres funnene fra analysen. For å belyse forskningsspørsmålet vil den første delen av resultatkapittelet (kap. 4.1), presentere en oversikt over hvilke feiltyper som ble oppdaget i klassene. Deretter vil delkapittel 4.2 presenteres en oversikt over lærerhandlingene i forbindelse med ulike typer feil. Den siste og største delen av kapittelet (kap. 4.3) vil, med utgangspunkt i utvalgte episoder, forsøke å belyse lærerens håndtering av feil.

4.1 Funn angående hvilke typer feil som er observert

Etter å ha analysert ti undervisningstimer av en matematikklærer, er 66 feil registrert i matematiske helklassediskusjoner. Denne studien fokuserer på feilsvar fra elevene, og ikke på lærerens feil. Feilene oppsto enten verbalt eller non-verbalt gjennom notasjon på tavlen. Etter å ha identifisert feilene ble de kategorisert etter Santagata (2005) sine årsaker til feil. Underveis identifiserte jeg to typer feil som oppsto jevnlig, og derfor definerte jeg to egne kategorier – teknisk og oppgave (kap. 3.3.2). I tabell 12 presenteres en oversikt over de ulike feilene som oppsto i de to klassene.

Tabell 12: Oversikt over ulike typer feil i 5A, 5B og i begge klasser

Ulike typer feil	5A	5B	Totalt
Beregning	5	5	10
Prosedyre	0	1	1
Forståelse	10	12	22
Prinsipper, egenskaper og definisjoner	3	8	11
Tegning	0	0	0
Distraksjoner	2	1	3
Teknisk	3	2	5
Oppgave	5	7	12
Andre	2	0	2
Totalt	30	36	66

Totalt ble 66 svar eller forklaringer registrert som feil etter definisjonen til Schleppenbach et al. (2007). De var enten 1) *svar som var matematisk ukorrekte* eller 2) *svar som læreren behandlet som ukorrekte*. I løpet av de fem matematikktimene i hver klasse ble det registrert 30 feil i A-klassen, mens B-klassen hadde seks flere feil. Tabellen kan indikere at det er høy forekomst av feil i klassene. Derfor er det nødvendig å gi en kort kommentar i tilknytning til omfanget. Analysen er gjort på ytringsnivå, og dermed er hver ytring som inneholder feil registrert som en feil. Det betyr at en episode kan inneholde flere feil. I noen tilfeller oppsto det kun én feil per episode, mens i andre tilfeller kunne det være opptil fem feil i samme episode.

Resultatene indikerer at de mest fremtredende feilen i begge klassene var knyttet til forståelse. I A-klassen ble det registrert ti slike feil, mens B-klassen hadde tolv. Totalt var 22 av 66 registrerte feil relatert til forståelse. Andre feiltyper som oppsto hyppig, var beregningsfeil og oppgaverelaterte feil. Antallet beregningsfeil var likt i begge klassene, mens det det var to flere oppgaverelaterte feil i B-klassen.

Antallet på de ulike feiltypene er jevnt i begge klassene. Tabell 12 viser at som oftest kun er en til to feil i forskjell per feiltype. De statiske testene som ble omtalt i metodekapittelet indikerer også at forskjellene ikke er betydelige. Resultatene fra t-testen ga en p-verdi på 0,62 som medfører at $p>0,05$, og dermed indikerer at forskjellene ikke er signifikante. Det betyr at antall feil mellom de to klassene ikke er signifikant forskjellige. Videre er det gjennomført en Fishers eksakt test for å undersøke sammenhengen mellom de ulike type feilene i de to klassene. Testen ga en p-verdi på 0,72, og ettersom $p>0,05$ er det ikke en signifikant forskjell. Det betyr at det ikke er spesielt store forskjeller på typen feil i de to klassene.

Tabell 12 kan gi et noe skjevt inntrykk av hyppigheten til feiltypen *prinsipper, egenskaper og definisjoner*. I B-klassen virker denne kategorien å være mer fremtredende enn den faktisk er. Det skyldes en episode hvor læreren spør etter hvilket tall multiplikasjonstabellen begynner på. Flere elever gir forslag til løsning før riktig svar blir gitt. Ettersom alle ytringer med feil registreres som en feil, ble totalt fem feil registrert i kategorien *prinsipper, egenskaper og definisjoner*. Det fører til at resultatene kan virke noe misvisende.

Feil som oppsto i mindre grad var *distraksjoner*, *tekniske* og *andre*. Feil i *tegning* var fraværende i begge klasser. Denne kategorien var ikke relevant i undervisningen som ble observert.

4.2 Funn angående lærerens oppfølging av feil

Etter å ha identifisert feil og episodene med feil i matematiske diskusjoner, var neste steg å analysere lærerens handlinger i disse situasjonene. Analysene tok utgangspunkt i lærerhandlingene i det teoretiske rammeverket til Drageset (2015b, 2019). Den første delen av kapittelet presenterer en oversikt over lærerhandlingene til Drageset (2015b, 2019) i forbindelse med Santagata (2005) sine årsaker til feil. Den andre delen av kapittelet gir noen kommentarer til de egendefinerte lærerhandlingene.

4.2.1 Funn relatert til Drageset sitt rammeverk

I dette delkapittelet er søkelyset på hvordan læreren responderer på feil i matematiske diskusjoner. Tabell 13 viser en oversikt over lærerhandlingene til Drageset (2015b, 2019) i sammenheng med Santagata (2005) sine og egendefinerte feiltyper.

Tabell 13: Oversikt over lærerhandlingene til Drageset i forbindelse med ulike typer feil basert på Santagata

Ulike typer feil	Retningsendring	Fremdrift	Fokusering
Beregning	0	20	78
Prosedyre	0	0	1
Forståelse	13	86	115
Prinsipper, egenskaper og definisjoner	8	9	4
Tegninger	0	0	0
Distraksjoner	3	5	5
Tekniske	2	4	9
Oppgave	7	27	50
Andre	0	0	3

Resultatene presentert i tabell 13 gir noen indikasjoner på lærerens respons i forbindelse med ulike typer feil. Overordnet viser funnene at læreren i stor grad anvender fremdrifts- og fokuseringshandlinger som respons på feil. Når det gjelder feil knyttet til forståelse, er det observert at læreren ofte brukte fremdrifts- og fokuseringshandlinger. Den mest dominerende responsen er fremdriftshandlingen – *lukket fremdrift* (69). Videre ble fokuseringshandlingene – *be om å vurdere* (31), *elev får ordet* (30), *poengtere* (29) og *belyse detalj* (18) – ofte brukt som respons på slike feil. For beregningsfeil brukte læreren vanligvis fokuseringshandlingene *be om å vurdere* (39), *elev får ordet* (17) og *belyse detalj* (10). I tillegg var *lukket fremdrift* (17) en vanlig respons i oppfølgingen av beregningsfeil. Tilsvarende brukte læreren ofte fremdrifts- og fokuseringshandliner for oppgaverelaterte feil. De mest brukte var fokuseringshandlingene – *be om å vurdere* (22), *elev får ordet* (13) og *poengtering* (7), og fremdriftshandlingen – *lukket fremdrift* (17).

Tekniske feil og feil i tilknytning til prinsipper, egenskaper og definisjoner, forekom sjeldnere og var ofte preget av korte episoder. Som resultat av dette er et betydelig lavere antallet lærerhandlinger registrert. Materialet er dermed begrenset, men gir noen indikasjoner på lærerhandlinger som skjer oftere enn andre. De mest vanligste lærerhandlingene for tekniske feil var fremdriftshandlingen *lukket fremdrift* (4), og fokuseringshandlingene *elev får ordet* (3) og *be om å vurdere* (5). For feil av typen prinsipper, egenskaper og definisjoner, ble retningsendringshandlingen *avvise* (6) og fremdriftshandlingen *lukket fremdrift* (7) ofte registrert.

Datamaterialet i studien er begrenset, og det gjør det utfordrende å fastslå den vanligste lærerresponsen for de feilkategoriene som oppsto sjeldnere. Det gjelder spesielt for feiltypene som er omtalt som distraksjon, prosedyre og andre, i denne studien,

4.2.2 Funn relatert til egne lærerhandlinger

I kapittel 3.3.4 presenterte jeg egne kategorier som ble utviklet underveis i analyseprosessen. Tabell 14 viser en oversikt over de fire egendefinerte kategoriene: *lærervurdering, positive tilbakemeldinger/oppmuntring, be om hjelp* og *endre,* i sammenheng med ulike feil.

Tabell 14: Oversikt over egendefinerte kategorier

Ulike typer feil	Lærer vurdering	Ros eller oppmuntring	Be om hjelp	Endre
Beregning	1	4	8	8
Prosedyre				2
Forståelse	1	11	5	2
Prinsipper, egenskaper og definisjoner			1	
Tegninger				
Distraksjoner			1	
Tekniske	7			1
Oppgave		4		4
Andre	0	0	0	0

I tabell 14 er det noen lærerhandlinger som skiller seg ut i forbindelse med visse typer feil. En lærerhandling som utpeker seg, er vurdering fra læreren. I sammenheng med tekniske *vurderte* ofte læreren svaret. Ingen andre feiltyper har tilsvarende omfang av denne kategorien. *Ros eller oppmuntring* var en annen kategori som ofte ble registrert i forbindelse med flere ulike typer feil, blant annet forståelse, beregning og oppgave. Et tredje interessant funn er at læreren ofte spurt om hjelp eller om elevene ville endre svar i forbindelse med beregningsfeil.

Det er nødvendig å understreke at tomme ruter i tabellen indikerer at det ikke var funn knyttet til kategoriene. Det er ikke mulig å utelukke at slike lærerhandlinger forekommer som respons på feil, men de ble ikke registrert i mitt datamateriale. Videre er det sentralt å være oppmerksom på at det er stor variasjon i omfang av de ulike feil typene som fører til forskjellig antall lærerhandlinger, og dermed er det vanskelig å sammenligne resultatene.

4.3 Funn relatert til episoder

I dette delkapittelet vil studien belyse lærerens respons på ulike feil med utgangspunkt i fem episoder. Hvorvidt episoden tilhører A- eller B-klassen er ikke av betydning, da antallet feil og typen feil ikke er signifikant forskjellig mellom de to klassene. De to første episodene som presenteres fokuserer på lærerens håndtering av feil knyttet til forståelse. Den tredje episoden undersøker lærerens oppfølging av en beregningsfeil, mens den fjerde episoden illustrerer lærerens respons på feil som skyldes manglende forståelse av oppgaven. I den femte og siste episoden blir lærerens håndtering av tekniske feil belyst.

Hver episode blir kort forklart i begynnelsen av hvert delkapittel. Resultatene for hver episode blir presentert i to faser: 1) identifisering av feil og kobling til Santagata (2005) sine eller egendefinerte kategorier av feil, og 2) lærerens handlinger, og kobling til Drageset (2015b) sitt rammeverk og egendefinerte kategorier.

4.3.1 Episode 1 – forståelse

Den første episoden finner sted midt i den matematiske diskusjonen under den første undervisningsøkten i B-klassen. Det matematiske fokuset i timen er addisjon og subtraksjon. Tidligere har læreren og elevene samarbeidet om å utforske en oppgave som involverer tallrekker med endring. Videre skal elevene skrive fire addisjon- og subtraksjonsstykker ved hjelp av tre utvalgte tall. Til å begynne med lager elevene fire regnestykker med tallene 3, 15 og 18 uten å møte på noen utfordringer. Underveis blir hvert regnestykke vurdert som korrekt av det matematiske fellesskapet. Senere øker læreren vanskelighetsgraden ved å endre tallene til 7, 28 og 35. Elias foreslår uttrykket «$28 - 35 = 7$». Som vanlig evaluerer medelevene løsningen, og noen elever viser at de er uenige. Det er denne feilen og lærerens respons som vil bli belyst i denne episoden.

4.3.1.1 Første fase

Feilen er identifisert etter Schleppenbach et al. (2007) sin definisjon av feil, og kategorisert som *svar som er matematisk ukorrekt*. Denne feilen skyldes ukorrekt bruk av likhetstegnet, og er trolig et resultat av manglende forståelse for likhetstegnet. Derfor er feilen kategorisert som *forståelse* i henhold til Santagata (2005) sine beskrivelser av ulike feil. Denne oppgaven krever at eleven har gode koblinger mellom matematiske konsepter, og her er trolig elevens forståelse av likhetstegnet ufullstendig.

Denne episoden strekker seg fra linje 151 til linje 179. Episoden begynner når eleven skriver det ukorrekte regnestykket på tavla, og den avsluttes når læreren beveger seg videre til en ny oppgave.

4.3.1.2 Andre fase

Den umiddelbare responsen fra læreren på Elias sin løsning er å *be elevene om å vurdere* (T4). Tabell 15 illustrerer situasjonen hvor læreren stiller spørsmålet: «Hva tenker vi?» Medelevene følger opp ved å vise deres tenkning ved hjelp av tegn. Med dette spørsmålet overlater læreren vurderingen til medstudentene. Altså er spørsmålet kategorisert som *be om å vurdere* etter funksjonen spørsmålet fikk.

Tabell 15: Eksempel på lærerens bruk av «be om å vurdere"

Nr.	Hvem	Utsagn/hendelse	Santagata (2005) eller egendefinert	Drageset (2014, 2015b) eller egendefinert
6-149		(Elias skriver $7 - 35 = 28$)	Forståelse	
6-150	Lærer	Hva tenker vi?		T4 – Be om å vurdere
6-151	Elever	(Uenigtegn og enigtegn)		

Læreren spurte medelevene ofte om å vurdere svar i sammenheng med forståelsesrelaterte feil. Faktisk etterspurte læreren en slik respons uavhengig om svaret var korrekt eller ikke, og da må elevene lytte til og tenke gjennom hverandres idéer. På denne måten orienterer læreren elevene mot hverandres løsninger.

Etterpå henvender læreren seg til Sander, og spør hva han tenker. Læreren navngir Sander, og dermed er handlingen kategorisert som *elev får ordet* (T7). Det fører til at flere elever blir invitert inn i samtalen rundt feilen. Dette var en vanlig lærerhandling i sammenheng med feil relatert til forståelse. Etter at Sander får ordet uttrykker han: «At det ikke går an.» På bakgrunn av at elevens ytring involverer en vurdering av svaret, er lærerens spørsmål kategorisert som *be om å vurdere* (T4). Denne vurderingen skiller seg fra eksempelet i tabell 15, da læreren i dette tilfelle kun henvendte seg til en elev og ikke hele fellesskapet for en vurdering.

