Universitetet i Stavanger

FAKULTET FOR UTDANNINGSVITENSKAP OG HUMANIORA

MASTEROPPGAVE

Studieprogram: Grunnskolelærer 5-10. trinn, masterprogram i matematikkdidaktikk	Vårsemesteret, 2023
Forfatter: Live Gabrielsen Grønstad	
Veileder: Åsmund Lillevik Gjære	
Tittel på masteroppgaven: Analytisk observasjon av elevers algebraiske tenkning gjennom innføring av tenkende klasserom Engelsk tittel: Noticing students' algebraic thinking through implementing thinking classrooms	
Emneord: Analytisk observasjon, tenkende klasserom, algebraisk tenkning, problemløsning, matematikkundervisning	Antall ord: 23 506 + vedlegg/annet: 5 668 Stavanger, 2. juni 2023

Forord

Denne masteroppgaven markerer slutten på min femårige utdannelse ved Universitetet i Stavanger. Det har vært fem lærerike og spennende år som jeg kommer til å se tilbake på med stor begeistring. Jeg har vært heldig som har fått tilbragt så mye tid sammen med inspirerende faglærere og gode studievenner. Studietiden ved Universitetet i Stavanger har gitt meg svært verdifull kunnskap som jeg kommer til å ta med meg videre inn i yrkeslivet.

Jeg ønsker å rette en spesiell takk til min veileder, Åsmund Lillevik Gjære, som har stilt opp til alle døgnets tider, uansett hverdag, helg eller helligdag. Tusen takk for alle konstruktive tilbakemeldinger og motiverende ord! Jeg vil også takke læreren og hennes klasse som sa ja til å delta på mitt forskningsprosjekt. Takk for at du var så fleksibel, og for at du velvillig stilte opp til et ekstra intervju da det oppstod et behov for mer data! Videre vil jeg takke mine to medstudenter som jeg gikk sammen med for å samle inn datamateriale – takk for gode samtaler, refleksjoner og heiarop gjennom prosessen!

Sist, men ikke minst, vil jeg rette en stor takk til familie, venner, kollegaer og elever som har hjulpet meg gjennom dette semesteret. Spesielt takk til mamma som har vist nysgjerrighet og engasjement for oppgaven, og som har bidratt med fine diskusjoner og en god dose motivasjon. Til slutt vil jeg takke min samboer som har vært en stor støtte og vist tålmodighet gjennom hele prosjektet.

Live Gabrielsen Grønstad
02.06.2023

Sammendrag

Gjennom kunnskapsløftet 2020 utfordres lærere til å kunne analytisk observere elevenes matematiske tenkning. Denne masteroppgaven utforsker potensialet som ligger i undervisningsmetoden tenkende klasserom for å analysere elevenes algebraiske tenkning. Forskningsspørsmålet som undersøkes er:

«Hvilke muligheter gir undervisningsmetoden tenkende klasserom for lærerens analytiske observasjon av elevenes algebraiske tenkning?

For å studere dette har jeg tatt utgangspunkt i teori om problemløsning, algebra og algebraisk tenkning, analytisk observasjon og tenkende klasserom. Forskningsprosjektets datamateriale ble samlet inn i form av video- og lydopptak av undervisningsøkter på 9. trinn, samt elev- og lærerintervju i etterkant. Videre ble datamaterialet analysert gjennom to ulike perspektiv, både ved å se på ulike episoder fra undervisningsøktene og utsagn fra læreren i intervjuet.

Resultatene vil bidra til å belyse de mulighetene som ligger i undervisningsmetoden tenkende klasserom for å analytisk observere elevenes algebraiske tenkning. Studien er en kvalitativ case-studie, og er derfor basert på få informanter (en klasse med en matematikklærer). Det betyr at det er behov for mer forskning før man kan trekke en konklusjon på forskningsspørsmålet. Funnene antyder likevel at noen av praksisene fra et tenkende klasserom kan gi læreren mulighet til analytisk observasjon på høyt nivå. Problemløsningsoppgaver, vertikale ikke-permanente tavler og randomiserte grupper var praksiser som så ut til å være gunstig for lærerens mulighet til å analytisk observere elevenes algebraiske tenkning.

Abstract

Through the 2020 National Curriculum, teachers are challenged to notice their pupil's mathematical thinking. This masters thesis will explore the teaching method "Thinking Classrooms", and it's ability to help notice student's algebraic thinking. More precisely, we aim to answer the question:

"What possibilities does the teaching method "Thinking Classrooms" offer teachers when noticing student's algebraical thinking?"

To examine this, we have based the research on the theory of problem solving, algebra and algebraic thinking, noticing and thinking classrooms. Data has been collected through video- and audio recordings of teaching session for year 9 students, followed by interviews of both the participating teachers and pupils. Further, the data has been analysed from to different perspectives; (1) by looking at different events from the teaching session and (2) by analysing responses made by the teacher in the following interviews.

The results will help to shed light on the possibilities the teaching method "thinking classrooms" offers when noticing how students think algebraically. The thesis is a qualitative case study, and is therefore based on a small number of participants (one class with one mathematics teacher). Thus, a more extensive study would be necessary to draw strong conclusions when trying to answer the research question at hand. Our results, however, suggest that the thinking classroom method can help improve the teacher's ability to notice the students algebraic thinking at a high level. Problem solving tasks, vertical magic whiteboards and randomised groups were practices from this method that offered significant help to the teacher.

Innholdsfortegnelse

Tabelliste

Figurliste

Kapittel 1: Introduksjon

1.1 Bakgrunn for studien

Matematikkundervisning har vært forsket på og diskutert i mange år, og det har vært et vedvarende søkelys på hvordan man kan forbedre undervisningen og øke elevenes matematiske forståelse. Algebra er en stor og viktig del av matematikkundervisningen, men mange elever sliter med å forstå og anvende algebra i skolen. Jeg har observert at algebra og likninger skaper ubehag og frustrasjon hos elever. Mange synes algebra er vanskelig, og sliter med å se nytten i å lære seg det. Resultatene fra TIMSS 2011, 2015 og 2019 viser at norske elevers prestasjoner i matematikk på 9. trinn karakteriseres som middels gode i europeisk perspektiv, men gjennomsnittskåren trekkes ned av svært svake prestasjoner i emneområdet algebra (Bergem, 2016). Norge har med andre ord lav skår i algebra sammenlignet med de andre emneområdene tall, geometri og statistikk (Bergem, 2016).

Elevene blir først introdusert for algebra på mellomtrinnet, men matematikk på 1-4. trinn bærer en del preg av prealgebraiske oppgaver og forståelse. Etter 8. trinn skal elevene kunne «Utforske algebraiske regneregler» og «Beskrive og generalisere mønstre med egne ord og algebraisk» (Kunnskapsdepartementet, 2019). Når elevene blir introdusert for algebra, blir matematikken preget av symboler som de ikke nødvendigvis har knyttet mening og innsikt til enda, og som da vil fremstå som umulig å forstå seg på. Tidligere forestillinger eller misoppfatninger vil påvirke hvordan og hva de lærer, og det kan være disse forestillingene som forårsaker lærevansker for elevene i senere tid (Shulman, 1986). Booth et al. (2017) studerte misoppfatninger og læring i algebra, og peker på at det vil være nødvendig å forebygge og rette opp i algebraiske misoppfatninger for å øke elevenes suksess i algebra. Elever som har misoppfatninger om blant annet likhetstegnet eller negative tall løser færre likninger riktig og har større vanskeligheter for å lære seg hvordan man løser likninger. Det å rette opp i disse misoppfatningene kan føre til forbedringer i elevenes ferdigheter i å løse likninger (Booth & Koedinger, 2008). Dette vil være et viktig første steg mot å unngå en uheldig utvikling av misoppfatninger som kan følge elevene videre og hindre forståelse.

Å avdekke elevenes misoppfatninger har imidlertid vist seg å være en utfordrende del av lærerarbeidet i matematikk. For at lærere skal hjelpe elever å overvinne misoppfatninger og feil er det viktig å vite hva elevene spesifikt finner utfordrende (Shulman, 1986). I læreplanen under kjerneelementet «resonnement og argumentasjon» skal elevene kunne «utforme eigne resonnement både for å forstå og for å løyse problem (…) elevane grunngir framgangsmåter, resonnement og løysningar og beviser at desse er gyldige» (Kunnskapsdepartementet, 2019). Gjennom dette utfordres lærere til å observere, analysere og respondere på elevers tenkning, noe som betyr at lærere må beherske analytisk observasjon (Fauskanger & Bjuland, 2021). Slik vil lærerens evne til å analytisk observere elevenes tenkning spille en rolle for om elevene får et tilstrekkelig læringsutbytte.

Ifølge læreplanen skal også utforskning og problemløsning få en større plass i matematikkundervisningen fremover. For å kunne legge opp til dette trengs det kunnskap om ulike undervisningsmodeller med en problemløsende innfallsvinkel, og hvordan disse legger til rette for at læreren får tilgang til elevene sin tenkning. Lærere må beherske analytisk observasjon for å kunne sette seg inn i elevenes tenkning og avdekke deres misoppfatninger, og dette fordrer at omgivelsene gir elevene mulighet til å tenke. Liljedahl (2016) har forsket på hva som fremmer og hemmer tenkende klasserom i over 10 år, og ut fra resultatene presenterte han et rammeverk for å bygge tenkende klasserom. Tenkende klasserom er en pedagogisk tilnærming som oppmuntrer elevene til å samarbeide, utforske og reflektere over matematiske konsepter. Elevene blir oppfordret til å tenke kreativt og bruke ulike strategier for å løse matematiske problemer. Liljedahls undervisningsmetode for tenkende klasserom er relativt ny, og det vil derfor være interessant å undersøke om undervisningsmetoden gir læreren mulighet til analytisk observasjon av elevenes algebraiske tenkning i klasserommet. Med utgangspunkt i dette har jeg utformet forskningsspørsmålet

«Hvilke muligheter gir undervisningsmetoden tenkende klasserom for lærerens analytiske observasjon av elevenes algebraiske tenkning?

1.2 Oppgavens oppbygning

Oppgavens innledning viser bakgrunnen for studien. Videre i kapittel to følger et firedelt teorikapittel hvor jeg først vil gjøre rede for begrepet algebra og hvorfor norske ungdomsskole-elever ofte finner dette emnet utfordrende. Deretter vil jeg rette fokus mot elevenes algebraiske tenkning og algebraiske misoppfatninger. Videre vil jeg gjøre rede for læreres analytiske observasjon, og til slutt sette dette i sammenheng med undervisningsmetoden tenkende klasserom. I kapittel tre vil jeg begrunne mine metodiske valg, hvorfor jeg valgte kvalitativ forskning, vise til fremgangsmåte ved datainnsamling, begrunne utvalget av informanter og beskrive min analytiske tilnærming. Metodekapittelet avsluttes med å trekke frem forskningsetiske vurderinger og forskningskvalitet med fokus på reliabilitet og validitet. Kapittel fire vil være analyse hvor jeg analyserer datamaterialet fra to ulike perspektiv. Videre vil jeg diskutere forskningens resultater, og forsøke å komme med en konklusjon på forskningsspørsmålet mitt.

Kapittel 2: Teorigrunnlag

I min studie vil det være fokus på lærerens mulighet til å analytisk observere elevenes algebraiske tenkning i et tenkende klasserom. For å skape et tenkende klasserom peker Liljedahl (2021) på at elevene må ha noe å tenke over, og trekker dermed inn problemløsningsoppgaver som det åpenbare valget. I det tenkende klasserommet som blir studert i min studie, jobbes det med problemer som omhandler emnet algebra. Jeg vil derfor se på hva algebra er og gå gjennom tidligere forskning på typiske misoppfatninger og feil som elevene gjør under innlæringen av algebra. Siden det er elevenes tenkning som er fokus under analytisk observasjon, vil jeg også gå gjennom algebraisk tenkning. Videre vil jeg rette fokus mot problemløsning i matematikkundervisningen. Til slutt vil jeg trekke frem hva analytisk observasjon er og hvorfor jeg ønsker å se på det i sammenheng med det tenkende klasserommet.

2.1 Algebra

Algebra er et språk der vi kort og konsist uttrykker og begrunner matematiske sammenhenger og resultater (Birkeland et al., 2018). I dagligtale erstattes ofte begrepet algebra med det noe udefinerte begrepet bokstavregning og knyttes dermed til bruk av symboler i matematikken. Algebra har blitt sett på i århundrer som naturvitenskapen for å løse likninger, og dette synet har ikke forandret seg mye (Kieran, 2004, s. 139). Vi forbinder ofte algebraen med å løse oppgaver og manipulasjon av symboler (Kieran, 2020, s. 36). Det å lære seg algebra kan hjelpe elevene med å se sammenhenger i ulike matematiske representasjoner, matematiske temaer, og ikke minst fagområder som er avhengig av matematikk, som for eksempel naturfag.

Å komme med en konsis definisjon av algebra er ikke entydig, og ifølge Lins & Kaput (2004, s. 48) kan det å prøve og definere algebra være utfordrende. Man kan allikevel få et inntrykk av hva som er essensen i algebra ved å se på historiske beskrivelser (Kongelf, 2015). Sett i et historisk perspektiv har algebra som språk utviklet seg på ulike nivå. Første nivå er retorisk algebra, som er en generell sammenheng uttrykt i ord (Torkildsen, 2006). Her blir det matematiske innholdet beskrevet med vanlig språk. Neste nivå er synkopert algebra, som er en blanding av ord or symboler. Her tok matematikerne gradvis i bruk forkortelser når de gav og løste matematiske problemer. Dette var et steg på veien til symbolsk algebra (Torkildsen, 2006), hvor matematikerne brukte abstrakte symboler og formelspråk. Det å ta utgangspunkt i den historiske utviklingen som ender opp i den symbolske algebraen, vil i en pedagogisk sammenheng bety at en ikke starter med en formel, men lar den være sluttproduktet i en prosess der matematisk resonnering har spilt en sentral rolle (Torkildsen, 2006, s. 12). Torkildsen (2006, s. 12) peker på at vi bør la den retoriske, synkoperte og symbolske algebraen leve side om side inntil elevene blir fortrolige med det algebraiske symbolspråket.

Et lignende argument finner vi hos Birkeland et al. (2018), som skriver at den historiske utviklingen fra retorisk til symbolsk algebra tok lang tid. De mener derfor at det kan være fruktbart å la elevenes arbeid med algebra til en viss grad følge samme utviklingslinje, og det lønner seg å arbeide i et langsiktig perspektiv. Undervisningen bør legge opp til en utvikling fra muntlig (retorisk) algebra med støtte i figurer eller konkretiseringer via elevenes egne algebraiske uttrykk, og så til den symbolske uttrykksformen som er blitt standard. Det algebraiske språket er presist, men det inneholder en del konvensjoner som det tar tid å bli kjent med. Kjennskap til formler og erfaring med å løse likninger gir et godt utgangspunkt for arbeid med en rekke problemer. Bruk av likninger som verktøy i problemløsing forutsetter at vi er i stand til å strukturere problemet og å uttrykke det som en likning. Likninger gir derfor også elevene mulighet til å utvikle innsikt i å tolke og uttrykke seg i det algebraiske symbolspråket. I stor grad bør vi bygge videre ut fra elevenes egne tanker og deres strukturering av problemer (Birkeland et al., 2018)

2.1.1 Hvorfor lave prestasjoner i algebra?

Det vi vet foreløpig om elevenes prestasjoner i algebra fra de siste tiårene er at norske elever presterer gjennomgående svakt på flere av de internasjonale testene som PISA, TIMSS og TIMSS Advanced, og at det kan se ut som at denne trenden er synkende (Bergem, 2016). Algebra blir særlig tatt frem som et område for å forklare den svakere prestasjonen i 2015, sammenliknet med resultatene fra 1995 (Grønmo et al., 2017, s. 40). Algebraen er et sterkt og samlende redskap fordi den dekker så mange tilfeller – og nettopp derfor kan algebraen bli abstrakt i undervisningen. Det er flere elever som generelt har problemer med å se hensikten med algebra (Bell, 1995). Overgangen fra arbeid med tall til tallmønstre og symbolsk algebra betyr et endret fokus og et sprang i abstraksjon. Elevene bør derfor få mange og varierte erfaringer med å lage, tolke og sammenlikne formler (Birkeland et al., 2018). Det er et mål at elevene etter hvert verdsetter at formler og bokstavuttrykk kan brukes for å uttrykke matematiske sammenhenger på en enkel, klar og oversiktlig måte.

2.1.2 Algebraisk tenkning

Algebraisk tenkning handler om å utvikle evnen til å generalisere matematiske prosedyrer. I følge Mason (1996) finner ikke matematisk tenking sted med mindre elevene blir gitt mulighet til å arbeide med å uttrykke sine generaliseringer. Sibgatullin et al. (2022) argumenterer for at lærere, spesielt på ungdomsskolen, må være klar over elevenes algebraiske tenkning når de skal løse et matematisk problem. Kaput (1999) deler algebraisk tenkning inn i fem kategorier:

1. Algebra som generalisering og formalisering av mønster og betingelser
2. Algebra som manipulasjon av symboler
3. Algebra som studium av strukturer abstrahert fra utregninger og sammenhenger
4. Algebra som studium av funksjoner, relasjoner og samvariasjon
5. Algebra som språk for modellering av fenomener og situasjoner

Kaput (1999). Oversettelse av Rønning (u.å.)

Lærere bør veilede elevene nøye til algebraisk tenkning når det gjelder mønstergjenkjenning og matematisk generalisering når de tilegner seg aritmetiske ferdigheter (Sibgatullin et al., 2022; Carraher et al., 2000). De må kjenne til elevenes algebraiske tenkningsferdigheter når de skal løse et matematisk problem, og de må kunne forstå hvordan elevene tenker og resonnerer algebraisk. Dette er viktig for å forstå utviklingen av elevenes tenkning og resonnement for å forbedre elevenes læring i matematikk (Kamol & Har, 2010).

Ifølge Kamol (2005) består de grunnleggende indikatorene for algebraisk tenkning av tre grunnleggende ferdigheter: notasjon, modell (mønster) og variabel. For disse tre ferdighetene inkluderer notasjon ferdighetene til å bruke tabeller, figurer, symboler osv. gitt i oppgaven. Modellen består av evnen til å generalisere og formulere mønstre. Variabelen handler om evnen til å forstå variabelens rolle i generaliserte tall (Sibgatullin et al., 2022). Algebraisk tenkning starter med den konkrete opplevelsen av tall og går videre til generalisering og abstrakt tenkning gjennom aktiviteter (Sibgatullin et al., 2022; Mason, 2008; Radford & Sabena, 2015). Det å ha sterke algebraiske tenkningsferdigheter krever sterke symboliserings- og generaliseringsferdigheter (Sibgatullin et al., 2022; Kaput, 2008). Studier viser at mange elever har vansker i den algebraiske tenkeprosessen og skaper dermed feil og misoppfatninger (Asquith et al., 2007; Herscovics & Linchevscki, 1994; MacGregor & Stacey, 1997). Overgangen til å tenke algebraisk kan være problematisk for elevene, fordi det krever en utvidet forståelse for hva bokstaver kan bety (Birkeland et al., 2018). Mange elever har vansker med å danne de grunnleggende begrepene for algebra og å lage forbindelser mellom disse konseptene og de pre-algebraiske konseptene de utviklet i grunnskolen. I tillegg har elevene vansker med å forstå betydningen av de nye symbolene de møter. Denne situasjonen fører til at elever kan oppleve å ikke lykkes i problemstiuasjonene de møter på grunn av symbolene de ikke forstår (Asquith et al., 2007; Herscovics & Linchevscki, 1994).

2.1.3 Misoppfatninger i algebra

Ingen elever kommer med helt blanke ark til en undervisningstime (Booth & Koedinger, 2008, s. 571). Elevene vil alltid inneha noen form for erfaringer og kunnskap når de er i undervisningen, og denne forståelsen kan variere. Mange elever som lærer matematikk har ofte misoppfatninger på ulike steder i læringsprosessen (Booth et al., 2017, s. 63). Misoppfatninger er ufullstendige tanker knyttet til et begrep (Brekke, 2002), og er en del av barns normale utvikling (Matematikksenteret, u.å.-e). Brekke (2002) peker på at det er viktig å forstå forskjellen på feil elevene gjør, og de misoppfatninger de har. En feil kan komme mer eller mindre tilfeldig, fordi en ikke er oppmerksom nok eller ikke leser oppgaven godt nok. Misoppfatninger derimot, er ikke tilfeldige. De bygger på en bestemt tenkning som elevene bruker konsekvent, og er noe annet enn tilfeldige feil og misforståelser (Brekke, 2002). Ofte er dette et resultat av en overgeneralisering av tidligere kunnskaper til nye områder der disse kunnskapene ikke gjelder fullt ut. Det er trolig ikke mulig å unngå at misoppfatninger og begreper blir dannet da dette er en naturlig del av barnas utvikling. Nye ideer blir tolket ut fra eksisterende erfaring. Det fører til at ugyldige slutninger blir trukket på sviktende grunnlag (Brekke, 2002).

En studie fra 2011 gjort på elever i 8.klasse i USA (Egodawatte, 2011) forsøkte å identifisere elevenes misoppfatninger i algebra. Egodawatte fant at misoppfatningene tilhørte to kategorier. Elevene gjorde feil fordi de manglet forståelse for algebraiske konsepter, men det var også flere som gjorde feil på grunn av helt vanlig slurv, som kan oppstå i alle andre emner. For eksempel var det flere som gav feil svar på grunn av hastverk til å begynne å løse et problem uten å forstå hva som står først. Det ble også gjort flere feil fordi elevene ikke tok seg tid til å gå frem og tilbake i oppgaven og verifisere alle svar underveis i problemløsningsprosessen (Egodawatte, 2011). Studien viste at flere elever mangler aritmetiske ferdigheter, og at dette gikk ut over de algebraiske ferdighetene.

Bush & Karp (2013) kom med en oversiktsartikkel over de vanligste misoppfatningene elevene hadde, og delte det inn i 4 kategorier: Forholdstall og proporsjonale forhold, tallsystemet, uttrykk og ligninger og funksjoner. I følge Bush & Karp (2013) må disse kategoriene være en prioritet for lærere i ungdomsskolen, og mestring av algebra forutsetter mestring innenfor disse fire kategoriene. De slo også fast at lærere som er informerte om de misoppfatningene som vanligvis oppstår, og som vet hvordan man skal adressere disse misforståelsene, vil ha en stor fordel når de skal hjelpe elevene til å oppnå matematisk forståelse (Bush & Karp, 2013). Det betyr at om en lærer er klar over hvilke misoppfatninger som vanligvis oppstår, vil læreren lettere kunne identifisere dem når de først blir synlige. Da vil læreren også være bedre rustet til å hjelpe elevene med å oppklare disse misoppfatningene.

Booth et al. (2017) studerte misoppfatninger og læring i algebra, og peker på at det vil være nødvendig å forebygge og rette opp i algebraiske misoppfatninger for å øke elevenes suksess i algebra. De kom også frem til at det vil være hensiktsmessig å endre måten vi introduserer algebraiske problem og konsepter på (Booth et al., 2017). Noen av de ulike misoppfatningene som tidligere er forsket på er misoppfatninger knyttet til likhet/ulikhet, negativitet, variabler, brøk, regnerekkefølge og funksjoner.

Likhet/ulikhet

Elever har ofte en operasjonell forståelse for likhetstegnet hvor de tror at likhetstegnet indikerer at det skal komme et svar. Dette står i kontrast til en relasjonell forståelse hvor likhetstegnet indikerer ekvivalens (Booth et al., 2017). Selv om denne typen aritmetisk tenkning er tilstrekkelig i de tidlige årene, skaper det store problemer når elevene blir bedt om å tenke algebraisk senere (Booth et al., 2017; Booth & Koedinger, 2008; Knuth, Stephens, McNeil, &

Alibali, 2006). Det er avgjørende å ha en riktig forståelse av betydningen av likhetstegnet for å kunne manipulere og løse algebraiske likninger (Booth et al., 2017; Carpenter, Franke & Levi, 2003; Kieran, 1981).

Negativitet

Elever med en uriktig eller ukomplett forståelse for det negative tegnet er mer sannsynlig at bruker uriktige strategier når de løser algebraiske likninger (Booth & Koedinger, 2008). På grunn av negativitet sin abstrakte natur vil dette konseptet være spesielt utfordrende for elever som beveger seg fra aritmetisk til algebraisk tenkning. Disse elevene har en tendens til å forbinde det negative tegnet med den grunnleggende regnearten subtraksjon (Booth et al., 2017).

Variabler

I matematikken brukes bokstaver som symboler på forskjellige måter, både i formler, likninger og ulikheter, identiteter, funksjonsuttrykk og til å generalisere, begrunne og bevise (Birkeland et al., 2018, s. 274). Elever kan ha vanskeligheter med å forstå at bokstaver i algebra representerer tall eller ukjente verdier. De kan også ha problemer med å skille mellom variabler og konstanter. Forskning på elevenes tenkning rundt variabler har vist at mange elevers forestillinger er utilstrekkelige, spesielt når det gjelder bruken av bokstaver som symboler i algebra. Elevenes misforståelser inkluderer å se på variabler som forkortelser eller etiketter i stedet for bokstaver som står for størrelser. I tillegg er det flere som tilordner verdier til bokstavene basert på deres posisjoner i alfabetet, og ellers er ute av stand til å håndtere algebraiske bokstaver som varierende størrelser i stedet for spesifikke verdier (Asquith et al., 2007).

Brøk

Misoppfatninger innen brøk påvirker også elevene når de skal tenke algebraisk. En av de viktigste typene kunnskap som er nødvendig for læring av algebra er kunnskap om rasjonelle tall og brøk. Brøk kan bli sett på som koeffisienter, konstanter og løsninger innen algebra (Booth et al., 2017).

Regnerekkefølge

En annen type misoppfatning som påvirker elever i alle aldre handler om regnerekkefølge og bruken av parentes. Mange elever ser ikke nytten i å følge regnerekkefølgen og løser uttrykket fra venstre til høyre (Booth et al., 2017).

Funksjoner

En siste misoppfatning er at elever ofte misforstår meningen av algebraiske funksjoner. For eksempel behandler elevene en graf som et bilde av et gitt scenario. I tillegg er det flere som tror at lineær funksjon må være proporsjonal fordi den øker eller minsker ved en konstant rate, men dette er kun sant dersom funksjonen går gjennom origo (Booth et al., 2017).

