STUDENT: **KRISTIAN AUESTAD**
VEILEDER: RAYMOND BJULAND

Matematiske oppgavers rolle i helklassesamtaler

En case-studie av brøkundervisning på 6. trinn

Masteroppgave i matematikk

År: 2023/2024

Grunnskolelærerutdanning for trinn 5-10

Institutt for grunnskolelærerutdanning, idrett og spesialpedagogikk

Fakultet for utdanningsvitenskap og humaniora

Universitetet i Stavanger

Antall ord: 39 718

Antall vedlegg/annet: 7 658

EMNEORD: Matematiske oppgaver, helklassesamtaler, dialogisk undervisning, lærer- og elevhandlinger og kognitive krav

Forord

Det har vært både lærerikt og krevende å jobbe med et masterprosjekt. Fullførelsen av prosjektet markerer en spennende overgang fra studentliv til yrkesliv som lærer. Gjennom den femårige studietiden har jeg både fått nyttige erfaringer fra praksis og teoretisk kunnskap som jeg ser frem til å endelig få brukt for fullt. Arbeidet med masterprosjektet har gitt meg en dypere forståelse av hva det innebærer å undervise i matematikk. Dermed har det vært verdifullt å få bruke tid på et slikt prosjekt. Det har vært med på å motivere meg til selv å prøve ut de undervisningspraksisene jeg har undersøk, og gitt meg evner til å fortsette min pedagogiske utvikling i arbeidslivet ved å forske på egen praksis.

I arbeidet det siste året har god støtte både fra veileder og på hjemmebane vært verdifullt. Jeg vil rette en stor takk til min veileder Raymond Bjuland for alle gode råd og samtaler. Det har betydd mye for min motivasjon å få noen oppmuntrende ord og konkrete tilbakemeldinger med jevne mellomrom, og jeg er takknemlig for et hyggelig samarbeid. God støtte på hjemmebane har også betydd mye i det tidkrevende arbeidet. Jeg vil derfor rette en særlig takk til min gode kone Anita og datter Ada for den tålmodigheten de har vist ved å la meg få god tid til arbeidet. Det har også vært gledelig å få ha gode lunsjpauser sammen og godt med noen avbrekk i arbeidet for å bruke tid med lille Ada på ett år.

Jeg er også takknemlig for venner, familie og andre bekjente som har vist interesse og støttet meg i arbeidet. Nå ser jeg forventningsfullt frem til en spennende fase som nyutdannet lærer.

Kristian Auestad

Stavanger, juni 2024

Sammendrag

I Norge har LK20 oppfordret til matematiske samtaler og dialogisk undervisning. Matematikkdidaktisk forskning har vist at matematiske oppgaver er et av lærerens mest sentrale verktøy for å lede matematikkundervisning og gi elevene ønskede muligheter for deltakelse og læring. Dermed er studien interessert i matematiske oppgavers rolle i helklassesamtaler, og har form som en casestudie der to klasser på 6. trinn utgjør studiens utvalg. Ut fra video- og lydopptak av undervisningen undersøker studien hva som kjennetegner de matematiske oppgavene som blir brukt i helklassesamtaler. Ved bruk av et rammeverk for lærer- og elevhandlinger analyseres også elevenes muligheter for deltakelse. I tillegg brukes lærerintervju til å få innblikk i lærerens refleksjoner rundt bruken av matematiske oppgaver i helklassesamtaler. Konteksten for studien er brøkundervisning i undervisningsmodellen Utviklende Opplæring i Matematikk.

Gjennom dette forskningsarbeidet blir det funnet at de matematiske oppgavene som ble brukt hadde varierte egenskaper og kognitive krav. Det var ulike lærer- og elevhandlinger som forekom i helklassesamtalene, og studiens funn antyder at dette kan være påvirket av underliggende faktorer som den matematiske oppgaven og klasseromsmiljøet. Analysene av lærer- og elevhandlinger viste at lærerens fokuserende handlinger, og at det var rom for elevinitiativer, økte elevenes muligheter for deltakelse i helklassesamtalene. I lærerintervjuet trekker læreren frem to sentrale praksiser; å gjøre gode prediksjoner i forkant av matematiske helklassesamtaler og bruk av samtaletrekk for å lede samtalen mot læringsmålet. Studien konkluderer med at matematiske oppgaver legger et viktig grunnlag for elevers muligheter for deltakelse i helklassesamtaler. Videre forskning på matematiske oppgavers rolle i helklassesamtaler vil kunne gi nyttig forståelse av denne sentrale undervisningspraksisen.

Abstract

In Norway, the curriculum LK20 encourages mathematical discussions and a dialogic approach to instruction. Research has shown that mathematical tasks are an important tool in teaching, as they allow teachers to lead instruction in ways that provide students with opportunities for participation and learning. This study examines the role of mathematical tasks in whole-class discussions through a case study involving sixth-grade students. Videos of the instruction were used to investigate the features of the mathematical tasks used for whole-class discussions. A framework describing teacher and student interventions was used to analyze the students' opportunities of participation. By interviewing the teacher, the study also gains insights into the teacher's reflections on using mathematical tasks in whole-class discussions. The context of the study is teaching fractions using an instructional method called Developmental Education in Mathematics.

This study found that the mathematical tasks used in instruction had different features and cognitive demands. The whole-class discussions included a variety of teacher and student interventions, and this study suggested the mathematical task and the classroom environment as underlying factors for these interventions. Furthermore, the analysis showed that the teacher's focusing action and room for student initiatives contributed to increased opportunities for participation. In the interview, the teacher highlighted the importance of doing good predictions ahead of whole-class discussions and using talk moves in leading the discussion toward the teaching goal. The study concluded that mathematical tasks lay an important foundation for students' opportunities for participation in whole-class discussions. Further research on the role of mathematical tasks in whole-class discussions will provide additional understanding of this important instructional activity.

Innholdsfortegnelse

Oversikt over figurer

Oversikt over tabeller

1 Innledning

I matematikkfaget spiller de matematiske oppgavene som brukes i undervisningen en sentral rolle for elevenes læringsmuligheter (McGrane & McCourt, 2020; Tekkumru-Kisa et al., 2020). Doyle (1988) trakk i sin tidlige forskning på matematiske oppgaver frem at matematikkundervisning generelt er organisert rundt elevenes arbeid med matematiske oppgaver. Hvordan de matematiske oppgavene påvirker læringsprosessen beskrev Doyle på følgende måte: «tasks influence learners by directing their attention to particular aspects of content and by specifying ways of processing information» (Doyle, 1983, s.161). Nyere studier, eksempelvis Adleff et al. (2023) som undersøkte hvilke typer matematiske oppgaver som ble brukt i tysk matematikkundervisning, bekrefter også viktigheten av matematiske oppgaver som et av lærerens sterkeste verktøy for å styre undervisningen og elevenes læringsmuligheter. Praetorius og Charalambous (2023) arbeidet for å etablere teorier for undervisning, og i dette arbeidet trekker Cai et al. (2023) frem matematiske oppgaver som et styrende element i matematikkundervisning. Smith og Stein (2018) undersøkte produktive matematiske samtaler og viste til gode matematiske oppgaver som et sentralt utgangspunkt for slike samtaler.

Bruk av matematiske oppgaver er også undersøkt i en norsk kontekst, blant annet av Gjære (2023) som gjorde observasjoner og intervju med fire norske lærere som underviste ut fra undervisningsmetoden Utviklende Opplæring i Matematikk, forkortet til UOM. Studien hans rettet søkelys mot ulike dilemma som dukker opp når det undervises ved bruk av utfordrende matematiske oppgaver i UOM. Funnene presenterte tre undervisningsdilemma som var knyttet til om man skal forklare elever hvordan de kan løse en utfordrende oppgave, hva man kan gjøre når elevene kjeder seg med en viktig oppgave, og hvordan holde fremdrift i undervisningen samtidig som man støtter alle elevene (Gjære, 2023). Denne studien er også gjort i konteksten av undervisning som bruker UOM, og ser disse dilemmaene som sentrale utfordringer å drøfte ved undervisning med utfordrende matematiske oppgaver.

En lærebokanalyse gjort av tre norske læreverk for matematikkfaget gjorde også et interessant funn knyttet til matematiske oppgaver i en norsk kontekst. I sine undersøkelser fant Tokheim (2015) at læreverket til UOM inneholdt større andel matematiske oppgaver som stilte høye kognitive krav til elevene sammenlignet med to andre norske læreverk. De matematiske oppgavene i læreverket til UOM ble også undersøkt i en annen studie, som fant at oppgavene knyttet til multiplikasjon fremmet flere ulike egenskaper og forståelser av multiplikasjonsbegrepet på en god måte (Herleiksplass et al., 2023). Denne studien ønsker å bygge videre på denne forskningen gjennom å undersøke bruken av matematiske oppgaver i en norsk sammenheng, og særlig oppgavenes rolle i helklassesamtaler om brøk.

Ut fra McGrane og McCourt (2020) og Tekkumru-Kisa et al. (2020) definerer denne studien matematiske oppgaver som klasseromsaktiviteter som engasjerer elever i tankeprosesser knyttet til det matematiske fagstoffet som undervises. Siden denne studien retter søkelyset mot matematiske oppgavers rolle i klasseromsaktiviteten helklassesamtaler, er dialogperspektivet i studien relevant. Dette anses også som relevant ettersom dialogiske tilnærminger til matematikkfaget har fått større rom i både læreplaner og nyere forskning. I læreplanen for matematikk er det flere aspekter som viser til matematiske samtaler som en sentral del av undervisningen i faget (Kunnskapsdepartementet, 2019). Et eksempel fra kjerneelementet «Utforsking og problemløysing» beskriver dette som prosesser der elevene gjennom diskusjon skal finne en felles forståelse. Det er også en betydelig andel av kompetansemålene etter 10. trinn som er knyttet til den grunnleggende ferdigheten, muntlige ferdigheter, og matematiske samtaler er godt egnet for å la elevene utvikle dette (Kunnskapsdepartementet, 2019). Matematiske samtaler er en god arena for læreren til å fremme, forstå og videreutvikle elevenes tenking (Tekkumru-Kisa et al., 2020).

Studier av matematiske oppgaver og dialogisk undervisning i matematikkfaget viser til noen aspekter ved undervisningsmåten og de matematiske oppgavene som er av ekstra interesse for denne studien. Webb et al. (2020) undersøkte hvordan elevenes deltakelse og hensyn til de matematiske detaljene påvirket læringen. Funnene i studien var knyttet til at elever som selv deltok med detaljerte matematiske forklaringer, eller engasjerte seg i andres forklaringer viste større matematisk fremgang (Webb et al., 2020). Stein og Lane (1996) fant at elever som jobbet med kognitivt krevende oppgaver fikk bedre fremgang i matematisk tenking, resonnering og problemløsning i forhold til elever som jobbet med oppgaver som stilte lave kognitive krav. Dette funnet dannet grunnlag for et voksende forskningsområde knyttet til matematiske oppgaver (Tekkumru-Kisa et al., 2020), og Stein et al. (2008) trekker derfor frem kognitivt krevende oppgaver som et grunnlag for produktive matematiske helklassesamtaler.

Denne studien ønsker dermed å bidra til dette forskningsområdet ved å se på matematiske oppgavers rolle i helklassesamtaler.

1.1 Bakgrunn for valg av tema og forskningsspørsmål

Bakgrunnen for valg av tema og forskningsspørsmål kan knyttes til mine personlige mål om at arbeidet med masteroppgaven skal være relevant for min kommende lærerpraksis. Klare mål for en studie er noe Maxwell (2009) trekker frem som sentralt ut fra hans interaktive modell for forskningsdesign. Han peker også på at det er de personlige målene som ofte legger grunnlaget for studiens tematikk og valg av en kvalitativ tilnærming, noe som stemmer bra i denne studiens tilfelle. Mitt personlige mål om en praksis nær studie ledet til at jeg ønsket en kvalitativ tilnærming til datainnsamling fra klasserommet, og valg av sentrale læreroppgaver som undersøkelsesobjekt.

Denne studien vil derfor undersøke kvalitative data samlet inn fra to ukers matematikkundervisning på 6. trinn bestående av transkriberte videoopptak, observasjoner og intervju. Datainnsamlingen var en del av MERG (Mathematics Education Research Group), som er et forskningsprosjekt tilknyttet Universitet i Stavanger. I tillegg har det blitt gjennomført et lærerintervju i etterkant av MERG2023 for å samle ytterligere spisset data på denne studiens tematikk, omtalt i studien som intervju 2. Totalt består datamaterialet av 12 undervisningsøkter fordelt på to klasser med samme matematikklærer, og læringsmålene i øktene var knyttet til brøk.

Gjennom at jeg var en del av datainnsamlingen, ble denne studiens tematikk ansett som relevant å undersøke for min fremtidige lærerpraksis. Datamaterialet bestod av en betydelig andel helklassesamtaler som ble initiert ut fra ulike matematiske oppgaver. Det å lede slike matematiske samtaler er noe forskningslitteratur trekker frem som en sentral læreroppgave (Smith & Stein, 2018; Webb et al., 2020), men også noe som var interessant ut fra mine personlige mål for studien. Særlig aspektet med kognitivt krevende oppgaver som utgangspunkt for matematiske samtaler ble oppfattet som et fruktbart fokus ut fra litteraturen (Stein et al., 2008; Stein & Lane, 1996; Tekkumru-Kisa et al., 2020). Dermed ble denne tematikken belyst i en tidligere studie (Auestad, 2023) der jeg undersøkte hvordan læreren initierer og opprettholder fokus på den matematiske oppgaven i helklassesamtaler. I Auestad (2023) kom det frem noen interessante funn, men fra et lite utdrag av datamaterialet. Et sentralt funn var at bruken av Stein et al. (2008) sin praksis *observere* så ut til å legge grunnlaget for at *åpne fremdriftshandlinger* ofte ledet til *elevforklaringer,* og dermed ble oppmerksomheten rettet mot den matematiske oppgaven. Disse indikasjonene fra Auestad (2023) gir et viktig grunnlag for denne studiens videre arbeid.

Tekkumru-Kisa et al. (2020) sin gjennomgang av forskningen på matematiske oppgaver trekker frem koblingen mellom matematiske oppgaver og dialogiske tilnærminger til undervisningen som et interessant felt for fremtidig forskning. Disse forskerne hevder at «cognitively demanding tasks coupled with productive talk moves is another area that is growing in science and mathematics education to facilitate maintenance of cognitive demand on students' thinking» (Tekkumru-Kisa et al., 2020, s. 613). Mer spesifikt peker Tekkumru-Kisa et al. (2020) på at forskning kan undersøke hvilke egenskaper ved kognitivt krevende oppgaver som fremmer produktive matematiske samtaler eller hvordan læreren sine responser til elevenes tanker varierer ut fra de ulike kognitive kravene oppgaven kan stille. Schoenfeld (2016) viste i sin oppsummering av forskning på matematikkundervisning også til rollen matematiske samtaler skal ha i undervisningen som et aktuelt forskningsfelt for videre forskning. Maxwell (2009) plasserer forskningsspørsmål som retningsgivende kjerneelementer for en studie i sin interaktive modell av forskningsdesign, og følgende tre spørsmål har utgjort kjernen i denne studien.

1. Hva kjennetegner de matematiske oppgavene som brukes i helklassesamtaler i brøkundervisningen?
2. Hvilke muligheter for elevenes deltakelse i helklassesamtalene gir oppgavene slik de blir brukt av lærer i brøkundervisningen?
3. Hvilke refleksjoner gjør læreren rundt bruken av disse oppgavene i helklassesamtaler i arbeidet med brøk?

Alle forskningsspørsmålene er knyttet opp mot de matematiske oppgaver som brukes i helklassesamtaler i konteksten av brøkundervisning. Gjennom å besvare disse ønsker studien å bidra til forskningsfeltet gjennom å tydeliggjøre matematiske oppgavers rolle i helklassesamtaler. Første forskningsspørsmål vil besvares gjennom å analysere de matematematiske oppgavene som er brukt i alle undervisningsøktene i studiens datamateriale. Begreper fra forskningslitteratur på området, som oppgavenes egenskaper og kognitive krav vil bidra til at analysen gir et bilde av hva som kjennetegner de matematiske oppgavene læreren bruker i helklassesamtaler (Smith & Stein, 2018; Stein et al., 1996; Stein & Lane, 1996).

Andre forskningsspørsmål vil besvares gjennom bruk av et analytisk rammeverk fra Drageset (2015b) for ulike typer lærer- og elevhandlinger i helklassesamtaler. Helklassesamtalene tilknyttet tre strategisk utvalgte matematiske oppgaver vil analyseres. Stein et al. (2008) sine fem praksiser bidrar også med nyttige begreper for å beskrive hvordan læreren bruker de matematiske oppgavene for å legge til rette for elevenes deltakelse. Ettersom Webb et al. (2020) fant at elevers matematiske forklaringer eller engasjement med andres forklaringer gav positiv læringseffekt, vil det være av særlig interesse hvilke muligheter elevene får til å komme med slike forklaringer. Tredje forskningsspørsmål vil bli besvart ut fra dataene i intervju 2. I intervjuet fikk læreren se to utdrag av helklassesamtaler knyttet til ulike matematiske oppgaver før disse ble drøftet, i tillegg ble andre relevante spørsmål stilt for kunne si noe om lærerens refleksjoner om bruken av de matematiske oppgavene i helklassesamtaler. De tre forskningsspørsmålene ønsker å bidra til å få frem ulike aspekter ved matematiske oppgavers rolle i helklassesamtaler i brøkundervisning.

1.2 Studiens struktur

Denne studien er strukturert ved bruk av kapitler og delkapitler med mål om å gjøre forskningsprosessen tydelig og forståelig for leseren. Innledningen har forsøkt å ramme inn studiens tematikk gjennom å presentere forskning på området, og plassere studien i forhold til den. I tillegg ble retningsgivende elementer som studiens forskningsspørsmål og bakgrunnen for studien presentert. Kapittel 2 legger det teoretiske grunnlaget for studien og beskriver først studiens utgangspunkt i et sosiokulturelt læringssyn. Temaene dialogisk undervisning, matematiske oppgaver og brøkundervisning vil belyses i hver sine delkapitler før studiens rammeverk for analyse legges frem. Det metodiske arbeidet som er gjort i studien beskrives i kapittel 3, og er knyttet til forskningsdesign, utvalg, datainnsamling, analytisk tilnærming, studiens kvalitet og forskningsetiske refleksjoner.