Som et resultat av Sander sin antakelse om at det ikke går, ber læreren Sander om å begrunne svaret ved å stille spørsmålet: «Hvorfor det?» Som regel brukes kategorien for å begrunne hvorfor et svar er korrekt, men i dette tilfellet ber læreren eleven om å begrunne hvorfor et svar ikke er korrekt. Mine analyser indikerer at læreren forsøker å få elevene til å reflektere over hvorfor løsningen ikke fungerer, og at elevene skal hjelpe hverandre til å arbeide seg gjennom feilen. Sander følger opp lærerens spørsmål ved å si: «Fordi 7 minus 35 er jo, det går ikke an.» Læreren responderer ved å benytte den mye brukte fokuseringshandlingen *poengtere* (T5) når hun uttrykker: «Det går ikke an hvis vi skal ha positive tall?» I denne ytringen endrer læreren den originale ytringen og legger til informasjon som fører til at Sander sitt poeng blir tydeligere.

Læreren spør deretter Elias om han har lyst til å gjøre det. Trolig er lærerens henvendelse basert på et ønske om å få Elias til å endre svaret på tavla. Ettersom lærerens intensjon virker å være en etterspørsel om å skrive et nytt svar på tavla, er handlingen tolket som *lukket fremdrift* (S3). Samtidig ber læreren Sander om å gjenta begrunnelsen sin. Muligens ønsker læreren at eleven skal gjenta for å utdype sentrale detaljer slik at elevene får en kollektiv forståelse av oppgaven. Sander svarer: «Eh, atte, 28, 7 fungerer ikke, fordi du trenger et større tall.» Læreren presiserer Sander sitt poeng ved å gjenta at de har behov for et større tall. Sannsynligvis ønsker læreren at elevene skal legge merke til sentral informasjon som er viktig for å løse oppgaven. Denne lærerhandlingen er kategorisert som *poengtering* (T5).

Senere forsøker læreren å veilede elevene trinnvis videre i løsningsprosessen. Hun stiller spørsmålet: «Ja, så hva kan man gjøre?» Dette er et forsøk på å få elevene til å foreslå måter å løse problemet på. Med dette spørsmålet spør læreren om hva de skal gjøre videre i prosessen, og derfor er handlingen kategorisert som *lukket fremdrift* (S3). Sander foreslår å bytte på tallene, og læreren endrer på tallene. Enda en gang benytter læreren *lukket fremdrift* (S3) når hun spør: «Skifte på 7 og 35?» Denne situasjonen illustrerer hvordan læreren splitter oppgaven i mindre deler, og spør om et steg i prosessen om gangen. Det fører til at oppgaven blir enklere for elevene ettersom de kognitive utfordringene reduseres når læreren tar ansvar for prosessen. Sander foreslår: «Nei, ikke skift ut 35, nei jeg mener 28 minus 35 er lik 7.» Læreren endrer likheten etter Sander sitt innspill, og læreren inviterer medelevene til å vurdere løsningen som har kommet frem. Denne handlingen er kodet som *be elever om å vurdere* (T4). Medelevene viser tegn til å være uenig med løsningen «$28 - 35 = 7$» og Sander sier at læreren må skifte de andre tallene og. Enda en gang bruker læreren *lukket fremdrift* (S3) ved å si: «Må jeg skifte de og da?» Dette er enda et eksempel på at læreren spør om hva de skal gjøre videre i prosessen. Som et resultat av elevenes innspill endrer læreren tallene, og uttrykker at hun vil vite hva resten av elevene tenker om den nye løsningen ($35 - 28 = 7$) når hun snur seg. På den måten overlater læreren igjen vurderingen til elevene, og dermed er ytringen kategorisert som *be om å vurdere* (T4).

Omtrent samtidig som læreren ber om vurdering, uttrykker Elias: «Men det er akkurat det samme.» Mine analyser tyder på at eleven fremdeles har vansker med å forstå forskjellen på $28 - 35 = 7$ og $35 - 28 = 7$. Det fører til at læreren får et behov for å gi en forklaring til Elias sitt innspill. Hun uttrykker: «Det er nesten, men to tall byttet plass, og det er en sånn sammenheng som vi skal oppdage litt. Vi får se hva vi finner ut av videre, om vi klarer å finne svar på dette. Okei, neste er Viktor.» Dette er et eksempel på at læreren *avviser (*R1) elevens innspill når hun sier: «Det er nesten.» Samtidig gir hun en kort forklaring om at tallene har byttet plass. Dette er kodet som *oppsummere* (T6) ettersom læreren understreker funn fra tidligere i løsningsprosessen. Deretter bestemmer læreren seg for å bevege seg videre til neste oppgave, til tross for at Elias muligens ikke har forstått hvorfor hans løsning ikke fungerer.

4.3.2 Episode 2 – forståelse

Kort tid etter den første episoden oppstår en ny situasjon som involverer en tilsvarende feil. Elevene arbeider fortsatt med å skrive addisjon- og subtraksjonsstykker med tallene 7, 28 og 35. I forkant av den aktuelle feilen flytter læreren på tallene og ber elevene om å evaluere uttrykkene. Flere elever gir uttrykk for at de er enige med løsningen «$7 = 28 - 35$». Læreren inviterer Viktor til å dele sin tenkning, og han påpeker at man må legge til et subtraksjonstegn foran syv for at likheten skal være sann. Som et resultat av dette skriver læreren «$-7 = 28 - 35$» på tavla. Etter Viktor sin forklaring ønsker en annen elev å dele sin tenkning, og det er denne situasjonen som blir belyst her. Elias ønsker å legge til er lik syv på motsatt side av likheten, slik at det står: «$-7 = 28 - 35 = 7$».

4.3.2.1 Første fase

Denne feilen er identifisert etter Schleppenbach et al. (2007) sin definisjon av feil. I likhet med den første episode, er denne feilen kategorisert som *svar som er matematisk ukorrekt*. Den matematiske feilen er trolig et resultat av manglende forståelse av likhetstegnet og negative tall. Dette fører til at eleven feilaktig tror at $28 - 35$ er lik syv. Som konsekvens av dette er feilen kategorisert som *forståelse.* Denne matematiske oppgaven krever at eleven lager koblinger mellom flere matematiske konsepter, og situasjonen kan tyder på at eleven har utfordringer med dette.

Episoden utgjør en liten del av en lengre sekvens med flere feil. I denne episoden belyses øyeblikket fra Elias legger til sifferet syv i likheten og frem til læreren endrer likheten slik at den er sann. Episoden strekker seg fra linje 229 til linje 257.

4.3.2.2 Andre fase

Episoden begynner når Elias legger til sifferet syv i likheten, slik at det står «$-7 = 28 - 35 = 7$» på tavla. Den umiddelbare responsen til læreren er å uttrykke: «Da begynner vi å gå en lang vei (5s). Hva gjør vi nå, Teodor?» (tabell 16). Den første setningen er kategorisert som *lærer vurderer* (E1). Til tross for at læreren ikke direkte uttrykker at løsningen er feil, gir ytringen en indikasjon på at læreren mener at løsningen ikke er korrekt. I den neste delen av ytringen stiller læreren et spørsmål om hva de skal gjøre videre i prosessen, og dette er kategorisert som *lukket fremdrift* (S3). Fremdriftshandlinger var en vanlig respons til forståelsesrelaterte feil, og slike handlinger er med på å bevege prosessen fremover. Den siste delen av ytringen er et eksempel på å *gi eleven ordet* (T7) når læreren navngir Teodor.

Tabell 16: Eksempel på lærerens oppfølging av feil på grunn av forståelse

Nr.	Hvem	Utsagn/hendelse	Santagata (2005) eller egendefinert	Drageset (2014, 2015b) eller egendefinert
6-230	Lærer	Da begynner vi å gå en lang vei (5s). Hva gjør vi nå, Teodor?		E1 – Lærer vurderer S3 – Lukket fremdrift T7 – Elev får ordet
6-231	Teodor	Har ikke peiling, ingenting gir mening.		
6-232	Lærer	Ingenting gir meining, sier Teodor. Det gir ikke mening at minus 7 gir lik 7. Hva tenker du om den, Olav?		T5 – Poengtere T4 – Be om å vurdere T7 – Elev får ordet
6-233	Olav	(Uhørbart) 28 minus 35 går ikke.		

I sekvensen i tabell 16 følger Teodor opp med å si at ingenting gir mening. Lærer *poengterer* (T5) ved å gjenta Teodor sin ytring, og hun legger til informasjon om at: «Det gir ikke mening at minus 7 gir lik 7.» På den måten understreker læreren sentrale aspekter ved oppgaven som er viktig for elevene å legge merke til. En slik poengtering underveis i løsningsprosessen ble ofte brukt av læreren i sammenheng med forståelsesrelaterte feil. Etterpå stiller læreren spørsmålet: «Hva tenker du om den, Olav?» Lærerens spørsmål fører til at eleven sier at løsningen ikke er mulig. Som et resultat av elevens innspill, er spørsmålets funksjon gitt å *be elever om å vurdere* (T5). Samtidig navngir læreren eleven Olav, og dette er enda et eksempel på fokuseringshandlingen *elev får ordet* (T7).

På linjene som følger, uttrykker flere elever at de er forvirret. Som en konsekvens av dette henvender læreren seg til Viktor, og stiller spørsmålet: «Hva tenker du, Viktor?» Når læreren navngir Viktor er dette kategorisert som *elev får ordet* (T7). Virkningen av handlingen er at flere elever trekkes inn i diskusjonen. Selve handlingen er kategorisert som *åpen fremdrift* (S4) ettersom læreren søker fremgang, men lar eleven velge metode selv. I dette tilfellet følger Viktor opp med å forklare en medelev hvordan man kan tenke i løsningsprosessen. Tabell 17 viser hvordan samtalen mellom Viktor og medeleven utspiller seg.

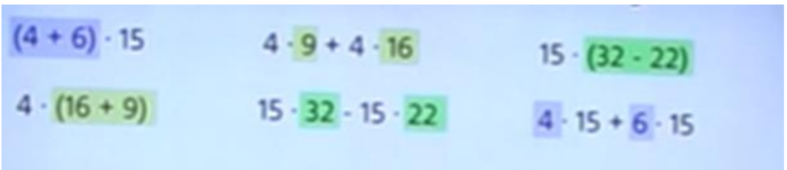
Tabell 17: Eksempel på hvordan elever hjalp hverandre i løsningsprosessen

Nr.	Hvem	Utsagn/hendelse	Santagata (2005) eller egendefinert	Drageset (2014, 2015b) eller egendefinert
6-242	Elev	Jeg vet ikke hvor 35 ble av.		
6-243	Viktor	Se litt mer til høyre.		
6-244	Elev	Høyre? Det er 28.		
6-245	Viktor	Ja, men minus 35 til høyre av 28.		
6-246	Elev	$28 - 35$		

Etter denne sekvensen forsøker læreren å *forenkle* (S2) oppgaven. Læreren omformulerer oppgaven til å handle om penger i håp om at dette kan hjelpe elevene å forstå problemet. Hun bruker *lukket fremdrift* (S3) når hun spør elevene hvor mye de mangler dersom de har 28 og skal gi bort 35 kroner. En elev svarer syv kroner. Læreren *poengterer* (T5) ved å gjenta elevens innspill og legger til informasjon om at de må låne. Deretter stiller læreren to spørsmål: «Så då er jeg 7 i ... pluss eller minus? Hvis jeg låner av noen, er jeg i pluss eller i minus hvis jeg låner?» Disse spørsmålene er typiske eksempler på *lukket fremdrift* (S3), hvor læreren har splittet oppgaven i mindre deler og spør etter en detalj om gangen. En elev forslår at det: «Må vel være pluss.» Spørsmålet har i utgangspunktet et svar som er enkelt å finne, men her virker det som begrepet «låning» er ukjent og skaper forvirring. Som respons til feilen gir læreren *ros* (E2) når hun sier at et er en god diskusjon og et spennende bidrag. Læreren gir uttrykk for at de gjerne kan stoppe diskusjonen der, men Vilde ønsker å komme med et siste bidrag. Vilde foreslår også pluss. Det fører til at læreren forsøker å omdirigere eleven mot en annen tilnærming ved å stille et *korrigerende spørsmål* (R3): «Vilde tenker at jeg er i pluss hvis jeg låner penger, så har jeg pluss på kontoen. Men må ikke jeg betale de pengene tilbake da?» I denne ytringen gir læren først en bekreftelse på Vilde sitt svar, og deretter stiller hun et spørsmål – dette er typisk for et korrigerende spørsmål. Eleven følger opp med en lærerledet respons: «Jo?»

Til slutt velger læreren å gi løsningen på oppgaven når hun uttrykker: «Da går jeg i minus.» Ettersom elevene ikke greide å løse oppgaven, avslørte læreren resten av svaret. På bakgrunn av dette er handlingen kategorisert som *demonstrere* (S1). Videre gir læreren elevene *ros* (E2) når hun uttrykker: «Og dere har gode tanker, men vi sparer de slik at alle er i stand til å få med seg alle tankene.» Det aller siste som skjer i sekvensen er at læreren *demonstrerer* (S1) resten av løsningen uten å involvere elevene. Hun peker på at uttrykket på tavla var usant, men at man kunne lagt til tegnet «er ikke lik». Avslutningsvis endrer læreren likheten på tavla slik at den er sann: «$-7 = 28 - 35 \neq 7$».

4.3.3 Episode 3 – beregning



Figur 2: Oppgave med distributive lov

Den tredje episoden oppstår under helklassesamtalen i den siste matematikktimen i A-klassen. Elevene arbeider med en oppgave med fokus på den distributive loven. I den første delen av oppgaven utforsker elevene parvis sammenhengene de finner i figur 2. Etterpå følger en felles gjennomgang der elevene diskuterer sammenhengene og mønstrene de har oppdaget. I den andre delen av oppgaven skulle elevene løse multiplikasjonsstykkene som sto på tavla. Underveis forsøkte læreren å få elevene til å fokusere på regnerekkefølge. Den aktuelle beregningsfeilen oppsto når eleven skulle løse multiplikasjonsstykket $4 \cdot (16 + 9)$. I forkant av situasjonen har Aksel sagt at svaret er 100, og læreren påpekte at det var mangler med løsningen. Sannsynligvis savner læreren utregning, slik de har inkludert på lignende oppgaver tidligere. Denne feilen klassifiseres som teknisk, men vil ikke bli diskutert her. Som følge av lærerens kommentar om at noe mangler, kommer Aksel frem og skriver utregningen. I denne situasjonen oppstår en beregningsfeil som blir omtalt her.

