Universitetet i Stavanger

FAKULTET FOR UTDANNINGSVITENSKAP OG HUMANIORA

MASTEROPPGAVE

Studieprogram: MGL410M – Masteroppgave i matematikk, grunnskolelærer 5-10	Semester: Vår År: 2023
Forfatter: Rebekka Alsvik	
Veileder: Kjersti Melhus	
Tittel på masteroppgaven: Kognitive krav i lærebøker i matematikk på 7. og 8. trinn Engelsk tittel: Cognitive demands in mathematics textbooks for 7th and 8th grade	
Emneord: Kognitive krav, matematikk, ungdomsskole, barneskole, overgang, MTF, MDITx, lærebok, læremidler, matematisk kompetanse	Antall ord: 28270 + antall vedlegg/annet: 0 Stavanger, 31.05.2023 dato/år

Forord

Nå er 5 års lærerutdanning ved veis ende og dette ser jeg på både som vemodig, men samtidig med en glede og iver til å komme ut i arbeidslivet for å praktisere det jeg har lært og for å lære enda mer. Gjennom 3 år i Bergen på NLA Høgskolen og 2 år på Universitet i Stavanger har jeg lært mye om hvordan jeg ønsker å være som en lærer og lært om hva som skal til for å bli den jeg vil være. Jeg har lært mange gode pedagogiske prinsipp som jeg tar med meg inn i hverdagen som lærer. Spesielt viktig for meg har det vært å få bedre kjennskap til at ulike elever lærer på ulike måter og hvordan man kan tilpasse til dette.

I min tid som elev på barneskolen oppdaget jeg tidlig at jeg var god i matematikk og fikk til det meste. Jeg var en av de som gjorde oppgaver på høyere klassetrinn og trivdes med dette. Men, så skjedde det noe da jeg begynte på ungdomskolen. Plutselig ble matematikken vanskeligere og jeg var ikke like god som jeg var vant med. Jeg måtte jobbe mye hardere for å få gode karakterer og ting gikk ikke like lett lenger. Senere har jeg hørt av elever jeg har hatt i praksis og av venner som er lærere at matematikken er vanskelig i 8. klasse. Det er derfor jeg ønsket å se på dette i min masteroppgave og finne ut mer om hva som ligger bak denne overgangen.

Jeg vil takke min veileder, Kjersti, for god veiledning og hjelp gjennom denne tiden. Takk for at du har kommet med oppløftende ord og for at du har utfordret min tankegang. Jeg vil også takke min kjære ektemann, John, for all din støtte og forståelse, og for at du har passet godt på sønnen vår Kristoffer da jeg ikke har hatt mulighet. Jeg vil ellers rette en stor takk til venner og familie for støtte, interesse og oppmuntring underveis i prosessen.

Rebekka Alsvik

Tau, 2023

Sammendrag

Formålet med denne masteroppgaven er å se på de kognitive kravene i ulike lærebøker i matematikk. Dette har jeg gjort ved hjelp av en innholdsanalyse der jeg har studert temaet algebra i seks ulike lærebøker. Jeg har tatt utgangspunkt i tre lærebøker for 7. trinn, og tre for 8. trinn. I disse bøkene har jeg sett på innholdet og analysert de kognitive kravene i oppgavene ved hjelp av rammeverkene MTF og MDITx. Disse gir en indikasjon på hvilken grad av kognitive krav de ulike oppgavene har.

Funnene viser at i alle lærebøkene er det lagt størst vekt på prosedyreoppgaver. Dette er oppgaver som skal utføres med en gitt fremgangsmåte, som krever mer eller mindre forståelse. I tillegg viser funnene at det er lagt vekt på forståelse i lærebøkenes oppgaver. Det finnes flest deloppgaver som ble kodet til høye kognitive krav, som kan tyde på en sammenheng med læreplanen (LK20) som legger vekt på utforsking og dybdelæring. I tillegg kan man se et fokus på flere problemløsnings, og utforskende oppgaver i bøkene.

Abstract

The purpose of this master thesis is to explore the cognitive demands of different textbooks in mathematics. I have studied the topic algebra in six different textbooks using content analysis. The study is based on three different textbooks used in 7th grade and three used in 8th grade. I have explored the content of the books and analyzed the cognitive demands the various tasks have, by using the frameworks MTF and MDITx. These give an indication of the degree of cognitive demands the various tasks have.

Results from this study show that all the textbooks place the greatest emphasis on procedural tasks. These are tasks that involve that students are given a given procedure, and that the student shall do the task as it is shown with more or less understanding. Furthermore, results show that textbooks emphasize understanding in the tasks in the textbooks. Most of the partial tasks require higher cognitive demands. This implies a connection with the curriculum plan LK20, which emphasizes exploration and in-depth learning. In addition, one can see that problem solving and exploratory tasks are emphasized.

Innholdsfortegnelse

Tabelliste

Figurliste

1 Innledning

1.1 Begrunnelse for valg av tema

Ved innføringen av LK20 (Utdanningsforbundet, 2020), ble det lagt enda større vekt på matematisk forståelse enn tidligere. Ord som dybdelæring, problemløsning og programmering har kommet inn i matematikkfaget. Disse formene for læring legger opp til at elevene skal få en større forståelse av matematikken, og dette stiller dermed krav til oppgavene i de ulike læremidlene. Oppgavene må legge til rette for å skape en forståelse hos elevene og gjøre elevene klar for mer utforskende oppgaver. I tillegg må oppgavene skape læringsmuligheter og ikke bare legge opp til at elevene skal gjengi fakta. Dette er også noe som læreren i klasserommet må legge mer vekt på nå. Fokuset på dette kommer av at læreplanen skal følge utviklingen i samfunnet, og samfunnet er mer og mer avhengig av selvstendige og utforskende mennesker.

Gjennom hele min utdanning både som elev ved barne- og ungdomsskolen og senere som lærerstudent, har det vært både overaskende og interessant å se hvor mange elever i 8. klasse som sliter med algebra. Dette er noe som både har blitt ytret av dem selv, men også noe som jeg har sett i praksis. I tillegg var dette noe jeg selv opplevde da jeg begynte på ungdomsskolen. Dette gjør at jeg reflekterer over om undervisningen i 7. trinn har for lave kognitive krav til at elever blir klare for undervisningen som møter dem på ungdomsskolen.

1.2 Formål med studien

Det blir knyttet både praktiske og personlige mål til denne studien. De personlige målene går ut på å utvikle meg som lærer. I denne studien handler dette om at jeg etter denne studien lettere vil kunne skille mellom de ulike kognitive kravene oppgavene har og dermed kunne hjelpe elevene mot å mestre dem. Ved å ha denne kunnskapen kan jeg lettere legge opp oppgaver som klassen skal jobbe med. I tillegg vil jeg vite mer om hva som kan skape en forståelse og hvordan man kan bygge på den. De praktiske målene handler om at dette er et tema som ikke er forsket mye på tidligere. Det er skrevet en doktorgrad (Kongelf, 2019) om lignende tema, men ellers er det bare skrevet noen mastere. Dette er derfor noe jeg mener bør forskes mer på, spesielt på høyere nivå og da håper jeg at min oppgave kan være med å vekke interesse for dette.

1.3 Studiens avgrensing

På grunn av begrenset tid til å gjennomføre studien er det tatt noen valg knyttet til studiens avgrensing. For det første har jeg sett på seks lærebøker fra tre forlag. Lærebøkene som er blitt valgt ut er bøker fra 7. og 8. trinn. I disse bøkene har jeg kun sett på tema som omhandler algebra.

1.4 Problemstilling

Som både problemstilling og forskningsspørsmål har jeg valgt:
«Hvilke kognitive krav stiller algebraoppgaver i lærebøker på 7. og 8. trinn?»

For å besvare denne problemstillingen har jeg tre tilnærminger.

Den første går ut på å studere boken og de aktuelle kapitelene for å få en oversikt over hva de inneholder. Dette skal gjøres ved hjelp av Charalambous et al. (2010). Ved hjelp av denne får man et overblikk over kapitelene og kan derfor sammenligne antall oppgaver og lignende.

Den andre tilnærmingen går ut på å analysere de aktuelle oppgavene ved hjelp av rammeverket «The Mathematical Task Framework»(Stein et al., 2009). Ved hjelp av dette rammeverket får man frem de kognitive kravene til oppgavene og kan derfor senere lage en oversikt som sier noe om helheten.

Den tredje tilnærmingen er å analysere de aktuelle oppgavene ved hjelp av rammeverket «Mathematical Discourse in Instructional analytic framework for Textbooks analysis» (Adler & Ronda, 2015). Ved hjelp av dette rammeverket får man frem i hvilken grad oppgaven er knyttet til det de kaller «læringsobjektet».

I tillegg til problemstillingen ønsker jeg å ha et forskningsspørsmål til som jeg vil legge noe ekstra vekt på. Denne kan besvares uten mer data enn det problemstillingen gir meg, og er derfor et tilskudd til problemstillingen.
Forskningsspørsmålet er:
«Hvordan legger de kognitive kravene i algebraoppgaver opp til en god overgang mellom 7. og 8. trinn?»

1.5 Oppgavens struktur

Denne masteroppgaven er satt sammen av innledning, teori, metode, resultat, diskusjon og et konkluderende avslutningskapittel. I innledningen redegjorde jeg for valg av tema, formål, avgrensing og problemstilling. Videre i teorikapittelet vil jeg forklare relevante begreper og belyse litteratur og emner som er aktuelle for oppgaven. I tillegg vil jeg se på de teoretiske rammeverkene som gjør analysen av lærebøker mulig. Rammeverkene vil jeg videre også benytte i analysen og drøftingen for å besvare studiens forskningsspørsmål og problemstilling. I metodekapittelet vil jeg redegjøre for valg av læremidler, hvordan oppgaver blir analysert og kvaliteten av studien. Videre i resultatkapittelet vil jeg presentere funnene fra hver enkelt lærebok og gå gjennom den horisontale analysen av dem. Her vil jeg se på antall oppgaver, antall sider og hvilke typer oppgaver bøkene inneholder. I slutten av resultatkapittelet vil en oversikt over den vertikale analysen presenteres. Resultatene som kommer frem av analysen, og da spesielt den vertikale vil videre bli drøftet i diskusjonskapittelet med relevant teori. I slutten av diskusjonskapittelet vil jeg også peke for begrensingene ved min studie og også se på mulighetene for videre forskning. I avslutningskapittelet vil jeg prøve å besvare både problemstillingen og forskningsspørsmål ved hjelp av de funnene jeg har.

2 Teori

2.1 Begreper

I denne deler vil jeg forklare noen begreper som blir brukt mye i oppgaven og som trenger en forklaring.

2.1.1 Lærebok

Kongelf (2019, s. 21) definerer læreboken som «den tradisjonelle fysiske klassetrinns-spesifikke boken som brukes til undervisning og læring av matematikk i skolen». Til hver læreplan gir forlag ut lærebøker med temaer, oppgaver, eksempler og tekst, i tillegg til oppgavebøker, lærerveiledning og digitale verktøy. Når jeg skriver ordet lærebok er det grunnbøkene jeg mener, der det er oppgaver og de ulike temaene er inndelt i kapitler, og jeg ser særlig på de kapitlene eller delene som handler om algebra.

2.1.2 Oppgave

I denne studien blir begrepet oppgave ment med de stedene i lærebøkene der det er markert et nummer med et spørsmål som leseren skal svare på. I analysen er det hver enkel deloppgave, som ofte markeres med bokstaver, som blir analysert. Disse oppgavene blir i denne studien analysert ved hjelp av følgende to rammeverk: Mathematical Tasks Framework, MTF (Stein et al., 2009) og Mathematical Discourse in Instructional analytic framework for Textbooks analysis, MDITx (Adler & Ronda, 2015). I metodekapittelet blir det forklart hvordan utvelgelsen av disse ble gjort og hvordan kodingen skal gjennomføres.

2.2 Forskning på lærebøker

Tidligere var det lite forskning på lærebøker, men dette har økt og fått mer oppmerksomhet internasjonalt de siste tiårene. Dette skyldes blant annet at Nordic Graduate School in Mathematics Education (NoGSME) initierte til "the Network for research on mathematics textbooks in the Nordic and Baltic countries" i 2006 (Grevholm, 2011). De første årene var det sjeldne sammenkomster, før professor B. Grevholm mottok midler fra lærebokforskere fra Norden og de baltiske landene (Grevholm, 2011, 2017). Forskning på lærebøker i matematikk kan plasseres innenfor feltet matematikkdidaktikk, som er et bredt felt der det internasjonalt har skjedd en stor utvikling de siste årene. Noe som beviser at lærebokforsking har blitt mer aktuelt er at i 2004 på ICME-10 (10th International Congress on Mathematics Education) var at et av temaene var lærebøker i matematikk (Fan, 2013).

Törnroos (2005) har undersøkt sammenhenger mellom ulike typer av data knyttet til forskjellige sider ved elevers læringsmuligheter og deres prestasjoner på TIMSS, der læreboken er en av disse sidene. Denne studien viser at det spiller en rolle hvordan en måler læringsmuligheter og konkluderer med at selv en enkel analyse av lærebøker kan gi verdifull informasjon når man ser på forklaringer til elevers prestasjoner i matematikk. Dette viser til at det er tydelige indikatorer på at det er sammenheng mellom lærebok og elevprestasjoner, noe også Senk et al. (2014)konkluderte med. Hovedargumentet for dette er at læreboken er det som binder kompetansemålene i læreplanen og de pedagogiske praksisene i skolen best sammen, og er dermed en sentral brikke i elevens utvikling av matematisk kompetanse (Kongelf, 2019).

Det er og har vært flere diskusjoner om hvorvidt lærebøker fremdeles er aktuelle og ut fra dette viser det at det er den absolutt. Den skal riktignok passe inn i tiden og nå bruker man flere ressurser enn det som læreboken kommer med. For at lærere og skoler lettere skal kunne bestemme hvilken lærebok de skal bruke og vurdere kvaliteten på den, har Svingen & Gilje (2018) utviklet et dokument på vegne av Utdanningsdirektoratet for kvalitetskriterium for læremiddel i matematikk. Dette kan være nyttig i valget av læremiddel og også for å vurdere de som man allerede har.

2.3 Læreplan- Kunnskapsløftet

Læreplanen setter standarden for hva elvene skal lære på skolen og er derfor sentral i utarbeidingen av nye lærebøker. Læreplanen har derfor en sentral rolle når jeg skal besvare min problemstilling. Nye læreplaner må komme på grunn av endringer i samfunnet. For at skolen skal holde seg relevant og fremtidsrettet er det viktig at læreplanen er i endring slik at kompetansen elevene utvikler skal kunne brukes på områder som nå er ukjente. «Å lære å lære» er viktig i den nye læreplanen fordi det gir grunnlaget for læring gjennom hele livet (Utdanningsdirektoratet, 2021).

Dybdelæring

Et nytt begrep som har kommet inn i LK20 er dybdelæring. Dybdelæring handler om at man vil skape bedre forståelse av hvert enkelt emne slik at det kan anvendes videre. For at dette skal oppnås må man istedenfor å ha mange og små temaer, heller ha få og store. I den gamle læreplanen var det mange temaer som til sammen hadde et stort omfang og det var vanskelig å komme igjennom alt. I LK20 er det færre emner der man skal kunne bruke mer tid på å lære ting godt, og det skal være enklere å skjønne sammenhenger (Utdanningsdirektoratet, 2021). Et eksempel på dette er at det i matematikk på 7. trinn i LK20 er 10 kompetansemål, mens det i LK06 var 21 kompetansemål. Disse kompetansemålene var i LK06 delt inn i fire ulike kategorier, mens de i LK20 ikke er knyttet til noe. Dette gjør at det ser ut som om kompetansemålene i LK20 kan dekke flere emner og være videre.

Aktive i egen læring

Et annet sentralt element i den nye læreplanen er elevmedvirkning. Det kommer av forskingen som viser at elever blir mer motiverte og lærere bedre når de er involverte i hva de skal lære, hvorfor og hvordan. Elevene skal få være med i bestemmelser om på hvilken måte de skal lære noe på (Utdanningsdirektoratet, 2021). Dette kan eksempelvis være at de ønsker å skrive en oppgave om et gitt tema eller ha en presentasjon som vurdering. På grunn av dette ønsker at man å oppnå at elevene etter hvert vil kunne ta en aktiv rolle i egen læring og utvikling. Elevmedvirkning gjør også at fagene blir mer praktiske og ord som skaperglede, engasjement og utforskertrang er sentrale (Utdanningsdirektoratet, 2021).

Algoritmisk tenking og programmering

Et nytt emne som har kommet inn på læreplanen er programmering og algoritmisk tenking. Det skal være en del av flere fag, men er særlig relevant i matematikken. Dette er kompetanse som er viktig for fremtiden og dermed noe som må læres i skolen (Utdanningsdirektoratet, 2021).

2.3.1 Fagrelevans og sentrale verdier

Denne delen av læreplanen er et kort sammendrag av hva elevene skal lære i faget og hvorfor det er relevant i et større perspektiv. Her står det blant annet:

> «Matematikk skal bidra til at elevene utvikler et presist språk for resonnering, kritisk tenkning og kommunikasjon gjennom abstraksjon og generalisering.»
> «Matematikk skal forberede eleven på et samfunn og arbeidsliv i utvikling ved å gi dem kompetanse i utforskning og problemløsning.»
> «Matematikk skal bidra til at eleven utvikler evne til å jobbe selvstendig og samarbeide med andre gjennom utforskning og problemløsning ...»
> «Når eleven får mulighet til å løse problemer og mestre utfordringer på egen hånd, bidrar dette til å utvikle utholdenhet og selvstendighet.»
> (Utdanningsdirektoratet, 2020)

2.3.2 Kjerneelement

I kunnskapsløftet ble det lagt frem seks kjerneelement i matematikk (Utdanningsdirektoratet, 2020), som er de samme gjennom hele grunnskolen og videregående skolen. Dette er kjernen av det matematikkfaget handler om, og under hver av de kan man knytte ulike kompetansemål. De seks kjerneelementene er:

- Utforskning og problemløsning
- Modellering og anvendelser

- Resonnering og argumentasjon
- Representasjon og kommunikasjon
- Abstraksjon og generalisering
- Matematiske kunnskapsområder

De som er mest aktuelle for min forskningsoppgave er «utforskning og problemløsning» og «abstraksjon og generalisering».

Utforskning og problemløsning

Dette kjerneelementet handler om at elevene skal se etter mønstre, finne sammenhenger og komme frem til en felles forståelse. I dette handler det om at eleven ikke skal legge fokuset på løsningen, men mer på fremgangsmåte og strategier. I matematikk handler problemløsning spesielt om å finne en strategi for å løse et problem de ikke kjenner til, særlig ved å bruke kunnskap de har fra før. For å gjøre dette kreves det algoritmisk tenkning som innebærer å bryte et problem ned i delproblem som er mulige å løse. I tillegg må elevene vurdere hvordan det kan løses. Skal det løses ved hjelp av digitale verktøy eller uten? «Problemløsning handler også om å analysere og omforme kjente og ukjente problemer, løse dem og vurdere om løsningene er gyldige.» (Utdanningsdirektoratet, 2020). Dette er alle temaer som er sentrale i arbeidet med algebra.

Abstraksjon og generalisering

Abstraksjon i matematikk handler om at eleven etter hvert klarer å skriftlig formulere sine tanker, strategier og det matematiske språket. Dette starter med at eleven formulerer seg med enkle hverdagsord til at eleven etter hvert kan bruke et formelt symbolspråk og formelle resonnementer. Generalisering handler mer om at eleven kan se sammenhenger og strukturer og komme frem til de på egenhånd, uten en fremgangsmåte (Utdanningsdirektoratet, 2020). Dette er noe som er relevant i algebra siden elevene går fra å utforske tall og utregninger for å finne sammenhenger, og deretter kan de formalisere dette ved å bruke algebra. Dette henger også tett sammen med problemløsning, fordi der skal man finne løsningsmåte på et ukjent problem.

2.3.3 Tverrfaglige temaer

I Kunnskapsløftet (Utdanningsdirektoratet, 2021) er også tverrfaglige tema et viktig element. Dette skal vises igjen i alle fag. De tverrfaglige temaene er «folkehelse og livsmestring», «demokrati og medborgerskap» og «bærekraftig utvikling». I matematikk er særlig de to første aktuelle og relevante.

Folkehelse og livsmestring

> «[...] handler om å gi elevene kompetanse i problemløsning, i statistikk og i personlig økonomi [...]»

(Utdanningsdirektoratet, 2020)

Dette skal hjelpe elevene til å gjøre ansvarlige livsvalg som skal gjøre de klare for livet etter grunnskolen.

Demokrati og medborgerskap

> «handler (...) om å gi elevene kompetanse i å utforske og analysere funn fra reelle datasett og tallmaterialer fra natur, samfunn, arbeidsliv og hverdagsliv. Videre handler det om at elevene lærere å vurdere hvor gyldige slike funn er.»
> (Utdanningsdirektoratet, 2020).

Dette skal gjøre at elevene blir bevisste på det som de leser og gi de gode forutsetninger for å kunne formulere egne argument og bidra i samtaler. Dette gir et godt grunnlag i å ta beslutninger i eget liv og i samfunnet.

2.3.4 Grunnleggende ferdigheter

De grunnleggende ferdighetene som nevner problem og utforskning er inkludert her.

Muntlige ferdigheter: «Å kommunisere ideer og drøfte matematiske problemer, strategier og løsninger med andre»

Å kunne skrive: «Et redskap for å utvikle egne tanker og egen læring. Det innebærer å kunne løse problemer og presentere løsninger som er tilpasset mottakeren og situasjonen»

Å kunne regne: «Det innebærer å kjenne igjen konkrete problemer som kan løses ved regning, og formulere spørsmål om disse.» «Utviklingen av regneferdigheter i matematikk handler om å analysere og løse et spekter av stadig mer komplekse problemer med effektive og hensiktsmessige begreper, symboler, metoder og strategier.»

Digitale ferdigheter: «Innebærer å kunne bruke graftegner, regneark, CAS, dynamisk geometriprogram og programmering til å utforske og løse matematiske problemer» «Velge hensiktsmessige digitale verktøy som hjelpemiddel for å utforske, løse og presentere matematiske problemer» (Utdanningsdirektoratet, 2020).

Ut fra de grunnleggende ferdighetene ser vi at å løse og utforske problemer er noe som går igjen og som blir sett på som en naturlig del av matematikken. Under ferdighetene som handler om regning og skriving ser man at å løse problemene er sentralt, men i de digitale og de muntlige ferdighetene handler det mer om å utforske problemet.

2.3.5 Kompetansemål etter 7. og 8. trinn

Kompetansemålene etter 7. og 8. trinn, som omhandler algebra er:

7. trinn:

«bruke sammensatte regneuttrykk til å beskrive og utføre utregninger»
«bruke ulike strategier for å løse lineære ligninger og ulikheter og vurdere og løsninger er gyldige»
(Utdanningsdirektoratet, 2020).

8. trinn:

«utforske algebraiske regneregler»
«beskrive og generalisere mønstre med egne ord og algebraisk
«lage og forklare regneuttrykk med tall, variabler og konstanter knyttet til praktiske situasjoner»
(Utdanningsdirektoratet, 2020).

Ut fra disse kompetansemålene ser vi at algebraen utvikler seg fra 7. til 8. trinn. Dette legger læreplanen opp til. Likevel er disse målene vide og store og mye kan trekkes inn eller utelates. Dette kan gjøre at ulike lærebøker vektlegger ulike ting.

2.3.6 Vurdering

En del av læreplanen handler om vurdering. I dette avsnittet ser jeg på hvilke type vurderinger elever blir målt i på 7. og 8. trinn.

7. trinn:

> «elever viser og utvikler kompetanse [...] når de bruker ulike representasjoner og problemløsningsstrategier»
> «elever viser og utvikler kompetanse når de bruker kunnskap og ferdigheter til å formulere og løse problemer som er knyttet til praktiske situasjoner ...»
> «læreren skal legge til rette for elevmedvirkning og stimulere lærelyst ved at elevene får utforske matematematikk og løse matematiske problemer [...].»
> (Utdanningsdirektoratet, 2020).

8. trinn:

> «elevene viser og utvikler kompetanse når de utforsker [...] og oversetter mellom representasjonsformer i problemløsning og modellering»
> «læreren skal legge til rette for elevmedvirkning og stimulere lærelyst ved at elevene får utforske matematematikk og løse matematiske problemer [...]»
> (Utdanningsdirektoratet, 2020).

Dette er vurderinger som kommer fra underveisvurderinger i 7. og 8. trinn. De gir en oversikt over hva læreren skal se etter hos elevene og viser dermed hva Utdanningsdirektoratet og Kunnskapsløftet mener er viktig for elevene. Ut fra disse underveisvurderingene ser vi at ett av de valgte målene er likt i 7. og 8. trinn. Det er ellers ingen sluttvurdering verken i 7. eller 8. trinn, så dette er ikke aktuelt.

2.4 Matematisk kompetanse

Elever som har god tallforståelse blir beskrevet som fleksible i arbeid med talloppgaver (Anghileri, 2000). Disse elevene har evnene til å generalisere mønster og prosesser de har lært og knytte de til ny kunnskap. Elevene kan se og forstå sammenhenger mellom tall og bruker kjent kunnskap til å løse ukjente talloppgaver. Røsseland (2005) forklarer at «å ha matematisk kompetanse kjennetegnes ved å ha viten om, å forstå, utøve, anvende og kunne ta stilling til matematikk og matematisk virksomhet i et mangfold av sammenhenger». McIntosh et al. (1992) fremhever også det emosjonelle aspektet i sin definisjon av tallforståelse. Denne består av noen hovedelementer

1. generell forståelse av tall og operasjoner, og bruk av denne forståelsen i matematisk resonering og utvikling av formålstjenlige strategier i arbeidet med tall og regneoperasjoner
2. motivasjon til å gå inn i matematiske problemstillinger og bruke forståelse i arbeid med tall

Tallforståelsen er noe som begynner langt før eleven begynner på skolen, da handler det om at barn tenker på tall og prøver å skape en mening av dem (McIntosh et al., 1992).

Her ser vi at både Anghileri (2000) og McIntosh et al. (1992) snakker om ferdigheter i arbeidet med tall og tallforståelse. Dette viser at matematikkfaget er mer enn der som blir sett på som den tradisjonelle beskrivelsen av matematikkfaget (Svingen & Gilje, 2018).

I matematikken er det lagt stor vekt på at elevene skal forstå det de gjør og kunne forklare dette videre. En som har satt ord på matematisk forståelse er Skemp (1978). Han skiller mellom to måter av forståelse, som han kaller instrumentell og relasjonell forståelse. Instrumentell forståelse ble tidligere sett på som regler uten mening. Man gjorde noe fordi regelen tydet på det. Nå tenker man at man har en instrumentell forståelse når man bruker regler og algoritmer uten å forstå hvorfor de fungerer. Eksempler på dette er at man i subtraksjon bruker ord som «låne», og i arbeid med likninger bruker man ord som «flytt og bytt». Å ha en relasjonell forståelse vil si at man forstår det man gjør. Her vet elevene at «låne» i subtraksjon egentlig betyr å dele en 10-er i 10 enere for at man kan bruke dette videre. De vet også at «flytt og bytt» i arbeid med likninger betyr at man legger til eller trekker fra på begge sider av likhetstegnet. Ut fra dette har Skemp (1978) laget en liste med fire fordeler med relasjonell forståelse:

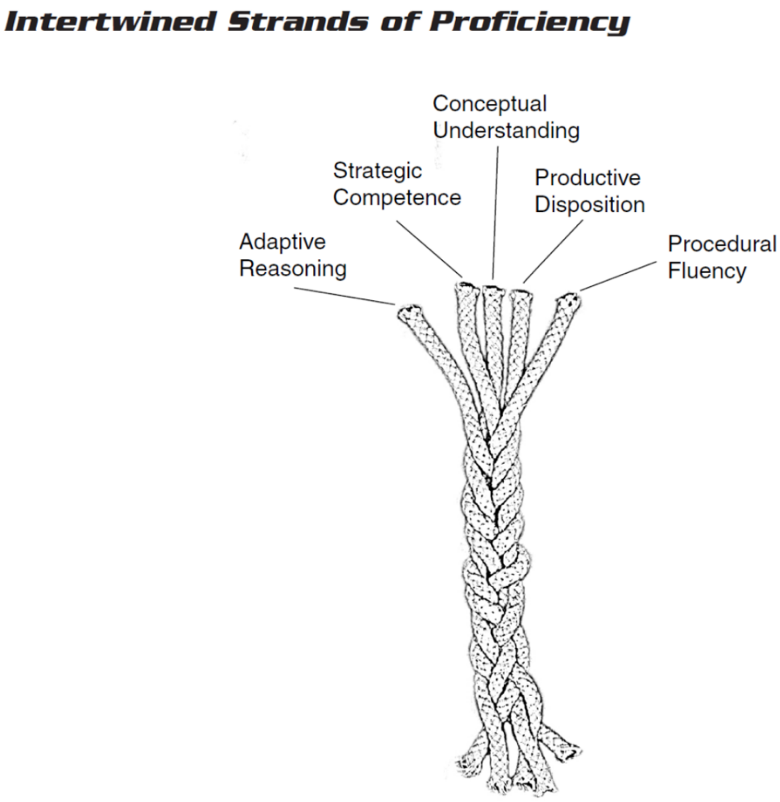
- Eleven kan lettere begynne på nye typer oppgaver
- Det er lettere å huske (når man først har lært det)
- Det skaper mestring
- Elever tar mer ansvar for egen læring

Dette viser at alt i alt så er elever som har en relasjonell forståelse mer rustet til å møte matematikken. Elever som har en instrumentell forståelse vil ikke ha noen problemer med å få riktig svar når de har lært seg regelen, men vil ha problemer med å løse nye typer oppgaver og da spesielt oppgaver knyttet til utforsking. Skemp (1978) forklarer at relasjonell og instrumentell forståelse er to helt ulike måter å se på matematikk på.