I kapittel 4 presenteres studiens resultater, som er strukturert til at første delkapittel beskriver hva som kjennetegner de matematiske oppgavene brukt til helklassesamtaler ut fra første forskningsspørsmål. Deretter presenteres analysene av helklassesamtalene knyttet til tre strategisk utvalgte matematiske oppgaver, som gav resultater med relevans for studiens andre forskningsspørsmål. Siste delkapittel presenterer lærerens refleksjoner rundt bruken av matematiske oppgaver i helklassesamtaler og knyttes til tredje forskningsspørsmål. Drøftinger av funnene i lys av teori og annen forskning utgjør kapittel 5. Til slutt vil studiens konklusjon forsøke å besvare forskningsspørsmålene, i tillegg til at studiens funn vil kritisk vurderes og implikasjoner for både praksis og videre forskning vil trekkes frem.

2 Teori

Denne studiens problemstilling og tematikk har tilknytning til flere didaktiske aspekter som vil belyses gjennom relevant forskningslitteratur på området. Først vil studiens teoretiske utgangspunkt og læringssyn beskrives som et grunnlag for forskningsarbeidet. Forskningsspørsmålene knyttes til de matematiske oppgavene som brukes i helklassesamtaler, og konteksten er brøkundervisning. Helklassesamtaler og dialogiske tilnærminger til undervisning er pedagogiske praksiser som springer ut fra denne studiens læringssyn, og vil derfor belyses videre fra dette. Studiens hovedfokus er rettet mot de matematiske oppgavene, og teori fra dette forskningsområdet har vært retningsgivende. Brøkundervisning er en relevant del av konteksten for undersøkelsene av matematiske oppgaver, og teoretiske aspekter på dette området rammer inn oppgavenes rolle. Dermed vil teori knyttet til dialogisk undervisning, matematiske oppgaver og brøkundervisning belyses i hver sin del før teoridelen avsluttes med å beskrive studiens analytiske rammeverk.

2.1 Sosiokulturelle perspektiver på læring

Mercer et al. (2020) viser i sin gjennomgang av historien og utviklingen av dialogisk undervisning til Vygotsky sitt arbeid med sosiokulturell læringsteori som et viktig grunnlag. I sosiokulturell læringsteori trekkes meningsfulle sosiale interaksjoner frem som det mest sentrale for menneskets utvikling og læring (Eun & Lim, 2009). Sosiale interaksjoner skjer i en kultur, som dermed har stor påvirkning på barns utvikling og læring ut fra hvilke kulturelle normer barnet møter (Wells, 1999). Eun og Lim (2009) trekker særlig frem begrepene mediering og mening når de beskriver sosiokulturell læringsteori. Mediering betegner sosiale prosesser hvor medierende redskaper bidrar til at impulsive naturlige handlinger endres til høyere grads tankeprosesser. Et eksempel på dette er at en elev som sliter med å forstå likeverdige brøker gjerne kan få en dypere forståelse for dette begrepet dersom figurer eller brøkstaver introduseres som medierende redskaper i læringsprosessen. Vygotsky forsøkte i sin teori å beskrive det unike ved menneskelig utvikling, og mening var et begrep som kjennetegnet menneskelige sosiale interaksjoner og språket vårt (Eun & Lim, 2009).

Språket peker Wells (1999) på som noe av kjernen i Vygotsky sin teori. Det blir beskrevet som «the tool of tools was language» (Wells, 1999, s. 7). Av alle medierende redskaper av fysisk eller psykologisk art som bidrar til meningsskaping i sosiale interaksjoner er språket det mest signifikante redskapet (Eun & Lim, 2009; Wells, 1999). Språket er styrende i mellommenneskelige sosiale interaksjoner, og Vygotsky anså det sosiale til å komme foran det psykologiske. Han hevder at «every function of the child's cultural development appears twice: first, between people (interpsychological), and then inside the child (intrapsychological)» (Vygotsky, 1978, s. 57). Siden språket er hovedmåten å formidle mening på det interpsykologiske sosiale nivået, legger det grunnlaget for hva eleven kan tilegne seg på det intrapsykologiske nivået i elevens egen tenking. I tillegg så Vygotsky språket som sentralt ved at menneskets egne tanker ble sett på som en indre dialog (Mercer et al., 2020). I sosiokulturelle perspektiver på læring er begrepet interaksjon ofte brukt for å få frem samspillet i prosessen der eleven ikke bare tar til seg etablert kunnskap som ligger klar, men er deltakende i en prosess der læring skapes (Bæck, 2012).

Et av aspektene fra sosiokulturelle perspektiver på læring som har fått stor betydning for dagens pedagogikk og forskning er den proksimale utviklingssonen (Wells, 1999). Vygotsky (1978) argumenterte for at det i læringsprosesser skapes en proksimal utviklingssone. Denne sonen inneholder det eleven kan klare ved hjelp av en kompetent annen, for eksempel lærer eller medelev (Bakker et al., 2015; Mercer et al., 2020). Eleven kan da komme lenger i utviklingen enn den ville klart på egenhånd. Mercer et al. (2020) viser til dette som et aspekt som leder til at dialogiske interaksjoner får en fremtredende rolle i undervisning ved at lærer og elev engasjerer seg i hverandres forståelser for å bidra til læring. Det gjør at læringen som skal finne sted må tilpasses elevens egen utvikling, og krever dermed at læreren har kunnskap om eleven (Howe & Littleton, 2010; Wells, 1999).

Scaffolding er et begrep som ofte knyttes til sosiokulturelle perspektiver på læring og den proksimale utviklingssonen (Bakker et al., 2015; Shvarts & Bakker, 2019). Shvarts og Bakker (2019) trekker frem at begrepet ikke direkte kan knyttes til Vygotsky sitt arbeid, men er inspirert av dette. På norsk kan begrepet stillas brukes, og ut fra Bakker et al. (2015) beskrives dette som en prosess der eleven får en midlertidig støtte som gjør at eleven mestrer noe den ikke ville klart uten støtten. Metaforen stillas betegner en midlertidig struktur som bidrar til at man får utført et arbeid man ellers ikke ville klart alene. Stillas kan dermed beskrive den midlertidige støtten elever får for å komme ut i den proksimale utviklingssonen, og kan for eksempel være veiledning av en lærer eller medelev, eller et medierende verktøy som brøkstaver. Disse begrepene og perspektivene på læring har vært med på å legge en viktig del av grunnlaget for dialogisk undervisning, som teoridelen vil fortsette med å fordype seg i (Mercer et al., 2020).

2.2 Teori knyttet til dialogisk undervisning i matematikk

Dialogisk undervisning har vært et aktuelt forskningsområde i flere tiår, men har fått økt interesse den siste tiden ettersom mer forskning har påvist flere positive effekter ved slik undervisning (Mercer et al., 2020; Praetorius & Charalambous, 2023; Webb et al., 2020). Emnespesifikk forskning på hvordan man legger opp til slik undervisning innen matematikkfaget har kommet mer de siste tiårene og var ut fra litteraturgjennomgangen til Walshaw og Anthony (2008) i en startfase etter årtusenskiftet. Stein et al. (2008) pekte på at denne overgangen til mer dialogisk undervisning var pedagogisk krevende ettersom nye krav ble stilt til lærerens rolle i undervisningen. Lærerens rolle var ikke lenger det Skorpen og Opsvik (2010) betegnet som «formidler» av kunnskap, men heller en «tilrettelegger» for elevenes læring gjennom dialog og samspill.

Nå har dialogiske perspektiver på matematikkundervisning fått større oppmerksomhet og et grundigere forskningsgrunnlag (Mercer et al., 2020; Webb et al., 2020). For eksempel utarbeidet Demirci og Baki (2023) et rammeverk for matematiske samtaler og pekte på fruktbare matematiske samtaler som en sentral faktor for kvaliteten på matematikkundervisning. Resnick et al. (2015) fikk i sin studie tilsendt datamateriale fra en rekke forskningsprosjekter gjort av forskere med interesse for dialogens rolle i undervisning. Med en stor ansamling av data fant Resnick og kollegene data som viste at dialogisk undervisning gav forbedring på faglige tester, at elevene beholdt kompetansen 2-3 år senere og at elevene overførte den dialogiske kompetansen mellom fag. Disse funnene dukket ikke opp i alle data, men i en stor nok andel til at forskerne konkluderte med at dialogiske tilnærminger har god effekt på elevers læring (Resnick et al., 2015).

Det dialogiske har også fått en mer fremtredende rolle i matematikkfaget i Norge gjennom læreplanen. I LK20 kan både flere kjerneelement og kompetansemål knyttes til dialogisk undervisning (Kunnskapsdepartementet, 2019). Dette fokuset har bidratt til utvikling og bruk av mer dialogiske undervisningsmetoder, som blant annet Utviklende Opplæring i Matematikk (Gjære & Blank, 2019). Den dialogiske undervisningsmetoden UOM vil bli beskrevet i delkapittel 2.2.2 ettersom denne studien er gjort i en slik kontekst.

2.2.1 Dialogbegrepet

Mercer et al. (2020) peker på at ordet dialogisk er mye brukt i dagens pedagogiske litteratur og forskning, og i de fleste tilfeller betegner ordet kvalitet ved undervisningen. Denne kvalitetsbetegnelsen kommer gjerne av at forskning som nevnt har gjort flere positive funn knyttet til dialogiske tilnærminger (Praetorius & Charalambous, 2023; Resnick et al., 2015; Webb et al., 2020). Det trekkes imidlertid frem at en beskrivelse av hva dialogisk undervisning er, og en definisjon bør følge med for å kunne studere dette fenomenet og unngå en overpositiv fremstilling av dialogisk undervisning (Mercer et al., 2020).

Dialog er et ord som i dagligtalen betyr omtrent det samme som en samtale, ut fra ordboken omfatter det enhver situasjon der to eller flere individer tar kontakt, gjerne ved bruk av språket (Howe & Littleton, 2010). I pedagogisk sammenheng vises det ofte til Bakhtin sitt arbeid som grunnleggende for videre forskning innen dialogbegrepet (Alexander, 2008; Bakker et al., 2015; Howe & Littleton, 2010). Det legges mer vekt på felles meningsskaping i Bakhtin sin forståelse av dialog, eksemplifisert ved hvordan han beskriver rollen spørsmål og svar har i denne meningsskapingen «if an answer does not give rise to a new question from itself, it falls out of the dialogue» (Bakhtin, 1987, s. 168). Mercer et al. (2020) trekker frem Bakhtin sitt syn på sannhet, som ikke er noe etablert eller funnet i noens eget sinn, men noe som skapes mellom mennesker som søker kollektiv sannhet gjennom dialogiske interaksjoner. Dermed ønsker denne studien å se dialog i matematikkundervisningen som samtaler mellom elever og deres lærer som har mål om felles meningsskaping knyttet til matematiske kunnskapsområder.

2.2.2 Dialogisk undervisning

Dialogisk undervisning er et mangfoldig begrep, men kjennetegnes av søkelys på dialogen mellom lærere og elever i undervisningen (Bakker et al., 2015). Ulike tilnærminger til dialogisk undervisning kan ha ulikt syn på hva dialog er, og hvordan man bør undervise dialogisk (Wegerif et al., 2023). Felles for ulike tilnærminger til dialogisk undervisning er samtaler i klasserommet som inkluderer økt elevdeltakelse, åpenhet om egen tankeprosess, felles kunnskapsutvikling og respektfullt klasseromsmiljø (Mercer et al., 2020). Det legges vekt på verdien av å ikke bare undervise *gjennom* dialog, men også undervise *for* dialog (Bakker et al., 2015; Wegerif, 2019).

Wegerif et al. (2023) betegner et skille innen dialogisk undervisning mellom epistemologiske tilnærminger og ontologiske tilnærminger. Det epistemologiske perspektivet ser dialog som en måte å skape kunnskap i fellesskap, og handler derfor i hovedsak om å undervise *gjennom* dialog. De fleste dialogiske tilnærminger inneholder dette aspektet, for eksempel Alexander (2008) sitt rammeverk for dialogisk undervisning (Wegerif et al., 2023). Det ontologiske perspektivet ser dialog mer som et mål i seg selv, og dialog er måten man samhandler for å forstå og oppdage mer av seg selv og virkeligheten man er en del av. Disse litt ulike perspektivene kan også gjerne forenes ved at den dialogiske undervisningen både vektlegger kunnskapsutvikling og utvikling av dialog som et mål i seg selv (Wegerif et al., 2023). Denne studiens definisjon av dialog er gjerne mest farget av det epistemologiske perspektivet på dialogisk undervisning, men studien ønsker også å være bevisst på verdien av det ontologiske perspektivet om undervisning *for* dialog.

I forskning knyttet til å beskrive dialogisk undervisning har Alexander (2008) sitt arbeid vært sentralt (Bakker et al., 2015; Wegerif et al., 2023). Hans syn på dialog er basert på Bakhtin sitt arbeid (Bakker et al., 2015). Dialogisk undervisning er en generell pedagogisk tilnærming, og «harnesses the power of talk to engage (students), stimulate and extend their thinking, and advance their learning and understanding» (Alexander, 2008, s. 185). Gjennom intervju og observasjoner av lærere i flere ulike land og undervisningskulturer utviklet Alexander (2008) fem prinsipper for å beskrive dialogisk undervisning. Disse prinsippene beskriver en pedagogisk tilnærming som stiller krav til lærerens dialogiske repertoar og vektlegger felles kunnskapsutvikling i klasserommet (Wegerif et al., 2023).

Tabell 1: Prinsipper for dialogisk undervisning (Alexander, 2008, s. 28)

Prinsipp	Forklaring
1. Det kollektive	Lærere og elever møter læringsoppgaven sammen og ikke alene, enten som gruppe eller som helklasse.
2. Det gjensidige	Lærere og elever lytter til hverandre, deler ideer og vurderer alternative synspunkter.
3. Det støttende	Elever uttrykker ideene sine fritt, uten frykt for å gjøre feil. De hjelper hverandre til å nå felles forståelser.
4. Det kumulative	Lærere og elever bygger på deres egne og andres ideer og kobler dem sammen til meningsfulle tankerekker.
5. Det målrettede	Lærere planlegger og tilrettelegger dialogisk undervisning med sikte på spesifikke læringsmål.

Et eksempel på en dialogisk undervisningsmetode er Utviklende Opplæring i Matematikk (Gjære & Blank, 2019). Rennemo et al. (2018) viser til at UOM også kan kalles samtalematematikk, og at mye tid i undervisningen brukes i helklassesamtaler. UOM bygger på arbeidet til psykologen Leonid Vladimirovitsj Zankov, som videre var inspirert av Vygotsky sitt arbeid med sosiokulturell læringsteori (Blank et al., 2014). Zankov sin didaktiske forskning over 20 år la grunnlag for en undervisningsmodell der hovedmålet var å streve etter å få frem potensialet i den enkelte eleven og skape et miljø som tilrettelegger for elevens utvikling (Gjære & Blank, 2019). Gjennom eksperimentell forskning i russiske barneskoler, på innføringen av Vygotsky sitt tankesett, utviklet Zankov en undervisningsmetode som bygger på fem prinsipper vist i Tabell 2 (Blank et al., 2014; Gjære & Blank, 2019; Moe & Moe, 2016)

Tabell 2: Prinsipper i Utviklende Opplæring i Matematikk (Gjære & Blank, 2019, s. 28)

Nummer	Prinsipp
1.	Undervisning på et høyt nivå.
2.	Teoretisk kunnskap har ledende rolle.
3.	Rask gjennomgang av lærestoff.
4.	Bevisstgjøring av barna om egen læringsprosess.
5.	Systematisk og målrettet utvikling av hvert barn.

Første prinsipp bygger på Vygotsky sin tanke om den proksimale utviklingssonen, og at undervisningen skal gi elevene utfordringer som ligger i deres utviklingssone (Gjære, 2023). Læreren og de andre elevene kan da i samtaler bidra som stillas for å hjelpe hverandre til å mestre matematiske utfordringer som den enkelte elev ikke kunne mestret på egenhånd (Rennemo et al., 2018). Språk og begrepsbruk står sentralt i sosiokulturell læringsteori, og er en viktig del av det andre prinsippet i UOM. I tillegg legges det vekt på at elevene skal få muligheter til å forstå den grunnleggende matematikken og teorien som ligger bak algoritmer og løsningsmåter (Gjære & Blank, 2019). Tredje prinsipp har bakgrunn i at elevenes proksimale utviklingssone vokser i løpet av undervisningsløpet slik at det kontinuerlig kreves fremdrift og nye utfordringer. Prinsippet skal ikke misforstås som til å haste seg gjennom fagstoffet, men fremmer en bevissthet hos læreren rundt kontinuerlig utfordring av elevene (Gjære, 2023). UOM fremmer også jevnlig repetisjon, som dermed kan være betryggende for læreren i tilfeller der det velges å gå videre selv om ikke alle elever har fått tilstrekkelig forståelse for fagstoffet (Gjære & Blank, 2019).

Det fjerde prinsippet innebærer at elevene skal ha forståelse for hvordan de lærer matematikk, og fremmer blant annet sammenhenger mellom nye og eksisterende kunnskapsområder, og at elevene analyserer og lærer av egne feiltrinn (Blank et al., 2014). Femte prinsipp kan knyttes til begreper som tilpasset opplæring, og handler om en bevissthet hos læreren om at alle elever lærer og utvikler sin matematiske kompetanse ulikt. Ut fra erfaringer fra norske lærere som har jobbet med UOM pekte Gjære og Blank (2019) på at undervisningsmetoden ser ut til å støtte utviklingen av alle elevene uavhengig av faglig nivå. Lærerne som ble intervjuet i Gjære (2023) sin studie trekker frem helklassesamtaler og parsamtaler mellom elevene som et avgjørende redskap for å lykkes med utviklingen av hver enkelt elev. Samtidig er dette tidkrevende i undervisningen, og kan dermed stå i kontrast til det tredje prinsippet i det Gjære (2023) beskriver som dilemmaet med å beholde fremdrift i undervisningen samtidig som alle elevenes utvikling støttes.