4.3.3.1 Første fase

Aksel skriver: «$= 30 \cdot 4 = 100$» bak multiplikasjonsstykket $4 \cdot (16 + 9)$. Deretter gir han en forklaring på hvordan han har tenkt for å løse oppgaven: «Jeg tenkte 4 ganger 16 pluss 9. 16 pluss 9 er 30 så er det ganger 4.» Dette er et eksempel på *forklaring av handlinger* beskrevet av Drageset (2015a). Elevens uttalelse er kodet som feil etter Schleppelbach et al. (2007) sin definisjon av feil – i dette tilfelle som *svar som er matematisk ukorrekt*. Et riktig svar for 16 addert med 9 ville vært 25. Neste steg var å identifisere årsaken til feilen. Basert på elevens forklaring er det tydelig at eleven har gjort en enkel beregningsfeil når han adderte 16 og 9, og derfor er feilen kategorisert som *beregning*. Samtidig bruker eleven likhetstegnet feil i løsningsprosessen. Det er grunn til å tro at dette ikke skyldes manglende forståelse av likhetstegnet, men heller en enkel beregningsfeil.

Hele episoden varer fra linje 148 til 165. Episoden starter når Isak noterer ned den ukorrekte utregningen på tavla. Den avsluttes når elevene er enig om en ny og korrekt løsning.

4.3.3.2 Andre fase

Isak løser oppgaven $4 \cdot (16 + 9)$, og gjør tenkningen sin synlig ved å skrive ned utregningen på tavla. Han fortsetter på likheten slik at det står: «$4 \cdot (16 + 9) = 4 \cdot 30 = 100$». Lærerens umiddelbare respons på Isak sitt svar er å stille spørsmålet «Hvordan tenkte du nå Isak?» Dette eksempelet illustrerer hvordan læreren får eleven til å *belyse detaljer* (T1), og forklare tenkningen som ledet til den ukorrekte løsningen (se tabell 18).

Tabell 18: Eksempel på den umiddelbare responsen til læreren

Nr.	Hvem	Utsagn/hendelse	Santagata (2005) eller egendefinert	Drageset (2014, 2015b) eller egendefinert
5-149	Lærer	Hvordan tenkte du nå Isak?		T1 – Belyse detalj
5-150	Isak	Jeg tenkte 4 ganger 16 pluss 9. 16 pluss 9 er 30 så er det ganger 4.	Beregning	

Effekten av lærerens spørsmål er at prosessen stopper opp, og detaljer bak svar eller metoden kommer frem i lys (Drageset, 2015b). Det gir læreren mulighet til å få forståelse for hva og hvordan eleven har tenkt. I dette tilfelle forstå tenkningen som ledet til feilen. Dette er et eksempel på at læreren benytter sin respons til å utvide elevens respons fremfor å evaluere løsningen (Cazden, 2001). Samtidig indikerer mine analyser at lærerens spørsmål gjør det mulig for fellesskapet å identifisere feilen.

For å lede prosessen fremover bruker læreren *lukket fremdrift* (S3). Dette var den mest brukte fremdriftshandlingen i sammenheng med beregningsfeil. Læreren stiller et spørsmål om den endelige løsningen: «Og det blir 100?» Eleven følger opp lærerens spørsmål med å stille et nytt spørsmålet: «Eller er det 120?» Som en konsekvens av Isak sitt spørsmål henvender læreren seg til fellesskapet, og forsøker å invitere flere elever til å delta i diskusjonen. Læreren *ber om hjelp* (E3) fra medelever når hun stiller spørsmålet: «Noen som har et svar til Isak?» Isak får mulighet til å velge medelev som skal hjelpe han, og han velger Oskar.

Læreren inviterer Oskar til å dele sine tanker når hun uttrykker: «Hva tenker du Oskar? Du skal hjelpe Isak nå.» I tabell 19 identifiserer Oskar feilen i Isak sin løsning ved å påpeke at 16 pluss 9 ikke er 30. Videre gir han en forklaring av hvordan han har funnet svaret (forklaring av handlinger). Funksjonen til lærerens spørsmål er at Oskar sine tanker og strategier fra løsningsprosessen kommer frem i lyset. Som et resultat av spørsmålets funksjon er lærerens handling kategorisert som *belyse detalj* (T1). I etterkant gir medelevene en spontan vurdering av Oskar sin forklaring. Trolig skjer denne vurderingen på grunn av de matematiske normene i klasserommet. Det er en forventning innad i klassen om at alle løsninger skal vurderes av fellesskapet.

Tabell 19: Eksempel på hvordan læreren følger opp beregningsfeil

Nr.	Hvem	Utsagn/hendelse	Santagata (2005) eller egendefinert	Drageset (2014, 2015b) eller egendefinert
5-157	Oskar	Jeg tenke først at, jeg tenkte ikke med en gang at 16 pluss 9 er 30. Fordi jeg tenkte først at jeg delte 9 på 2 som ikke går opp, men så vet jeg at 5 pluss 4 da får jeg 9. Så tok jeg 5 nei 4 fra 9 som blir 20 og da har jeg 5 igjen som blir 25. Så 25 ganger 4 det er 100.		
5-158	Elever	(Enigtegn)		
5-159	Lærer	Okei, det var det en del som var enig i. Okei, så Oskar slo et slag for 100.		T5 – Poengtering
5-160		(Isak endrer 30 til 25)		
5-161	Lærer	Også påpekte han oi hva skjer nå? Nå må noen andre gjenta hva Oskar sa. Nå er det noen så må gjenta, hva var det Oskar sa? Nå må dere lytte. Aksel.		T1 – Belyse detalj T1 – Belyse detalj T7 – Elev får ordet
5-162	Aksel	Han sa at 30 ganger 4 blir jo 120. Og men hvis vi tar fra 9en, 4 enere og legger det på 16 så blir det 20. Da har du 5 igjen der, så legger du de på 20 så blir det 25 og 25 ganger 4 er lik 100.		

Oskar sitt svar er både korrekt og interessant, men på grunn av lengden kan det være utfordrende for elevene å få med seg alle detaljene. Derfor velger læreren trolig å trekke ut sentrale detaljer og repetere disse, når hun sier: «Oskar slo et slag for 100.» Denne ytringen er kodet som *poengtere* (T5). Det fører til at Isak endrer svaret fra 30 til 25. Læreren spør om noen kan gjenta

Oskar sin forklaring, og dette er kategorisert som *belyse detalj* (T1). Drageset (2015b) forklarer at *belyse detalj* handler om å forklare hvordan et svar er funnet eller hva som er gjort for å finne det. Hvorvidt det er personen som har funnet løsningen eller en annen person som gjentar, virker ikke å være av betydning. Muligens velger læreren å bruke en slik strategi for å hjelpe elevene å legge merke til viktig informasjon eller for å vurdere om medelevene har forstått Oskar sin tenkning.

Videre inviterer læreren Aksel til å delta i diskusjonen når hun navngir han. Denne lærerhandlingen er kodet som *elev får ordet* (T7), og ble ofte brukt i forbindelse med beregningsfeil. Aksel gjentar Oskar sin løsning med egne ord. I etterkant av Aksel sin forklaring henvender læreren seg til klassen, og stiller spørsmålet: «Hva tenker dere?» Som konsekvens av lærerens spørsmål gir elevene uttrykk for deres tenkning ved hjelp av tegn. På bakgrunn av spørsmålets funksjon er lærerens ytring kodet som *be elever om å vurdere* (T4), og dette skjedde ofte i sammenheng med beregningsfeil. Denne episoden skiller seg fra andre beregningssituasjoner ettersom læreren sjeldent ba elevene om å vurdere svarene i løpet av løsningsprosessen. Vanligvis var den umiddelbare responsen til læreren å be medelevene om å vurdere feilen, mens i stedet spurte læreren eleven om å *belyse detaljer*. Samtidig illustrerer denne situasjonen andre vanlige trekk ved lærerens respons på beregningsfeil.

4.3.4 Episode 4 – oppgave

Den andre episoden opptrer midtveis i den tredje matematikktimen i A-klassen. Fokuset i timen er addisjon og multiplikasjon. På tavlen står to addisjonsstykker: «$8 + 8 + 8$» og «$3 + 3 + 3 + 3$» med teksten: «Kan du skrive disse uttrykkene ved å bruke multiplikasjon?» Målet er at elevene skal oppdage sammenhengen mellom gjentatt addisjon og multiplikasjon. Den første eleven noterer $3 \cdot 8$ ved siden av $8 + 8 + 8$. Den neste eleven skriver $4 \cdot 3 = 12$ ved siden av $3 + 3 + 3 + 3$. Etter at elevene er enige om disse løsningene, spør læreren etter flere løsninger. Som respons på dette foreslår Olivia $6 \cdot 2$. Flere elever gir uttrykk for å være enig med løsningen. Lærerens oppgave blir derfor å få elevene til å oppdage feilen, og veilede dem mot riktig løsning.

4.3.4.1 Første fase

Olivia sitt svar er identifisert som ukorrekt etter Schleppenbach et al. (2007) sin definisjon av feil, og er kategorisert som *svar som er matematisk ukorrekt*. Olivia sitt svar er matematisk ukorrekt fordi hun bruker andre tall enn de som er oppgitt i uttrykket. Eleven har ikke forstått at det er tallene i uttrykkene som er utgangspunktet for multiplikasjonsstykkene. I stedet har hun lagd et multiplikasjonsstykke som gir samme svar, nemlig 12. Som en konsekvens av dette er feilen plassert i den egendefinerte kategorien kalt *oppgave*.

Episoden starter er når Olivia noterer: «$6 \cdot 2 = 12$» på tavla, og episoden avsluttes når en annen elev gir en ny løsning som medelevene vurderer som korrekt. Hele sekvensen strekker seg fra linje 198 til 218.

4.3.4.2 Andre fase

Etter at Olivia noterer «$6 \cdot 2 = 12$», uttrykker læreren: «Olivia skriver. Okay.» Den umiddelbare responsen til elevene er å evaluere svaret ved hjelp av tegn. Det fører til at funksjonen til lærerens ytring blir å *be elevene om å vurdere* (T4). Dette var den vanligste responsen på feil som skyldtes oppgavens art. Læreren understreker at flere elever viser tegn til å være enige med løsningen. Denne ytringen har lite funksjon, og er derfor ikke koblet til noen lærerhandlinger. Videre var lærerens utsagn: «Okay, hva tenker du da, Hedda?» utfordrende å kategorisere, ettersom Hedda i neste omgang spør om å gå videre til neste oppgave. Utsagnet er derfor vurdert etter lærerens intensjon, som i dette tilfellet vurderes å være knyttet til at hun ønsker å få en vurdering av Ella sitt svar. Dermed er ytringen kategorisert som *be elever om å vurdere* (T4). I samme utsagn, bruker læreren handlingen *elev får ordet* (T7) når hun navngir Hedda. Det fører til at flere elever trekkes inn i diskusjonen om feil, og det skjedde ofte i møte med slike feil.

Tabell 20: Eksempel på hvordan læreren følger opp feil på grunn av oppgavens art

Nr.	Hvem	Utsagn/hendelse	Santagata (2005) eller egendefinert	Drageset (2014, 2015b) eller egendefinert
3-198		(Olivia skriver $6 \cdot 2 = 12$ ved siden av Ella)	Oppgave	
3-199	Lærer	Olivia skriver. Okay.		T4 – Be elever om å vurdere
3-200	Elever	(Enigtegn)		
3-201	Lærer	Det er tre som er enig. Okay, hva tenker du da, Hedda?		T4 – Be elever om å vurdere T7 – Elev får ordet
3-202	Hedda	Kan jeg gjøre den over?		
3-203	Lærer	Ah. Først så må jeg tenke litt for jeg skjønner at det blir det samme. Men er det det som står på siden? Isak? Han tenker noe annet.		R3 – Korrigerende spørsmål T6 – Gir elev ordet

				T4 – Be om å vurdere
3-204	Isak	Vi skulle skrive noe om $3 + 3 + 3 + 3$, det er 6 ganger 2		
3-205	Lærer	Så da har vi endret litt på tallene liksom?		T5 – Poengtering

Løsningen til Olivia er ikke korrekt i forhold til oppgaven, og læreren stiller derfor et korrigerende spørsmål i tabell 20. Slike korrigeringer inneholder ofte en bekreftelse og et spørsmål for å endre elevenes tilnærming. Først bekrefter læreren svaret ved å utrykke at hun forstår at det blir det samme. Mest sannsynlig henviser læreren til at både $4 \cdot 3$ og $6 \cdot 2$ får tolv som svar. Samtidig stiller hun spørsmålet: «Men er det det som står på siden?» Med dette spørsmålet viser hun til tallene $3 + 3 + 3 + 3$ – og slike retningsendringer fra læreren skjedde sjeldent. Deretter navngir læreren Isak, og benytter lærerhandlingen *elev får ordet* (T6). Samtidig uttrykker hun: «Han tenker noe annet.» Eleven følger opp med å si: «Vi skulle skrive noe om $3 + 3 + 3 + 3$, det er 6 ganger 2.» I dette elevinnspillet ser man at Isak gjør en vurdering av svaret. Han understreker at addisjonsstykket var $3 + 3 + 3 + 3$ mens løsningen til Hedda var 6 ganger 2, og med denne uttalelsen mener han at løsningen ikke er korrekt. På bakgrunn av funksjonen av lærerens ytring gitt kategorien *be om å vurdere (*T4).

Læreren *poengterer* (T5) Isak sitt innspill ved å si: «Så da har vi endret litt på tallene liksom?» Her endrer læreren den originale ytringen til Isak slik at poenget hans om at tallene er forskjellige blir tydeligere. Isak bekrefter dette i påfølgende ytring. En medelev snakker uten å ha fått ordet og sier: «Vi skulle bruke addisjon som multiplikasjon.» Læreren avviser elevinnspillet ved å si: «Nå var det Isak som hadde ordet.» I dette tilfelle er ikke elevens innspill feil, men læreren virket heller å ønske og følge tilnærmingen til Isak. I datamaterialet er det noen få tilfeller på at læreren avviser elevenes innspill. Noen ganger virker denne responsen å være et resultat av elever snakker uten å ha fått ordet, slik denne situasjonen er et eksempel på.

Deretter fortsetter læreren med: «Hva var det du skulle fortsette å si?» med henvendelse til Isak, og han uttrykker at hvis det er de tallene som skal bli 12, så er det bare å bytte på tallene. Med de tallene henviser han trolig til 3 og 4, og at man må bytte fra 6 og 2 til 3 og 4. Dermed førte lærerens ytring til at eleven stoppet opp og at flere detaljer kom frem i lys. På bakgrunn av dette er lærerens handling betegnet som *belyse detalj* (T1). En slik fokuseringshandling var mindre vanlig i forbindelse med denne typen feil. Videre blir eleven spurt om å vise det han tenker på tavla. Dette er kategorisert som *lukket fremdriftshandling* (S3) på bakgrunn av lærerens intensjon. Intensjonen er i dette tilfelle tolket som at læreren ønsker at eleven skal skrive det nye svaret på tavla. Derimot skjer ikke dette da Isak blir usikker, og setter seg ned på plassen sin igjen.