2.2 Analytisk observasjon av elevenes tenkning

For å adressere ulike misoppfatninger, feil og strategier hos elevene må læreren kunne sette seg inn i elevenes tenking, også kalt «noticing». Fauskanger & Bjuland (2021) foreslår oversettelsen «analytisk observasjon» for det engelske ordet «noticing». Analytisk observasjon er en prosess hvor matematikklærere observerer elevers matematiske tenkning og legger planer for hvordan de skal respondere (Sherin et al., 2011). Mason (2011) beskriver analytisk observasjon som en samling av praksiser som har konsekvenser for hva lærere ser og gjør der og da i sin undervisning. Fauskanger og Bjuland (2021) understreker at det er elevers tenking som observeres, og at denne tenkingen må analyseres av læreren for at vedkommende skal kunne respondere – derav oversettelsen analytisk observasjon.

Ifølge Mason (2011) er analytisk observasjon en bevissthet som muliggjør handling, og lærere som mestrer analytisk observasjon identifiserer raskt situasjoner som krever at de griper inn. Det betyr at lærere som mestrer å analytisk observere elevers tenking i høyere grad vil kunne avdekke misoppfatninger og feil hos elevene, og dermed også enklere gripe inn og rette opp i dem. Et av kjerneelementene i LK20 går ut på at elevene skal «utforme egne resonnement både for å forstå og for å løse problem. (…) elevene begrunner fremgangsmåter, resonnement og løsninger og beviser at disse er gyldige» (Kunnskapsdepartementet, 2019). Når elever skal utforme egne resonnementer og begrunne fremgangsmåter, utfordres læreren til å observere, analysere og respondere på elevers tenkning. Dette forutsetter at lærerne behersker analytisk observasjon (Fauskanger, 2020).

Når lærere skal utvikle evnen til analytisk observasjon, fremhever van Es (2011) at det er viktig å fokusere både på hva som observeres, og hvordan. Hva lærere observerer, handler om hvem de observerer (hele klassen, enkeltelever eller læreren), og innholdet i det som observeres (undervisningsmetoder, elevers oppførsel eller deres matematiske tenking) (Fauskanger & Bjuland, 2021). Hvordan lærere observerer, knyttes til hvorvidt de evaluerer eller fortolker. Van Es (2011) introduserer et teoretisk rammeverk for å analytisk observere matematisk tenking hos elevene. Nivå 1 av analytisk observasjon handler om at læreren gir generelle kommentarer knyttet til klassen eller undervisningen som helhet. Nivå 2 fortsatt generelt, men begynner å observere enkeltelevers matematiske tenkning. Videre deles høyere nivåer av analytisk observasjon inn i nivå 3, fokusert, og nivå 4, utvidet. Nivå 3 handler om at læreren fokuserer på enkeltelevers matematiske tenkning og tolker tenkningen. I nivå 4 fokuserer læreren på forholdet mellom undervisning og elevers matematiske tenkning (Fauskanger & Bjuland, 2021).

2.3 Problemløsning i matematikkundervisningen

For at lærere skal kunne analytisk observere elevenes tenkning, må elevene først og fremst ha noe å tenke over. Da vil valg av oppgaver som gis til elevene være sentralt, og i mange tilfeller vil problemløsningsoppgaver være et naturlig valg for å få elevene til å tenke. Etter kunnskapsløftet 2020 er «Utforsking og problemløsning» et eget kjerneelement i matematikkfaget for 1-10. trinn i læreplanen. I læreplanen er det lagt vekt på at elevene skal bli gode problemløsere og oppdage sammenhenger i, og mellom fagets kunnskapsområder og andre fags kunnskapsområder (Kunnskapsdepartementet, 2019). Under kjerneelementene i læreplanen blir problemløsning i matematikk definert som at det «handler om at elevene utvikler en metode for å løse et problem de ikke kjenner fra før». I tillegg legger de vekt på at «problemløsning også handler om å analysere og omforme kjente og ukjente problem, løse dem og vurdere om løsningene er gyldige» (Kunnskapsdepartementet, 2019)

Pólya (1957) plantet frøene til den problemløsende bevegelsen som blomstret på 1980-tallet, da han kom med fire trinn for hvordan man løser et matematisk problem. Disse fire trinnene blir kalt Pólyas problemløsningssteg, og består av: (1) forstå problemet, (2) lage en plan for hvordan løse problemet, (3) utføre planen, og (4) se tilbake (Pólya, 1957). Han var også opptatt av lærerens rolle i problemløsningsprosessen, og viktigheten av å stille gode spørsmål under hvert steg. Han la vekt på det å gi elevene mulighet til å oppdage ting på egenhånd, og at læreren ikke bare skulle fortelle. Ved å unngå forestillingen om matematikk som en formell og formalistisk deduktiv disiplin, hevdet Pólya (1957) at matematikk beslektet de fysiske vitenskapene i sin avhengighet av gjetting, innsikt og oppdagelse. Han mente at matematikk i praksis består av gjetting, mens ferdig matematikk består av bevis.

Schoenfeld (2016; 1992) tok inspirasjon fra Pólyas analyse og gikk videre med hans ideer og metoder. Der Pólya brukte mest seg selv i problemløsningsprosessen, var Schoenfeld opptatt av å utvikle forskningsmetoder for å observere elever under problemløsningsøkter. I sin artikkel adresserer han utfordringer med datidens problemløsningsverden og peker på nye retninger innen forskning, utvikling og vurdering i samsvar med en voksende forståelse av matematisk tenkning (Schoenfeld, 2016). Han trekker frem to motstridende definisjoner av begrepet problem, hvor den første definisjonen handler om at et problem i matematikk er alt som kreves å bli gjort, eller som krever å gjøre noe. På andre siden definerer han et problem som «Et spørsmål… som er forvirrende eller vanskelig». Han utviklet et rammeverk for hvordan utforske matematisk kognisjon og for å gripe fatt om hvordan de ulike aspektene ved matematisk tenkning og problemløsning henger sammen. Disse fem aspektene er: Kunnskapsgrunnlaget, problemløsningsstrategier, overvåking og kontroll, tro og påvirkninger og praksis (Schoenfeld, 2016).

Mason (2016) definerer et problem som at vi har et problem når noen opplever et problem, bestemmer seg for å prøve å forstå problemet, og engasjerer seg i en meningsskapende prosess for å løse problemet. Han viser til at læring skjer ved at vi blir klar over, og får tilgjengelig, nye måter å handle på i møte med matematiske problem (Mason, 2016). Videre legger han stor vekt på følelser under problemløsøningsprosessen. Han peker på viktigheten av å vekke de riktige følelsene hos elevene for å oppnå suksess med problemløsning. Videre er han opptatt av at læreren må skape det han kaller for «a conjecturing atmosphere», som er et klasserom hvor det er trygt å foreslå hypoteser som kan være feil, og at feil blir sett på muligheter for læring (Mason, 2016).

Liljedahl et al. (2016) oppsummerer fire distinkte, men innbyrdes beslektede dimensjoner ved matematisk problemløsning i sin oversiktsartikkel om problemløsning i matematikkundervisningen. De tar utgangspunkt i arbeidet til Pólya (1957) og Schoenfeld (2016), og undersøker ideer som representerer et mangfold av synspunkter og spenninger som ligger i forskningsfeltet om problemløsning. Disse fire dimensjonene er: (1) Heuristikkens rolle for problemløsning, (2) kreativ problemløsning, (3) digital teknologi og matematisk problemløsning og (4) problemformulering (Liljedahl et al., 2016). En nyere oversiktsartikkel fra Liljedahl og Cai (2021) ser også på problemløsningens rolle i matematikkundervisningen. De deler artikkelen sin i to: problemløsning og problemformulering. De peker på at ut fra tidligere forskning har det oppstått flere tema som innrammer dagens forskning på problemløsning (Liljedahl & Cai, 2021). Temaene er: samarbeid, profesjonell utvikling, oppgavevariabler og teknologi. Liljedahl og Cai (2021) trekker frem disse temaene og diskuterer deres rolle når det kommer til problemløsning ved å vise til eksempler i artiklene de har tatt med. De konkluderer med at de 16 artiklene viser at det trengs mer jobb og forskning for å få en bedre forståelse for hvordan problemløsning og problemformulering kan brukes for å undervise i matematikk (Liljedahl & Cai, 2021).

2.3.1 LIST-oppgaver

LIST-begrepet står for lav inngangsterskel og stor takhøyde. Dette er i all hovedsak problemløsningsoppgaver som skal være enkle å komme i gang med, samtidig som de kan gi elevene faglige utfordringer (Matematikksenteret, u.å.-f). LIST-oppgavene er gode oppgaver for utforsking, og derfor også samarbeid. Poenget med oppgavene er at hele klassen skal kunne jobbe med samme oppgave, samtidig som alle jobber på sitt eget nivå (Matematikksenteret, u.å.-f). En LIST-oppgave gir alle elevene mulighet til å løse oppgaven og oppleve mestring. Samtidig gir den rom for å jobbe mot utfordrende og avanserte problemløsninger med kreativ bruk av forskjellige løsningsstrategier (Utdanningsdirektoratet, 2021). I en plenumsdiskusjon eller en oppsummering vil dermed alle elevene kunne gi meningsfulle bidrag på sitt vis og bli inspirert av hverandre. I min studie har vi prøvd ut tenkende klasserom, hvor problemløsningsoppgaver er en sentral praksis. Det ble derfor naturlig å finne inspirasjon til oppgaver fra mattelist.no.

2.4 Tenkende klasserom

Evnen til å analytisk observere elevenes tenking krever at undervisningen er lagt opp slik at elevene tenker. Liljedahl (2016) brukte flere år på å forske på hva som fremmer, opprettholder og hindrer tenkende klasserom, og fant ut fra resultatene at dagens klasseromsnormer resulterer i ikke-tenkende klasserom. Han oppdaget at dagens lærere antar, ut ifra undervisningen, at elevene verken kan eller vil tenke. Tenking hos elevene er en nødvendig forløper for læring, og hvis elevene ikke tenker, lærer de ikke (Liljedahl, 2021, s. 5). Derfor introduserte han rammer for det tenkende klasserommet, og definerte et tenkende klasserom som «et klasserom som ikke bare bidrar til tenkning, men som også gir anledning til tenkning» (Liljedahl, 2016). Under sin forskning på klasseromsnormer oppdaget Liljedahl flere praksiser som spilte inn på hvorvidt et klasserom var tenkende eller ikke. De 14 praksisene er

1. Hvilken type oppgaver vi bruker
2. Hvordan vi setter sammen grupper
3. Hvor elever arbeider
4. Hvordan vi plasserer møblene
5. Hvordan vi svarer på spørsmål
6. Når, hvor og hvordan vi gir oppgaver
7. Hvordan vi gir lekser
8. Hvordan vi fremmer elevens autonomi
9. Hvordan vi bruker hint og utvidelser
10. Hvordan vi forankrer læring
11. Hvordan elevene tar notater
12. Hva vi velger å evaluere
13. Hvordan vi bruker formativ vurdering
14. Hvordan vi gir karakterer

(*Liljedahl, 2021, s. 14, norsk oversettelse fra Matematikksenteret (u.å.-a)).*

Disse praksisene er av ulikt omfang og Liljedahl anbefaler å implementere dem trinnvis. Ut ifra forskningen sin utviklet han et rammeverk for å bygge tenkende klasserom, med de 14 praksisene fordelt på fire ulike trinn. Meningen med trinnene er at alle praksisene i trinn 1 bør være iverksatt før en går videre med trinn 2, og så videre. I trinn 1 anbefaler han å starte med å gi tenkende oppgaver, danne synlige randomiserte grupper og bruke vertikale ikke-permanente tavler. Disse praksisene i trinn 1 vil være hovedfokus i min masteroppgave. , og videre vil jeg redegjøre for hva de innebærer.

Trinn 1	**Trinn 2**	**Trinn 3**	**Trinn 4**
1. Gi tenkende oppgaver 2. Danne synlige tilfeldige grupper på tre 3. Bruke vertikale ikke-permanente tavler	4. Organiser et ikke-frontvendt klasserom 5. Kun svare på spørsmål som fører til videre tenking 6. Gi ut oppgavene muntlig og stående i starten av timen 7. Endre lekser til «sjekk-forståelsen-spørsmål» og gi dem som en mulighet fremfor et krav 8. Fremme elevens autonomi ved å mobilisere kunnskapen	9. Bruk av hint og utvidelser for å opprettholde «flow» 10. Forankre læringen fra bunnen 11. La elevene bestemme selv hvilke notater de trenger	12. Evaluere det vi verdsetter 13. Hjelpe elevene med å forstå både hvor de er og hvor de skal 14. Vurder og gi karakterer basert på elevenes kompetanse (evidensbasert vurdering)

Tabell 1: Liljedahls rammeverk for tenkende klasserom (2021, s. 281), norsk oversettelse fra Matematikksenteret (u.å.-a).

2.4.1 Praksis 1: Tenkende oppgaver

Liljedahl (2016) fant at type oppgaver som ble gitt hadde mye å si for elevenes tenkning. Han presiserte at dersom vi ønsker at elevene våre skal tenke, må vi gi dem noe å tenke over. Det må være noe som ikke bare krever å tenke, men som oppfordrer til å tenke. Liljedahl (2021, s. 19) peker på problemløsende oppgaver som gode for å oppfordre elevene til å tenke matematisk. Han viser videre til at gode problemløsningsoppgaver krever at elevene sitter fast og må tenke, eksperimentere, prøve og feile, og bruke kunnskap til å løse oppgaven (Liljedahl, 2021, s. 20). Problemløsningsoppgaver blir ofte kalt ikke-rutine oppgaver fordi de krever at elevene vekker deres kunnskap på måter som ikke har blitt rutinert. Med en gang en algoritme er blitt rutinert, skjer det heller «mimicking» framfor tenking (Liljedahl, 2021, s. 20). Gode problemløsningsoppgaver er også rike oppgaver som krever at elevene bruker en stor del av kunnskapen sin og har evnen til å bruke kunnskapen sammen på ulike måter for å løse problemet. Det er viktig å legge vekt på at det som gjør en problemløsningsoppgave god, er ikke hva oppgaven er, men hva oppgaven gjør (Liljedahl, 2021, s. 20). Problemløsning i matematikkundervisningen ble grundigere gjennomgått i kapittel 2.3. I min studie benyttes det ulike problemer knyttet til emnet algebra, som er hentet fra mattelist.no. Valg av problemløsningsoppgaver i undervisningsøktene blir beskrevet nærmere i kapittel 3.6.

2.4.2 Praksis 2: Tilfeldige grupper på tre

Praksis 2 i trinn 1 handler om gruppearbeid og hvordan man deler elevene inn i grupper. Elevsamarbeid er et viktig aspekt i klasserommet, og skaper gode muligheter for elevene til å lære av hverandre. Liljedahl (2021, s. 41) oppdaget at de fleste lærerne han forsket på enten dannet grupper strategisk på forhånd, med sosiale eller pedagogiske mål i bakhodet, eller lot elevene danne grupper selv. Når lærerne dannet gruppene på forhånd, fant han at lærerens mål ikke samsvarte med elevenes mål. Når elevene dannet gruppene selv, grupperte elevene seg ut fra sosiale mål, ikke ut ifra et mål om å løse matematiske problem. Liljedahl testet derfor ut å gruppere elevene helt randomisert, men oppdaget at elevene fortsatt trodde at gruppene var strategisk valgt av læreren. Han testet derfor å randomisere grupperingen foran dem, og oppdaget at det etter hvert førte til en slags eliminering av sosiale barrierer i klasserommet. Elevene ble fornøyde uansett hvilken gruppe de havnet på, de ble mer entusiastiske i matematikktimene, og engasjementet for oppgavene økte (Liljedahl, 2016).

Det er ikke kun hvordan man danner gruppene som er viktig for å få elevene til å tenke, men også antall elever i gruppen er avgjørende. Liljedahl (2021, s. 44) fant at den optimale gruppestørrelsen var tre elever. Grupper på to strevde mer enn grupper på tre, og grupper på fire gikk nesten alltid inn i en gruppe på «3+1» eller utviklet seg til å bli mer to og to som gikk sammen. Han nevner at for at en gruppe skal være generativ, må den inneholde både likheter og forskjeller. Den må inneholde likheter i den grad at de snakker samme språk, har samme interesser, erfaringer og kunnskap. Men dersom alt gruppen har er likhet, vil de ikke oppnå noe mer enn det de kom inn i gruppen med. Derfor trengs det også forskjeller, som handler om ting som de individuelle medlemmene i gruppen kommer med som ikke er felles for de andre – ulike ideer, synspunkter, perspektiv, representasjoner osv. Ifølge Liljedahls (2021) studier virker grupper på tre å ha den perfekte balansen mellom likheter og forskjeller i gruppen.

2.4.3 Praksis 3: Bruke vertikale ikke-permanente tavler

En av de vanligste klasseromsnormene som har fulgt oss i flere hundre år i matematiske klasserom er at elevene har hver sin pult som de sitter ved, og tar notater i skrivebøkene sine. Liljedahl (2021) problematiserer at all aktivitet skjer ved pultene, og foreslår at det å sitte ved pulten og skrive er gunstig for noen aktiviteter, men ikke nødvendigvis for alle aktiviteter. Han begynte derfor å eksperimentere med ulike arbeidsmiljø, og fant ut at ved å skape et arbeidsmiljø som var stikk motsatt av det tradisjonelle klasserom stimulerte han elevene til å tenke. Grupper som stod og jobbet med ikke-permanente vertikale tavler viste mer tenkende klasseromsatferd. Det å stå ved tavlene hindret elever i å trekke seg tilbake og melde seg ut av gruppen. Når elevene jobbet på ikke-permanente vertikale tavler med tusj kunne de enkelt rette opp i feil ved å bare viske ut og skrive på ny, noe som reduserte risikoen for å prøve ut noe. Det at studentene var så komfortable med å jobbe med hverandre, kombinert med lav terskel og høy synlighet av arbeidet som tilbys av de vertikale tavlene, tillot økt tenking i gruppene (Liljedahl, 2016).

2.5 Analytisk observasjon i et tenkende klasserom

Som adressert i kapittel 2.2 kan analytisk observasjon ses på som en samling av praksiser som har konsekvenser for hva lærere ser og gjør der og da i sin undervisning (Mason, 2011). Liljedahl (2021) presenterer nettopp en samling av praksiser for å kunne legge opp til en matematikkundervisning hvor elevene får mulighet til å tenke. En lærer vil ikke kunne analytisk observere elevenes tenking dersom undervisningen ikke er lagt opp til at elevene tenker. Problemløsningsoppgaver (praksis 1) kan gis i et ordinært klasserom også, men det vil være interessant om det å følge de første praksisene for et tenkende klasserom kan bidra til å synliggjøre elevenes tenking på en slik måte at læreren får mulighet til å analytisk observere dem. Det er plausibelt at de tre første praksisene ved tenkende klasserom kan gi lærer mulighet for analytisk observasjon. Det blir derfor interessant å undersøke om synlige ikke-permanente tavler på veggen (praksis 3) kan være med på å gi læreren mulighet til å analytisk observere de ulike gruppenes matematiske tenking på høyere nivå. I tillegg kan det tenkes at det å løse problemer i grupper på tre (praksis 2) kan være med på å bidra til samarbeid og matematisk kommunikasjon hos elevene. Dermed vil det være spennende å se om det kan være med på å gjøre det enklere å identifisere elevenes tenkning, og dermed legge til rette for lærerens analytiske observasjon sammenliknet med i et ordinært klasserom.

Kapittel 3: Metode

I dette kapittelet vil jeg redegjøre for mine metodiske valg, og refleksjoner i forbindelse med utviklingen av forskingsdesignet, datainnsamlingen og analysen. Vi var tre masterstudenter som samlet inn data i fellesskap. Datainnsamlingen fant sted i en 9. klasse på en ungdomsskole i Stavanger, og er i form av kamera- og lydopptak fra fem undervisningsøkter, i tillegg til både lærer- og elevintervju gjennomført i etterkant av undervisningsøktene. I to av undervisningsøktene observerte vi klassens lærer undervise, mens i de tre andre øktene prøvde vi ut tenkende klasserom og underviste klassen selv. Hver student hadde ansvar for å undervise en økt hver, men alle var til stede og filmet, tok feltnotater og gjorde observasjoner gjennom alle timene. I min studie ble observasjon av undervisningsøktene og lærerintervju analysert da dette var det datamaterialet som var relevant for å kunne svare på mitt forskningsspørsmål.

3.1 Forskningsdesign

Hensikten med studien er å undersøke om tenkende klasserom som undervisningsmetode kan fremme lærerens analytiske observasjon av elevenes algebraiske tenkning. Forskningsdesign handler om hva forskningen skal rettes mot, hvem som er aktuelle deltakere, hvor man skal utføre prosjektet, og hvordan man skal utføre prosjektet (Thagaard, 2018). Denne masterstudien handler om analytisk observasjon av elevenes algebraiske tenkning gjennom tenkende klasserom kontra tradisjonell undervisning, og dermed vil aktuelle deltakere være elever i en klasse på et trinn som har utviklet algebraiske ferdigheter, samt deres matematikklærer. Det ble derfor naturlig å bruke en kvalitativ tilnærming i datainnsamlingen til min masteroppgave, hovedsakelig gjennom observasjon i klasserom, men også lærerintervju.

3.1.1 Forskningsmetode

Casestudie er en samlebetegnelse for en rekke forskningsdesign med enkelte variasjoner. Felles for dem er at de alle studerer «en case», noe som er avgrenset i tid og rom (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 63). I casestudier kan oppmerksomheten rettes mot ett individ, en gruppe, et fullstendig program, en aktivitet, en organisasjon eller et partnerskap. I mitt tilfelle har jeg valgt å fokusere på en undervisningsmetode og effekten av den knyttet til analytisk observasjon. Skal det kvalifiseres som en casestudie, må den unike konteksten spille en sentral rolle. Jeg gikk inn i en enkelt klasse for å forstå hvordan akkurat disse elevene, i akkurat denne klassen, responderte på en undervisningsmetode og hvordan læreren fikk muligheten til å fange opp elevenes tenking.

Tanken bak et eksperiment er å sammenligne tilstanden før og etter tiltaket for å finne om en endring har funnet sted (Postholm & Jacobsen, 2018, s.70). Vi har hatt muligheten til å gjennomføre en utprøving av en undervisningsmetode i en klasse hvor dette ikke var kjent fra før. Vi fikk bestemme hva som skulle gjøres, når det skulle gjøres og hvordan det skulle måles, i tillegg til at vi fikk muligheten til å sammenligne det med hvordan lærerens undervisning i klassen vanligvis er. Postholm & Jacobsen (2018, s. 71) peker på at det er ganske unntaksvis at en masterstudent får anledning til selv å utføre slike eksperimenter i en klasse. Vi har ikke vært en utenifra som studerer tiltak som andre har foretatt, men vi har fått sette i gang og teste ut tiltaket selv.

3.1.2 Kvalitativ metode

Kvalitative metoder innhenter informasjon om virkeligheten gjennom ord eller språk (Postholm & Jacobsen, 2018). Beskrivelser av virkeligheten fremstilles i tekster, enten i form av rene nedskrivinger av hva folk sier, eller i en form der forskeren selv skriver ned hva han eller hun observerer. Beskrivelse, forståelse og mening er sentrale begreper i en tekst som presenterer en kvalitativ studie (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 95). Kvalitative forskningsmetoder var egnet i mitt tilfelle, fordi jeg ønsket å få et rikt og detaljert innblikk i lærerens mulighet til å analytisk observere elevenes algebraiske tenking i et tenkende klasserom.

I min studie har jeg valgt å forske på problemstillingen ved å samle inn datamateriale gjennom både observasjon og lærerintervju sammen med to medstudenter. Kombinasjonen av flere ulike forskere, forskningsdesign, datainnsamlingsmetoder og datakilder kalles for triangulering (Postholm & Jacobsen, 2018), og den vanligste måten å triangulere på er ved å ta i bruk flere former for datainnsamling. Triangulering er en prosedyre som har som intensjon å beskrive virkeligheten fra flere ulike vinkler for slik å få et mer helhetlig både av en kompleks og sammensatt virkelighet (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 237).

3.2 Informantutvalg

Jeg bestemte meg på forhånd at jeg ville forske i en 9. klasse. Dette fordi problemstillingen min handlet om algebraisk tenkning, og dersom elevene gikk i niende klasse betydde det at de allerede hadde fått erfaring med å regne med algebraiske uttrykk. Etter 8. trinn skal elevene kunne «utforske algebraiske rekneregler» og «beskrive og generalisere mønster med eigne ord og algebraisk» (Kunnskapsdepartementet, 2019). Jeg tok en kikk på de lokale årsplanene i matematikk til 8. trinn og oppdaget at kompetansemålene som omhandlet algebra ofte ble viet fokus under vårsemesteret. Datainnsamlingen måtte skje allerede i januar, og det ville derfor ikke vært gunstig å gå inn i en 8. klasse som ikke hadde mye erfaring med algebra enda. På 9. trinn er det ingen kompetansemål som handler om algebra, men da har elevene allerede hatt om det i 8. klasse. Dette var grunnen til at jeg i hovedsak ønsket å samle inn data på 9. trinn.

Vi var tre masterstudenter med samme veileder som ønsket å forske på tenkende klasserom, da dette hadde fanget interessen vår fra et tidligere kurs tilknyttet lærerutdanningen. Dermed fant vi ut at det var hensiktsmessig å gjøre datainnsamlingen sammen, selv om vi hadde ulike vinklinger og ulike teoretiske «briller». Selve gjennomføringen av observasjon og intervju ønsket vi å ha i Stavanger-området, da det var mest praktisk for alle oss tre. For å få tak i informanter tok veilederen vår kontakt med en skole, på vegne av alle masterstudentene som han veiledet. Slik kom vi i kontakt med en matematikklærer på 9. trinn som var villig til å la oss gjennomføre datainnsamling i sin klasse.

I forkant av datainnsamlingen hadde vi to planleggingsmøter med informanten. På det første møtet presenterte informanten seg, og vi masterstudentene presenterte oss og våre problemstillinger til masteroppgaven. På det andre møtet planla vi hvilke tidspunkt som passet for datainnsamling, og vi ble enige om hvordan vi skulle gjøre det sammen med informanten. Vi avtalte tidspunkt for to observasjonstimer hvor vi skulle observere informantens undervisning og klassen i forkant av innførelsen av «tenkende klasserom»-metoden. Deretter avtalte vi tidspunkt for de tre gjennomføringstimene, alle med en ukes mellomrom. Vi ble også enige om tidspunkt for gjennomføring av både elev- og lærerintervju. Dette ønsket vi at skulle være i etterkant av alle undervisningsøktene, slik at vi fikk høre om elevenes opplevelse av opplegget.