2.2.3 Teoretiske begreper for å beskrive dialogiske tilnærminger

Hvordan dialogisk undervisning blir gjort, er som nevnt et spørsmål ulike tilnærminger ser ulikt på, og UOM er et eksempel på én slik undervisningsmetode som er av særlig relevans for denne studiens kontekst. Det er gjort en rekke forskning for å beskrive disse ulike undervisningsformene, som har utviklet flere teoretiske aspekter for å beskrive og undersøke dialogiske tilnærminger til undervisning (Mercer et al., 2020; Resnick et al., 2015). Drageset (2014, 2015a, 2015b) undersøkte i sin litteraturgjennomgang flere av disse teoretiske rammeverkene som beskriver dialogisk undervisning. Et eksempel er Mortimer og Scott (2003) som i sin bok om dialogisk undervisning i naturfag beskrev fire kategorier for tilnærminger til kommunikasjon i klasserommet. Rammeverket får frem ulike typer kommunikasjon som forekommer mellom lærere og elever, og deles inn av en dialogisk-autoritativ akse og en interaktiv-ikke-interaktiv akse. En utfordring Drageset (2014) påpeker ved dette rammeverket er at undervisning sjelden er helt dialogisk eller helt autoritativ, men ofte befinner seg et sted mellom kategoriene.

På bakgrunn av manglende detaljfokus, eller fordi rammeverkene bare brukte dialogen som et vindu for å undersøke andre aspekter utviklet Drageset (2015b) et rammeverk for lærer- og elevhandlinger for å beskrive de enkelte utsagnenes rolle i matematiske samtaler. Denne studien vil ta i bruk rammeverket i analysearbeidet, og det vil dermed beskrives mer detaljert i delkapittel 2.5. Noen relevante bakenforliggende rammeverk og teoretiske beskrivelser av dialogisk undervisning vil videre beskrives ettersom de har relevans for undersøkelsene av denne studiens datamateriale gjennom begrepene de introduserer.

En av de mest omtalte begrepene knyttet til å beskrive dialogiske tilnærminger til undervisning er IRE/IRF-strukturer (Drageset, 2015b). Forkortelsene står for *Initiering*, *Respons*, og *Evaluering/Feedback*, og beskriver et svært vanlig mønster for dialog mellom elever og lærere (Mercer et al., 2020). I et slikt samtalemønster er læreren den mest aktive, og det er begrenset rom for elevens egen tenking og refleksjon. IRE/IRF-strukturer er lett gjenkjennelige, men Drageset (2015b) trekker frem at begrepene har begrenset verdi dersom man ønsker å se dypere på dialogiske situasjoner. Internasjonal forskning antyder at selv om begrepene ble utviklet på 70-tallet, ser IRE/IRF-strukturer fortsatt ut til å dominere helklasseundervisning, og som regel i form av lukkede spørsmål fra lærer, etterfulgt av et kort elevsvar før en evaluering (Mercer et al., 2020).

Et rammeverk som går mer i detaljer på ulike lærerutsagn er samtaletrekk (Chapin et al., 2009; Kazemi & Hintz, 2019). For å hjelpe lærere til større bruk av samtaler i matematikkfaget presenterte Chapin et al. (2009) ulike verktøy og måter å legge til rette for et trygt klasseromsmiljø og produktive matematiske helklassesamtaler. Et av disse verktøyene var fem samtaletrekk som læreren kan bruke i matematiske samtaler. De påpekte at disse fem ikke er en utfyllende liste over handlinger læreren kan gjøre for å fremme matematiske samtaler, men at disse legger et godt grunnlag. Kazemi og Hintz (2019) legger til to samtaletrekk, som var *snu og snakk* og *endre*, slik at Tabell 3 består av syv ulike samtaletrekk. Snu og snakk var også nevnt av Chapin et al. (2009), men ikke som et eget samtaletrekk. De arbeidet ut fra tre ulike samtaleformer som lærere kunne bruke, helklassesamtaler, smågruppediskusjoner og samtaler med læringspartner. Det Kazemi og Hintz (2019) tar med som samtaletrekket *snu og snakk* blir derfor beskrevet av Chapin et al. (2009) som en egen samtaleform som kan være nyttig å bruke i helklassesamtaler.

Tabell 3: Samtaletrekk for læreren i helklassesamtaler (Chapin et al., 2009, s. 13; Kazemi & Hintz, 2019, s. 33)

Samtaletrekk	Forklaring
1. Gjenta	Å gjenta hele eller deler av et elevutsagn. Innholdet kan også gjenfortelles med egne ord for å tydeliggjøre et poeng eller oppklare en forklaring.
2. Repetere	Å be elever om å gjenta, gjerne med egne ord. Tydeliggjør viktige utsagn og bidrar til å få med elevene.
3. Resonnere	Å be elever om å sammenligne eget resonnement med andres. Begrunne om man er enig eller uenig.
4. Tilføye	Å be elever tilføye noe. Kan brukes åpent til å spørre om noen har noe å legge til.
5. Tenketid	Å vente etter å ha stilt spørsmål eller etter at noen har kommet med et utsagn, det gir elevene mulighet til å tenke.
6. Snu og snakk	Å be elevene om å diskutere med læringspartner. Lærer kan sirkulere rundt og lytte etter utsagn som kan tas opp i plenum etterpå.
7. Endre	Å gir elevene mulighet til å endre hvordan de har tenkt underveis i en løsningsprosess.

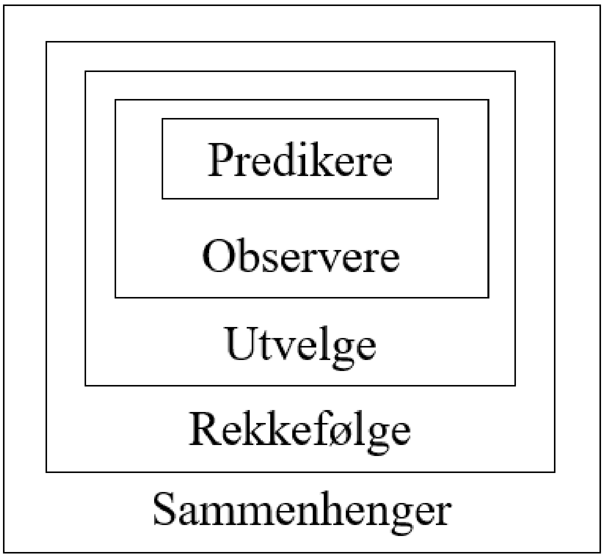
Samtaletrekkene kan utgjøre nyttige redskaper for læreren for å øke kvaliteten og elevenes læringsmuligheter i matematiske helklassesamtaler (Wæge, 2015). Dette ut fra at læreren kan bruke ulike samtaletrekk for å engasjere elevene i ønskede matematiske tanker og i hverandre sine resonnementer. Chapin et al. (2009) beskriver også samtaletrekkene som nyttige redskaper for å lede matematiske samtaler mot spesifikke læringsmål. Dermed ser denne studien på samtaletrekkene som relevante begreper for å beskrive lærerens bruk av matematiske oppgaver i helklassesamtaler. Denne studien vil bruke samtaletrekkene som et supplement til Drageset (2015b, 2021) sitt rammeverk, og vil bare undersøke samtaletrekkene i enkelte tekstutdrag.

Som nevnt var forskning innen dialogiske tilnærminger til matematikkundervisning fortsatt i en tidlig startfase etter årtusenskiftet (Walshaw og Anthony, 2008). Stein et al. (2008) viste til et behov for endring i forskningsfokuset. De betegnet forskningen gjort på området så langt til å være den første generasjonen, som hadde vektlagt kognitivt krevende oppgaver, engasjement til produktive interaksjoner, og at elevene skulle lyttes til og oppleve deres bidrag som verdifulle (Drageset, 2014; Stein et al., 2008). Ut fra et eksempel på en typisk matematisk samtale fremmet Stein et al. (2008, s. 320) behovet for at videre forskning rettet søkelys mot «the critical role of the teacher in guiding mathematical discussions».

Stein et al. (2008) beskrev en typisk helklassesamtale knyttet til en matematisk oppgave ut fra en inndeling i tre faser. I introduksjonsfasen tydeliggjør læreren oppgaven og gir elevene nødvendig informasjon før elevene i utforskingsfasen får arbeide med oppgaven alene eller i grupper. Da har læreren mulighet til å gå rundt og hjelpe elever og observere ulike løsningsmåter. Tredje fase er diskusjonsfasen der selve helklassesamtalen foregår ved at oppgaven diskuteres og ulike elevstrategier forklares.

Eksempelet Stein et al. (2008, s. 318) trakk frem var fra en matematikktime som resulterte i det de betegnet som «show and tell», og omhandlet en oppgave der to larver trengte fem blader per dag og elevene skulle finne ut hvor mange blader tolv larver da ville trenge. Læreren så at elevene løste oppgaven på mange ulike måter og diskusjonen etter oppgaven gikk på at læreren lot alle elevene som hadde kommet frem til en riktig løsning presentere den i tur og orden. Stein et al. (2008) påpekte at en del ved timen var positivt, men dersom slike diskusjoner skulle utnytte sitt matematiske læringspotensial, burde de ulike løsningsmetodene i større grad sammenlignes og kobles til grunnleggende matematikk med bakgrunn i timens læringsmål.

Å lykkes med dialogisk undervisning i matematikkfaget kom frem som en tydelig utfordring, særlig for nye lærere eller lærere med begrenset erfaring i å lede klasseromsdialog (Stein et al., 2008). Det krevde både at gode matematiske oppgaver ble valgt, og at læreren var forberedt på hvordan elevene kunne forstå oppgaven. Deretter krevdes stor grad av improvisasjon i møte med elevinnspill for å kunne lede den matematiske samtalen i en meningsfull retning (Smith & Stein, 2018).



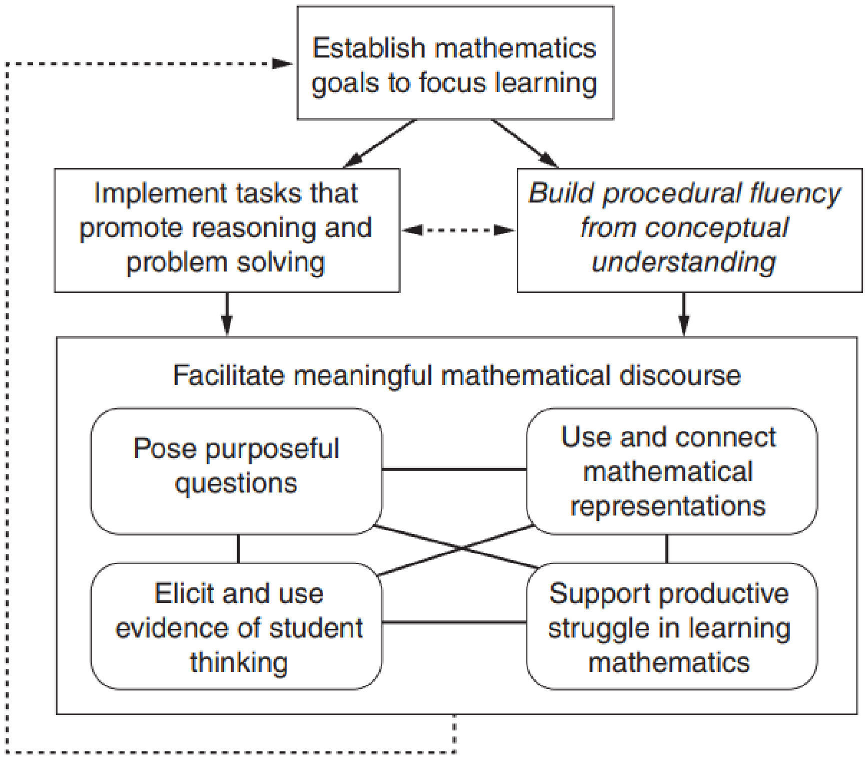
Figur 1: Oversatt skjematisk fremstilling av de fem praksisene (Stein et al., 2008, s. 322)

Det ble derfor utviklet fem praksiser som en støtte for at matematikklærere kan lykkes med å inkludere elevene i meningsfulle matematiske samtaler (Stein et al., 2008). Disse tydeliggjør lærerens rolle i matematiske samtaler, og minsker behovet for improvisasjon i møte med elevsvar. Som Figur 1 viser bygger praksisene på hverandre ved at den innerste praksisen legger grunnlaget for den neste og videre utover. Praksisene er å *predikere* elevsvar gjennom at lærer bruker tid på oppgaven og planlegger mulige måter elevene kan forstå den på. Dette legger grunnlaget for at læreren i utforskingsfasen lettere kan *observere* og forstå elevenes løsningsmåter ved å gå rundt i klasserommet. Ut fra det læreren har *observert* kan det *utvelges* elever til å bidra i helklassesamtalen i diskusjonsfasen, og læreren bør også velge en hensiktsmessig *rekkefølge*. Siste praksis er *sammenhenger* som læreren leder elevene i å koble både mellom hverandres løsningsmåter og med ønsket matematisk innhold knyttet til valgte læringsmål (Smith & Stein, 2018; Stein et al., 2008).

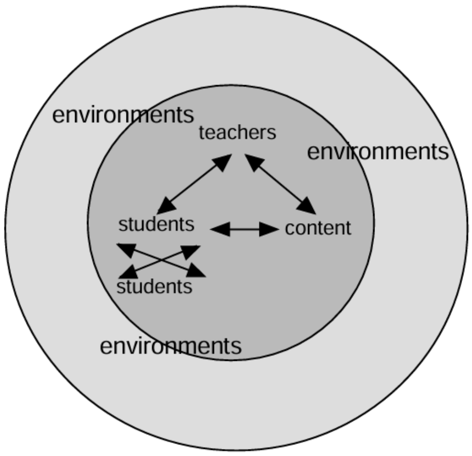
I tillegg til å være en støtte for lærere pekte Stein et al. (2008) på at de fem praksisene kan være verdifulle begreper for forskning på matematiske samtaler, som en hjelp til å beskrive lærerens handlinger. De fem praksisene ble plassert i konteksten av kognitivt krevende oppgaver, og videre vil teori knyttet til matematiske oppgaver og kognitive krav presenteres.

2.3 Teori knyttet til matematiske oppgaver

Matematiske oppgaver er vist å ha en sentral rolle i mye undervisning, ved at de er med på å definere hvilke læringsmuligheter elevene får (McGrane & McCourt, 2020; Cai et al., 2023; Tekkumru-Kisa et al., 2020). Den didaktiske trekanten (se Figur 3) viser samspillet i interaksjonene mellom lærer, elev og fagstoff, ut fra denne modellen kan de matematiske oppgavene styre mye av elevenes interaksjon med fagstoffet (Adleff et al., 2023; Cohen & Ball, 2000; Kisa & Stein, 2015). Adleff et al. (2023) trekker frem matematiske oppgaver som et av lærerens sterkeste verktøy for å styre undervisning og elevenes læringsmuligheter. Lærerens planlegging av matematiske oppgaver innebærer en rekke sentrale didaktiske valg knyttet til undervisningens innhold, aktiviteter og læringsmål (Adleff et al., 2023; Smith & Stein, 2018). Smith og Stein (2018) viser i sitt arbeid om produktive matematiske diskusjoner til matematiske oppgaver som et sentralt utgangspunkt for slike samtaler. Figur 2 viser også hvordan læringsmål bør styre valg av matematiske oppgaver.



Figur 2: Sammenhengene mellom åtte sentrale undervisningspraksiser (Smith & Stein, 2018, s. 2)



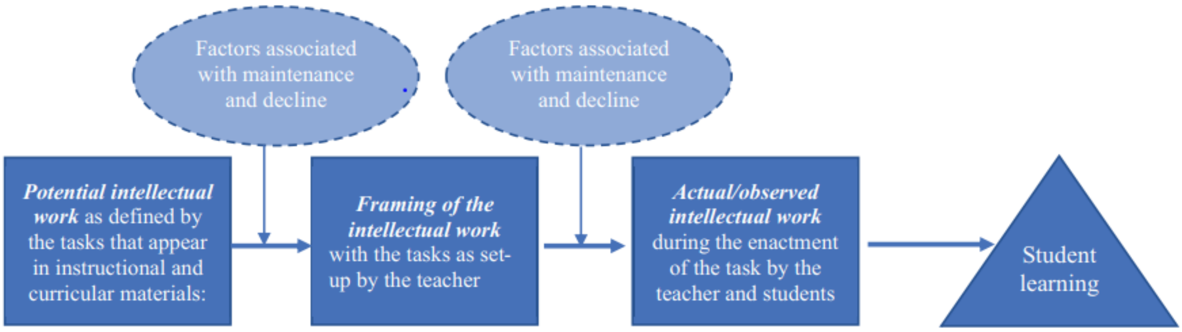
Figur 3: Utvidet versjon av den didaktiske trekanten (Cohen & Ball, 2000, s. 4).

Matematiske oppgaver har som vist en sentral plass i matematikkundervisning, men Doyle (1988) pekte på at begrepet oppgave ofte ble gitt en rekke ulike betydninger. Denne studien definerer matematiske oppgaver ut fra McGrane og McCourt (2020) og Tekkumru-Kisa et al. (2020) sine definisjoner som begge viser tilbake til Doyle sitt grunnleggende arbeid på dette forskningsområdet. Matematiske oppgaver blir definert som klasseromsaktiviteter som engasjerer elever i tankeprosesser knyttet til det matematiske fagstoffet som undervises. De betegner en klasseromsaktivitet som danner en kontekst der elevene får engasjere seg med fagstoffet, og gir læreren mulighet til å lede elevenes læringsprosess (McGrane & McCourt, 2020; Tekkumru-Kisa et al., 2020). Mason og Johnston-Wilder (2004) beskriver matematiske oppgaver som et verktøy læreren kan bruke til å initiere matematisk meningsfull aktivitet ut fra, og som gir endring i hva eleven kan oppdage og er kompetent til å utføre.