Tabell 21: Lærerens forenkling og endring av svar

Nr.	Hvem	Utsagn/hendelse	Santagata (2005) eller egendefinert	Drageset (2014, 2015b) eller egendefinert
3-213	Lærer	Ok. Men Isak var inne på noe. Så hvis jeg endrer reglene til "du kan bare bruke de tallene som allerede er der". Har du lyst å endre noe da, Olivia?		S2 – Forenkle E4 – Endre T7 – Elev får ordet
3-214	Olivia	Ja.		
3-215	Lærer	Da skal du få lov til det. Det er lov å endre tankegangen. Og iallfall hvis jeg har vært utydelig så er det lov.		E4 – Endre
3-216		(Olivia visker ut og skriver $3 \cdot 4 = 12$)		

Som konsekvens av at Isak trekker seg, velger læreren å legge til informasjon ved å si at reglene er at: «Du kan bare bruke de tallene som allerede er der.» (se tabell 21). På denne måten omformulerer læreren oppgaven slik at den blir enklere å løse. Derav er handlingen kategorisert som *forenkle* (S2). Videre blir Olivia spurt om å endre noe. I denne setningen er det to lærerhandlinger. Den første er kategorisert som *endre* (E4) ettersom læreren spør om eleven ønsker å endre svaret. Den andre lærerhandlingen er *elev får orde*t (T7) når Olivia blir navngitt. Dette er enda et eksempel på at læreren ofte trekker inn flere elever i løsningsprosessen. I den neste lærerytringen gir læreren en kort kommentar i tilknytning til at det er lov å endre tankegang, og denne ytringen er også kategorisert som *endre* (E4).

Avslutningsvis endrer Olivia svaret på tavla til: «$3 \cdot 4 = 12$». Læreren henvender seg til fellesskapet for en vurdering av den nye løsningen. Hun stiller spørsmålet: «Hva tenker vi?» Dette er enda et eksempel på at vurderingen er overlatt til medelevene (T4). Læreren ønsker å få elevene til å avgjøre om svaret er korrekt og om de er enige med løsningen. Denne lærerhandlingen er tolket etter spørsmålet sin funksjon som var at elevene vurderte løsningen.

4.3.5 Episode 5 – teknisk

Denne episoden utspiller seg i begynnelsen av helklassesamtalen i den fjerde matematikktime i B-klassen. Det matematiske fokuset i timen er addisjon og multiplikasjon. I fellesskap arbeider elevene med en oppgavestreng med fokus på multiplikasjon med ti. Adam får i oppgave å løse multiplikasjonsstykket $13 \cdot 10$. Han gir et matematisk korrekt svar, men glemmer likhetstegnet. Som vanlig ber læreren fellesskapet om å vurdere svaret, og medelevene uttrykker at de er enige med svaret. Som konsekvens av dette påpeker læreren manglene ved løsningen, og tar i bruk flere handlinger for å veilede fellesskapet mot riktig svar.

4.3.5.1 Første fase

Denne episoden begynner når Adam gir et svar på multiplikasjonsstykket $13 \cdot 10$. I figur 3 til høyre er Adam sin besvarelse på oppgaven. Direkte bak multiplikasjonsstykket, uten bruk av likhetstegnet, har eleven notert 130. Svaret er kategorisert som ukorrekt i henhold til Schleppenbach et al. (2007) sin definisjon av feil. Feilen er identifisert som resultat av *svar som læreren behandler som ukorrekt*. Denne tolkningen skjer fordi læreren gir uttrykk for å være uenig med Adam sin løsning, noe som indikerer at det er mangler ved Adam sitt svar. Eleven mangler et symbol i utregningen, og derfor er feilen kategorisert som teknisk.

Figur 3: Adam sin løsning

Som oftest er episoder som inkluderer tekniske feil korte. Den aktuelle episoden er noe lenger og dermed litt uvanlig. Tekniske feil minner om det Kaufmann et al. (2022) kaller glipper. Han understreker at det gir mening at det ikke blir lang diskusjon eller forklaring av slike feil. Episoden starter når Adam skriver 130 på tavla. Episoden avsluttes når Adam legger til likhetstegnet, og læreren uttrykker at hun er enig med løsningen.

4.3.5.2 Andre fase

Selv om tekniske feil ikke er den mest vanligste typen feil i de observerte klasserommene, er det likevel viktig å dem inkludere i resultatkapittelet. Dette skyldes at læreren håndterer disse feilene på annen måte enn andre feiltyper.

Denne sekvensen begynner når Adam skriver 130 på tavla uten å inkludere likhetstegnet. Den umiddelbare responsen til læreren er å stille spørsmålet: «Hva tenker vi?» Med dette spørsmålet henvender læreren seg til fellesskapet for en vurdering av Adam sitt svar. På denne måten får læreren elevene til å bli oppmerksomme på løsningen, samtidig som hun får et innblikk i om elevene er enige med og har forstått det som blir delt i fellesskapet. Som et resultat av spørsmålet viser elevene deres tenkning ved hjelp av tegn, og flere uttrykker at de er enige. På bakgrunn av spørsmålets funksjon er ytringen kategorisert som *be om å vurdere* (T4), og dette var en vanlig lærerresponsene på tekniske feil.

Tabell 22: Eksempel på lærerens umiddelbare respons og etterfølgende vurdering

Nr.	Hvem	Utsagn/hendelse	Santagata (2005) eller egendefinert	Drageset (2014, 2015b) eller egendefinert
9-76		(Adam skriver 130 på tavla).	Teknisk	
9-77	Lærer	Okei. Hva tenker vi? Høyt (5s).		T4 – Be om å vurdere
9-78		(Enigtegn).		
9-79	Lærer	Ehm jeg er uenig. Hva tror du jeg tenker på Adam? Jeg tenker noe annet. Ser du det?		E1 – Lærer vurderer S3 – Lukket fremdrift T7 – Gir elev ordet E1 – Lærer vurderer S3 – Lukket fremdrift

I neste omgang forteller læreren at hun er uenig med løsningen (tabell 22), og dermed er ytringen kodet som *lærer vurderer (*E1). Mine analyser tyder på at læreren føler et behov for å gjøre en evaluering av svaret som følge av at medelevene ga uttrykk for å være enig med den ufullstendige løsningen. Analysene indikerer at læreren ofte vurderte elevenes svar i forbindelse med tekniske feil. I sammenligning ble lærervurdering sjeldent registrert for andre feiltyper.

Læreren bruker flere fremdriftshandlinger for å bevege prosessen stegvis fremover. I denne situasjonen bruker læreren *lukket fremdriftshandling* (S3) når hun spør hva hun selv tenker på. Dette spørsmålet har et korrekt svar – likhetstegnet mangler. Deretter uttrykker læreren igjen at hun tenker noe annet. Ettersom ytringen gir en indikasjon på at svaret er mangelfullt, er den plassert i kategorien *lærer vurdering* (E1). Dette skjedde ofte som respons til tekniske feil. Videre uttrykker læreren: «Ser du det?» Trolig tenker læreren på at likhetstegnet mangler, og ønsker at elevene skal oppdage dette. Det er en kobling til hva vi skal skrive, og svaret på spørsmålet er relativt enkelt svar å finne, som er typisk for *lukket fremdriftshandlinger* (S3).

Tabell 23: Eksempel på lærerens oppfølging av teknisk feil

Nr.	Hvem	Utsagn/hendelse	Santagata (2005) eller egendefinert	Drageset (2014, 2015b) eller egendefinert
9-80	Gustav	I starten trodde jeg at det ikke hadde noe å si, men likhetstegnet.		
9-81	Lærer	Skal du endre?		E4 – Endre
9-82	Adam	Må vi ha er lik?		
9-83	Flere elever	Ja.		
9-84	Lærer	Hvis ikke står det $13 \cdot 10130$.		R1 – Avvise
9-85	Adam	Det er jo det som er svaret på regnestykket.		
9-86	Lærer	Det er jo ikke svaret, det er jo bare et nytt regnestykke.		R1 – Avvise T5 – Poengtere
9-87		(Adam skriver inn = på tavla).		
9-88	Lærer	Takk, Adam. Da kan vi holde den oppe, da er jeg enig. Da Anna.		E1 – Lærer vurderer

I tabell 23 uttrykker Gustav at likhetstegnet mangler. Som en konsekvens av Gustav sin ytring, spør læreren om eleven ønsker å endre svaret. Når læreren spør eleven om å endre svaret, tillater læreren eleven å justere og endre tenkning etter å ha fått ny innsikt (Wæge, 2015). Dermed er lærerhandlingen kategorisert i den egendefinerte kategorien *endre* (E4).

Adam lurer på om det er nødvendig å inkludere likhetstegnet, og medelevene følger opp med en spontan bekreftelse av dette. Samtidig uttrykker læreren: «Hvis ikke står det $13 \cdot 10130$.» Denne ytringen var utfordrende å kategorisere. Den ble vurdert til å være en slags avvisning til tross for at læreren ikke direkte legger forslaget til side, slik Drageset (2015b) beskriver handlingen. Samtidig indikerer ytringen at svaret er mangelfullt, og på bakgrunn av dette ble det vurdert at den mest passende lærerhandlingen trolig var å *avvise* (R1).

I neste ytring følger eleven opp med å si: «Det er jo det som er svaret på regnestykket.» Lærerens oppfølging av denne elevytringen er delt i to lærerhandlinger. Første del av utsagnet er kategorisert som å *avvise* (R1). Årsaken til denne tolkningen er at læreren avviser elevinnspillet når hun sier: «Det er jo ikke svaret.» Andre del av utsagnet – «Det er jo bare et nytt regnestykke» – er kategorisert som *poengtere* (T5). Denne tolkningen skjer ettersom læreren legger til informasjon om at det er et nytt regnestykke, og dermed tydeliggjør poenget om at løsningen ikke er riktig. Virkningen av lærerens innspill er at Adam inkluderer likhetstegnet i løsningen. Avslutningsvis *vurderer læreren* (E1) den nye løsningen når hun eksplisitt uttrykker: «Jeg er enig.» Denne avslutningen står noe i kontrast til hvordan læreren vanligvis avslutter en slik episode. Vanligvis ville hun henvendt seg til medelevene og spurt dem om å vurdere svaret.

5 Diskusjon

Analysene har resultert i flere interessante funn angående hvordan læreren følger opp elevinnspill som inneholder feil. Dette kapittelet vil drøfte resultatene i lys av oppgavens forskningsspørsmål og teoretiske bakteppe. Forskningsspørsmålet for denne case-studien er:

Hvordan responderer en lærer på 5. trinn på ulike feilsvar i matematiske diskusjoner?

I det første delkapittelet blir det diskutert hvem som avgjør om svaret er korrekt, i lys av diskusjonsbegrepet og tidligere forskning. For å svare på et slikt spørsmål må man rette oppmerksomheten mot hva som er riktig og galt, og hvem som bestemmer dette i diskusjonen. Dette ligger til grunn for hvordan læreren følger opp elevinnspillet. Den andre delen av kapittelet fokuserer mer direkte på hvordan læreren følger opp elevenes feil i sammenheng med tidligere forskning.

5.1 Hvem avgjør om svaret er korrekt?

5.1.1 Kobling til matematiske diskusjoner

I løpet av en matematikktime blir det gitt mange svar. En del av matematikkundervisningen involverer å komme til enighet om hvilke svar som er korrekte eller mangelfulle. Innenfor tradisjonell undervisning har læreren vanligvis hatt hovedansvaret for å avgjøre om et svar er riktig eller galt (Dillon, 1994). Dreiningen i matematikkundervisning mot diskusjoner, har ført til endringer i måten svar blir håndtert på. I diskusjoner er det vanlig å gi uttrykk for om man er enig eller uenig med løsningen. Denne evaluering skjer både av lærer og av elever, men også at elevene evaluerer læreren (Dillon, 1994). Resultatene fra denne studien er i stor grad i tråd med Dillon (1994) sitt diskusjonsbegrep. Stort sett ble enhver løsning, enten den var riktig eller galt, vurdert av det matematiske fellesskapet og ikke av læreren. En slik tilnærming hvor elevene evaluerer hverandres idéer uavhengig om de er korrekt eller mangelfulle, understreker Bray (2011) at er en del av en reformbasert praksis.

Læreren oppmuntret elevene til å vurdere hverandres idéer i forbindelse med forskjellige feiltyper. Studien gir flere eksempler på at vurderingen ble overlatt til det matematiske fellesskapet fremfor av den autoritære læreren. Dette samsvarer med Cazden (2001), som sier at svar skal bli bekreftet av det matematiske fellesskapet. Den første episoden er et eksempel på at den umiddelbare responsen til læreren var å be medelevene om å evaluere løsningen. Det førte til at feilen ble identifisert av det matematiske fellesskapet. Andre ganger ba læreren elevene om å vurdere elevinnspillene underveis i løsningsprosessen, for eksempel i den første, andre og fjerde episoden. Som resultat av dette ble elevene orientert mot hverandres idéer og mot de matematiske idéene, slik Kazemi og Hintz (2014) fremhever som sentralt for å oppnå det matematiske målet. Noen ganger fikk læreren elevene til å evaluere svaret etter at ny løsning ble gitt (se ep. 4). En kontinuerlig henvendelse fra læreren til elevene om å vurdere hverandres innspill, er i tråd med Lampert (1990) som sier at alle svar skal behandles som en hypotese og at fellesskapet skal avgjøre. Da får man en feilhåndteringspraksis som Bray (2011) kaller en mobilisering av et fellesskap av elever for å løse feil.

Til tider antydet læreren mangler ved eller at hun var uenig med løsningen. Denne studien ga noen eksempler på dette, spesielt i sammenheng med tekniske feil (se tabell 14). En episode som illustrerer lærerens vurdering i forbindelse med tekniske feil, er episode fem. Først ble medelevene bedt om å vurdere hypotesen til Adam, og elevene uttrykket at de var enige med løsningen. På bakgrunn av at likhetstegnet manglet og at ingen elever oppdaget det, sa læreren at hun var uenig. En slik vurdering fra læreren står i kontrast til hvordan svar vanligvis ble vurdert i studien, og hvordan litteraturen fremhever at svar skal bekreftes av det matematiske fellesskapet (Bray, 2011; Cazden, 2001). Derimot åpner Dillon (1994) for at vurderingen i diskusjoner også kan skje av læreren.

Alt i alt er det som oftest det matematiske fellesskapet som evaluerer svaret. Iblant viste studien at læreren påpekte mangler ved løsningen. Til tross for dette, er praksisen for vurdering i tråd med Dillon (1994) sin beskrivelse av diskusjoner.