(Hiebert & Lefevre, 1986) utviklet nye begreper for forståelse i matematikk etter Skemp (1978). Disse er «conseptual knowledge» og «procedural knowledge». Spørsmål om hva elevene skal lære og hvordan stiller spørsmål ved hvilken matematisk forståelse som er å foretrekke. «Conseptual knowledge» (begrepsforståelse) handler om å se sammenghenger. Sammenhenger mellom emner og sammenhenger mellom kjent informasjon og ny informasjon og vite hvordan man kobler dette sammen. Vi kan se noen likhetstrekk mellom begrepsforståelse og Skemp (1978) sin relasjonelle forståelse. «Procedural knowledge» (prosedyremessigforståelse) består av to deler. Den første handler om formen av matematikk og er knyttet til det formelle språket og symboler. Elever vet for eksempel av det ikke kan stå + og = ved siden av hverandre, uten noe mellom. Dette er en del av det formelle språket i matematikken. Den andre delen av prosedyrekunnskap består av regler, algoritmer og prosedyrer for å løse matematiske problem. Et eksempel på dette er at «*n-1*» må komme før «*n*». I tillegg til begrepsforståelse og prosedyrekunnskap har de kommet med to andre begreper som er «meaningful learning» og «rote learning» (Hiebert & Lefevre, 1986). «Meaningful learning» inneholder mange av de samme ideene som begrepsforståelse. Man skaper dette når sammenhengen mellom de ulike delene av kunnskapen er gjenkjent eller skapt. Slik som begrepsforståelse ble forklart må denne være «meaningful». Prosedyrekunnskap på den andre siden kan være «meaningful» eller ikke. Prosedyrekunnskap som er «meaningful» vil si at eleven får prosedyrekunnskap gjennom å forstå matematiske sammenhenger. Slik prosedyrekunnskap kan kobles sammen med begrepsforståelse. «Rote learning" produserer kunnskap uten sammenhenger. Det kan ikke linkes til andre typer kunnskap og er derfor ikke generaliserbar. Ut fra denne definisjonen kan ikke begrepsforståelse være tilegnet ved hjelp av «rote learning». Prosedyrekunnskap kan derimot bli tilegnet ved hjelp av «rote learning», da er det snakk om å lære seg en formel eller regel og følge eksempelet (Hiebert & Lefevre, 1986). Denne måten å tilegne seg prosedyrekunnskap kan kobles opp mot Skemp (1978) sin instrumentelle forståelse.

I moderne tid har forskingen endret måten vi ser på matematisk forståelse på (Schoenfeld, 2007). Tidligere ble kunnskap i matematikk sett på som fakta, prosedyrer og begreper. I dag er det mer aktuelt med forståelse og man har en videre forståelse av matematisk kunnskap. Dette inkluderer nå også å bruke problemløsning som strategi for å løse oppgaver (Schoenfeld, 2007).

Kilpatrick et al. (2001) utfordret denne tradisjonelle beskrivelsen av matematikkfaget. De kom med et mer sammensatt kompetansebegrep kalt «mathematical proficiency» og ut fra dette kom også Niss & Jensens (2002) «matematiske kompetencer». Det er spesielt Niss og Jensen sine tanker som har påvirker og inspirert utviklingen av flere læreplaner i Norge, utarbeidelsen av nasjonale prøver og PISA-undersøkelsen (Kongelf, 2019). «Mathematical proficiency» (Kilpatrick et al., 2001) består av «conceptual understanding», «procedural fluency”, “strategic competence”, “adaptive reasoning” og “productive disposition”. Disse fem blir ofte avbildet som sammenflettede tråder, som et tau der hver del er forbundet med hverandre som vist i figur 1.



Figur 1: «Mathematical proficency» i Kilpatric et al. (2001, s. 117)

De ulike begrepene i trådmodellen er oversatt på denne måten av Matematikksenteret (u.å.).
Conceptual understanding (begrepsmessig forståelse)

- handler om å forstå de ulike matematiske begrepene, representasjonene, operasjonene, prosedyrene og relasjonene.

Procedural fluency (beregning)

- kunnskap om prosedyrer, og vite når og hvordan man bruker dem

Strategic competence (anvendelse)

- handler om evnen til å formulere problem matematisk, og løse dem.

Adaptive reasoning (ressonering)

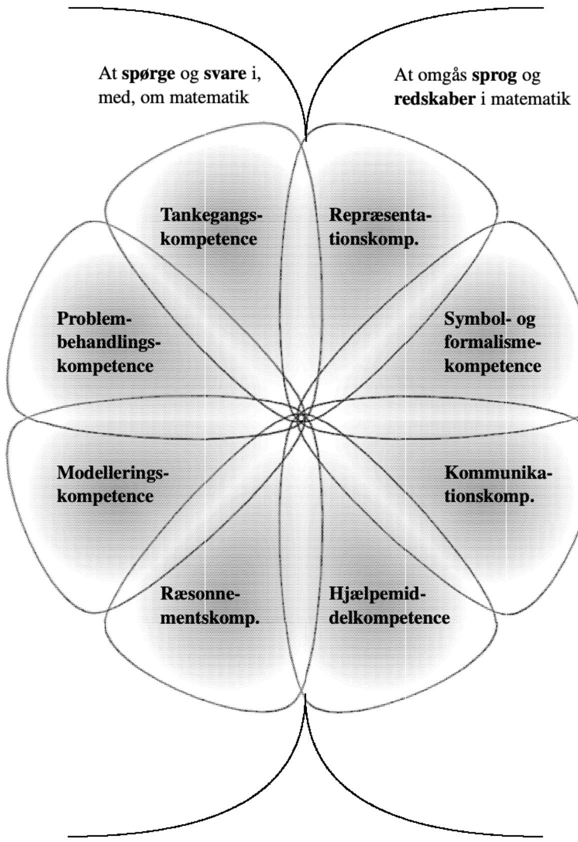
- handler om evnen til å reflektere, å forklare og å begrunne, dermed tenke logisk. Det handler også om evnen til å reflektere rundt begrep, prosedyrer og se hvordan disse henger sammen med hverandre og med konteksten rundt.

Productive disposition (engasjement)

- Handler om å skape mening med matematikken, og skjønne at å jobbe sakte men sikkert betaler seg

For at elever skal utvikle disse må elevene være motivert til å lære, tenke på matematikk som nyttig og tro på at innsats bidrar til økt læring. Det er her læreren, lærebok, klasse- og skolemiljø og foreldrene spiller viktige roller. «Procedural fluency» er oversatt som beregning og handler om å kunne utføre ulike prosedyrer effektivt, nøyaktig og fleksibelt (Kilpatrick et al., 2001; Kongelf, 2019; Matematikksenteret, u.å).

Niss og Jensen (2002) ble satt til å fornye matematikkundervisningen i Danmark og kom da frem til åtte matematiske kompetanser. De utarbeidet en rapport der anbefalingen ble at læreplanen i matematikk burde fokusere mer på den kompetansen elevene skal oppnå i utdanningen, fremfor den tradisjonelle vektleggingen av emnebaserte læreplaner og pensum (Niss & Jensen, 2002). Denne peker på at til tross for at de matematiske kompetansene har en egen selvstendighet og dermed er avgrenset, er det forbindelser og overlapper mellom dem. Dette har de beskrevet i kompetanseblomsten i figur 2.



Figur 2:Kompetanseblomsten (Niss & Jensen, 2002, s. 45)

I denne blomsten ser vi at det er to hovedkompetanser med 8 delkompetanser. De åtte delkompetansen er: tankegangskompetanse, resonnementskompetanse, kommunikasjons-kompetanse, problembehandlingskompetanse, modelleringskompetanse, representasjons-kompetanse, symbol- og formalismekompetanse og hjelpemiddelkompetanse. Både bidraget fra Niss og Jensen (2002) og det fra Kilpatrick et al. (2001) handler om de ulike sidene ved den matematiske kompetansen. Begge disse legger vekt på hva som må ligge til grunn for at elever skal utvikle matematisk kompetanse. Det finnes noen likheter, noe som er naturlig fordi de omhandler det samme temaet. «Productive disposition» handler om engasjement og er noe vi bare finner hos Kilpatrick et al. (2001). Dette er knyttet til motivasjon og engasjement hos elevene, og er noe som Niss og Jensen (2002) ikke inkluderer.

Kompetansene kan vi finne igjen i læreplanen og læreplanen er gjerne inspirert av disse. Det er også noe som vil vises igjen i lærebøker og det er med på å vise den matematiske kompetansen til elevene. Likevel kan ulike lærebøker gjøre dette ulikt for å treffe ulike typer elever, og det samme gjelder i undervisningen.

2.5 Algebra

Algebra er et av de store temaene i matematikken. Det oppfattes ofte som et vanskelig emne som kan virke vanskelig å forstå. Dette er også noe som tar opp relativt stor plass i både læreplanen og lærebøkene. Det er derfor relevant for meg å fokusere på algebra i min analyse. I min studie har jeg fokus på 7. og 8. trinn og overgangen mellom dem. Denne overgangen er også en overgang der det blir stilt særlig høyere krav i algebra, enn det som blir gjort på mellomtrinnet. Det er her man for alvor går fra å ha en hovedvekt av aritmetikk til en hovedvekt av algebra.

Ifølge Carraher og Schliemann (2007) er aritmetikk vitenskapen om tall, mengder og størrelser. Addisjon, subtraksjon, multiplikasjon og divisjon er inkludert her. Når man jobber med aritmetikk, er målet å komme frem til et svar (Kieran, 2004). Typiske aritmetiske regnestykker er: 57 – 18, 11• 4, 23 + 87. Vi kommer altså frem til en helt konkret verdi. Det samme gjelder uttrykket (34 • 8 + 22), dette har kun en løsning.

Algebra handler om å jobbe med variabler og for å gjøre dette finnes det noen regler (Carraher & Schliemann, 2007). Caspi og Sfard (2012) har laget tre konstante og to variable nivåer av elementær algebraisk diskurs, men det er de konstante vi ser på her. Det første av disse er det prosessuelle nivået der likhetstegnet blir sett på som en «returknapp». Nivå to er det granulære nivået som kjennetegnes ved beregninger. Her er ikke beregningene lenger avhengige av det som blir gjort og elevene har et bredere vokabular. Nivå 3 er det objektiviserende som kjennetegnes ved at det praktiseres av fullverdige medlemmer av algebraisk diskurs, altså de som har nok kunnskap for å delta i samtalen (Caspi & Sfard, 2012).

Carraher og Schliemann (2007) er noen av de som har vært først ute med begrepet Early Algebra (EA). Det handler om at man skal tilnærme seg algebra allerede tidlig i barneskolen og starte å skape assosiasjoner til det. Dette vil si å introdusere algebra tidligere enn det som er vanlig. Ideen er at algebra er en del av aritmetikken, og at aritmetikken også inneholder elementer av algebra, bare uten algebraiske notasjoner (Carraher & Schliemann, 2007). De forklarer at dette er et gap som ikke trenger å eksistere. Algebra er en måte å generalisere på, som eksisterer i alle matematiske emner. Dette er noe som det ser ut som Kunnskapsløftet (2020) har tatt med i betraktningen av utviklingen av ny læreplan. I denne har algebra blitt introdusert tidlig og det er en naturlig oppbygging frem mot ungdomsskolen og også videre. Ved å introdusere dette tidlig kan man begynne med EA der man skaper assosiasjoner til algebra før man begynner å regne med det skikkelig.

Som man kan se er det en del forskjeller mellom aritmetikk og algebra og det har også blitt oppdaget at noen elever har vanskeligheter når de begynner med algebra(Carraher & Schliemann, 2007). Et eksempel på et problem elevene kan møte er: 8 + 5 =_ + 9. I dette tilfellet vil mange elever regne sammen 8 + 5 = 13, og skrive det, istedenfor det korrekte svaret som er 4. En av grunnen til dette kan være fordi at når et likhetstegn blir presentert så oppfatter noen elever det som en separator mellom problemet og løsningen, de tolker det altså som et signal for å svare på det som står til venstre for tegnet (Kilpatrick et al., 2001, s. 261–262). Det kan skyldes måten det jobbes med aritmetikk tidlig i undervisningsløpet. Et annet eksempel på noe som de med en mer aritmetisk tankegang vil ha problemer med, er: 2a + 5b. I aritmetikken ser man på «+»- tegnet som et tegn på at man skal gjøre en handling, og «=»-tegnet som tegn på at man skal skrive ned svaret. Elevene kan derfor komme frem til løsningen 7ab (Booth, 1988). I algebra er det samme regnestykket en gyldig løsning slik som det står.

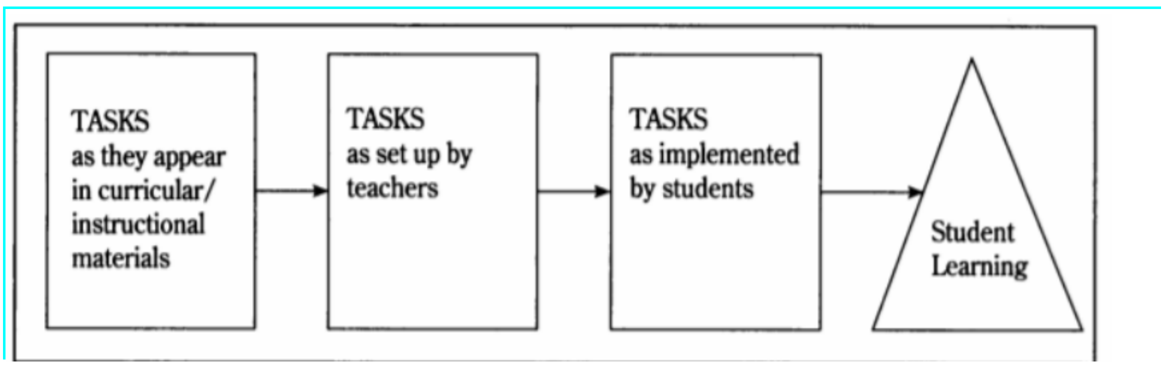
Det finnes flere faktorer som gjør at overgangen fra aritmetikk til algebra kan oppleves som særlig utfordrende. Det første er at det ikke er de samme reglene i algebra som det er i aritmetikk. Utfordringen forklarer Booth (1998) med at elevene i algebra møter en generalisering av aritmetikken. Elever som ikke har tilstrekkelig kunnskap om aritmetikk vil derfor møte på utfordringer når aritmetikken skal generaliseres (Kieran, 2004). En annen faktor er det med at elevene går fra en mer aritmetisk tankegang til en mer algebraisk tankegang spesielt ved problemløsningsoppgaver. I algebraen er det mer fokus på relasjoner enn beregningen av et svar som det er mer av i aritmetikken (Kieran, 2004).
En tredje faktor som er overgangen mellom aritmetikk og algebra kan virke utfordrende er at det er et kognitivt gap mellom disse emnene (Herscovics & Linchevski, 1994). Herscovics og

Linchevski (1994) hevder at tempoet algebra blir innført i, og den formelle måten det blir presentert, på kan være mulige forklaringer for dette. Her er kanskje lærebokforfattere og lærere i for liten grad oppmerksom på de kognitive kravene elevene opplever i møte med algebra, og at de muligens har for høye forventninger til elever.

6Siden overgangen fra aritmetikk til algebra oppleves som utfordrende for elever, betyr dette at det krever en del tilpasninger for å gjøre det mest mulig overkommelig for elevene. Carraher og Schliemann forklarer at det finnes en klar sammenheng mellom aritmetikk og algebra (2007). Herscovics og Linchevski (1996) argumenter likevel imot å innføre algebra tidligere i skoleløpet. De begrunner dette med et Piagetisk syn om at elevene ikke er kognitivt klare for det. Ved å blant annet jobbe med EA kan det bidra med at overgangen blir mer flytende og kan oppleves noe lettere for elevene.

2.6 Rammeverket MTF

Ett av rammeverkene jeg ønsker å bruke er «The Mathematics Tasks Framework» (MTF) som er utviklet av QUASAR («Quantitative Understanding: Amplifying Student Achievement and Reasoning») noe som er et nasjonalt reformprosjekt i USA (Stein & Smith, 1998). For min oppgave er det en del av dette rammeverket kalt «Task Analysis Guide» som er aktuelt. Bakgrunnen for utarbeidelsen av dette rammeverket var at de ønsket å bevisstgjøre lærere på hvordan en oppgave kan omformes og hjelpe lærere med å reflektere rundt egen praksis (Smith & Stein, 1998).



Figur 3: "The Mathematics Tasks Framework" (Stein & Smith, 1998, s. 270)

Stein og Smith (1998) beskriver tre ulike faser som oppgaver går gjennom. Disse har stor betydning for hva elevene lærer. De ulike fasene er presentert i figur 3. For min oppgave er det den første fasen som er mest aktuell. Det er oppgaver slik som de ser ut i læreboken. Det neste steget er oppgaver slik læreren forklarer de, og det tredje er oppgaver slik elever bruker og tolker de. Alt dette har konsekvenser for hva elevene lærer og oppgavens mål og mening vil gjerne forandre seg ut fra hvilken fase de er i. Dette gjør at hvilke kognitive krav en oppgave faktisk stiller elevene, er avhengig av flere elementer enn bare det som står i oppgaveteksten (Stein & Smith, 1998). Om man skal knytte dette til min studie har gjerne lærebokforfatterne en plan med hvordan en oppgave skal tolkes og gjøres, men så blir dette prosessert av læreren som gjør at denne informasjonen blir formidlet til elevene på en annen måte. Videre skal elevene arbeide med oppgaven og de vil gjerne ha en annen innfallsvinkel enn det forfatterne og læreren har. I sum vil dette gjøre at selv om en oppgave blir presentert med høye kognitive krav, kan den oppfattes som en med lave kognitive krav i arbeidet. Dette kan gjøres ved at læreren for eksempel gir hint om fremgangsmåte, eller at eleven bruker hjelpemiddel som ikke er tiltenkt. På grunn av avgrensingen i min studie vil jeg undersøke bare det første fasen, men vil se på hvordan det kan brukes i undervisning i diskusjonen.

For å klassifisere en matematisk oppgave som god, handler det om potensialet til å engasjere elever i høyere ordens tenking, og man må først ta i betraktning alder, klassetrinn, tidligere kunnskaper og opplevelser samt hvordan vanene og forventningene for arbeid er i klasserommet (Smith & Stein, 1998). For eksempel gitt en oppgave der elever er spurt om å addere fem tosifrede tall og forklare prosessen de bruker. For en 5. eller 6. klassing som kan addering, kan en slik oppgave være rutine, fordi de kan bare si hva de gjorde. For en 2. klassing derimot vil denne oppgaven være vanskelig og være av høyere grad, fordi de ikke har kunnskapen de trenger for at dette skal være rutine (Stein et al., 2009). Dette er faktorer som en lærer må ta med i betraktning, og også de som lager lærebøker for å finne ut hvilke oppgaver som er passende for det kognitive nivået til elevene.

I «Mathematics Tasks Framework» er det utarbeidet fire kategorier av økende kognitivt nivå. De første to kategoriene stiller lave kognitive krav til problemløseren, mens de to siste stiller høye kognitive krav. Kodene har jeg sett oversatt først hos Heimstad og Strand (2018). De fire kategoriene er:

- Hukommelse (Lav H)
- Prosedyrer uten sammenheng (Lav P)

- Prosedyrer med sammenheng (Høy P)
- Gjøre matematikk (Høy M)

Videre vil hver av kategoriene beskrives nærmere:

Hukommelse (Lav H)

Dette er oppgaver som involverer at man reproduserer det som allerede er vist som f.eks. regler og definisjoner. Disse kan ikke løses ved å bruke en prosedyre, fordi den enten ikke eksisterer eller fordi det tar for lang tid. Denne kategorien har ingen sammenhenger med begreper eller mening som understreker fakta eller regler (Smith & Stein, 1998).

Prosedyrer uten sammenheng (Lav P)

Dette er oppgaver som handler om at man har fått en bestemt prosedyre eller algoritme som man skal følge. Det blir ofte fortalt enten eksplisitt eller implisitt hvilken fremgangsmåte man skal bruke for å løse slike typer oppgaver. I denne kategorien kreves det ikke at man må vite hvordan man kommer frem til svaret eller hvorfor. Det handler om å få riktig svar, fremfor å utvikle en matematisk forståelse. Oppgaver innenfor denne kategorien krever derfor ingen forklaring, og det er som regel ingen tvil om hvordan man skal løse oppgaven (Smith & Stein, 1998).

Prosedyrer med sammenheng (Høy P)

Denne kategorien handler om prosedyrer for å få en dypere forståelse av matematiske begreper eller ideer. Boken eller oppgaven vil foreslå eksplisitt eller implisitt hvilken vei man skal følge for å komme frem til prosedyren. Disse eksemplene er ofte representert på ulike måter, som for eksempel ved diagrammer, symboler og situasjoner. Dette er for å skape en sammenheng og en mening til problemet. Oppgaver innenfor denne kategorien krever en grad av egen tenkning. Selv om prosedyren kan bli fulgt, kan den ikke bli fulgt tankeløst (Smith & Stein, 1998).

Gjøre matematikk (Høy M)

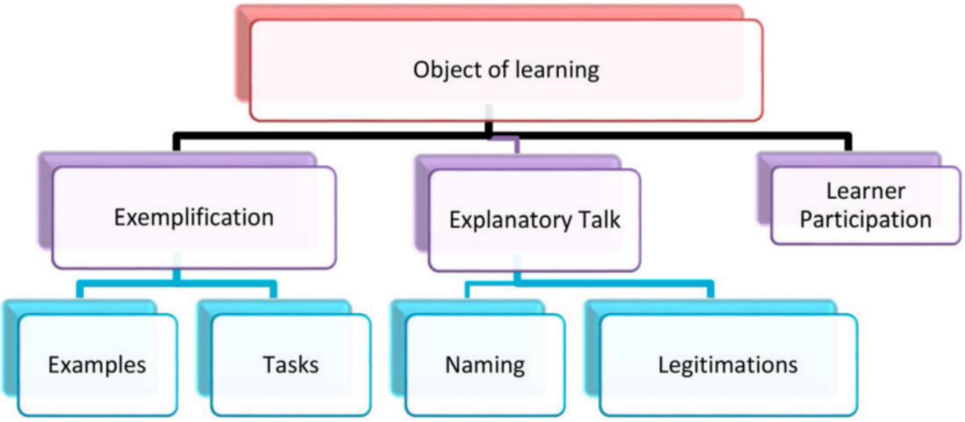
Denne kategorien inneholder oppgaver som krever kompleks tenking og som ikke kan løses ved hjelp av kjente algoritmer. Her vil ikke en fremgangsmåte bli eksplisitt anbefalt av oppgaven eller i eksemplene. Dette krever at elever utforsker og forstår de matematiske begrepene, prosessene og sammenhengene. For å kunne løse slike oppgaver kreves det at man klarer å regulere seg selv i sin kognitive prosess. Elever må ta i bruk kunnskap og erfaringer og bruke disse for å løse oppgaven. I tillegg må elevene hele tiden analysere oppgaven for å se hvilke løsninger eller strategier de kan bruke og hvilke de kan utelukke (Smith & Stein, 1998).

Oppgaver som krever at elever gjør en hukommelsesbasert prosedyre på rutine vil lede til en type mulighet for elevers tenking, mens oppgaver som har sammenhenger og mening eller relevante matematiske ideer leder til en annen måte å tenke på.
Kognitive krav er viktige for læreren i utvalget av hvilke oppgaver elever skal gjøre. Man kan oppnå ulike ting ved å gi ulike typer oppgaver. Om man f.eks. vil at elever skal blir flinkere til å forklare fremgangsmåten sin er det lurt å velge en rik oppgave som gir slike muligheter (Smith & Stein, 1998).

2.7 Rammeverker MDITx

MDI er et rammeverk som er utviklet av Adler & Ronda (2015) med tanke på sørafrikanske klasserom. Det kan brukes for å studere matematisk diskurs i undervisning. Det handler om at utgangspunktet er at læringen handler om noe. Dette er det de kaller læringsobjekt (object of learning). Det å sette fokus på hva elever skal kunne og gjøre er sentralt i undervisningsarbeidet. Adler og Ronda (2015) forklarer at nytten av å se sammenhengen mellom objekt og læring i stedet for timens mål er at det ikke bare setter oppmerksomhet mot innholdet, men også hva eleven forventes å gjøre med det. I en matematikktime kan læringsobjekt være et begrep, en metode, sammenheng eller en prosedyre. I en lærebok kan det matematiske objektet være bestemt av tittelen på temaet (Ronda & Adler, 2017).

For å beskrive hvordan dette fungerer for lærebøker har MDITx blitt utviklet, og det er dette som blir fokusert mest på i denne studien. MDITx står for «Mathematics Discourse in Instructional analytic framework for Textbook analysis». Ronda og Adler (2017) mener at arbeid med ulike oppgaver knyttet til læringsobjektet kan øke muligheten til å lære gjennom ulike opplevelser av innholdet. De så derfor ikke bare på om oppgavene tok opp tematikken til læringsobjektet, men også om oppgaven har potensial til å engasjere elevene til å knytte sammen ulike trekk ved matematisk innhold. En oppgave som hadde en kjent prosedyre/fakta blir kalt **KPF** (Known Procedure or Fact). Da handler oppgaven om en tidligere lært kunnskap knyttet til læringsobjektet. Om oppgaven derimot handler om det pågående emnet/prosedyren blir den kalt **CTP** (Current Procedure or Fact). I dette tilfellet skal elevene bruke «ny» løsningsmetode som er introdusert i læreboken for å løse oppgaven. Dette er oppgaver som innebærer å ta en beslutning om prosedyre eller begrep for å besvare oppgaven eller som krever en sammenheng mellom begreper blir kalt **AMC** (Application or Making Connection tasks).



Figur 4: Oversikt over læringsobjekt (Adler & Ronda, 2015, s. 239)

Man kan nå læringsobjektet gjennom tre ulike kategorier og de er *eksemplifisering*, *forklarende samtaler* og *elevdeltagelse* som vist i figur 4 (Adler & Ronda, 2015). Disse kategoriene vil nå beskrives nærmere.

Eksemplifisering

Eksempler

I undervisning blir det matematiske innholdet presentert eller synliggjort av en lærer eller læreboka gjennom eksempler. Dette kan skje i visuell form eller symbolsk form. For eksempel kan en tegning av et parallellogram vise hvordan dette ser ut, og dermed ikke tillate mye til fantasien (Ronda & Adler, 2017).

Oppgaver

Adler & Ronda (2015) definerer oppgaver som hva elevene er bedt å gjøre i forhold til eksemplene. Elevene ser på eksempler og skjønner ut fra de hva de skal gjøre og hvordan de skal gjøre det. Oppgaver er knyttet til eksempler, men er også ulikt fra eksemplene. Eksemplene viser hvordan en prosedyre kan se ut og hvordan f.eks. læreboken ønsker at man skal løse det. Oppgaver er designet for å sørge for at elever utvikler nødvendig kompetanse med tanke på innholdet.

Forklarende samtaler

Overføring av kriterier om hva matematikk er og handler om skjer kontinuerlig, enten implisitt eller eksplisitt. Dette skjer gjennom budskap som blir kommunisert om hva som er viktig i forhold til læringsobjektet. Det vil si hva som skal kjennes til eller gjøres og hvordan man skal gjøre det. Dette er det Adler & Ronda, (2015) kaller for den forklarende samtalen. Det handler om å navngi og legitimere det som er fokuset i form av relaterte eksempler og oppgaver.

Navngiving

Hvordan man navngir matematiske begreper, altså de spesifikke ordene vi bruker, og måten vi navngir prosedyrer på, kan påvirke hvordan elevens oppmerksomhet endres (Adler & Ronda, 2015). Wagner (2015) mener at det å påpeke ting og navngi dem trekker oppmerksomheten til noe spesielt. Ronda og Adler (2017) undersøker bruken av matematiske og ikke-matematiske ord, og ser på relasjonen mellom de og prosedyrene som blir utført. I lærebøker fant de, som forventet, god bruk av matematiske ord, og at dette støtter bevegelsen mot mer formelle matematiske samtaler.

Legitimerende kriterier

Dette handler om, om lærere og lærebøker bruker matematisk eller ikke-matematiske kriterier for å underbygge sine poeng. I Ronda og Adler (2017) sin studie oppdaget de at lærere i klasserom bruker en blanding av matematisk og ikke-matematiske kriterier for å forklare sin undervisning. De så derimot at i lærebøkene blir de ulike temaene underbygd av matematiske kriterier.

Elevmedvirkning

Elevmedvirkning er en av de tre kategoriene for å nå læringsobjektet. I denne studien, der jeg bare ser på lærebøker vil det være liten grad av dette. Det som er viktig er hva elevene inviteres til å gjøre og hva mulighetene for en oppgave er. Om det er rom for at elevene kan tenke selv, eller om det er satte kriterier og eksempler som elevene må følge slavisk. Dette legger særlig utforsknings og tverrfaglige oppgaver til rette for. Dette skaper rom for elevmedvirkning og er noe som Ronda og Adler (2017) har tatt med i betraktningen når de utviklet MDI slik at det skulle passe for lærebokanalyse.

2.8 Horisontal og vertikal analyse

Det er mange måter man kan analysere en lærebok på. For å finne forskjeller og likheter kan man se på hvilke oppgaver som gis, hvilke læringsmuligheter det legges til rette for, hva står i teorien og hvilke krav ulike oppgaver stiller. I tillegg kan man se på antall sider, hvilke kapitler som er inkludert og hvilke figurer som brukes. Gjennom å undersøke internasjonal forskning fant Charalambous et al. (2010) opp et rammeverk som inkluderer horisontal, vertikal og konseptuell analyse.

En horisontal analyse handler om å se på antall sider, hvor mange bøker det finnes, tittelen på boka, hvem forfatterne er, antall sider per delkapittel/kapittel, hvordan øktene blir lagt opp og hvordan de legger opp emnene (Charalambous et al., 2010). I denne analyse er det hensiktsmessig at for eksempel bøkene legger opp tallforståelse og parenteser før de introduserer algebra med bokstaver, fordi det kan gjøre det enklere å forstå. Horisontal analyse er også interessant for å se på hvordan de ulike bøkene legger opp emnene og om dette er likt eller ulikt.

I en vertikal analyse går man mer inn i materien av kapittelet eller delkapittelet. Man ser på hvilke oppgaver som er valgt, hvilke eksempler, hvilken teori som man finner og hvilke læringsmuligheter det gir. I dette ser man nøyere på hvert kapittel og delkapittel, og har ikke like stor mulighet for å analysere en hel bok som man ofte gjør ved horisontal analyse (Charalambous et al., 2010). Dette kan man se i figur 5. Denne vil blir brukt videre i analysen til å gå både gi en horisontal analyse av boken/ kapittelet og vertikal analyse ved hjelp av rammeverkene.