I forskningslitteraturen forekommer det flere synonyme begreper til matematiske oppgaver, for eksempel undervisningsoppgaver, matematiske aktiviteter eller matematiske problemer (Cai et al., 2023; Mason & Johnston-Wilder, 2004). De ulike begrepene belyser ulike aspekter og har en noe ulik betydning. Denne studien har valgt begrepet matematiske oppgaver ut fra bredden begrepet betegner, og har valgt å definere begrepet til å ta inn bredden i ulike klasseromsaktiviteter læreren kan benytte for å engasjere elevene i matematisk tenking. Cai et al. (2023, s. 233) beskriver bredden i begrepet på følgende måte: «Broadly, instructional tasks include such things as projects, questions, problems, constructions, applications, and exercises in which students engage.» Problemløsningsaspektet som fremmes ved begrepet matematiske problemer er fremtredende i LK20, men ble ikke valgt i denne studien ettersom begrepet matematiske oppgaver ble ansett som mer beskrivende for de klasseromsaktivitetene som forekommer i studiens datamateriale (Kunnskapsdepartementet, 2019).

Tekkumru-Kisa et al. (2020) viser i sin gjennomgang av forskningen på matematiske oppgaver til at matematiske oppgaver av flere grunner er av interesse for klasseromsforskning. Først og fremst utgjør matematiske oppgaver et konkret element ved undervisning som er enkelt å observere og gjenkjenne, og som kan brukes som et vindu inn mot andre aspekter, for eksempel hvordan lærere lykkes med pedagogiske reformer eller meningsfulle matematiske samtaler (Tekkumru-Kisa et al., 2020). Videre er matematiske oppgaver i klasseromsundervisningen et interessant sosialt møtepunkt mellom lærer, elev, læreplan, klasseledelse og læringsprosesser (McGrane & McCourt, 2020). Matematiske oppgaver er også aktuelle ved å gi «a context for students' thinking» (Doyle, 1988, s. 167). De utgjør en verdifull kontekst for å få et innblikk i elevenes tanker i læringsprosesser. I tillegg plasserer Tekkumru-Kisa et al. (2020) oppgaver på grensen mellom forskning og praksis, dermed utgjør de et praksisrelevant forskningsområde nært knyttet til læreres daglige undervisningspraksis og planleggingsarbeid.

I undervisningen kan matematiske oppgaver observeres i ulike faser av undervisningsprosessen, som vist i Figur 4 (Tekkumru-Kisa et al., 2020). Den første fasen er oppgaven slik den er skrevet i læreverk eller pensumlitteratur, og betegner det potensielle intellektuelle arbeidet som da ligger klart. Andre fase er innrammingen av dette potensielle arbeidet gjennom lærerens introduksjon av oppgaven. Hva slags intellektuelt arbeid oppgaven faktisk leder til hos elevene kan observeres i tredje fase under arbeidet med oppgaven. Fjerde og siste fase er elevenes faktiske læring ut fra prosessen (Tekkumru-Kisa et al., 2020). Denne studien vil i hovedsak undersøke oppgavene i den tredje fasen gjennom observasjon av helklassesamtalene knyttet til oppgavene. I overgangene mellom de ulike fasene viser forskning at en utfordrende læreroppgave er å opprettholde oppgavens potensiale for intellektuelt arbeid (Kisa & Stein, 2015; Stein & Lane, 1996). Noe av det mest sentrale å opprettholde er de kognitive kravene oppgaven stiller (Stein & Lane, 1996).



Figur 4: Matematiske oppgavers ulike faser (Tekkumru-Kisa et al., 2020, s. 607)

2.3.1 Kognitive krav

Stein et al. (2008) plasserte som nevnt sine fem praksiser i konteksten av kognitivt krevende oppgaver. Innen forskningen på matematiske oppgaver trekkes gjerne forskningen knyttet til kognitive krav frem som noe av det mest sentrale (Adleff et al., 2023; McGrane & McCourt, 2020; Tekkumru-Kisa et al., 2020). Begrepet kognitivt krevende oppgaver ble undersøkt og beskrevet i en del forskningslitteratur som gjorde interessante funn knyttet til effekten av kognitivt krevende oppgaver (Smith & Stein, 1998; Stein et al., 1996; Stein & Lane, 1996). Disse bygget videre på Doyle (1983) sin tanke om at ikke alle oppgaver er skapt like. Doyle sitt arbeid så på kognitive krav ut fra hva slags kognitive prosesser elevene ble engasjert i under arbeidet med en matematisk oppgave (Tekkumru-Kisa et al., 2020). Dermed etablerte Doyle (1988) en forståelse av at matematiske oppgaver kan lede til ulike grader av tenking hos eleven, noe Stein og Lane (1996) og Stein et al. (1996) utforsket videre. Stein og Lane (1996) utarbeidet seks kategorier for matematiske oppgavers kognitive krav, disse ble forkortet til fire kategorier i artikkelen til Smith og Stein (1998). Denne studien tar utgangspunkt i disse fire kategoriene, som vist i Tabell 4, ettersom disse er mest aktuelle i studiens datamateriale.

De to første kategoriene *memorering* og *fremgangsmåter uten sammenhenger* betegner lave kognitive krav ved at elevene kan komme frem til et svar gjennom tidligere lærte kunnskaper eller å følge en entydig algoritmisk løsningsmåte (Smith & Stein, 1998; Stein & Lane, 1996). Oppgaver med lave kognitive krav har lite tilknytning til underliggende matematiske prinsipper og legger lite grunnlag for forklaringer eller utvikling av matematisk forståelse. Høye kognitive krav kjennetegnes i hovedsak av tilknytning til sentrale matematiske prinsipper, krav til forklaring og brede fremgangsmåter som krever kognitiv aktivitet hos elevene. Kategorien *gjøre matematikk* viser til de høyeste kognitive kravene og skiller seg fra *fremgangsmåter med sammenhenger* først og fremst ved at løsningsprosessen er utforskende og ikke har en etablert fremgangsmåte som kan følges (Smith & Stein, 1998; Stein & Lane, 1996).

Med kategoriene for kognitive krav som rammeverk fant Stein og Lane (1996) at bruk av matematiske oppgaver med høye kognitive krav som ble opprettholdt underveis i elevenes arbeid ledet til større matematisk fremgang hos elevene sammenlignet med oppgaver som stilte lave kognitive krav. Dette funnet la mye av grunnlaget for videre forskning på oppgavers kognitive krav, og gjør dette til et interessant aspekt å undersøke ved de matematiske oppgavene i denne studiens datamateriale (Tekkumru-Kisa, 2020). Stein og Lane (1996) gjorde funn som viste viktigheten av å opprettholde de kognitive kravene, Det gav bare moderat matematisk fremgang dersom oppgavene som i utgangspunktet stilte høye kognitive krav sank til lave kognitive krav når de ble brukt i klasserommet.

Tabell 4: Oversatt oversikt av kategorier for kognitive krav (Smith & Stein, 1998, s. 348)

Kategori	Kjennetegn
Memorering	- Handler om å reprodusere eller huske kjente regler, formler, definisjoner eller fakta. - Krever ikke noen fremgangsmåte. - Entydige og det kommer tydelig frem at det kreves reproduksjon av tidligere lært materiale. - Ingen sammenhenger mellom det som reproduseres og grunnleggende matematiske begreper.
Fremgangsmåter uten sammenhenger	- Krever en algoritmisk fremgangsmåte enten ved å etterspørre denne eller ut fra oppgavens plassering i læringsprosessen. - Ganske entydig hva som skal gjøres og det krever lite kognitiv aktivitet. - Ingen sammenhenger mellom fremgangsmåten og de matematiske begrepene den bygger på. - Fokus på riktig svar og ikke på å utvikle matematisk forståelse. - Krever ingen forklaring eller kun forklaring av fremgangsmåten.
Fremgangsmåter med sammenhenger	- Fokus på elevens fremgangsmåter for å utvikle matematisk forståelse for underliggende matematiske begreper. - Foreslår eksplisitt eller implisitt brede fremgangsmåter med tydelige sammenhenger til matematiske begreper, ikke smale algoritmer med uklare sammenhenger til underliggende matematikk. - Ofte flere representasjoner, som diagrammer, symboler, konkreter eller situasjoner. Sammenhenger mellom disse bygger forståelse. - Krever en viss grad av kognitiv aktivitet. Fremgangsmåten kan ikke følges blindt, men krever at eleven møter de underliggende matematiske begrepene på en meningsfull måte.
Gjøre matematikk	- Krever kompleks ikke-algoritmisk tenking. Ingen tydelige fremgangsmåter foreslås av oppgaven eller eksempler. - Krever at elevene utforsker og forstår matematiske begreper, prosesser og sammenhenger. - Selvregulering av egen kognitive prosess - Krever at eleven kobler på relevant kunnskap, kompetanse og erfaring. - Krever at eleven kontinuerlig analyserer oppgaven og dens begrensninger og komponenter. - Krever stor kognitiv aktivitet og strev for eleven på grunn av den uforutsigbare løsningsprosessen.

Videre fra dette fant Stein et al. (1996) at høyere kognitive krav gjorde det mer utfordrende for læreren å opprettholde de kognitive kravene når oppgaven ble brukt. De fant at bare 38% av de 58 observerte oppgavene på nivået *gjøre matematikk* opprettholdt de kognitive kravene i undervisningen. En utfordring for lærere er dermed at de kognitive kravene synker når de matematiske oppgavene går gjennom de ulike fasene beskrevet i Figur 4. Et annet funn fra Stein et al. (1996) var at oppgaver med lave kognitive krav svært sjelden gav høyere kognitive krav når de ble brukt. Studien deres viste dermed at lærerens valg av oppgaver med høye kognitive krav er en forutsetning, men ikke en garanti, for at elevene skal engasjeres i kognitivt krevende arbeid.

2.3.2 Oppgavenes egenskaper

Tre aspekter ved de matematiske oppgavenes egenskaper ble også undersøkt av Stein et al. (1996) og Stein og Lane (1996). Disse aspektene var inspirert av anbefalinger gitt i matematiske reformer på 90-tallet, og var antall løsningsmåter, antall representasjoner og krav til matematiske forklaringer. Reformene hadde pekt på at gode matematiske oppgaver burde inneholde flere mulige løsningsmåter for elevene å velge mellom. Det var også pekt på at matematiske oppgaver burde kunne kobles til flere ulike representasjoner, som figurer, tabeller eller talluttrykk, da dette utfordrer elevene til å trekke sammenhenger mellom representasjonene. I tillegg viste reformene til viktigheten av krav til matematiske forklaringer fra elevene for svarene sine (Stein et al., 1996). Stein og Lane (1996) sine funn var også i samsvar med reformforslagene. Den av de fire skolene med størst grad av oppgavenes egenskaper hadde større matematisk fremgang sammenlignet med skolen som hadde minst grad av løsningsmåter, representasjoner og forklaringer. De observerte også en tendens til at antall løsningsmåter, representasjoner og forklaringer kunne synke under bruken av oppgaven (Stein & Lane, 1996)

Studiene trakk frem at disse tre aspektene ved oppgavenes egenskaper var godt egnet for å beskrive viktige sider ved de matematiske oppgavene i datamaterialet (Stein et al., 1996; Stein & Lane, 1996). Dermed vil også denne studien ta i bruk disse tre aspektene som deskriptive kategorier i analysene av de matematiske oppgavene som brukes i helklassesamtaler. En nyere studie som ble gjennomført for å beskrive hva som kjennetegnet de matematiske oppgavene brukt i tysk skole er Adleff et al. (2023), som analyserte 2490 matematiske oppgaver fra 60 ulike undervisningsøkter. De undersøkte bruk av modeller, problemløsning, representasjoner, symboler, regneoperasjoner og kommunikasjon. Funnene viste at variasjoner i disse aspektene ledet til variasjoner i den kognitive utfordringen elevene møtte i oppgavene. De fant at de egenskapene som kjennetegnet oppgavene som ble brukt var stor grad av rutineoppgaver med fokus på tekniske aspekter ved regneoperasjoner og algoritmer. Det var liten grad av matematikkoppgaver der dypere sammenhenger og forståelse for underliggende matematiske prinsipper ble fremmet (Adleff et al., 2023).

2.3.3 Matematiske oppgaver i Utviklende Opplæring i Matematikk

Ettersom studiens datamateriale er fra en kontekst med UOM er det relevant å rette søkelys på noen aspekter ved bruk av matematiske oppgaver i denne undervisningsmetoden. Blank (2014) beskriver oppgavebruken i UOM til å skille seg fra mer tradisjonelle tilnærminger ved at man unngår «rutineoppgaver», som typisk kan være lengre oppgavestrenger der elevene gjentar en spesifikk løsningsmetode flere ganger. Det legges heller vekt på variasjon i oppgavetyper, og bruk av rike oppgaver med flere svaralternativer som må begrunnes. Oppgavene bidrar også ofte til å fremme nye matematiske kunnskaper eller ferdigheter for elevene i tråd med prinsippet og rask gjennomgang av lærestoffet (Blank, 2014).

I tråd med beskrivelsene fra Blank (2014) fant Tokheim (2015) i sin lærebokanalyse at læreverket til UOM inneholder større grad av matematiske oppgaver som stiller høye kognitive krav. Analysen sammenlignet læreverket for UOM med to andre norske læreverk for matematikkfaget, og fant at nesten tre fjerdedeler av oppgavene i læreverket for UOM kunne kategoriseres til de to øverste nivåene av kognitive krav. I Aschehougs Matemagisk og Gyldendals Multi var det under halvparten av oppgavene som stilte høye kognitive krav. En svakhet ved studien var at bare bøkene for 1. trinn ble analysert, men det gir likevel en antydning om oppgavebruken i UOM (Tokheim, 2015). Herleiksplass et al. (2023) gjorde også en studie av de matematiske oppgavene i læreverket til UOM. De gjorde analyser av oppgavene som omhandlet multiplikasjon og fant at disse la et godt grunnlag for at elevene skulle utvikle dypere matematisk forståelse av multiplikasjon og ikke bare øve på algoritmene. Matematiske oppgaver i UOM ser ut til å fremme flere ulike egenskaper og forståelser av de matematiske prinsippene på en måte som gir elevene muligheter til å utvikle sin forståelse.

En annen nyere studie som retter søkelys mot noen aspekter ved oppgavebruken i UOM er Gjære (2023) sin studie av fire norske lærere og deres undervisning i UOM. Studien hans trekker frem tre undervisningsdilemma som oppstår i kontekst av undervisning ved bruk av utfordrende matematiske oppgaver i UOM. Det ble gjennomført observasjon av tre matematikkøkter for hver lærer i tillegg til fokusgruppeintervju både før og etter datainnsamlingen. Ut fra intervjuene ble det funnet seks hovedtemaer som ble drøftet av lærerne knyttet til undervisningen, disse la grunnlaget for de tre dilemmaene. Det første dilemmaet var om man skal forklare elever hvordan de kan løse en utfordrende oppgave. I all undervisning der man bruker utfordrende matematiske oppgaver er dette et dilemma som naturligvis kan oppstå, men i kontekst av UOM er det flere prinsipper ved undervisningsmetoden som tydeliggjør dilemmaet (Gjære, 2023). At læreren forklarer kan være nødvendig for å holde prinsippene om rask gjennomgang og for å få frem den teoretiske kunnskapen som skal ha ledende rolle, men det står i kontrast til en problemløsende arbeidsmåte og ønsket om at eleven i sin utvikling selv skal oppdage matematikken.

Det andre dilemmaet Gjære (2023) viste til var hva man kan gjøre når elevene kjeder seg med en viktig oppgave. Ettersom prinsippene i UOM både fremmer at elevene skal oppleve utfordring, men også at teoretisk kunnskap skal ha ledende rolle kan denne situasjonen gi utfordrende avgjørelser for læreren. Særlig i et klasserom med mange ulike elever vil læreren stå en utfordring med når man skal gå videre fordi noen elever kjeder seg og når man skal bruke mer tid på å få med alle elevene. En slik situasjon kan også knyttes til det tredje dilemmaet, som var å holde fremdrift i undervisningen samtidig som man støtter alle elevene. Ettersom rask fremdrift er et prinsipp kreves det stor evne til å tilpasse undervisningen til ulike elever (Gjære, 2023) Siden denne studien også undersøker matematiske oppgaver i konteksten av UOM kan de tre undervisningsdilemmaene være nyttige aspekter for å beskrive matematikkundervisningen og lærerhandlingene i datamaterialet.

2.4 Teori knyttet til brøkundervisning

De matematiske oppgavene i denne studiens datamateriale, og studiens forskningsspørsmål er knyttet til brøkundervisning. Dermed vil kunnskap fra forskning på brøkundervisning være av interesse for denne studiens analyser av matematiske oppgaver brukt i helklassesamtaler.

Brøk er et begrep som er gitt en del rom i LK20, og står sentralt i en rekke kompetansemål, særlig på mellomtrinnet (Kunnskapsdepartementet, 2019). Flere av disse peker på viktigheten av at elevene utvikler en solid forståelse av brøkbegrepet og de ulike måtene det kan opptre på. Eksempler på dette er de to følgende kompetansemålene fra læreplanen for 5. trinn, der står det at elevene skal kunne:

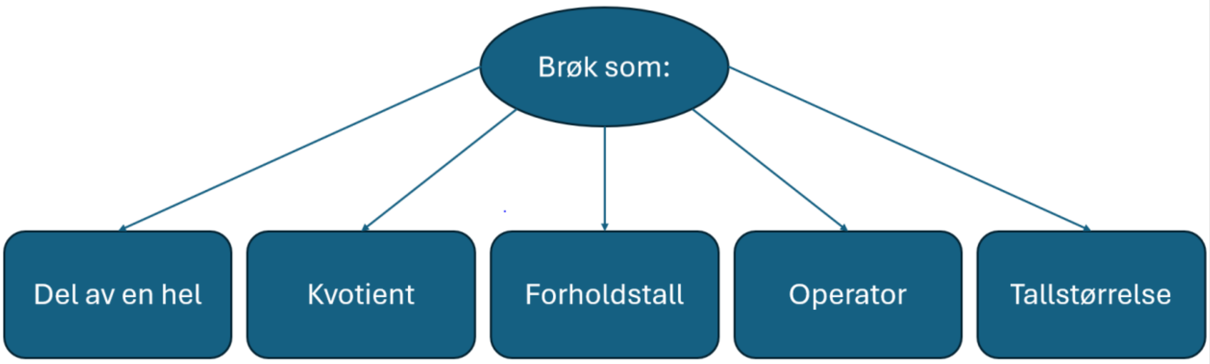
- «beskrive brøk som del av ein heil, som del av ei mengd og som tal på tallinja og vurdere og namngi storleikane» (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 9).
- «representere brøkar på ulike måtar og omsetje mellom dei ulike representasjonane» (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 9).