5.1.2 Tidligere forskning på vurdering av svar

Tidligere studier har undersøkt hvordan svar blir vurdert i matematikkundervisning. Historisk har det vært vanlig at læreren er ansvarlig for å vurdere (Cazden, 2001), mens nyere forskning på matematikkundervisning vektlegger at det matematiske fellesskapet skal vurdere svarene (Bray, 2011; Lampert, 1990). Generelt indikerer funnene i denne studien at det matematiske fellesskapet har hovedansvaret for å avgjøre om et svar er korrekt, uavhengig av om det er fullstendig eller ufullstendig. En slik tilnærming til løsninger fremheves både av Bray (2011) og Kunnskapsdepartementet (2019). At medelevene er ansvarlige for vurderingen står i kontrast til funnene til Drageset (2016) og Santagata (2005). De kartla at elevene i liten grad ble bedt om å evaluere hverandres løsninger.

Flere studier viser til at fellesskapet i ulik grad foretar en vurdering av svaret (Gardee & Brodie, 2015; Schleppenbach et al., 2007; Zahner et al., 2012). Zahner et al. (2012) pekte på at å spørre elever om de er enige eller uenige var blant de mest brukte lærerresponsene til feil. Tilsvarende fant Schleppenbach et al. (2007) at å spørre etter enighet ble regelmessig brukt i amerikanske og kinesiske matematikklasserom. Andre observerte i sine studier at læreren endret praksis fra å fortelle elevene at svaret var feil, til å be medelevene om å vurdere svaret (Gardee & Brodie, 2015). Å spørre etter enighet kan ha like god effekt som å stille hvorfor-spørsmål (Schleppenbach et al., 2007). Når elevene blir utfordret til å evaluere hverandres løsninger blir de tvunget til å lytte nøye og gi mening til medelevers idéer. Det gir dem aktiv en rolle i resonneringen rundt feilen. En avgjørende forutsetning for dette er at elevene ikke bare blir bedt om å vurdere et svar når det er korrekt. Da vil elevene forstå det og som konsekvens av dette trenger de ikke å tenke matematisk for å si seg enig (Drageset, 2014).

Denne studien gir få eksempler på at læreren vurderte elevenes svar. Dette står i motsetning til Kaufmann et al. (2022) og Santagata (2005) sine funn, som i stor grad viser til at læreren var ansvarlig for å avgjøre om et svar var korrekt. Andre klasseromsundersøkelser viser til at læreren i mindre grad vurderte svaret (Schleppenbach et al., 2007; Tulis, 2013). Derimot indikerer funnene i denne studien at det skjedde enda sjeldnere. Likevel er det noen eksempler at læreren vurderer elevenes svar. Ifølge Kaufmann et al. (2022) kan læreren vurdere svaret på to ulike måter: 1) rette på feilen ved å gi riktig svar, og 2) fortelle elevene at svaret er feil slik at de kan rette på det selv. Til tross for at læreren i liten grad vurderer svarene er begge måtene observert i studien. I den femte episoden forteller læreren at svaret er ukorrekt slik at elevene kan rette på seg selv. Læreren uttrykker at hun er uenig med løsningen uten å gi videre hint. På den måten får hun elevene til å evaluere hverandres idéer når de er mangelfulle, slik Bray (2011) fremhever at læreren bør gjøre. De får mulighet til å reflektere og hjelpe hverandre med å arbeide seg gjennom feilene i fellesskap, slik Son og Sinclar (2010) understreker er sentralt i matematikkundervisningen.

I den andre episoden retter læreren feilen ved å gi riktig svar. Det skjer etter gjentatte forsøk på å oppklare feilen. Fellesskapet har konkludert med at $7 = 28 - 35$ ikke er korrekt, men at likheten ville vært sann dersom man la til et subtraksjonstegn foran syv. Deretter foreslår Elias å skrive er lik syv på motsatt side. Læreren forsøker å forenkle problemet ved hjelp av penger, men møter på nye utfordringer – begrepet låning er ukjent for elevene og skaper forvirring. Etter en stund velger læreren å demonstrere resten av løsningen uten å involvere elevene. Drageset (2015b) sin lærerhandling demonstrere, minner om det Kaufmann et al. (2022) kaller *å rette på svaret ved å gi riktig svar*. Trolig gir læreren svaret som resultat av at elevene ikke greide å løse oppgaven på egenhånd (Drageset, 2015b).

Denne situasjonen illustrerer at lærerens respons på feil er et komplekst arbeid. Det involverer å håndtere ulike dilemmaer (Rougée, 2017). Læreren må ta en rekke valg av hensyn til matematikken, eleven, og klassen som helhet, og ikke alle valgene vil tilfredsstille alle forpliktelser, ønsker og mål (Rougée, 2017). Som oftest ønsker læreren at elevene skal oppdage feilen på egenhånd. I eksempel hadde eleven etter en lenger periode fremdeles vansker med å forstå problemet. Dermed kan et hensyn læreren må ta være knyttet til elevens følelser og selvtillit. Ofte blir feil assosiert med noe negativt, skamfullt og flaut (Hintz, 2013; Steuer et al., 2013). Mange lærere beveger seg derfor raskt videre fra feil for å redusere elevenes flauhet og ikke skade elevenes selvtillit (Santagata, 2005). Dette kan være problematisk ettersom elevene da risikerer å ikke få en forklaring på hvorfor løsningen ikke fungerer. Denne balansegangen må læreren hele tiden ta stilling til og vurdere. I denne situasjonen valgte læreren å bevege seg videre etter flere forsøk på å oppklare problemet.

Et annet hensyn læreren må ta er knyttet til tidsbruk. Å omfavne feil kan være tidkrevende (Gardee & Brodie, 2015). Læreren må derfor gjøre en vurdering av hvor lenge det er hensiktsmessig å forsøke å fortsette for å nå det matematiske målet. Disse to hensynene, følelser og tidsbruk, fremhever Chapin et al. (2009) som spesielt viktige. Et tredje hensyn kan være klassen. Læreren har muligens observert gjennom enigtegn at flesteparten av elevene har forstått problemet, samtidig som noen få elever fremdeles opplever utfordringer. Dette må læreren ta i betraktning når hun vurderer hvor lenge hun skal forfølge situasjonen. De ulike valgene kan trekke i ulike retninger, men læreren må forsøke å løse dilemmaene etter beste evne (Rougée, 2017). I denne situasjonen valgte læreren å demonstrere løsningen etter gjentatte forsøk på å oppklare problemet.

For å oppsummere er funnene i studien både i samsvar med og i kontrast til tidligere forskning. Tidligere studier viser variasjoner i lærerens tilnærming til korrigering av feil, men funnene indikerer at lærere i stor grad fortalte at svarene var feil eller ga korrekt svar. Denne studien skiller seg fra tidligere forskning ved at læreren i mindre grad fortalte elevene at svaret var ukorrekt eller korrigerte elevenes svar. I stedet ble medelevene bedt om å vurdere hverandres svar, og det i større grad enn tidligere forskning indikerer. Elevene hadde hovedansvaret for å avgjøre om svaret var korrekt eller ikke. Dette kan antyde at det er variasjoner innenfor det som kan betegnes som utradisjonell eller reformorientert praksis også. Muligens er det forskjeller i undervisningspraksisen og lærerens rolle i vurdering av elevenes svar.

5.2 Hvordan følger læreren opp feil?

Tidligere var det vanlig at lærere ignorerte (Borasi, 1994), og unngikk å diskutere feilene som oppsto (Santagata, 2005). Norske lærere brukte lite tid på å analysere feilmønstre, og elevene fikk lite veiledning til å vite om framgangsmåten var holdbar eller hvordan de kunne tenkt annerledes (Skorpen & Opsvik, 2010). Denne studien står i kontrast til disse funnene, hvor læreren i stor grad trekker frem feilene og gir fellesskapet mulighet til å arbeide mot en kollektiv forståelse (Hintz, 2013). Elevene blir gitt tid og får mulighet til å diskutere seg fram til en felles forståelse (Kunnskapsdepartementet, 2019). Den aktuelle læreren stiller flere oppfølgingsspørsmål, fremfor å ignorere feilen eller gi en enkel evaluering av svaret. Det fører til at elevene får utforske feilen, forklare tenkningen bak feilen og lytte til hverandre, som Kazemi og Stipek (2001) fremhever. På denne måten bruker læreren feilene som læring i matematikk.

5.2.1 Fremdriftshandlinger

Flere av lærerens handlinger i møte med ulike typer feil var fremdriftshandlinger, og spesielt det Drageset (2015b) beskriver som *lukket framdrift*. Det er handlinger hvor læreren splitter oppgaven i mindre deler og spør om svar for hver av disse. Det kan være spørsmål om hvordan man skal gjøre det, kalkuleringer eller svar. Denne studien gir flere eksempler på slike lærerhandlinger, blant annet i den første, andre og tredje episode. Santagata (2005) peker på at lærere hjelper elevene ved å dele opp problemet i mindre steg, og hun kaller en slik lærerrespons for *hint*. Hun skiller mellom *hint til samme elev* og *hint til en annen elev*. Disse responsene var blant de mest vanligste hos amerikanske og italienske lærere. En lignende kategori som ofte ble brukt i helklassesamtaler er «embedded correction» (Kaufmann et al., 2022, s. 1298). De forklarer kategorien ved at læreren forsøker å lede eleven med et eller flere spørsmål eller kommentarer mot riktig svar. Han spesifiserer ikke hvilken type spørsmål det er, men gir et eksempel på at kategoriene til Santagata *hint til samme/annen elev* er en slik lærerrespons.

Det er ikke utenkelig at læreren bruker slike responser i møte med feil. Hensikten bak slike lærerhandlinger er å flytte fremdriften fremover (Drageset, 2015b). I møte med feil er nettopp dette hovedtanken – å bevege seg bort fra feilen og mot ny forståelse. Santagata (2005) peker på at læreren brukte hint for å forsøke å få riktig svar, og for å bevege seg raskt videre fra feilen for å redusere elevenes flauhet over å ha gitt feil svar. Samtidig understreker Drageset (2015b) at noen av handlingene, for eksempel *forenkling* og *lukket fremdriftshandlinger*, fører til at oppgavens kompleksitet reduseres og at læreren tar ansvaret for prosessen. Trolig skyldes det at læreren tar over tenkningen, og at man ikke får elevenes tenkning i fokus slik flere fremhever som sentralt (Chapin et al., 2009; Jacobs & Spangler, 2017). I kontrast til dette peker Zahner et al. (2012) på at å stille oppklarende spørsmål eller gi hint kan betegnes som et høyt nivå av lærerrespons. Deres begrunnelse for dette, er at slike lærerhandlinger holder sekvensen gående og får elevene til å tenke videre. Med andre ord er det delte meninger om slike hint, og kanskje kan det være hensiktsmessig å kombinere de med andre lærerhandlinger.

5.2.2 Fokuseringshandlinger

En stor andel av lærerens grep i den matematiske diskusjonen var fokuseringshandlinger. Hensikten bak slike handlinger er å stoppe fremdriften for å se nærmere på et svar eller en metode (Drageset, 2015b). Den mest brukte fokuseringshandlingen var å *be om å vurdere* (se kap 5.1). I denne delen vil fokuset være på andre fokuseringshandlinger i kombinasjon med tidligere forskning.

Underveis i diskusjonen av feil brukte læreren ofte *poengtering*. Det involverer å peke på hva som er viktig å huske på og legge merke til (Drageset, 2015b). I praksis kan det foregå ved at læreren repeterer innspill og legger til ny informasjon for å gjøre poenget klarere (Drageset, 2014). Et godt eksempel på *poengtering* fra læreren er i den andre episoden (se tabell 16). Teodor uttrykker: «Har ikke peiling, ingenting gir mening.» Læreren repeterer Teodor sin ytring og legger til informasjon om at: «Det gir ikke mening at minus 7 gir lik 7.» Lærerens ønske med å gjenta er trolig å få elevene til å bygge videre på elevens tenkning og vurdere om de er enige eller uenige (O'Connor & Michaels, 2019). Andre ganger *poengterte* læreren ved å gjenta deler av elevens innspill. For eksempel i den tredje episoden (se tabell 19), hvor læreren trekker ut det mest sentrale fra Oskar sin forklaring av løsningsprosessen, og uttrykker: «Oskar slo et slag for 100.» På den måten blir det eleven har sagt gjort tilgjengelig for alle (O'Connor & Michaels, 2019), og læreren orienterer elevene mot Oskar sitt innspill. Det er få som kommenterer poengtering direkte innenfor litteraturen i feilsvar. Kanskje kan det være fordi de ofte fokuserer på den umiddelbare responsen (Santagata, 2005; Schleppenbach et al., 2007; Tulis, 2013), og poengtering er ment for å hjelpe for elevsnakk og støtte andre elever til å holde følge i samtalen (Drageset, 2014). Derimot er det ofte snakk om gjentakelse i matematiske samtaler, og poengtering og gjentakelse har flere fellestrekk. Gjentakelse har til hensikt å oppklare, forsterke eller fremheve en ide (Chapin et al., 2009). På samme måte er poengtering ment for å legge merke til viktige ting i oppgaven eller løsningsprosessen (Drageset, 2015b). Med tanke på at studien har undersøkt hele sekvenser med feil er det dermed ikke utenkelig at gjentakelse er brukt, da det hjelper elevene å holde følge i samtalen rundt feilen.

Tidligere forskning indikerer at lærere ofte *omdirigerer spørsmål til en annen elev*. Det betyr at en annen elev ga et nytt svar på det samme spørsmålet. Amerikanske lærere lot ofte en annen elev svare på spørsmålet dersom den første eleven svarte feil (Santagata, 2005; Schleppenbach et al., 2007; Stigler et al., 1996). En slik praksis forekom også ofte i kinesiske klasserom (Schleppenbach et al., 2007), men sjeldent i italienske klasserom (Santagata, 2005). Denne studien gir noen eksempler på at læreren omdirigerer spørsmålet til en medstudent, selv om de utvalgte episodene ikke illustrerer dette. Samtidig er det større variasjon i hvordan læreren trekker elevene inn i samtalen. Læreren fikk elevene til å dele deres tenkning (ep. 3, 5-149), vurdere hverandres innspill (ep. 1, 6-232) eller endre svaret (ep. 4, 3-214). Dette er i tråd med hvordan Chapin et al. (2009) omtaler matematiske samtaler, hvor elevene deler tenkningen sin og bygger på hverandres idéer. Slike handlinger minner gjerne om det Kaufmann et al. (2022) kaller *diskusjon,* hvor de inviterer elevene til å engasjere seg i diskusjon om feilen, og at elevene skal bidra med ulike forslag og forklaringer i tilknytning til feilen.