Klassens matematikklærer hadde en form for problemløsende tilnærming i sin matematikkundervisning. Det betyr at hun allerede praktiserte Liljedahls første praksis som omhandler problemløsningsoppgaver. Elevene i denne klassen var derfor vant med å tenke i matematikktimene. Det at læreren allerede arbeidet med problemløsningsoppgaver i klassen gav meg muligheten til å undersøke hvorvidt det å jobbe i grupper på tre med vertikale ikke-permanente tavler var gunstig for lærerens analytiske observasjon sammenliknet med den ordinære undervisningen i dette klasserommet.

I utgangspunktet skulle veileder gjennomføre tre undervisningsøkter med tenkende klasserom som undervisningsmetode med klassen. Vi studenter skulle innta en «observatør-som-deltaker» rolle og konsentrere oss om observasjon og opptak av disse undervisningsøktene. Dette viste seg imidlertid å bli vanskelig på grunn av manglende tid til gjennomføring, og dermed ble vi enige om at vi tre studentene skulle ha hver vår økt istedenfor. Vi endte dermed opp med å ha en «fullstendig deltaker» rolle gjennom den økten vi hadde selv, og «deltaker-som-observatør»-rolle da de andre hadde øktene (observatørrollene blir nærmere beskrevet i kapittel 3.4.1). Den økten jeg selv hadde gav begrenset med muligheter for analyse der og da, da jeg hadde nok med å gjennomføre undervisningen med en undervisningsmetode jeg ikke hadde prøvd ut tidligere.

3.3 Datainnsamling

Som nevnt var vi tre studenter som samlet inn data sammen. Datamaterialet vårt består av videoopptak og lydopptak av fem undervisningsøkter, intervju av lærer og tre elevintervju. Det ble gjennomført observasjon av fem undervisningsøkter over en periode på fire uker. I etterkant av datainnsamlingen i klasserommet gjennomførte vi intervju av lærer og elever. Etter å ha gått gjennom og transkribert alt datamaterialet dukket det opp et behov for mer data for å kunne svare på forskningsspørsmålet mitt. Jeg valgte derfor å invitere læreren til et re-intervju noen uker senere. Som nevnt tidligere er ikke elevintervjuet brukt i mine analyser, da dette ikke var relevant for å kunne svare på min problemstilling.

3.4 Observasjon i klasserom

Første del av datainnsamlingen bestod av observasjon i klasserommet. Observasjon har blitt sett på som den mest fundamentale måten å samle inn data på (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 113; Adler & Adler, 1994). I min studie ble det brukt både observasjon og intervju som datainnsamlingsmetode. Ifølge Gleiss & Sæther (2021, s. 101) kan observasjon være den eneste kilden til data i et forskningsprosjekt, men da er det viktig å ta med seg at når forskeren observerer, er det kun forskerens blikk som rettes mot prosessene som utspiller seg. Forskerens subjektivitet og antakelser vil være til stede i en kvalitativ observasjon. Derfor brukte vi observasjon sammen med intervju som datainnsamlingsstrategi slik at intersubjektiv kunnskap og forståelse kunne konstrueres mellom forskeren og forskningsdeltakerne (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 114). Observasjon tatt i bruk sammen med intervju vil utfylle hverandre som datainnsamlingsstrategier i kvalitativ forskning, da observasjoner kan bidra med utfyllende informasjon til kommende intervju, og intervju til kommende observasjoner. I vårt tilfelle ble det observasjon av undervisningsøkter først, noe som gav oss et godt utgangspunkt for et utfyllende og meningsfullt intervju i etterkant.

Ved å gjennomføre korte observasjonsøkter kan man få innsikt i relasjoner og samhandling mellom forskningsdeltakere eller vanlige arbeidsmåter i den aktuelle klassen (Gleiss & Sæther, 2021, s. 102). Vi valgte å observere to undervisningsøkter på 45 min hver som læreren selv hadde med klassen, før vi gikk inn med tenkende klasserom. Dette var svært hensiktsmessig for oss som skulle prøve ut en ny undervisningsmetode i en helt ukjent klasse. Slik kunnskap gjorde det lettere å plassere det som ble sagt i intervjusituasjonen i etterkant, inn i en kontekst og dermed styrke analysen i forskningsprosjektet. En utfordring med observasjoner er at de er tidkrevende, og at du alltid bare vil få med deg brokker av det som skjer. For å forstå en del av kulturen eller samspillet i en klasse trenger du mye tid der (Anker, 2020, s. 35). Vi observerte og gjennomførte til sammen fem undervisningsøkter i løpet av en periode som strakk seg over fire uker, og oppdaget raskt at det var umulig å få med seg alt som skjedde i klasserommet. Derfor ble intervjuene i etterkant svært hensiktsmessige for å fylle ut observasjonene.

3.4.1 Observatørrolle

Gold (1957) har satt navn på fire ulike observatørroller fra «fullstendig observatør» til «fullstendig deltaker». Mellom disse to rollene har han plassert «observatør-som-deltaker» og «deltaker-som-observatør». I min casestudie har jeg både hatt rollen som «observatør-som-deltaker», «deltaker-som-observatør» og «fullstendig deltaker». Jeg og mine medstudenter inntok «observatør-som-deltaker»-rollen under de to første undervisningsøktene som læreren hadde selv. Da var hensikten å observere læreren og elever i matematikkundervisningen, og vi deltok dermed ikke i undervisningsøkten selv. Vi introduserte oss og svarte på spørsmål som ikke hadde med undervisningen å gjøre, men uten om dette tok vi ikke del i prosessene som ble observert (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 115).

Som «fullstendig deltaker» er forskeren en del av det som observeres. Fullstendige deltakere kan være lærere som observerer egen undervisning. Siden vi var tre masterstudenter som hadde ansvar for en undervisningsøkt hver, hadde vi rollen som «fullstendig deltaker» en gang hver. Vi oppdaget at det var utfordrende å observere samtidig som vi underviste, noe Postholm og Jacobsen (2018, s. 116) også peker på. Derfor ble feltnotater spesielt viktig datamateriale gjennom de øktene vi hadde selv. Jeg hadde som sagt kun en undervisningsøkt med rollen som «fullstendig deltaker» i observasjonen, og i de to andre øktene inntok jeg rollen som «deltaker-som-observatør». I denne rollen har forskeren en tydeligere observatørrolle enn når han eller hun er en fullstendig deltaker (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 115). Forskeren er i klasserommet og er en del av prosessene som observeres. Forskeren kan svare på spørsmål fra elever om hvem de er og hva de gjør, men også på spørsmål som har med undervisningen å gjøre. Selv om det var en student som hadde hovedansvar og var «fullstendig deltaker», var alle tre involvert i undervisningen. Som «deltaker-som-observatør» gikk vi rundt og filmet, dokumenterte, og pratet med elevene om de ulike løsningsforslagene de kom med på tavlene.

3.4.2 Undervisningsøktene

Jeg har laget en tabell over undervisningsøktene vi observerte for å skape en oversikt over datamaterialet og de ulike observatørrollene jeg hadde i løpet av datainnsamlingen. De to første undervisningsøktene var det klassens matematikklærer som hadde. Her ønsket vi å observere hvordan en typisk matematikktime så ut for elevene. De tre siste undervisningsøktene var det vi studenter som hadde, og vi delte det inn slik at hver student hadde en undervisningsøkt med tenkende klasserom hver.

Undervisningsøkt	**Underviser og observatørrolle**	**Innhold**
Første undervisningsøkt Mandag 4. time Varighet: 45 min	Underviser: Lærer (Ordinær matematikktime) Min observatørrolle: Observatør-som-deltaker	**«Figurtall og speed-dating»** 1. Klassen har ansvar for å rydde kantinen og bruker de første 10 minuttene på dette. 2. Gjennomgang av ukeplanen (i alle fag) 3. Gjennomgang av målprøve fra forrige uke i plenum. Læreren går gjennom oppgave for oppgave, mens elevene deltar aktivt 4. Elevene vurderer sin egen forståelse med tommel opp/ut/ned. 5. Elevene får utdelt et oppgaveark med tre oppgaver som gikk på voksende mønster og å finne generell formel 6. Elevene kjører «speed-dating» hvor de får diskutere løsningsforslag med sidemannen i et par minutt, før de bytter partner. Det ble gjort tre partnerbytter. 7. Plenumsdiskusjon om oppgavene elevene hadde jobbet med
Andre undervisningsøkt Tirsdag 5. time Varighet: 45 min	Underviser: Lærer (Ordinær matematikktime) Min observatørrolle: Observatør-som-deltaker	**«Kort-aktivitet med figurtall»** 1. Gjennomgang av figurtall og repetisjon fra gårsdagens matematikktime. 2. Viser frem flere bunker med 42 kort i hver bunke, hvor det er 14 kort med kun tall på, 14 kort med figurtall og 14 kort med formler og forteller kort at elevene skal finne de som hører sammen. 3. Deler elevene inn i grupper på tre ut ifra hvordan de sitter. 4. Elevene jobber med kort-aktiviteten. 5. De elevene som blir ferdig, jobber med ukeplan som de har i matematikk hver uke. 6. Timen avsluttes kjapt med at en ny lærer kommer inn og gjør klar for ny time.

Tredje undervisningsøkt Fredag 1. time Varighet: 45 min	Underviser: Student 1 (meg) (Tenkende klasserom) Min observatørrolle: Fullstendig deltaker	**«Hvor stor er rammen?»** 1. Starter med å presentere seg selv og gir elevene en gjennomgang på hvordan vi ønsker å jobbe fremover 2. Deler elevene inn i tilfeldige grupper på tre ved hjelp av ispinner med elevenes navn på. 3. Sender elevene til hver sin tavle. Hver gruppe får med seg en tusj hver. 4. Presenterer problemet muntlig. 5. Elevene arbeider med problemet i gruppene med hver sin tavle 6. Plenumsdiskusjon om problemet. Gjennomgang av ulike løsningsforslag hos gruppene.
Fjerde undervisingsøkt Fredag 1. time Varighet: 45 min	Underviser: Student 2 (Tenkende klasserom) Min observatørrolle: Deltaker-som-observatør	**«Figur · figur»** 1. Kjapp gjennomgang av planen for timen 2. Deler elevene inn i tilfeldige grupper på tre ved hjelp av ispinner med elevenes navn på. 3. Sender elevene til hver sin tavle. Hver gruppe får med seg en tusj hver. 4. Presenterer problemet muntlig. 5. Elevene arbeider med problemet i gruppene med hver sin tavle 6. Gruppene som blir ferdig med problemet får utdelt flere lignende problem. 7. Plenumsdiskusjon om problemet. Gjennomgang av ulike løsningsforslag hos gruppene.
Femte undervisningsøkt Fredag 1. time Varighet: 45 min	Underviser: Student 3 (Tenkende klasserom) Min observatørrolle: Deltaker-som-observatør	**«Hva er mulig?»** 1. Kjapp gjennomgang av planen for timen 2. Deler elevene inn i tilfeldige grupper på tre ved hjelp av ispinner med elevenes navn på. 3. Sender elevene til hver sin tavle. Hver gruppe får med seg en tusj hver. 4. Presenterer problemet muntlig. 5. Elevene arbeider med problemet i gruppene med hver sin tavle 6. Plenumsdiskusjon om problemet. Gjennomgang av ulike løsningsforslag hos gruppene.

Tabell 2: Oversikt over undervisningsøktene i datainnsamlingen

I tabellen kan man se at de to første undervisningsøktene som læreren hadde sammen med klassen sin er varierte, mens de tre siste undervisingsøktene som vi studentene hadde sammen med klassen er relativt like i oppbygning. Vi delte inn elevene i synlige tilfeldige grupper på tre. Videre hadde vi forberedt et problem (disse blir beskrevet i kap. 3.6) som elevene skulle jobbe med i løpet av hver undervisningsøkt. Øktens problem ble presentert muntlig for elevene. Deretter fikk de utdelt en tusj hver og jobbet med problemet på vertikale tavler. I slutten av hver økt ble det satt i gang felles diskusjon om problemet hvor ulike løsningsforslag ble presentert.

3.5 Intervju

I et forskningsintervju er intensjonen å utvikle kunnskap knyttet til en bestemt tematikk, og det er vanligvis forskeren som leder an intervjuet med utgangspunkt i problemstillingen og forskningsspørsmål for sin studie. Postholm og Jacobsen (2018, s. 120) beskriver tre former for intervju: det strukturerte, det ustrukturerte og det semistrukturerte intervjuet. I det strukturerte intervjuet stiller forskeren de samme spørsmålene til alle forsknings-deltakerne. Disse spørsmålene er da utformet strategisk på forhånd. Det ustrukturerte intervjuet er det motsatte av strukturert intervju. I stedet for å formulere konkrete intervjuspørsmål på forhånd har man tenkt gjennom momenter som kan inngå i samtalen, men det er i hovedsak informanten som leder hvilken retning intervjuet tar (Gleiss & Sæther, 2021, s. 80). Det semistrukturerte intervjuet legger seg en plass mellom strukturert og ustrukturert intervju. Forskeren har gjerne temaer og forslag til noen spørsmål klare på forhånd, men forskeren er ikke opptatt av å stille disse spørsmålene eller bringe frem temaene i en bestemt rekkefølge (Postholm & Jacobsen, 2018). Under kapittel 3.5.1-3.5.4 vil jeg gjøre rede for metodiske valg rundt intervjuene, i tillegg til å gi en oversikt over gjennomføringen av intervjuene.

3.5.1 Lærerintervju

Lærerintervjuet bestod av et intervju sammen med læreren om hennes erfaringer i etterkant av alle fem undervisningsøktene. Siden mine medstudenter ikke ønsket å bruke lærerintervju som datainnsamlingsmetode, var det kun jeg som styrte det, men på grunn av interesse var de med i rommet da vi hadde intervjuet. Spørsmålene i intervjuguiden ble utformet før intervjuet for å dekke områdene som hovedproblemstillingen og forskningsspørsmålet for forskningen rammet inn (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 122). Selv om spørsmålene var utarbeidet på forhånd, lot jeg læreren i stor grad styre samtalen selv. Dermed ble spørsmålene stilt der det passet seg, og det ble også anledning til å stille flere spørsmål enn det jeg hadde tenkt på forhånd. Dette intervjuet bar derfor preg av å være et semi-strukturert intervju. Semistrukturerte intervjuer er kanskje den vanligste intervjuformen i kvalitativ forskning. Kombinasjonen av struktur og åpenhet gir intervjuet en retning, samtidig som man har mulighet til å forfølge uventede opplysninger (Gleiss & Sæther, 2021, s. 80).

Intervjuguiden ble strukturert og delt inn i ulike tema, slik at alle deler av problemstillingen kunne bli besvart (vedlegg 6). Det er dette Rubin & Rubin, 2005) definerer som et «tre og gren»-intervju. Her deler forskeren opp problemstillingen i like deler eller tema, og hvert av disse dekkes med spørsmål i intervjuguiden. Da vil hovedproblemstillingen være stammen, og grenene representerer spørsmålene i intervjuguiden. I selve intervjuet prøver forskeren å stille alle spørsmål og følger opp disse med oppfølgingsspørsmål og inngående spørsmål (Postholm & Jacobsen, 2018; Rubin & Rubin, 2005). I løpet av lærerintervjuet kom vi innom alle de spørsmålene jeg ønsket å få svar på fra intervjuguiden, og sammen med oppfølgingsspørsmål og inngående spørsmål fikk jeg frem svar fra alle de undertemaene jeg ønsket å undersøke.

3.5.2 Re-intervju av lærer

Etter å ha transkribert og sett gjennom alt datamateriale så jeg et behov for mer data for å kunne svare på mitt forskningsspørsmål. Derfor inviterte jeg læreren til et digitalt re-intervju. I forkant av intervjuet klippet jeg til episoder fra datamaterialet. Dette var episoder som jeg hadde merket meg som interessante, og som jeg ønsket at læreren skulle kommentere. Episodene var både fra observasjonsøktene av lærerens egen undervisning (episode 2 og 3, tabell 6 og 7), og fra våre undervisningsøkter med tenkende klasserom (episode 4 og 7, tabell 8 og 11). Dette intervjuet var også i høyeste grad semi-strukturert, da jeg på forhånd hadde laget episoder og spørsmål fra datamaterialet som læreren skulle se og kommentere ut ifra (vedlegg 7). Allikevel var det lærerens observasjoner og tanker jeg var ute etter, og samtalen ble styrt etter hennes svar. Det ble også stilt noen oppfølgingsspørsmål fra forrige lærerintervju, for å få svar på spørsmål som dukket opp underveis da jeg gikk gjennom og transkriberte intervjuet. Hensikten med dette intervjuet var å få lærerens perspektiv på utfordringene og mulighetene som oppstod i de ulike episodene, med tanke på analytisk observasjon av elevenes algebraiske tenkning.

3.5.3 Elevintervju

Elevintervjuene bestod av tre intervjuer med til sammen seks informanter. For å få et variert innblikk i elevenes opplevelse og erfaringer med tenkende klasserom valgte vi å intervjue to elever som vanligvis oppnår høy måloppnåelse, to elever som vanligvis oppnår middels måloppnåelse og to elever som vanligvis oppnår lav måloppnåelse i matematikk. Vi tre studentene gjennomførte intervjuene sammen. I min studie endte jeg opp med å ikke bruke disse intervjuene i analysen, da de ikke var relevante for å svare på mitt forskningsspørsmål. Jeg vil derfor ikke gå mer i detalj på elevintervjuene.

3.5.4 Gjennomføring av intervju

Vi gjennomførte intervju i etterkant av alle undervisningsøktene. Intervjuene varte mellom 15-25 minutt og vi fordelte transkriberingen på oss tre studentene. Spørsmålene i intervjuguiden ble utformet før intervjuet for å dekke områdene som hovedproblemstillingen og forskningsspørsmålene for forskningen rammer inn (vedlegg 6 og 7). Det ble både brukt oppfølgingsspørsmål og inngående spørsmål i løpet av intervjuene. Oppfølgingsspørsmål er spørsmål som har til hensikt å innhente forklaringer knyttet til tema, begreper eller hendelser som forskningsdeltakeren introduserer i løpet av intervjuet (Postholm & Jacobsen, 2018). Inngående spørsmål hjelper forskeren å holde forskningen fokusert mot tematikken som studeres, de signaliserer det ønskede nivået når det gjelder dybde i intervjuet, og de stilles for å få forklaringer (Postholm & Jacobsen, 2018).

I sammenheng med intervjuet benyttet vi både lyd- og videoopptak. Ved å benytte lydopptak kan intervjueren konsentrere seg med å være til stede og ta inn informantenes ulike svar. I tillegg vil intervjueren få et bedre inntrykk av intervjuets dynamikk enn hvis en skulle ha notert ned alt informantene svarte (Kvale & Brinkmann, 2015). Vi fikk muligheten til å analysere der og da, og dermed stille både oppfølgingsspørsmål og inngående spørsmål underveis. Slik sparte vi tid under arbeidet med analysen, da læreren og elever kunne godkjenne våre analyser underveis. Under har jeg laget en tabell som viser oversikt over intervjuene som ble gjennomført:

Intervju	Tidspunkt for gjennomføring	Sted
Elevintervjuer (ikke brukt i analysen)	Direkte etter endt observasjon av undervisningsøktene	På skolen
Lærerintervju	Direkte etter endt observasjon av undervisningsøktene	På skolen
Re-intervju av lærer	To måneder etter endt observasjon av undervisningsøktene	Via Teams (digital møteplattform)

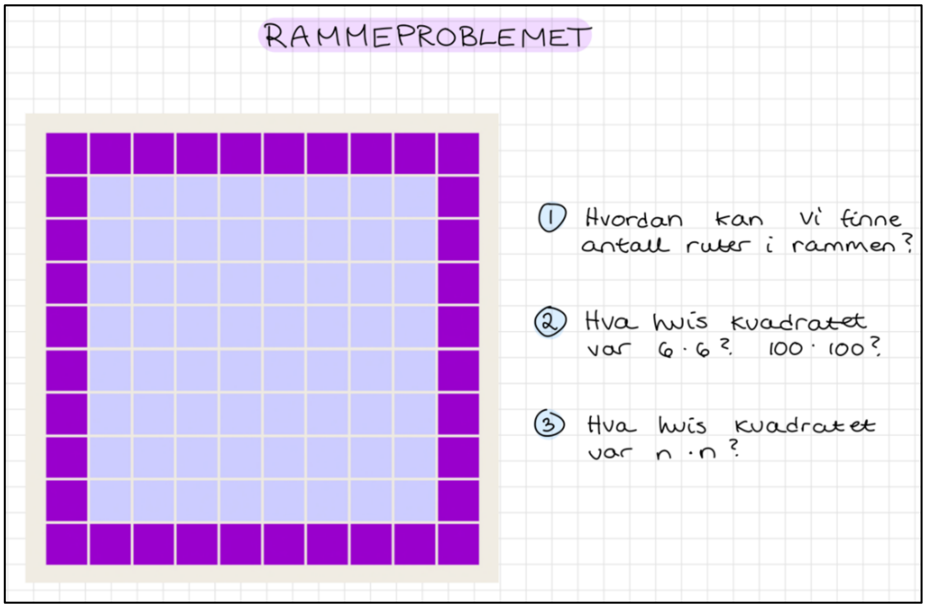
Tabell 3: Oversikt over intervjuene som ble gjennomført i datainnsamlingen

3.6 Valg av oppgaver

Liljedahl peker på problemløsningsoppgaver som gode til å få elevene til å tenke. I forkant av datainnsamlingen brukte vi en del tid på å finne gode problemløsningsoppgaver til emnet algebra. Gjennom kurset «Problemløsning i matematikkundervisningen» på Universitetet i Stavanger ble vi gjort kjent med Matematikksenterets nettside «mattelist.no». Dette er som nevnt en nettside med matematiske oppgaver (LIST-oppgaver blir grundigere gjennomgått i kap. 2.3.1) som kan brukes av elever og lærere i grunnskolen og videregående skole (Matematikksenteret, u.å.-f). En stor fordel med disse oppgavene er at de er kvalitet sikret av de som jobber ved Matematikksenteret på NTNU. Vi startet med å huke av at vi ønsket oppgaver som passet til ungdomstrinn og videre la vi inn søkeordet «algebra». Da fikk vi opp en titalls oppgaver. Videre gikk vi gjennom samtlige oppgaver og diskuterte for og imot. Vi satt til slutt igjen med tre oppgaver som vi mente ville passe fint for å svare på problemstillingene våre.

3.6.1 Oppgave 1: «Hvor stor er rammen?»

I denne oppgaven er det ikke nødvendigvis svaret som er interessant, men hvordan elevene tenker for å løse den. Dette er bakgrunnen for at vi mente denne oppgaven passet inn i vår forskning på tenkende klasserom. Oppgaven skal få elevene til å legge merke til hvordan de har tenkt, og bruke egen og andres tankemåte til å løse oppgaven, og generalisere svarene med utgangspunkt i disse tankemåtene (Matematikksenteret, u.å.-d). Figuren er et kvadrat med 100 ruter. De mørkelilla rutene ytterst kaller vi rammen i kvadratet.



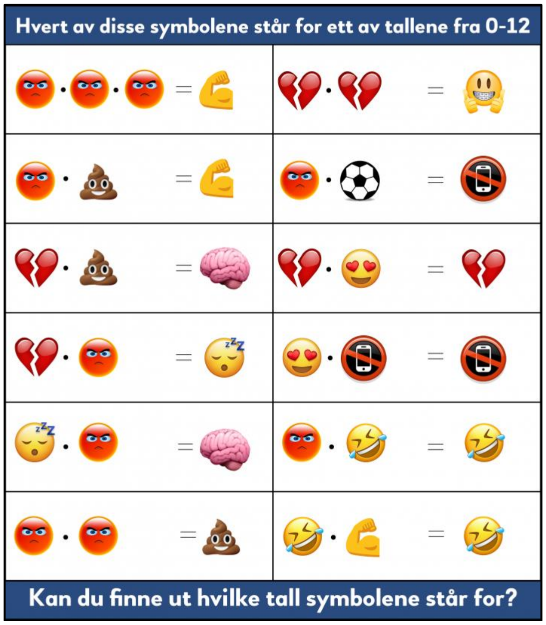
Figur 1: Lysbilde med oppgavebeskrivelsen som ble vist til elevene under økt 1. Hentet fra Matematikksenteret (u.å.-d).

Her er oppgaven at elevene skal komme frem til antall ruter i rammen, kun basert på informasjonen om at det er 100 ruter i kvadratet, og dermed sidelengde 10. De må vise til en metode annet enn å telle. Vi oppfordret elevene til å tegne en skisse av figuren for å vise hvordan de tenkte. Videre skulle de finne ut antall ruter i rammen dersom kvadratet var $6 \cdot 6$ og $100 \cdot 100$. Underveis i undervisningsøkten utfordret vi elevene til å finne flere måter å komme frem til antall ruter i rammen på, både når kvadratet var $10 \cdot 10$, $6 \cdot 6$ og $100 \cdot 100$. Til slutt skulle elevene finne ut hvor mange ruter det ville være i rammen dersom kvadratet var $n \cdot n$.

Overgangen fra arbeid med tall og til tallmønstre og symbolsk algebra betyr et endret fokus og et sprang i abstraksjon (Birkeland et al., 2018, s. 282). Elevene bør derfor få mange og varierte erfaringer med å lage, tolke og sammenlikne formler. I oppgaven er det en nær sammenheng mellom tallene og det generelle uttrykket vi ønsker å komme frem til. Arbeidet kan inkludere å tegne, telle, lage tabell, leite etter mønster, forklare mønsteret med ord, og til slutt lage et algebraisk uttrykk. Den generelle *n* i det algebraiske uttrykket vil bli mindre abstrakt for elevene når de kan kople bokstaven til det tallmaterialet de har vært med på å bygge opp selv (Birkeland et al., 2018, s. 282). I følge Birkeland et al. (2018) bør man legge opp til en utvikling fra muntlig (retorisk) algebra med støtte i figurer eller konkretiseringer via elevenes egne algebraiske uttrykk og så til den symbolske uttrykksformen som er blitt standard. Elevene vil da enklere se at de kan bruke geometrien, oppbyggingen av figurene, og andre praktiske erfaringer til å begrunne formlene.