Selv om brøkbegrepet har en sentral plass i matematikkundervisning har forskning på området pekt på begrepet som utfordrende og elevenes kompetanse på området som mangelfull (Bjerke et al., 2013, Braithwaite et al., 2019; Lamon, 2007). En utfordring for elevenes møte med brøkbegrepet er at deres tidligere erfaringer med heltall på flere måter ikke lar seg forene med dette nye tallområdet (Bjerke et al., 2013; Deringöl, 2019). Det er for eksempel en utfordring for elevene at $\frac{3}{7}$ er mindre enn $\frac{1}{2}$ ettersom deres erfaringer med heltall tilsier at både 3 og 7 har høyere tallverdi enn 1 og 2. Deringöl (2019) viser også til lærerens kompetanse innen brøkundervisning som sentral for elevenes læring av brøk, og at det er særlig viktig for elevene å møte flere av brøkbegrepets ulike aspekter i undervisningen.

2.4.1 Brøkbegrepets fem aspekter

Brøkbegrepet er komplekst og kan opptre i ulike former, noe som kan forvirre elevene i innlæringen av begrepet (Lamon, 2007; Siegler & Lortie-Forgues, 2015). Forskning på brøkundervisning viser ofte til fem aspekter ved brøkbegrepet, slik i figur 5 synliggjør (Bjerke et al., 2013; Bjuland et al., 2014, Lamon, 2007). Del av en hel viser til brøk som del av en helhet delt i et visst antall like store deler, og er godt egnet for bruk av konkreter eller arealmodeller så lenge brøkene er mindre enn en hel. Et eksempel fra studiens datamateriale er at $\frac{3}{4}$ ble representert ved en firdelt sirkel der tre av fire deler var fargelagt. Aspektet med brøk som kvotient viser til situasjoner der brøk oppstår som et svar på en divisjon, og kommer frem i oppgave 4b som analyseres i delkapittel 4.3. I den skal elevene finne ut hva 9 skal deles på for å få det blandede tallet $1\frac{1}{2}$ som svar.

Brøk som et forholdstall betegner tilfeller der brøken står for et forhold mellom to størrelser. For eksempel i en situasjon der 6 av elevene i en klasse er jenter og 10 er gutter vil forholdet mellom delene være 6 : 10, og forholdene til helheten for jenter og gutter blir $\frac{6}{16}$ og $\frac{10}{16}$. At brøk opptrer som en operator skjer i multiplikative sammenhenger, eksempelvis ved at $\frac{3}{5}$ av guttene i klassen liker matematikk, da brukes brøken som en operator med at $\frac{3}{5} \cdot 10$ gir at seks av guttene liker matematikk. Tallstørrelse er et aspekt ved brøkbegrepet som knytter brøken til et bestemt punkt på tallinjen, og ikke til en del eller en helhet. I datamaterialet får elevene mulighet til å utvikle dette aspektet i en oppgave der elevene skal rangere sju blandede tall i stigende rekkefølge.



Figur 5: Brøkbegrepets fem aspekter (Bjerke et al., 2013, s. 2)

Læreplanen trekker særlig frem tre av brøkaspektene i det første av kompetansemålene vist tidligere (Kunnskapsdepartementet, 2019). Del av en hel, del av en mengde kan betegne aspektet med brøk forholdstall, og brøk som tallstørrelse trekkes frem. Men det andre kompetansemålet fremmer et ønske om bredde i representasjoner og dypere forståelse av sammenhengene mellom dem (Kunnskapsdepartementet, 2019). Forskning viser til del av en hel aspektet ofte får mest plass i undervisningen, og er gjerne startpunktet i innlæringen av brøk (Lamon, 2007; Kleve, 2010; Siegler et al., 2011). Bjerke et al. (2013) viser også til noen sammenhenger der andre aspekter er startpunktet, blant annet japanske læreverk som starter med brøk som en tallstørrelse.

Forskningslitteraturen viser til en del utfordringer knyttet til at brøkundervisning ofte legger for stor vekt på del av en hel aspektet (Bjerke et al., 2013). Fordelene ved del av en hel aspektet er at det kan knyttes enkelt til modeller og konkreter, noe som kan bidra til at dette ofte blir startpunktet for brøkundervisning (Hansen et al., 2015). Utfordringene knyttes til at dette aspektet er dårlig egnet i møte med uekte brøker (Siegler et al., 2011). Da er brøk som tallstørrelse et verdifullt aspekt og trekke frem (Bjerke et al., 2013). Generelt fremmer forskningslitteraturen innen brøkundervisning at alle fem aspektene vil være viktige for at elevene skal få en dypere forståelse av brøkbegrepet, og dermed bør undervisningen legge opp til bruk av og overganger mellom alle aspektene (Bjerke et al., 2013; Lamon, 2007; Kleve, 2010).

Bjerke et al. (2013) trekker frem at de ulike aspektene kan uttrykkes gjennom fem ulike representasjonsformer. Disse representasjonene er verbale eller skriftlige symboler, konkreter, illustrasjoner og kontekster fra virkeligheten. Kjennskap til ulike representasjoner av brøk er viktig for elevenes utvikling av de ulike aspektene (Hansen et al., 2015). For eksempel er utvikling av brøk som tallstørrelse viktig for å kunne sammenligne brøker, og er vist å gi elevene et godt redskap for å kunne vurdere gyldigheten i svarene de kommer frem til (Siegler & Lortie-Forgues, 2015). Brøk som tallstørrelse kan representeres både verbalt, skriftlig, som en illustrasjon i form av en tallinje, gjennom konkreter som lengden på brøkstaver eller i form av kontekster fra virkeligheten som at en elev er $1\frac{1}{2}$ meter høy. At elevene behersker ulike representasjonsformer gir dem redskaper som kan bidra til å unngå ulike misoppfatninger om brøkbegrepet (Bjerke et al., 2013).

2.4.2 Misoppfatninger om brøk

Som nevnt er brøkbegrepet komplekst og utfordrende for mange elever, som leder til at de sitter med en rekke misoppfatninger eller manglende forståelse av brøk (Bjerke et al., 2013; Braithwaite et al., 2019; Lamon, 2007). Erfaringer med heltall som tas med inn i brøkundervisning kan knyttes til mange av misoppfatningene (Deringöl, 2019; Siegler & Lortie-Forgues, 2015). Bjerke et al. (2013) fant i sin studie av 648 oppgavebesvarelser fra 6. og 7. trinns elever i Norge at en misoppfatning blant elevene var knyttet til å se teller og nevner som separate heltall og sammenligne tellere og nevnere i ulike brøker uten å ta hensyn til forholdet mellom dem. Ulike former for heltallstenking kan være «sammenligne med en hel», «størst heltall er størst brøk» og «differanse» (Bjerke et al., 2013). For eksempel dersom elevene skal avgjøre om $\frac{4}{7}$ eller $\frac{1}{2}$ er størst kan «sammenligne med en hel»-tenking lede til at eleven mener $\frac{1}{2}$ er størst ettersom brøken bare mangler en del fra å være en hel, og «differanse»-tenking kan gi samme feilaktige konklusjon ved at differansen mellom teller og nevner er minst for $\frac{1}{2}$. «Størst heltall er størst brøk»-tenking vil gir riktig svar i eksempelet ovenfor, men feil svar dersom den første brøken ble endret til $\frac{3}{7}$, og det at erfaringer fra heltall noen ganger kan gi riktig svar kan forvirre elevene ytterliggere.

Lamon (2007) trekker frem at mange misoppfatninger om brøk kan være krevende for elevene å komme forbi, og at det gjerne krever tid og innsats fra lærerens side. En god forståelse for heltall er vist å være nyttig for å mer effektivt kunne legge av heltallstenkingen i møte med brøk (Hansen et al., 2015). God forståelse for heltall kan gjøre at elevene har en dypere forståelse for begrensningene regler og fremgangsmåter brukt i heltallsregning kan ha. Manglende forståelse for begrensningene i overførbarhet av regler og prosedyrer fra heltallsregning til brøkregning leder til overgeneraliseringer (Deringöl, 2019).

Siegler og Lortie-Forgues (2015) fant i sin studie også en utfordring for elevene knyttet til å kunne vurdere svarene de fikk fra regneoperasjoner med brøk. I studien trakk de frem at utvikling av aspektet med brøk som tallstørrelse kunne hjelpe elevenes evne til å vurdere svarene. Utfordringen var særlig knyttet til misoppfatninger hos elevene knyttet til effektretningen til regneoperasjonene multiplikasjon og divisjon. Siegler og Lortie-Forgues (2015, s. 915) beskrev at dersom «learners believe that multiplication yields answers greater than either factor and that dividing yields answers smaller than the dividend, incorrect answers will often seem more plausible than correct ones». Studien deres trakk frem to mulige tolkninger av denne utfordringen, enten et tankesett hos elevene om at regneoperasjonene har samme effektretning uavhengig av de involverte tallene, eller at elevene ikke har noen tydelige tanker om effektretningen på regneoperasjoner.

Braithwaite et al. (2019) argumenterer også for at undervisning bør fokusere på å forbedre elevenes forståelse av regneoperasjonenes effekt i brøkregning, ettersom det gir nyttige verktøy for å avsløre feilsvar. Siegler et al. (2011) viser også til at elevenes evne til å avgrense hva som kan være en logisk løsning bør arbeides med, og at feilsvar ofte kan skylles forvirring i regnestrategi hos eleven. Ulike prosedyrer og fremgangsmåter i brøkregning, som både fungerer ulikt fra heltall og gjerne er knyttet mot spesifikke regnearter er en utfordring for elevene (Braithwaite et al., 2019). Det kan være sentralt for læreren å legge opp til at fremgangsmåtene får sammenheng med bakenforliggende matematiske prinsipper. Det vil være av interesse for denne studien å ta med de teoretiske perspektivene knyttet til brøkbegrepets aspekter, representasjoner og misoppfatninger for å undersøke hvordan læreren tar hensyn til dette i de matematiske oppgavene som brukes.

2.5 Rammeverk for analyse

Drageset (2015b) pekte på at rammeverkene beskrevet tidligere i delkapittel 2.2.3, og flere andre rammeverk for dialogiske tilnærminger til undervisning, gav gode forklaringer på klasseromskulturer og de store linjene i hvordan dialogisk undervisning foregår. Han viste også at en svakhet ved disse brede beskrivelsene og rammeverkene var at de ikke egnet seg til å undersøke klasseromsdialog i detalj (Drageset, 2014). Gjennom sitt arbeid ønsket Drageset (2014, 2015a, 2015b, 2021) å beskrive mer detaljert hvilke lærer- og elevhandlinger som brukes i matematiske samtaler i klasserommet. Dette ble gjort gjennom en datainnsamling fra undervisningen til fem ulike lærere i forbindelse med prosjektet «Matematikk i Nord-Norge» (Drageset, 2015b). Ettersom denne studien ønsker å undersøke matematiske oppgavers rolle i helklassesamtaler gjennom å se detaljert på hvilke muligheter for deltakelse elevene har i helklassesamtalene ble dette rammeverket valgt.

Tilnærmingen til å se detaljert på den matematiske samtalen kommer fra samtaleanalyse og tanken om dialog som en sentral del av menneskelig interaksjon (Drageset, 2014). Innen samtaleanalyse gir lærere og elevers ordbruk innsikt i hvordan deres forståelser og kunnskapsutvikling foregår (Thagaard, 2018). Drageset (2014, 2015b) ønsket å undersøke de enkelte turene i en samtale, da et utsagn eller en tur er de fundamentale byggesteinene i en samtale. Linell (1998) viser til at selv om en samtale kan brytes opp i individuelle turer er samtaler likevel en sosial interaksjon der ulike turer påvirker hverandre.

Drageset (2014, 2015b) trakk frem at flere studier hadde undersøkt dialog, men da mer som et vindu for undersøkelser av underliggende aspekter. Et eksempel på dette er Rowland et al. (2005) sin forskning kjent for utviklingen av Kunnskapskvartetten, der dialog ble undersøkt for å se på læreres undervisningskunnskap i matematikk. Forskningen til Drageset (2014, 015a, 2015b, 2021) fokuserte spesifikt på dialogen for dialogens del, men trakk frem at rammeverket kunne brukes for å undersøke andre aspekter ved undervisningen.

Ved observasjon og analyse av turene i de matematiske samtalene funnet i datamaterialet utarbeidet Drageset (2014) tre hovedkategorier og 13 underkategorier for lærerhandlinger. Det ble først observert at læreren brukte korrigerende spørsmål for å både anerkjenne elevens svar og endre retningen på samtalen. Ut fra denne observasjonen startet arbeidet med å se nærmere på lærerhandlingene i matematiske samtaler. Kategoriene som ble utviklet kunne brukes til å beskrive lærerens turer i matematiske samtaler på et detaljert nivå (Drageset, 2014, 2015b).

Omdirigerende handlinger fant Drageset (2015b) at var den minst brukte hovedkategorien i datamaterialet, og hadde til felles at lærerens mål var å omdirigere samtalen og elevenes tankeprosess i en mer produktiv eller ønsket retning. Slike handlinger kan være å komme med et *korrigerende spørsmål* som leder elevens tankeprosess en annen retning, å *foreslå en ny strategi* mer direkte, eller å mer diskret *sette til side* enkelte innspill (Drageset, 2014). Fremdriftshandlinger ble funnet å være den mest brukte av hovedkategoriene og stod for over halvparten av lærerhandlingene i praksisen til den læreren Drageset (2015b) undersøkte. Disse handlingene har som mål å drive undervisningen fremover. Underkategoriene som brukes til dette er *demonstrasjon* i form av at læreren i en monolog demonstrerer hvordan en oppgave løses, og *forenkling* av oppgaven til eleven mestrer den. *Lukket fremdriftshandling* der læreren ved enkle spørsmål fremmer retter oppmerksomheten mot detaljer og *åpen fremdriftshandling* som er lærerinitierte prosesser der elevene har stor frihet i retningen de tar samtalen (Drageset, 2014). Fokuserende handlinger betegner et stopp i undervisningsflyten for å bruke tid på enkelte aspekter og er en sentral lærerhandling for å fremme tankeprosesser om ønsket matematisk innhold (Drageset 2015b). Dette kan gjøres på en rekke måter gjennom at læreren *etterspør detaljer, begrunnelser, bruk på lignende problemer* eller *evaluering fra andre elever*. Læreren kan også være den mest aktive part i fokuserende sekvenser ved å peke ut og forklare detaljer ved å *bemerke* eller *oppsummere* sentrale aspekter ved det matematiske innholdet (Drageset, 2014).

Tabell 5: Oversatt oversikt over lærerhandlinger (Drageset, 2014, s. 302)

Omdirigerende handlinger	Fremdriftshandlinger	Fokuserende handlinger
Sette til side Foreslå en ny strategi Korrigerende spørsmål	Demonstrasjon Forenkling Lukket fremdriftshandling Åpen fremdriftshandling	Etterspørre - detaljer - begrunnelse - bruk på lignende problem - evaluering fra andre elever Peke ut - Bemerke - Oppsummere

Drageset (2015a) brukte også det samme datamaterialet til å utvikle kategorier for elevhandlinger. Det ble etablert fem hovedkategorier som var *forklaringer*, *initiativer*, *delvise svar*, *lærerstyrte svar* og *uforklarte svar*, med tilhørende underkategorier. En utfordring som ble funnet ved underkategoriene var at disse i noen tilfeller kunne være overlappende og derfor vanskelige å skille (Drageset, 2015a). Dermed ble hovedkategoriene lagt mest vekt på i rammeverket, men underkategoriene kan bidra med nyttige detaljer, særlig underkategoriene for elevenes *forklaringer* (Drageset, 2015a, 2015b, 2021).

De tre underkategoriene for elevforklaringer ble nærmere undersøkt i Drageset (2021) sin studie av hva slags elevforklaringer som kan observeres, og hvordan læreren initierer og responderer på disse. Studien fant at de tre kategoriene er egnede begreper for å beskrive ulike elevforklaringer, og ble initiert av at læreren spurte hvordan (handling), hvorfor (hvorfor) og hva noe betydde (begrep). Lærerens responser bestod stort sett av tre lærerhandlinger, men disse var ikke tilknyttet en spesiell forklaring, og så derfor ikke ut til å være påvirket av forrige tur på samme måte (Drageset, 2021). Ettersom Drageset (2021) fant disse tre underkategoriene som egnede begreper, og Webb et al. (2020) i sin studie trakk frem elevforklaringer som sentralt for elevenes læring, ser denne studien disse som relevante begreper i analysearbeidet.

Tabell 6: Oversatt oversikt av elevhandlingenes underkategorier (Drageset, 2015a, s. 38)

Hovedkategori	**Underkategorier**
Forklaringer	Forklare hvorfor Forklare begrep Forklare handling (hva og hvordan)
Initiativer	Peke ut Forslag Korrigering Spørre om hvordan eller hva man skal
Delvise svar	Riktig, men delvis Ufullstendig Feil, men riktig observasjon
Lærerstyrte svar	Riktig som respons på lukket fremdriftshandling Riktig som respons på forenkling Bekrefte eller avslå lærerforslag Sitere lærer Avsporing
Uforklarte svar	Riktig, men ut av ingenting Demonstrasjon Feil, ingen tydelig grunn Feil, ut fra en lukket fremdriftshandling Feil handling eller metode Kan ikke svare

Ved å kombinere rammeverkene for både lærer- og elevhandlinger gjorde Drageset (2015b) noen interessante funn som rammeverket gav et språk for å beskrive. To sirkulære mønster ble observert i datamaterialet, der det første var at *lærerstyrte svar* ofte ble fulgt opp av fremdriftshandlinger, og *forklaringer* ofte ble fulgt opp av fokuserende handlinger. Det ble også trukket frem at en god balanse mellom fremdriftshandlinger og fokuserende handlinger er sentralt i møte med *uforklarte svar* og *initiativer* (Dragset, 2015b). I denne studien utgjør Drageset (2015b) sine rammeverk for lærer- og elevhandlinger et nyttig analytisk verktøy for å undersøke elevenes muligheter og oppgavenes rolle i matematiske helklassesamtaler, og vil derfor brukes for å kunne besvare det andre forskningsspørsmålet.