Det er utfordrende å sammenligne med Kaufmann et al. (2022) og Tulis (2013). De har et diskusjonsbegrep som potensielt involverer flere av Drageset (2015b) sine handlinger. Kaufmann et al. (2022) gir noen eksempler på hvilke lærerhandlinger som tilhører *diskusjon*, for eksempel at læreren stiller *hvorfor-spørsmål* og *spør etter enighet*. Disse minner om de to fokuseringshandlinger *begrunne* og *be om å vurdere* (Drageset, 2015b). Kanskje kan man argumentere for at flere av Dragesets (2015b) lærerhandlinger passer inn i denne kategorien. For eksempel kunne lærerhandlingen *belyse detaljer* tilhørt kategorien, ettersom det å dele tenkningen og bygge på hverandres idéer er sentralt i matematiske diskusjoner (Chapin et al., 2009). De fant at 17 % av undervisningen var knyttet til diskusjoner (Kaufmann et al., 2022), og slik lærerrespons skjer i svært stor grad i denne studien.

Elevene ble ofte spurt om å *belyse detaljer*. Det gjør det lettere for elevene å følge medelevenes tankerekker og det gir læreren innblikk i elevenes tenkning (Drageset, 2015b). Et godt eksempel på dette er den umiddelbare responsen til elevenes feil i den tredje episoden (se tabell 18). Læreren ber Isak forklare tenkningen bak den ukorrekte løsningen, slik Kazemi og Stipek (2001) fremhever som en positiv tilnærming til feil. Eleven forklarer at: «Jeg tenkte 4 ganger 16 pluss 9. 16 pluss 9 er 30 så er det ganger 4.» Dette illustrer at læreren bruker sin tur til å utvide elevens respons (Cazden, 2001). Virkningen av spørsmålet er at læreren får innsikt i elevenes forståelse, og kan forsøke å forstå tenkningen som ledet til feilen (Ball & Friel, 1991). I neste omgang identifiserer en medelev feilen ved å peke på at 16 addert med 9 ikke er 30. Det fører til at eleven får en forklaring på hvorfor svaret er feil, noe som Santagata (2005) påpeker ikke skjer dersom man kun omdirigerer spørsmålet til en annen elev. Læreren har med hennes tilnærming til feilen, guidet klassen til å identifisere årsaken bak feilen og fått elevene til å foreslå måter å løse problemet på, slik Bray (2011) understreker at lærere i reformbasert undervisning gjør. Dette er et utmerket eksempel på at læreren bygger samtalen rundt elevens tenkning, slik Stein et al. (2008) fremhever at den matematiske samtalen bør gjøre.

5.2.3 Retningsendring

Det er få eksempler i studien på at læreren forsøkte å endre elevenes tilnærming til oppgaven (Drageset, 2015b). Det er et eksempel på at læreren stiller et *korrigerende spørsmål* i den fjerde episoden. Andre studier har i liten grad fokusert på slike spørsmål, og de er muligens inkludert i andre kategorier. I stedet har flere løftet frem det å gjenta det samme spørsmålet (Santagata, 2005; Schleppenbach et al., 2007; Zahner et al., 2012), omdirigere spørsmålet (Santagata, 2005; Schleppenbach et al., 2007; Stigler et al., 1996) og stille hvorfor-spørsmål (Santagata, 2005; Schleppenbach et al., 2007). På bakgrunn av dette er det utfordrende å sammenligne med tidligere funn.

Noen studier indikerer at det er vanlig å respondere på feil ved å *avvise* svaret (Stigler et al., 1996; Zahner et al., 2012). Andre viser til mindre omfang av avvisning, men i noe varierende grad (Kaufmann et al., 2022; Tulis, 2013). Denne studien gir få eksempler på at læreren avviser elevenes innspill. Den fjerde episoden illustrerer hvordan læreren avviser et elevforslag som kommer fra en elev som snakker uten å ha fått ordet. Sannsynligvis avviser læreren forslaget som følge av at hun heller ønsket å følge en annen elevs tilnærming. Et annet eksempel er når læreren ignorerer feilene og velger korrekt løsning når elevene lister opp ulike svar (se kap. 4.1). Som observatør er det utfordrende å vite hvilke vurderinger læreren har gjort i øyeblikket. Vanligvis avviser læreren svaret fordi det er feil eller fordi læreren ønsker å følge en annen tilnærming (Drageset, 2014). Muligens avviste læreren svarene fordi de var feil, men kanskje var det også av betydningen at oppgaven ikke var planlagt og skjedde mer spontant ved et aktivitetsskifte.

5.2.4 Positive tilbakemeldinger

Denne studien gir noen eksempler på at læreren ga ros eller oppmuntret elevene underveis i løsningsprosessen. Et eksempel er i den siste delen av den andre episoden, hvor elevene diskuterer subtraksjonsstykket $7 - 28 = 35$, og læreren forsøker å illustrere problemet ved hjelp av låning. Læreren spør om hun er i pluss eller minus hvis hun låner syv, og en elev foreslår at hun er i pluss. Det fører til at læreren peker på at det er et spennende bidrag og en god diskusjon. Litt senere uttrykker læreren igjen at elevene har «gode tanker.» Dette er to av flere tilfeller i studien hvor læreren verdsetter elevenes bidrag.

Noen få har omtalt lærerrespons som involverer ros, støtte og verdsettelse av feil (f.eks., Kaufmann et al., 2022; Tulis, 2013). Kaufmann et al. (2022) sine studier indikerte at læreren i 7 % av helklassesamtalene verdsatte elevenes ukorrekte svar og fortalte at feilen var god. I tyske klasserom fremhevet lærere i liten grad læringspotensialet med feilen (Tulis, 2013). Det er ikke overraskende at støtte og ros forekommer i mindre grad. Det er ikke naturlig å skulle fremheve læringspotensialet og gi ros hele tiden. Likevel er god lærerstøtte nødvendig, og kan bidra til å skape det Steuer et al. (2013) kaller et positivt feil klima. Et klima hvor elevene tør å ta risiko (Steuer et al., 2013), og hvor de er komfortable med å gjøre feil (Schleppenbach et al., 2007). Gjennom lærerens kommunikasjon opplever elevene muligens at det er greit å gjøre feil, og at de får støtte fra læreren. Trolig har denne læreren bevisst arbeidet med å skape et produktivt klima som er tolerant, gir elevene støtte og med fravær av negative reaksjoner fra lærer og medelever, slik Tulis fremhever (2013).

5.3 Muligheter og begrensninger

Målet i studien har vært å få innsikt i hvordan en lærer arbeider med respons på feil. Det er observert at læreren bruker varierte tilnærminger til elevenes feil i matematiske diskusjoner. Generelt avdekker observasjonene at den aktuelle læreren har en praksis som samsvarer med reformorientert praksis på mange måter, men med en viss variasjon. Undervisningen er i stor grad preget av at elevenes tenkning og at sentrale matematiske idéer er i sentrum. I dialogen får elevene mulighet til å dele sin tenkning og bygge videre på hverandres tenkning. Det er hovedsakelig fellesskapet som har ansvaret for å avgjøre om et svar er korrekt eller ikke. Samtidig viser funnene at læreren til tider tar ansvar i løsningsprosessen gjennom å vurdere løsningene og stille stegvise spørsmål for å flytte prosessen fremover.

Denne studien har også noen begrensninger. Det er en casestudie som er basert på én lærer i en klasseromssetting. Det betyr at funnene ikke gir grunnlag for å si noe om hvordan lærere i andre klasserom responderer på feil. Med andre ord kan ikke funnene generaliseres til andre kontekster. Likevel gir studien positive og oppløftende funn i forhold til læreres muligheter til utvikling. Denne studien har studert en nyutdannet lærer med kun noen få års erfaring. I løpet av kort tid har hun skapt en klasseromspraksis med flere av kjennetegnene til reformorientert undervisning. Det indikerer at det er gode muligheter til å lære og endre praksis – og det i løpet av kort tid.

6 Konklusjon

Målet med denne studien har vært å få innblikk i hvordan en lærer på 5. trinn responderer på ulike feil i matematiske diskusjoner. Denne studien gir flere spennende funn om hvordan læreren responderer på ulike typer feil i matematiske helklassesamtaler. Først vil jeg forsøke å besvare studiens forskningsspørsmål og belyse hvilke begrensninger studien har. Til slutt vil jeg reflektere over for hvilke implikasjoner studien kan gi for meg som fremtidig lærer og videre forskning.

6.1 Studiens forskningsspørsmål

Studien har gitt et interessant innblikk i lærerens komplekse arbeid med å respondere på elevers feil i matematiske diskusjoner. Et hovedfunn er knyttet til hvem som har ansvaret for å avgjøre om et svar er korrekt eller ikke, og dette ligger til grunn for lærerens videre oppfølging av feilen. Som regel hadde elevene hovedansvaret for å avgjøre om et svar var riktig eller galt. Dette er i tråd med Cazden (2001) og Lampert (1990) som understreker at fellesskapet skal bekrefte svarene. At elevene blir bedt om å vurdere medelevers løsninger står i stor kontrast til enkelte studier (Drageset, 2015b; Santagata, 2005), mens andre studier viser til lignende praksis i varierende omfang (Gardee & Brodie, 2015; Schleppenbach et al., 2007; Zahner et al., 2012). Et unntak er derimot observert i forbindelse med tekniske feil. I møte med slike feil vurderte læreren ofte svaret, uten å involvere elevene eller etter at elevene hadde gjort en «feilvurdering» (se ep. 5).

Funnene indikerer at flere av de samme lærerhandlingene beskrevet av Drageset (2015b, 2019) blir brukt i sammenheng med ulike feil. De mest brukte fokuseringshandlingene var å *be elever om å vurdere*, *elev får ordet*, *belyse detaljer* og *poengtering*. Læreren brukte også ofte fremdriftshandlingen – *lukket fremdrift*. Flere av grepene førte til at læreren skapte et engasjerende læringsmiljø som oppfordret elevene til å være aktive og delta i læringsfellesskapet. Lærerens handlinger gjorde at læreren fikk frem elevenes tenkning, orienterte elevene mot hverandre og bidro til å at elevene engasjerte seg med hverandres tenkning. Andre lærerhandlinger fungerte som støtte for at elevene kunne holde følge i prosessen og beveget løsningsprosessen fremover mot en felles forståelse, samtidig som de bidro til at læreren reduserte oppgavens kompleksitet og tok ansvar for løsningsprosessen.

6.2 Studiens begrensninger

Til tross for at funnene i studien gir innsikt i hvordan en lærer håndterer feilsvar i matematiske diskusjoner, har studien også noen begrensninger. Denne studien er begrenset i omfang. For det første fokuserer den kun på én lærer i én bestemt klasseromsetting. For det andre er et begrenset antall undervisningsøkter observert, da datainnsamlingen kun foregikk over to uker. Som et resultat av dette kan ikke funnene generaliseres til en større populasjon, men de gir likevel interessante indikasjoner på lærerens oppfølging av feil i matematiske diskusjoner. For å få et mer helhetlig bilde av lærerens respons på feil er det nødvendig med en større studie. For det tredje er det begrensninger ved analysen i studien. Det er lagt ned innsats for å analysere dataene på en objektiv måte og prosessen er synliggjort, men påliteligheten ville selvsagt vært styrket dersom flere samarbeidet om analysene. Et annet analyseverktøy kunne også ha fanget opp andre dimensjoner ved undervisningen.

Funnene i denne studien viser at noen lærerhandlinger sjelden ble benyttet. En mulig årsak til dette kan være lærerens syn på matematikk og undervisning. Trolig ville studien gitt andre funn i et annet klasserom med et ulikt fokus.

6.3 Implikasjoner for meg som fremtidig lærer

I denne studien har jeg hatt gleden av å følge en lærer med fokus på å lede målrettede matematiske diskusjoner, hvor elevene har fått muligheten til å utforske, reflektere og argumentere rundt matematiske idéer. Med tanke på at dette er sentrale verdier i Kunnskapsløftet 2020, er dette spesielt interessant for meg som fremtidig matematikklærer. Denne studien har gitt meg unik kunnskap og nye idéer til å håndtere feil i matematiske diskusjoner. Studien har gitt meg flere inngangsvinkler til hvordan man kan bruke feil til å utforske og engasjere seg dypere med matematiske idéer. Med andre ord hvordan man kan bruke feil som springbrett for utforskning og refleksjon, slik Borasi (1994) fremhever.

Samtidig har studien gitt meg innsikt i hvordan lærere kan lede produktive matematiske diskusjoner som utfordrer elevene og er elevsentrerte. Det har vært fordelaktig å erfare hvordan læreren inviterer elevene til deltakelse, og hvordan hun bruker elevenes tenkning i den matematiske samtalen. En slik praksis har gjennom studieløpet blitt løftet frem som sentralt, men det er først under dette prosjektet at jeg har fått muligheten til å observere hvordan en slik praksis kan utspille seg i et ekte klasserom. For min egen del har dette engasjerte meg og motivert meg til å bli en bedre matematikklærer. Alt i alt har studien gitt meg nyttig og verdifull innsikt rundt det komplekse undervisningsarbeidet i matematikk, og hvilken betydning jeg har som lærer for å fremme elevenes læring.

6.4 Videreføring av studien

Formålet med denne studien var å undersøke hvordan en lærer responderte på elevenes feil i matematiske diskusjoner, og det førte til at andre deler av undervisningen ble ekskludert fra analysen. En interessant videreføring av studien kunne det vært å undersøke lærerens oppfølging av feil i andre deler av undervisningen, for eksempel under individuelt arbeid eller gruppearbeid, og avdekket eventuelle likheter og forskjeller i lærerens håndtering.

En utfordring i studien har vært at datamaterialet var begrenset, og det medførte at det var utfordrende å identifisere tydelige mønstre. Som følge av dette kunne det vært interessant å studere en større mengde data for å få et mer fullstendig bilde av lærerens respons på ulike feiltyper. Videre forskning kunne studert flere lærere med fokus på matematiske diskusjoner og gjerne lærere på ulike trinn. Å studere lærerens oppfølging på ulike typer feil, og hele episoder er et spennende utviklingsområde for fremtidig forskning. En annen aktuell videreføring kunne vært og sammenlignet lærerhandlinger i klasserom hvor det undervises med, og hvor det ikke undervises med fokus på matematiske diskusjoner. Videre kunne man undersøkt hvilke utfordringer læreren opplever i forbindelse med respons på feil, og hvilke krav det stiller til lærerens kompetanse. En alternativ vinkling kunne vært fra elevperspektivet – hvilke erfaringer de har med feil i klasserommet.