HORIZONTAL ANALYSIS OF THE TEXTBOOK

Background Information	Overall Structure
• Title • Number of books • Pages (Number and Density) • Profile of authors and advisory committee • Publisher and year of publication • Accompanying materials (e.g., teachers' guides, resource materials)	• Number of units/lessons and average number of pages per unit/lesson • Structure of units/lessons • Topics covered • Sequencing of topics

VERTICAL ANALYSIS OF THE TEXTBOOK

Communicated to Students	Required of Students	Connections
Mathematical Content • Topic-specific construct, structure etc. (e.g. part-whole, ratio, operator, quotient, measure fraction constructs) • Definitions, rules, conventions • Illustrations-representations (irrelevant, relevant to the context but not to the mathematics, supporting the mathematics) *Mathematical Practices* • Worked examples • Modeling thinking *Attitudes* • Equity • View of mathematics	• Potential Cognitive Demands (memorization, procedures with connections, procedures without connections, doing mathematics) • Type of Response (answer only, answer and mathematical sentence, explanation, justification)	• Connecting within and between strands • Classroom instruction - textbook connections • Connecting to situations outside of school

Figur 5:Horisontal og vertikal analyse (Charalambous et al., 2010, s. 123)

Det tredje er konseptuell analyse som handler om hvordan læreboken blir brukt i en kulturell sammenheng i undervisningen. Dette er ikke relevant for min studie, fordi jeg analyserer lærebøker og ikke undervisning.

I sin studie fant Charalambous et al. (2010) flere som bare har valgt ut en av analysene og så at det ikke var hensiktsmessig. De som gjennomførte en horisontal analyse fikk god oversikt over læreboken som helhet, men manglet det fagspesifikke og hvordan ulike lærebøker legger opp til gode læringsmuligheter. De som gjennomførte en vertikal analyse fikk god oversikt over den spesifikke kunnskapen inn i hvert enkelt emne, men mistet hvordan boken la opp de ulike emnene etter hverandre og hva som blir vektlagt. Charalambous et al. (2010) forklarer derfor at det er best med analyser som inkluderer begge deler.

I min oppgave vil Ronda og Adler (2017) sitt MDITx rammeverk passe godt sammen med den vertikale analysen og gi gode svar på det. Stein et al. (2009) sitt rammeverk vil også passe godt til den vertikale analysen, fordi det svarer på hvilke kognitive krav som stilles i oppgaver.

3 Metode

De teoretiske rammeverkene som jeg ønsker å bruke i min analyse er «The Mathematics Tasks Framework» (MTF) som er utviklet av QUASAR, et nasjonalt reformprosjekt i USA (Stein & Smith, 1998). En del av dette rammeverket kalles «Task Analysis Guide» og det er denne jeg ønsker å bruke i min oppgave. I tillegg ønsker jeg å bruke MDITx fra Ronda og Adler (2015, 2017) og Stein et al. (1998) sin «Task Analysis Guide». Ved hjelp av disse to rammeverkene kan jeg komme frem til svar på mine forskningsspørsmål.

«Task Analysis Guide» er utviklet av Smith og Stein (1998) og forklarer prosessen fra en oppgave blir laget til den blir behandlet av elevene (Stien & Smith, 1998). Noe som blir særlig lagt fokus på er de kognitive kravene som finnes i en oppgave. De oppgavene som elever har vanskeligheter med å gjennomføre slik de er ment, er de oppgavene som Stein et al. (2009) mener er de mest kognitivt utfordrende. I min oppgave er det den første delen av teorien jeg vil fokusere på, nemlig den som handler om oppgaver. «Task Analysis Guide» består av fire kategorier som beskriver oppgavenes kognitive nivå. De er hukommelse, prosedyre uten sammenheng, prosedyre med sammenheng og å gjøre matematikk.

MDITx (Ronda & Adler, 2017) er et rammeverk for å se på hva oppgaven eller undervisning faktisk handler om og hva den ønsker at elevene skal gjøre med det. Ut fra dette har de laget tre kategorier for å kategorisere dette. En oppgave som har en kjent prosedyre/fakta blir kalt **KPF** (Known Procedure or Fact). Da handler oppgaven om en tidligere lært kunnskap knyttet til læringsobjektet. Om oppgaven derimot handler om det pågående emnet/prosedyren blir den kalt **CTP** (Current Procedure or Fact). I dette tilfellet skal elevene bruke «ny» løsningsmetode som er introdusert i læreboken for å løse oppgaven. Oppgaven som innebærer å ta en beslutning om prosedyren eller begrep for å besvare oppgaven eller som krever en sammenheng mellom begreper ble kalt **AMC** (Application or Making Connection tasks).

3.1 Læremidler

For norske barne- og ungdomsskoler finnes det mange ulike lærebøker i matematikk. I tillegg finnes det mange digitale ressurser. De digitale ressursene har mange av de samme elementene som analoge lærebøker har, med teori, eksempler, oppgaver og gjennomgang. I tillegg finnes det videoer av eksemplene i mange av disse digitale ressursene. De digitale ressursene kan brukes for å supplere lærebøkene som skolen velger å kjøpe inn, eller brukes som det er. Eksempel på heldigitale alternativer er Kikora og Campus Inkrement, som kommer fra selvstendige bedrifter. Aschehoug og Gyldendal har i tillegg til lærebøker, læremidler på nett som heter Aunivers og Multi smart øving. Disse er også mye i bruk av skoler og blir ofte brukt som et supplement til de fysiske lærebøkene. Både lærebøkene og de digitale ressursene blir mye brukt og man kan se at lærebøker fremdeles er gode og relevant i undervisningen. De digitale ressursene kan brukes som en heldigital løsning eller som et tillegg, som elevene kan bruke for eksempel hjemme.

3.1.1 Utvalg av lærebøker

For barne- og ungdomsskole er det flere forlag som produserer analoge lærebøker. Noen av disse er små, der det er få skoler som bruker de, men andre er store. Jeg har valg ut bøkene til Cappelen Damm, Aschehoug og Gyldendal. Dette er de tre største forlagene av lærebøker og derfor virket det gunstig å ta utgangspunkt i dem. I tillegg har alle disse forlagene bøker i matematikk på både barnetrinn og ungdomstrinn.

	Navn på lærebok	**Referanse**
Cappelen Damm	Matematikk 7	(Gulbrandsen et al., 2021)
	Matematikk 8	(Hjaldar & Pedersen, 2020)
Aschehoug	Matemagisk 7	(Kongsnes et al., 2022)
	Matemagisk 8	(Kongsnes & Wallace, 2021)
Gyldendal	Multi 7	(Alseth et al., 2022)
	Maximum 8	(Tofteberg et al., 2020)

Tabell 1: Oversikt over lærebøker med referanser

I tabell 1 kan man se en oversikt over læreverkene jeg har analysert. I tillegg kan man se referansene til hver lærebok. Disse bøkene vil bli henvist til ofte gjennom hele denne studien og jeg velger derfor å ikke kildehenvise mer enn dette. Videre i studien vil disse bøkene bli referert til ved navn. Kildene til disse bøkene finnes i litteraturlisten, slik at det er enkelt å finne frem til bøkene i ettertid.

For å ytterlig begrunne valget mitt av lærebøker har jeg kontaktet 90 av skolene i området og spurt om hvilke matematikkbøker de bruker. Jeg har fått 55 svar og av disse hadde alle utenom fire valgt lærebøker fra de nevnte forlagene. To av de fire andre har valgt å bruke bare nettressurser, der noen av disse ressursene kommer fra de gitte forlagene. De andre har valgt bøker fra andre forlag. Dette gir en god begrunnelse for hvorfor jeg har valgt de bøkene jeg har valgt og viser at jeg mest sannsynlig vil bruke disse bøkene i mitt yrke som lærer.

Jeg har også valgt å ta utgangspunkt i bøkene for 7. og 8. trinn. En av begrunnelsene for dette er den utdanningen jeg tar, nemlig lektor 5.-10. trinn. Disse trinnene vil dermed være aktuelle for dette. I tillegg ønsker jeg å se på de kognitive kravene i oppgavene og hvordan de bygger seg opp fra 7. til 8. trinn. Det er derfor aktuelle trinn å se på for å kunne svare på forskningsspørsmålene mine på en best mulig måte. Et annet argument for å velge lærebøker for disse trinnene er at det er trinn der algebra er et relevant tema ifølge LK20 (Utdanningsdirektoratet, 2020). Dette vil ha stor betydning for min analyse, fordi jeg ønsker å se på algebra i lærebøker.

3.1.2 Utvalg av kapitler

På grunn av oppgavens omfang har jeg valgt å avgrense kapitlene i bøkene til det som omhandler algebra. Algebra er utgangspunktet for min interesse og problemstillingen er derfor også knyttet til den og det er derfor naturlig at det er her utvalget ligger. I dette utvalget har jeg valgt å utelate det som ikke direkte kan knyttes til algebra. Det er noe ulikt hvordan de ulike forlagene og bøkene legger opp kapitlene sine, og dermed ulikt fra bok til bok hvordan utvalget har vært. Jeg har inkludert kapitler som handler om algebra, sammensatte utrykk, ligninger, potenser, kvadratrøtter, regnerekkefølge og parenteser. Dette er de kapitlene som jeg ser mest hensiktsmessig å ha med i min analyse. I denne prosessen har kapitler/tema som handler om statistikk, brøk, prosent, økonomi og funksjoner falt utenfor. I noen av bøkene har deler av kapitler blitt inkludert, fordi det passer til utvalget.

3.2 Analyse av oppgaver

Oppgavene i lærebøkene er analysert med både MTF (Stein et al., 2009) og MDITx (Ronda & Adler, 2017). Siden jeg i min oppgave skal se på de kognitive kravene til oppgaver var det naturlig å bruke MTF siden det er det som er fokuset her. I MTF rammeverket ble oppgavene kodet til Lav H (hukommelse), Lav P (prosedyre uten sammenheng), Høy P (prosedyre med sammenheng) og Høy M (gjøre matematikk), som er norske oversettelser som jeg har sett hos Anda (2020) og Myge (2021). Lav H og Lav P stiller lave kognitive krav til oppgavene, mens Høy P og Høy M stiller høye kognitive krav. For å få mer dybde i min oppgave ønsket jeg å bruke to ulike rammeverk.

Det andre rammeverket som ble naturlig, var da MDITx av Ronda og Adler (2017). Dette er noe som jeg har sett flere har brukt sammen med MTF, og det har blitt oppdaget en korrelasjon mellom noen av kategoriene i de to rammeverkene. Siden MDITx handler om læringsobjekt er det noe mer omfattende enn det MTF er. For å bruke dette rammeverket må man først identifisere læringsobjektet, dette står ofte som navn på delkapittel i bøkene. De ulike læringsobjektene blir delt inn i blokker og hver blokk blir analysert for seg selv. I hver av disse blokkene er det tabeller, figurer, tekster, eksempler og oppgaver som hører til hverandre. Ut av disse koder jeg bare oppgavene til enten KPF (Known Procedure or Fact), CTP (Current Topic or Procedure) eller AMC (Application or Making Connections) som er beskrevet i teorikapittelet.
For å gi et eksempel på hvordan jeg koder oppgaver ved hjelp av de to rammeverkene kan man se i figur 6.

F Praktiske formler

Formler kan brukes til å beskrive sammenhenger i praktiske situasjoner.

Regel	Formel	Eksempel
Den nye timelønnen er: 1 den gamle timelønnen pluss tre mynter	$L = g + 3$	$g = 8$ Ny lønn: $L = g + 3 = 8 + 3 = \underline{11}$
2 den gamle timelønnen minus to mynter	$L = g - 2$	$g = 6$ Ny lønn: $L = g - 2 = 6 - 2 = \underline{4}$
3 det tredobbelte av den gamle timelønnen	$L = 3g$	$g = 10$ Ny lønn: $L = 3g = 3 \cdot 10 = \underline{30}$

7.12 Finn den riktige formelen til hver tekst. Wilma er w år.

A Ludvik er det dobbelte av Wilmas alder.

B Kaja er to år yngre enn Wilma.

C Marte er to år eldre enn Wilma.

D Simon er halvparten av Wilmas alder.

1 $y = w + 2$

2 $y = w - 2$

3 $y = 2w$

4 $y = w : 2$

Figur 6: Eksempel på kodet oppgave (Hentet fra Multi 7B, s. 72)

Dette er en fin oppgave å bruke for å vise hvordan oppgavene blir kodet i de to rammeverkene. Oppgave kan man finne under delkapittelet «Algebraiske uttrykk» i Multi 7B. I utklippet har jeg valgt å ta med eksempelet før også for å vise hvordan dette henger sammen med oppgaven under. Eksempelet viser hva som er læringsobjektet i MDITx rammeverket.. I MDITx rammeverket blir denne oppgaven kodet til CTP, som handler om det emnet som nå er temaet. Den handler ikke om det elevene visste tidligere, men om det relevante temaet. I MTF rammeverket blir denne oppgaven kodet som Lav P, altså prosedyre uten sammenheng. Dette er fordi oppgaven handler om å reprodusere det som man har lært og bruke dette selv. Eksempelet overfor viser tydelig hvordan oppgaven kan løses og dermed blir ikke oppgaven kodet til noe høyere. Likevel kreves det at elevene bruker det som de har lært i dette emnet og ikke tidligere kunnskap.

I min oppgave har jeg valgt å ikke analysere eksempler. Dette er på grunn av arbeidsmengden og tiden det vil ta. Derimot tar jeg eksemplene med i betraktningen når jeg analyserer oppgavene i de to rammeverkene. Dette blir gjort ved at når jeg skal analysere en oppgave, ser jeg først på eksempelet/-ene fremfor for å se om det er likheter og hvilke kognitive krav den aktuelle oppgaven stiller. Ved å gjøre dette får jeg også innblikk i hva læreboken forventer at elevene skal kunne og det vil derfor gjøre analysen min enklere. Dette vil ikke bli forklart nærmere, men er prosesser som skjer gjennom analysen.

3.2.1 Utvalg av oppgaver

For å finne ut hvilke oppgaver jeg ønsker å analysere måtte jeg se nærmere på hva som fantes. Da så jeg at bøkene hadde litt ulik oppbygging og valg av oppgaver. Det som var likt, var at alle bøkene hadde oppgavebøker i tillegg til grunnbøkene. I tillegg har de nettressurser som hører til bøkene eller som man kan ha istedenfor bøkene. I mitt utvalg har jeg valgt å se bort fra nettressursene på grunn av omfang av oppgaven og at jeg i denne oppgaven ser på fysiske lærebøker. Jeg har også valgt å se bort fra oppgavebøkene fordi jeg mener at grunnbøkene gir tilstrekkelig informasjon for å kunne svare på problemstillingen min. I grunnbøkene har alle bøkene eksempler og oppgaver knyttet til eksemplene. I tillegg har de sti-oppgaver som har ulik vanskelighetsgrad slik at man får flere oppgaver som elevene kan jobbe med. Noen av bøkene har praktiske oppgaver knyttet til temaet og leker.

Flere oppgaver man kan finne i noen av bøkene er:

- Ekstraoppgaver som hører til kapitlene
- Sti-oppgaver
- Underveisvurdering
- «Tenk» og «snakk» oppgaver
- Lek

I min analyse har jeg valgt å ta med ekstraoppgavene som hører til kapitlene, underveisvurdering og sti-oppgavene. Dette er fordi det er disse oppgavene som i hovedsak inkluderer flere oppgaver om algebra, og som særlig måler de kognitive kravene i oppgavene. «Tenk» og «Snakk» er oppgaver som er vanskelige å analysere for det er avhengig av samtalen til elevene, og disse er derfor ikke analysert. I tillegg har jeg valgt å utelate leker som noen av bøkene har, fordi det er vanskelig å analysere og er ikke direkte knyttet til algebra på samme måte som de vanlige oppgavene. I hovedsak er oppgavene med nummer inkludert, men de uten er utelatt.

Under i figur 7 kan vi se en oppgave som er noe annerledes enn de fleste og som trenger litt mer forklaring. I denne oppgaven har vi oppgave a) og b), men innenfor disse er det ulike punkter som skal regnes ut. Selv om dette er en oppgave som inneholder flere deloppgaver blir denne analysert som to oppgaver, altså som a) og b). Dette er fordi de ulike deloppgavene i a) har de samme kognitive kravene og er alle knyttet til læringsobjektet på samme måte.

Læreboken har nok med alle disse for å få mengdetrening på det samme temaet. Det samme gjelder deloppgavene i b).

7.30 a Finn tallet som passer i rutene.

A $3 \cdot \square - 2 = 10$ B $6 \cdot \square - 5 = 1$

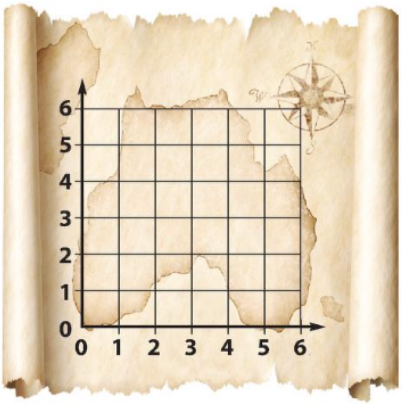
C $5 + 2 \cdot \square = 9$ D $20 + 3 = 5 \cdot \square - 2$

E $14 - 9 = 4 \cdot \square + 5$ F $5 \cdot \square - 3 = 2$

G $14 = 2 + 2 \cdot \square$ H $4 \cdot \square - 2 = 6 \cdot 3$

b Bruk svarene fra oppgavene A–H som koordinater. Punkt (A, B) er svaret i A og svaret i B, osv.

- Legg en linjal gjennom punktene (A, B) og (C, D).
- Legg en annen linjal gjennom punktene (E, F) og (G, H).
- En skatt er begravet der de to linjalene krysser hverandre. Hva er koordinatene til dette punktet?



Figur 7: Eksempel på oppgave (Hentet fra Multi 7B, s. 77)

3.2.2 Koding av oppgaver i MTF

Oppgavene i lærebøkene blir i MTF rammeverket kodet til Lav H, Lav P, Høy P og Høy M. Lav H står for hukommelse, som er oppgaver der enkel anvendelse av regler og definisjoner er sentrale. Lav P står for prosedyre uten sammenheng, som er oppgaver der man enkelt kan se på eksempelet og bruke dette for å løse oppgavene uten at man trenger så stor forståelse. Høy P er prosedyre med sammenheng, som ligner på Lav P, men her kan man se sammenhenger og har mer forståelse for hva man gjør. Høy M står for å gjøre matematikk, og her handler det om at man må komme opp med en fremgangsmåte på egen hånd og utforske for å komme frem til svaret.

1.96 Skriv potensene med tall.

a) To i tredje
b) Fem i fjerde
c) Sju i sjuende
d) Tolv i femte

1.97 Hva er grunntallet og hva er eksponenten i disse potensene?

a) 2^8
b) 4^3
c) 3^5
d) 6^7
e) x^3
f) $(2a)^4$

Figur 8: Oppgave kodet til Lav H (Hentet fra Matematikk 8, s. 66)

Oppgaver som er kodet til Lav H er oppgaver der elevene ikke må tenke noe på egenhånd. De har fått en regel eller oppskrift som de kan følge slavisk uten at de trenger noen ny framgangsmåte eller å se sammenhenger. Oppgave 1.96 og 1.97 i figur 8 blir kodet som Lav H. Dette kan begrunnes ved at eksempelet rett ovenfor viser fremgangsmåten til denne oppgaven. Tidligere står det også en boks som forklarer grunntall og eksponent. Dette er oppgaver der elevene bare skal gjengi noe de har sett i eksempelet og det krever ingen eller liten egen tankegang.

3.41 Løys ulikskapen. For kva for verdiar av *x* er ulikskapen gyldig?

a) $x + 5 < 8$
b) $x + 4 < 10$
c) $x - 2 < 4$
d) $x + 3 > 6$
e) $7 < x - 3$
f) $x + 8 > 3$

3.42 Løys ulikskapen. For kva for verdiar av *x* er ulikskapen gyldig?

a) $2x < 12$
b) $5x < 30$
c) $3x + 4 > 16$
d) $8 + 3x < 23$
e) $42 < 6x - 6$
f) $2x + 11 > 5$

Figur 9: Oppgave kodet til Lav P (Hentet fra Matematikk 7, s. 108)

Oppgaver som er kodet til Lav P handler om at det er gitt en fremgangsmåte, men at man ikke må forstå hvorfor denne stemmer eller skjønne sammenhengene. Både oppgave 3.41 og 3.42 i figur 9 blir kodet som Lav P. Dette er oppgaver som krever at man tenker noe selv og gjør noe, så de stiller dermed høyere kognitive krav enn Lav H. Likevel kan man se på eksempelet som kommer før og man kan komme frem til riktig svar bare man følger eksempelet nøye. I de gitte oppgavene er det et eksempel rett før som viser elevene hvordan oppgavene kan løses. Disse oppgavene krever ingen matematisk forståelse, men handler om å følge en fremgangsmåte for å komme frem til riktig svar.

3.93 Løs likningene og sett prøve på svaret.

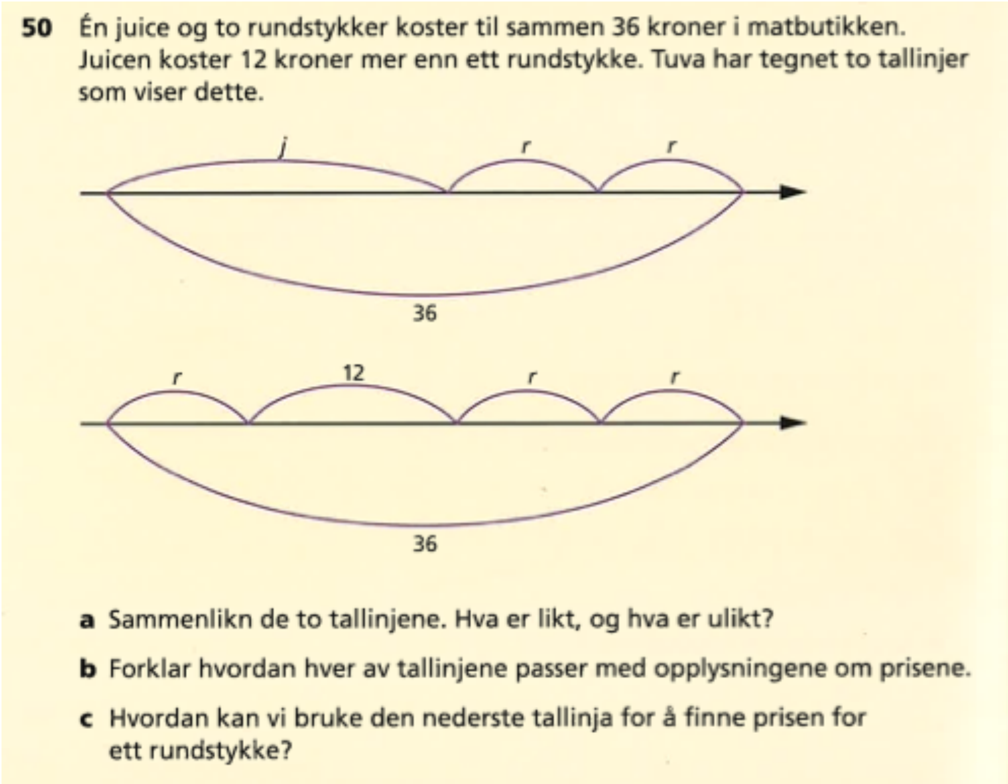
•
a) $\frac{x}{2} + 2 = 9 - 3x$
b) $5x = 50$
c) $\frac{x}{3} = 8$

••
a) $2x - 3 = x$
b) $4x - 2 = 2x + 8$
c) $2 - 3x = 8 - 5x$

•••
a) $\frac{x}{2} + 5 = 12 - 3x$
b) $\frac{2x}{5} = \frac{x}{3} + 3$
c) $\frac{2}{x} + \frac{4}{3} = -\frac{6}{x}$

Figur 10: Oppgave kodet til Høy P (Hentet fra Matematikk 8, s. 225)

Den neste kategorien innenfor MTF rammeverket er Høy P. Denne ligner ganske mye på Lav P, siden man også her kan følge en gitt prosedyre for å komme frem til svaret. Forskjellen på disse to kategoriene er at i Høy P må man forstå sammenhenger og skjønne mer av matematikken som ligger bak oppgaven. I eksempelet i figur 10 er alle disse oppgavene kodet til Høy P. Det er fordi det er gitt et eksempel på hvordan man skal løse likninger med x i seg, men alle disse har noen elementer som ikke er vist i eksempelet. Dette gjør at elevene må i større grad tenke selv og forstå matematikken som ligger bak eksemplene for å løse denne oppgaven. Flere av oppgavene i oppgave 3.93 er likninger med flere enn en x, og dette er ikke vist i eksempelet. I oppgaven 3.93 b og c er det bare en x, men likevel inneholder de elementer som ikke blir vist i eksempelet. I b oppgaven må man dele for å komme frem til hva x er, og i c oppgaven handler det om brøk.



50 Én juice og to rundstykker koster til sammen 36 kroner i matbutikken. Juicen koster 12 kroner mer enn ett rundstykke. Tuva har tegnet to tallinjer som viser dette.

a Sammenlikn de to tallinjene. Hva er likt, og hva er ulikt?

b Forklar hvordan hver av tallinjene passer med opplysningene om prisene.

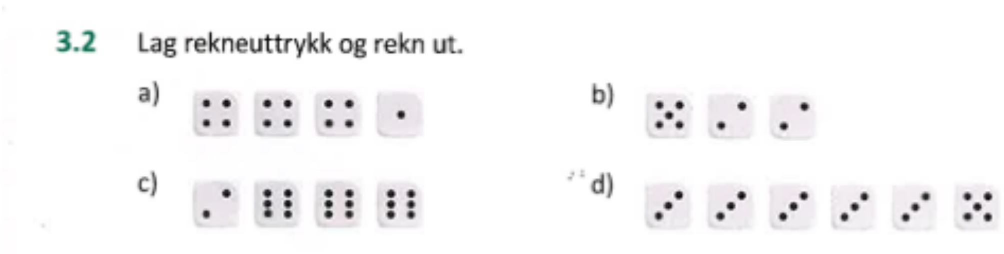
c Hvordan kan vi bruke den nederste tallinja for å finne prisen for ett rundstykke?

Figur 11: Oppgave kodet til Høy M (Hentet fra Matemagisk 7B, s. 124)

Høy M er den høyeste kategorien av kognitive krav som Stein og Smith (1998) legger frem. Dette er oppgaver som ikke har en bestemt fremgangsmåte, men som gir rom for utforsking og krever en god matematisk forståelse. I figur 11 oppgave 50 blir oppgave a og b kodet til Høy P, mens oppgave c blir kodet til Høy M. Begrunnelsen for dette er at i oppgave a og b har elevene fått innføring tidligere i boken om hvordan de skal løse slike typer oppgaver. Likevel krever de en form for matematisk forståelse, men de krever ingen utforskning. I deloppgave c har elevene ikke fått en gitt prosedyre, så de må finne ut svaret ved å bruke den kunnskapen de har. Dette er grunner for hvorfor denne blir kodet som Høy M.

3.2.3 Koding av oppgaver i MDITx

MDITx rammeverket av Ronda og Adler (2017) er delt opp i 3 kategorier. Disse er KPF, CTF og AMC. Oppgavene i lærebøkene blir kodet etter dem. Dette rammeverket er som tidligere nevnt ikke direkte knyttet til kognitive krav, men vil bli kodet etter læringsobjektet. Det er det temaet som elevene jobber med på det gitte tidspunktet. Disse blir ofte presentert ved hjelp av navn på delkapitler. KPF er «known procedure or fact» som handler om tidligere lært kunnskap og er ikke direkte knyttet til læringsobjektet. CTP står for «current topic or procedure» og handler om oppgaver som er direkte knyttet til læringsobjektet. AMC står for «application or making connection tasks» og er oppgaver som ikke er knyttet til læringsobjektet, men krever at man ser lengre enn det læringsobjektet handler om.


3.2 Lag rekneuttrykk og rekn ut.

a)

b)

c)

d)

Figur 12: (Hentet fra Matematikk 7, s. 91)

KPF er oppgaver som ikke er direkte knyttet opp mot læringsobjektet. Dette handler om tidligere lært kunnskap og elevene kan bruke noe de har lært tidligere til å løse oppgaven. Det krever ikke at elevene er godt satt inn i temaet eller har sett på eksemplene. I figur 12 er oppgave 3.2 kodet som KPF. Læringsobjektet her er «flere regneoperasjoner» og det stemmer med denne oppgaven. Likevel har ikke elevene nødvendigvis bruk for noen ny kunnskap for å løse oppgaven. De kan bare skrive ulike regnetegn mellom hver terning og dermed få regneuttrykk. De andre oppgavene i delkapittelet handler om regnerekkefølge, men dette kan elevene unngå ved å bare skrive addisjons- eller subtraksjonstegn mellom de ulike terningene.

2 Skriv som ett sammensatt regneuttrykk, og fullfør utregningen på én linje.

a $4 \cdot 10 = 40$
$40 + 30 = 70$

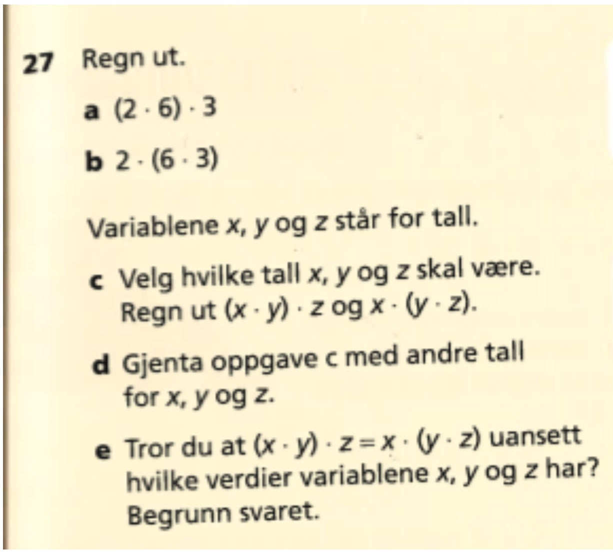
b $7 \cdot 12 = 84$
$84 - 6 = 78$

c $4 + 5 = 9$
$9 \cdot 8 = 72$

d $5 - 2 = 3$
$3 \cdot 3 = 9$

Figur 13: (Hentet fra Matemagisk 7, s. 62)

CTP er oppgaver som direkte handler om læringsobjektet. Man kan koble oppgaven enkelt til eksempler eller overskrifter og det handler ikke om noe annet enn det som er temaet. I figur 13 er oppgave 2 kodet til CTP. Læringsobjektet er i dette tilfellet «sammensatte regneuttrykk og likhetstegnet». Denne oppgaven handler om dette og det er derfor naturlig å kode den til dette. Boken ønsker i dette tilfellet at elevene skal jobbe med det som er temaet og ingenting annet. Det er derfor naturlig å finne flest slike oppgaver i en lærebok.