3 Metode

Metode viser til veien man går i en studie for å komme frem til de resultater og funn man presenterer (Dalland, 2020). Studiens forskningsspørsmål og hva man ønsker å studere påvirker de metodiske valgene som blir gjort (Maxwell, 2009; Silverman, 2024). Systematisk arbeid og gjennomsiktighet bør kjennetegne det metodiske arbeidet i en studie (Thagaard, 2018). Metoden er det redskapet man bruker for å innhente informasjon og data til en undersøkelse, og i valg gjort rundt dette har følgende forskningsspørsmål vært veiledende.

1. Hva kjennetegner de matematiske oppgavene som brukes i helklassesamtaler i brøkundervisningen?
2. Hvilke muligheter for elevenes deltakelse i helklassesamtalene gir oppgavene slik de blir brukt av lærer i brøkundervisningen?
3. Hvilke refleksjoner gjør læreren rundt bruken av disse oppgavene i helklassesamtaler i arbeidet med brøk?

Forskningsdesign, utvalg og datainnsamlingen ble valgt og gjennomført med mål om å samle inn relevant data for å kunne besvare forskningsspørsmålene, og disse valgene vil beskrives videre i metodekapittelet. Deretter vil studiens analytiske tilnærming til de innsamlede dataene beskrives. Teoretiske begreper fra blant annet Stein og Lane (1996) og Stein et al. (2008), i tillegg til Drageset (2015b) sitt rammeverk for lærer- og elevhandlinger, gav nyttige redskaper for analysene av studiens datamateriale. Til slutt i kapittelet vil også kritiske refleksjoner rundt studiens kvalitet og forskningsetikk drøftes.

3.1 Forskningsdesign

Forskningens design legger retningslinjene for en studie i form av *hva* som undersøkes, *hvem* og *hvor* undersøkelsene gjøres, og ikke minst en tydelig utdyping av *hvordan* undersøkelsene i studien skal gjennomføres (Thagaard, 2018). Maxwell (2009) trekker frem at forskningsdesign ikke nødvendigvis betegner et forutbestemt fast oppsett for hvordan en studie skal gjennomføres. I sin interaktive modell trekker han heller frem hvordan ulike faktorer påvirker hverandre i en forskningsprosess. Forskningsspørsmålene utgjør en kjerne, mens andre hovedfaktorer i en studie er mål, teoretisk innramming, metoder og validitet (Maxwell, 2009). Innen forskning på matematikkundervisning viser Schoenfeld (2016) i sin oppsummering av forskningen gjort på fagfeltet til økende mangfold og nye varianter av forskningsdesign og datainnsamlingsmetoder. Selv om han beskriver dette mangfoldet som en bidragsgivende faktor for den utviklingen som har skjedd på fagfeltet, fremmer han også behov for økt tydelighet og struktur i datainnsamling og analyse. Strukturen er nødvendig dersom forskningen skal kunne bygges videre på og slik kunne bidra til forskningsfeltet (Schoenfeld, 2016).

I denne studien kan forskningsspørsmålene knyttes til sosiale fenomener, særlig det andre som knyttes til elevenes deltakelse i helklassesamtaler og det tredje som knyttes til lærerens refleksjoner. Thagaard (2018) viser til at kvalitative forskningsdesign ofte er best egnet til å undersøke sosiale fenomener. Første forskningsspørsmål kunne også blitt besvart ut fra større og mer kvantitative forskningsdesign, slik som Adleff et al. (2023) som beskrev de matematiske oppgavene som brukes i tysk matematikkundervisning ut fra kvantitative analyser av 2490 oppgaver. For å kunne svare på alle tre forskningsspørsmålene ble det valgt at studien har form som en kvalitativ casestudie supplert med intervjudata. En begrunnelse for casestudie som forskningsmetode blir gitt i delkapittel 3.1.2. Data fra prosjektet MERG2023 utgjør hoveddelen av datamaterialet sammen med intervjudataene læreren gav i intervju 2.

3.1.1 Forskningsprosjektet MERG2023

MERG2023 (Mathematics Education Research Group) er et forskningsprosjekt tilknyttet Universitet i Stavanger. Forskningsprosjektets datainnsamling ble gjennomført i september 2023 av masterstudenter i samarbeid med forskere fra universitetet. Universitetsansatte leder arbeidet og bidrar til at prosjektets kvalitet og forskningsetiske forsvarlighet ivaretas. Som student ved universitetet deltok jeg på prosjektets datainnsamling gjennom emnet *Studere matematikkundervisning* ved å bidra til observasjoner, videoopptak og transkripsjoner av en undervisningsøkt i tillegg til gjennomføringen av ett elevintervju. Prosjektet samlet inn data fra to klasser på 6. trinn med samme matematikklærer på en skole på Vestlandet. Datainnsamlingen gikk over to uker og bestod av seks undervisningsøkter i hver klasse, totalt 12 økter på 65-75 minutter. Formålet i prosjektet er å studere det komplekse undervisningsarbeidet i matematikk gjennom både klasseromsobservasjon og intervjuer om elevenes og lærerens opplevelser av matematikkundervisningen.

Observasjonene i undervisningen i MERG2023 består av feltnotater, video- og lydopptak for å få med seg mest mulig av undervisningen som foregikk i undervisningsøktene. I tillegg ble det gjennomført fem elevintervjuer med grupper på 3-4 elever, og ett lærerintervju. Lærerintervjuet som var en del av MERG2023 blir i denne studien omtalt som intervju 1, for å enkelt skille dette fra intervju 2 som ble gjennomført fire måneder etter datainnsamlingen til MERG2023. Intervjuene samlet kvalitative data om deltakernes egne refleksjoner og erfaringer med matematikkfaget, undervisningspraksiser og brøk. Undervisningen i de observerte øktene var knyttet til læringsmål om brøk, særlig på sammenhengen mellom uekte brøk og blandet tall. De to observerte klassene fulgte samme undervisningsopplegg, men med noen ulikheter i gjennomføringen ettersom læreren tilpasset opplegget til klasseromsmiljøet og elevene. Dataene fra forskningsprosjektet MERG2023 la et grunnlag for at denne studien utformes som en casestudie ved å gi mulighet for grundige undersøkelser av spesifikke aspekter av lærerens matematikkundervisning.

3.1.2 Casestudie

Casestudier betegner ulike forskningsdesign som har til felles at de kvalitativt studerer en eller flere case som er avgrenset i tid og sted (Postholm & Jacobsen, 2018). «Case-studier kan defineres som intensive undersøkelser av et fåtall analyseenheter» (Thagaard, 2018, s. 51). Oppmerksomheten i casestudier kan rettes mot ulike aspekter, men finner sted innenfor den klart definerte konteksten som en case representerer. Casestudier er kvalitative og fokuserte med en klart definert kontekst, der man ofte ønsker å si noe utover den gitte konteksten analyseenhetene befinner seg i (Postholm & Jacobsen, 2018). Å gjøre generaliseringer ut fra casestudier kan være utfordrende, for eksempel viser Schoenfeld (2016) til at i den første håndboken for matematikkundervisning fra 1980 ble casestudier trukket fram som farlige å generalisere ut fra ettersom de bare representerer et begrenset utvalg. Flyvbjerg (2006, 2011) tok et oppgjør med det han kalte fem misforståelser om casestudier for å styrke casestudier sin status som pålitelig og betydningsfull forskning, vist i figur 6.

Misunderstanding No. 1	General, theoretical knowledge is more valuable than concrete case knowledge.
Misunderstanding No. 2	One cannot generalize on the basis of an individual case; therefore, the case study cannot contribute to scientific development.
Misunderstanding No. 3	The case study is most useful for generating hypotheses; that is, in the first stage of a total research process, while other methods are more suitable for hypotheses testing and theory building.
Misunderstanding No. 4	The case study contains a bias toward verification, that is, a tendency to confirm the researcher's preconceived notions.
Misunderstanding No. 5	It is often difficult to summarize and develop general propositions and theories on the basis of specific case studies.

Figur 6: Oversikt over fem misforståelser om casestudier (Flyvbjerg, 2011, s. 302)

Flyvbjerg (2006) viste til at casestudier er mye brukt og har bidratt sterkt til mye forskning, men har likevel lav status. Noe som kommer av manglende forståelse av denne forskningsmetoden. Casestudier gir kontekstbasert kunnskap, og slik kunnskap har vist seg svært nyttig for læringssituasjoner (Flyvbjerg, 2006). Generell teoretisk kunnskap trekker Flyvbjerg (2006) frem at er mest nyttig som hjelp for nybegynnere, noe Stein et al. (2008) også la til grunn for utviklingen av de fem praksisene for matematiske samtaler. Disse ble utviklet nettopp som en hjelp for nye lærere i arbeidet. Flyvbjerg (2011) argumenterer for at den kontekstbaserte kunnskapen casestudier gir kan bidra til videre utvikling fra generell nybegynnerkompetanse til mer fleksibel ekspertkompetanse og dermed har stor verdi.

Både Silverman (2024) og Flyvbjerg (2011) viser til hvordan man velger case som sentralt for validiteten og overførbarheten i casestudier. Postholm og Jacobsen (2018) argumenterer for at en svakhet ved casestudier ligger i overføringsverdien, og valg av case bør begrunnes ut fra om casen er representativ, evner å belyse forskningsspørsmålet og om den kan si noe utover egen kontekst. I kvalitative metoder er ikke nødvendigvis et tilfeldig utvalg det som gir de beste svarene på studiens forskningsspørsmål. Et informasjonsbasert valg av case vil ofte kunne gi gode svar dersom man er tydelig i begrunnelsene og valgene som blir gjort (Flyvbjerg, 2011). Eksempler på informasjonsbaserte casevalg er valg av ekstreme case, case som gir variasjon i en ønsket egenskap, kritiske case og paradigmatiske case. Ekstreme case representerer spesielle tilfeller, og case valgt for variasjon vil for eksempel ha med ytterpunktene og et tilfelle mellom disse. Kritiske case er verdifulle ved at de muliggjør falsifisering i form av at dersom en hypotese gjelder/ikke gjelder i denne casen vil det trolig gjelde/ikke gjelde i andre tilfeller også. Paradigmatiske case er situasjoner som belyser generelle karaktertrekk ved gitte vitenskapelige paradigmer på en betydningsfull måte (Flyvbjerg, 2011).

Analyseenhetene i denne studien er læreren og de to klassenes matematikkundervisning i de to observerte ukene, og de utgjør dermed en avgrenset case i form av tid og sted. Silverman (2024) trekker frem at sosiale relasjoner eller andre spesifikke aspekter kan utgjøre fokuset i datainnsamling og valg av case i en casestudie. I denne studiens tilfelle vil de matematiske oppgavene som brukes til helklassesamtaler i de to klassene utgjøre studiens spissede analyseenheter. Valg av matematiske oppgaver til videre analyse gjøres på bakgrunn av de matematiske oppgavenes bruk, kognitive krav og egenskaper, og velges dermed ved det Flyvbjerg (2011) kaller et informasjonsbasert valg. Ønsket om variasjon og mulige kritiske case var de aspektene som var mest utslagsgivende i valg av oppgaver for dypere undersøkelser, og beskrives mer i delkapittel 3.3.6. Noe av det casestudier får frem er at konteksten informasjon uthentes fra er av betydning, dermed vil denne konteksten beskrives detaljert i videre delkapitler.

3.2 Utvalg

Studiens utvalg er fra MERG2023 og valgt ut fra et ønske om at masterstudentene ved Universitetet i Stavanger skulle få nyttige data for å kunne undersøke ulike aspekter ved det komplekse undervisningsarbeidet i norsk matematikkundervisning. Utvalget består av en lærer og hennes to klasser på 6. trinn. Læreren i utvalget var en kvinnelig lærer med noen års erfaring som i denne studien vil henvises ved det fiktive navnet Mari. Hun tok GLU-utdanningen med valgfri master, og tok 180 studiepoeng i matematikk, 60 i kroppsøving og 60 i pedagogikk, men har i hovedsak undervist matematikk som også var masterfaget hennes. Mari har vært matematikklærer for elevene i utvalget siden 5. trinn, og har dermed hatt litt tid sammen med elevene for å jobbe med læringsmiljøet i matematikkundervisningen.

Klassene i utvalget var 6A bestående av 15 elever og 6B bestående av 17 elever. I intervju 1 trakk Mari frem noen av ulikhetene mellom klassene, der en av dem var kjønnsbalansen. 6A har 8 jenter og 7 gutter, mens 6B har 6 jenter og 11 gutter og dermed en ujevn kjønnsbalanse. Læreren beskrev miljøet i de to klassene som noe forskjellig, med ulike utfordringer som ble jobbet med. A-klassen ble beskrevet å ha et mer utfordrende miljø for elevene å delta i ved at det var større fare for å bli hakket på av andre elever når man deltok muntlig i de matematiske diskusjonene. En annen forskjell Mari trakk frem var en mer utfordrende variasjon i faglige prestasjoner i A-klassen ved det var større avstand mellom sterke og svake elever, og få bindeledd mellom disse elevgruppene. B-klassen hadde også variasjon i faglige prestasjoner, men det var ikke like tydelige avstander mellom ulike elevers forståelse. Dette trakk læreren frem som mer gunstig i de matematiske samtalene ettersom det gjerne gav en kortere avstand for brobygging mellom ulike elevers matematiske tenking.

Skolen som studiens deltakere er tilknyttet er en skole på Vestlandet som arbeider etter prinsippene i Utviklende Opplæring i Matematikk. Som beskrevet mer utdypende i delkapittel 2.2.2 er UOM en undervisningsmetode som bygger på arbeidet til psykologen Leonid Vladimirovitsj Zankov (Blank et al., 2014). Det å jobbe med UOM ble fremmet av Mari i intervju 1 som en spennende utfordring for matematikkundervisningen, ettersom elevene ikke jobbet på denne måten på lavere trinn. Dermed kreves en viss grad av tilpasning av lærebøkene.

Matematikkundervisningen i utvalget har en relativt fast utforming med betydelig grad av elevdeltagelse i samtaler, og vil beskrives nærmere i neste delkapittel. Denne studien anser utvalget fra MERG2023 som et relevant utvalg for å kunne si noe om forskningsspørsmålene ettersom det inneholder ulike matematiske oppgaver som egner seg for videre analyse.

3.3 Datainnsamling

Datainnsamlingen ble gjennomført både som en del av forskningsprosjektet MERG2023, og ved intervju 2 som ble gjennomført fire måneder senere og var mer spisset mot studiens tematikk. Silverman (2024) trekker frem at datainnsamlingsmetoder som observasjon eller intervju er relevant å beskrive i en studie, og bør være i tråd med studiens mål og forskningsspørsmål. Både datainnsamlingen og datamaterialet vil beskrives i dette delkapittelet, det vil også forklares de valg som er gjort om hvilke deler av datamaterialet som ble brukt til studiens analyser.

3.3.1 Observasjon av undervisning

Observasjon er en grunnleggende datainnsamlingsmetode innen kvalitativ forskning, ved at forskeren observerer fenomenet som skal undersøkes i den naturlige konteksten det forekommer (Postholm & Jacobsen, 2018). Thagaard (2018) viser til at forskeren bør være bevisst på egen rolle under observasjonsarbeid ettersom ulike forskerroller vil ha ulik påvirkning på konteksten og fenomenene man studerer. Under observasjonen av undervisningen i de to ukene var masterstudentenes rolle å være ikke-deltakende observatører bak i klasserommet. Postholm og Jacobsen (2018) peker på at observatørens tilstedeværelse i klasserommet kan påvirke situasjonen. Masterstudentene tok enkle feltnotater for å få en oversikt over de sentrale delene av undervisningen, og i tillegg ble det tatt video- og lydopptak av undervisningen.

Video- og lydopptakene av undervisningen har muliggjort denne studiens analyser ved at undervisning og utsagn kan analyseres gjennom bruk av analytiske rammeverk i etterkant av datainnsamlingen. Det var plassert et videokamera bak i klasserommet som også tok opp lyd, i tillegg var en ekstra lydopptaker plassert på læreren for å sikre at alle lærerutsagn ble fanget opp. Dermed fanget ikke datainnsamlingen opp alle samtaler mellom elever når undervisningen la opp til dette, men samtalene der læreren var deltakende kom med i lydopptaket. Thagaard (2018) trekker frem at bruk av video- og lydopptak kan påvirke situasjonen man studerer, særlig videokameraet kan prege deltakerne. Denne utfordringen ble også løftet frem av elevene i 6A i den ene økten, hvor de ytret at de kjente på større terskel for deltakelse i helklassesamtalen når samtalene ble filmet. Læreren og de to klassene hennes var også deltakere i MERG2022, noe som kan ha minket denne påvirkningen noe ved at de var kjent med forskningssituasjonen. Dataene samlet under observasjon av undervisningen har vært særlig nyttige for at studien skal kunne besvare forskningsspørsmål 1 og 2 om hva som kjennetegner de matematiske oppgavene og hvilke muligheter for elevdeltagelse bruken av disse gir.

3.3.2 Intervju

Silverman (2024) viser til at kvalitative studier ofte bygger på data fra ulike metoder og informasjonskilder for å minske effekten av de ulike metodenes begrensninger. Dette kalles triangulering og kan styrke en studies validitet. Intervju og observasjon kan fungere som komplementære datainnsamlingsmetoder og gi verdifull innsikt i ulike aspekter ved et fenomen (Postholm & Jacobsen, 2018). Et intervju gir innblikk i forskningsdeltakernes tanker, erfaringer og refleksjoner rundt hendelser i deres eget liv og tematikken en studie omhandler. Det er ulike syn på informasjonen man får ut fra et intervju, men denne studien ser informasjonen som en felles forståelsesutvikling mellom deltaker og intervjuer som kan være farget av deres erfaringer og fortolkninger av situasjoner og tematikker (Thagaard, 2018).