3.6.2 Oppgave 2: «Figur ganger figur»

I denne oppgaven blir elevene kjent med ideen om at et symbol kan representere et tall. Den gir også elevene mulighet til å øve på multiplikasjon og divisjon i en utfordrende kontekst (Matematikksenteret, u.å.-b). I motsetning til første oppgave handler denne oppgaven om å komme frem til et svar. Til tross for dette så vi stort potensiale i oppgaven med tanke på å få elevene til å tenke høyt. Vi predikerte at elevene kom til å bli engasjerte og diskutere sammen, slik at det allikevel kom til å bli synlig hvordan elevene tenkte når de løste oppgaven. Denne oppgaven er mer lukket enn de andre ettersom det kun er ett svar, men det betyr ikke at elevenes tankegang og løsningsmetoder vil være like.



Figur 2: Lysbilde med oppgavebeskrivelsen som ble vist til elevene under økt 2. Hentet fra Matematikksenteret (u.å.-b)

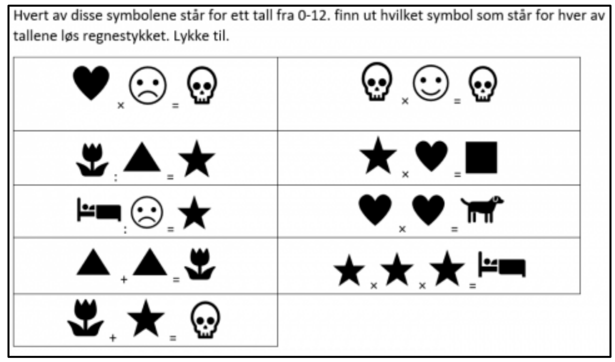
Elevene skal finne ut av hvilke tall symbolene står for, kun basert på informasjonen om at hvert av disse symbolene står for ett av tallene fra 0-12. Figur 2 viser oppgavebeskrivelsen som ble vist på tavlen til elevene under økten, og de fikk ingen flere hint enn det som står på bildet. Dersom elevene løste problemet før tiden var over hadde vi forberedt flere lignende oppgaver de skulle løse.

$Q \cdot U = W$	$A \cdot N = T$
$U \cdot U = A$	$U \cdot U \cdot N = T$
$U \cdot U \cdot U + Z = I$	$W - U = L$
$\frac{Z}{A} \cdot L = U$	$U \cdot N = B$
$B \cdot U = T$	$Z \cdot Q = Q$

Finn hvilket tall bokstavene er. Tallene er fra 1-12

Fasiten er under. Lykke til!

Figur 3: Ekstra utfordring nr. 1 til gruppene som løste emojiproblemet (figur 2) før tiden i økt 2. Hentet fra Matematikksenteret (u.å.-b).

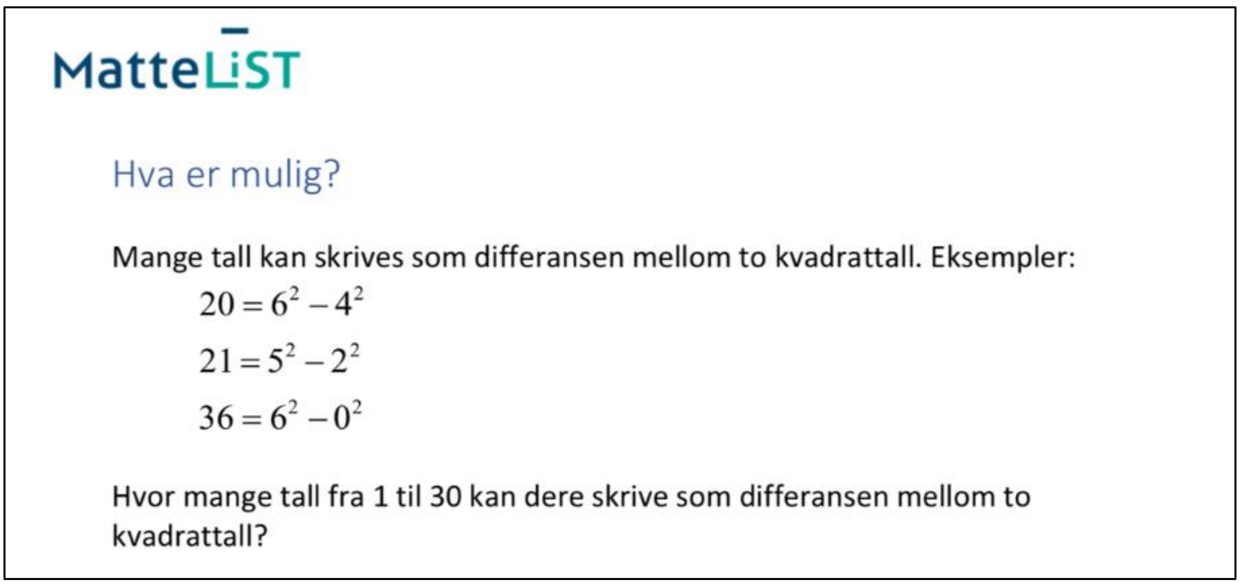


Figur 4: Ekstra utfordring nr. 2 til gruppene som løste emojiproblemet (figur 2) før tiden i økt 2. Hentet fra Matematikksenteret (u.å.-b).

Gjennom slike oppgaver får de øve på kunnskap som blant annet bygger på at divisjon og multiplikasjon er inverse regneoperasjoner. De får også muligheten til å erfare at multiplikasjon er assosiativ. Når vi skal multiplisere tre tall, kan vi tenke de to første som ett produkt, eller de to siste. Dette kan vi se på rad 1 og 2 (figur 2), hvor sinnafjes multiplisert med seg selv tre ganger er det samme som sinnafjes multiplisert med bæsj. De får også erfare at tallet 1 er nøytralt ved multiplikasjon. For ethvert tall a er $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$. Dette ser vi på rad 9 og 10, hvor knust hjerte multiplisert med hjerteøyne er lik knust hjerte, og deretter ser vi at hjerteøyne multiplisert med mobil forbudt er lik mobil forbudt. I begge tilfellene blir det vi multipliserer hjerteøyne med, seg selv. Det betyr at hjerteøyne må være symbol for 1. I tillegg gjelder at for ethvert tall a er $a \cdot 0 = 0$. Dette følger av den distributive loven. Vi ser på et produkt $a \cdot b = a \cdot (b + 0) = a \cdot b + a \cdot 0$. Siden $a \cdot b = a \cdot b + a \cdot 0$, så må $a \cdot 0$ være lik det nøytrale tallet ved addisjon, altså lik 0. Dette ser vi på rad 11, hvor sinnafjes multiplisert med latterfjes er lik latterfjes, og på rad 12 hvor latterfjes multiplisert med muskelarm er lik latterfjes. I begge tilfellene blir det vi multipliserer latterfjes med, bare latterfjes. Det betyr at latterfjes må være symbol for 0. Oppgaven gir med andre ord mulighet til matematisk argumentasjon og bevis gjennom generelle regneregler ved multiplikasjon.

3.6.3 Oppgave 3: «Hva er mulig?»

I denne oppgaven skal elevene utforske hvor mange tall fra 1 til 30 som kan skrives som differansen mellom to kvadrattall. Denne oppgaven starter med å be elevene prøve å uttrykke alle tall som en differanse mellom to kvadrattall, og den foreslår noen mulige måter å undersøke dette på (Matematikksenteret, u.å.-c). I likhet med oppgave 1, er det tankemåte og løsningsmetode som er interessant i denne oppgaven, ikke nødvendigvis svaret. Dette er en rik oppgave som vi forutså kom til å skape diskusjon og utforskning i elevgruppene.



Figur 5: Lysbilde med oppgavebeskrivelsen som ble vist på tavlen under økt 3. Hentet fra Matematikksenteret (u.å.-c).

Ifølge Birkeland mfl. (2018, s. 167) kan det tjene flere hensikter at elever arbeider med tallmønstre. En viktig ting er at det gir mulighet til å utforske: være systematisk, lage tabeller, finne sammenhenger, uttrykke og begrunne disse sammenhengene og generalisere dem. I samsvar med konstruktivistisk læringsteori får de aktivt ta del i det å bygge opp kunnskap. Når elevene skal uttrykke eller begrunne tallmønstre, vil bruk av algebraiske uttrykk med variabler være til nytte. Derfor er slikt arbeid også en innfallsport mot algebra – den delen av algebra der vi generaliserer resultater om tall. Arbeid med egenskaper ved tall og tallmønstre, tilpasset elevenes nivå, kan gi dem en dypere og rikere tallforståelse og gi mulighet til utforsking. I tillegg ligger det et potensiale til å se sammenhenger og uttrykke og begrunne dem (Birkeland et al., 2018).

3.7 Analytisk tilnærming

Jeg vil forsøke å besvare mitt forskningsspørsmål ved å analysere datamaterialet ut fra to ulike perspektiv. Først har jeg analysert alle fem undervisningsøktene og funnet frem til et utvalg episoder som jeg mener kan belyse lærerens mulighet til å analytiske observere elevenes algebraiske tenkning. Dette er episoder både fra lærerens to undervisningsøkter og fra våre undervisningsøkter med tenkende klasserom. Utgangspunktet for analysen er van Es (2011) sin definisjon og nivåinndeling av analytisk observasjon, som ble beskrevet i kapittel 2.3. Deretter har jeg analysert lærerintervjuene induktivt ved bruk av Braun og Clarkes (2012) seks steg for refleksiv tematisk analyse.

3.7.1 Refleksiv tematisk analyse

Refleksiv tematisk analyse er en lett tilgjengelig og teoretisk fleksibel tilnærming til kvalitativ analyse som forenkler identifisering av mønstre eller tema i et gitt datasett (Braun & Clarke, 2012). Braun og Clarke (2012) har utviklet seks steg som kan legge til rette for analysen og hjelpe forskeren med å identifisere og ivareta de viktigste aspektene ved en tematisk analyse. Disse seks stegene er:

1. Gjøre seg kjent med datamaterialet
2. Utvikle koder
3. Utvikle tema
4. Gjennomgang av potensielle tema
5. Definere og navngi temaene
6. Produsere rapporten

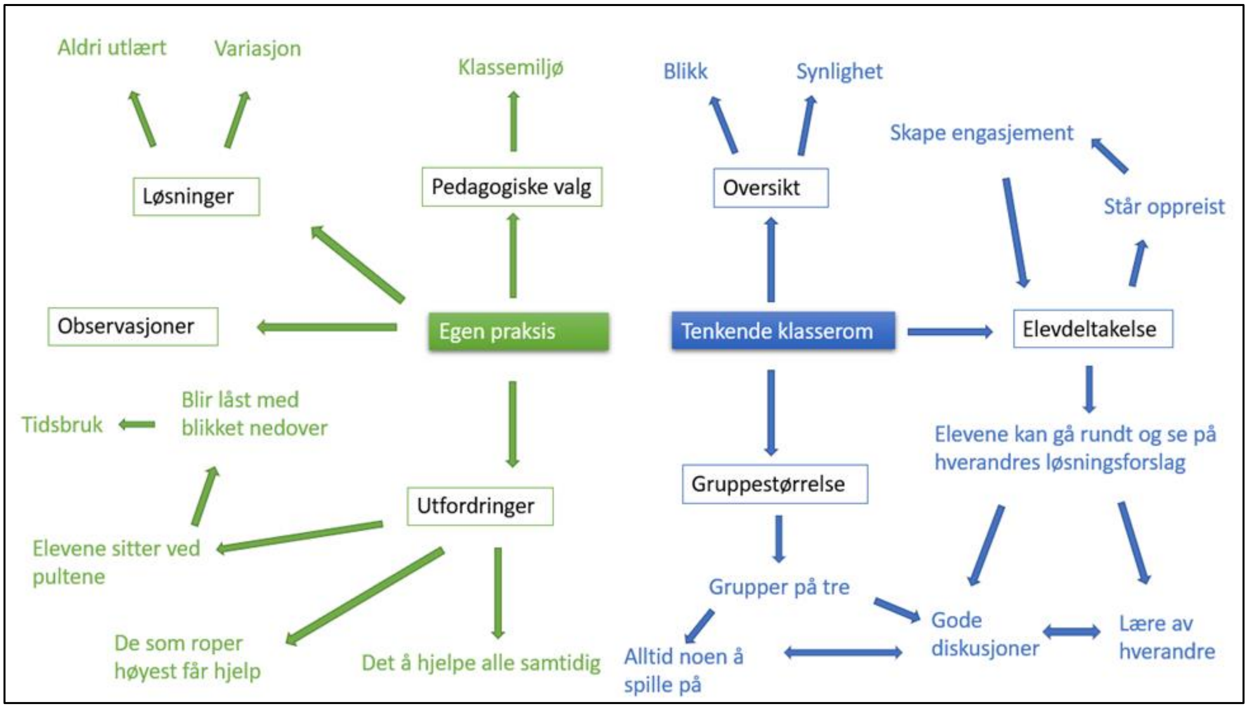
Oversettelse av Braun og Clarkes (2012) seks steg for refleksiv tematisk analyse

Jeg startet dermed med fase én som handler om å gjøre seg kjent med datamaterialet. Jeg så gjennom intervjuet først en gang før jeg startet med å transkribere. Etter jeg hadde transkribert ferdig leste jeg nøye gjennom transkripsjonene flere ganger. Jeg startet allerede her med å markere utsagn som jeg så på som interessante for å kunne svare på min problemstilling. Videre startet fase to, som handler om å utvikle koder til datamaterialet (Braun & Clarke, 2019). Kodene er de fundamentale byggebrikkene for det som senere skal bli tema (Byrne, 2022). Her noterte jeg et stikkord for hva læreren snakket om bak hver uttalelse hun kom med. Etter hvert satt jeg igjen med en liste over alt læreren hadde snakket om i løpet av intervjuet, som så slik ut:

Stikkord (Kode)	**Eksempelutsagn**
Egen praksis	«Jeg er veldig opptatt av at de får nye plasser hver uke. Og så er jeg veldig opptatt av at de to da skal jobbe sammen denne uka.»
Observasjoner	«Jeg så jo at noen snudde seg, jentene i midten snudde seg.»
Utfordringer	«Og så prøver jeg jo å gå rundt til alle, men du har ikke mulighet i løpet av en time å nå alle»
Løsninger	«Av og til må de jobbe to og av og til må de jobbe på tavler. Det tror jeg er kanskje svaret på den beste innlæringen»
Klassemiljø	«I en uke kan de klare å jobbe sammen med en person uansett, og min erfaring gjennom mange år er at da får du et veldig godt klassemiljø.»
Gruppestørrelse	«Når de er 3, så har du alltid en sikkerhet. Du har litt flere å spille på. Blir det 4 så blir det fortere at det er noen som henger etter.»
Elevdeltakelse	«De som kanskje ikke gjør så veldig mye og er litt usikre, de ble jo også med»
Engasjement	«Det å skape engasjement gjør det jo»
Lære av hverandre	«En kan spør de andre som får det til da. Hjelpe hverandre.»
Oversikt	«Du får lettere en oversikt, tenker jeg.»
Synlighet	«Fordelene med tavlene er at de står og du ser hva de har skrevet ned, og du ser det litt tydelig slik at du kan ha et annet blikk»
Å gå rundt	«Med tavlene kan de gå rundt og spør hverandre om hjelp. De kan gå rundt og kikke på de andre løsningsforslagene.»
Stå oppreist	«Og så tror jeg jo det bare at de kommer seg opp og og få lov å stå at det gjør noe med hele… Istedenfor, de sitter jo veldig mye»

Tabell 4: Oversikt over forsteutkast av koder med tilhørende eksempelutsagn etter intervjuet

Videre forsøkte jeg å organisere kodene, slik at alle utsagn med samme kode ble homogene og handlet om det samme. Jeg strukturerte det også slik at hver kode som var etablert var heterogene, slik at ulike koder handlet om ulike ting. For å skape en oversikt lagde jeg et tankekart. Dette tankekartet ble starten på fase tre hvor man skal utvikle tema (Braun & Clarke, 2019). Her prøvde jeg å kategorisere de kodene som handlet om mye av det samme under et felles tema.



Figur 6: Førsteutkast av tankekart over tema og koder under analysen av re-intervju. Endelig tankekart blir presentert i kap. 4.3

Jeg delte også intervjuet inn i to hoveddeler: Egen praksis og tenkende klasserom. Egen praksis handlet om tanker og refleksjoner læreren kom med under intervjuet om hvordan hun selv gjør og opplever det i klasserommet. Her utviklet jeg undertema som passet inn i kodene og utsagnene hun kom med. For det første hadde læreren en del utsagn som gikk direkte på hva hun observerte når hun fikk se de ulike episodene (se eksempel under «Observasjoner» i tabell 4). Alle utsagnene av slik karakter gikk dermed under «Observasjoner». Videre adresserte læreren en del utfordringer som hun møtte på i undervisningen. Disse plasserte jeg under tema «utfordringer». «Pedagogiske valg» handlet om valg læreren tok i undervisningen som ikke handlet om elevenes læring, men som hun tok av pedagogiske årsaker. «Løsninger» handlet om utsagn hvor hun reflekterte over hva hun så på som hensiktsmessig i undervisningen med tanke på elevenes læring og tenking. Etter en nøye gjennomgang av datamaterialet som gikk under temaet «egen praksis» endte jeg opp med at det kun var undertemaet «utfordringer» som var relevant å ta med videre for å kunne svare på mitt forskningsspørsmål.

Del to fikk navnet tenkende klasserom, og handlet om uttalelser som læreren kom med rundt fordelen og ulempen med tenkende klasserom kontra ordinær undervisning når det gjaldt analytisk observasjon av elevenes algebraiske tenkning. Dette var uttalelser og koder som var svært interessant for å svare på mitt forskningsspørsmål. Hun pekte spesielt på elevdeltakelse, oversikt og gruppestørrelse som muligheter når det kommer til analytisk observasjon i et tenkende klasserom, og derfor gikk jeg videre med disse tre, sammen med «utfordringer» som tema for min analyse. Disse ble til gjennom steg fire og fem (Braun & Clarke, 2012) etter nøye gjennomgang og kategorisering av kodene. Endelig tankekart over tema blir presentert i kapittel 4.3.

3.8 Forskningens kvalitet

Forskningens kvalitet må i all hovedsak bestemmes ut fra hvordan kunnskapen er produsert (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 222). For å kunne bedømme kvalitet, må forskeren på en kritisk måte kunne beskrive hvordan kunnskapen som forskningsteksten bringer frem, er konstruert. Dersom forskeren synliggjør prosessen i prosjektet, kan studiens totale troverdighet bli styrket (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 223). Med bakgrunn i dette har jeg nå gått nøye gjennom valg knyttet til metode, fremgangsmåte ved datainnsamling og analyse av datamaterialet. Reliabilitet og validitet er to viktige begreper for å kunne avgjør studiens samlede troverdighet (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 223), og derfor vil jeg i dette kapittelet gjøre rede for valg jeg har tatt for å kvalitetssikre datamaterialet og funn fra studien.

3.8.1 Reliabilitet

Reliabilitet handler om hvordan forskeren gjennom sin måte å gjennomføre forskningen på kan ha påvirket de endelige resultatene (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 222). I en kvalitativ studie handler reliabilitet om å synliggjøre forskningsprosessen og hvordan kunnskapen ble produsert. Postholm og Jacobsen (2018, s. 223) bruker begrepet pålitelighet i stedet for reliabilitet, da de peker på at begrepet reliabilitet ofte knyttes til den kvantitative forskningstradisjonen. I kapittel 3.1-3.7 har jeg presentert detaljerte beskrivelser av mine valg knyttet til datainnsamling og analyse. Hensikten med dette er at leseren selv kan reflektere og vurdere forskningsprosessen.

Det å teste forskningens pålitelighet har ofte vist seg å være vanskelig i kvalitative studier. Fenomener kan endre seg, også relativt raskt. Det betyr at dersom man gjentar forskningen og får et annet resultat vil ikke det nødvendigvis skyldes lite troverdig måling, men bare at situasjonen er endret, og at forskeren studerte noe annet (Postholm & Jacbosen, 2018, s. 223). I tillegg vil møtet mellom forskeren, forskningsfeltet og menneskene som deltar i studien, fortone seg forskjellig (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 223). Mennesker er ulike og samspillet mellom mennesker vil dermed også kunne utarte seg ulikt. Dersom jeg for eksempel hadde hatt andre deltakere i forskningsprosjektet mitt, er det ikke sikkert at resultatet hadde blitt det samme. Allikevel ser jeg på studiens resultater som pålitelige og overførbare til andre klasserom.

Vi var tre studenter som valgte å samle inn datamateriale sammen, og dermed samarbeidet vi tett om selve datainnsamlingen og transkripsjonene i etterkant. Det at vi var flere som kunne diskutere sammen, og ikke minst det å være flere om beslutninger og valg som måtte tas er noe som kan være med på å styrke studiens reliabilitet (Thagaard, 2018). Etter datainnsamlingen fordelte vi ansvar for transkripsjon av undervisningsøktene og intervjuene. Videre transkriberte vi datamaterialet etter en felles transkripsjonsnøkkel. Alle transkripsjonene ble i etterkant gjennomgått og kontrollert av en annen student. Analysen av dataen ble gjort individuelt da vi hadde ulike problemstillinger.

Bruken av video- og lydopptak kan være med på å styrke studiens reliabilitet, da dette kan transkriberes ordrett. Det sikrer at forskerens egne tolkninger og gjengivelser i etterkant av observasjonen ikke blir en del av datamaterialet (Thagaard, 2018). Samtidig kan bruken av video- og lydopptak også svekke studiens pålitelighet, da utstyret som brukes er ukjente elementer i en undervisningssituasjon, og kan dermed ha en viss innvirkning på deltagernes atferd. I vår studie kan dette være tilfellet både for læreren og elevene. Læreren fikk beskjed om at vi ønsket å observere to undervisningsøkter i matematikk slik hun pleide å undervise, men vi vet at mennesker ofte tilpasser det de sier og gjør, til det de tror at andre ønsker å høre og se (Postholm & Jacobsen, 2018; Hox, 1994; West & Blom, 2017). Læreren var informert om våre forskningsspørsmål og bakgrunn for studiene, og derfor kan det være en mulighet at hun har tilpasset undervisningen med tanke på at hun visste at dette skulle bli en del av datamaterialet til masteroppgavene våre.

Under de to første undervisningsøktene stilte vi oss bakerst i klasserommet i et forsøk på å være så anonyme som mulig og unngå å påvirke undervisningssituasjonen. Under tenkende klasserom-øktene viste det seg å være vanskelig å samle inn data ved å stå bakerst i klasserommet. Derfor plasserte vi kameraet midt i klasserommet, og så var det en student som hadde ansvar for å filme. Til tider var det vanskelig å høre hva som ble sagt på videoen, da praksisene for tenkende klasserom ikke nødvendigvis er gunstige for å samle inn data om alle gruppene samtidig. Det ble dermed nokså tilfeldig hvilke grupper som ble filmet til hvilken tid. I tillegg hadde vi ulike observatørroller (disse blir nærmere beskrevet i kap. 3.3) i løpet av de fem undervisningsøktene, noe som kan ha vært med på å skape en viss forvirring hos elevene når det kom til om de skulle prate med oss eller ikke.

3.8.2 Validitet

Validitet handler om forskningens gyldighet, noe som vil si hvilke slutninger forskeren kan trekke ut ifra studiens datamateriale (Postholm og Jacobsen, 2018, s. 223). Postholm & Jacobsen (2018) deler gyldighet inn i to typer: indre og ytre. Videre viser de til at indre gyldighet går på om det vi har kommet frem til – de konklusjonene vi trekker – er gyldig for de eller det vi har studert. Her vil det dreie seg om to forhold. Det første går på i hvor stor grad det er samsvar mellom den virkeligheten vi påstår at vi studerer og analyserer, og de begreper og teorier vi benytter for å beskrive denne virkeligheten (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 229). Det andre forholdet er hvorvidt vi har grunnlag for å uttale oss om kausalitet ut fra den studien vi har gjort. Ytre gyldighet handler på sin side om i hvor stor grad vi kan overføre resultater fra en undersøkelse til andre kontekster enn det som faktisk er studert.

Når det kommer til indre gyldighet har jeg valgt å forankre forskningsspørsmålet mitt i teori, og teorien brukes videre i analysen. Det at jeg har tatt i bruk flere former for datainnsamling, såkalt triangulering, kan være med på å styrke både validitet og relabilitet. Informasjon fra både observasjon og intervju utfyller hverandre og er med på å sikre at jeg som forsker blir mindre sårbar for skjevheter som kan oppstå når man baserer forskningen på bare en kilde (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 237).

I utgangspunktet vil en enkelcasestudie produsere kunnskap som er avgrenset til en spesiell kontekst, for eksempel en enkelt klasse (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 64; M. Huberman, 1987). I forskningssammenheng sier vi at den interne gyldigheten eller validiteten er stor. Det er med andre ord stor sannsynlighet for at kunnskap oppleves som relevant og riktig for den som er i den aktuelle konteksten, i vårt tilfelle for klassen og læreren. Samtidig vil det være aktuelt å stille spørsmål til om den kunnskapen som kommer frem av den enkeltcasen, også vil være av interesse for andre (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 64). I hvilken grad, og med hvilken sikkerhet, vi kan påstå at et funn fra en kontekst også er gyldig i en annen kontekst. Vi samlet inn data i en klasse bestående av tjuesyv elever og en lærer. På bakgrunn av dette, vil en generalisering av resultatene være vanskelig. Resultatene fra denne studien kan altså ikke sies å gjelde alle norske elever eller alle norske klasser. Allikevel kan resultatene være interessante for flere enn bare den gjeldende klassen og den gjeldende læreren, da det kan være en gjenkjennelsesfaktor for andre som underviser matematikk.

3.9 Forskningsetiske vurderinger

Et velfungerende, kunnskapsbasert og demokratisk samfunn er avhengig av forskning som kilde til pålitelig kunnskap (NESH, 2021). Forskning skal organiseres og utøves forsvarlig, og forskningsetikken er et verktøy for å sikre dette. Dette er et masterprosjekt som gjennomføres ved Universitetet i Stavanger og som derfor må meldes inn til Sikt. Vi som samlet inn data sammen sendte søknad til Sikt tidlig i desember, og etter et par tilbakemeldinger ble den godkjent i starten av januar. Vi sendte videre ut informasjonsskriv til deltakerne og sørget for å få samtykke fra læreren, elevene og deres foresatte i god tid før datainnsamlingen skulle starte. Informasjonsskrivet inneholdt: forskningens formål, hvem som fikk tilgang til datamaterialet, hvordan vi skulle bruke resultatene og hva det innebar for dem å samtykke til å delta i vårt forskningsprosjekt. Vi opplyste alle deltakerne i studiet om at det var frivillig å delta i forskningsprosjektet, og at de kunne trekke samtykket når som helst. Slik fikk de et tilstrekkelig grunnlag til å vurdere selv om de ønsket å delta på forskningsprosjektet vårt (Thagaard, 2018).