27 Regn ut.

a $(2 \cdot 6) \cdot 3$

b $2 \cdot (6 \cdot 3)$

Variablene x, y og z står for tall.

c Velg hvilke tall x, y og z skal være. Regn ut $(x \cdot y) \cdot z$ og $x \cdot (y \cdot z)$.

d Gjenta oppgave c med andre tall for x, y og z.

e Tror du at $(x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z)$ uansett hvilke verdier variablene x, y og z har? Begrunn svaret.

Figur 14: (Hentet fra Matemagisk 7, s. 79)

Oppgaver som blir kodet til AMC er ikke direkte knyttet til læringsobjektet slik som KPF. Forskjellen er at AMC oppgavene innebærer at elevene må ta en beslutning om fremgangsmåte for å svare på oppgaven eller at den krever sammenhenger mellom ulike begreper. I figur 14 er deloppgave a og b kodet til CTP, mens deloppgave c, d og er kodet til AMC. Det er fordi at læringsobjektene som er aktuelle er enten «sammensatte regneuttrykk og likhetstegnet» eller «usynlige parenteser». Disse deloppgavene handler om sammensatte regneutrykk, men fordi x, y og z ikke er et tema, eller er tidligere introdusert i boken, blir den kodet som AMC. Elevene må her kunne se sammenhenger og se lengre enn det læringsobjektet mener. Dette er en oppgave som står bakerst i delkapittelet og kan derfor være knyttet til mer enn ett læringsobjekt.

3.2.4 Korrelasjon mellom rammeverk

Gjennom å ha studert tidligere oppgaver har jeg konkludert med at MDITx rammeverket er en god støtte til MTF rammeverket. I min oppgave ser jeg i hovedsak på de kognitive kravene i oppgaver og dette er noe som MTF rammeverket dekker godt. Andre masteroppgaver (Anda, 2020; Myge, 2021) har sett på om det er en korrelasjon mellom disse rammeverkene. Det de har funnet ut er at de utfyller hverandre godt. Det har blitt funnet en likhet mellom Høy M og AMC. Ut fra deres analyse er mange av oppgavene som er kodet til Høy M også kodet til

AMC. Anda (2020) hadde i utgangspunktet forventet at det ville være naturlig at Høy P ble kodet likt som CTP, men oppdaget at dette ikke stemte. I tillegg er MDITx rammeverket en god støtte til den vertikale analysen til Charalambous et al. (2010) sitt rammeverk.

3.3 Kvalitet i studien

Forskningens kvalitet er avhengig av spesielt to punkt: Reliabilitet og validitet. Reliabilitet handler om forskningens pålitelighet. For at en forskning skal være god og kunne testes må man skrive frem metoden og resultatene sine på en slik måte at det kan reproduseres. En person skal senere kunne gjøre presis den samme forskningen som deg, og se om resultatene er de samme (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 223). Kvantitative studier vil være lettere å reprodusere enn kvalitative, fordi kvalitative studier handler mye om kontakten med mennesker og da er resultatene subjektivt avhengige av personenen som man spør. Likevel kan man gjennomføre den samme studien, men man får gjerne et annet resultat. I kvantitative studier er det lettere å reprodusere forskningen og få de samme svarene (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 223-224). I min studie som handler om analyse av lærebøker vil det være enkelt å sjekke og reprodusere de kvantitative dataene, som for eksempel hvor mange oppgaver det er i algebrakapitlene og informasjon om læreverkene. Når det kommer til analyse av oppgavene ut fra de ulike rammeverkene vil egne vurderingen og analyse kunne påvirke resultatene slik at det ikke er sikkert at en annen person ville fått de samme resultatene. Ved å skrive godt frem hvordan man kategoriserer oppgavene vil dette skape mer reliabilitet.

Det andre punktet er validitet eller gyldighet. Det handler om, om de konklusjonene man trekker fra forskningen er gyldige ut fra det vi har studert og om vi har målt det vi sier vi skal måle. Validitet handler om at man gjør det man sier at man skal gjøre. Dette ser man igjen i oppgaven ved hjelp av at det er en rød tråd gjennom hele oppgaven og at man bruker oppgaven på å belyse problemstillingen. I tillegg vil det å skrive frem hvordan man gjennomførte analysen, og hvilke kriterier som ligger til grunn, være med på å vise at man har gjort det man sa man skulle. I min oppgave kan man se validitet ved at jeg gjennom hele oppgaven prøver å besvare problemstillingen min og forskningsspørsmålene mine. Dette er med på å bygge en god validitet ved at forskningsspørsmål blir stilt i starten av oppgaven, og så bruker jeg oppgaven på å belyse det før man i avslutningen prøver å konkludere ut fra de resultatene man har fått.

3.3.1 Forskningsetikk

Min studie er en lærebokanalyse og de lærebøkene jeg bruker er offentlige dokumenter som alle som ønsker har tilgang til. Av denne grunnen trenger jeg ifølge de forskningsetiske retningslinjene (NESH, 2021) ikke å søke om samtykke for å studere dokumentene, men må likevel ta hensyn til at disse lærebøkene har forfattere som skal behandles med respekt. Ut fra mine egne preferanser kan jeg se hvilke bøker jeg foretrekker i min undervisning, men i denne studien prøver jeg å være mest mulig objektiv. I tillegg handler ikke oppgaven min om hvilke bøker som er best eller hvilke bøker jeg foretrekker, men om de kognitive kravene i oppgavene til de ulike lærebøkene. Gjennom å ha studert disse bøkene ser jeg at alle har mange gode oppgaver og mye positivt i seg.

4 Resultat

4.1 Lærebøkene

I denne delen vil jeg presentere hver lærebok for seg. Boken vil bli gjennomgått ved hjelp av en horisontal analyse (Charalambous et al., 2010). Jeg ser på hva de ulike bøkene inneholder av ulike ressurser, hvor mange sider det er i boken, hvilke oppgavetyper som finnes og hvilke kapitler som inneholder algebra. I tillegg til dette går jeg nærmere inn på hvert delkapittel som handler om algebra og ser på antall sider og oppgaver per delkapittel. I slutten av hver bok vil boken i sin helhet bli oppsummert. Når jeg i denne delen snakker om antall oppgaver, er det hele oppgaver som er ment og ikke deloppgavene. I analysen blir hver deloppgave også kodet.

4.1.1 Multi 7

Multi har valgt å dele bøkene sine i to, 7A og 7B. Multi 7 universet består av elevbok A og B, parallellbok A og B, Lærerens bok A og B, bokstøtte i skolestudio, smart øving og smart vurdering. De tre siste her er digitale ressurser som Gyldendal har laget.
Multi 7A og 7B inneholder til sammen 8 ulike kapitler, med fire i hver bok. Av disse har jeg valgt ut «sammensatte regneuttrykk» (tabell 2) og «likninger og ulikheter» (tabell 3) til å omhandle algebra. Disse kapitlene finnes i Multi 7B elevbok og det er derfor denne boken jeg tar utgangspunkt i, i min analyse. I de nevnte kapitlene er det 60 sider totalt og til sammen

589 analyserte deloppgaver. (For å se hvordan jeg definerer en oppgave se i metodekapittelet.) I denne boken finner man igjen oppgavene «utforsk», oppgaver knyttet til delkapitler, spill, aktivitet, «kan du dette?» og øvesider. I tillegg er det ulike bolker med forklaringer og regler til ulike emner flere ganger i kapitlene. Av disse blir «utforsk», oppgaver knyttet til delkapitler og øvesider inkludert. Utforsk oppgavene er ofte plassert først i delkapittelet, men er også å finne igjen vider utover. Disse legger ofte opp til samtale og at man bruker hoderegning. Et eksempel på en slik oppgave kan man se i figur 15.


U **6.17** Miriam skal løse de fem oppgavene under i hodet. Hun gjør dem om til oppgaver hun syns er enklere å regne ut.
Forklar med parenteser hvorfor Miriams regning gir samme svar. Regn ut.

	Oppgave	**Miriam regner**
a	148 + 35	148 + 2 + 33
b	204 + 58	204 + 60 – 2
c	273 – 67	273 – 60 – 3 – 4
d	600 – 389	600 – 400 + 11
e	456 – 29	457 – 30

Figur 15: (Hentet fra Multi 7B, s. 42)

Utforskningsoppgavene er også med på å gi mer tyngde til forklaringen, som ofte kommer rett før. Det viser elevene hvordan de skal jobbe med lignende oppgaver etterpå.

Kapittel: Sammensatte regneuttrykk

Navn på delkapittel	**Antall sider**	**Antall oppgaver**
Regning med parenteser	7	24
Multiplisere og dividere parenteser	8	28
Regneartens prioritet	6	21

Tabell 2: Oversikt over kapittelet «sammensatte regneuttrykk» (Data fra Multi 7B)

I tabell 2 ser vi en oversikt over kapitelet. I tillegg er det 25 oppgaver under øvesider som befinner seg bakerst i kapittelet. I dette kapittelet fordeler antall oppgaver per side seg ganske likt.

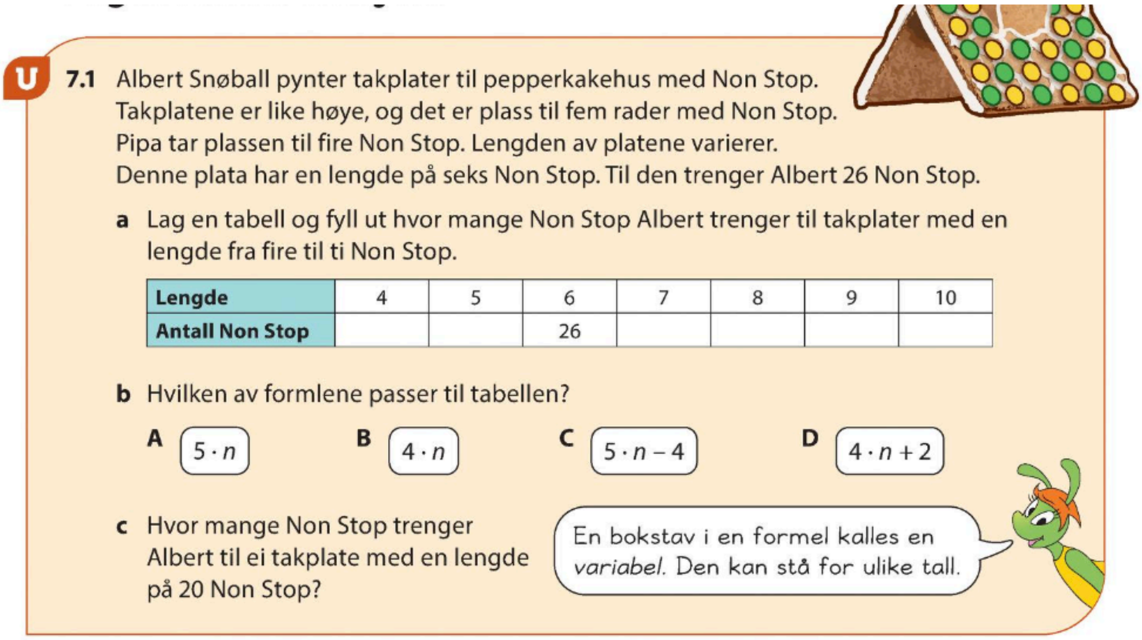
Kapittel: Likninger og ulikheter

Navn på delkapittel	**Antall sider**	**Antall oppgaver**
Algebraiske uttrykk	7	23
Likninger	8	28
Ulikheter	8	22

Tabell 3: Oversikt over kapittelet «likninger og ulikheter» i (Data fra Multi 7B)

Tabell 3 viser en oversikt over kapitelet. I dette kapittelet ser vi også at oppgavene fordeler seg ganske likt ut fra de ulike delkapitlene og sidene.

Av begge disse kapitlene ser vi at boken har lagt opp delkapitlene innenfor kapitlene strategisk. I «sammensatte regneuttrykk» ser vi at regning med parenteser kommer før man skal multiplisere og dividere med parenteser og før prioritering av regnearter. Dette er en logisk oppbygging og legger til rette for at elevene lærer det de skal før de skal gå videre. I tillegg får de repetere det de holder på med, bare med noe økt vanskelighetsgrad. Det samme gjelder i kapittelet «likninger og ulikheter» der algebraiske uttrykk kommer før likninger som igjen kommer før ulikheter. Dette gjør at man først får lære hva x betyr og hvordan algebraiske uttrykk er lagt opp før man går videre inn på likninger og ulikheter.



U **7.1** Albert Snøball pynter takplater til pepperkakehus med Non Stop. Takplatene er like høye, og det er plass til fem rader med Non Stop. Pipa tar plassen til fire Non Stop. Lengden av platene varierer. Denne plata har en lengde på seks Non Stop. Til den trenger Albert 26 Non Stop.

a Lag en tabell og fyll ut hvor mange Non Stop Albert trenger til takplater med en lengde fra fire til ti Non Stop.

Lengde	4	5	6	7	8	9	10
Antall Non Stop			26				

b Hvilken av formlene passer til tabellen?

A $5 \cdot n$ **B** $4 \cdot n$ **C** $5 \cdot n - 4$ **D** $4 \cdot n + 2$

c Hvor mange Non Stop trenger Albert til ei takplate med en lengde på 20 Non Stop?

En bokstav i en formel kalles en *variabel*. Den kan stå for ulike tall.

Figur 16: (Hentet fra Multi 7B, s. 69)

I figur 16 kan man se eksempel på en utforskningsoppgave. Denne står først i delkapittelet «algebraiske uttrykk» og er en oppgave som hjelper elevene til å begynne å tenke på den måten man ønsker i dette emnet. Det er en oppgave som elevene kan gjøre hver for seg, i par eller som man kan gjøre felles i klassen.

F **Likning**

En likning er et regneuttrykk med likhetstegn.

På hver side av likhetstegnet kan det stå et tall eller et regneuttrykk.

Likhetstegnet betyr at det er like mye på hver side.
Om det er et ukjent tall, kan vi prøve ulike tall og se om noen gir like mye på hver side.

$10 = 24 - \square$

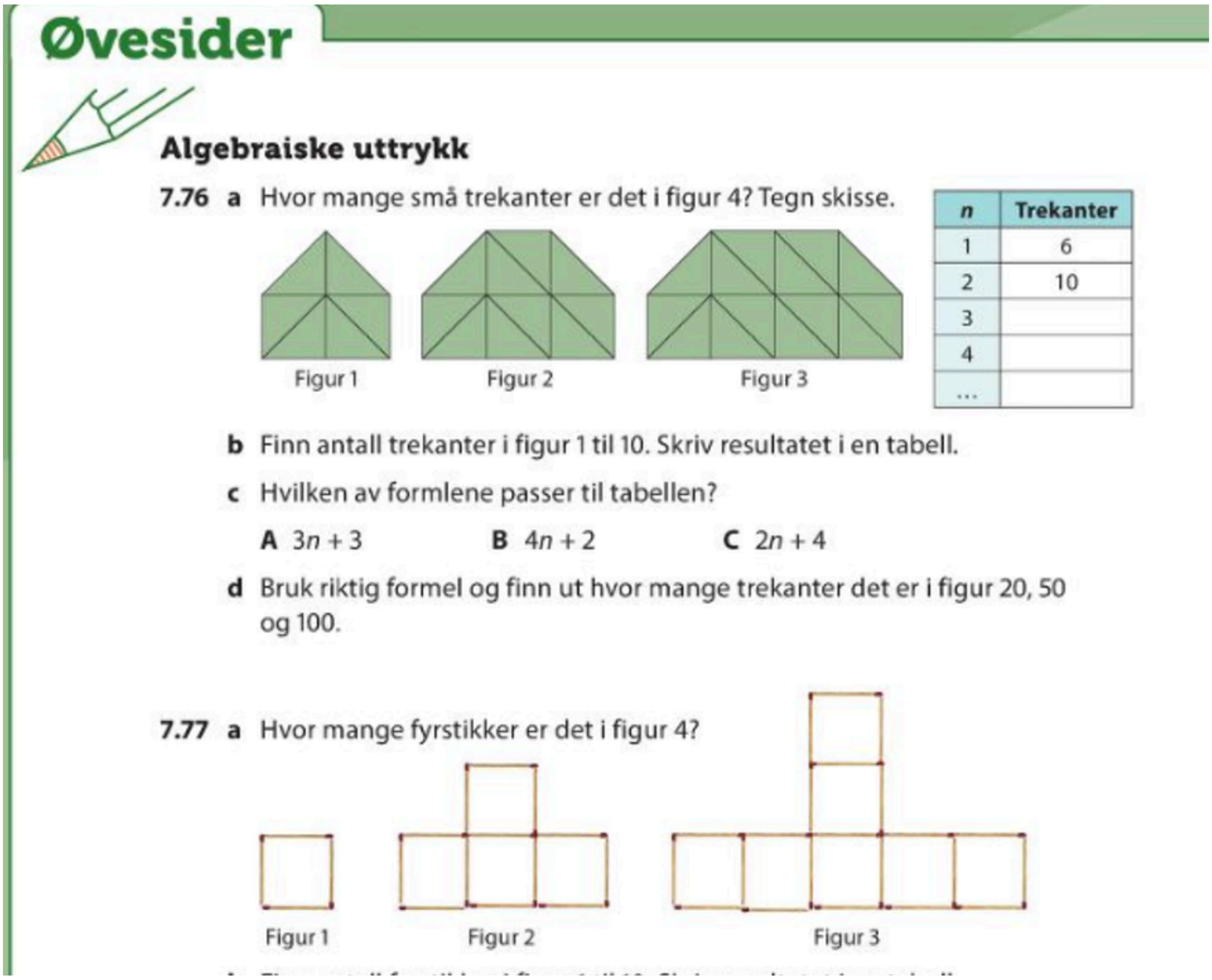
$\square \cdot 6 = 3 \cdot 8$

$5 \cdot 12 = 5 \cdot \square + 5 \cdot 2$

Figur 17: (Hentet fra Multi 7B, s. 76)

I figur 17 kan vi se eksempel på en formel eller fremgangsmåte som boken kommer med. Disse står på ulike plasser i boken, der boken vil at elevene skal lære noe nytt som de trenger for å løse de neste oppgavene. Før disse kommer det ofte en utforskningsoppgave som gir mer kontekst til fremgangsmåten.

Bakerst i kapittelet finner vi disse øvesidene som vist i figur 18. De er delt inn i delkapittel slik som fremme i kapittelet. Her er det mange oppgaver slik at elevene kan få trening i å gjøre det samme flere ganger. Ved hjelp av disse øvesidene kan de for eksempel jobbe videre med emner de trenger mer øving i.



Øvesider

Algebraiske uttrykk

7.76 a Hvor mange små trekanter er det i figur 4? Tegn skisse.

Figur 1 Figur 2 Figur 3

n	Trekanter
1	6
2	10
3	
4	
...	

b Finn antall trekanter i figur 1 til 10. Skriv resultatet i en tabell.

c Hvilken av formlene passer til tabellen?

A $3n + 3$ B $4n + 2$ C $2n + 4$

d Bruk riktig formel og finn ut hvor mange trekanter det er i figur 20, 50 og 100.

7.77 a Hvor mange fyrstikker er det i figur 4?

Figur 1 Figur 2 Figur 3

Figur 18: Eksempel på øvesider (Hentet fra Multi 7B, s. 94)

Multi 7 har «Kan du dette?» sidene som oppsummerer kapittelet på en god måte og som er oversiktlig og fin å finne frem og bruke. Boken er også fargerik og kan dermed være mer interessant å lese og jobbe i for 7. klassinger. Det er ikke så mange oppgaver i boken, men det er flere ressurser både i oppgavebok og på digitale ressurser som gjør at omfanget av oppgaver blir godt.

4.1.2 Matemagisk 7

Matemagisk 7 fra Aschehoug består av grunnbok 7A og 7B, og oppgavebok, i tillegg til digitale ressurser med flere oppgaver, digitalbok og lærerveiledning. I denne analysen tar jeg utgangspunkt i Matemagisk 7B, fordi det er denne av de analoge bøkene som inneholder algebrakapitlene. Boken har 163 sider fordelt på 4 ulike kapitler. Av disse er «sammensatte regneuttrykk» og «likninger og ulikheter» relevante. I boken finner vi igjen spill, aktiviteter, «snakke matte», nøkkelhull, følg stien, terrengløypa og topptur, i tillegg til de vanlige oppgavene. Av disse blir de vanlige oppgavene, følg stien og terrengløypa kodet. Bakgrunnen for utvalg av oppgavene kan man lese mer om i metodekapittelet.

Kapittel: Sammensatte regneuttrykk

Navn på delkapittel	**Antall sider**	**Antall oppgaver**
Likhetstegnet og sammensatte regneuttrykk	7	14
Usynlige parenteser	8	9
Oppsummering	1	0

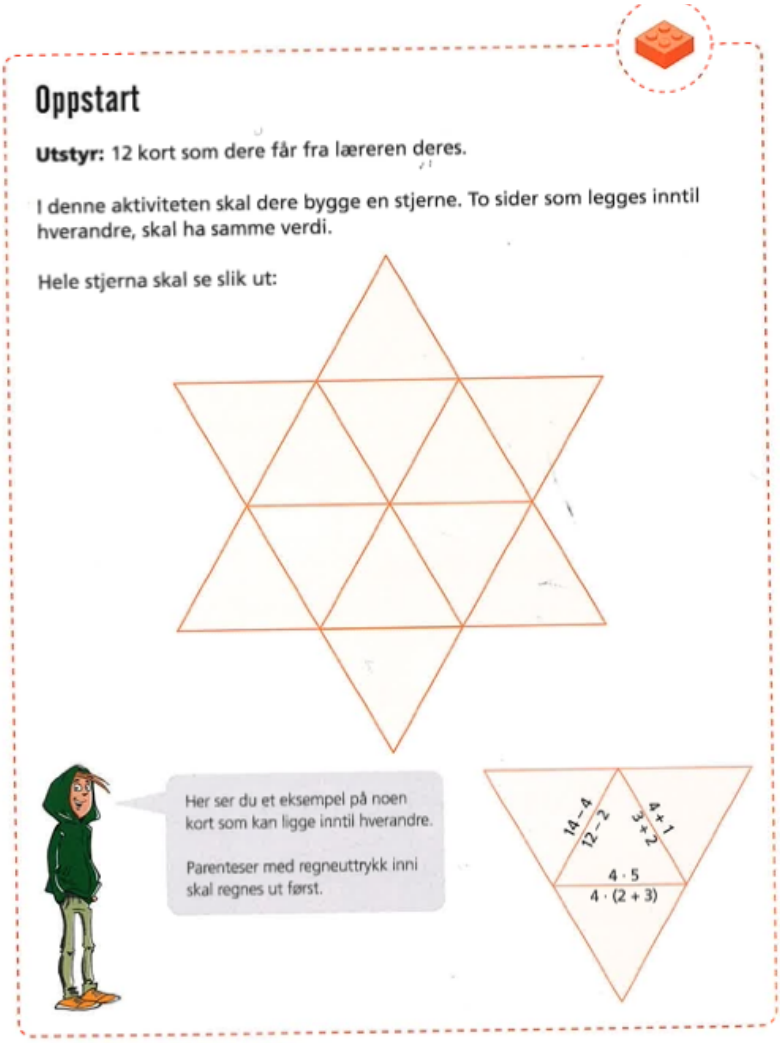
Tabell 4: Oversikt over kapittelet «sammensatte regneuttrykk» (Data fra Matemagisk 7)

Kapittel: Likninger og ulikheter

Navn på delkapittel	**Antall sider**	**Antall oppgaver**
Likninger	8	11
Strategier for å løse likninger	13	16
Ulikheter	6	11
Oppsummering	1	0

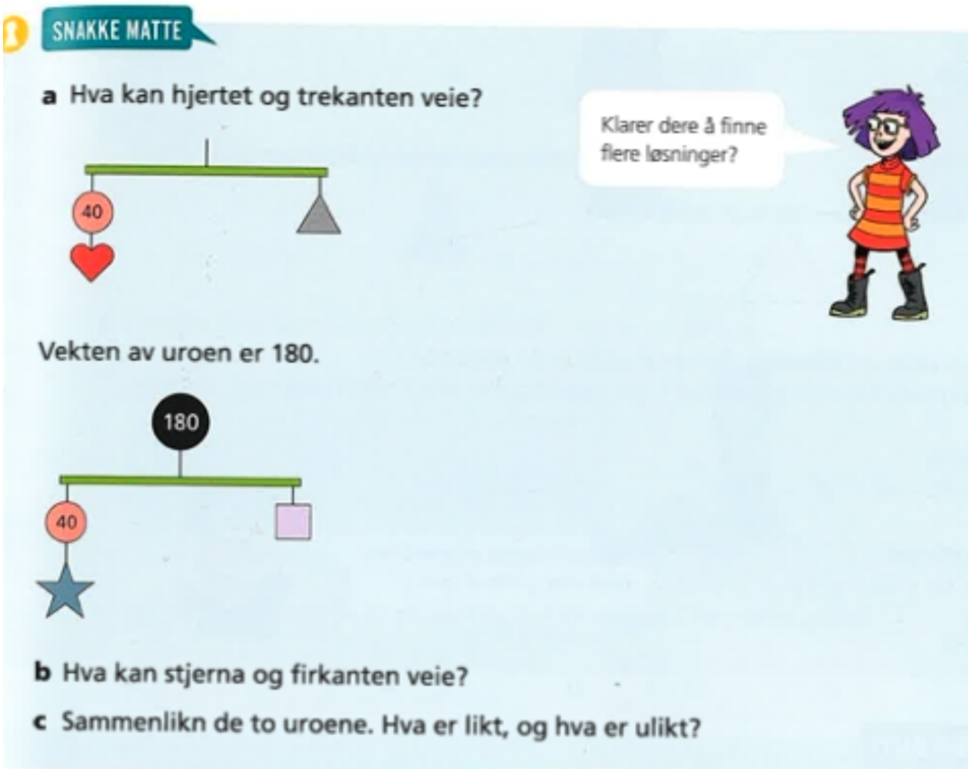
Tabell 5: Oversikt over kapittelet «likninger og ulikheter» (Data fra Matemagisk 7)

I begge disse kapitlene kan vi se at antall oppgaver per side er nokså likt, men at det er noen delkapitler som har flere oppgaver enn andre. Dette er antagelig varierende på grunn av temaene, men stort sett er de nokså like. Vi ser også at boken har lagt opp delkapitlene strategisk i forhold til hverandre. Et eksempel på dette er at «likninger» kommer før ulikheter og at «strategier for å løse likninger» kommer etter «likninger». Dette er nok et strategisk valg fordi det gjør at elevene ikke kan bruke reglene for å løse likning med en gang, men at de isteden må utforske.



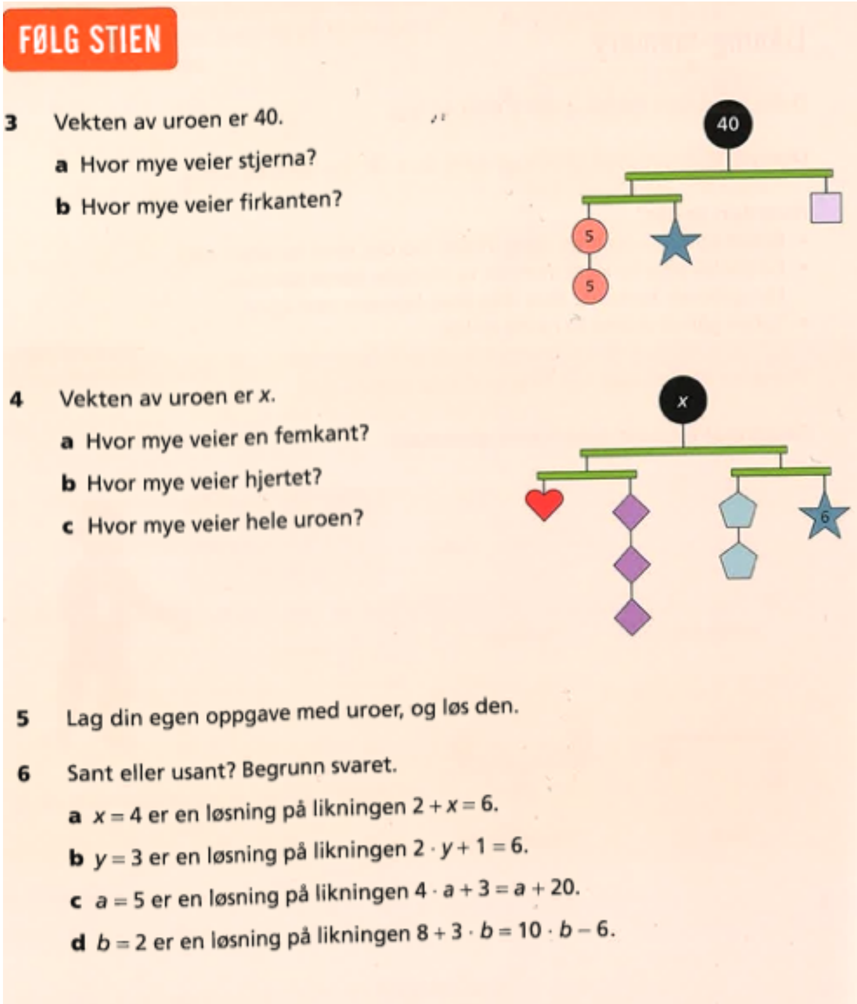
Figur 19: (Hentet fra Matemagisk 7B, s. 58)

I figur 19 ser vi eksempel på en aktivitet i boken. Denne kommer først og introduserer emnet på en god måte. Aktiviteter er laget for at elevene kan få gjøre noe praktisk og hjelper de til å lære matematikken på en annen måte. Denne aktiviteten er god å ha som startoppgave siden den introduserer temaet «sammensatte regneutrykk» på en fin måte og får elevene til å begynne å tenke på denne måten.



Figur 20: (Hentet fra Matemagisk 7B, s. 87)

Figur 20 er eksempel på en «snakke matte» oppgave. Disse er laget for at elevene skal snakke sammen i par eller små grupper. På denne måten får de øve seg i å bruke det matematiske språket og bli bedre på å forklare. I tillegg får de høre hvordan andre elever tenker som kan utvide tankegangen deres. Om andre elever tenker annerledes må eleven forklare seg selv, og begrunne hvorfor den har tenkt som den har tenkt. Dette bidrar til god læring.



FØLG STIEN

3 Vekten av uroen er 40.

a Hvor mye veier stjerna?

b Hvor mye veier firkanten?