I denne studien har to intervju gitt relevante data, men særlig intervju 2 der Mari ble intervjuet om denne studiens tematikk har gitt viktige data for å kunne besvare forskningsspørsmålene. Datainnsamlingen i MERG2023 inneholdt også elevintervju, men det ble valgt at bare lærerintervjuet (intervju 1) var av interesse for denne studien. Intervju 1 var studiens datakilde for å skaffe bakgrunnsinformasjon om skolen og læreren (se intervjuguide i vedlegg 1). Det gav blant annet nyttig informasjon om konteksten til studien i form av beskrivelser av klassemiljø og ulikheter mellom klassene. Alle intervjuene ble gjennomført med både videokamera og lydopptaker for å ha en informasjonskilde i back-up, og fordi videomateriale får frem mer av den kroppslige ikke-verbale kommunikasjonen. Dataene ble lagret i Nextcloud som er en sikker database som bare masterstudentene og ansvarlige for MERG ble gitt tilgang til.

Både intervju 1 og 2 hadde form som semi-strukturerte intervjuer. Thagaard (2018) beskriver dette som den vanligste intervjuformen innen kvalitative studier, og kjennetegnes av en struktur i form av planlagte spørsmål, men fleksibilitet i form av endringer i rekkefølge og rom for uplanlagte oppfølgingsspørsmål. Slike intervjusituasjoner kan preges av et asymmetrisk maktforhold mellom deltaker og intervjuer, noe intervjueren bør være bevisst på for å unngå å skape større avstand til deltakeren (Thagaard, 2018).

Intervju 2 ble gjennomført fire måneder etter datainnsamlingen til MERG2023, og ble gjennomført i samarbeid med en annen masterstudent. Vi tok kontakt med universitets ansvarsperson for MERG, som godkjente at vi opprettet kontakt med læreren og gjennomførte intervjuet. Dette intervjuet bestod av tre deler, og første del inneholdt videoklipp av to utvalgte situasjoner på 2-3 minutter som Mari fikk se. Etter hvert videoklipp ble det stilt noen åpne spørsmål først som hun fikk reflektere rundt før vi stilte spørsmål knyttet til interessante observasjoner vi hadde gjort oss (se intervjuguide i vedlegg 2). Andre del av intervjuet omhandlet helklassesamtaler med ekstra vekt på lærerens lytting, og var nært knyttet til den andre masterstudentens problemstilling. Selv om hovedfokuset i andre del var knyttet til en annen problemstilling var lærerens refleksjoner rundt helklassesamtaler også relevante for denne studien.

I både første og andre del ble intervjuet ledet av den andre masterstudenten og jeg bidro med å vise videoklipp og stille oppfølgingsspørsmål, før vi byttet roller til den tredje delen. Tredje del var først knyttet til matematiske oppgaver brukt til helklassesamtaler og deretter noen spørsmål om brøkundervisning. Situasjonene som ble vist i den første delen gav gode praktiske eksempler som spørsmålene i andre og tredje del kunne knyttes til. Valg av situasjoner ble gjort ut fra helklassesamtalene om to matematiske oppgaver som var av særlig interesse for denne studien, og begrunnelse av oppgavevalg blir gitt i delkapittel 3.3.6. Begge situasjonene som ble vist var fra undervisningen i klasse 6B og var utdrag fra helklassesamtalen knyttet til en matematisk oppgave. Det ble valgt at å vise to utdrag på 2-3 minutter var tilstrekkelig til å få konkrete eksempler på tematikkene som skulle drøftes uten å ta for mye tid fra intervjuet som hadde en tidsramme på 45 minutter. Tidspunktene i utdragene ble valgt til deler av helklassesamtalen som både gav interessante innblikk i lærerens bruk av den matematiske oppgaven for å gi elevene muligheter for deltagelse i samtalen, og som inneholdt interessante aspekter ved lytting. Dette for å ivareta begge studentenes tematikker i utdragene. Det å samarbeide om intervjuet gav også en sikkerhet i transkripsjonsarbeidet som beskrives videre.

3.3.3 Transkripsjon

Datamaterialet samlet inn fra forskningsfeltet i studien var i form av feltnotater, video- og lydopptak. Transkribert datamateriale forenkler og muliggjør analyseprosessen i studien. Thagaard (2018) legger vekt på at forenklingen av videoopptak til tekst i en transkripsjonsprosess kommer med noen utfordringer. Man mister en del kontekst, kroppsspråk, tenkepauser og tonefall. Transkriberingen av datamaterialet fra MERG ble fordelt mellom studentene som gjennomførte de ulike observasjonsøktene og intervjuene. Dermed har ikke jeg som forsker gjort denne første analyseprosessen for alle undervisningsøktene. Det ble fulgt en felles transkriberingsnøkkel med få beskrivelser av detaljer som pauser eller tonefall, se vedlegg 3. Elevene ble gitt fiktive navn, og læreren fikk benevningen «lærer» for å ivareta deltakernes anonymitet. Utsagnene i transkripsjonsmaterialet ble ikke nummerert. Når utdrag fra transkripsjonene brukes i denne studien vil det tilknyttes informasjon om dato, klasse og tidspunkt i videoopptaket, for å kunne plassere utdraget i datamaterialet. I tillegg vil det bli gitt utsagnsnummer til alle utsagnene i utdraget for å kunne vise tilbake til enkelte utsagn i drøftinger.

Videoopptakene har vært en sentral del av denne studiens analyser ettersom de gir god informasjon for forskeren til å tolke betydningen av et utsagn, siden man har mer av konteksten og kroppsspråket knyttet til utsagnet. Video- og lydopptak fra MERG ble på samme måte som intervjudataene lagret sikkert i Nextcloud. Feltnotater og transkripsjoner ble lagret i Teams slik at dataene også bare var tilgjengelige for forskerne i prosjektet. Dataene fra intervju 2 ble lagret slik som i MERG, og transkripsjonsarbeidet ble gjort etter samme transkripsjonsnøkkel i samarbeid med den andre masterstudenten som var med på intervjuet. Det gav en sikkerhet i arbeidet ved at man kontrollerte hverandre sine deler av transkripsjonen.

3.3.4 Beskrivelse av datamaterialet

Studiens datamateriale kan deles i to deler, intervjudata og data fra video- og lydopptak av matematikkundervisning samlet inn i MERG2023. Intervjudataene denne studien vil bruke til å besvare forskningsspørsmålene er samlet inn i intervju 2, som er beskrevet i delkapittel 3.3.2, men data fra intervju 1 har vært brukt for å få innblikk i konteksten som studeres. Datamaterialet fra intervju 2 gav studien tilgang til noen av lærerens refleksjoner om de to situasjonene som ble vist i tillegg til å gi innblikk i lærerens tanker om helklassesamtaler, matematiske oppgaver og brøkundervisning. Relevante utsagn fra dette intervjuet vil både trekkes inn i tilknytning til de to matematiske oppgavene læreren reflekterte rundt, og for å belyse forskningsspørsmål 3 i delkapittel 4.6.

Datamaterialet samlet inn i MERG2023 består av video- og lydopptak av 12 undervisningsøkter i matematikk på 65-75 minutter hver, totalt 820 min undervisning. Disse øktene er fordelt på to klasser med samme matematikklærer og omtrent samme undervisningsaktiviteter. Klasse 6B hadde sine tre ukentlige matematikkøkter mandag, tirsdag og onsdag, mens 6A hadde sine matematikkøkter tirsdag, onsdag og fredag. Det gjorde at all matematikkundervisning som ble gjennomført i 6A i den observerte perioden var undervisning læreren allerede hadde gjennomført i 6B. Alle matematikkøktene var plassert i første halvdel av skoledagen. De matematiske oppgavene brukt til å initiere helklassesamtaler utgjør det sentrale analyseelementet i denne studien, og det at undervisningen først ble gjennomført i 6B hadde også innvirkning på oppgaveutformingen.

Matematikkundervisningen i datamaterialet bestod av undervisningsøkter som relativt konsekvent fulgte samme faste ramme i begge klassene. For å bli kjent med undervisningskonteksten denne studien henter data fra vil en representativ undervisningsøkt fra datamaterialet beskrives i detalj, og avvikene fra denne økten som er observert i gjennomgang av resten av datamaterialet vil nevnes. Undervisningsøkten som beskrives i Tabell 7 er den fjerde av seks observerte økter i 6B, og er valgt ettersom gjennomgangen av datamaterialet viste dette som en representativ økt. I tillegg inneholder denne økten en interessant matematisk oppgave for denne studien, som analyseres i delkapittel 4.3 og forekommer i episode 4 i Tabell 7. Denne økten inneholder også den ene av de to situasjonene Mari reflekterte rundt i intervju 2.

Tabell 7: Oversikt over undervisningsøkt 25.09.23 i 6B

Del og tidspunkt	Innhold
Episode 1 00:00 – 12:45 Oppstartsoppgave	- Oppstartsoppgave om regneartene addisjon og subtraksjon. o 12 regnestykker vises på tavla. ▪ 98 + 19 =, 100 + 17 =, 69 + 72 =, 70 + 71 =, 32 + 99 =, 31 + 100 = ▪ 98 – 19 =, 99 – 20 =, 74 – 21 =, 73 – 20 =, 95 – 29 =, 96 – 30 = o Elevene engasjerer seg i regningen når de kommer inn i klasserommet, retter opp hånden og lærer lar dem komme opp og besvare oppgaven på tavla.

	○ Noen av regnestykkene diskuteres av klassen, særlig sammenhengene som elevene ser når alle stykkene er regnet.
Episode 2 12:45 – 14:15 Introduksjon	- Introduksjon av nye observatører, i form av navn og alder. ○ Læreren har dette som en formell start på undervisningen. ○ Elevene fikk også mulighet til å stille spørsmål.
Episode 3 12:45 – 19:00 Helklassesamtale om matematiske oppgaver	- Følgende to oppgaver ble vist samtidig på tavla. En elev leser oppgaven og læreren går raskt til helklassesamtaler om disse. ○ To brødre delte tre epler likt. Hvor mange fikk hver? ▪ Elevene kommer med en enkel løsning, 3 : 2 = $1\frac{1}{2}$ ▪ En elev kommer med et interessant innspill om likeverdige brøker, ved at svaret også kan være $1\frac{2}{4}$ ○ Mor, far og to barn delte 10 boller likt. Hvor mange fikk hver? ▪ Elevene kommer raskt frem til at 10 : 4 = $2\frac{1}{2}$
Episode 4 19:00 – 34:45 Helklassesamtale om matematiske oppgaver	- Ny oppgave vises på tavla, elevene oppfordres til samarbeid og får et minutt til dette før læreren initierer en helklassesamtale. ○ Oppgaven er: Fyll inn tallet som mangler 9 : ? = 1 ½ ○ Fire ulike løsningsmåter kommer frem fra ulike elever og diskuteres i helklassesamtalen og fordkjellige svar vurderes. De tar i bruk ulike representasjoner, som tegninger, tabeller og talluttrykk.
Pause 34:45 – 41:30	- En pause fra undervisning der elevene får bevege seg inne i klasserommet.
Episode 5 41:30 – 56:00 Individuelt arbeid	- Lærer igangsetter elevene med individuelt arbeid der de skal: 1. Jobbe med oppgaver i utdelt brøkhefte. 2. Oppgaver i det digitale læreverket Kikora. 3. Oppgaver fra matematikkboka.
Episode 6 56:00 – 59:32 Avslutning	- Avslutning av økten, informasjon om rydding. - Avslutningsoppgave som elevene leverer på en lapp på vei ut fra undervisningen. ○ 98 + 19 =, 32 + 99 =, 98 – 19 =

Det var etablert en kultur i begge klassene for at elevene satte rolig i gang med individuelt arbeid med en oppstartsoppgave i det de kom inn i klasserommet. Da hadde Mari allerede gjort klart oppgavene på tavla og satt på rolig musikk. Disse oppgavene bestod gjerne av en rekke deloppgaver som i eksempeløkten i Tabell 7, og var i de fleste observerte øktene knyttet til regneartene addisjon og subtraksjon. Dermed var oppstartsoppgavene ikke nødvendigvis knyttet til øktens læringsmål, men ble også brukt til repetisjon. De to siste undervisningsøktene som ble observert i begge klassene hadde oppstartsoppgaver knyttet til brøk. Tavla oppgavene ble gjort på var en interaktiv skjerm, slik at læreren hadde en Power Point som oppgavene og planen for økten stod på, og når elevene gikk opp for å svare skrev de direkte inn i denne ved å berøre skjermen.

Selv om elevene startet oppstartsoppgavene med å arbeide individuelt så det ut til å være kultur for å aktivt lytte og evaluere det matematiske innholdet i andre elevers svar gjennom bruk av ulike tegn for å være enig, uenig eller ha et spørsmål. Disse tegnene ble vist med hendene og ble aktivt bruk av de fleste elevene i forbindelse med de fleste utsagn fra både lærer og elever i klasserommet. Tegnene bidro også til at det i flere tilfeller oppstod helklassesamtaler knyttet til oppstartsoppgavene dersom noen elever var uenige eller hadde spørsmål til matematikken presentert av en annen elev. Denne studien retter søkelys på de matematiske oppgavene som ble brukt til helklassesamtaler, men disse samtalene ble likevel ikke inkludert i studiens analyser ettersom matematikken i de fleste tilfellene ikke omhandlet brøk. I tillegg fulgte helklassesamtalene som oppstod i forbindelse med oppstartsoppgavene et noe annerledes mønster enn de tre lærerinitierte fasene Stein et al. (2008) beskrev som typiske for matematiske helklassesamtaler. Samtalene om oppstartsoppgavene var gjerne initiert ut fra feilsvar og hadde derfor ofte et mer lukket fokus enn en åpen helklassesamtale initiert fra en matematisk oppgave læreren har valgt ut. Dette gjorde at samtalene om oppstartsoppgaven ikke ble oppfattet som relevante for å få svar på studiens forskningsspørsmål.

Episode 2 i undervisningen var en kort presentasjon av observatørene, læreren brukte også denne episoden som en formell start på økten ved å si hei til elevene og gi noen innledende beskjeder. Uten observatører til stede vil denne episoden trolig vært svært kort. At oppstartsoppgavene ofte avsluttet med en viss grad av helklassesamtale gav en god overgang til den delen av undervisningsøktene som har vært mest sentral i denne studiens undersøkelser. Som Tabell 7 også viser utgjorde episodene med helklassesamtaler ut fra matematiske oppgaver noe av kjernen i de observerte matematikkøktene. I eksempeløkten viser episode 3 og 4 til to ulike oppgaver som ble drøftet og løst gjennom helklassesamtaler. Disse samtalene fulgte de tre fasene beskrevet av Stein et al. (2008), utenom at det ikke alltid ble gitt tid til utforskingsfasen. Samtalene ble initiert ved at læreren viste en oppgave på den interaktive tavla, før hun i de fleste tilfeller lot elever lese oppgaven. Deretter igangsatte læreren enten en utforskingsfase der elevene jobbet med oppgaven, eller en helklassesamtale der elevene diskuterte matematiske begreper eller løsningsmåter. Samtalene knyttet til oppgavene ble rundet av og oppsummert før elevene fikk en pause for å bevege på seg. I noen tilfeller ble oppgaver tatt opp igjen i den påfølgende økten dersom klassen ikke kom frem til enighet om en løsning før pausen.

Etter pausen var det noe større variasjon mellom de observerte øktene i hva episodene inneholdt, men de fulgte likevel et fast mønster. I Tabell 7 bestod episode 5 av individuelt arbeid, og som regel inneholdt det individuelle arbeidet av omtrent de samme komponentene som eksempeløkten. Denne episoden hadde også annet innhold ut fra et fast mønster gjennom uken. I tirsdagsøkten startet alltid denne episoden med en fem minutters multiplikasjonstest, og i ukens siste økt ble denne episoden byttet ut med ulike matematikkrelaterte spill i begge de observerte ukene. Til slutt i en undervisningsøkt ble det alltid gjennomført en avslutningsoppgave som i episode 6. Dette var oppgaver som ikke ble gjennomgått, men som ble tatt vare på av lærer som en underveisvurdering hun brukte for å vite hvordan elevene lå an i forhold til ulike emner.

3.3.5 Oversikt over de matematiske oppgavene brukt til helklassesamtaler

Som nevnt er helklassesamtalene ut fra matematiske oppgaver den delen av undervisningsøktene som ble valgt til videre analyse for å kunne besvare forskningsspørsmålene. Dermed var første steg i arbeidet med datamaterialet en gjennomgang for å få oversikt over de matematiske oppgavene som ble brukt til helklassesamtaler. Ut fra denne studiens definisjon av matematiske oppgaver betegner de en klasseromsaktivitet som engasjerer elevene i tankeprosesser om det matematiske fagstoffet som undervises (McGrane & McCourt, 2020; Tekkumru-Kisa et al., 2020). En slik klasseromsaktivitet kan initieres på ulike måter, den matematiske oppgaven kan for eksempel gis muntlig, deles ut på et ark eller vises på en tavle (Liljedahl, 2021). Som nevnt ble oppgavene i datamaterialet gitt skriftlig ved bruk av en interaktiv tavle, i tillegg til å bli lest muntlig av elever og lærer.

For å få oversikt over klasseromsaktivitetene ble de matematiske oppgavene i sin skriftlige form først kartlagt. Oppgavene i skriftlig form kan tilsvare fase 2 i Tekkumru-Kisa et al. (2020) sin fremstilling av matematiske oppgavers ulike faser i Figur 4. Den fasen betegner innrammingen av det intellektuelle arbeidet som skjer i en slik klasseromsaktivitet gjennom oppgaven slik den er planlagt av læreren. Ut fra synet på matematiske oppgaver som klasseromsaktiviteter ble ulike spørsmål eller deloppgaver gruppert som én oppgave dersom de ble vist på tavla samtidig og drøftet i en felles helklassesituasjon. For eksempel ble 4a, vist som episode 3 i Tabell 7, gruppert som én oppgave selv om den består av to distinkte spørsmål ut fra at helklassesamtalen vekslet noe mellom spørsmålene når de ble vist samtidig. Elevenes tankeprosesser vekslet trolig enda mer enn samtalen mellom å være knyttet til det ene eller andre spørsmålet. Nummereringen i Tabell 8 er gitt ut fra hvilken økt den matematiske oppgaven ble brukt i klasse 6B.