I følge de forskningsetiske retningslinjene kan svakstilte og sårbare grupper ha særskilt behov for beskyttelse, og det kan være nødvendig å ta spesielle hensyn når man forsker på disse (NESH, 2021). Barn er marginalisert i et voksendominert samfunn, og opplever ulike maktforhold til voksne i livet (Liamputtong, 2007). Slik sett er barn sårbare i samfunnet, og barn som deltar i forskning har særlig krav på beskyttelse (NESH, 2021). Siden jeg forsker på barn i ungdomsskolealder vil det være ekstra viktig at jeg er klar over hvilke maktforhold som kan oppstå og at jeg er bevisst over mitt ansvar. Vi sendte ut samtykkeskjema slik at foresatte kunne gi skriftlig samtykke på vegne av barnet sitt, men passet også på at barnet gav samtykke selv.

Selv om informanten har gitt sitt informerte samtykke til å bli intervjuet, må man likevel være oppmerksom på forskningsetiske utfordringer som kan oppstå i løpet av intervjuet. Slike utfordringer kan oppstå fordi intervjuet påvirkes av maktforholdet mellom forsker og informant. Informanten er den som sitter på informasjon om egne erfaringer og tanker og har makt til å velge å dele eller ikke dele denne informasjonen. Samtidig er det forsker som stiller spørsmål og styrer samtalen, og det er også hen som skal fortolke informasjonen som informanten gir, og presentere denne i det ferdige forskningsarbeidet (Gleiss & Sæther, 2021, s. 92). I forskning som involverer barn og unge, er maktforholdet spesielt asymmetrisk. Dermed må man være ekstra varsom med informert samtykke, anonymisering og spørsmål om sensitive og vanskelige temaer når informantene er under 18 år (Gleiss & Sæther, 2021, s. 93). Under oppstarten av hvert intervju var vi derfor tydelige og informerte om at de når som helst kunne trekke samtykke og avbryte intervjuet.

Kap 4: Analyse

Under dette kapittelet vil jeg gå gjennom funn fra to ulike perspektiv. For å svare på forskningsspørsmålet mitt vil jeg først trekke frem interessante episoder fra undervisningsøktene, både fra lærerens ordinære økter og våre tenkende klasserom-økter. Videre vil jeg gå gjennom og tematisk analysere intervjuene med læreren, hvor hun fikk se og kommentere et utvalg av episodene som blir presentert nedenfor.

4.1 Observasjon av klasseromsøkt

I seksjon 4.1 vil jeg gå gjennom ulike episoder fra undervisningstimene som læreren gjennomførte da vi observerte. Jeg la fort merke til at læreren generelt hadde et problemløsende syn på matematikken i sin undervisning. Hun valgte ut rike problemløsende oppgaver og la til rette for at elevene skulle få tid til å finne løsningene på egenhånd. I tillegg la hun i stor grad vekt på elevenes løsningsprosesser foran det å generere riktig svar, og dette er generelt praksiser som er karakteriserende for problemløsende klasserom. Siden læreren hadde en problemløsende tilnærming til matematikkundervisning, ble hovedforskjellen på hennes undervisning og vår utprøving randomiserte grupper og arbeidsmiljøet. Dette var svært interessant, da det gav meg muligheten til å se direkte på hvilke muligheter det å jobbe med problemløsende oppgaver ved tavler på veggene gav for lærerens analytiske observasjon, sammenlignet med ved pulten på papir. Jeg vil ta utgangspunkt i van Es (2011) sin definisjon av analytisk observasjon og kommentere hva, hvem og hvordan læreren observerer gjennom episodene som blir presentert for å kunne svare på min problemstilling.

Videre er det viktig å påpeke at jeg har valgt ut episoder og spisset inn på et aspekt hvor jeg kan se at tenkende klasserom kan være en berikelse for lærerens analytiske observasjon, men det betyr ikke at lærerens ordinære undervisning ikke er det. I denne masteroppgaven løfter jeg frem og fokuserer på det som fungerte godt i våre timer, men det var flere ting som ikke fungerte godt også. Jeg har valgt ut sekunder og minutter ut fra flere timer med undervisning, og ser på en liten del av en helhet. Mitt hovedfokus er på situasjoner hvor tenkende klasserom er en fordel for lærerens analytiske observasjon av elevenes algebraiske tenkning, og det er nettopp derfor jeg trekker frem de episodene jeg gjør.

4.1.1 Økt 1: Gjennomgang av målprøve og speed-dating

Under første observasjonsøkt observerte vi en skoletime mandag rett etter lunsj. Klassen hadde denne uken ansvar for å rydde kantinen og brukte derfor ti minutter av skoletimen på dette. Dette var første timen som kontaktlæreren hadde med dem denne mandagen, og derfor ble det brukt litt tid på å gå gjennom uken i starten av timen. Deretter tok læreren en gjennomgang av en målprøve som elevene hadde hatt fredagen før. Tema var figurtall og det å uttrykke mønster og figurer algebraisk. Elevene fikk svare og delta i gjennomgangen, og hun avsluttet med at alle elevene la hodet ned på pulten og tok frem tommel opp, tommel ut eller tommel ned på om de hadde forståelse for figurtall og generelle formler.

Deretter fikk elevene et oppgaveark med tre oppgaver som omhandlet voksende mønster og å finne generelle formler. De ble informert om at de skulle kjøre såkalt «speed-dating» hvor de skulle prate og diskutere løsningsforslag med sidemannen. Etter ca. 2-3 minutt byttet de partner og diskuterte sammen med neste person. Det ble gjort i alt tre bytter. Deretter gikk læreren gjennom oppgavene og lot elevene presentere hva de kom frem til. Læreren inviterte også noen av elevene til å skrive løsningsforslaget sitt på tavlen.

Episode 1: Hente matematikkbøkene

Læreren ber elevene finne matematikkbøkene da de kommer inn etter å ha ryddet kantinen. **Lærer:** Nå ble du veldig opptatt av det her, men kan du gå og hente mattebøkene? **Ulrik:** Jeg finner ikke bøkene **Lærer:** Finner du ikke bøkene? **Ulrik:** Nei (5s) **Ludvig:** Skal vi ha mattebøkene? **Lærer:** Du skal ha hele permen, mattepermen. Læreren går rundt og finner bøker til de elevene som hun ser at mangler dem. Det tar seks minutt fra læreren ber elevene til å finne bøkene, til hun starter timen med gjennomgang av uken som kommer.

Tabell 5: Episode 1

I denne episoden har læreren bedt elevene om å finne sine fysiske mattebøker. Selv om det høres ut som en enkel oppgave for elevene, så er det ikke alltid like lettvint når tjuefem elever skal hente bøkene sine samtidig. Som vi kan lese ut fra episoden var det noen som ikke fant bøkene sine, mens andre egentlig ikke visste helt hva de skulle finne frem til. Læreren måtte gå rundt og assistere elevene med å finne bøkene sine og gikk for å finne nye bøker til de som ikke fant dem i det hele tatt. Dette er et gjenkjennelig problem i klasserommet som ofte blir glemt. Elevene hadde hyller som stod bakerst i klasserommet hvor de plasserte bøkene sine, men noen hadde matematikkbøkene sine i sekken.

Alle tjuefem elevene har ulike personligheter som prioriterer organisering og struktur ulikt, og dermed gikk det mye tid til leting. Noen fant bøkene med en gang, noen måtte lete en ekstra gang i sekken, noen hadde glemt bøkene hjemme og noen hadde skrevet ut en kladdebok og trengte ny. Elevenes oppbevaringsplass for bøker og ark er ikke noe læreren kan kontrollere. Det gikk derfor en del tid med på å lete og finne bøkene før alle elevene var klare, og undervisningen kunne starte. I løpet av disse seks minuttene ble lærerens analytiske observasjon begrenset til å ha fokus på organisering og oppførsel (hva) og klassen som helhet (hvem), noe som van Es (2011) knytter til lavt nivå av analytisk observasjon.

Episode 2: Ryggen til

Under speed-datingen er det et par som trenger hjelp av læreren. Hun står over pulten deres med ryggen til resten av klassen for å diskutere og hjelpe. I løpet av de minuttene hun vender ryggen til er det tydelig at de andre gruppene ikke diskuterer oppgaven, men prater om andre ting.

Tabell 6: Episode 2

I denne episoden stod læreren med ryggen til resten av klassen, og fikk tilgang til to elevers tenkning. Hun satt seg ned sammen med disse elevene og fikk et grundig innblikk i disse to enkeltelevenes matematiske tenkning. Hun hadde dog ikke mulighet til å holde oversikten over de andre elevene generelt, hverken med tanke på elevenes tenkning, eller hva de holdt på med. Elevene hadde oppgavene på ark og skrev i egne kladdebøker. Det førte til at hun måtte bøye seg ned, lese på elevenes løsningsforslag som var skrevet på ark og stille spørsmål til hvordan de tenkte, for så å kunne gi gruppen veiledning. Det å analytisk observere enkeltelevers matematiske tenkning kjennetegner analytisk observasjon på høyt nivå, men i dette tilfellet mister resten av klassen lærerens oppmerksomhet. Læreren får kun tilgang til de valgte elevene sin tenking. Hun bruker mye tid på å tolke (hvordan) disse to elevenes matematiske tenkning, noe som kjennetegner nivå 3 av analytisk observasjon (van Es, 2011), men hennes analytiske observasjon blir begrenset til to enkeltelevers (hvem) matematiske tenkning (hva).

4.1.2 Økt 2: Kort-aktivitet med figurtall

Under andre observasjonsøkt observerte vi en time i slutten av dagen på en tirsdag. Denne gang ble ikke økten forskjøvet av kantineansvar og det ble heller ikke brukt tid på gjennomgang av uken. Læreren tok en kjapp gjennomgang av figurtall og minte elevene på det de gjorde i matematikktimen dagen før. Det kom frem av elevene at de hadde hatt om kvadrattall, trekanttall og rektangeltall. Hun startet med å presentere oppgaven ved å holde frem flere bunker med 42 kort i hver bunke. Videre fortalte hun at det var 14 kort med kun tall på, 14 kort med figurtall og 14 kort med formler. Elevene skulle finne de tre kortene som passet sammen. Hun delte elevene inn i grupper på tre slik de satt i klasserommet. Deretter gav hun hver gruppe en bunke med kort og ba de sette i gang. Hun gav få instruksjoner om hvordan elevene skulle løse oppgaven, og etterlot dermed tenkningen til elevene. Flere trengte hjelp og læreren gikk fra gruppe til gruppe for å veilede. Av og til satt hun seg ned sammen med gruppene for å høre hvordan de tenkte. Noen ble raskt ferdige med oppgaven, og da ba hun dem samle sammen kortene og jobbe med ukeplanen. Til slutt jobbet de aller fleste på pultene sine med ukeplan.

Episode 3: Behov for veiledning

En gruppe har samlet de kortene som de mener hører sammen oppå hverandre og står fast når de sitter igjen med kort som de ser ikke kan høre sammen. De rekker derfor opp hånden for å signalisere at de trenger hjelp av læreren. En annen gruppe har også rukket opp hånden en stund, og legger merke til at denne gruppen trenger hjelp.

> **Emma:** Hun kommer ikke til å hjelpe dere, hun stakk bare fra oss.
> **Sofie:** Sikkert fordi hun ikke liker dere.
> **Karoline:** Ja, hun elsker meg i alle fall.
> **Sofie:** Lærer! *Roper lærerens navn samtidig som hun rekker opp hånda*

(5s)
Sofie: Lærer! *Roper høyere*
Lærer: Jenter, jeg kommer til dere øyeblikk.

Læreren går rundt og hjelper flere grupper som har hånden oppe og behov for veiledning. Hun setter seg ned med en gruppe en god stund. Gruppen som hadde behov for veiledning, prater om helt andre ting enn matematikk mens de venter på læreren. Etter 07:39 minutt kommer læreren bort til gruppen og setter seg ned sammen med dem.

Lærer: Beklager, dere har ventet lenge
Karoline: Ja
Lærer: Er dere i mål?
Johannes: Nei, vi mangler litt.

Tabell 7: Episode 3

Denne episoden viser en gruppe som ønsker veiledning av læreren. Som nevnt i seksjon lot læreren oppgaven være relativt åpen, og hun gav få instruksjoner slik at elevene kunne utforske og se sammenhenger selv. Ved slike oppgaver er det fort gjort at elevene sitter fast da de ikke har en gitt måte å gjøre det på. For å kunne analytisk observere elevenes tenking må lærer, i likhet med i episode 2, bøye seg ned til hver enkelt gruppe for å se på elevenes løsningsforslag som ligger på pultene. I noen tilfeller setter hun seg også på en stol sammen med gruppene for å få tilgang til elevenes tenkning og videre veilede. Da blir utfallet også her at selv om hun får mulighet til å analytisk observere disse enkeltelevene, mister resten av klassen lærerens oppmerksomhet, og hun får kun tilgang til de valgte elevene sin tenking. Lærerens analytiske observasjon blir begrenset til noen få elever i klassen.

Når mange trenger hjelp samtidig kan det være slik at det er de som roper høyest som får hjelp. Gjennom denne episoden fikk vi se at læreren rettet tid og energi mot de elevene som ropte høyest om hjelp (hvem). Hun satt seg ned med noen av gruppene og fikk mulighet til å observere elevenes matematiske tenkning (hva), og videre fortolket tenkningen (hvordan) for å kunne planlegge oppsummering og fremtidig undervisning basert på elevenes behov. Igjen ligger hennes nivå av analytisk observasjon på det van Es (2011) knytter til nivå 3, noe som er analytisk observasjon på et av de høyere nivåene, men den er fortsatt begrenset til noen få enkeltelever i løpet av en time.

4.2 Observasjon av tenkende klasserom

I seksjon 4.2 vil jeg gå gjennom interessante episoder som er med på å belyse mulighetene til analytisk observasjon av elevenes algebraiske tenkning med tenkende klasserom som undervisningsmetode. Som tidligere nevnt er det kun bruddstykker av undervisningen som er valgt ut. I seksjon 4.1 presenteres episoder hvor det at elevene gjør matematikk sittende ved pultene potensielt kan være en begrensning for lærerens analytiske observasjon av elevenes algebraiske tenkning. Videre vil jeg her løfte frem og sette søkelys på episoder som viser at det at elevene står og jobber på vertikale ikke-permanente tavler potensielt kan være en mulighet for lærerens analytiske observasjon av elevenes algebraiske tenkning. Det er flere aspekt enn kun lærerens analytiske observasjon ved matematikkundervisning som må ivaretas for at det skal kunne kalles en god undervisningsøkt. Mitt hovedfokus er på situasjoner hvor tenkende klasserom kan være en fordel med tanke på lærerens mulighet til å analytisk observere, men det betyr ikke at det var en fordel for andre forhold.

I episodene som følger kaller jeg studenten som hadde ansvar for timen for «læreren», da dette tross alt var læreren i den aktuelle timen. Det var derfor denne lærerens analytiske observasjon som ble undersøkt. «Læreren» er med andre ord ikke klassens matematikklærer i disse episodene, men den studenten som hadde rollen som «fullstendig-deltaker» i løpet av økten. Det betyr at «læreren» er ulike personer i henholdsvis 4.2.1, 4.2.2 og 4.2.3.

4.2.1 Økt 1: «Hvor stor er rammen?»

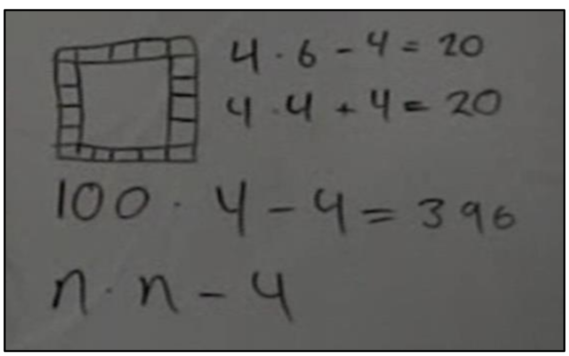
Vi gjennomførte første tenkende klasserom-økt en fredag i første time. Det var jeg selv som hadde denne timen, og vi hadde på forkant satt opp en plan for gjennomgang med tanke på prediksjon av elevsvar og tidsbruk. Jeg hadde forberedt en oppgavebeskrivelse og tenkt gjennom hvordan jeg ville oppsummere de ulike elevsvarene. Vi var på plass en halvtime før skolestart for å gjøre klart og rigge til klasserommet. Vi hadde med egne whiteboard-tavler på rull og fikk låne whiteboard-tusjer av skolen som vi gjorde klart før elevene kom.

Økten startet med at læreren minnet elevene på at vi skulle ha økten, og vi fikk presentert oss på ny. Deretter fikk jeg ta over og jeg begynte med å fortelle hva vi skulle gjøre i løpet av timen. Jeg gikk nøye gjennom hvordan tavlene skulle brukes og at vi skulle konsentrere oss om en oppgave gjennom hele timen. Et poeng med tenkende klasserom er helt randomiserte grupper på tre, og at de skal være synlig randomisert for elevene. Klassens lærer hadde allerede en kopp med ispinner som hun selv brukte i undervisningen, som vi brukte til å dele elevene inn i grupper. Elevene gikk gruppevis til tavlene de hadde blitt tildelt og fikk hver sin tusj. Deretter presenterte jeg oppgaven i fellesskap før de fikk starte å regne ved tavlene. Jeg la vekt på at elevene skulle finne en metode til å finne ut hvor mange ruter det var i rammen kun basert på informasjonen om at det var 10 ruter på en side i kvadratet. De skulle med andre ord ikke telle, men bruke deres kunnskap om kvadrater til å foreslå en, eller flere, metoder å finne antall ruter i rammen i kvadratet på.

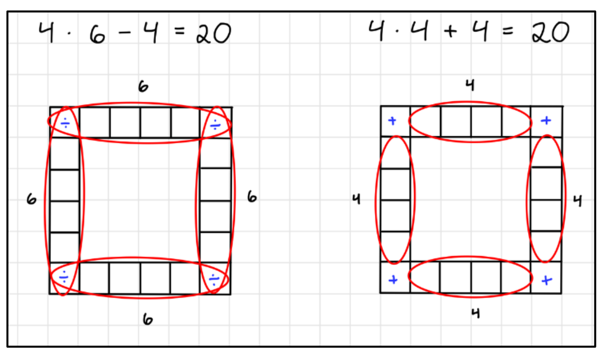
Episode 4: Elevene retter på hverandre

Læreren oppfordrer gruppe 3 til å prøve å finne flere løsninger enn bare en. Videre oppfordrer læreren elevene på gruppen til å gå rundt og se på andre sine løsninger for å hente inspirasjon til flere løsningsforslag. En elev tar et raskt overblikk over de andre tavlene og går direkte bort til gruppe 6 som han ser har kommet frem til en generell formel som ikke stemmer overens med figuren.

Peter: Hei Anne, den der er gjort feil.



Figur 7: Gruppe 6 sitt løsningsforslag



Figur 8: Rekonstruksjon av gruppe 6 sin algebraiske tenkning

Anne: Nei
Peter: Den der er gjort feil
Anne: Vi bare tenker
Peter: Det er fire ganger en
Anne: Jamen når det står n ganger en, hva mener du med det?
Peter: Det er akkurat det samme som når du har seks ganger seks *peker på figuren som er tegnet opp*, da er n seks.
Anne: Så da er det seks ganger seks?
Peter: Nei, da har du seks her *peker på en side i kvadratet*, og seks her *peker på neste side i kvadratet*

Anne: Ja, jeg skjønner jo det da (2s) **Anne**: *peker på løsningsforslaget ved siden av kvadratet* Dette her er riktig **Peter**: Ja, den er riktig **Ola**: Den er også riktig **Anne**: Ja, så da hadde vi skrevet riktig **Peter**: Nei, dere hadde skrevet n ganger n **Anne**: Ja, men jeg tror jeg misforstår hva n er, er n nummeret eller figurnummeret eller hva **Lærer**: Ja, det er figurnummer Peter ser at gruppen har funnet frem til riktig svar på oppgave 1 og 2, men at den generelle formelen de har kommet fram til ikke stemmer. Han prøver å forklare Anne og resten av gruppen hvorfor det er feil, og hva som må være riktig formel. Læreren legger merke til diskusjonen og lytter til de ulike argumentene. Til slutt går Peter tilbake til sin egen gruppe og læreren får rette opp i Anne sine usikkerheter rundt hva *n* er.

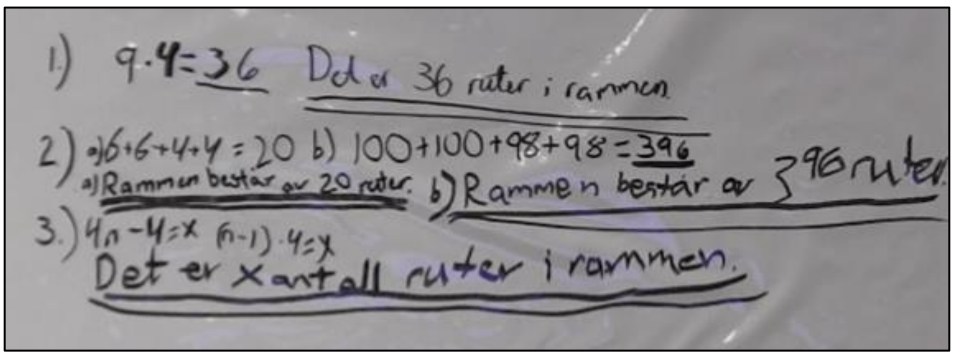
Tabell 8: Episode 4

Høyt nivå av analytisk observasjon knyttes til evnen til å fokusere på enkeltelevers matematiske tenkning og det å tolke tenkningen. I denne episoden blir det tydelig at det ikke bare er læreren som får analytisk observere elevenes tenkning, men elevene selv får innblikk i hverandres matematiske tenkning. Det å tolke hverandres matematiske tenkning blir overført til elevene. Peter forsøker å tolke Anne sin matematiske tenkning for å kunne respondere på hvorfor og hvordan han mener at deres løsningsforslag må være feil. Den analytiske observasjonen blir her utvidet til elevene. Det at elevene kan rette på hverandre og dele ulike løsningsstrategier letter også lærerarbeidet i matematikkundervisningen. Elevene trengte ikke å vente på at læreren skulle komme bort for å hjelpe dem, da de selv kunne gå bort til de andre gruppene og diskutere matematikk.

Læreren la merke til diskusjonen fra midten av klasserommet og begynte å lytte til elevenes matematiske samtale. Læreren fikk dermed være flue på veggen og analytisk observere elevenes tenkning mens de diskuterte. Samtidig stod læreren i midten av rommet og hadde fortsatt oversikt over de andre gruppene (hvem), men fokuset der og da lå på disse enkeltelevenes algebraiske tenkning (hva). Videre kunne læreren effektivt gripe inn og veilede når behovet meldte seg. Læreren tok med seg elevenes ideer og brukte deres diskusjon til å avsløre deres algebraiske tenkning (hvordan). Dette ble tatt med under gjennomgangen av gruppenes løsningsforslag i slutten av timen. Denne episoden viser at praksisene i tenkende klasserom legger naturlig til rette for at læreren kan analytisk observere elevenes algebraiske tenkning på det van Es (2011) karakteriserer som et høyt nivå.

Episode 5: Misforståelse av rollen til en variabel

`Elevene på gruppe 4 finner to ulike formler til antall ruter i rammen, men de skriver opp på tavlen at formelen er lik x og konkluderer med at det er x antall ruter i rammen.`



Figur 9: Gruppe 4 sitt løsningsforslag

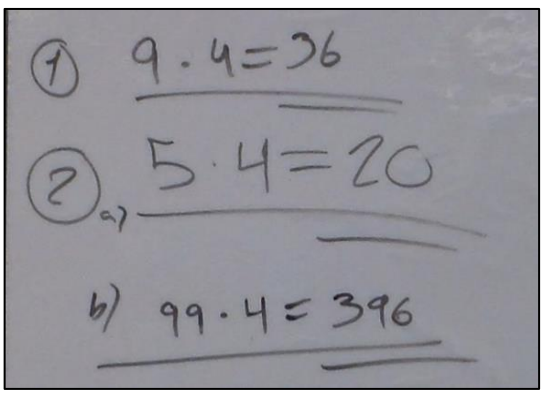
Tabell 9: Episode 5

Oppgaven var å finne en formel, men de har skrevet to streker under svaret hvor det er x antall ruter i rammen. Dette er ikke nødvendigvis en misoppfatning, men en misforståelse av rollen til en variabel. Det går på forskjellen mellom variabel som generelt uttrykk for en vilkårlig verdi og variabel som ukjent tall. Elevene har med andre ord en uklar oppfatning av hva en variabel er, og hvilke bruksområder den har. Det er mye mulig at læreren hadde kunnet fanget opp dette dersom elevene jobbet på papir også, men ofte får elevene jobbe individuelt eller i grupper, og så blir ulike løsningsforslag tatt opp under en gjennomgang i slutten (slik som blant annet i lærerens økt 1). Dersom læreren hadde spurt elevene muntlig om hvilken formel de hadde kommet frem til er det mulig at de hadde svart selve formelen: 4n - 4. Dermed ville ikke deres misoppfatning med tanke på rollen til en variabel blitt oppdaget.

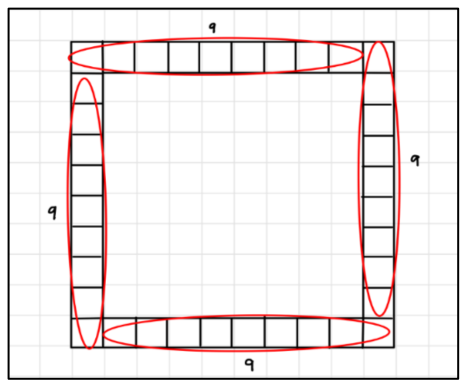
Tavlene er store, synlige flater som henger på veggen, og dermed ble det svært tydelig når de hadde skrevet to streker under svaret. Det gav lærer mulighet til å stille spørsmål og rette opp i gruppens misoppfatninger gjennom å analytisk observere elevenes tenkning (hva) som var tilgjengelig på tavlen. Igjen var disse enkeltelevene på denne gruppen hovedfokus der og da (hvem), men siden læreren stod på beina kunne hun på kort tid observere og gi elevenes tenkning mening (hvordan), rette opp i deres misoppfatninger og feil, for så å gå videre til neste gruppe. Læreren trengte ikke å sette seg ned sammen med en gruppe og være låst til noen få enkeltelevers tenkning. Dette er et godt eksempel på hvordan tenkende klasserom kan legge til rette for analytisk observasjon av innholdet på høyt nivå (van Es, 2011).