40

5

5

4 Vekten av uroen er x.

a Hvor mye veier en femkant?

b Hvor mye veier hjertet?

c Hvor mye veier hele uroen?

x

6

5 Lag din egen oppgave med uroer, og løs den.

6 Sant eller usant? Begrunn svaret.

a $x = 4$ er en løsning på likningen $2 + x = 6$.

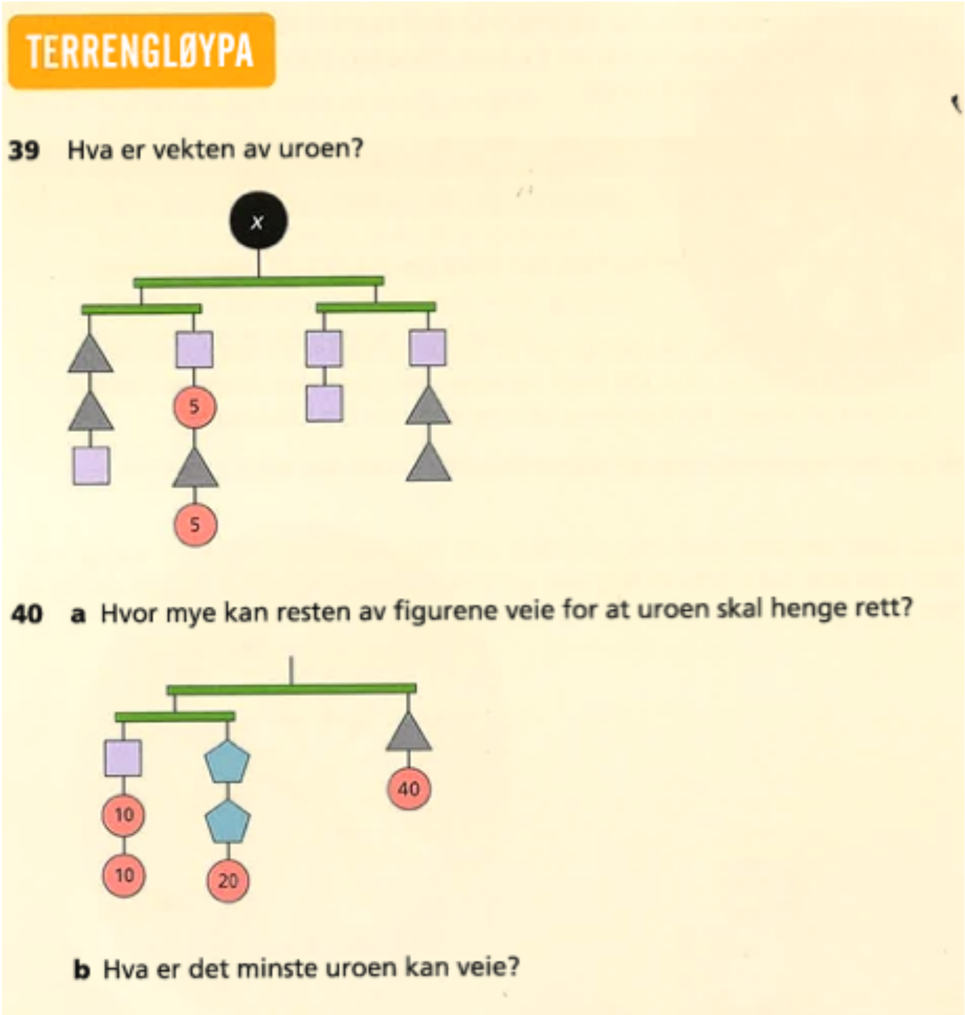
b $y = 3$ er en løsning på likningen $2 \cdot y + 1 = 6$.

c $a = 5$ er en løsning på likningen $4 \cdot a + 3 = a + 20$.

d $b = 2$ er en løsning på likningen $8 + 3 \cdot b = 10 \cdot b - 6$.

Figur 21: (Hentet fra Matemagisk 7B, s. 92)

Figur 21 er eksempel på en «følg stien» side. Dette er oppgaver som gjør at elevene får øve mer på det som er presentert tidligere i boken. Her er også emnene separert slik at de får øve på én ting av gangen. Dette kan de bruke om de trenger mer øving på et spesifikt emne eller om de bare vil øve mer på delkapittelet. Disse er plassert i slutten av hvert delkapittel og er dermed nøye knyttet opp mot dem.



Figur 22: (Hentet fra Matemagisk 7B, 78, s. 118)

I figur 22 ser vi eksempel på en side fra «terrengløypa». Disse er plassert i slutten av hvert kapittel. Oppgavene bygger videre på det elevene har jobbet med tidligere i boken. I tillegg kan elevene her få sammensatte utfordringer fra flere temaer på en gang. Dette gjør at elevene må kunne strukturere emnet og kunne koble sammen delkapitler. Det finnes i tillegg «topptur» som er mer utfordrende. Disse kan man gjøre om man mestrer «terrengløypa» godt. De finnes også bakerst i kapittelet.

Figur 23: (Hentet fra Matemagisk 7, s. 81)

Helt bakerst i kapittelet finner vi oppsummeringssiden som vist i figur 23. Her går boken raskt igjennom det som er temaet i dette kapittelet. Dette er en fin side å kunne gå tilbake til om man lurer på noe og får å vite hva det kapittelet egentlig handlet om. Det kan man gjøre for å få en oversikt før f.eks. prøver eller tentamen.

Matemagisk 7 har mange aktiviteter og spill som gjør at den skiller seg ut fra de andre bøkene. Det er også lagt opp til mange matematiske diskusjoner gjennom «snakke matte» oppgavene. Boken har ikke så mange oppgaver som elevene kan gjøre, så det vil derfor være nødvendig å ha oppgaveboken og/eller tilgang til de digitale ressursene i tillegg.

4.1.3 Matematikk 7

Matematikk 7 av Cappelen Damm består av grunnbok, oppgavebok, parallellbok og lærerveiledning. I tillegg har de noen digitale ressurser som der man finner mer informasjon og blant annet fasit til bøkene. I denne analysen tar jeg utgangspunkt i Matematikk 7 grunnbok. Denne boken har 223 sider fordelt på 6 ulike kapitler. Av disse er det bare kapittelet «algebra» som er relevant. I dette kapittelet er det 28 sider og totalt 141 analyserte deloppgaver. I denne boken finner man igjen samtaler, oppgaver, utforsk sammen, oppgaver med digitale verktøy, tema oppgaver, sant eller usant, oppsummering, oppsummerende oppgaver og spill. I denne oppgaven blir vanlige oppgaver, oppgaver med digitale verktøy og tema oppgaver kodet.

Kapittel: Algebra

Navn på delkapittel	Antall sider	Antall oppgaver
Flere regneoperasjoner	4	10
Regne med parenteser	2	4
Formler i praktiske situasjoner	2	3
Formler i regneark	2	3
Likninger	4	8
Å løse tekstoppgaver med likning	4	12
Ulikheter	2	5
Vinter i Fermat	2	5

Tabell 6: Oversikt over kapittelet «algebra» (Data fra Matematikk 7)

Av dette ser vi at oppgavene fordeler seg omtrent likt ut fra de ulike sidene. Det er noen delkapitler med flere oppgaver enn andre, men disse kan ofte kan løses raskt og det er ikke like mange tekstoppgaver som krever noe mer tid.

I boken er de ulike delkapitlene lagt opp på en strategisk måte. Under «flere regneoperasjoner» lærer elevene om regnerekkefølge, noe som er relevant og viktig for å kunne løse likninger og ulikheter som de skal gjøre senere. I tillegg er ulike tekstoppgaver knyttet til temaene plassert inn, noe som kan gjøre at elevene får en mer praktisk tilnærming til temaet og ser bruken i eget liv.

Vinter i Fermat

3.46 Plex sel kakao og bollar. Prisane står på plakaten.

a) Kabelbanemeister Rut skal kjøpe kakao og bollar til seg sjølv og fire barn. Alle vil ha store koppar og store bollar. Rut betalar med ein 200-kronesetel. Kor mykje får ho att?

b) Henrik vil ha ein stor kakao og flest mogleg små bollar for 50 kr. Han lagar ein ulikskap for å finne ut kor mange små bollar han kan kjøpe. Kva for ein ulikskap skildrar situasjonen?

$5x - 12 < 50$ $\quad$ $5x + 12 > 50$ $\quad$ $5x + 12 < 50$

KAKAO OG BOLLAR

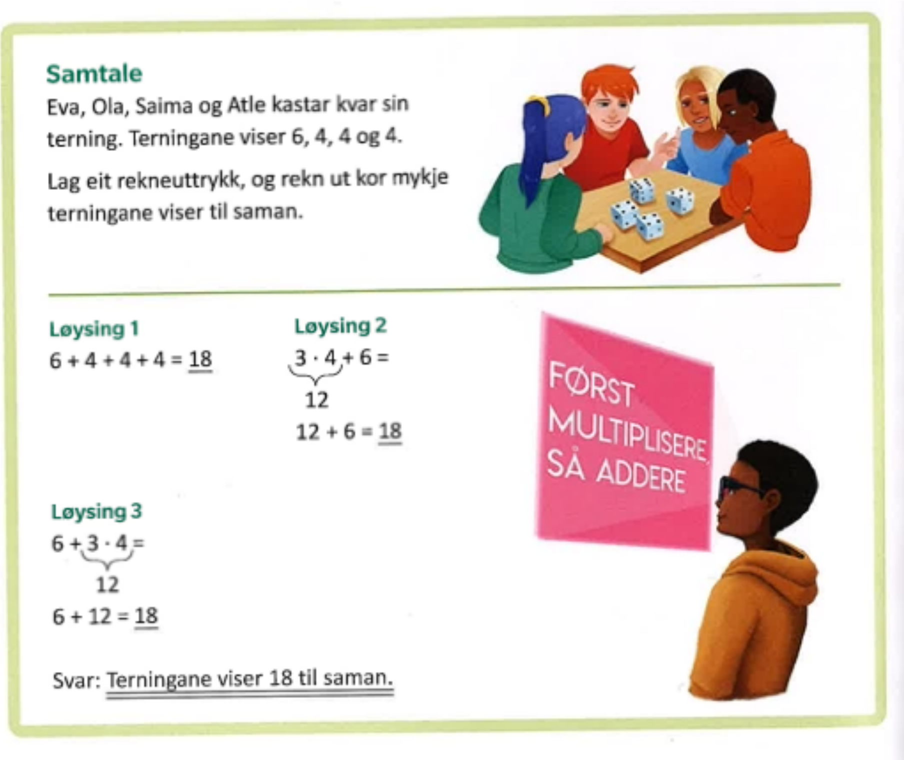
Stor kopp	12 kr
Liten kopp	8 kr
Stor bolle	9 kr
Liten bolle	5 kr

c) I løpet av dagen sel Plex kakao og bollar for til saman 777 kr. Ho sel 24 store kakao, 15 små kakao og 36 små bollar. Kor mange store bollar sel ho?

d) Plex gir $\frac{2}{3}$ av dei 777 kr ho sel for, til Redd Barna. Kor mykje gir ho til Redd Barna?

Figur 24: (Hentet fra Matematikk 7, s. 110)

Det siste delkapittelet handler om ulike tekstoppgaver knyttet til et tema. I dette kapittelet er det «Vinter i Fermate», som vi ser i figur 24, der alle oppgavene handler om ulike ting som kan skje der. Dette kobler de matematiske oppgavene til noe praktisk og noe elevene kan oppleve når de selv er på vinterferie. I dette delkapittelet kobler boken også sammen de ulike andre delkapitlene og samler alt i ulike tekstoppgaver. Dette gjør at elevene må se alt i sammenheng og ikke bare som enkeltemner.



Figur 25: (Hentet fra Matematikk 7, s. 90)

En av de ulike oppgavetypene som finnes i boken er «Samtale» som vist i figur 25. Her kommer boken med en problemstilling som det er meningen at elevene skal snakke om og prøve å løse. I tillegg er det lagt ved et løsningsforslag under streken som de kan se på etter de har prøvd å løse den selv. Disse kan de både reflektere og drøfte og finne ut hvorfor dette stemmer. Disse kan løses enten hver for seg, i grupper eller høyt i klassen. «Samtale» oppgavene fungerer også som eksempler og gir løsningsforslag til oppgavene elevene skal gjøre etterpå. Da er det enkelt å se på «samtale» og finne ut hvordan man skal gjøre det.

Figur 26: (Hentet fra Matematikk 7, s. 93)

En annen oppgavetype som man finner igjen i boken er «Utforsk sammen» som man kan se eksempel på i figur 26. Dette er oppgaver som elevene skal løse sammen i enten læringspar eller i små grupper. Meningen er at det skal skape rom for en god matematisk samtale der elevene får bruke det matematiske språket. I tillegg får elevene høre hvordan andre tenker og kan få hjelp til å løse lignende oppgaver senere på egenhånd.

Sant eller usant?

Grunngi svara.

- Dersom det er parentes i eit rekneuttrykk, ser vi først om det er noko vi kan rekne ut inne i parentesen.
- Det skal alltid vere lik verdi på begge sider av eit likskapsteikn.
- Teikna < og > tyder det same.
- *x* er alltid lik 2.

Oppsummering

Reknerekkjefølgje

$$6 + \underbrace{3 \cdot 4}_{12} =$$

$$6 + 12 = \underline{\underline{18}}$$

I rekneuttrykk som inneheld fleire rekneoperasjonar, skal du multiplisere og dividere før du adderer og subtraherer.

Rekneuttrykk med parentesar

$$3 \cdot \underbrace{(6 + 5)}_{11}$$

$$3 \cdot 11 = \underline{\underline{33}}$$

Dersom det er parentesar i eit rekneuttrykk, ser vi først om det er noko vi kan rekne ut inne i parentesen.

Formlar i praktiske situasjonar

Formelen for kor mykje du har tent i alt når du har ei fast vekelønn på 120 kr og i tillegg får 80 kr per time du arbeider, kan vere:

$L = 120 + n \cdot 80$

L = Lønn   120 = fast vekelønn n = antall timar   80 = timelønn

Figur 27: (Hentet fra Matematikk 7, s. 112)

Bakerst i kapittelet finner man «Sant eller usant» og «Oppsummering». Her får man testet kunnskapen sin og får sjekket om man kan det man skal når kapittelet er over. «Sant eller usant?» er kjappe spørsmål som man kan bruke til å sjekke seg selv kjapt. I oppsummeringen står de viktigste formlene og reglene som ble presentert i kapittelet. Dette er derfor en god side om man skal ha prøve eller ønsker å friske opp noe. Et eksempel på dette kan man se i figur 27. Den siste siden i kapittelet består av en oppsummerende oppgave. Denne er nokså lik temasidene, men er bare en oppgave som oppsummerer alt som ble presentert i kapittelet.

Dette er også en fin oppgave for å sjekke at man kan det man skal og er klar til en eventuell prøve.
Matematikk 7 er en fin og oversiktlig bok som inneholder det meste av det man skulle trenge. Det er lagt opp til gode matematiske samtaler og utforskning. I tillegg er oppgaver der elevene skal bruke digitale verktøy godt merket. Noe av det som skiller Matematikk 7 ut er temaoppgavene. Her blir elevene tatt med inn i en verden og skal løser oppgaver om denne. Dette er kreativt og noe som elevene trolig vil like.

4.1.4 Maximum 8

Maximum 8 av Gyldendal består av grunnbok, oppgavebok og digitale ressurser. De digitale ressursene skal dekke hele kompetansen til læreplanen, men man kan også bruke det som et supplement. I denne analysen tar jeg utgangspunkt i Maximum 8 grunnbok. Denne boken er på 290 sider som er fordelt på 4 kapitler. Av disse er «algebra» og «likninger og formler» relevante. Kapittelet «algebra» er på 52 sider og inneholder 85 oppgaver. Kapittelet «likninger og formler» er på 54 sider og inneholder 99 oppgaver. Dette utgjør til sammen 106 sider og 533 analyserte deloppgaver. I denne boken finner vi «utforsk», «her skal du lære», vanlige oppgaver, oppgaver med ulik vanskelighetsgrad, «kort sagt», «se sammenhenger» og «oppdrag». Av disse vil vanlige oppgaver, oppgaver med ulik vanskelighetsgrad og «se sammenhenger» bli kodet.

Kapittel: Algebra

Navn på delkapittel	**Antall sider**	**Antall oppgaver**
Utforskning av mønster	14	18
Algebraiske uttrykk	22	32
Utforske algoritmer	11	15

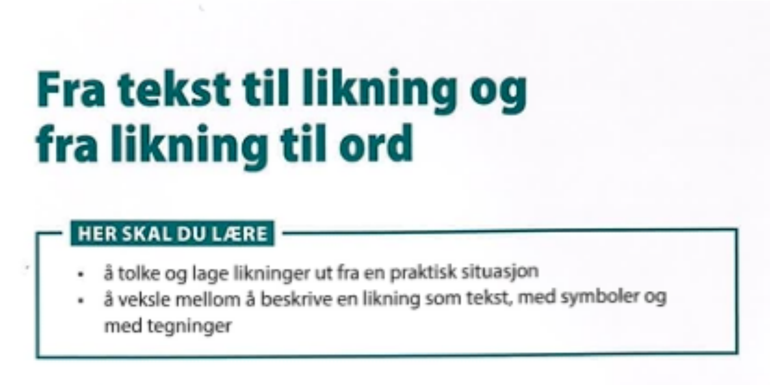
Tabell 7: Oversikt over kapittelet «algebra» (Data fra Maximum 8)

Kapittel: Likninger og formler

Navn på delkapittel	Antall sider	Antall oppgaver
Fra tekst til likning og fra likning til ord	6	6
Strategier for å løse likninger	18	34
Formler	12	14
Sammensette enheter	10	14

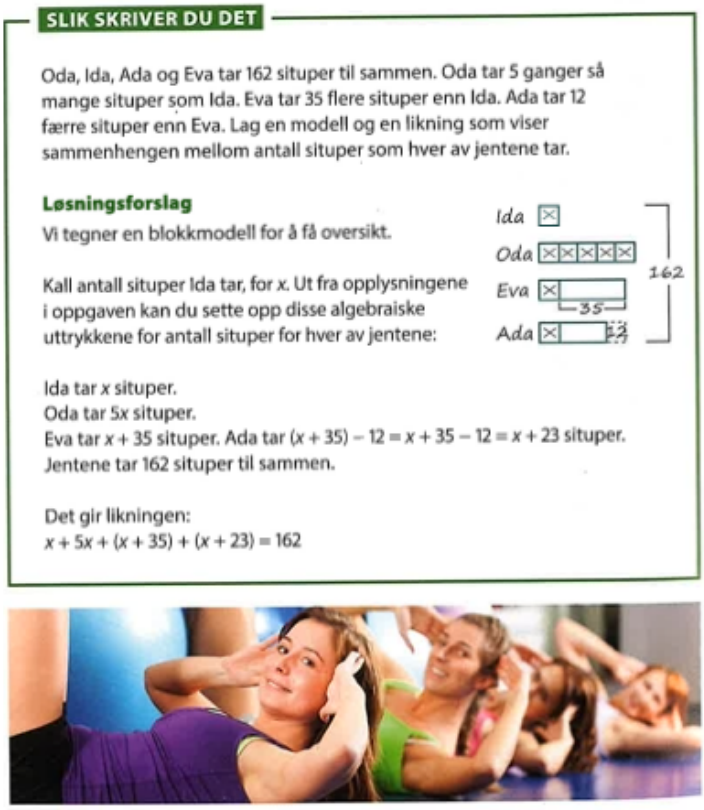
Tabell 8: Oversikt over kapittelet «likninger og formler» (Data fra Maximum 8)

I begge disse kapitelene ser vi at antall oppgaver per side fordeler seg nokså ulikt. Dette kan nok skyldes de ulike emnene og nødvendigheten av forklaring i forhold til oppgaver. Noen delkapitler krever da mer forklaring og ikke så mange oppgaver, mens andre krever mange oppgaver og lite forklaring.



Figur 28: (Hentet fra Maximum 8, s. 216)

Figur 28 er eksempel på en «Her skal du lære» boks. Disse står i starten av hvert delkapittel og gir et tydelig innblikk i hva som skal læres. Dette er smart av læreboken fordi både læreren og eleven ser hva som skal læres. I tillegg kan læreren lettere knytte det opp mot læreplanen og er da mer klar over hvilke tema boken dekker.



SLIK SKRIVER DU DET

Oda, Ida, Ada og Eva tar 162 situper til sammen. Oda tar 5 ganger så mange situper som Ida. Eva tar 35 flere situper enn Ida. Ada tar 12 færre situper enn Eva. Lag en modell og en likning som viser sammenhengen mellom antall situper som hver av jentene tar.

Løsningsforslag

Vi tegner en blokkmodell for å få oversikt.

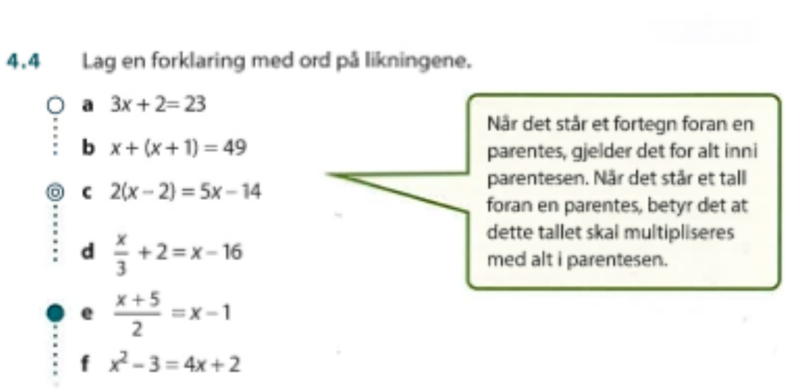
Kall antall situper Ida tar, for x. Ut fra opplysningene i oppgaven kan du sette opp disse algebraiske uttrykkene for antall situper for hver av jentene:

Ida tar x situper.
Oda tar $5x$ situper.
Eva tar $x + 35$ situper. Ada tar $(x + 35) - 12 = x + 35 - 12 = x + 23$ situper.
Jentene tar 162 situper til sammen.

Det gir likningen:
$x + 5x + (x + 35) + (x + 23) = 162$

Figur 29: (Hentet fra Maximum 8, s. 220)

Dette er eksempel på en «slik skriver du det». Her viser boken elevene hvordan de skal gjøre utvalgte oppgaver. De gir en god fremgangsmåte som elevene kan bruke i de oppgavene som kommer. Likevel gir de ikke alle svarene som gjør at elevene må tenke selv. I eksempelet som er vist i figur 29 kan vi se at de har vist fremgangsmåte frem til likningen er klar, men ikke hvordan man finner ut hvor mange situps hver jente tar. Dette skaper rom for tenking for elevene og gjør at ikke alt er gitt. Elevene må da tenke selv og utforske for å finne ut fremgangsmåten for resten.



4.4 Lag en forklaring med ord på likningene.

a $3x + 2 = 23$

b $x + (x + 1) = 49$

c $2(x - 2) = 5x - 14$

d $\frac{x}{3} + 2 = x - 16$

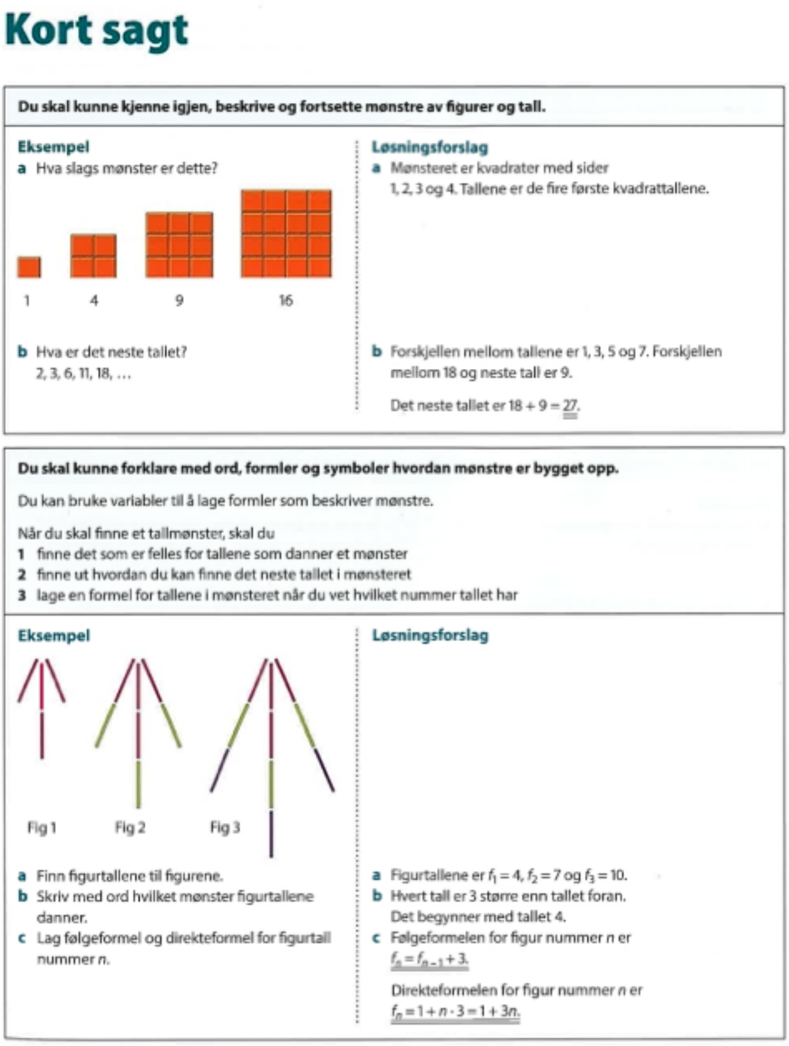
e $\frac{x+5}{2} = x - 1$

f $x^2 - 3 = 4x + 2$

Når det står et fortegn foran en parentes, gjelder det for alt inni parentesen. Når det står et tall foran en parentes, betyr det at dette tallet skal multipliseres med alt i parentesen.

Figur 30: (Hentet fra Maximum 8, s. 218)

I figur 30 kan vi se eksempel på en oppgave med ulik vanskelighetsgrad. I denne oppgaven ser vi at a og b har lav vanskelighetsgrad, c og d har middels vanskelighetsgrad og e og f har høy vanskelighetsgrad. Det er en del av denne typen oppgaver i boken. De skaper valgmuligheter for elevene, om de enten bare gjør de med lav vanskelighetsgrad eller om de velger å gjøre alle eller bare de med høy vanskelighetsgrad.


Kort sagt

Du skal kunne kjenne igjen, beskrive og fortsette mønstre av figurer og tall.

Eksempel

a Hva slags mønster er dette?

1 4 9 16

b Hva er det neste tallet?
2, 3, 6, 11, 18, …

Løsningsforslag

a Mønsteret er kvadrater med sider 1, 2, 3 og 4. Tallene er de fire første kvadrattallene.

b Forskjellen mellom tallene er 1, 3, 5 og 7. Forskjellen mellom 18 og neste tall er 9.

Det neste tallet er $18 + 9 = \underline{\underline{27}}$.

Du skal kunne forklare med ord, formler og symboler hvordan mønstre er bygget opp.

Du kan bruke variabler til å lage formler som beskriver mønstre.

Når du skal finne et tallmønster, skal du
1 finne det som er felles for tallene som danner et mønster
2 finne ut hvordan du kan finne det neste tallet i mønsteret
3 lage en formel for tallene i mønsteret når du vet hvilket nummer tallet har

Eksempel

Fig 1 Fig 2 Fig 3

a Finn figurtallene til figurene.
b Skriv med ord hvilket mønster figurtallene danner.
c Lag følgeformel og direkteformel for figurtall nummer n.

Løsningsforslag

a Figurtallene er $f_1 = 4$, $f_2 = 7$ og $f_3 = 10$.
b Hvert tall er 3 større enn tallet foran. Det begynner med tallet 4.
c Følgeformelen for figur nummer n er $\underline{\underline{f_n = f_{n-1} + 3}}$.

Direkteformelen for figur nummer n er $\underline{\underline{f_n = 1 + n \cdot 3 = 1 + 3n}}$.

Figur 31: (Hentet fra Maximum 8, s. 139)

Dette er eksempel på en «kort sagt» side. Disse kommer bakerst i kapittelet før «se sammenhenger». Her blir det viktigste som ble presentert i kapittelet gått gjennom. Det er også en oppsummering av læringsmål og kan fungere som en hjelp til egenvurdering og repetisjon. Disse er gode for elevene å se på før en eventuell prøve eller tentamen. Et eksempel på dette kan man se i figur 31.

Se sammenhenger

2.66 Hva kan du kjøpe?
Du skal kjøpe godteri. Du skal bruke akkurat 30 kr. En kjærlighet på pinne koster 4 kr, et drops koster 2 kr, og en tyggegummi koster 5 kr. Lag en systematisk oversikt som viser alle mulighetene du har for å kjøpe. Sammenlikn din oversikt med de andre i klassen. Fant du alle mulighetene?

2.67 Finn to algebraiske uttrykk med x

a der det ene er størst når $x < 2$ og det andre er størst hvis $x > 2$

b der det ene er størst når $x < 0$ og det andre er størst hvis $x > 0$

c der det ene er størst når $x < 10$ og det andre er størst hvis $x > 10$

d der det ene er størst når $x < -3$ og det andre er størst hvis $x > -3$

Figur 32: (Hentet fra Maximum 8, s. 142)

I «se sammenhenger», som vist i figur 32, finner man varierte oppgaver, aktiviteter og oppdrag der elevene får arbeide i dybden. Dette for å få en sammenheng i faget og emnet, og kunne knytte det opp mot andre fag og tema. Slike oppgaver viser at matematikkfaget ikke står som et enkeltfag, men at det er tett knyttet opp mot andre fag og tema.

OPPDRAG

2.69 Skriv en bruksanvisning til hverdagshendelser

a Studer hverdagshendelsen «Smøre matpakke». Diskuter to og to hvor denne instruksjonen er uklar, eller hvor en som aldri har gjort dette før, ville gjort feil. Foreslå et par forbedringer.

b Finn noe du gjør hver eneste dag, og skriv en detaljert bruksanvisning med nøyaktig rekkefølge på det du gjør.

c Diskuter og finn noen hverdagshendelser hvor dere bruker «så lenge det er» og «hvis», og hvor dere bruker løkker. Eksempel: Så lenge det er brød – Hvis du er sulten – Spis en skive – Gjenta til du er mett

d Velg et par av situasjonene under. Hvordan går en frem hvis en skal
- løpe 400 meter hekk
- spise middag
- tømme oppvaskmaskinen
- lese en bok
- finne verb i en tekst
- andre forslag ...