For fremtiden håper jeg i likhet med Schleppenbach et al. (2007) at forskning kan hjelpe lærere å effektivt håndtere feil, slik at lærere og elever ikke er redde for å gjøre feil og ser på dem som muligheter for læring.

7 Referanser

Baldinger, E. E., Campbell, M. P., & Graif, F. (2018). Examining teacher candidates' responses to rrrors during whole-class discussions through written performance tasks. I T. E. Hodges, G. J. Roy, & A. M. Tyminski (Red.), *Proceedings of the 40th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (s. 647–654). University of South Carolina & Clemson University. http://www.pmena.org/pmenaproceedings/PMENA%2040%202018%20Proceedings.pdf

Ball, D. L. (2017). Uncovering the special mathematical work of teaching. I G. Kaiser (Red.), *Proceedings of the 13th International Congress on Mathematical Education: ICME-13* (s. 11–34). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-62597-3_2

Ball, D. L., & Friel, S. N. (1991). Implementing the «professional standards for teaching mathematics»: What's all this talk about «discourse»? *The Arithmetic Teacher*, *39*(3), 44–48. https://doi.org/10.5951/AT.39.3.0044

Bergem, O. K. (2009). *Individuelle versus kollektive arbeidsformer: En drøfting av aktuelle utfordringer i grunnskolen* [Doktorgradsavhandling, Universitetet i Oslo]. Unipub. http://www.uv.uio.no/ils/forskning/publikasjoner/rapporter-og-avhandlingen/ole_bergem_pdf%5B1%5D.pdf

Borasi, R. (1987). Exploring mathematics through the analysis of errors. *For the Learning of Mathematics*, *7*(3), 2–8. https://www.jstor.org/stable/40247900

Borasi, R. (1994). Capitalizing on errors as "springboards for inquiry": A teaching experiment. *Journal for Research in Mathematics Education, 25*(2), 166–208. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.25.2.0166

Bray, W. S. (2011). A collective case study of the influence of teachers' beliefs and knowledge on error-handling practices during class discussion of mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, *42*(1), 2–38. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.42.1.0002

Brodie, K. (2014). Learning about learner errors in professional learning communities. *Educational Studies in Mathematics*, *85*(2), 221–239. https://doi.org/10.1007/s10649-013-9507-1

Campbell, M. P., & Baldinger, E. E. (2022). Using scripting tasks to reveal mathematics teacher candidates' resources for responding to student errors. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *25*(5), 507–531. https://doi.org/10.1007/s10857-021-09505-4

Cazden, C. B. (2001). *Classroom discourse: The language of teaching and learning* (2. utg.). Heinemann.

Chapin, S. H., O'Connor, C., & Anderson, N. C. (2009). *Classroom discussions: Using math talk to help students learn, grades K-6* (2. utg.). Math Solutions.

Coskun, S. D. (2020). Pre-service elementary teachers' knowledge of students: The case of subtraction. *Acta Educationis Generalis*, *10*(3), 119–134. https://doi.org/10.2478/atd-2020-0025

Cuban, L. (1993). *How teachers taught: Constancy and change in American classrooms, 1890-1990* (2. utg.). Teachers College Press. https://archive.org/details/howteacherstaugh00cuba

da Ponte, J. P., & Quaresma, M. (2016). Teachers' professional practice conducting mathematical discussions. *Educational Studies in Mathematics*, *93*(1), 51–66. https://doi.org/10.1007/s10649-016-9681-z

Danielsen, S. G. (2022). *«Hva gjør vi nå da?»: En lærers bruk og oppfølging av spørsmål for å invitere elevene inn i matematiske helklassesamtaler* [Masteroppgave, Universitetet i Stavanger]. UiS Brage. https://hdl.handle.net/11250/3015474

Dillon, J. T. (1994). *Using discussion in classrooms*. Open University Press.

Drageset, O. G. (2014). Redirecting, progressing, and focusing actions: A framework for describing how teachers use students' comments to work with mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, *85*(2), 281–304. https://doi.org/10.1007/s10649-013-9515-1

Drageset, O. G. (2015a). Different types of student comments in the mathematics classroom. *The Journal of Mathematical Behavior*, *38*, 29–40. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2015.01.003

Drageset, O. G. (2015b). Student and teacher interventions: A framework for analysing mathematical discourse in the classroom. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *18*(3), 253–272. https://doi.org/10.1007/s10857-014-9280-9

Drageset, O. G. (2016). Korleis lærarar leier ein matematisk samtale. I R. Herheim & M. Johnsen-Høines (Red.), *Matematikksamtaler: Undervisning og læring—Analytiske perspektiv* (s. 169–180). Caspar forlag.

Drageset, O. G. (2019). How teachers use interactions to craft different types of student participation during whole-class mathematical work. I U. T. Jankvist, M. Van den Heuvel-Panhuizen, & M. Veldhuis (Red.), *Proceedings of the eleventh Congress of the European society of research in mathematics education* (s. 3622–3629). European Society for Research in Mathematics Education. https://hal.science/hal-02430060/

English, L. D. (Red.). (2002). *Handbook of international research in mathematics education*. Lawrence Erlbaum. https://doi.org/10.4324/9781410602541

Enright, E., Hickman, L., & Ball, D. (2016, 24-31.07). *A typology of questions by instructional function* [Paperpresentasjon]. 13th International Congress on Mathematical Education, Hamburg. https://www.researchgate.net/publication/334174036_A_TYPOLOGY_OF_QUESTIONS_BY_INSTRUCTIONAL_FUNCTION

Forman, E., & Ansell, E. (2001). The multiple voices of a mathematics classroom community. *Educational Studies in Mathematics*, *46*(1), 115–142. https://doi.org/10.1023/A:1014097600732

Franke, M. L., Kazemi, E., & Battey, D. (2007). Mathematics teaching and classroom practice. I F. K. Lester (Red.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning: A Project of the National Council of Teachers of Mathematics* (s. 225–256). Information Age Publishers.

Gardee, A., & Brodie, K. (2015). A teacher's engagement with learner errors in her grade 9 mathematics classroom. *Pythagoras*, *36*(2), 1–9. https://doi.org/10.4102/pythagoras.v36i2.293

Gardee, A., & Brodie, K. (2022). Relationships between teachers' interactions with learner errors and learners' mathematical identities. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *20*(1), 193–214. https://doi.org/10.1007/s10763-020-10142-1

Graif, F., Baldinger, E. E., & Campbell, M. P. (2021). Teacher candidates' reflections on responding to errors: Exploring their vision and goals. *The Mathematics Educator*, *30*(1), 3–24. https://openjournals.libs.uga.edu/tme/article/view/2092

Hintz, A. B. (2013). Strengthening discussions. *Teaching Children Mathematics*, *20*(5), 318–324. https://doi.org/10.5951/teacchilmath.20.5.0318

Ingram, J., Pitt, A., & Baldry, F. (2015). Handling errors as they arise in whole-class interactions. *Research in Mathematics Education*, *17*(3), 183–197. https://doi.org/10.1080/14794802.2015.1098562

Jacobs, V. R., & Spangler, D. A. (2017). Research on core practices in K-12 mathematics teaching. I J. Cai (Red.), *Compendium for research in mathematics education* (s. 766–792). National Council of Teachers of Mathematics.

Kaufmann, O. T., Larsson, M., & Ryve, A. (2022). Teachers' error-handling practices within and across lesson phases in the mathematics classroom. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *21*, 1289–1314. https://doi.org/10.1007/s10763-022-10294-2

Kazemi, E., & Hintz, A. (2014). *Intentional talk: How to structure and lead productive mathematical discussions*. Stenhouse Publishers.

Kazemi, E., & Stipek, D. (2001). Promoting conceptual thinking in four upper-elementary mathematics classrooms. *The Elementary School Journal, 102*(1), 59–80. https://doi.org/10.1086/499693

Klette, K. (2003). Lærernes klasseromsarbeid: Interaksjons- og arbeidsformer i norske klasserom etter Reform 97. I K. Klette (Red.), *Klasserommets praksisformer etter Reform 97* (s. 39–76). Pedagogisk forskningsinstitutt.

Kunnskapsdepartementet. (2019). *Læreplan i matematikk 1.-10. Trinn (MAT01-05)*. Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. https://www.udir.no/lk20/mat01-05

Lampert, M. (1990). When the problem is not the question and the solution is not the answer: Mathematical knowing and teaching. *American Educational Research Journal*, *27*(1), 29–63. https://doi.org/10.3102/00028312027001029

Lim, W., Lee, J.-E., Tyson, K., Kim, H.-J., & Kim, J. (2020). An integral part of facilitating mathematical discussions: Follow-up questioning. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *18*(2), 377–398. https://doi.org/10.1007/s10763-019-09966-3

Luoto, J. M., Klette, K., & Blikstad-Balas, M. (2022). Patterns of instruction in Finnish and Norwegian lower secondary mathematics classrooms. *Research in Comparative and International Education*, *17*(3), 399–423. https://doi.org/10.1177/17454999221077848

Mathematics Teaching and Learning to Teach, University of Michigan (Regissør). (2016). *Naming one-third on the number line* [Video]. Deep Blue. http://hdl.handle.net/2027.42/134321

Mosvold, R. (in press). Research on discussion in mathematics teaching: A review of literature from 2000 to 2020. I *Proceedings from the 14th International Congress on Mathematical Education*.

NESH. (2021). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi* (5. utg.). De nasjonale forskningsetiske komiteene. https://www.forskningsetikk.no/om-oss/komiteer-og-utvalg/nesh/hum-sam/forskningsetiske-retningslinjer-for-samfunnsvitenskap-og-humaniora/

NSD. (u.å.). *Vanlige spørsmål*. NSD. Hentet 6. januar 2023, fra https://nsd.no/personverntjenester/fylle-ut-meldeskjema-for-personopplysninger/vanlige-sporsmal

O'Connor, C., & Michaels, S. (2019). Supporting teachers in taking up productive talk moves: The long road to professional learning at scale. *International Journal of Educational Research, 97*, 166–175. https://doi.org/10.1016/j.ijer.2017.11.003

Pirie, S. E. B., & Schwarzenberger, R. L. E. (1988). Mathematical discussion and mathematical understanding. *Educational Studies in Mathematics, 19*(4), 459–470. https://doi.org/10.1007/BF00578694

Postholm, M. B., & Jacobsen, D. I. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanningen*. Cappelen Damm Akademisk.

Radatz, H. (1980). Students' errors in the mathematical learning process: A survey. *For the Learning of Mathematics, 1*(1), 16–20. https://www.jstor.org/stable/40247696

Ringdal, K. (2018). *Enhet og mangfold: Samfunnsvitenskapelig forskning og kvantitativ metode* (4. utg.). Fagbokforlaget.

Rougée, A. O. T. (2017). *How do mathematics teachers manage students' responses in-the-moment?* [Doktorgradsavhandling, University of Michigan]. Deep Blue. https://hdl.handle.net/2027.42/138450

Rybowiak, V., Garst, H., Frese, M., & Batinic, B. (1999). Error orientation questionnaire (EOQ): Reliability, validity, and different language equivalence. *Journal of Organizational Behavior*, *20*(4), 527–547. https://doi.org/10.1002/(SICI)1099-1379(199907)20:4<527::AID-JOB886>3.0.CO;2-G

Santagata, R. (2004). "Are you joking or are you sleeping?" Cultural beliefs and practices in Italian and U.S. teachers' mistake-handling strategies. *Linguistics and Education, 15*(1), 141–164. https://doi.org/10.1016/j.linged.2004.12.002

Santagata, R. (2005). Practices and beliefs in mistake-handling activities: A video study of Italian and US mathematics lesson. *Teaching and Teacher Education, 21*(5), 491–508. https://doi.org/10.1016/j.tate.2005.03.004

Santagata, R., & Bray, W. (2016). Professional development processes that promote teacher change: The case of a video-based program focused on leveraging students' mathematical errors. *Professional Development in Education*, *42*(4), 547–568. https://doi.org/10.1080/19415257.2015.1082076

Schleppenbach, M., Flevares, L. M., Sims, L. M., & Perry, M. (2007). Teachers' responses to student mistakes in Chinese and U.S. mathematics classrooms. *The Elementary School Journal*, *108*(2), 131–147. https://doi.org/10.1086/525551

Shaughnessy, M., DeFino, R., Pfaff, E., & Blunk, M. (2021). I think I made a mistake: How do prospective teachers elicit the thinking of a student who has made a mistake? *Journal of Mathematics Teacher Education*, *24*(4), 335–359. https://doi.org/10.1007/s10857-020-09461-5

Skorpen, L. B., & Opsvik, F. (2010). Lærar som kontrollør versus tilretteleggjar i matematikkundervisning. *Norsk pedagogisk tidsskrift*, *94*(3), 219–230. https://doi.org/10.18261/ISSN1504-2987-2010-03-04

Son, J.-W., & Sinclair, N. (2010). How preservice teachers interpret and respond to student geometric errors. *School Science and Mathematics*, *110*(1), 31–46. https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.2009.00005.x

Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning*, *10*(4), 313–340. https://doi.org/10.1080/10986060802229675

Steuer, G., Rosentritt-Brunn, G., & Dresel, M. (2013). Dealing with errors in mathematics classrooms: Structure and relevance of perceived error climate. *Contemporary Educational Psychology*, *38*(3), 196–210. https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2013.03.002

Stigler, J. W., Fernandez, C., & Yoshida, M. (1996). Traditions of school mathematics in Japanese and American elementary classrooms. I L. P. Steffe, P. Nesher, P. Cobb, B. Sriraman, & B. Greer, *Theories of Mathematical Learning* (s. 161–188). Routledge.

Stigler, J. W., & Hiebert, J. (1999). *The teaching gap: Best ideas from the world's teachers for improving education in the classerom*. Free Press.

Thagaard, T. (2018). *Systematikk og innlevelse: En innføring i kvalitative metoder* (5. utg.). Fagbokforlaget.

Tulis, M. (2013). Error management behavior in classrooms: Teachers' responses to student mistakes. *Teaching and Teacher Education*, *33*, 56–68. https://doi.org/10.1016/j.tate.2013.02.003

Van Zoest, L. R., Stockero, S. L., Leatham, K. R., Peterson, B. E., Atanga, N. A., & Ochieng, M. A. (2017). Attributes of instances of student mathematical thinking that are worth building on in whole-class discussion. *Mathematical Thinking and Learning*, *19*(1), 33–54. https://doi.org/10.1080/10986065.2017.1259786

Wæge, K. (2015). Samtaletrekk: Redskap i matematiske diskusjoner. *Tangenten*, *2*.