Episode 6: Regnerekkefølge

Elevene på gruppe 5 har funnet en løsning på oppgave 1 og 2. De har funnet ut at dersom man tar én mindre enn antall ruter på siden fire ganger finner man antall ruter i rammen. De diskuterer nå oppgave 3 hvor de skal finne ut antall ruter i rammen dersom kvadratet var n·n.



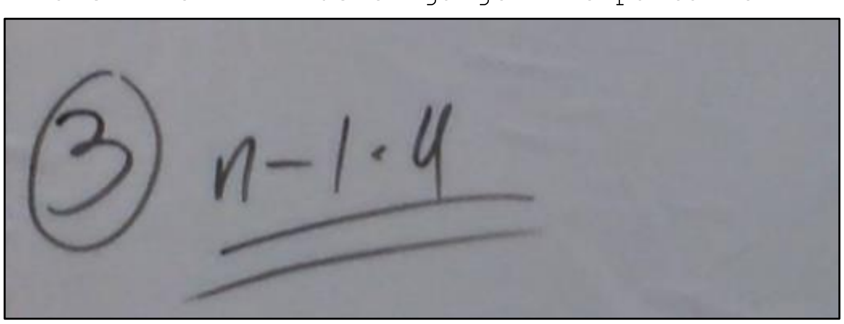
Figur 11: Gruppe 5 sitt løsningsforslag på oppgave 1 og 2



Figur 10: Rekonstruksjon av gruppe 5 sin algebraiske tenkning

Marthe: Det blir n minus en gange fire. Er du enig?
Emma: Hæ? I hva da?
Marthe: n minus en gange fire
Emma: Ja

Emma skriver n minus en gange fire på tavlen



Figur 12: Gruppe 5 sitt løsningsforslag på oppgave 3

Marthe:	Vi er ferdige
Lærer:	Ja men så, hvis dere ser på den siste her på tre'en, n minus en ganger fire, det blir n minus fire.
Emma:	Blir det?
Marthe:	Ja for du tar ganging først
Lærer:	Ja

Tabell 10: Episode 6

Som nevnt i teorigjennomgangen er det mange elever som ikke ser nytten i å følge regnerekkefølgen og løser uttrykket fra venstre til høyre. Det var nettopp det denne gruppen gjorde. De tenkte ikke på at man skal multiplisere først, og dermed fikk de ikke formelen til å stemme. Siden den feilaktige formelen var skrevet opp på tavlen gav det læreren mulighet til å se hva elevene tenkte og enkelt veilede dem på rett spor. Analytisk observasjon handler om at matematikklærere observerer elevers matematiske tenkning og legger planer for hvordan de skal respondere. Denne episoden viser hvordan praksisene i et tenkende klasserom kan være hensiktsmessig for nettopp dette, da læreren her fikk anledning til å stå og observere gruppens (hvem) tenkning (hva) en liten stund først, før hun gikk inn og veiledet elevene (hvordan).

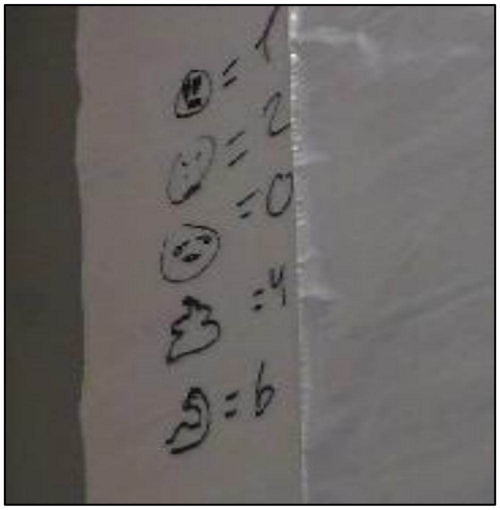
4.2.2 Økt 2: Figur ganger figur

Andre økt med tenkende klasserom ble også gjennomført en fredag i første time. En medstudent hadde timen og hadde forberedt oppgavebeskrivelsen. Vi hadde laget en plan for gjennomføring og predikert elevsvar i fellesskap på forhånd. Denne gang krevde det mindre gjennomgang og forklaring under oppstart enn sist, da elevene allerede hadde vært gjennom en økt med tavlene. Derfor startet økten med kort informasjon og videre ble elevene delt inn i grupper og instruert til hver sin tavle. Deretter ble oppgaven introdusert i fellesskap før de satt i gang.

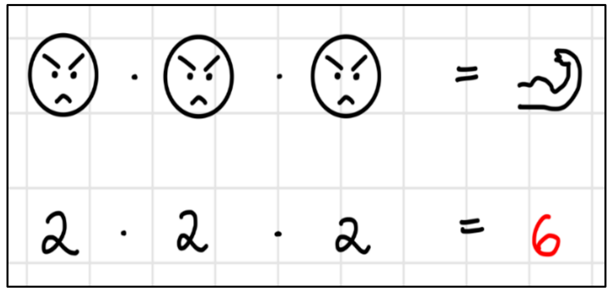
Det vi gjorde annerledes denne timen var å være tydeligere på at elevene skulle bytte på å skrive med tusjen på tavla. Under forrige gjennomføring la vi merke til at det ofte var en som tok styringen og regnet på tavlen uten å inkludere gruppemedlemmene. Derfor innførte medstudenten som hadde undervisningstimen obligatorisk bytte av tusj hos alle gruppene i løpet av økten.

Episode 7: Blander multiplikasjon og addisjon

På gruppe 5 har de funnet ut at sinnafjes må være to og videre skrevet at da må muskelarm være seks. To multiplisert med seg selv tre ganger blir imidlertid åtte, og de får dermed problemer når de skal finne verdien til de neste figurene.



Figur 13: Gruppe 5 sitt løsningsforslag



Figur 14: Rekonstruksjon av gruppe 5 sin algebraiske tenkning

Ada: Tre gange den som er sur, men det blir seks, men vi har allerede seks
Emma: Hvordan vet du at det blir seks?
Ada: Fordi to ganger tre, vi har jo skrevet det ned
Emma: Åja, men det er jo ikke sikkert at det er tre
Visker ut tre
Ada: Ikke ta den bort
Skriver ned tre igjen
Emma: Tre ganger sintfjes, altså tre ganger to, seks.
Nora: Kan den være fire?
Emma: Vi har fire allerede
Ada: Går det an at en ting er samme tall?
Lærer: Nei, de representerer ulike tall.
Lærer: Men se på den muskel (3 s.), hvordan fant dere at den skulle bli seks?
Ada: Den blir ikke seks, den blir åtte
Lærer: Hvorfor det?
Ada: Fordi to ganger to ganger to er åtte. Emma jeg fant ut av problemet!

Tabell 11: Episode 7

Læreren følger med på gruppens diskusjon. De får ikke verdien av de neste figurene til å stemme da de allerede har seks, og figurene representerer ulike tall. Etter hvert ber læreren elevene se på hvordan de fant ut at muskelarmen ble seks. Da innser de fort at den er feil, og retter den opp til å bli åtte. Dermed kommer de seg videre med å løse oppgaven. Dette er en typisk feil, men en liten feil som gjorde at elevene ble satt lang tilbake i å løse oppgaven. Her er også poenget at læreren må fange det opp. Dette var mulig å fange opp relativt raskt da tavlene var såpass tilgjengelige for læreren. Hun fikk høre gruppens (hvem) diskusjon og kunne sette seg inn i elevenes algebraiske tenkning (hva) før hun gikk inn og veiledet dem slik at de kom seg videre med oppgaven (hvordan).

Episode 8: Matematisk argumentasjon og bevis

To elever på gruppe 3 diskuterer om hjernen representerer tolv eller åtte. Eleven som mener hjernen må være tolv argumenterer og viser hvordan hun tenker til læreren og medeleven sin.

Håkon: Hvordan er den tolv?
Anne: Fordi (.) to ganger seks som er sovefjes er tolv. Og hjerte som kan være tre ganger to som er sovefjes, det er seks. Og hjerte som er tre ganger bæsj som er fire blir tolv som er hjernen. Så vi er ferdig med første side.
Håkon: Tolv eller åtte eller?
Anne: Nei det er tolv
Lærer: Hvorfor tenkte du at det er åtte? Nå har hun lagt et bevis for at den er tolv. Har du et bevis for åtte?
Håkon: Knust hjerte er jo tre
Lærer: Ja, så hvis du har tre ganger fire hva blir det?
Håkon: Tolv.

Tabell 12: Episode 8

I dette tilfellet har oppgaven blitt gjenstand for diskusjon i den ene gruppen. Læreren står i midten av klasserommet og kan få med seg litt fra alle grupper. Det at elevene står på beina og diskuterer ved tavlene gir læreren mulighet til å effektivt bevege seg mot de gruppene (hvem) som en hører har gode diskusjoner eller trenger veiledning. Dette vil være viktig for læreren å få med seg for å kunne analytisk observere elevenes matematiske tenkning og bygge videre på det i undervisningen (hvordan). Selv om denne oppgaven ikke er åpen og kun har en riktig løsning, gir den læreren en mulighet til å sette seg inn i elevens tenking ved å observere og vurdere elevenes matematiske resonnement, språk og argumentasjon (hva), noe som inngår i evnen til å analytisk observere elevenes tenkning.

4.2.3 Økt 3: Hva er mulig?

Tredje og siste økt ble også gjennomført fredag første time. En siste medstudent hadde timen og startet økten med å dele elevene inn i grupper. Alle grupper fikk med seg en tusj og ble instruert til hver sin tavle. Videre gikk medstudenten nøye gjennom oppgavebeskrivelsen som hun hadde forberedt på forhånd og satt elevene i gang med oppgavene. Vi observerte at alle gruppemedlemmene deltok i større grad da de ble instruert til å bytte på å skrive med tusjen, og gjentok derfor dette denne timen.

Episode 9: Usikker på definisjonen av kvadrattall

Etter oppstart med oppgaven blir gruppe 1 usikre på hva et kvadrattall egentlig er. **Sondre:** Om vi kan ta tre opphøyd i tre også eller er ikke det kvadrattall? **Lærer:** Ja nei, hvis det er opphøyd i tredje hva er det da? Da kalles det noe annet? **Sondre:** Ja da kalles det noe annet ja. Så da skal vi bare skrive opphøyd i andre da.

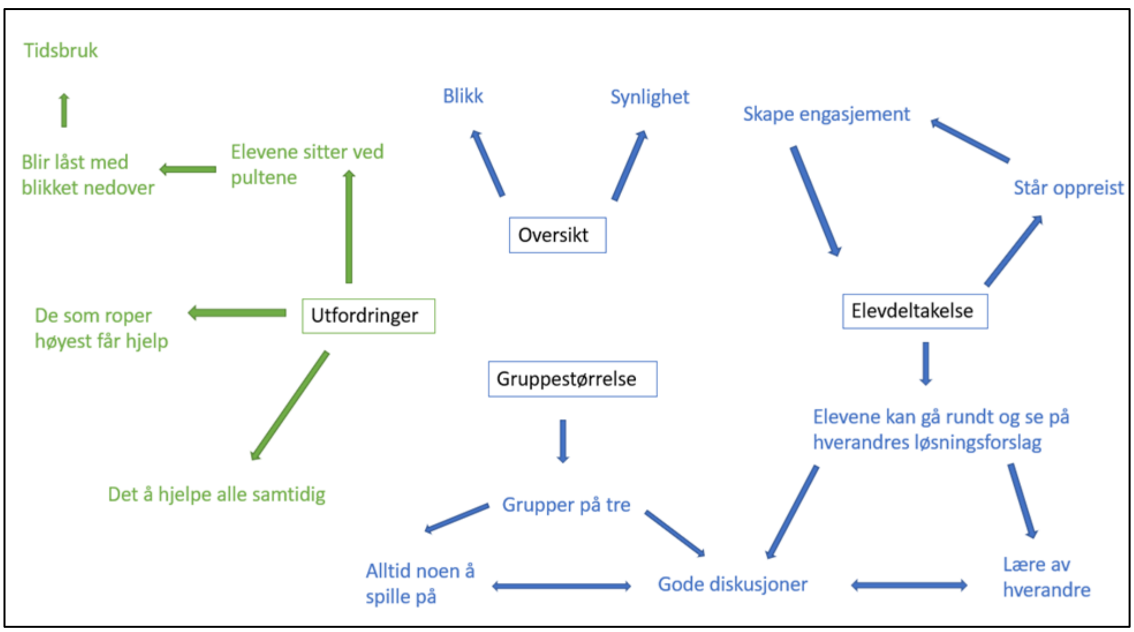
Tabell 13: Episode 9

Her går læreren rundt for å observere hvordan elevene griper oppgaven. Det at læreren står i midten med elevene og tavlene rundt seg gir mulighet til å skaffe en god oversikt over de ulike gruppene. I tillegg er det enklere for elevene å ta et lite steg inn i klasserommet for å spørre læreren dersom de lurer på noe. Læreren kan stå på utsiden og observere gruppene og få tid til å planlegge hvordan hun skal respondere på elevenes tenkning. Denne episoden viser at praksisene i tenkende klasserom kan være hensiktsmessige for *hvordan* lærere analytisk observerer. De får tid og mulighet til å tolke (hvordan) elevenes matematiske tenkning (hva), og siden det er såpass enkelt å bevege seg rundt og få oversikt over alle elevenes løsningsforslag, kan det bidra med å få et innblikk i flere enkeltelevers (hvem) matematiske tenkning i løpet av en time.

4.3 Refleksiv tematisk analyse av lærerintervju

I dette delkapittelet vil jeg gå gjennom resultatene fra min refleksive tematiske analyse av lærerintervjuet. Her vil det bli presentert ulike utsagn fra lærer som er med på å belyse mitt forskningsspørsmål knyttet til mulighetene til analytisk observasjon av elevenes algebraiske tenkning gjennom tenkende klasserom.

Etter en nøye gjennomgang av datamaterialet endte jeg opp med «oversikt», «elevdeltakelse», «gruppestørrelse» og «utfordringer» som temaer for min analyse av lærerintervjuet. Jeg la merke til at de generelle utfordringene læreren pekte på hang tett sammen med mulighetene hun trakk fram i tenkende klasserommet. Jeg vil derfor trekke frem det læreren ser på som utfordringer og muligheter under ett og samme tema i min analysedel, og se dette i sammenheng med analytisk observasjon. Dermed vil jeg gå gjennom tema for tema utviklet under tenkende klasserom (markert i blått i figur 15), og trekke inn temaet «Utfordringer» (markert i grønt i figur 15).



Figur 15: Endelig tankekart over temaer. Bakgrunnen for temaene ble presentert i kap. 3.7.1

4.3.1 Oversikt

Etter å ha sett klipp fra episode 2 og 3, diskuterer læreren bakgrunnen for valg i undervisningsøkten. Hun peker tidlig på at det å ha oversikt over alle elevenes tenking og å nå alle elevene i løpet av en time er noe som hun generelt opplever som utfordrende i klasserommet.

> «Og så prøver jeg jo å gå rundt, men du har ikke mulighet i løpet av en time å nå alle elevene. (…) Jeg kan ha fokus på kanskje 3 elever som jeg er opptatt av den timen og se at OK de får det til, for du kan ikke komme over alle, det går ikke»

Her adresserer læreren en utfordring i hennes lærerarbeid som går på å nå alle elevene i løpet av en undervisningsøkt. Det å nå alle elevene innebærer blant annet å analytisk observere elevenes tenking for å kunne hjelpe dem videre. Hun viser til at hun har opparbeidet seg et system hvor hun analytisk observerer noen valgte elever i løpet av en time, og neste time er det noen andre elever fokus. Høyt nivå av analytisk observasjon ser vi når læreren evner å fokusere på enkeltelevers matematiske tenkning fremfor klassen eller undervisningen som helhet. Utsagnet viser at læreren ligger på det van Es (2011) karakteriserer som høyt nivå av analytisk observasjon, men hun får kun tilgang til noen få elvers tenkning i løpet av hver undervisningsøkt. Dette støtter observasjonene jeg gjorde under undervisningsøktene hennes (episode 2, tabell 5 og episode 3, tabell 6). Senere i intervjuet peker hun på hvordan tavlene gir henne som lærer en fordel med tanke på å ha oversikt over flere enkeltelevers matematiske tenkning.

> «Fordelene ved tavlene er at de står og du ser hva de har skrevet ned. Du ser det litt tydelig og du kan ha et annet blikk. Du kan på en måte se litt rundt, og så kan du se åja der har de skrevet sånn, slik at du lettere får en oversikt, tenker jeg. Så det tenker jeg må være en av hovedfordelene kontra det å sitte og skrive nede på pulten»

Læreren nevner flere ganger at den største forskjellen mellom det å analytisk observere elevenes tenkning når elevene sitter ved pultene kontra med tenkende klasserom er den oversikten du har. Ved at man står og har blikket fremover kan man skaffe seg en oversikt over enkeltelevers matematiske tenkning på relativt kort tid. Det gir rom for å fortolke elevenes tenkning og videre foreta bevisste valg i undervisningen for å respondere på tenkingen, som også knyttes til høyere nivå av analytisk observasjon. Slik kan læreren ligge på et høyt nivå av analytisk observasjon av flere enn tre-fire enkeltelevers matematiske tenkning i løpet av en økt.

> «Fordelen er, tror jeg, oversikt. At du liksom kan gå inn (…). Du har fortere et blikk enn hvis du (sitter med pultene). Det er bare noe med det å stå oppreist, du har et raskere blikk. Går du ned til de til pulten så blir du liksom litt sånn stuck der med pulten med de. At det fortere kan ta lengre tid.»

Dette støtter også observasjonene fra undervisningsøktene, da læreren måtte bøye seg ned til pultene for å få tilgang på deres tenkning, og resten av klassen mistet lærerens oppmerksomhet.

Læreren trekker gjentatte ganger frem oversikt som en fordel ved tenkende klasserom. Det at tavlene henger på veggen kan gi en helt annen oversikt over elevenes arbeid enn dersom elevene sitter nede ved pulten. Læreren kan stå rett opp og ned i midten av klasserommet og bevege blikket rundt på veggene for å danne seg en oversikt over hva som står på de ulike tavlene, og ikke minst få med seg hva elevene diskuterer. Det effektiviserer lærerarbeidet da læreren kan ta utgangspunkt i observasjonene og bruke disse til å veilede elevene videre i undervisningen, som knyttes til det høyeste nivået av analytisk observasjon.

4.3.2 Elevdeltakelse

Under intervjuet kommer det frem av læreren at det ikke bare er det å nå alle elevenes tenkning i løpet av en time som er utfordrende. Det å kunne analytisk observere elevenes tenkning forutsetter at elevene tenker. Hun peker på at det å få alle elevene til å være aktive og delta som utfordrende, og karakteriserer det som et «evig problem».

> «Men det tenker jeg er jo et evig problem (…) hvis du kan få til en time der alle er i aktivitet, det er jo sånn at du bare YES etterpå, men gjerne gi meg den oppskriften»

Analytisk observasjon handler om å være oppmerksom på og å forstå elevers tenking, men dersom ikke alle elevene deltar i undervisningen blir den analytiske observasjonen begrenset til de elevene som faktisk deltar. Dersom læreren tar dette med videre og baserer undervisningen sin ut ifra disse elevenes matematiske tenkning vil det være flere elever som ikke får tilpasset undervisning, og dermed heller ikke et tilstrekkelig læringsutbytte. Her har hun tidligere uttrykt at hun ikke syns tenkende klasserom er løsningen, men at det å variere med ulike undervisningsmetoder gir læring. Videre ser læreren at når elevene jobber med tavlene skaper det et annet engasjement hos elevene. Hun trekker frem at de som vanligvis ikke deltar like mye, deltok under undervisningsøktene vi hadde med tenkende klasserom.

> «De som kanskje ikke gjør så veldig mye og er litt usikre, de ble jo også med, så det å skape engasjement gjør det jo»

Dersom man har flere elever som deltar, vil det føre til at flere elever tenker algebraisk, og videre at man som lærer har mulighet til å kunne analytisk observere flere av elevenes tenking. Selv om det er hver enkelt elevs matematiske tenkning og blant annet tolkningen av dette som knyttes til høyt nivå av analytisk observasjon, er det viktig at det ikke bare er noen få elever som blir sett.

Utvidet analytisk observasjon handler om at læreren fokuserer på forholdet mellom undervisningen og elevers matematiske tenkning. Det betyr at undervisningen må legges opp etter lærerens tolkning av hver enkelt elevs matematiske tenkning, slik at alle elevene får tilstrekkelig læringsutbytte.

Læreren argumenterer også for at elevenes deltakelse under tenkende klasserom-øktene kan ha noe med å gjøre at elevene får lov til å stå ved tavlene og jobbe med matematikk. I hennes undervisningsøkter satt elevene ved pulten i klasserommet, og det å stå ved tavlene i våre tenkende klasserom-undervisningsøkter ble en tydelig kontrast til det de var vant med.

> «Og så tror jeg jo bare det at de kommer seg opp og får lov å stå, at det gjør noe med hele situasjonen... Istedenfor, de sitter jo veldig mye hele tiden»

Dette går også på muligheten læreren får til å analytisk observere elevenes matematiske tenkning i løpet av en undervisningsøkt. Dersom det å stå skaper engasjement og deltakelse fra flere elever, kan læreren gjøre seg bevisst over flere elevers tanker og strategier, som igjen muliggjør handling. Læreren kan dermed legge opp matematikkundervisningen ved å respondere på elevenes tenkning slik at opplæringen er tilpasset til akkurat de elevene i akkurat den klassen. Det å stå kan også bidra til økt kunnskapsmobilitet, da det vil gjøre løsningsstrategiene mer synlig til alle i rommet. Dette er også noe læreren trekker frem som kan være med på å fremme elevdeltakelsen i klasserommet.

> «Med tavlene kan de gå rundt og spør hverandre om hjelp. De kan gå rundt og kikke på de andre løsningsforslagene (…) og hjelpe hverandre»

Tavlene og elevenes løsningsforslag blir ikke bare mer tilgjengelig for læreren, men det blir også mer tilgjengelig for elevene selv. Det betyr at det er ikke bare læreren som får mulighet til å analytisk observere elevenes tenkning og avdekke misoppfatninger, men elevene får også mulighet til å sette seg inn i hverandres matematiske tenkning. Dette ble tydelig under episode 4 (tabell 4), hvor det var en elev som la merke til at en annen gruppe hadde regnet feil. Eleven gikk direkte bort og forklarte hvorfor han mente det ble feil. Det oppstod en diskusjon mellom elevene og de hadde mange gode forslag og argument for hvorfor det måtte være sånn. Dette gav ikke bare læreren en avlastning, men elevene fikk flere perspektiv og løsningsmetoder, noe som er nøkkelen til å utvikle gode problemløsningsstrategier senere.

4.3.3 Gruppestørrelse

En av Liljedahls praksiser handler om at elevene skal jobbe i randomiserte grupper på tre, og få ulike grupper hver gang. Under re-intervjuet ble det diskutert bakgrunnen for lærerens valg av gruppering av klassen, da hun i økt 1 lot elevene jobbe to og to, mens hun i økt 2 lot elevene jobbe tre og tre. Ingen av gruppene var randomiserte, og derfor skilte de seg fra grupperingen i våre tenkende klasserom-økter. I begge tilfellene ble elevene delt inn i grupper ut fra hvordan de satt i klasserommet. Læreren hadde sosiale mål som bakgrunn for å dele inn gruppene slik, noe som kan være problematisk. Uansett hvor strategisk en lærer er når han eller hun danner grupper, vil det nesten alltid være en uoverensstemmelse mellom lærerens mål og elevenes mål. Dermed vil alltid noen elever bli misfornøyde og unngå å engasjere seg. Læreren fikk se episode 1 (tabell 5) og kom med følgende utsagn:

> «Jeg så jentene i midten snudde seg og at det var snakk (…) og at det da kanskje hadde vært bedre i stedet for å bare være 2 og 2 at det kunne vært flere»

Under økt 1 jobbet som sagt elevene to og to sammen med den de satt ved siden av i klasserommet, og etter å ha sitt episoden reflekterer læreren over om det å være flere enn bare to på gruppe kan være med på å øke engasjement og deltakelse i matematikkundervisningen. Det kan tenkes at disse erfaringene fra økt 1 gjorde at hun valgte å dele elevene inn i grupper på tre i økt 2.

> «Egentlig når de er 3, så har du alltid en sikkerhet. Du har litt flere å spille på. Men blir det 4 så blir det fortere at det er noen som henger etter»

Her reflekterer læreren over hennes valg av gruppestørrelse i sine undervisningsøkter. Hun trekker frem at grupper på tre er en fin gruppestørrelse. Det at elevene alltid har en sikkerhet når de er tre, vil si at de alltid har noen å diskutere den matematiske oppgaven med. Dette gir læreren mulighet til å engasjere seg i elevenes tenking, stille spørsmål, observere og vurdere elevenes resonnement, språk og argumentasjon, og videre bygge undervisningen på dette. For å få til dette forutsetter det at lærerne behersker analytisk observasjon på høyere nivå.

> «Og selvfølgelig når du har 3 og 3 så vil du også få grupper som gjør at det er lettere å komme rundt til hver gruppe enn hvis du heller har 2 og 2. Hvis det er målet»

Rent praktisk minimerer læreren ulike løsningsforslag å respondere på dersom en klasse på tjuefem elever deles inn i grupper på tre fremfor grupper på to. Det kan være med på å gjøre det enklere for læreren å analytisk observere flere elevers tenkning på en gang. Det vil fortsatt være viktig å fokusere på hver enkelt elevs matematiske tenkning, og ikke hele gruppen. Når elevene blir satt i grupper på tre vil man kunne rekke å prate og observere flere grupper i løpet av en time, enn om gruppeinndelingen hadde vært to.