Figur 33: (Hentet fra Maximum 8, s. 143)

Dette er et eksempel på et «oppdrag». Disse er plassert bakerst i «se sammenhengen» og er ikke direkte knyttet til kapittelet. Dette er oppgaver eller aktiviteter som er knyttet til tverrfaglige tema. I figur 33 ser vi at det handler om rekkefølge og løkker. Dette kan enkelt knyttes til programmering. Oppgaver som dette gjør at elevene lærer at riktig rekkefølge og tilstrekkelig informasjon er viktig ved hjelp av en hverdagslig situasjon.

Maximum 8 legger stor vekt på å se sammenhenger mellom delkapitlene. Det er også gode eksempler i boken som viser fremgangsmåte med illustrasjoner. Det er bare 4 kapitler i boken som gir rom for at man kan gå inn i dybden på hvert enkelt kapittel. Boken har også lagt opp til oppgaver knyttet til de tverrfaglige temaene som skaper en sammenheng til andre tema og fag. Maximum 8 har også valgt å ha med programmering under kapittelet «algebra».

4.1.5 Matemagisk 8

Matemagisk 8 av Aschehoug består av lærebok, elevhåndbok og digitale ressurser. De digitale ressursene inneholder blant annet elevressurser og lærerveiledning. I denne analysen tar jeg utgangspunkt i Matemagisk 8 lærebok. Denne boken har 304 sider fordelt på 10 kapitler. Av disse er kapitlene «algebraiske uttrykk og formler», «potenser, kvadratrøtter og regnrekkefølge», «algebra og likninger» og «parenteser og likninger» relevante. Kapittelet som heter «algebraiske uttrykk og formler» er på 28 sider og inneholder 49 oppgaver. Kapittelet «potenser, kvadratrøtter og regnerekkefølge» er på 24 sider og har 51 oppgaver. «Algebra og likninger» er på 24 sider og 49 oppgaver. «Parenteser og likninger» er på 26 sider og har 35 oppgaver. Dette utgjør til sammen 98 sider og 707 analyserte deloppgaver. I denne boken finner man igjen fellesløypa, følg stien, terrengløypa, topptur, ekspedisjon, snakke matte, spill, praktiske situasjoner og noe programmering. Av disse vil fellesløypa, følg stien, terrengløypa og noe av programmeringen bli kodet.

Kapittel: Algebraiske uttrykk og formler

Navn på delkapittel	**Antall sider**	**Antall oppgaver**
Verdien av algebraiske uttrykk	4	11
Praktiske situasjoner	7	15
Programmering med løkker	4	7
Figurtall	9	11

Tabell 9: Oversikt over kapittelet «algebraiske uttrykk og formler» (Data fra Matemagisk 8)

Kapittel: Potenser, kvadratrøtter og regnerekkefølge

Navn på delkapittel	**Antall sider**	**Antall oppgaver**
Potenser og kvadratrøtter	12	34
Regnerekkefølge	6	17

Tabell 10: Oversikt over kapittelet «potenser, kvadratrøtter og regnerekkefølge» (Data fra Matemagisk 8)

Kapittel: Algebra og likninger

Navn på delkapittel	**Antall sider**	**Antall oppgaver**
Forenkling av algebraiske uttrykk	8	20
Algebraisk løsningsmetode for likninger	8	19
Likninger i praktiske situasjoner	6	10

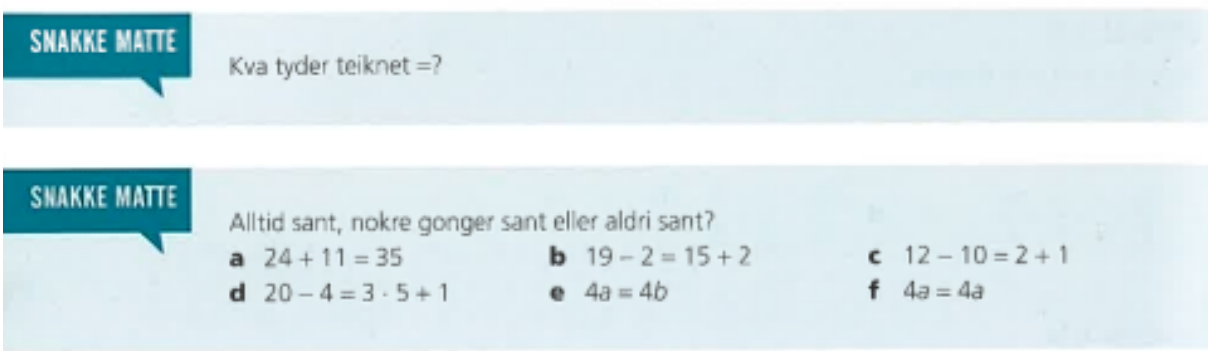
Tabell 11: Oversikt over kapittelet «algebra og likninger» (Data fra Matemagisk 8)

Kapittel: Parenteser og likninger

Navn på delkapittel	**Antall sider**	**Antall oppgaver**
Parenteser i algebraiske uttrykk	12	21
Likninger med brøker og parenteser	5	7
Å løse likninger med programmering	5	6

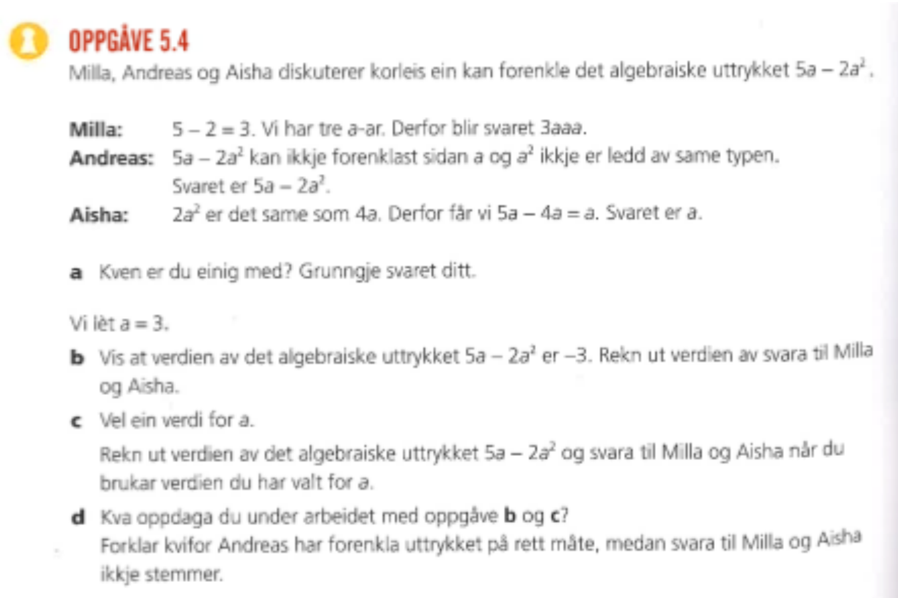
Tabell 12: Oversikt over kapittelet «parenteser og likninger» (Data fra Matemagisk 8)

I alle disse kapitlene ser vi at antall oppgaver per side fordeler seg nokså likt.



Figur 34: (Hentet fra Matemagisk 8, s. 160)

Figur 34 er eksempel på to «snakke matte»- oppgaver. De er lagt opp slik at det er ment at elevene skal snakke sammen, enten i par, grupper eller høyt i klassen. Ved hjelp av disse oppgavene får elevene øve seg på å forklare hvordan de tenker og på å sette ord på matematikken. Dette kan dermed føre til et bedre matematisk språk som både kan brukes skriftlig og muntlig. I tillegg får elevene høre hvordan andre tenker og kan derfor utvikle sin forståelse.



OPPGÅVE 5.4

Milla, Andreas og Aisha diskuterer korleis ein kan forenkle det algebraiske uttrykket $5a - 2a^2$.

Milla: $5 - 2 = 3$. Vi har tre a-ar. Derfor blir svaret $3aaa$.
Andreas: $5a - 2a^2$ kan ikkje forenklast sidan a og a^2 ikkje er ledd av same typen. Svaret er $5a - 2a^2$.
Aisha: $2a^2$ er det same som $4a$. Derfor får vi $5a - 4a = a$. Svaret er a.

a Kven er du einig med? Grunngje svaret ditt.

Vi lèt $a = 3$.

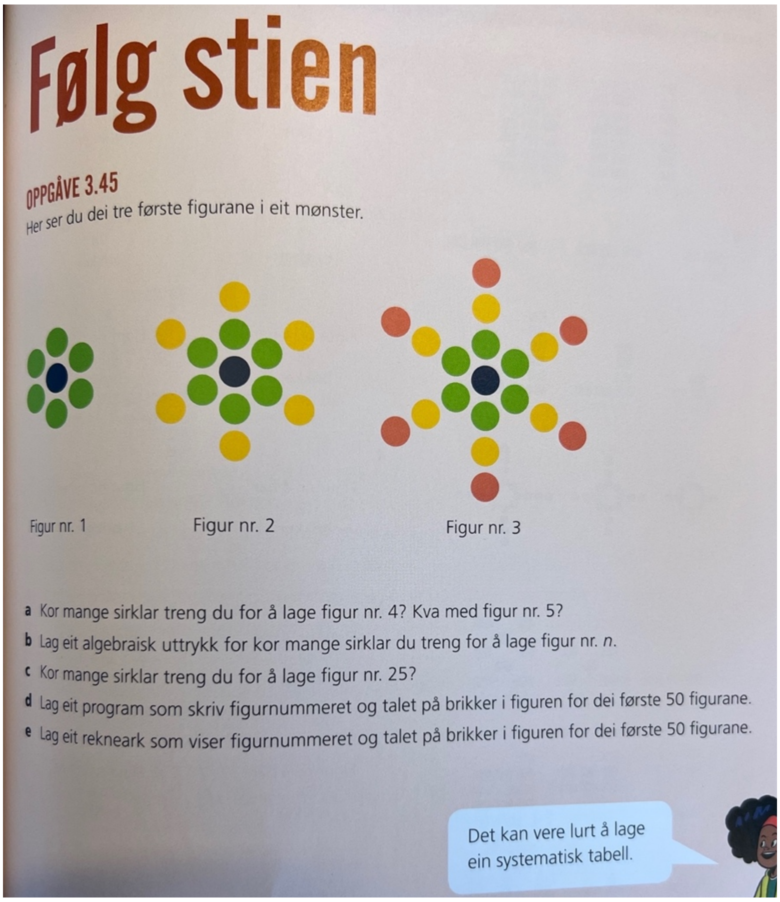
b Vis at verdien av det algebraiske uttrykket $5a - 2a^2$ er -3. Rekn ut verdien av svara til Milla og Aisha.

c Vel ein verdi for a.
Rekn ut verdien av det algebraiske uttrykket $5a - 2a^2$ og svara til Milla og Aisha når du brukar verdien du har valt for a.

d Kva oppdaga du under arbeidet med oppgåve **b** og **c**?
Forklar kvifor Andreas har forenkla uttrykket på rett måte, medan svara til Milla og Aisha ikkje stemmer.

Figur 35: (Hentet fra Matemagisk 8, s. 154)

Dette er eksempel på en nøkkelhullsoppgave. De er merket med et nøkkelhull som man kan se i venstre hjørne i figur 35. Dette er oppgaver som tar opp spesielt viktige ideer og tenkemåter og som derfor er viktige å gjøre. Mange av disse tar eleven med i tankegangen og prøver å utvikle den. Disse oppgavene kan derfor skape stor forståelse og gjøre det enklere når de møter et lignende problem senere.

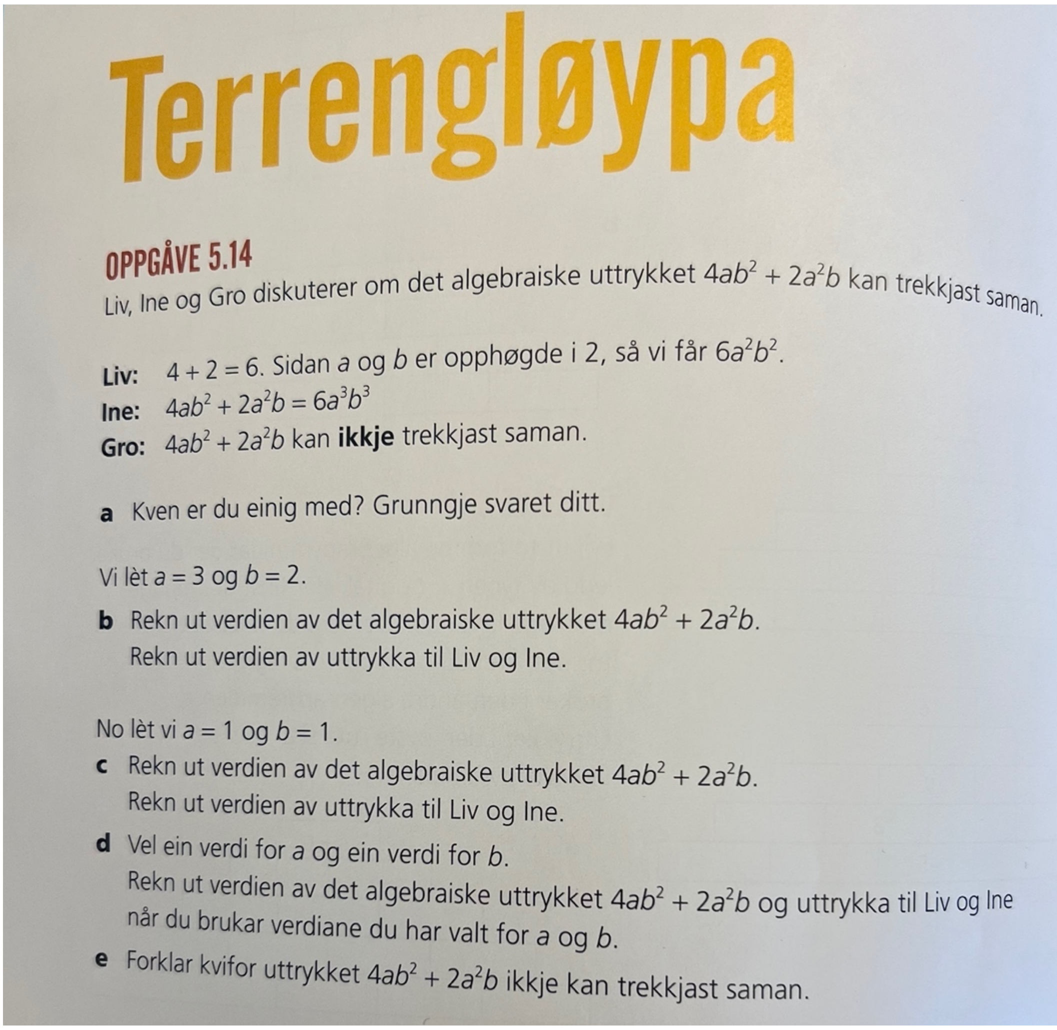

Følg stien

OPPGÅVE 3.45
Her ser du dei tre første figurane i eit mønster.

a Kor mange sirklar treng du for å lage figur nr. 4? Kva med figur nr. 5?
b Lag eit algebraisk uttrykk for kor mange sirklar du treng for å lage figur nr. *n*.
c Kor mange sirklar treng du for å lage figur nr. 25?
d Lag eit program som skriv figurnummeret og talet på brikker i figuren for dei første 50 figurane.
e Lag eit rekneark som viser figurnummeret og talet på brikker i figuren for dei første 50 figurane.

Figur 36: (Hentet fra Matemagisk 8, s. 121)

Figur 36 er et eksempel på en «følg stien» oppgave. Dette er oppgaver som kommer etter delkapitlene som gir mer rom for mengdetrening i temaet. I disse oppgavene øver man på en ting av gangen og de dekker det mest sentrale faginnholdet. Det er naturlig å gjøre disse om man ønsker å jobbe med flere oppgaver om et tema man ikke kjenner seg helt trygg på.



Terrengløypa

OPPGÅVE 5.14
Liv, Ine og Gro diskuterer om det algebraiske uttrykket $4ab^2 + 2a^2b$ kan trekkjast saman.

Liv: $4 + 2 = 6$. Sidan a og b er opphøgde i 2, så vi får $6a^2b^2$.
Ine: $4ab^2 + 2a^2b = 6a^3b^3$
Gro: $4ab^2 + 2a^2b$ kan **ikkje** trekkjast saman.

a Kven er du einig med? Grunngje svaret ditt.

Vi lèt $a = 3$ og $b = 2$.
b Rekn ut verdien av det algebraiske uttrykket $4ab^2 + 2a^2b$.
Rekn ut verdien av uttrykka til Liv og Ine.

No lèt vi $a = 1$ og $b = 1$.
c Rekn ut verdien av det algebraiske uttrykket $4ab^2 + 2a^2b$.
Rekn ut verdien av uttrykka til Liv og Ine.
d Vel ein verdi for a og ein verdi for b.
Rekn ut verdien av det algebraiske uttrykket $4ab^2 + 2a^2b$ og uttrykka til Liv og Ine når du brukar verdiane du har valt for a og b.
e Forklar kvifor uttrykket $4ab^2 + 2a^2b$ ikkje kan trekkjast saman.

Figur 37: (Hentet fra Matemagisk 8, s. 158)

Bak «følg stien» finner man «terrengløypa» som vist i figur 37. Dette er oppgaver som bygger videre på det man lærte i delkapittelet. Her kan elevene få oppgaver som er mer sammensette enn de som de finner i delkapittelet og i «følg stien». De kan også oppleve å få flere temaer på en gang. Dette hjelper elevene med å se sammenhenger mellom temaer.

I tillegg til disse oppgave kan man finne «topptur» i slutten av hvert kapittel. Dette er oppgaver som er utfordrende og elevene bør mestre «terrengløypa» godt før de begynner med disse. Det er oppgaver som går utover det som forventes å kunne på dette trinnet. Noen steder i boken kan man også finne «ekspedisjon» som er oppgaver som går langt utover det som man kan forvente på det gjeldende trinnet. Disse oppgaven gir godt trening i abstraksjon, generalisering og avansert problemløsning. I denne boken er det fire slike. Ved hjelp av disse oppgavene kan mange ulike elever finne oppgaver som treffer deres kunnskapsnivå og som de trenger å jobbe med. Enten om man trenger mer mengdetrening på det som blir snakket om i klassen, til at man mestrer dette godt og trenger mer avanserte oppgaver.

Matemagisk 8 er en kreativ bok med mange gode oppgaver. Oppgavetypene til Aschehoug er skrevet på en fin måte gjennom ulike turer. De har «følg stien», «terrengløypa», «topptur» og «ekspedisjon» som har økende vanskelighetsgrad. I tillegg har de 4 figurer/mennesker som følger elevene gjennom barne- og ungdomsskolen. Disse kommer med tips og kan hjelpe elevene underveis. Matemagisk 8 har også tydelig tatt inn programmering og har latt det være et eget delkapittel under «parenteser og likninger».

4.1.6 Matematikk 8

Matematikk 8 av Cappelen Damm består av grunnbok, oppgavebok, lærerens bok og digitale ressurser. I denne analysen tar jeg utgangspunkt i Matematikk 8 grunnbok. Boken har 332 sider fordelt på 4 ulike kapitler. Av disse er deler av kapittelet «tall og tallforståelse» og hele kapitelet «algebra» relevant. I metodedelen kan utvalget av kapitler nøye studeres, og på grunn av dette er deler av «tall og tallforståelse» inkludert. Temaene som er aktuelle er potenser, regning med potenser, kvadrattall og kvadratrot, regning med parenteser og regnerekkefølgen. Dette utgjør 28 sider og totalt 47 oppgaver. I algebrakapittelet er det 76 sider og 104 oppgaver. Det utgjør til sammen 105 sider og 671 analyserte deloppgaver. I boken finner vi forklaringer, eksempler, oppgaver, nivåinndelte oppgaver, fellesoppgaver, «husk!», underveisvurdering og tverrfaglig oppgave. Av disse blir oppgaver og nivåinndelte oppgaver kodet.

Kapittel: Tall og tallforståelse

Navn på delkapittel	**Antall sider**	**Antall oppgaver**
Potenser	4	10
Regning med potenser	8	12
Kvadrattall og kvadratrot	7	13
Regning med parenteser	4	5
Regnerekkefølge	5	7

Tabell 13: Oversikt over deler av kapittelet «tall og tallforståelse» (Data fra Matematikk 8)

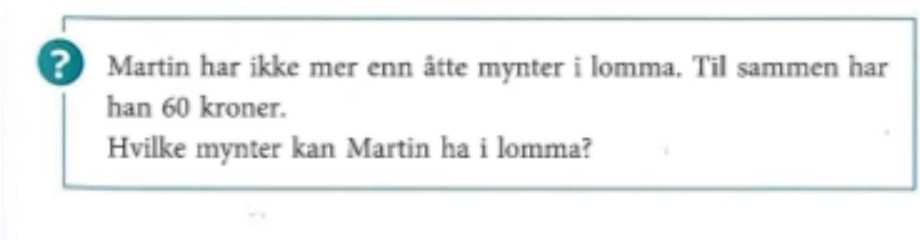
Kapittelet består av 9 delkapittel, men det er bare de nevnte 5 i tabell 13 som er aktuelle. Av dette ser vi at det er en omtrent lik fordeling når det gjelder oppgaver per side. Vi ser også at temaene er lagt opp strategisk, blant annet at potenser kommer før regnerekkefølge. Dette er naturlig, fordi potenser er en del av regnerekkefølgen og da vil det være gunstig å kunne noe om det før man lærer om regnerekkefølge.

Kapittel: Algebra

Navn på delkapittel	**Antall sider**	**Antall oppgaver**
Algebraiske uttrykk	7	15
Addisjon og subtraksjon av algebraiske uttrykk	4	5
Potenser i algebraiske uttrykk	4	5
Multiplikasjon og divisjon av algebraiske uttrykk	4	6
Parenteser i algebraiske uttrykk	4	6
Mønster i tall	8	14
Å løse et problem ved hjelp av tegning	8	14
Likninger	16	21
Å kontrollere løsningen på en likning	5	7
Problemløsning og likninger	8	11

Tabell 14: Oversikt over kapittelet «algebra» (Data fra Matematikk 8)

I dette kapittelet ser vi også at oppgaver per side er nokså likt fordelt og at de ulike emnene er lagt opp strategisk. Det er blant annet strategisk lagt opp at elevene skal kunne algebraiske uttrykk godt og ha jobbet med det en stund før de begynner med likninger.


?
Martin har ikke mer enn åtte mynter i lomma. Til sammen har han 60 kroner.
Hvilke mynter kan Martin ha i lomma?

Figur 38: (Hentet fra Matematikk 8, s. 167)

Figur 38 er et eksempel på en fellesoppgave. De er fordelt ut gjennom hele boken og kapittelet. Dette er spørsmål som man kan stille seg selv, eller som man kan diskutere med andre. Man kan også ta opp disse spørsmålene i klassen, for dette er oppgaver som gjerne kan diskuteres og jobbes mer med. De er godt koblet opp mot det temaet som er aktuelt og kan derfor fint fungere som et avbrekk i de andre oppgavene.

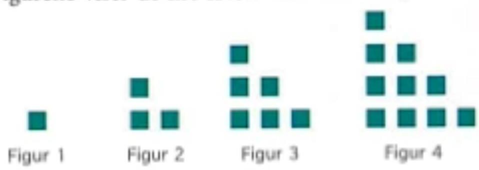
HUSK

Hvis det er flere ledd med variabler eller tall på samme side av likhetstegnet, kan det være lurt å trekke sammen disse leddene først.

Figur 39: (Hentet fra Matematikk 8, s. 209)

Underveis i boken og kapittelet finner man også slike «husk» som vist i figur 39. Disse står ofte mellom oppgavene og er der for å minne elevene på noen regler og triks som de kan bruke for å løse oppgavene som kommer. Dette kan også bidra til at elevene lettere husker disse reglene og at det dermed er lettere å bruke dem.

3.50 Figurene viser de fire første trekanttallene.



- a) Hvor mange brikker er det i figur nummer 5?
  b) Hvor mange brikker er det i figur nummer 6?

- a) Hvor mange brikker er det i figur nummer 7?
  b) Hvor mange brikker er det i figur nummer 8?

- a) Bruk formelen $T_n = \frac{n(n+1)}{2}$ til å finne antall brikker i figur nummer 10.
  b) Hvor mange brikker er det i figur nummer 100?

Figur 40: (Hentet fra Matematikk 8, s. 194)

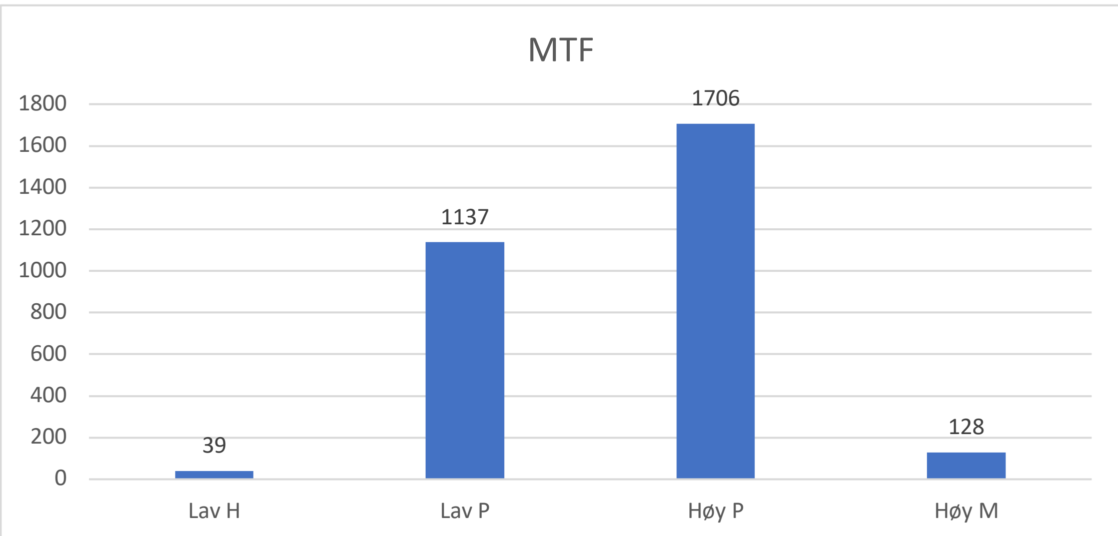
Noen av oppgaven i grunnboken og alle oppgavene i oppgaveboken er nivådelt. I denne analysen tar jeg bare utgangspunkt i grunnboken, men det finnes en del slike oppgaver i den, som vist i figur 40. I disse kan elevene velge hvilket nivå de vil løse oppgaven på. Ofte er oppgavene lagt opp slik at det er lurt å løse alle de tre nivåene om man er på det høyeste nivået. Dette kan gjøre oppgaven enklere å løse og man kan derfor også stoppe når man merker at man ikke får det til lenger. Disse oppgavene er noe mer krevende enn de som ikke er nivådelte og kan derfor skape mer dybde i temaet.

Bakerst i kapittelet finner vi først en dobbeltside med underveisvurdering og så en dobbeltside med en tverrfaglig oppgave. Underveisvurderingen er en god måte for elevene å teste seg på i slutten av kapittelet for å sjekke at man kan det man burde. Der er det ulike oppgaver som tester det som ble tatt opp i kapittelet. De tverrfaglige oppgavene er i denne boken knytet til FNs bærekraftsmål og elevene skal jobbe med et tema ut fra disse. Det er en ny tverrfaglig oppgave til hvert kapittel, men de er ikke nødvendigvis knyttet til temaet. Disse oppgavene kan hjelpe elever med å se sammenhenger og koble matematikken opp mot andre fag og temaer. De viser også hvordan man kan bruke matematikk i hverdagen.

Matematikk 8 er en bok med mange oppgaver. Den har flere oppgaver enn noen av de andre bøkene. Dette skaper en god mengdetrening og vil gjøre at elevene ikke er like avhengige av andre ressurser for å utfylle boken. Boken har også flere oppgaver som er delt inn etter nivå, der elevene kan velge det nivået de er på eller bygge seg opp. Boken har lite bilder og farger og kan virke mer akademisk enn mange av de andre.

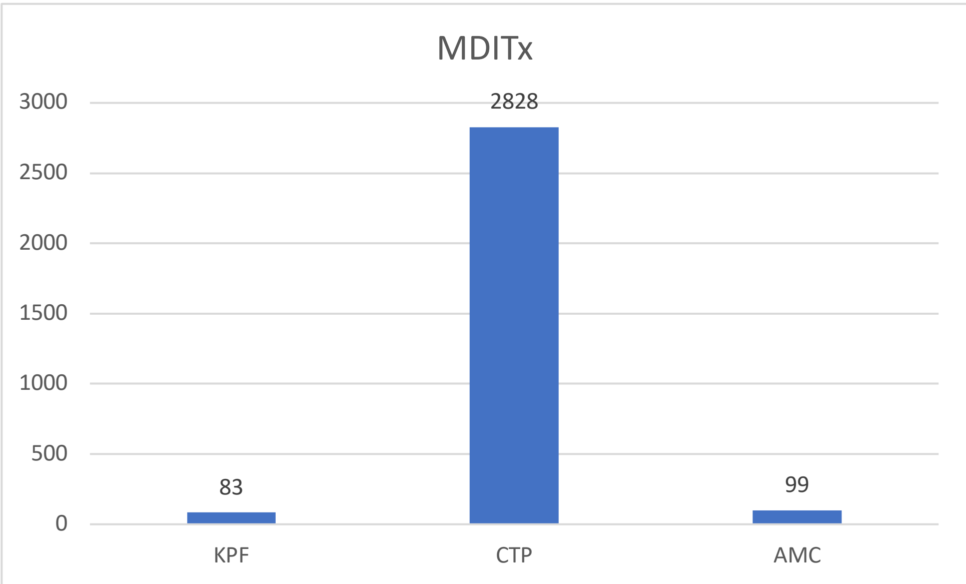
4.2 Resultat oppgaver

Jeg har kodet 3010 deloppgaver i de seks lærebøkene i denne studien. (For å se hvordan jeg definerer en oppgave se i metodekapittelet.)