Zahner, W., Velazquez, G., Moschkovich, J., Vahey, P., & Lara-Meloy, T. (2012). Mathematics teaching practices with technology that support conceptual understanding for Latino/a students. *The Journal of Mathematical Behavior*, *31*(4), 431–446. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2012.06.002

Vedlegg

Vedlegg 1: Transkripsjon

Informasjon om transkripsjon

Reidar Mosvold
Høsten 2022

Transkripsjonsnøkkel

Når vi transkriberer datamaterialet, så starter vi med å skrive ned ord for ord hva som blir sagt, og vi bruker i første omgang bare vanlige tegn (komma, punktum, spørsmålstegn osv.). Noen punkter vi må huske på:

- vi transkriberer alt til normert bokmål
- vi bruker kun fiktive navn på elever og lærere i transkripsjonene (se liste i Teams)

Når dere skriver oppgavene, vil dere ofte velge ut noen episoder for videre analyser, og da kan det være relevant å utvide transkripsjonene for å få med noe mer av dynamikken i dialogen. Nedenfor følger noen eksempler på hvordan dere kan få fram ting som forsterking, pauser, overlapp og overtakelse.

NB! Hvis en person har en ytring, så skjer det noe annet (for eksempel at en elev kommer opp og skriver noe), og så er det samme person som snakker igjen litt senere, så lager vi en ny ytring med kommentar i parentes imellom.

NB!! Vi tar også med pauser der vi tenker de har betydning eller relevans, og markerer dem etter eksemplene gitt nedenfor.

Hvis vi ikke klarer å finne ut hvem eleven som snakker er, så skriver vi "Elev 1", "Elev 2" eller lignende.

Overtakelse

Når en person begynner å snakke i direkte forlengelse av en annen, bruker vi likhetstegnet for å indikere overlapp. Sett inn et likhetstegn på slutten av ytringen hvor overtakelsen starter, og på begynnelsen av neste ytring:

```
Elev 1: Jeg synes matematikk er kjekt=
Elev 2: =ja, det er det kjekkeste faget!
```

Overlapp

Hvis to personer snakker i munnen på hverandre, prøver vi å indikere dette ved å sette det de to sier når de snakker i munnen på hverandre i klammeparenteser:

```
Lærer: Ja, hundre og førti centimeter. For da gjør du Julius, det som
Tora foreslo. Nemlig å gjøre om en [meter]
Julius: [meter til centimeter]
Lærer: Det var det du foreslo, ikke sant?
```

Pauser

Hvis den personen som snakker tar en tydelig pause, markerer vi dette med parentes. Hvis pausen er kortere enn et sekund, markerer vi med (.) og hvis den er lengre enn et sekund, markerer vi omtrentlig varighet på pausen inni parentesen, som for eksempel: (5s)

Forsterking

Hvis en person som snakker legger tydelig vekt på ord eller stavelser, så markerer vi dette med store bokstaver. For eksempel kan en person si at en oppgave var «VELdig vanskelig», og da indikerer de store bokstavene at personen la ekstra vekt på første del av ordet «veldig».
Hvis en person hever stemmen og snakker spesielt høyt utover dette, kan vi markere det med å sette stjerne ved starten og slutten av det som blir sagt med ekstra høy stemme:

```
Lærer: *Nå må alle være stille og høre godt etter*!
```

Tilsvarende kan vi bruke tegnet «underscore» for å markere at noen snakker med spesielt lav stemme (hvisker), og vi markerer da med underscore ved starten og slutten av det som blir sagt med lav stemme:

```
Lærer: _Etter at Amanda har skrevet sitt svar, kan du gå opp og
skrive ditt_
```

Transkripsjonsmal

Hvert transkripsjonsdokument skal starte med å oppgi en tittel som forklarer hva transkripsjonen handler om (f.eks. «Transkripsjon av undervisning i 5B» eller «Lærerintervju med …»), angivelse av dato og tidspunkt når opptaket ble gjort, og hvem som har transkribert (med navnet på den som har sjekket i parentes). Dette skal stå helt øverst i dokumentet på denne måten:

```
#+title: Transkripsjon av elevintervju i 5B
#+date: Onsdag 28. september 2022, 2. time
#+author: Reidar Mosvold (sjekket av Eva-Maria Reich)
```

Etter denne toppteksten legger vi inn et ekstra linjeskift, og så følger selve transkripsjonen fortløpende med ett linjeskift mellom hver ytring. Pass på at hver ytring starter med et (fiktivt) navn, etterfulgt av kolon (ikke semikolon!) og mellomrom, slik som dette:

```
Siri: Men, dersom dere skal trekke frem noe dere ikke liker. Hva vil
dere si det er?
Vetle: Når det er sånn veldig spesifikke formler og sånt og du føler
at du bare setter bokstaver og tall inn for null grunn.
Sofie: Mhm, at det blir veldig sånn ensidig for hvert spørsmål det
kommer og så er det sånn må en finne på nytt hele tiden, det er ikke
sånn du bare kan fortsette på.
```

Hele starten av dokumentet vil da se ut slik som dette:

```
#+title: Transkripsjon av elevintervju i 5B
#+date: Onsdag 28. september 2022, 2. time
#+author: Reidar Mosvold (sjekket av Eva-Maria Reich)

Siri: Men, dersom dere skal trekke frem noe dere ikke liker. Hva vil
dere si det er?
Vetle: Når det er sånn veldig spesifikke formler og sånt og du føler
at du bare setter bokstaver og tall inn for null grunn.
Sofie: Mhm, at det blir veldig sånn ensidig for hvert spørsmål det
kommer og så er det sånn må en finne på nytt hele tiden, det er ikke
sånn du bare kan fortsette på.
```

Vedlegg 2: Bekreftelse fra NSD

Vurdering

Dato
25.08.2022

Type
Standard

Referansenummer
632953

Prosjekttittel
Studere matematikkundervisning

Behandlingsansvarlig institusjon
Universitetet i Stavanger / Fakultet for utdanningsvitenskap og humaniora / Institutt for grunnskolelærerutdanning, idrett og spesialpedagogikk

Prosjektansvarlig
Reidar Mosvold

Prosjektperiode
01.08.2022 - 31.07.2027

Meldeskjema

Kommentar
OM VURDERINGEN
Personverntjenester har en avtale med institusjonen du forsker ved. Denne avtalen innebærer at vi skal gi deg råd slik at behandlingen av personopplysninger i prosjektet ditt er lovlig etter personvernregelverket.

Personverntjenester har nå vurdert den planlagte behandlingen av personopplysninger. Vår vurdering er at behandlingen er lovlig, hvis den gjennomføres slik den er beskrevet i meldeskjemaet med dialog og vedlegg.

VIKTIG INFORMASJON TIL DEG
Du må lagre, sende og sikre dataene i tråd med retningslinjene til din institusjon. Dette betyr at du må bruke leverandører for spørreskjema, skylagring, videosamtale o.l. som institusjonen din har avtale med. Vi gir generelle råd rundt dette, men det er institusjonens egne retningslinjer for informasjonssikkerhet som gjelder.

TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET
Prosjektet vil behandle alminnelige kategorier av personopplysninger frem til 31.07.2027.

LOVLIG GRUNNLAG
Prosjektet vil innhente samtykke fra de registrerte til behandlingen av personopplysninger. For elevene vil det innhentes samtykke fra deres foresatte. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 nr. 11 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse, som kan dokumenteres, og som den registrerte kan trekke tilbake.

Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være foresattes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

PERSONVERNPRINSIPPER
Personverntjenester vurderer at den planlagte behandlingen av personopplysninger vil følge prinsippene i personvernforordningen om:
lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at foresatte får tilfredsstillende informasjon om og samtykker til behandlingen
formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger samles inn for spesifikke, uttrykkelig angitte og berettigede formål, og ikke viderebehandles til nye uforenlige formål
dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante og nødvendige for formålet med prosjektet
lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for å oppfylle formålet

DE REGISTRERTES RETTIGHETER
Personverntjenester vurderer at informasjonen om behandlingen som de registrerte og deres foresatte vil motta oppfyller lovens krav til form og innhold, jf. art. 12.1 og art. 13.
Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18) og dataportabilitet (art. 20).
Vi minner om at hvis en registrert/foresatt tar kontakt om sine/barnets rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare

innen en måned.

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER
Personverntjenester legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32).

Ved bruk av databehandler (spørreskjemaleverandør, skylagring, videosamtale o.l.) må behandlingen oppfylle kravene til bruk av databehandler, jf. art 28 og 29. Bruk leverandører som din institusjon har avtale med.

For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må dere følge interne retningslinjer og eventuelt rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

MELD VESENTLIGE ENDRINGER
Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til oss ved å oppdatere meldeskjemaet. Før du melder inn en endring, oppfordrer vi deg til å lese om hvilke type endringer det er nødvendig å melde:
https://www.nsd.no/personverntjenester/fylle-ut-meldeskjema-for-personopplysninger/melde-endringer-i-meldeskjema. Du må vente på svar fra oss før endringen gjennomføres.
Du må vente på svar fra oss før endringen gjennomføres.

OPPFØLGING AV PROSJEKTET
Vi vil følge opp underveis (hvert annet år) og ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet/pågår i tråd med den behandlingen som er dokumentert.

Kontaktperson hos oss: Hildur Thorarensen

Lykke til med prosjektet!

Vil du delta i forskningsprosjektet *«Studere matematikkundervisning»*?

Dette er et spørsmål til om deltakelse i et forskningsprosjekt hvor formålet er å bedre forstå hva som kan være involvert i det krevende arbeidet med å lede matematikkundervisning i grunnskolen. Du får dette informasjonsskrivet på vegne av ditt barn. I dette skrivet gir vi informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for ditt barn.

Formål

Matematikkundervisning er et krevende og komplekst arbeid hvor lærerne blir stilt overfor en rekke utfordringer og arbeidsoppgaver. De må blant annet balansere oppmerksomheten mot det faglige innholdet, elevenes kunnskap, motivasjon og interesse, og ulike typer påvirkning fra samfunn og miljø. Denne studien søker å studere det komplekse undervisningsarbeidet i matematikk ved å observere ulike klasserom og få høre hvordan elever og lærere opplever matematikkundervisningen.

Prosjektet vil ledes av forskere ved Universitetet i Stavanger, og masterstudenter vil bidra i datainnsamlingen. Noen av masterstudentene vil kunne velge å bruke datamaterialet videre i sine masteroppgaver.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

Universitetet i Stavanger er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?

Du får denne henvendelsen om å delta fordi du er forelder/foresatt til en elev ved en av skolene som er invitert til å delta i prosjektet.

Hva innebærer det å delta?

Prosjektet som helhet har en varighet på fem år, og vi vil i løpet av disse årene besøke ulike skoler i distriktet. For ditt barn innebærer deltakelse i prosjektet først og fremst at vi vil observere (samt gjøre lyd- og video-opptak) fra vanlige matematikktimer over en periode på ca. to uker. Dersom du ikke ønsker at ditt barn skal bli filmet, kan du skrive dette i samtykkeskrivet. Vi vil da sørge for at kamera plasseres slik at ditt barn ikke kommer med i video-opptaket. Opptakene vil kun danne utgangspunkt for en skriftliggjøring (transkripsjon) av det som skjer og blir sagt i undervisningen, og det er de anonymiserte transkripsjonene som vil bli analysert og eventuelt gjengitt.

I tillegg til klasseromsobservasjoner vil vi invitere noen elever til å være med på et gruppeintervju (ca. 15–20 minutter) sammen med 1–2 andre elever fra klassen. I tillegg ønsker vi å samle inn en anonym spørreundersøkelse fra alle elevene i klassen(e).

Foreldre/foresatte kan få se spørreskjema og intervjuguide (for de som har barn som har sagt seg villige til å delta i intervju) på forhånd. Dette kan ordnes ved å ta kontakt med prosjektleder: Reidar Mosvold.

I elevintervjuet vil elevene bli bedt om å svare på/diskutere noen utvalgte matematikkoppgaver. Når vi senere intervjuer lærerne, vil vi be lærerne om å forklare hvordan de tolker slike typer svar (elevsvarene vil da anonymiseres).

Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis ditt barn velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle personopplysninger om ditt barn vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg eller ditt barn hvis de ikke vil delta eller senere velger å trekke seg. Hvis du ønsker at ditt barn ikke skal bli filmet, vil vi plassere kamera slik at dette barnet ikke blir filmet, men det vil da bli tatt lydopptak. Dersom det blir for mange elever i klassen som ikke ønsker å delta, vil vi finne en annen klasse å observere.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger

Vi vil bare bruke opplysningene om ditt barn til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.

- Lyd- og videoopptak vil kun være tilgjengelig for deltakerne i prosjektet så lenge prosjektet varer.
- Opptakene vil lagres sikkert på krypterte lagringsløsninger, og opptakene vil transkriberes og anonymiseres. Alle navn vil erstattes med fiktive navn, og vi vil sørge for at kontaktopplysninger lagres sikkert adskilt fra øvrige data.

I publikasjoner fra prosjektet vil alle opplysninger anonymiseres, og vi vil sørge for at det ikke blir gitt opplysninger som gjør at deltakerne kan gjenkjennes.

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?

Opplysningene anonymiseres når prosjektet avsluttes/oppgaven er godkjent, noe som etter planen er *31. juli 2027.* Da vil alle lyd- og videoopptak slettes, og vi vil kunne oppbevare anonymiserte transkripsjoner og anonyme svar på spørreskjema.

Dine rettigheter

Så lenge ditt barn kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om ditt barn, og å få utlevert en kopi av opplysningene,
- å få rettet personopplysninger om ditt barn,
- å få slettet personopplysninger om ditt barn, og
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av ditt barns personopplysninger.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om ditt barn?

Vi behandler opplysninger om ditt barn basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra *Universitetet i Stavanger* har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvor kan jeg finne ut mer?

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- Universitetet i Stavanger ved Reidar Mosvold (tlf.: 98 62 38 66, e-post: reidar.mosvold@uis.no).

- Vårt personvernombud: Rolf Jegervatn (e-post: personvernombud@uis.no)

Hvis du har spørsmål knyttet til NSD sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:
- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS på e-post (personverntjenester@nsd.no) eller på telefon: 55 58 21 17.

Med vennlig hilsen

Reidar Mosvold
(Forsker)

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet *Studere matematikkundervisning*, og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

- at mitt barn blir observert (ved hjelp av lyd- og video-opptak) i noen ordinære matematikktimer
- at det blir tatt lydopptak av stemmen til mitt barn, men jeg ønsker ikke at barnet blir filmet
- at mitt barn kan delta i *gruppeintervju*

Jeg samtykker til at opplysninger om mitt barn behandles frem til prosjektet er avsluttet

----
(Signert av foreldre/foresatte på vegne av elev, dato)