Kap. 5: Diskusjon

Formålet med denne studien er å undersøke hvilke muligheter undervisningsmetoden tenkende klasserom gir læreren for å analytisk observere elevenes algebraiske tenkning. Første del av analysen viser episoder fra klasserommet som er tatt med for å belyse muligheter tenkende klasserom gir. Videre trekker analysen av lærerintervjuet frem utsagn fra læreren som viser det hun ser på som utfordringer i klasserommet, og hennes tanker rundt muligheter ved det tenkende klasserommet knyttet til analytisk observasjon. Resultatet av mine analyser var flere interessante funn knyttet til lærers mulighet til å analytisk observere elevenes algebraiske tenkning. Ved hjelp av teori vil jeg diskutere mine funn sett i sammenheng med tidligere forskning på området. Hva kommer frem i undervisningsøktene og lærerintervjuet, som viser hvordan tenkende klasserom legger til rette for analytisk observasjon av elevenes tenkning?

5.1 Diskusjon av funn

Fra undervisningsøktene og intervjuene ble det tydelig at lærer fra før fokuserte på problemløsning i sin undervisning. Klassen var kjent med å måtte utforske og tenke over oppgavene som ble gitt, i tillegg til at de var godt vant med å jobbe i grupper og diskutere matematikk. Hovedfokus for analysen ble derfor å undersøke hva tilfeldige grupper på tre og de ikke-permanente vertikale tavlene kunne tilføye lærerens analytiske observasjon av elevenes algebraiske tenkning.

5.1.1 Oversikt

Det var gjennomgående fra resultatene at læreren i sine undervisningsøkter viste at hun lå på det som karakteriseres som høyt nivå av analytisk observasjon (van Es, 2011), men hennes analytiske observasjon ble begrenset til noen få elever, mens andre måtte vente på hjelp. Derimot kunne vi se at de randomiserte gruppene og de vertikale tavlene i det tenkende klasserommet gav læreren mulighet til å skaffe oversikt over flere enkeltelevers tenkning. Dette er noe Liljedahl (2021, s. 62) også fant da han forsket på tenkende klasserom. Det at elevene arbeider på vertikale tavler gir læreren mulighet til å se alt som skjer i rommet, og dette forbedrer deres evne til å vite hva gruppene tenker, hvor langt de har kommet på oppgaven, og når og hvor det er nødvendig å gi hint og utvidelser (Liljedahl, 2021, s. 62). Det hjelper lærerne i deres kontinuerlige formative vurdering og mulighet til å gi veiledning (Liljedahl, 2021, s. 63). En begrensning i dette ligger i at læreren ikke nødvendigvis fikk tak i individuell tenking hos alle, da det kan være utfordrende å vite hvem som bidrar med hva i gruppen.

5.1.2 Elevdeltakelse

Et annet interessant funn var at det ble tydelig at muligheten for analytisk observasjon av elevers matematiske tenkning ikke bare ble utvidet til læreren, men også til de andre elevene i klassen. Dette er selvsagt noe som også er mulig å få til i et tradisjonelt klasserom, men det at elevene var delt inn i tilfeldige grupper, at de allerede stod oppe på beina og at de vertikale tavlene var såpass synlige på veggen var forhold som viste seg å være gunstige for at elevene hentet inspirasjon fra hverandre sammenliknet med den ordinære undervisningen. Læreren pekte på at det å stå på beina ved tavlene istedenfor å sitte ved pultene var noe som sannsynligvis bidrog til at flere elever deltok i undervisningen. Liljedahl (2021, s. 61) viser til at det å stå og jobbe med matematikk krever en bedre holdning, som kan linkes til bedre humør og mer energi. I tillegg gir det å stå flere muligheter for non-verbal-kommunikasjon mellom elevene.

Det at elevene kunne gå rundt og se på hverandres løsningsforslag på tavlene var også en stor ressurs for læreren selv. Da fikk elevene mulighet til å lære av hverandre. Dersom de stod fast og læreren var opptatt med å veilede andre grupper kunne de ta et kjapt overblikk på de andre sine tavler og spørre hvordan de har tenkt. Dette kan være med på å skape et læringsmiljø i matematikk hvor alle lærer av alle. Det var dermed ikke bare læreren som fikk sette seg inn i elevenes tenkning, men elevene satt seg inn i hverandres tenkning og rettet opp i hverandres feil og misoppfatninger. Dette er også noe som sannsynligvis sparte læreren for en del tid og gjentakelse i løpet av undervisningsøkten, da elevene ofte kan lure på det samme. Liljedahl (2021, s. 47) fant ut fra sine studier at når elevene arbeidet i selvvalgte grupper, forble de sosiale barrierene i klassen intakte, og disse skapte barrierer for det han kaller for «knowledge mobility», at kunnskap beveger seg mellom gruppene. Da de sosiale barrierene ble brutt ned, ble også barrierene for å dele kunnskap med hverandre brutt ned. Med økt kunnskapsmobilitet i klassen fulgte også mindre avhengighet av læreren og økt tillit til dem selv og de andre gruppene. Læreren var ikke lenger den eneste kilden til kunnskap i rommet.

5.1.3 Gruppestørrelse

Læreren organiserte elevene i grupper på to i første undervisningsøkt, og grupper på tre i andre undervisningsøkt. I begge tilfellene ble elevene organisert i grupper ut ifra hvordan de satt fra før i klasserommet. Dette var hovedforskjellen fra hennes og vår gruppeinndeling, da vi delte elevene inn i helt tilfeldige grupper i starten av økten, slik at det ble synlig for dem. Etter mye forskning på området peker Liljedahl (2021, s. 44) på grupper på tre som det mest hensiktsmessige i et tenkende klasserom. Han viste til at grupper på to strevde mer enn grupper på tre, og grupper på fire utviklet seg nesten alltid til en gruppe på tre pluss en, eller to og to. Det kan se ut til at læreren i sin undervisning har hatt lignende erfaringer, da hun reflekterte over at med grupper på tre har du alltid en sikkerhet, men med grupper på fire vil det alltid være noen som henger etter. Liljedahl (2021, s. 45) viser til at for å få en gruppe til å fungere må de kunne samarbeide, og grupper på tre ser ut til å ha en perfekt balanse mellom overflødighet og variasjon som skaper gode vilkår for samarbeid og diskusjon (Liljedahl, 2021, s. 45). Et fungerende gruppesamarbeid og gode matematiske diskusjoner kan være et fint utgangspunkt for muligheten læreren får for analytisk observasjon av elevenes tenkning.

Ut fra resultatene kan vi også se at grupper på tre minimerte ulike løsningsforslag å respondere på da en klasse på tjuefem elever ble delt inn i grupper på tre fremfor grupper på to. Det kan dermed være med på å gjøre det enklere for læreren å analytisk observere flere elevers tenkning på en gang. Dersom elevene blir satt i grupper på tre vil man kunne rekke å prate og observere flere grupper i løpet av en time, enn om gruppeinndelingen hadde vært to. Utfordringen her, som adressert under seksjon 5.1.1, er at man ikke nødvendigvis klarer å ha kontroll over hvilken elev som har bidratt med hva. Det vil dermed være vanskelig å vite hvem sin tenkning man analytisk observerer.

5.1.4 Effektivitet

Det viste seg også ut fra funnene at å arbeide med problemløsning på vertikale tavler økte muligheten til lærers analytiske observasjon i form av at det var mer effektivt. Dette kunne vi blant annet se i episode 1 (tabell 5), hvor det tok hele 6 minutt før læreren fikk starte undervisningsøkten, fordi elevene brukte tid på å finne bøkene sine. Vi fikk se at i lærerens økt brukte elevene mye tid på å finne matematikkbøker og skrivesaker, riktig regneark eller riktig oppgave. I vårt tenkende klasserom, derimot, ble elevene raskt delt inn i randomiserte grupper og delegert til hver sin tavle med hver sin tusj. I tillegg ble oppgaven gitt muntlig i fellesskap, noe som betydde at ved timens oppstart gikk de direkte til tavlene som var synlige på veggen uten å måtte tenke på så mye annet å ha med enn seg selv. Det sparte mye tid, og gav dessuten en forutsigbar start på timen som læreren selv kunne ha kontroll over.

Liljedahl (2021, s. 59) studerte hvor lang tid det tok for elevene å skrive ned første notasjon etter å ha fått tildelt problemet ved vertikale tavler kontra i et tradisjonelt klasserom med horisontalt papir på pulten. Det viste seg at gjennomsnittlig tid elevene brukte på å komme i gang på vertikale tavler var 20,3 sekund, mens på horisontalt papir på pulten var gjennomsnittstiden 126,8 sekund (Liljedahl, 2021, s. 60). Det hadde vært interessant å undersøke dette videre og sett om samme resultater kom ut fra vår studie, men i og med at dette i utgangspunktet ikke var fokus for oppgaven, så gav ikke datamaterialet mulighet til å registrere nøyaktig gjennomsnittlig tid de ulike gruppene brukte på det å komme i gang med oppgavene. Allikevel var det mulig å observere ut fra datamaterialet at det tok lenger tid før selve undervisningen var i gang i det tradisjonelle klasserommet kontra i det tenkende klasserommet. På den måten viste vertikale tavler seg å være tidsbesparende. Alle elevene fikk bruke mesteparten av tiden til å tenke matematikk, som igjen førte til at læreren fikk mer tenkning å analytisk observere. En ulempe med at elevene skriver på ikke-permanente vertikale tavler, og ikke har bøker, er at de ikke kan se tilbake på arbeidet de har gjort eller hvordan de gjorde det. Dette er noe Liljedahl snakker mer om gjennom praksis nr. 11, som omhandler hvordan elevene tar notater. Praksis nr. 11 er med i fase to, og på grunn av forskningens tidsbegrensninger valgte vi å fokusere på å implementere Liljedahl's tre første praksiser.

5.1.5 Elevenes algebraiske tenkning

Analysene fra undervisningsøktene med tenkende klasserom viste blant annet at regnefeil på grunn av regnerekkefølge og usikkerhet rundt variabelbegrepet var blant misoppfatningene som oppstod. Dette er misoppfatninger som Booth et al. (2017) også adresserte i deres studie. Misoppfatningene ble synlige fordi elevene hadde skrevet dem opp på tavlene. Det gav læreren mulighet til å gripe inn med hint og fremovermeldinger for å veilede elevene på rett spor. I tillegg var det flere av oppgavene og konteksten i et tenkende klasserom som viste at læreren fikk mulighet til å sette seg inn i elevens tenking ved å observere og vurdere elevenes matematiske resonnement, språk og argumentasjon, noe som inngår i evnen til å analytisk observere elevenes tenkning (Fauskanger & Bjuland, 2021).

5.2 Svakheter ved studien

I min studie har jeg analysert hvilke muligheter det tenkende klasserommet gir til analytisk observasjon av elevers algebraiske tenkning. For å få frem dette har jeg brukt van Es (2011) sin definisjon på «noticing», analytisk observasjon, som i utgangspunktet har utviklet et rammeverk og karakterisert ulike nivåer av «noticing» i et tradisjonelt klasserom. Liljedahl (2021) snur om på en del praksiser og endevender det tradisjonelle klasserommet, og under analysen oppstod det etter hvert spørsmål om det kan være behov for nye rammeverk for analytisk observasjon som passer inn med Liljedahls tenkende klasserom. Dette ble spesielt interessant da jeg oppdaget ut fra resultatene at i det tenkende klasserommet var ikke analytisk observasjon kun forbeholdt læreren, men elevene fikk også mulighet til å sette seg inn i hverandres algebraiske tenkning.

En svakhet med studien er at det ikke alltid var samsvar bak intensjonen av spørsmålet i lærerintervjuet og svaret informanten kom med. Jeg ønsket å fokusere på å observere og fange opp elevenes tenkning der og da i undervisningssituasjonen (tilknyttet analytisk observasjon), men læreren svarte ofte hva hun gjorde generelt i løpet av et skoleår for å fange opp elevenes tenkning. Dette kan blant annet være på grunn av at jeg ikke klarte å formulere spørsmålene på en slik måte at det ble forståelig. Det kan også være på grunn av ulik forståelsesramme eller ulike erfaringer i læreryrket. Jeg som intervjuer sitter på en faglig bakgrunn for studien som ikke nødvendigvis lærer har. I tillegg kan motivasjon for intervjusamtalen spille inn i hvordan samspillet i intervjuet artet seg.

Studiens tidsbegrensning er også en åpenbar svakhet, da vi kun var inne i klasserommet i fem matematikktimer i løpet av fire uker. Som nevnt valgte vi å fokusere på å implementere Liljedahls tre første praksiser som er en del av fase 1 av å bygge et tenkende klasserom. Liljedahl (2021, s. 280) peker på at alle tre praksisene i fase 1 må iverksettes samtidig. Grunnen til at disse praksisene er en del av fase 1 er fordi at når alle tre praksisene blir implementert sammen, sjokkerer det systemet og elevene, noe som krever en annen oppførsel hos elevene (Liljedahl, 2021, s. 280). Videre inneholder fase 2, 3 og 4 også praksiser som er med på å bygge et tenkende klasserom, og det at vi kun implementerte fase 1 satt en begrensning for hvorvidt klasserommet kunne karakteriseres som tenkende. Det ville vært interessant å tilbringe mer tid enn tre undervisningsøkter sammen med klassen for å kunne prøve ut implementeringen av fase 2, 3 og 4. Liljedahl (2021) er tydelig på at et tenkende klasserom ikke bygges på en dag, og at det tar tid å venne elevene til å arbeide på den måten. Dersom vi hadde hatt tiden som kreves ville vi kanskje lykkes i å bygge et fullverdig tenkende klasserom. Da ville kanskje lærerens mulighet til analytisk observasjon blitt enda tydeligere.

Kap 6: Konklusjon

I dette forskningsprosjektet har jeg undersøkt hvordan praksisene i et tenkende klasserom legger til rette for lærers analytiske observasjon av elevenes algebraiske tenkning. Studiens datamateriale ble samlet inn i form av lærerintervju og videoobservasjon av fem undervisningsøkter. To av undervisningsøktene var observasjon av lærerens matematikkundervisning, og de resterende tre var utprøving av tenkende klasserom. Alle undervisningsøktene ble filmet i samme klasse på 9. trinn, hvor temaet var algebra. Datamaterialet ble analysert ut fra to ulike perspektiv, både ved å gå gjennom interessante episoder fra undervisningsøktene, men også ved refleksiv tematisk analyse av lærerintervjuet (Braun & Clarke, 2019).

Hensikten med studien var å få kunnskap om hvorvidt Liljedahls (2021) tenkende klasserom kunne være med på å øke lærerens mulighet til å analytisk observere elevenes algebraiske tenkning. I dette kapittelet vil jeg først presentere en oppsummering og trekke konklusjon på studiens forskningsspørsmål. Videre vil jeg legge frem implikasjoner for praksis som handler om hva masteroppgaven tilføyer lærere og forskningsfeltet. Avslutningsvis vil jeg skrive om eventuell videreføring for forskning på dette temaet.

Forskningsspørsmål

Formålet med forskning er å presentere ny eller supplerende kunnskap til forskningsfeltet. I min studie har jeg forsøkt å undersøke hvilke muligheter Liljedahls (2021) tenkende klasserom gir for å analytisk observere elevenes algebraiske tenkning. Dette ønsket jeg å forske på gjennom problemstillingen:

«Hvilke muligheter gir undervisningsmetoden tenkende klasserom for lærerens analytiske observasjon av elevenes algebraiske tenkning?

For å undersøke forskningsspørsmålet ble det analysert gjennom to ulike perspektiv. Det transkriberte datamaterialet viste flere interessante episoder og utsagn fra lærer som var med på å belyse forskningsspørsmålet. Gjennom mine analyser kom det frem at de ikke-permanente vertikale tavlene sammen med grupper på tre i det tenkende klasserommet gav læreren mulighet til å analytisk observere flere enkeltelevers matematiske tenkning enn ved lærerens ordinære undervisning. Tavlene bidro til å gjøre elevenes løsningsforslag mer synlige, noe som er var fordel for å kunne sette seg inn i elevenes algebraiske tenkning. Funnene viste også at de vertikale ikke-permanente tavlene og treer-grupper hadde mye å si for effektiviteten av lærerens analytiske observasjon.

Implikasjoner for praksis

Gjennom kjerneelementet «resonnement og argumentasjon» i læreplanen utfordres lærere til å analytisk observere elevenes tenkning (Kunnskapsdepartementet, 2017). Det betyr at evnen til analytisk observasjon er svært relevant for dagens matematikklærere. Derfor kan det å være bevisst på ulike praksiser som gir læreren mulighet til analytisk observasjon være nyttig for flere enn bare deltakerne i studien. Ut fra resultatene kom det frem at problemløsningsoppgaver, randomiserte grupper på tre og ikke-permanente vertikale tavler var praksiser som kunne være gunstige for lærerens mulighet til å analytisk observere elevenes algebraiske tenkning. Ved å lese denne masteroppgaven, kan andre lærere tilegne seg kunnskap om dette og ta det med seg videre inn i sin undervisning som et verktøy for å oppfylle kjerneelementene om «problemløsning og utforskning», og «resonnement og argumentasjon» i læreplanen (Kunnskapsdepartementet, 2017). Det vil likevel være viktig å ta med seg at i min studie har jeg kun observert en klasse med en matematikklærer på 9. trinn i en tidsperiode på tre uker. Det vil dermed ikke være mulig å generalisere studiens funn på grunn av den korte perioden for datainnsamling.

Selv om resultatene viser at det kan være en fordel når det kommer til lærerens mulighet til å analytisk observere elevenes tenkning, er det flere aspekt ved matematikkundervisningen som må ivaretas for at det skal kunne kalles en god undervisningsøkt. Problemløsningsoppgaver, tilfeldige grupper og vertikale ikke-permanente tavler var praksiser som så ut til å være en fordel for lærerens mulighet til analytisk observasjon, men min studie kan ikke si noe om at disse praksisene var en fordel for andre forhold i undervisningen.

Videre forskning

Liljedahl (2021) har hatt fokus på å bygge det tenkende klasserommet, mens formålet i min studie var å undersøke om dette tenkende klasserommet skapte rammer som gav læreren mulighet til å analytisk observere elevenes algebraiske tenkning. Studien kan dermed være et bidrag til allerede eksisterende litteratur på feltet. Jeg hadde fokus på både elevenes løsningsforslag og lærerens *mulighet* til å analytisk observere dem. Det ville vært interessant å faktisk måle lærerens analytiske observasjon med utgangspunkt i van Es (2011) sitt rammeverk gjennom en lengre periode. Da ville det kanskje også vært mulig å implementere alle praksisene som Liljedahl (2021) presenterer for det tenkende klasserommet, i stedet for kun trinn 1 slik vi gjorde. I tillegg ville det vært interessant å måle flere læreres analytiske observasjon i flere tenkende klasserom for å få et sammenligningsgrunnlag.

Referanseliste

Anker, T. (2020). *Analyse i praksis: En håndbok for masterstudenter* (1. utgave). Cappelen Damm Akademisk.

Asquith, P., Stephens, A. C., Knuth, E. J., & Alibali, M. W. (2007). Middle School Mathematics Teachers' Knowledge of Students' Understanding of Core Algebraic Concepts: Equal Sign and Variable. *Mathematical Thinking and Learning*, *9*(3), 249–272. https://doi.org/10.1080/10986060701360910

Bell, A. (1995). Purpose in school algebra. *The Journal of Mathematical Behavior*, *14*(1), 41–73. https://doi.org/10.1016/0732-3123(95)90023-3

Bergem, O. K. (2016). Hovedresultater i matematikk (TIMSS). I *Vi kan lykkes i realfag* (s. 22–44). Universitetsforlaget.

Birkeland, P. A., Breiteig, T., & Venheim, R. (2018). *Matematikk for lærere 1* (6. utg.). Universitetsforlaget.

Booth, J. L., & Koedinger, K. R. (2008). Key Misconceptions in Algebraic Problem Solving. *Proceedings of the Annual Meeting of the Cognitive Science Society*, *30*(30). https://escholarship.org/uc/item/5n28t12n

Booth, J. L., McGinn, K. M., Barbieri, C., & Young, L. K. (2017). Misconceptions and Learning Algebra. I S. Stewart (Red.), *And the Rest is Just Algebra* (s. 63–78). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-45053-7_4

Braun, V., & Clarke, V. (2012). Thematic analysis. I H. Cooper, P. M. Camic, D. L. Long, A. T. Panter, D. Rindskopf, & K. J. Sher (Red.), *APA handbook of research methods in psychology, Vol 2: Research designs: Quantitative, qualitative, neuropsychological, and* *biological*. (s. 57–71). American Psychological Association. https://doi.org/10.1037/13620-004

Braun, V., & Clarke, V. (2019). Reflecting on reflexive thematic analysis. *Qualitative Research in Sport, Exercise and Health*, *11*(4), 589–597. https://doi.org/10.1080/2159676X.2019.1628806

Brekke, G. (2002). *Introduksjon til diagnostisk undervisning i matematikk kartlegging av matematikkforståelse* (Bokmål[utg.]). Nasjonalt læremiddelsenter.

Bush, S. B., & Karp, K. S. (2013). Prerequisite algebra skills and associated misconceptions of middle grade students: A review. *The Journal of Mathematical Behavior*, *32*(3), 613–632. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2013.07.002

Byrne, D. (2022). A worked example of Braun and Clarke's approach to reflexive thematic analysis. *Quality & Quantity*, *56*(3), 1391–1412. https://doi.org/10.1007/s11135-021-01182-y

Egodawatte, G. (2011). *Secondary school students' misconceptions in algebra*.

Fauskanger, J. (2020, august 30). *Analytisk observasjon av elevers matematiske tenkning*. https://www.utdanningsnytt.no/didaktikk-etterutdanning-matematikk/analytisk-observasjon-av-elevers-matematiske-tenkning/251559

Fauskanger, J., & Bjuland, R. (2021). Analytisk observasjon av elevers tenkemåter. *Tangenten*, *3*, 28–34.

Gleiss, M. S., & Sæther, E. (2021). *Forskningsmetode for lærerstudenter—Å utvikle ny kunnskap i forskning og praksis*. Cappelen Damm Akademisk.

Gold, R. L. (1957). Roles in sociological field observations. *Social Forces*, *36*, 217.

Grønmo, L. S., Hole, A., & Onstad, T. (2017). Hovedresultater i matematikk i TIMSS Advanced, TIMSS og PISA. I L. S. Grønmo & A. Hole (Red.), *Prioritering og progresjon i skolematematikken. En nøkkel til å lykkes i realfag. Analyser av TIMSS Advanced og andre internasjonale studier.* (s. 31–44). Cappelen Damm Akademisk.

Kamol, N. (2005). *A framework for characterizing lower secondary school students' algebraic thinking*. Doctor of Education Degree in Mathematics Education at Srinakharinwirot University.

Kamol, N., & Har, Y. B. (2010). Upper Primary School Students' Algebraic Thinking. *Mathematics Education Research Group of Australasia*, 8.

Kaput, J. (1999). Teaching and learning a new algebra. I E. Fennema & T. A. Romberg, *Mathematics classrooms that promote understanding*. Lawrence Erlbaum Associates.

Kieran, C. (2004). The Core of Algebra: Reflections on its Main Activities. I K. Stacey, H. Chick, & M. Kendal (Red.), *The Future of the Teaching and Learning of Algebra The 12th ICMI Study* (Bd. 8, s. 21–33). Kluwer Academic Publishers. https://doi.org/10.1007/1-4020-8131-6_2

Kieran, C. (2020). Algebra Teaching and Learning. I S. Lerman (Red.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (s. 36–44). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_6

Kongelf, T. R. (2015). Introduksjon av algebra i matematikkbøker for ungdomstrinnet i Norge. *Nordic Studies in Mathematics Education*, *20*(3–4), 83–109.

Kunnskapsdepartementet. (2019). *Læreplan i matematikk 1.–10. Trinn (MAT01-05)*. Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. https://www.udir.no/lk20/mat01-05/kompetansemaal-og-vurdering/kv16?lang=nob

Kvale, S., & Brinkmann, S. (2015). *Det kvalitative forskningsintervju* (3. utgave). Gyldendal Akademisk.

Liamputtong, P. (2007). The Sensitive Researcher: Introduction to Researching Vulnerable People. I *Researching the Vulnerable*. SAGE Publications.

Liljedahl, P. (2016). Building Thinking Classrooms: Conditions for Problem-Solving. I P. Felmer, E. Pehkonen, & J. Kilpatrick (Red.), *Posing and Solving Mathematical Problems* (s. 361–386). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-28023-3_21

Liljedahl, P. (2021). *Building thinking classrooms in mathematics, grades K-12: 14 teaching practices for enhancing learning*. Corwin.

Liljedahl, P., & Cai, J. (2021). Empirical research on problem solving and problem posing: A look at the state of the art. *ZDM – Mathematics Education, 53*(4), 723–735. https://doi.org/10.1007/s11858-021-01291-w

Liljedahl, P., Santos-Trigo, M., Malaspina, U., & Bruder, R. (2016). *Problem Solving in Mathematics Education*. Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-40730-2

Lins, R., & Kaput, J. (2004). The Early Development of Algebraic Reasoning: The Current State of the Field. I K. Stacey, H. Chick, & M. Kendal (Red.), *The Future of the Teaching and Learning of Algebra The 12th ICMI Study* (Bd. 8, s. 45–70). Kluwer Academic Publishers. https://doi.org/10.1007/1-4020-8131-6_4

Mason, J. (1996). Expressing Generality and Roots of Algebra. I N. Bernarz, C. Kieran, & L. Lee (Red.), *Approaches to Algebra* (s. 65–86). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/978-94-009-1732-3_5

Mason, J. (2011). Noticing: Roots and branches. I M. G. Sherin, V. R. Jacobs, & R. A. Philipp (Red.), *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes*. Routledge.