Tabell 15: Oppgaver kodet til MTF rammeverk

I MTF (Mathematical Tasks Framework) av Stein og Smith (1998) fordeler oppgavene seg slik som visst i tabell 15. Av denne ser vi at 1,3% av oppgavene plasserer seg innenfor Lav H. Dette er oppgaver som går ut på regler og hukommelse, «bare gjøre og ikke tenke». 37,8% av oppgavene plasserer seg innenfor Lav P som er oppgaver med en gitt prosedyre som ikke har sammenheng. Disse to kategoriene utgjør til sammen det som går under de lave kognitive kravene. Dette utgjør da omtrent 39 % av oppgavene. De fleste av oppgavene i bøkene plasseres innenfor Høy P, disse utgjør 56,7 %. Dette er oppgaver der det gjerne er gitt en fremgangsmåte, men her er det en sammenheng. Høy M oppgavene utgjør 4,3% og dette er oppgaver der det ikke er en gitt fremgangsmåte, men at det krever at elevene utforsker selv. Høy P og Høy M oppgavene blir kategorisert som oppgaver med høye kognitive krav og disse utgjør 61% av oppgavene i bøkene.



Tabell 16: Oppgaver kodet til MDITx rammeverk

Det andre rammeverket som ble brukt til å kode oppgaver er MDITx av Ronda og Adler (2017). Av dette rammeverket fordeler oppgavene seg som vist i tabell 16. KPF er oppgaver som handler om tidligere lært kunnskap. Disse utgjør 2,8% av oppgavene i bøkene. Den største delen av oppgavene havner naturlig under CTP. Dette er oppgaver knyttet til det nåværende læringsobjektet og utgjør 93,9% av oppgavene. Den siste kategorien innenfor MDITx rammeverket er AMC. Dette er oppgaver som handler om å knytte sammenhenger mellom temaer og handler ofte om tema som elevene ikke enda har blitt undervist. Disse oppgavene utgjør 3,3%.

			MTF				MDITx		
Lærebøker		*Lav H*	*Lav P*	*Høy P*	*Høy M*	*KPF*	*CTP*	*AMC*	*Totalt*
Multi 7	Antall oppgaver	2	263	298	26	21	542	26	589
	Relativ frekvens	0,3%	44,7%	50,6%	4,4%	3,6%	92,0%	4,4%	100%
Matemagisk 7	Antall oppgaver	13	109	147	9	8	251	19	278
	Relativ frekvens	4,7%	39,2%	52,9%	3,2%	2,9%	90,3%	6,8%	100%
Matematikk 7	Antall oppgaver	0	56	71	14	7	124	10	141
	Relativ frekvens	0%	39,7%	50,4%	9,9%	5,0%	87,9%	7,1%	100%
Maximum 8	Antall oppgaver	2	205	346	7	14	533	13	560
	Relativ frekvens	0,4 %	36,6 %	61,8 %	1,3 %	2,5 %	95,2 %	2,3 %	100%
Matemagisk 8	Antall oppgaver	16	246	446	37	14	707	24	745
	Relativ frekvens	2,1 %	33,0 %	59,9 %	5,0 %	1,9 %	94,9 %	3,2 %	100,0 %
Matematikk 8	Antall oppgaver	6	258	398	35	19	671	7	697
	Relativ frekvens	0,9 %	37,0 %	57,1 %	5,0 %	2,7 %	96,3 %	1,0 %	100,0 %

Tabell 17: Oversikt etter koding av oppgaver i de ulike lærebøkene

For å vise hvordan de ulike oppgavene fordelte seg i rammeverk og lærebok er tabell 17 laget. Her ser vi en oversikt over de ulike lærebøkene og hvor mange oppgaver som er kodet totalt og hvordan de fordeler seg ut på de ulike rammeverkene. I Multi 7 ser vi at det er 589 oppgaver som er kodet i rammeverket MTF og MDITx. Av denne tabellen ser vi at Matematikk 7 har færrest oppgaver kodet med 141, mens Matemagisk 8 har flest med 745 oppgaver. Av denne tabellen er det også tydelig at det er færrest oppgaver som er kodet til Lav H og at dette kan sees igjen i de fleste lærebøkene. Vi kan også se at det er flest oppgaver som er kodet til Høy P i MTF rammeverket. I MDITx rammeverket kan vi tydelig se at flest oppgaver går under CTP kategorien, og at resten av oppgavene fordeler seg nokså likt mellom KPF og AMC.

For å få et tydeligere overblikk over resultatene har jeg også vist relativ frekvens for de ulike delene i rammeverket i tabell 17. Ved å gjøre dette kan man se resultatene tydeligere. Her ser vi at det er tydelig at det i MTF rammeverket er færrest oppgaver kodet til Lav H, og tydelig flest kodet til Høy P. I MTF rammeverket kan vi også tydelig se at uten tvil flest oppgaver er kodet til AMC. Disse resultatene ser vi også i tabell 17.

Ett av mine forskningsspørsmål går på overgangen mellom 7. og 8. trinn. For å få vist dette tydelig i tabeller har jeg laget en tabell for de ulike bøkene i 7. trinn og en for de ulike bøkene i 8. trinn.

	Lav H	*Lav P*	*Høy P*	*Høy M*	*KPF*	*CTP*	*AMC*	**Sum**
Multi 7	2	263	298	26	21	542	26	589
	0,3%	44,6%	50,6%	4,4%	3,6%	92,0%	4,4%	100%
Matemagisk 7	13	109	147	9	8	251	19	278
	4,7%	39,2%	52,9%	3,2%	2,9%	90,3%	6,9%	100%
Matematikk 7	0	56	71	14	7	124	10	141
	0%	39,7%	50,4%	9,9%	5%	87,9%	7,1%	100%
Sum antall oppgaver	15	428	516	49	26	917	55	1008
Sum prosentdel	1,7%	41,2%	51,3%	5,8%	3,8%	90,1%	6,1%	100%

Tabell 18: Oversikt over koding i bøkene fra 7. trinn

	Lav H	*Lav P*	*Høy P*	*Høy M*	*KPF*	*CTP*	*AMC*	***Sum***
Maximum 8	2	205	346	7	14	533	13	560
	0,4%	36,6%	61,8%	1,3%	2,5%	95,2%	2,3%	100%
Matemagisk 8	16	246	446	37	14	707	24	745
	2,1%	33,0%	59,9%	5,0%	1,9%	94,9%	3,2%	100%
Matematikk 8	6	258	398	35	19	671	7	697
	0,9%	39,0%	57,1%	5,0%	2,7%	96,3%	1%	100%
Sum antall oppgaver	24	709	1190	79	47	1911	44	2002
Sum prosentdel	1,1%	36,2%	59,6%	3,8%	2,4%	95,5%	2,1%	100%

Tabell 19: Oversikt over koding i bøkene fra 8. trinn

Ut fra tabell 19 og tabell 20 kan vi se at det er en større andel Høy P oppgaver i 8. enn det er i 7. trinn. Vi kan også se at det er flere oppgaver som er kodet til Lav P i 7. trinn enn det er i 8. trinn.

For å skape en oversikt har jeg også sett på de ulike forlagene hver for seg for å se om det er noen forskjeller.

	Lav H	*Lav P*	*Høy P*	*Høy M*	**Totalt**
Gyldendal	4	468	644	33	1149
	0,3%	40,7%	56,1%	2,9%	100%
Aschehoug	29	355	593	46	1023
	2,8%	34,7%	58%	4,5%	100%
Cappelen Damm	6	314	469	49	838
	0,7%	37,5%	56%	5,8%	100%

Tabell 20: Oversikt over oppgaver fordelt på de ulike læreverkene

I tabell 21 kan vi se at fordelingen av oppgaver kodet til de ulike kategoriene i MTF rammeverket er nokså lik. Det er noe forskjell på Lav P, der det skiller 6% mellom Aschehoug som har lavest andel og Gyldendal som er høyest andel oppgaver kodet.

5 Diskusjon

5.1 Kognitive krav i lærebøker

Å få en god forståelse for matematikk vil være essensielt for å mestre matematikken. For at man skal få til dette må man kunne jobbe med oppgaver med ulike kognitive krav. Disse oppgavene er det lærebøkene som presenterer og de er derfor sentrale. Læreboken binder kompetansemålene i læreplanen og de pedagogiske praksisene best sammen og bidrar dermed til elevens utvikling av matematisk kompetanse (Kongelf, 2019). Både Törnroos (2005) og Senk, Thompson og Wernet (2014) har konkludert med at det er tydelige indikatorer på at det er en sammenheng mellom lærebok og elevprestasjoner. Problemstillingen min er: «Hvilke kognitive krav stiller algebraoppgaver i lærebøker på 7. og 8. trinn?» I denne delen skal jeg prøve å besvare den ved hjelp av teori og mine resultater. Analysen min tyder på at det er en overvekt av oppgaver innenfor Høy P kategorien og at det da viser at det er en overvekt av oppgaver med høye kognitive krav.

Ut fra tabell 17 som vist i resultatkapittelet kan vi se at i kodingen av oppgavene i MTF rammeverket (Stein & Smith, 1998) så kan man se en tydelig overvekt av Høy P (Prosedyre med sammenheng) oppgaver. Dette er oppgaver som har høye kognitive krav og som krever at man kan se sammenhenger. Elevene kan bruke og forstå eksempelet og vet derfor hvordan de kan bruke det til en oppgave som ser noe annerledes ut. Høy P oppgavene utgjør 56,6% av alle oppgavene i de seks lærebøkene. Denne informasjonen viser oss at i de lærebøkene jeg har sett på kan man se et tydelig fokus på at elevene ikke bare skal huske formler og regler, men at de også skal vite hvordan de skal bruke dem. Det viser også at det blir stilt høye kognitive krav i lærebøker, noe som tyder på at dette er et fokus. Dette fokuset kommer mest sannsynlig fra LK20 (Utdanningsdirektoratet, 2021) der dybdelæring er et tema som blir lagt stor vekt på. Ut fra dataene om hver enkelt bok ser vi at det ikke er så mange kapitler, særlig på ungdomsskolen. Dette gjør at bøkene legger til rette for at man kan jobbe lenge med samme tema og dermed kunne gå ned i dybden. Det er viktig for at elevene faktisk skal lære noe og forstå noe, og at man ikke bare går videre fordi at man har for mange temaer. Dette er noe som læreplanen har lagt vekt på, og er derfor noe det ser ut som at lærebokforfatterne har tatt med i betraktning under utarbeidingen av lærebøkene.

I tabell 17 kan vi også se at i MTF rammeverket (Stein & Smith, 1998) er det kategorien Lav H (Hukommelse) som har færrest oppgaver. Disse oppgavene utgjør bare 1,3%. I tabellen ser vi også at det varierer fra bok til bok hvor mange slike oppgaver det er. Oppgaver som får koden Lav H går ut på å huske en regel eller prosedyre. Dette er oppgaver som har lave kognitive krav og de krever derfor lite av eleven. Det er likevel godt for elevene å ha noen få slike oppgaver i kapitlene slik at de får øve på en regel eller jobbe ut fra noe de kan fra før av. Dette er oppgaver som kan skape noe mestring for elevene, og er oppgaver som de enkelt skal klare. Slike oppgaver viser også at regelen er viktig og at det er lurt å kunne den, og de videre oppgavene bygger gjerne på dette. Det er derfor bra at det er noen slike oppgaver i hvert av kapitlene og delkapitlene i boken.

Lav P (Prosedyre uten sammenheng), som er den andre kategorien av oppgaver med lave kognitive krav, utgjør 37,8% av oppgavene. Dette er oppgaver der elevene kan følge eksempel og gjøre oppgaver som ligner og som handler om at man gjør veldig like oppgaver som eksempelet. Det krever ikke en forståelse av eksempelet, men handler bare om å gjøre det. Disse oppgavene utgjør nesten halvparten av oppgavene i bøkene av en grunn. Dette handler om mengdetrening. For å lære en prosedyre og komme inn i en ny måte å tenke på så må man jobbe mye med det. Her handler det om å gjøre mange like oppgaver etter hverandre for å øve på prosedyren. Dette gjør at elevene etter hvert kan gå videre til oppgaver med høyere kognitive krav og som krever mer forståelse.

Høy P (Prosedyre med sammenheng) er den første kategorien av oppgaver med høye kognitive krav, og utgjør 56,7% av oppgavene. Dette er oppgaver der elevene kan se på eksempelet, men de krever en egen forståelse for å løse dem. Man kan ikke løse eksempelet «blindt» som man kan ved Lav P. Dette er den største kategorien og utgjør over halvparten av oppgavene i bøkene. Dette er prosedyreoppgaver som handler om at eleven arbeider med et spesielt tema, men man har med forståelsen. Dette gjør at dette til en god overgang mellom Lav P og Høy M.

Den siste kategorien i MTF rammeverket er Høy M (Gjøre matematikk). Denne kategorien utgjør 4,3% av oppgavene i bøkene. Dette er oppgaver som har høye kognitive krav og krever derfor en del av elevene. Oppgavene går ut på forståelse, se sammenhenger og utforskning. I alle utenom én lærebok ser vi at denne kategorien er større enn Lav H. Slike oppgaver krever at elevene har en del prosedyrekunnskap og har noe forståelse for prosedyrene. Dette gjør at oppgavene passer best for de elevene som mestrer det grunnleggende. For disse elevene kan slike oppgaver være mer givende enn de typiske prosedyreoppgavene. Det er derfor gunstig at bøkene legger opp til at det er desidert flest prosedyreoppgaver. Disse oppgavene som krever høye kognitive krav, er viktige for at elevene får utforske og tenke selv. De skal ikke følge en bestemt prosedyre, men heller finne på en selv ut fra den kunnskapen de har. Dette handler om utforsking og problemløsning som er et av kjerneelementene i LK20 (Utdanningsdirektoratet, 2020). Dette handler om at elevene ikke skal fokusere like mye på å få riktig svar, men se mer på fremgangsmåte og strategier for å løse oppgaven. Dette er noe som er sentralt i problemløsning. På grunn av den tydelige mengden av slike oppgaver, kan man se at dette er et kjerneelement som lærebokforfatterne har inkludert i utarbeidingen av lærebøkene. Dette er også noe som man kan koble til kjerneelementet abstraksjon og generalisering. Elever kan slik formulere seg selv og når de jobber med oppgaver med høye kognitive krav er viktig at de kan bruke et godt språk. I tillegg må de kunne se sammenhenger og strukturer og komme frem til disse på egenhånd (Utdanningsdirektoratet, 2020). I tillegg til de oppgavene som faktisk ble kodet, er det flere tenke og utforskingsoppgaver i bøkene som man kan se i resultatdelen. Disse legger også opp til utforskning og problemløsning, ved hjelp av samtale. I slike oppgaver skal elevene bruke den informasjonen de har fra før av til å løse et nytt problem. Dette viser at det er noe flere oppgaver som handler om problemløsning og utforsking og som derfor naturlig ville gått under Høy M enn det som er vist i tabellen. Årsaken til dette er utvalget av oppgaver som man kan lese om i metodekapittelet.

Ut fra disse resultatene kan vi si at lærebøker legger stor vekt på prosedyrekunnskap (Hiebert & Leferve, 1986). 94% av alle oppgavene i bøkene går ut på dette. Dette er naturlig, fordi elevene skal i disse oppgave følge eksempel, enten direkte eller med forståelse, for å løse ulike oppgaver. Oppgavene som har fått koden Høy P er de som utgjør flesteparten. Her kan elevene se på eksempler, men de må forstå hvorfor eksempelet funker og kan derfor løse ulike oppgaver knyttet til dette. Dette handler om relasjonell forståelse (Skemp, 1978), og viser at lærebøker legger vekt på dette. I resultatene ser vi også at 39,1% av oppgavene går innenfor lave kognitive krav. Dette er oppgaver som kan løses selv om man har en instrumentell forståelse (Skemp, 1978). Det handler om at elevene kan noen regler eller prosedyrer og løser oppgaven slik de viser. Det krever ingen utforskning eller forståelse, men handler om at eleven skal gjøre en bestemt prosedyre flere ganger. Oppgavene med lave kognitive krav kan også kobles til prosedyrekunnskap og da særlig «rote learning» (Hiebert & Leferve, 1986). «Rote learning» er kunnskap som er avhengig av kontekst og dermed lite generaliserbar. Elever vil derfor slite med å se sammenhenger, og derfor stemmer dette godt overens med oppgaver med lave kognitive krav. Når det kommer til de høye kognitive kravene i oppgavene utgjør disse 60,9% i av oppgavene i min koding. Dette utgjør de fleste av oppgavene i bøkene. Her er det særlig Høy P oppgavene som bidrar til den høye prosenten. For å løse oppgaver med høye kognitive krav må man ha relasjonell forståelse (Skemp, 1978). Det handler om forståelse og å kunne bruke det man har lært tidligere inn i noe nytt. Disse oppgavene kan også kobles opp mot begrepsmessig kunnskap der det er snakk om å gjøre en prosedyre, men vite hvorfor den fungerer og hva man kan gjøre om man får et lignende problem. Når det kommer til lærebøker finner jeg ikke tall på hva som er en god andel oppgaver med høye kognitive krav eller hvordan oppgavene bør fordeles på de ulike kategoriene.

Dagens læreplan (LK20) legger stor vekt på dybdelæring (Utdanningsdirektoratet, 2020). Det handler om at man istedenfor å ha mange og små fokusemner, har man få og store fokusemner. Dette kan man se igjen i resultatene fra bøkene. Man ser at de fleste bøkene ikke har så mange kapitler og at det er få ulike emner. Grunnen til dette er at man skal ha tid til å gå ned i materien av hvert emne og skape en forståelse av temaet. På grunn av den store mengden av temaer har et resultat av dette blitt at man må forte seg gjennom de ulike temaene og har derfor ikke like god tid til å fokusere på forståelsen. Forståelse har alltid vært et mål ifølge læreplanen og Utdanningsdirektoratet. Problemet har vært tidsbruk. Det tar lang tid å gå igjennom de ulike emnene, spesielt når det er mange mål som skal dekkes. Dette er noe som har blitt tatt tak i ved den nye læreplanen. Det har kommet færre mål og man har derfor bedre tid til å fokusere på hvert enkelt. Hvert av disse målene dekker mye læring, men fordi de er så vide kan man velge friere hvordan man vil legge det opp. I mine resultater ser man at alle lærebøkene har flest av Høy P (Prosedyrer med sammenheng) (Stein & Smith, 1998). Dette er som tidligere nevnt oppgaver som går godt overens med dybdelæring. De legger opp til forståelse og bruk. Lærebokforfatterne har dermed tydelig inkludert læreplanen i utarbeidelsen av bøkene. Det er noe som er positivt for da ser vi at det er en kobling mellom læreplan og lærebok.

For å se om min studie er gyldig og relevant for fagfeltet ønsker jeg nå å sammenligne den med tidligere lignende studier. Det er spesielt tre ulike masteroppgaver som har sett på lignende tema tidligere som jeg vil sammenligne med, og de er Anda (2020), Myge (2021) og Heimstad og Strand (2018). Anda (2020) og Myge (2021) er oppgaver som ble skrevet etter fagfornyelsen, mens Heimstad og Strand (2018) ble skrevet før. Anda (2020) har i sin oppgave sammenlignet lærebøker fra gammel til ny læreplan og sett på hvordan det eventuelt endres. Heimstad og Strand (2018) har blant annet sett på de kognitive kravene i bøker på ungdomskolen. Myge (2021) har blant annet sett på kognitive krav i bøker i 1T på videregående.

Anda (2020) kom frem til at 1,8% av oppgavene plasserte seg i Lav H, 54% i Lav P, 37,9% i Høy P og 6,3% i Høy M. Disse svarene kommer fra de bøkene han har kodet til ny læreplan for sammenligning. Dette er svar som er annerledes enn det jeg har kommet frem til. I begge våre oppgaver kan vi se at de absolutt fleste oppgavene er prosedyreoppgaver. Disse utgjør 92% i Anda (2020) og 94,4% i min koding. Det som er ulikt er at i min koding har jeg kommet frem til at det er flest andeler oppgaver som plasserer seg innenfor Høy P, mens Anda (2020) har kommet frem til at flest oppgaver plasserer seg i Lav P. En av årsakene kan være selvstendig tolkning og plassering av oppgaver. Det viktigste årsak tenker jeg kan være at Anda (2020) har sett på kapitlene som omhandler funksjoner, mens jeg har sett på algebra.

Myge (2021) har sett på bøker i 1T på videregående og kommet frem til: Lav H- 0,1%, Lav P- 50,4%, Høy P- 41,7%, Høy M- 7%. Ut fra dette har han også kommet frem til at 92% av oppgave er prosedyreoppgaver. Ut fra Myge (2021) sine svar kan vi se at de ligner noe på Anda (2020), og er dermed noe ulik mine. Han har også kommet frem til flest oppgaver i Lav P, men det er her noe likere mellom de to prosedyrekategoriene. I hans koding har han kommet frem til at det er svært få oppgaver i Lav H kategoriene, noe som er lavere enn både min koding og den som Anda (2020) har gjort. Årsakene bak ulikhetene er like her som de med Anda (2020), men Myge (2021) har sett på algebra slik som jeg. En annen årsak til ulikhetene til Myge (2021) er at han har sett på bøker på videregående, mens jeg har sett på bøker i ungdomsskolen.

Heimstad og Strand (2018) kom frem til at 89% av oppgavene var prosedyreoppgaver. I de fire kategoriene til MTF rammeverket fordelte kodingen deres seg slik: Lav H- 6,7%, Lav P- 67%, Høy P- 22,2%, Høy M- 4,2%. Ut fra min koding kan vi se en likhet i kategorien Høy M, der denne er lik. De andre kategoriene fordeler seg ulik i forhold til meg, men også i forhold til Myge (2021) og Anda (2020). I likhet med de har Heimstad og Strand (2018) også kommet frem til at det er flest oppgaver i Lav P. Noe av grunnen til de ulike resultatene kan være de ulike læreverkene. Ut fra verdiene kan man blant annet se at det var flere oppgaver kodet til Lav H i Heimstad og Strand (2018) enn det var i de to andre og min. I tillegg har de kodet hele boken i motsetning til oss andre som bare har kodet spesifikke emner.

Ut fra hvor høye de kognitive kravene i oppgavene i algebra er i både 7. og 8. trinn kan vi også si noe om hvordan algebra blir innført. Det er tydelig at algebra har fått en klar plass i lærebøkene allerede på barneskolen. Det er tydelig at fordi de kognitive kravene i oppgavene er så høye på barneskolen, så er dette noe som har blitt innført tidlig. For at algebra skal kunne bli innført så tidlig må det bli gjort på en annen måte enn den tradisjonelle som man lærte tidligere på ungdomsskolen. Ved å tidlig skape assosiasjoner til algebraisk tenking blir elevene bedre rustet for å klare å løse «vanlig» algebra senere. Dette er det som Carraher & Schliemann (2007) kaller for «early algebra». Ut fra læreplanen (Utdanningsdirektoratet, 2020) kan man se at allerede nede i 2. klasse er ett av målene «kjenne igjen og beskrive repeterende enheter i mønster og lage egne mønster» (Utdanningsdirektoratet, 2020). I 3.

klasse er ett av målene «beskrive likhet og ulikhet i sammenlikning av størrelser, mengder, uttrykk, tall og bruke likhet- og ulikhetstegn» (Utdanningsdirektoratet, 2020). Dette viser at i den nye læreplanen skal man begynne å lage assosiasjoner til algebra allerede i lavt på barnetrinnet. Til tross for at dette ikke er avansert algebra er det med å skape gode assosiasjoner slik at det blir enklere å lære algebra når de blir eldre.

I min studie har jeg ikke sett på oppgaver som handler om aritmetikk og det vil derfor være vanskelig å si noe om den overgangen og om hvordan aritmetikken legger opp til læring av algebra. Likevel mener jeg at fordi de kognitive kravene i oppgavene er så høye er det lagt opp til en god forståelse av algebra i tidlig alder. Herscovics & Linchevski (1994) hevder at tempoet som algebra blir innført i, og den formelle måten det blir presentert på, kan være en av årsakene til at algebra oppleves som vanskelig. De var skeptiske til at lærebokforfattere og lærere var i for liten grad oppmerksom på de kognitive kravene elevene opplever i møte med algebra, og at de gjerne har for høye forventninger. Dette kan være et faktum også i dag, men dette er det vanskelig å si noe om når jeg bare ser på lærebøker og ikke ser på hvordan elever jobber med de ulike oppgavene.

5.2 Forskjeller mellom forlagene

En annen ting man kan se på når det kommer til de kognitive kravene i oppgavene i lærebøkene er forskjeller og likheter mellom de ulike forlagene. Dette er ikke et av mine forskningsspørsmål, men er relevant for å se om de kognitive kravene i oppgavene fordeler seg likt basert på forlag. Vi skal se på forlagene hver for seg og forskjeller mellom bøkene som forlaget har laget, samt forskjeller mellom forlagene som helhet.

Gyldendal

Multi 7 og Maximum 8 er begge fra Gyldendal forlag. I tabell 17 ser vi at disse bøkene har omtrent like mange kodede oppgaver, altså oppgaver som handler om algebra. Vi kan også se at de har like mange Lav H oppgaver. Det som skiller de er at de har litt ulik fordeling mellom Lav P og Høy P, der Maximum 8 har betydelig større forskjell mellom disse enn det Multi 7 har. En annen ting som skiller dem, er antall oppgaver kodet til Høy M. Her kan vi se ut fra tabellen at Multi 7 har 26 slike kodede oppgaver, mens Maximum 8 har 7. Disse forskjellene som vi kan finne mellom bøkene kan være tilfeldige. Dette gjelder spesielt antall Høy M oppgaver, da disse er noe vanskelig å kode og Multi 7 var den første boken som ble kodet, og Maximum var en av de siste. Dette kan ha noe betydning for kodingen. Overvekten av Høy M oppgaver i Multi 7 fremfor Maximum 8 viser at den boken legger mer opp til utforsking og problemløsning. Dette er en positiv ting for det gjør at elevene gjerne er bedre forberedt på det som venter dem på ungdomsskolen. For å se på hvordan fordelingen av de kognitive kravene fordeler seg på de ulike bøkene, for å dermed kunne peke på forskjeller, kan vi se på hver kategori for seg selv og se hvor stor prosentdel denne utgjør av totalen. Kategorien Lav H utgjør 0,34% av oppgavene i Multi 7 og 0,4% av oppgavene i Maximum 8. Her kan vi ser at denne fordelingen er omtrent lik. I den neste kategorien, Lav P, utgjør de kodede oppgavene 44,65% for Multi 7 og 36,6% for Maximum 8, noe som viser en tydelig forskjell på 8% mellom de to lærebøkene i denne kategorien. I tillegg til at det er flere oppgaver i Lav H i Multi 7 utgjør dette også at det er flere oppgaver med lave kognitive krav i Multi 7 enn det er i Maximum 8. Kategorien Høy P utgjør 50,6% av oppgavene i Multi 7 og 61,8% av oppgavene i Maximum 8. Dette utgjør en forskjell på omtrent 11% mellom de to lærebøkene. Høy P er den kategorien som utgjør flest oppgaver hos begge lærebøkene, men likevel er det flere oppgaver i denne kategorien i Maximum 8 enn det er i Multi 7. I den siste kategorien, Høy M, utgjør de kodede oppgaven 4,4% i Multi 7 og 1,3% i Maximum 8. Her ser vi også en forskjell mellom de to lærebøkene. Det som kan legges merke til her er at til tross for at Multi 7 hadde flere oppgaver i de kategoriene med lave kognitive krav, har den flest oppgaver i den høyeste kategorien av kognitive krav. En forklaring for dette kan være forskjellen i klassetrinn som videre blir drøftet i kapittel 5.6. En annen kan være at det er vanskelig å skille mellom de to høyeste kategoriene av kognitive krav, fordi de har mange likheter.

Aschehoug

Matemagisk 7 og Matemagisk 8 er begge fra Aschehoug forlag. I tabell 17 ser vi at det er stor forskjell i antall oppgaver kodet mellom de to bøkene. Matemagisk 7 har 278 kodede oppgaver, mens Matemagisk 8 har 745 kodede oppgaver. Dette kan forklares med at det er to ulike trinn, og disse bøkene er i overgangen mellom barneskolen og ungdomsskolen. Likevel er denne forskjellen så stor at dette ikke forklarer det hele bildet. For å se nærmere på dette kan vi se på hvordan oppgavene fordeler seg på lærebøkene i MTF rammeverket som sier noe om de kognitive kravene. I Lav H ser vi at Matemagisk 7 har 13 oppgaver og Matemagisk 8 har 16 oppgaver. Dette er nokså likt, men om vi ser på prosentdelen dette utgjør kan vi se en forskjell. Her ser vi at i Matemagisk 7 utgjør dette omtrent 5%, mens det i Matemagisk 8 utgjør 2%. Til tross for at det var omtrent like mange oppgaver i begge bøkene i denne kategorien utgjør de ulik del av totalen. Dette er fordi Matemagisk 8 har betydelig flere oppgaver totalt enn det Matemagisk 7 har. I kategorien Lav P har Matemagisk 7 109 oppgaver som er kodet, mens Matemagisk 8 har 246. Dette utgjør 39% for Matemagisk 7 og 33,6% for Matemagisk 8. Her begynner vi å se en forskjell i antall oppgaver. Vi ser at det er over dobbelt så mange oppgaver kodet til Lav P i Matemagisk 8 som det er i Matemagisk 7. Denne forskjellen utgjør ca. 6% ut fra det totale antall oppgaver. Til tross for dette er det en større andel oppgaver kodet til denne kategorien i Matematikk 7 enn det er i Matematikk 8. I kategorien Høy P har Matemagisk 7 147 oppgaver, mens Matemagisk 8 har 446 oppgaver. Dette utgjør 53% for Matemagisk 7 og 60% for Matemagisk 8. Dette er en prosentforskjell på 7%. I den siste kategorien, Høy M, har Matemagisk 7 9 oppgaver, og Matemagisk 8 har 37 oppgaver. Dette utgjør omtrent 3% for Matemagisk 7 og 5% for Matemagisk 8. Ut fra disse tallene kan vi også se at det er en større andel av oppgaver med lave kognitive krav i Matemagisk 7 enn det er i Matemagisk 8.

Cappelen Damm

Matematikk 7 og Matematikk 8 er begge fra Cappelen Damm forlag. Ut fra tabell 17 kan vi se at det er stor forskjell i hvor mange oppgaver som er kodet mellom de to lærebøkene. I Matematikk 7 er det kodet 141 oppgaver, mens i Matematikk 8 er det kodet 697 oppgaver. Dette vil si at det er nesten 5 ganger så mange oppgaver i Matematikk 8 som det er i Matematikk 7. Dette utgjør mye, og noe av denne forskjellen kan forklares ved at det er ulike klassetrinn, og at det er overgangen mellom barne- og ungdomsskolen. Likevel er dette en så stor overgang at den nok skyldes andre ting enn dette. For å se videre på dette kan vi se på hvordan oppgavene fordeler seg i MTF rammeverket. I tabell 17 ser vi at Matematikk 7 har ingen oppgaver kodet til Lav H, mens Matematikk 8 har 6 oppgaver. Dette er en stor forskjell, men 6 av 697 oppgaver utgjør likevel ikke så mye. Det er derimot merkelig at Matematikk 7 ikke har noen oppgaver som er kodet til Lav H, siden dette er oppgaver som tar opp tidligere lært kunnskap. Innenfor Lav P har Matematikk 7, 56 oppgaver, mens Matematikk 8 har 258 oppgaver. I Matematikk 7 utgjør denne kategorien ca. 40% av oppgavene, mens det i Matematikk 8 utgjør 35%. Denne forskjellen er ikke så stor om vi ser på fordelingen i kategorien. I kategorien Høy P har Matematikk 7 71 oppgaver, mens Matematikk 8 har 398 oppgaver. Dette utgjør omtrent 50% for Matematikk 7 og 64% av oppgavene for Matematikk 8. Dette er en forskjell, og man ser at det er flere oppgaver med høye kognitive krav i Matematikk 8 enn det er i Matematikk 7. I den siste kategorien, Høy M, ser vi at det er 14 oppgaver i Matematikk 7, og 35 oppgaver i Matematikk 8 som er kodet. Dette utgjør 10% for Matematikk 7 og 5% for Matematikk 8. Her ser vi en ganske stor forskjell mellom de to kategoriene. Selv om det ikke er majoriteten av oppgaver så utgjør 5% i denne kategorien mange oppgaver. Noe som kan legges merke til er at selv om Matematikk 7 har flere oppgaver med lave kognitive krav enn det Matematikk 8, så er det flere utforskende og problemløsende oppgaver i Matematikk 7 enn det er i Matematikk 8. Det er derfor gjerne noe som legges vekt på mer i 7. trinn enn det gjør i 8. trinn i dette forlaget.

For å se på en sammenheng mellom de ulike forlagene kan man se i tabell 21 som vist i resultatkapittelet. I denne kan vi se en oversikt over hvor mange oppgaver hvert forlag har i de ulike kategoriene innenfor MTF rammeverket og hvor mange oppgaver det er totalt. I denne oversikten kan vi se at læreverkene fra Aschehoug har en større andel oppgaver i kategorien Lav H enn de andre læreverkene har. Vi kan også se at i kategorien Høy M har Cappelen Damm flest oppgaver av de tre forlagene til tross for at de har færrest oppgaver totalt. Vi ser at det er tydelig flest oppgaver innenfor kategorien Høy P i alle forlagene. Dette viser at det er noen forskjeller mellom de ulike forlagene. Likevel er ikke dette noe som har veldig stor betydning for valg av lærebøker. Det er gjerne hensiktsmessig å velge bøker som har noen oppgaver i hver av kategoriene. I dette er det Aschehoug som er best, fordi de har flest oppgaver i Lav H kategorien av de tre, men også en grei mengde av oppgaver i Høy M kategorien. Grunnen til at jeg tenker dette er en god fordeling er at man møter flere elever på det nivået de er på. For å gjøre dette er det sentralt å ha med noen oppgaver der elevene ikke trenger å tenke så mye, som Lav H oppgavene er. Videre er det hensiktsmessig å ha flest oppgaver der elevene øver på prosedyren og får mengdetrening, som er oppgavene som går innenfor Lav P og Høy P. Disse kategoriene utgjør absolutt flest oppgaver i alle bøkene noe som er naturlig. I tillegg ønsker man å ha noen oppgaver som kan utfordre elevene. Disse er gode for de elevene som mestrer det generelle og trenger å jobbe med noe mer utfordrende. For disse elevene er Høy M oppgavene gunstige. Elevene trenger å ha tilgang til oppgaver i alle de fire kategoriene i MTF rammeverket. Til tross for at ikke alle bøkene har så mange Lav H eller Høy M oppgaver er det derfor trolig at dette finnes mer av i oppgavebøkene. Dette er en ressurs som man i klassen har tilgang til og blir derfor brukt. Disse ble ikke kodet i denne studien, så helt sikre påstander kan derfor ikke trekkes. Ut fra tabell 21 kan si at det ikke er store forskjeller mellom forlagene. De forskjellene som man kan finne der er så små og vil gjerne bli dekket av oppgavebøkene eller andre ressurser. Likevel kan man ut fra de dataene som er tilgjengelige trekke noen slutninger som det er gjort her.

5.3 Sammenheng mellom MTF og MDITx

I denne oppgaven har jeg valgt å bruke både MTF rammeverket (Stein & Smith, 1998) og MDITx rammeverket (Adler & Ronda, 2015). MTF rammeverket er laget for å se på de kognitive kravene som ulike oppgaver har. MDITx er ikke direkte knyttet til kognitive krav, men handler om hvordan oppgaven legger seg i forhold til læringsobjektet. Jeg valgte å inkludere begge disse i min oppgave, fordi jeg har sett at de dekker omtrent de samme tingene og at MDITx ville være et godt supplement til MTF rammeverket. I tillegg har tidligere oppgaver (Anda, 2020; Myge, 2021) har sett en korrelasjon mellom noen av delene i disse rammeverkene. De har særlig sett en likhet mellom Høy M og AMC (Application or Making Conncetions tasks). Dette har de konkludert med at kan være fordi begge ser etter sammenhenger som ofte går utenfor det pensum spør etter. Høy M oppgaver er oppgaver som krever at eleven ser sammenhenger og utforsker, og er derfor ofte knyttet til problemløsning. AMC oppgavene går ut på å anvende det som de har lært på nye måter og til nye tema. De er ikke direkte knyttet til læringsobjektet, men går videre. Ut fra dette er det naturlig å tenke at disse vil være nokså like.

I mine resultater er ikke denne koblingen like tydelig. Ut fra kodingen har jeg sett at det er noe likhet mellom dem, men ikke en likhet som er tydelig. Når man ser på mine resultater ser man at 128 oppgaver er kodet til Høy M, mens 99 oppgaver er kodet til AMC. Det er altså flere oppgaver som er kodet til Høy M enn AMC. Dette kan skyldes fokuset ved de ulike rammeverkene. I MDITx er fokuset på læringsobjektet, om oppgaven er knyttet til det eller ikke. Der er oppgavene kategorisert til om dette var tidligere kjent kunnskap, kunnskap som er aktuelt for det nåværende læringsobjektet og kunnskap som handler om å knytte sammenhenger og går lengre enn det nåværende temaet. Høy M oppgaver er oppgaver som krever utforskning og å se sammenhenger, men dette er knyttet til de kognitive kravene og ikke nødvendigvis læringsobjektet. På grunn av dette fokuset er det ulikt hvordan de ulike oppgavene blir plassert etter kategori. Noen av Høy M oppgavene kan f.eks. bli kodet til CTP (Current Topic or Procedure) i MDITx rammeverket fordi de handler om det nåværende læringsobjektet. Grunnen til at de får koden Høy M er at de er mer problemløsende og går ut på utforskning av temaer. På den andre måten kan også noen av AMC oppgavene bli kodet til

Høy P i MTF rammeverket fordi de går videre enn det læringsobjektet handler om, men krever ikke utforskning og typisk problemløsning.

5.4 Sammenheng mellom 7. og 8. trinn

Ett av forskningsspørsmålene mine er «Hvordan forbereder lærebøker i matematikk elever i 7. trinn på overgangen til 8. trinn?». Dette er noe jeg vil prøve å besvare ved hjelp av mine resultater. Jeg har derfor laget to tabeller, tabell 19 og tabell 20 som vist i resultatkapittelet, der bøkene i 7. og 8. trinn er delt etter trinn. I disse har jeg sett på hvor mange oppgaver det totalt er i 7. klasse bøkene og 8. klasse bøkene, og videre funnet hvilken prosentdel det utgjør av totalt antall oppgaver.

I MTF rammeverket kan vi se at oppgaver kodet til Lav H fordeler seg nokså likt på de ulike trinnene. Her ser vi at i 7. klasse bøkene utgjør det 1,7% og 1,1% i 8. klasse bøkene. Dette er en liten forskjell, og det kan derfor tyde på at det ikke er av betydning. Likevel kan vi si at dette er en positiv trend, fordi det viser at det ikke blir lagt mer vekt på oppgaver direkte knyttet til hukommelse og regler i 7. trinn i forhold til 8. trinn. Dette er oppgaver som bør finnes sted i lærebøker, men som samtidig ikke skal ta opp for mye plass.

Den neste kategorien i MTF rammeverket er Lav P. Her kan vi se at det er en forskjell mellom de to ulike trinnene. I 7. klasse bøkene utgjør disse oppgavene 41,2%, mens de i 8. klasse bøkene utgjør 36,2%. Dette er en forskjell som er tydelig og som derfor vises igjen. Vi ser her at det er en betydelig større andel av Lav P oppgaver i 7. klasse bøkene i forhold til 8. klasse bøkene. Dette peker på at det er flere oppgaver med lave kognitive krav i bøkene fra 7. trinn enn det er i bøkene fra 8. trinn. Dette ser vi fordi oppgaver kodet til Lav H var omtrent likt fordelt, men vi finner større andel av Lav P oppgaver i 7. enn 8. trinn. Det viser at det er en større andel av oppgaver med lave kognitive krav i 7. trinn i forhold til 8. trinn. I overgangen til ungdomsskolen kan dette være relevant og viktig å ha i tankene. Elevene jobber, ifølge bøkene, med flere oppgaver som har lave kognitive krav i 7. klasse enn i 8. klase. Dette er oppgaver som krever at de enten kan en regel eller at oppgavene de gjør ikke krever så mye annet enn å følge det som står i eksempelet. De trenger ikke å skjønne sammenhenger eller hvorfor de gjør det de gjør, men bare gjøre det. I 8. trinn er det færre av slike typer oppgaver, og dermed flere Høy P oppgaver. Bøkene legger dermed opp til at elevene skal kunne forstå mer hva de gjør og ikke bare bruke eksempelet uten forståelse i 8. trinn i forhold til 7. trinn. Dette er noe som er naturlig siden elevene er eldre og dermed gjerne vil forstå mer og er mer klar for slike typer oppgaver. Likevel er det en endring i måten å tenke på, noe som kan gjøre at det blir en vanskelig overgang.

I oppgavene kodet til Høy P i MTF rammeverket kan vi også se en forskjell. I 7. klasse bøkene utgjør disse oppgavene 51,3%, mens de i 8. klasse bøkene utgjør 59,6%. Dette er en 8,2% forskjell mellom de ulike trinnene og er derfor noe som man kan se igjen i bøkene. Dette viser som nevnt tidligere at det er tydelig flere oppgaver av høyere kognitive krav i 8. trinn enn det er i 7. trinn. Begge trinnene har flest Høy P oppgaver som man kan se i tabellene, men det fordelingen av dem og hvordan de legger seg i forhold til de andre kategoriene varierer.

Den siste kategorien av oppgaver i MTF rammeverket er Høy M. Denne utgjør 5,8% av oppgavene i bøkene i 7. klasse og 3,8% av oppgavene i bøkene i 8.klasse. Dette er en liten forskjell på 2%. Det som likevel kan sies om dette er at det er en god ting at det er oppgaver som utfordrer elever til å tenke utenfor boksen og jobbe med utforskning og problemløsning på begge trinn. Det er også fint at disse utgjør omtrent like stor prosentdel. Elevene er dermed vant med slike oppgaver i 7. trinn og kommer til å møte de igjen i 8. trinn.

MDITx rammeverket har tre ulike kategorier som oppgavene fordeler seg mellom. Den første kategorien er KPF som fordeler seg nokså likt mellom 7. og 8. trinn. KPF oppgavene utgjør 3,8% av oppgavene i bøkene i 7. trinn og 2,4% av oppgavene i bøkene i 8.trinn. Dette er en forskjell på 1,2% og som dermed ikke er så stor. I begge klassene finner vi oppgaver i bøkene som handler om tidligere lært kunnskap, og repetering. Dette er positivt at det er tatt med noe som de kan fra før av og at boken bygger videre på det i et nytt tema. Dette er den kategorien der det er færrest oppgaver, som også er naturlig. Dette er likt i både 7. og 8. trinn.

Den neste kategorien av oppgaver i MDITx rammeverket er CTP. Denne kategorien utgjør de fleste av oppgavene. I bøkene i 7. trinn utgjør den 90,1% av oppgavene og i bøkene i 8. trinn utgjør den 95,5% av oppgavene. Det er nokså likt, men forskjellen mellom de er 4,4%. Dette er oppgaver som er knyttet til det nåværende læringsobjektet, og det er dermed veldig naturlig at dette er oppgavene som det er flest av. Det er en liten forskjell mellom hvordan denne kategorien fordeler seg mellom 7. og 8. trinn.

Den siste kategorien i MDITx rammeverket er AMC. Her er det noe forskjell mellom de to ulike trinnene. I oppgavene i bøkene i 7. trinn utgjør denne kategorien 6,1% av oppgavene, og i oppgavene i bøkene i 8. trinn utgjør den 2, 1% av oppgavene. Dette utgjør en forskjell på 4%. Denne er nokså liten, men den er til stede. Den tyder på at i bøkene i 7. trinn handler oppgavene oftere om å se sammenhenger og se lengre enn det læringsobjektet som er tema på det gitte tidspunkt, enn i bøkene i 8. trinn.

Ut fra disse dataene ser vi at det er flere oppgaver med lave kognitive krav i bøkene i 7. trinn enn det er i bøkene i 8. trinn. Dette betyr at oppgavene i 7. trinn handler mer om å kunne regler og følge eksempler. Dette er viktig kunnskap å ha og elevene trenger å jobbe med dette. Det er derfor en betydelig del av slike oppgaver i bøkene i 8. trinn også. Dette peker videre på at det er en økning i kognitive krav mellom 7. og 8. trinn. Dette kan vi se ved at oppgavene med høye kognitive krav utgjør 57,1% for 7. trinn, men de utgjør 63,4% for 8. trinn. Ulikheten mellom de kognitive kravene i oppgavene kan gjøre at det virker vanskelig for elever som begynner i 8. klasse. Det viser til en forskjell i kognitive krav og at oppgavene krever mer av elevene i 8. trinn. I kodingen er oppgavene kodet ut fra eksempler og tema og hva som kreves på det gitte klassetrinnet eller kapittelet, og det er derfor ikke der denne forskjellen kommer fra.

En annen ting som er viktig å legge merke til er at det er omtrent dobbelt så mange oppgaver i bøkene i 8. trinn som det er i 7. trinn i kapitlene som handler om algebra. Bøkene fra 7. trinn har 1008 oppgaver knyttet til algebra, mens bøkene fra 8. trinn har 2002 oppgaver. Dette er noe som kan forklares ved ulike innfallsvinkler. For det første er det litt flere kapitler i bøkene fra 7. trinn. Der er det til sammen 22 kapitler, mens det i bøkene i 8.trinn er 18 kapitler. I kapitlene som handler om algebra, som er de kapitlene de kodede oppgavene kommer fra, fordeler det seg slik: Bøkene fra 7. trinn har til sammen 5 kapitler som handler om algebra, og bøkene fra 8. trinn har 7,5 kapitler. Dette viser at det til tross for at det er flere kapitler i bøkene i 7. trinn i forhold til de fra 8. trinn, er det flere kapitler som omhandler algebra i bøkene i 8. trinn. Dette kan forklare noe av hvorfor det er flere oppgaver på 8. trinn enn det er i 7. trinn. I tillegg kan oppgavene i 7. trinn ha færre deloppgaver enn det bøkene i 8. trinn har. Dette vil utgjøre mye på antall kodede deloppgaver. Likevel forklarer ikke dette at det er dobbelt så mange.

Et annet aspekt ved at det er forskjell i oppgaver handler om trinnet. Det skal være en forskjell i både vanskelighetsgrad og antall oppgaver fra 7. til 8. trinn. I 8. trinn begynner man på ungdomsskolen, og av resultatene i tabell 19 og tabell 20 kan vi se at det er flere oppgaver med høyere kognitive krav i 8. trinn enn det er i 7. trinn.

Det som må bemerkes i denne diskusjonen er at selv om det store bildet viser at det er flere oppgaver i bøkene fra 8. trinn enn de fra 7. trinn, er det likevel forskjell på de ulike bøkene. I tabell 17 kan vi blant annet se at Multi 7 har omtrent like mange oppgaver som omhandler algebra som det de ulike bøkene i 8. trinn. Dette er likevel et unntak fra regelen siden vi også kan se i den samme tabellen at Matemagisk 7 og Matematikk 7 har betydelig færre enn det bøkene fra 8. trinn har. Matematikk 7 har færrest oppgaver og disse utgjør omtrent 1/3 av oppgave i bøkene fra 8. trinn. Sammenlagt kan vi derfor se store forskjeller. Likevel er det viktig å se på hver bok for seg og se at det er ulikheter mellom de ulike bøkene.

5.5 Videre forskning

I denne studien har jeg sett på kognitive krav i algebraoppgaver i 7. og 8. trinn og har måttet begrense dette noe på grunn av oppgavens omfang. Derfor vil jeg nå se på flere ting som kunne vært inkludert, men som ikke hadde plass i denne oppgaven.

Det første er å se på andre emner eller lærebøker som helhet. I min problemstilling har fokuset vært å se på algebra. Dette er noe som kunne være aktuelt å se på i videre forskning. Ved hjelp av dette får man også et tydeligere bilde av de kognitive kravene generelt i læreboken og man kan også sammenligne ulike kapitler og emner, og se om de stemmer med de resultatene jeg har fått.

En annen ting man kan se på er flere læreverk. I min oppgave har jeg sett på tre læreverk, og selv om dette er de som er mest brukt finnes det flere læreverk og det er dermed aktuelt å se på dette. Da vil man finne ut om de skiller seg mye ut eller om de er nokså like de tre som jeg har analysert.

Man kan også se på hvordan de kognitive kravene er i andre klassetrinn. Jeg har sett på bøker i 7. og 8. trinn, men det er aktuelt å se på lærebøker i lavere klassetrinn for å se når f.eks. algebra blir introdusert og på hvilken måte. Man kan også se på høyere klassetrinn og eventuelt sammenligne det med de kravene som er på videregående.

Noe som jeg i min studie har sett bort i fra er digitale ressurser. Innenfor de digitale ressursene kan man finne mye, og dette er et stor felt som man kan se på.

En annen ting man kan se på er om de kognitive kravene som er analysert i bøkene stemmer overens med det elever og lærere opplever i praksis. Her kobler man teorien til praksis og ser om det vi finner ut teoretisk også stemmer i praksisen.

Man kan se på om det er en endring i bøkene fra gammel til ny læreplan. I min oppgave har jeg bare sett på den nye læreplanen (LK20) og det hadde vært interessant å se om det er store ulikheter mellom lærebøkene til de to læreplanene. Dette har Anda (2020) sett på innen emne funksjoner, men man kan se på det videre i algebra og som hele bøker.

En siste ting jeg vil trekke frem er at man kan se på hvordan de kognitive kravene endrer seg i fasene i MTF rammeverket. I min studie har jeg bare sett på den første fasen der det handler om hvordan oppgaven ser ut i bøkene. Det man videre kan se på er de andre fasene og se hva eleven ender opp med å lære i den fjerde fasen. De andre fasene handler om hvordan læreren underviser om temaet, hvordan elevene tolker det læreren forklarer og hva de ender opp med å lære (Stein & Smith, 1998).

6 Avslutning

Denne studien har tatt for seg de kognitive kravene i algebraoppgaver i 7. og 8. trinn. Teorien viser at lærebøker fremdeles er noe som trengs i undervisningen og skaper mye av grunnlaget for hvilke oppgaver som blir valgt. Hvilke kognitive krav oppgaver har vil være viktig for å skape en dybdelæring og forståelse hos elevene.

6.1 Lærebøkers kognitive krav

Gjennom denne masteroppgaven har jeg belyst problemstillingen og et av forskingsspørsmålene mine, som er:
«Hvilke kognitive krav stiller algebraoppgaver i lærebøker på 7. og 8. trinn?»

Etter å ha analysert 6 ulike lærebøker, 3 på 7. trinn og 3 på 8. trinn har jeg kommet frem til noen funn som kan svare på dette:

Det første er at det er et tydelig flertall av prosedyreoppgaver i alle bøkene. Ut fra mine tall utgjør disse oppgavene 94% av alle oppgavene i bøkene. Dette er oppgaver som handler om å løse en oppgave ut fra en bestemt prosedyre. Under kategorien prosedyreoppgaver befinner både oppgaver som krever at eleven har forståelse og oppgaver som bare krever at eleven løser oppgaven slik som eksempelet viser. Dette er noe som er naturlig, fordi man ikke kan løse utforskende oppgaver uten å kunne noen prosedyrer først. Likevel utgjør dette en så stor del av antall oppgaver i bøkene at muligens vil overskygge utforskingen, som blant annet er en stor del av læreplanen (Utdanningsdirektoratet, 2020).

Et annet viktig funn er at det er flest oppgaver som går under kategorien Høy P (Prosedyre med sammenheng) i MTF rammeverket (Stein et al., 2009). Oppgaver som går under denne kategorien, utgjør 56% av alle oppgavene i bøkene. Dette er oppgaver som handler om at man gjør en prosedyre, men man har forståelse for hvorfor man gjør det. Dette er tall som er lovende i forhold til læreplanen. (Utdanningsdirektoratet, 2020). Prosentandelen var høyere enn det jeg forventet etter å ha sett på andre lignende studier. Det viser at lærebøkene har et fokus på forståelse i oppgavene sine og dette er derfor noe elevene vil jobbe med.

Når det kommer til funnene fra MDITx rammeverket (Adler & Ronda, 2015) så viser det tydelig at det er flest oppgaver i lærebøkene som omhandler læringsobjektet. Dette er en naturlig ting å finne, fordi det viser at lærebøker lærer elevene om det de sier de skal lære. I dette rammeverket er det også tydelig at det er flere oppgaver som handler om utforsking og om å knytte sammen tema enn oppgaver som tar opp tidligere lært kunnskap.

For å svare på problemstillingen kan vi derfor si at det er tydelig at lærebøker legger vekt på høye kognitive krav og at elevene skal ha forståelse for hva de gjør. Dette går godt sammen med dybdelæring og utforsking som læreplanen har kommet med (Utdanningsdirektoratet, 2020). Til tross for dette er det flest oppgaver som omhandler ulike prosedyrer. Ut fra dette viser det at for å få mer utforsking og problemløsning, må man først ha noe kunnskap om temaet.

6.2 Forskjeller mellom 7. og 8. trinn

I min masteroppgave ønsket jeg ha et forskningsspørsmål for å kunne besvare interessen min for dette emnet.
Mitt andre forskningsspørsmålet er:
«Hvordan legger de kognitive kravene i algebraoppgaver opp til en god overgang mellom 7. og 8. trinn?»

Ved hjelp av analysen av oppgavene i bøkene og inndeling etter klassetrinn i resultatdelen kan man se noen funn. I disse funnene kunne man se at det også her var flest oppgaver som omhandler prosedyre i både 7. og 8. trinn. Det var også en overvekt av Høy P oppgaver i både 7. og 8. trinn. Det funnene viste annet enn dette var at det var større andel Høy P oppgaver i 8. trinn enn i 7. trinn. Denne forskjellen finner man igjen ved at i bøkene fra 7. trinn er det noe større andel Lav P (prosedyre uten sammenheng) oppgaver enn det er i bøkene i 8. trinn. Likevel er det større andel oppgaver i den høyeste kategorien, Høy M (gjøre matematikk) i 7. trinn enn det er i 8. trinn. Dette tyder på at selv om det er større andel oppgaver som ikke krever forståelse, så er det også et fokus på utforskende og problemløsende oppgaver. Til tross for dette utgjør denne kategorien et fåtall av oppgavene i bøkene.

Disse funnene tyder på at lærebøker legger opp til en nokså god overgang mellom 7. og 8. trinn i temaet algebra. Det er lagt opp til noe færre oppgaver som krever forståelse i bøkene fra 7. trinn i forhold til de fra 8. trinn, noe som kan bidra med at overgangen kan virke krevende. Likevel legger bøkene i 7. trinn opp til noe flere utforskende og problemløsende oppgaver som kan bidra til en bedre overgang.

7 Litteratur

Adler, J., & Ronda, E. (2015). A Framework for Describing Mathematics Discourse in Instruction and Interpreting Differences in Teaching. *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education*, *19*(3), 237–254. https://doi.org/10.1080/10288457.2015.1089677

Alseth, B., Røsseland, M., Arnås, A.-C., & Nordberg, G. (2022). *Multi 7B elevbok* (3. utg.). Gyldendal.

Anda, S. (2020). *Læringsmuligheter i matematiske lærebøker – før og etter fagfornyelsen.* [Masteroppgave, Universitet i Stavanger]

Anghileri, J. (2000). *Teaching Number Sense*. Continuum.

Booth, L. R. (1988). Children's difficulties in beginning algebra. I A. F. Coxford (Red.), *The Ideas of Algebra, K-12 (1988 Yearbook)* (ss. 20–32). National Council of Teachers of Mathematics.

Carraher, D. W., & Schliemann, A. D. (2007). Early algebra and algebraic reasoning. I F. K. Leser (Red.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. Information Age Publishing.

Caspi, S., & Sfard, A. (2012). Spontaneous meta-arithmetic as a first step toward school algebra. *International Journal of Educational Research*, *51*(52), 45–65. https://doi.org/10.1016/j.ijer.2011.12.006

Charalambous, C. Y., Delaney, S., Hsu, Hui. Y., & Mesa, V. (2010). A Comparative Analysis of the Addition and Subtraction of Fractions in Textbooks from Three Countries. *Mathematical Thinking and Learning*, *12*, 117–151. https://doi.org/10.1080/10986060903460070

Fan, L. (2013). Textbook research as scientific research: Towards a common ground on issues and methods of research on mathematics textbooks. *ZDM – The international Journal on Mathematics Education*, *45*, 765–777.

Grevholm, B. (2011). Network for research on mathematics textbooks in the Nordic countries. *Nordic Studies in Mathematics Education*, *16*(4), 91–102.

Grevholm, B. (2017). The network for research on mathematics textbooks, its birth, life and results. Research in Nordic and Baltic countries. I B. Grevholm (Red.), *Mathematics textbooks, their content, use and influences* (ss. 21–38). Cappelen Damm Akademisk.

Gulbrandsen, J. E., Løchsen, R., Måleng, K., & Olsen, V. S. (2021). *Matematikk 7* (1. utg.,). Cappelen Damm.

Heimstad, C. A., & Strand, K. (2018). *Kognitive utfordringer i to norske lærebokserier fra ungdomsskolen – en mixed methods studie*. [Masteroppgave, Universitet i Tromsø]

Herscovics, N., & Linchevski, L. (1994). A Cognitive Gap between Arithmetic and Algebra. *Educational Studies in Mathematics*, *27*(1), 59–74. https://doi.org/10.1007/BF01284528

Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. I J. Hiebert (Red.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (ss. 1–27). Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Hjaldar, E., & Pedersen, J.-E. (2020). *Matematikk 8* (1. utg.). Cappelen Damm.

Kieran, C. (2004). Algebraic Thinking in the early grades: What is it? *The mathematics Educator*, *8*(1), 139–151.

Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (Red.). (2001). *Adding It Up:Helping Children Learn Mathematics*. National Academy Press.

Kongelf, T. R. (2019). *Matematisk innhold og matematiske metoder i lærebøker brukt på*

ungdomstrinnet i Norge [Doktorgrad, Universitet i Agder].
Kongsnes, A. L., Raen, K. M., & Sørdal, M. (2022). *Matemagisk 7B Grunnbok* (2. utg.). Aschehoug.
Kongsnes, A. L., & Wallace, A. K. (2021). *Matemagisk 8* (1. utg.). Aschehoug.
Matematikksenteret. (u.å). *Fra læreplan til praksis*. Matematikksenteret. https://www.matematikksenteret.no/l%C3%A6replan-i-matematikk/fra-l%C3%A6replan-til-praksis
McIntosh, A., Reys, B. J., & Reys, R. E. (1992). A Proposed Framework for Examining Basic Number Sense. *For the Learning of Mathematics*, *12*(3), 2–8. https://www.jstor.org/stable/40248053
Myge, H. (2021). *Heuristiske tilnærminger og kognitive krav i lærebøker laget for faget Matematikk 1T* [Masteroppgave, Universitet i Stavanger].
Niss, M., & Jensen, T. H. (2002). *Kompetencer og matematiklæring: Idéer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark* (Bd. 18). Undervisningsministeriet.
Ronda, E. & Adler, J., & (2017). Mining Mathematics in Textbook Lessons. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *15*, 1097–1114. https://doi.org/10.1007/s10763-016-9738-6
Røsseland, M. (2005). Hva er matematisk kompetanse? *Tangenten*, *1*(2005), 12–18.
Schoenfeld, A. (2007). Problem Solving in the United States, 1970-2008: Research and Theory, Practice and Politics. *The International Journal of Mathematics Education*, *39*, 537–551.
Senk, S. L., Thompson, D. R., & Wernet, J. L. (2014). Curriculum and achievement in algebra 2: Influences of textbooks and teachers on students' learning about functions. I Y. Li & G. Lappan (Red.), *Mathematics curriculum in school education* (ss. 515–540).
Skemp, R. R. (1978). Relational Understanding and Instrumental Understanding. *The Arithmetic Teacher*, *26*(3), 9–15.
Stein, M. K., & Smith, M. S. (1998). Mathematical Tasks as a Framework for Reflection: From Research to Practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, *3*(4), 268–275.
Stein, Smith, M. S., Henningsen, M. A., & Silver, E. A. (2009). *Implementing standards-based mathematics instruction: A casebook for professional development* (2. utg.). Teacher College Press.
Svingen, O., & Gilje, Ø. (2018). *Kunnskapsgrunnlag for kvalitetskriterium for læremiddel i matematikk*. Utdanningsdirektoratet.
Tofteberg, G. N., Tangen, J., Bråthe, L. T., Stedøy, I., & Alseth, B. (2020). *Maximum 8* (2. utg.). Gyldendal.
Törnroos, J. (2005). Mathematics textbooks, opportunity to learn and student achievement. *Studies in Educational Evaluation*, *31*(4), 315–327.
Utdanningsdirektoratet. (2020, august 1). *Læreplan i matematikk 1.–10. Trinn (MAT01-05)*. https://www.udir.no/lk20/mat01-05
Utdanningsdirektoratet. (2021). *2.5 Tverrfaglige temaer*. https://www.udir.no/lk20/overordnet-del/prinsipper-for-laring-utvikling-og-danning/tverrfaglige-temaer/?kode=mat01-05&lang=nob