Mason, J. (2016). When Is a Problem…? "When" Is Actually the Problem! I P. Felmer, E. Pehkonen, & J. Kilpatrick (Red.), *Posing and Solving Mathematical Problems* (s. 263–285). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-28023-3_16

Matematikksenteret. (u.å.-a). *De 14 praksisene*. Matematikksenteret. Hentet 28. mai 2023, fra https://www.matematikksenteret.no/bygge-tenkende-klasserom/de-14-praksisene

Matematikksenteret. (u.å.-b). *Figur ganger figur | Mattelist*. Hentet 29. mai 2023, fra https://mattelist.no/176

Matematikksenteret. (u.å.-c). *Hva er mulig? | Mattelist*. Hentet 29. mai 2023, fra https://mattelist.no/151

Matematikksenteret. (u.å.-d). *Hvor stor er rammen? | Mattelist*. Hentet 29. mai 2023, fra https://mattelist.no/522

Matematikksenteret. (u.å.-e). *Hvordan identifisere og jobbe med misoppfatninger i matematikk?* Matematikksenteret. Hentet 30. oktober 2022, fra https://www.matematikksenteret.no/nyheter/hvordan-identifisere-og-jobbe-med-misoppfatninger-i-matematikk

Matematikksenteret. (u.å.-f). *Kom i gang: Lærer*. MatteLIST. Hentet 29. mai 2023, fra https://www.mattelist.no/node/604

NESH. (2021). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap og humaniora* (5. utg.).

Pólya, G. (1957). *How to solve it: A new aspect of mathematical method* (2. utgave). Princeton University Press.

Postholm, M. B., & Jacobsen, D. I. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanning*. Cappelen Damm Akademisk.

Rubin, H. J., & Rubin, I. S. (2005). *Qualitative interviewing: The art og hearing data*. SAGE Publications.

Rønning, F. (u.å.). *Hvordan tall blir til variable i arbeid med generalisering*.

Schoenfeld, A. H. (2016). Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense Making in Mathematics (Reprint). *Journal of Education*, *196*(2), 1–38. https://doi.org/10.1177/002205741619600202

Sherin, M. G., Jacobs, V. R., & Philipp, R. A. (Red.). (2011). *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes*. Routledge.

Shulman, L. S. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher*, *15*(2), 4–14. https://doi.org/10.3102/0013189X015002004

Sibgatullin, I. R., Korzhuev, A. V., Khairullina, E. R., Sadykova, A. R., Baturina, R. V., & Chauzova, V. (2022). A Systematic Review on Algebraic Thinking in Education. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, *18*(1). https://doi.org/10.29333/ejmste/11486

Thagaard, T. (2018). *Systematikk og innlevelse. En innføring i kvalitative metoder.* (5. utgave). Fagbokforlaget.

Torkildsen, S. H. (2006). Veier til algebra. *Tangenten*, *1/2006*, 11–20.

Utdanningsdirektoratet. (2021). *Elever med stort læringspotensial*. Udir. https://www.udir.no/laring-og-trivsel/tilpasset-opplaring/elever-med-stort-laringspotensial/

van Es, E. A. (2011). A framework for learning to notice student thinking. I M. G. Sherin, V. R. Jacobs, & R. A. Philipp (Red.), *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes*. Routledge.

Vedlegg

Vedlegg 1: Meldeskjema til Sikt

Meldeskjema

Skriv ut

Referansenummer

218977

Hvilke personopplysninger skal du behandle?

- Navn (også ved signatur/samtykke)
- Bilder eller videoopptak av personer
- Lydopptak av personer
- Bakgrunnsopplysninger som vil kunne identifisere en person
- Helseopplysninger

Beskriv hvilke bakgrunnsopplysninger du skal behandle
Skole, klasse, alder, kjønn

Prosjektinformasjon

Prosjekttittel

Forskning på deltakelse og misoppfatninger hos elever med matematikkvansker i et tenkende klasserom

Prosjektbeskrivelse

Disse to masterprosjektene fra Universitetet i Stavanger har som formål å undersøke undervisningsmetoden tenkende klasserom og elever med matematikkvansker. Det ene masterprosjektet vil fokusere på hvordan tenkende klasserom kan synliggjøre algebraiske misoppfatninger hos elever med matematikkvansker, og det andre masterprosjektet vil se på om tenkende klasserom kan påvirke deltakelsen hos elever med matematikkvansker. Vi kommer til å ta utgangspunkt i Liljedahl's (2016) rammeverk for å bygge et tenkende klasserom, hvor hovedfokuset er på et arbeidsmiljø med vertikale tavler, randomiserte grupper og problemløsende oppgaver. Rammeverket er relativt nytt, og det vil derfor være interessant å undersøke om undervisningsmetoden kan være med på å øke deltakelsen og synliggjøre misoppfatninger i algebra hos elever med matematikkvansker.

Begrunn hvorfor det er nødvendig å behandle personopplysningene

Personopplysningene er nødvendige og relevante for å realisere formålet med studien. For å kunne gjennomføre prosjektet må vi kunne filme og ta lydopptak i et klasserom på en skole, samt intervjue elevene. Vi vil dermed behandle personopplysninger om elevenes bosted (pga. skole), alder, kjønn og faglig nivå.

Prosjektbeskrivelse

Prosjektbeskrivelsen.pdf

Ekstern finansiering

Ikke utfyllt

Type prosjekt

Studentprosjekt, masterstudium

Kontaktinformasjon, student

Live Gabrielsen Grønstad, lg.gronstad@stud.uis.no, tlf: 45275759

Behandlingsansvar

Behandlingsansvarlig institusjon

Universitetet i Stavanger / Fakultet for utdanningsvitenskap og humaniora / Institutt for grunnskolelærerutdanning, idrett og spesialpedagogikk

Prosjektansvarlig (vitenskapelig ansatt/veileder eller stipendiat)

Åsmund Lillevik Gjære, asmund.l.gjere@uis.no, tlf: 51833111

Skal behandlingsansvaret deles med andre institusjoner (felles behandlingsansvarlige)?

Nei

Utvalg 1

Beskriv utvalget

Elever med matematikkvansker

Beskriv hvordan rekruttering eller trekking av utvalget skjer

Elevene vil bli valgt ut i samråd med faglærer i matematikk

Alder

14 - 15

Inngår noen av disse gruppene i utvalget?

- Sårbare grupper

Personopplysninger for utvalg 1

- Navn (også ved signatur/samtykke)
- Bilder eller videoopptak av personer
- Lydopptak av personer
- Bakgrunnsopplysninger som vil kunne identifisere en person
- Helseopplysninger

Hvordan samler du inn data fra utvalg 1?
Ikke-deltakende observasjon
Grunnlag for å behandle alminnelige kategorier av personopplysninger

Samtykke (Personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a)

Hvem samtykker for barn under 16 år?

Foreldre/foresatte

Grunnlag for å behandle særlige kategorier av personopplysninger

Uttrykkelig samtykke (Personvernforordningen art. 9 nr. 2 bokstav a)

Redegjør for valget av behandlingsgrunnlag

Personlig intervju
Vedlegg

Elevintervju guide.pdf

Grunnlag for å behandle alminnelige kategorier av personopplysninger

Samtykke (Personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a)

Hvem samtykker for barn under 16 år?

Foreldre/foresatte

Grunnlag for å behandle særlige kategorier av personopplysninger

Uttrykkelig samtykke (Personvernforordningen art. 9 nr. 2 bokstav a)

Redegjør for valget av behandlingsgrunnlag

Informasjon for utvalg 1
Informerer du utvalget om behandlingen av personopplysningene?

Ja

Hvordan?

Skriftlig informasjon (papir eller elektronisk)

Informasjonsskriv

Infoskriv elev.docx

Tredjepersoner

Skal du behandle personopplysninger om tredjepersoner?

Ja

Beskriv tredjepersoner

Faglærer til klassen der studien gjennomføres

Typer personopplysninger om tredjepersoner

- Navn (også ved signatur/samtykke)
- Bilder eller videoopptak av personer

Hvilke utvalg avgir personopplysninger om tredjepersoner?

- Utvalg 1: Elever med matematikkvansker

Samtykker tredjepersoner til behandlingen av personopplysningene?
Ja

Mottar tredjepersoner informasjon om behandlingen av personopplysningene?

Ja

Informasjonsskriv

Infoskriv lærer.docx

Dokumentasjon

Hvordan dokumenteres samtykkene?

- Manuelt (papir)

Hvordan kan samtykket trekkes tilbake?
Muntlig eller skriflig - enten ved å si fra at de ikke ønsker å være med, eller skrive det (for eksempel dersom foreldre ønsker å trekke samtykke så kan de sende melding/mail om det).

Hvordan kan de registrerte få innsyn, rettet eller slettet personopplysninger om seg selv?

Informantene kan be om å få se videoopptak/lydopptak de er med i, og eventuelt korrigere om de ønsker. Dette vil vi informere om i samtykkeskjemaet.

Totalt antall registrerte i prosjektet

1-99

Tillatelser

Skal du innhente følgende godkjenninger eller tillatelser for prosjektet?

Ikke utfyllt

Behandling

Hvor behandles personopplysningene?

- Mobile enheter tilhørende behandlingsansvarlig institusjon
- Maskinvare tilhørende behandlingsansvarlig institusjon
- Ekstern tjeneste eller nettverk (databehandler)

Hvem behandler/har tilgang til personopplysningene?

- Prosjektansvarlig
- Student (studentprosjekt)
- Databehandler

Hvilken databehandler har tilgang til personopplysningene?
Nextcloud

Tilgjengeliggjøres personopplysningene utenfor EU/EØS til en tredjestat eller internasjonal organisasjon?

Nei

Sikkerhet

Oppbevares personopplysningene atskilt fra øvrige data (koblingsnøkkel)?

Ja

Hvilke tekniske og fysiske tiltak sikrer personopplysningene?

- Personopplysningene anonymiseres fortløpende
- Adgangsbegrensning
- Flerfaktorautentisering
- Opplysningene krypteres under lagring

Varighet

Prosjektperiode

01.11.2022 - 31.12.2023

Hva skjer med dataene ved prosjektslutt?

Data anonymiseres (sletter/omskriver personopplysningene)

Hvilke anonymiseringstiltak vil bli foretatt?

- Personidentifiserbare opplysninger fjernes, omskrives eller grovkategoriseres
- Koblingsnøkkelen slettes
- Lyd- eller bildeopptak slettes

Vil de registrerte kunne identifiseres (direkte eller indirekte) i oppgave/avhandling/øvrige publikasjoner fra prosjektet?
Nei

Tilleggsopplysninger

Vedlegg 2: Bekreftelse fra Sikt

Vurdering av behandling av personopplysninger

11.01.2023

Referansenummer

218977

Vurderingstype

Standard

Dato

11.01.2023

Prosjekttittel

Forskning på deltakelse og misoppfatninger hos elever med matematikkvansker i et tenkende klasserom

Behandlingsansvarlig institusjon

Universitetet i Stavanger / Fakultet for utdanningsvitenskap og humaniora / Institutt for grunnskolelærerutdanning, idrett og spesialpedagogikk

Prosjektansvarlig

Åsmund Lillevik Gjære

Student

Live Gabrielsen Grønstad

Prosjektperiode

01.11.2022 - 31.12.2023

Kategorier personopplysninger

1. Alminnelige
2. Særlige

Lovlig grunnlag

- Samtykke (Personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a)
- Uttrykkelig samtykke (Personvernforordningen art. 9 nr. 2 bokstav a)

Behandlingen av personopplysningene er lovlig så fremt den gjennomføres som oppgitt i meldeskjemaet. Det lovlige grunnlaget gjelder til 31.12.2023.

Kommentar

OM VURDERINGEN
Sikt har en avtale med institusjonen du studerer ved. Denne avtalen innebærer at vi skal gi deg råd slik at behandlingen av personopplysninger i prosjektet ditt er lovlig etter personvernregelverket.

TYPE OPPLYSNINGER
Prosjektet vil behandle alminnelige personopplysninger og særlige kategorier av personopplysninger (helseopplysninger).

UTDYPENDE OM LOVLIG GRUNNLAG
Prosjektet vil innhente samtykke fra foresatte til behandlingen av personopplysninger om barna under 16 år. Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være foresattes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a. Behandlingen av særlige kategorier av personopplysninger er basert på uttrykkelig samtykke fra foresatte, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 a og art. 9 nr. 2 a.

UTDYPENDE OM LOVLIG GRUNNLAG FOR TREDJEPERSONER
Prosjektet vil innhente samtykke fra tredjepersoner som er lærere til utvalg 1 til behandlingen av personopplysninger.

Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være samtykke fra tredjepersoner, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER
Vi har vurdert at du har lovlig grunnlag til å behandle personopplysningene, men husk at det er institusjonen du er ansatt/student ved som avgjør hvilke databehandlere du kan bruke og hvordan du må lagre og sikre data i ditt prosjekt. Husk å bruke leverandører som din institusjon har avtale med (f.eks. ved skylagring, nettspørreskjema, videosamtale el.).

Personverntjenester legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32).

MELD VESENTLIGE ENDRINGER
Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til oss ved å oppdatere meldeskjemaet. Se våre nettsider om hvilke endringer du må melde: https://sikt.no/melde-endringar-i-meldeskjema

OPPFØLGING AV PROSJEKTET
Vi vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Lykke til med prosjektet!

Vedlegg 3: Informasjonsskriv lærer

Forespørsel om deltakelse i forskningsprosjektet

"Forskning på deltakelse, motivasjon og misoppfatninger hos elever med matematikkvansker i et tenkende klasserom"

Bakgrunn og formål

Disse to masterprosjektene fra Universitetet i Stavanger har som formål å undersøke undervisningsmetoden tenkende klasserom og elever med matematikkvansker. Det ene masterprosjektet vil fokusere på hvordan tenkende klasserom kan synliggjøre algebraiske misoppfatninger hos elever med matematikkvansker, og det andre masterprosjektet vil se på om tenkende klasserom kan påvirke deltakelsen hos elever med matematikkvansker. Vi kommer til å ta utgangspunkt i Liljedahl's (2016) rammeverk for å bygge et tenkende klasserom, hvor hovedfokuset er på et arbeidsmiljø med vertikale tavler, randomiserte grupper og problemløsende oppgaver. Rammeverket er relativt nytt, og det vil derfor være interessant å undersøke om undervisningsmetoden kan være med på å øke deltakelsen og motivasjonen, samt synliggjøre misoppfatninger i algebra hos elever med matematikkvansker.

For å kunne gjennomføre prosjektet vil det være nødvendig å gjøre observasjoner i klasserommet i en helklassesetting. I tillegg ønsker vi å intervjue lærer etter undervisning for å supplementere observasjonene.

Ved å delta i studien, bidrar du til kunnskapsgrunnlaget for matematikkundervisning i grunnskolen. Studien er meldt inn til Personverntjenester for forskning (SIKT), og følger retningslinjene for behandling av persondata.

Hva vil deltakelse i studien innebære?

Datainnsamlingen vil gjøres ved videoopptak fra undervisning i klasserom, i tillegg til feltnotater. Først ønsker vi å observere en matematikkundervisning som elevene er vant til. Deretter vil vi studere hvordan implementering av tenkende klasserom vil være. Etter planen skal klassen bli besøkt ved tre eller fire anledninger gjennom våren 2023.
Lærers og elevenes ansikt kan være mulige å kjenne igjen på videoopptakene, men det er tenkende klasserom generelt som er hovedfokus for studien. I tillegg ønsker vi å intervjue lærer og elever etter implementering av tenkende klasserom. Dette innebærer blant annet spørsmål om undervisningen, noe som medfører at det kan forekomme data som nevner deg som lærer som en tredjepart. Du kan selvsagt stille spørsmål om studien om noe skulle være uklart. Ta kontakt med Emilie Støle, Live Gabrielsen Grønstad eller Marie Bergsaker Vistnes (kontaktinfo til slutt i skjemaet).

Hva skjer med informasjonen om deg?

Alle personopplysninger vil bli behandlet konfidensielt. Datamaterialet vil bli forsvarlig lagret i tråd med retningslinjene til Personverntjenester forforskning (SIKT), noe som blant annet vil innebære at digitalt materiale blir oppbevart på et kryptert område. Ingen deltakere vil kunne kjennes igjen i ferdige publikasjoner eller presentasjoner. Prosjektet skal etter planen avsluttes desember 2023, og all data vil da anonymiseres.

Frivillig deltakelse

Det er frivillig å delta i studien, og du kan når som helst trekke samtykket ditt uten å oppgi noen grunn. All behandling av data baseres på din samtykke til deltakelse. Dersom du trekker din deltakelse, vil alle opplysninger om barnet bli anonymiserte. Du har som deltakere rett til innsyn, retting, sletting, begrensing og dataportabilitet. Du har også rett til å klage til Datatilsynet ved behov.

Kontakt

Dersom du har spørsmål om studien, ta kontakt med:

Live Gabrielsen Grønstad; livegron@gmail.com; tlf. 45 27 57 59

Emilie Støle; emiliestole98@gmail.com; tlf. 90 06 06 76

Marie Bergsaker Vistnes: marie.vistnes@gmail.com; tlf: 47 61 87 51

Prosjektansvarlig: Åsmund Lillevik Gjære; asmund.l.gjere@uis.no; tlf. 51 83 31 11

Personvernombudet ved Universitet i Stavanger: personvernombud@uis.no

Personverntjenester for forskning (SIKT): personverntjenester@sikt.no

Samtykke til deltaking i studien

Vi har mottatt informasjon om studien, og godkjenner deltakelse i studien:

Navn på deltaker: ____ (skriv tydelig)

(Signatur, dato)

Vedlegg 4: Informasjonsskriv elever (foreldre)

Forespørsel om deltakelse i forskningsprosjektet

"Forskning på deltakelse, motivasjon og misoppfatninger hos elever med matematikkvansker i et tenkende klasserom"

Bakgrunn og formål

Disse to masterprosjektene fra Universitetet i Stavanger har som formål å undersøke undervisningsmetoden tenkende klasserom og elever med matematikkvansker. Det ene masterprosjektet vil fokusere på hvordan tenkende klasserom kan synliggjøre algebraiske misoppfatninger hos elever med matematikkvansker, og det andre masterprosjektet vil se på om tenkende klasserom kan påvirke deltakelsen hos elever med matematikkvansker. Vi kommer til å ta utgangspunkt i Liljedahl's (2016) rammeverk for å bygge et tenkende klasserom, hvor hovedfokuset er på et arbeidsmiljø med vertikale tavler, randomiserte grupper og problemløsende oppgaver. Rammeverket er relativt nytt, og det vil derfor være interessant å undersøke om undervisningsmetoden kan være med på å øke deltakelsen og motivasjonen, samt synliggjøre misoppfatninger i algebra hos elever med matematikkvansker.

For å kunne gjennomføre prosjektet vil det være nødvendig å gjøre observasjoner i klasserommet i en helklassesetting. I tillegg ønsker vi å intervjue elever etter undervisning for å supplementere observasjonene.

Ved å tillate at barnet deres deltar i studien, bidrar dere til kunnskapsgrunnlaget for matematikkundervisning i grunnskolen. Studien er meldt inn til Personverntjenester for forskning (SIKT), og følger retningslinjene for behandling av persondata.

Hva vil deltakelse i studien innebære?

Datainnsamlingen vil gjøres ved videoopptak fra undervisning i klasserom, i tillegg til feltnotater. Først ønsker vi å observere en matematikkundervisning som elevene er vant til. Deretter vil vi studere hvordan implementering av tenkende klasserom vil være. Etter planen skal klassen bli besøkt ved tre eller fire anledninger gjennom våren 2023.
Elevenes ansikt kan være mulige å kjenne igjen på videoopptakene, men det er tenkende klasserom generelt som er hovedfokus for studien. I tillegg ønsker vi å intervjue elever både før og etter implementering av tenkende klasserom. Foreldre/foresatte kan selvsagt stille spørsmål om studien om noe skulle være uklart. Ta kontakt med Emilie Støle, Live Gabrielsen Grønstad eller Marie Bergsaker Vistnes (kontaktinfo til slutt i skjemaet).

Hva skjer med informasjonen om ditt barn?

Alle personopplysninger vil bli behandlet konfidensielt. Datamaterialet vil bli forsvarlig lagret i tråd med retningslinjene til Personverntjenester forforskning (SIKT), noe som blant annet vil innebære at digitalt materiale blir oppbevart på et kryptert område. Ingen deltakere vil kunne kjennes igjen i ferdige publikasjoner eller presentasjoner. Prosjektet skal etter planen avsluttes desember 2023, og all data vil da anonymiseres.

Frivillig deltakelse

Det er frivillig å delta i studien, og du kan når som helst trekke samtykket ditt uten å oppgi noen grunn. All behandling av data baseres på deres samtykke til deltakelse. Dersom du trekker barnets deltakelse, vil alle opplysninger om barnet bli anonymiserte. Dere har som deltakere rett til innsyn, retting, sletting, begrensing og dataportabilitet. Du har også rett til å klage til Datatilsynet ved behov. Om du ikke ønsker at barnet ditt deltar i studien, vil vi finne alternative opplegg under datainnsamlingen. Vi håper selvsagt at de aller fleste vil delta, da det gir minst mulig forstyrrelse av både ordinært undervisningsopplegg og forskningsprosjektet.

Kontakt

Dersom du har spørsmål om studien, ta kontakt med:

Live Gabrielsen Grønstad; livegron@gmail.com; tlf. 45 27 57 59

Emilie Støle; emiliestole98@gmail.com; tlf. 90 06 06 76

Marie Bergsaker Vistnes: marie.vistnes@gmail.com; tlf: 47 61 87 51

Prosjektansvarlig: Åsmund Lillevik Gjære; asmund.l.gjere@uis.no; tlf. 51 83 31 11

Personvernombudet ved Universitet i Stavanger: personvernombud@uis.no

Personverntjenester for forskning (SIKT): personverntjenester@sikt.no

Samtykke til deltaking i studien

Vi har mottatt informasjon om studien, og godkjenner vårt barns deltaking i studien: Navn på deltakende elev: ____ (skriv tydelig)

(Signert av forelder/foresatt, dato)

Vedlegg 5: Intervjuguide lærerintervju

Lærerintervju

1. Hva er din utdanningsbakgrunn? Fag?

2. Hvilke erfaringer har du? Hvor lenge har du jobbet som matematikklærer?

3. Hvordan er du som matematikklærer?

4. Hvordan ser en typisk uke med matematikkundervisning med deg som lærer? Har du en plan/strategi du følger (forutenom det selvsagte som læreplan og årsplan).

5. Hvordan jobber du med tilpassing i matematikkundervisning?

6. Hvordan arbeider du med problemløsning i undervisningen?

Jeg er på jakt etter hvordan man kan synliggjøre/fange opp misoppfatninger hos elever i matematikkundervisningen, og vil se på om tenkende klasserom kan være et hjelpemiddel.

1. Hvilke misoppfatninger og feil opplever du hyppigst hos elevene i algebra?

a. Hva gjør du for å oppdage og eventuelt avdekke disse?

2. Har du noen generell strategi du bruker for å fange opp elever som gjør feil/har misoppfatninger?

<u>Noticing – analytisk observasjon</u>

1. En stor del av lærerjobben i matematikk handler om å forstå elevenes tenkning for å kunne hjelpe dem videre på best mulig vis. Hvordan får du tak i hva elevene tenker – har du noen generelle strategier du bruker for å fange opp elevenes tenking?

Vedlegg 6: Intervjuguide lærerintervju

Vedlegg 6: Intervjuguide re-intervju med lærer

Lærer re-intervju

Starte med å fortelle om min problemstilling og hvordan jeg ønsker å svare på den. Få med spesielt fokus på muligheter VS begrensninger ved å sitte med ark ved pulten og muligheter VS begrensninger ved tenkende klasserom.

VIDEO 1: Fra observasjonsøktene

Episode 1

Ca. 30 sek hvor lærer står med et par (speeddating), ser at alle de andre gruppene gjør andre ting

- Hva tenker du om episoden?
- Hva er det som skjer?
- Hva skjer med alle de andre gruppene mens du fokuserer på en gruppe?
- Hvordan skaffer du deg overblikk over de ulike gruppenes tanker og strategier?
- Hvorfor jobber elevene sammen to og to (i stedet for i en større gruppe)?
- Hvorfor bytter elevene etter et par minutt?
- Hvorfor sitter elevene ved pultene?

Episode 2

Klippet begynner med at elever snakker om helt andre ting enn oppgaven mens de rekker opp hånda (eleven på gruppen som rekker opp hånda er ikke synlig på videoen i starten). En annen gruppe har også rekket opp hånda lenge og sier til fokusgruppen at “hun kommer ikke til å hjelpe dere, hun stakk bare i fra oss”. De får etter hvert kontakt med lærer og får beskjed om at hun kommer til dem etterpå. Det tar nesten 8 min før gruppen får hjelp. De snakker hele veien om helt andre ting enn oppgaven.

- Hva tenker du om dette klippet?
- Hva skjer her?
- Hvorfor jobber elevene tre og tre?
- Hvem av elevene er det som får hjelp når du har flere grupper/elever som sitter ved pultene og rekker opp hånda?

VIDEO 2: Fra tenkende klasserom økt

Episode 1:

Klippet starter med samtale mellom lærer og elev hvor lærer oppfordrer elev til å sjekke ut de andre gruppene sine løsningsforslag. Eleven tar et kjapt overblikk og går direkte mot en gruppe han mener har feil. Der ser vi at gruppen har kommet frem til formelen n · n + 4, og elev går bort for å forklare hvorfor det må være feil.

- Hva tenker du om dette klippet?
- Hva skjer her?
- Hva er forskjellig fra de andre klippene?
    - Eks: oppfølgingsspm: Hva gjør det med undervisningssituasjonen? Dersom hun nevner tavler, tusj, står ved vegg osv.
- Hvilke forskjeller er det i å fange opp elevenes tenkning ved denne undervisningssituasjonen VS de forrige?

- Hvilke fordeler oppstår ved at elevene jobber tre og tre?
- Hvilke fordeler oppstår ved at elevene står ved tavlene og løser oppgaver?
- Hvilke fordeler oppstår ved at elevene skriver med ikke-permanent tusj på whiteboard?
- Hvilke fordeler oppstår ved at oppgavene er gitt muntlig?
- Hvilke fordeler oppstår ved at elevene kan gå rundt og se på hverandre sine tavler?

Episode 2:

Klippet viser løsningsforslag til en gruppe på emojioppgaven. Det som er verdt å legge merke til er at de har skrevet muskelarm = 6, når det ikke er mulig at den kan være 6 (De har addert istedenfor multiplisert sinnafjesemoji). De får videre problemer når de skal finne de neste emojiene. Lærer oppfordrer dem til å se på muskelarm, og de ser med en gang at den heller må være 8.

- Hva tenker du om dette klippet?
- Hva skjer her?
- Hvilke muligheter for å skaffe seg oversikt over elevenes tenkning gir disse tavlene?
- Dette er jo en typisk feil, men en liten feil som gjorde at de ble satt langt tilbake i å løse oppgaven. Lærer må fange det opp. Hvilke muligheter har lærer for å fange slikt opp når de skriver på tavlene VS når de skriver på papir ved pulten?