Tabell 8 inneholder 12 ulike matematiske oppgaver som ble brukt til helklassesamtaler. 1d* er merket ettersom denne oppgaven er unik for klasse 6B, og 6b* er merket for å være unik for klasse 6A. Relativt rask fremgang i 6B ved å bruke lite tid på de første oppgavene gjorde at de brukte tid på en oppgave som 6A ikke kom til. En utfordring for noen av elevene i klasse 6B var at nevnerne ikke skulle adderes i brøkaddisjon, så oppgave 6b* så ut til å være et forsøk fra læreren på å illustrere hvordan det å legge sammen nevnerne vil gi et ulogisk svar. Det ble i klasse 6A også vist en annen matematisk oppgave etter 6b* med regnestykker for å øve på brøkaddisjon, men ettersom klassen bare fikk tid til introduksjonsfasen og utforskningsfasen ble den ikke inkludert i oversikten.

Tabell 8: Oversikt over de matematiske oppgavene brukt til helklassesamtaler

Dato i 6B	Dato i 6A	Nr.	Oppgavetekst
18.09.2023	19.09.2023	1a	Hvor mange halve sirkler er det? Bilde av 5 gule halvsirkler. Hvor mange kvarte sirkler er det? Bilde av 7 gule kvartsirkler.
18.09.2023	19.09.2023	1b	Skriv som blandet tall. Hvor mange sirkler er det? Samme bilder som 1a.
18.09.2023	20.09.2023	1c	Gjør brøken til blandet tall, $\frac{14}{3}$. Bilde av 6 sirkler delt i tredeler.
18.09.2023	---	1d*	Gjør om til blandet tall, og forkort deretter brøkene hvis det er mulig. $\frac{11}{2}$ Flere uekte brøker ble vist, men bare denne ble diskutert.
19.09.2023	20.09.2023 22.09.2023	2a**	Skriv som blandet tall. a) $\frac{17}{2}$ b) $\frac{20}{7}$ c) $\frac{49}{9}$ d) $\frac{89}{15}$
19.09.2023 20.09.2023	22.09.2023	2b	Gjør om til uekte brøk, $2\frac{3}{4}$. Bilde av fire sirkler delt i firedeler.
20.09.2023	22.09.2023	3a	Prøv å gjøre om til uekte brøk, $1\frac{2}{3}$, $5\frac{3}{8}$. Flere blandede tall ble vist, men bare disse to ble diskutert.
25.09.2023	26.09.2023	4a	To brødre deler tre epler likt. Hvor mange fikk hver? Mor, far og to barn delte 10 boller likt. Hvor mange fikk hver?
25.09.2023	26.09.2023	4b	Fyll inn tallet som mangler. 9 : ? = 1 ½
26.09.2023	27.09.2023	5a	Skriv tallene i stigende rekkefølge. $3\frac{1}{2}$, $4\frac{7}{8}$, $2\frac{2}{3}$, $4\frac{5}{6}$, $3\frac{3}{8}$, $4\frac{9}{10}$, $2\frac{2}{5}$
27.09.2023	29.09.2023	6a	Regn ut. ¼ + ¼ + ¼ = Flere bilder nederst, men bare ett av som representerer regnestykket.
---	29.09.2023	6b*	Regn ut. ½ + ½ =

Oppgave 2a** er dobbelmerket siden oppgaveteksten ble endret i løpet av arbeidet med oppgaven. Ettersom tilsvarende undervisningsaktiviteter alltid ble gjennomført først i klasse 6B i den observerte perioden ble 2a** introdusert med en annen oppgavetekst i 6B enn i 6A. Oppgave 2a** la først til rette for at elevene fikk øve seg på det første trinnet i overgangen fra uekte brøker til blandet tall, ved at oppgave teksten var «Hvor mange hele inneholder den uekte brøken?» I helklassesamtalen om oppgaven opplevde noen elever det forvirrende å ikke fullføre overgangen til blandet tall, og dermed ble oppgaveteksten endret underveis i 6B sin matematikkøkt.

Oppgavene brukt i den første uken omhandlet i stor grad sammenhengene mellom uekte brøk og blandet tall, og overganger mellom disse formene for brøk. De matematiske oppgavene brukt i den andre uken er mer varierte i det faglige innholdet og fremmer blant annet to av de fem aspektene ved brøkbegrepet (Bjerke et al., 2013). I matematikkøkten med oppgave 4a og 4b omhandlet oppgavene brøk som kvotient, og økten med oppgave 5a fremmet aspektet med brøk som tallstørrelse. Den siste observerte økten introduserte brøkaddisjon, som elevene skulle jobbe videre med etter datainnsamlingsperioden. Å få oversikt over de matematiske oppgavene brukt til helklassesamtaler var første steg i å kunne svare på første forskningsspørsmål om hva som kjennetegner disse oppgavene. Videre ble det sett nærmere på disse oppgavene gjennom analyser og bruk av relevante begreper fra teorien, og resultatene fra disse analysene beskrives i delkapittel 4.1. I tillegg dannet resultatene grunnlaget for valg av matematiske oppgaver for videre analyse.

3.3.6 Valg av matematiske oppgaver for videre analyse

Ettersom datamaterialet bestod av 12 ulike matematiske oppgaver ønsket denne studien å først få en oversikt over disse for så å kunne velge ut noen av oppgavene til videre analyse. Utvelgingen ble gjort ut fra en tanke om at dypere og grundigere undersøkelser av helklassesamtalene knyttet til matematiske oppgaver ville gi nyttig informasjon for studien, særlig for å kunne besvare det andre forskningsspørsmålet. Et færre antall oppgaver muliggjør dypere analyser, og dermed ble tre matematiske oppgaver valgt til en grundigere analyse der Drageset (2015b) sitt rammeverk for lærer- og elevhandlinger benyttes til analysen.

Flyvbjerg (2011) sin oversikt over ulike strategier for valg av tilfeller og case skiller som nevnt mellom tilfeldige og informasjonsbaserte valg i studier. Ut fra denne studiens forskningsdesign som en casestudie er et informasjonsbasert valg av oppgaver naturlig ettersom målet er å skaffe kunnskap om tematikken innenfor konteksten av casen. Ved et informasjonsbasert valg av matematiske oppgaver velges oppgavene ut fra forventninger om at de kan gi ønsket informasjon til å besvare forskningsspørsmålene, og det kan øke mengden informasjon funnet ut fra et lite utvalg (Flyvbjerg, 2011). For å kunne gjøre et informasjonsbasert valg i denne studien ble først alle de 12 matematiske oppgavene brukt i helklassesamtaler analysert ut fra en rekke aspekter som vil beskrives grundigere under studiens analytiske tilnærming i delkapittel 3.4.1. Resultatene fra disse analysene presenteres i delkapittel 4.1, og la grunnlaget for valg av oppgaver. De neste avsnittene begrunner disse valgene, i den rekkefølgen de ble gjort, dermed begrunnes ikke oppgavene i den rekkefølge de forekommer ellers i studien.

Ut fra studiens teori om matematiske oppgaver ble særlig oppgavenes kognitive krav ansett som et interessant aspekt å undersøke (Smith & Stein, 1998; Stein & Lane, 1996). Analysene av kognitive krav gav at oppgave 4b var den eneste oppgaven på det høyeste nivået, å *gjøre matematikk* (se Tabell 13). Oppgave 4b skilte seg også ut på oppgavens egenskaper i form av både høyest antall ulike løsningsmåter og representasjoner (Stein & Lane, 1996). Dermed ble denne valgt både ut fra det Flyvbjerg (2011) viser til som ønsket om variasjon og som en mulig kritisk case. Helklassesamtalen ut fra 4b representerer et toppunkt i de observerte aspektene, og kan slik sett representere en ekstrem case (Flyvbjerg, 2011). Den kan også være en interessant kritisk case i form av at dersom elevene ikke fikk gode muligheter for deltakelse i denne helklassesamtalen vil de trolig ikke få det ut fra andre oppgaver. Denne hypotesen baserer seg på Stein et al. (2008) sin vektlegging av oppgaver med høye kognitive krav som sentralt for gode matematiske helklassesamtaler. Disse begrunnelsene bidro også til at det ble sett på som interessant for studien at læreren fikk dele sine refleksjoner rundt denne matematiske oppgaven. Dermed var den andre situasjonen som ble vist til Mari i intervju 2 fra klasse 6B sin helklassesamtale om oppgave 4b. Det matematiske innholdet i oppgaven var interessant for studiens søkelys på brøkundervisning ved at oppgaven trakk frem aspektet med brøk som kvotient (Bjerke et al., 2013). I tillegg inneholdt denne helklassesamtalen utsagn fra flere ulike elever som også bidro til at oppgaven ble valgt til videre analyser av elev- og lærerhandlingene.

Oppgave 4b hadde ganske lignende egenskaper i begge klassene, og det hadde de fleste av de 12 matematiske oppgavene. Unntaket var oppgave 2b, og helklassesamtalene ut fra denne matematiske oppgaven var de eneste som ble kategorisert til å stille ulike kognitive krav i de to klassene. I klasse 6A var det bare tre elever med utsagn og de kognitive kravene var *fremgangsmåter uten sammenhenger*, mens i 6B var det syv elever med utsagn og helklassesamtalen ble kategorisert som *fremgangsmåter med sammenhenger*. Analysene viste også store forskjeller i tidsbruk på oppgaven i de to klassene. Dermed ble oppgave 2b valgt til videre analyser ettersom forskjellene mellom helklassesamtalene i de to klassene muliggjør interessante oppdagelser av eventuelle forskjeller i lærerhandlinger eller i elevenes muligheter for deltakelse som kan ha sammenheng. I tillegg bidrar denne oppgaven til ønsket om variasjon ettersom den sammen oppgave 4b bidrar til å dekke 3 av de 4 ulike nivåene av kognitive krav. I forhold til det matematiske innholdet i oppgave 2b gir den også variasjon fra 4b ved å være en mer standard regneoppgave. De fleste oppgavene i den første observerte uken var av lignende type som 2b, som gjør at den kan være en representativ oppgave for disse. Et utdrag fra 6B sin helklassesamtale om 2b ble valgt ut, vist og reflektert rundt av Mari i intervju 2.

Til lærerintervjuet ble bare to oppgaver valgt ut, men for å få enda større variasjon i oppgavene valgt til videre analyse ble det valgt en tredje oppgave. Det matematiske innholdet i 5a gjør at denne helklassesamtalen kan knyttes til tallstørrelsesaspektet ved brøkbegrepet (Bjerke et al., 2013). Oppgave 6a og 6b kan også gi interessante nye matematiske aspekter ved at de er knyttet til brøkaddisjon, men 5a ble valgt ettersom den også hadde den lengste tidsbruken i begge klassene av alle de 12 matematiske oppgavene. Dermed utgjorde oppgaven et ekstra interessant tilfelle. Sammen gav oppgavene 2b, 4b og 5a en variasjon i de kognitive kravene som de stilte, men flest av dem stilte høye kognitive krav ettersom helklassesamtalene knyttet til disse inneholdt flere interessante utsagn. Flere oppgaver ble ikke valgt for å ha mulighet til å gå mer i dybden i analysene av de tre utvalgte.

3.4 Analytisk tilnærming

Den analytiske tilnærmingen til de kvalitative dataene man samler inn trekker Silverman (2024) frem som noe av det mest sentrale å beskrive i kvalitativ forskning. Datainnsamlingsmetoder som observasjon eller intervju er relevant å beskrive i en studie, men systematikk i hvordan i hvordan disse dataene brukes pekes på som avgjørende for studiens kvalitet. Arbeidet med å beskrive hva som kjennetegner de matematiske oppgavene som brukes i helklassesamtaler i brøkundervisningen vil videre forklares. Deretter beskrives bruken av rammeverket for lærer- og elevhandlinger før en forklaring av den analytiske tilnærmingen til intervjudataene.

3.4.1 Analyse av de matematiske oppgavene

Etter å ha gjennomgått datamaterialet for å få oversikt over de matematiske oppgavene i skriftlig form, som vist i Tabell 8, ble en ny gjennomgang utført for å beskrive oppgavene ut fra ulike teoretiske begreper og aspekter. Undervisningen i begge klassene ble gjennomgått og helklassesamtalene om matematiske oppgaver ble analysert. Under er Tabell 9 gitt som et eksempel på analysetabellen for de matematiske oppgavene, og viser resultatene for oppgave 2b, som er en av oppgavene valgt for videre analyse. Resultatene fra begge klassene er representert i tabellen ved at data fra A-klassen står først og deretter data for B-klassen. I kolonnen for kognitive krav står bare ett nivå av kognitive krav i alle andre tilfeller enn eksempelet som Tabell 9 viser ettersom alle andre matematiske oppgaver ble kategorisert til like kognitive krav i begge klassene. Både oppgavenummer og oppgavetekst er tatt videre fra oversikten i Tabell 8 for å kunne gjenkjenne hvilken oppgave dataene gjelder, dato ble ikke videreført, men kan finnes i oversikten.

Tabell 9: Utdrag av analysetabell for matematiske oppgaver

Om oppgaven			Oppgavens egenskaper			Tidsbruk i min			
Nr.	Oppgavetekst	Elever med utsagn A/B	Løsnings-strategier A/B	Repre-sentasjoner A/B	Kognitive krav A og B	Intro A/B	Utforsk A/B	Diskusjon A/B	Totalt pr. oppg. A/B
2b	Gjør om til uekte brøk. 2 ¾ Bilde av fire sirkler delt i firedeler	3 / 7	1 / 2	2 / 1	**A:** Fremgangsmåter **uten** sammenhenger **B:** Fremgangsmåter **med** sammenhenger	0,5 / 1	1,5 / 5	1,5 / 9	3,5 / 15

Ut fra Stein og Lane (1996) ble oppgavens egenskaper i form av antall løsningsmåter, antall representasjoner og krav til forklaringer undersøkt. Disse ble ikke analysert ut fra de matematiske oppgavene på skriftlig form, men heller undersøkt i fase 3 ut fra Tekkumru-Kisa et al. (2020) sin beskrivelse av matematiske oppgavers ulike faser vist i Figur 4. Denne fasen ble valgt ut fra at den anses å være mest relevant for å besvare forskningsspørsmålene som retter søkelys mot bruken av de matematiske oppgavene. Dermed ble ikke antall mulige løsningsmåter analysert, men antall faktiske løsningsmåter som ble uttrykt i helklassesamtalen om oppgaven i undervisningen. I Tabell 9 er ikke den tredje av oppgavenes egenskaper vist ettersom krav til forklaringer gjaldt for alle oppgavene utenom 1a i B-klassen. Ingen av oppgavetekstene stilte krav til forklaringer, men når oppgavene ble brukt etterspurte læreren forklaringer i alle utenom ett tilfelle, og dermed ble ikke denne egenskapen sett på som relevant å ta med.

Deretter ble oppgavenes kognitive krav vurdert ut fra Smith og Stein (1998) sine beskrivelser av de fire kategoriene vist i Tabell 4. Oppgavenes kognitive krav ble også analysert i fase 3, og betegner dermed de kognitive kravene som ble stilt til elevene i selve helklassesamtalen. En utfordring i dette arbeidet var gjerne at en oppgave oppfylte kjennetegn i to ulike kategorier. For eksempel ble oppgave 4b, vist som episode 4 i Tabell 7, kategorisert som *fremgangsmåter med sammenhenger* i Auestad (2023) ut fra at helklassesamtalen om oppgaven ikke viste nok grad av at elevene utforsket og analyserte oppgavens muligheter og begrensninger. Helklassesamtalene i begge klassene knyttet til oppgave 4b får likevel frem flest karakteristikker fra kategorien å *gjøre matematikk*. I denne studien har oppgavene blitt kategorisert til den kategorien de har mest til felles med, og dermed ble oppgave 4b plassert som å *gjøre matematikk* i begge klassene.

En observasjon av at læreren noen ganger gav tid til en utforskingsfase og andre ganger ikke, vekket en interesse for at tidsbruken kunne være en relevant faktor å undersøke for å få innblikk i hvordan læreren bruker oppgavene til matematiske helklassesamtaler. Stein et al. (2008) sine tre faser ble brukt for å registrere tidsbruk. Introduksjonsfasen ble regnet fra læreren viste en oppgave på tavla til læreren enten igangsatte elevene med en utforskingsfase eller diskusjonsfase. Utforskingsfasen betegnet tiden læreren gav elevene til å jobbe individuelt eller med læringspartner med den matematiske oppgaven før hun etterspurte elevenes tanker om oppgaven. Diskusjonsfasen inneholdt selve helklassesamtalen og ble igangsatt av at læreren lot en elev dele tanker eller løsningsmåter knyttet til oppgaven og avsluttet av at læreren gikk videre i undervisningen. Den totale tidsbruken ble regnet sammen i kolonnen lengst til høyre i Tabell 9.

Antall ulike elever med utsagn i løpet av helklassesamtalens introduksjonsfase eller diskusjonsfase ble også registrert. Dette gav et innblikk i elevenes deltagelse i helklassesamtalene om de ulike matematiske oppgavene. Elevene kan ha vært deltagende i form av å vise tegn eller følge aktivt med uten at de sa noe høyt i klassen, slik at antall elever med utsagn representerer ikke nødvendigvis antall deltagende elever. Samlet sett utgjorde denne analysen av alle de 12 helklassesamtalene ut fra matematiske oppgaver et grunnlag for det videre arbeidet i studien.

3.4.2 Analyse av lærer- og elevhandlinger

Ut fra begrunnelsene gitt i delkapittel 3.3.6 ble helklassesamtalene knyttet til tre matematiske oppgaver valgt til å analyseres ved hjelp av Drageset (2015b) sitt rammeverk for lærer- og elevhandlinger. Disse analysene har blant annet som mål å besvare det andre forskningsspørsmålet om elevenes muligheter for deltakelse i helklassesamtalene. Drageset (2015b) sitt rammeverk, som er beskrevet i kapittel 2.5, anses å være relevant for å undersøke dette ut fra at det beskriver både lærerens og elevenes handlinger i samtalene på en detaljert måte. Andre dialogiske begreper som Stein et al. (2008) sine fem praksiser, Alexander (2008) sine prinsipper for dialogisk undervisning og Kazemi og Hintz (2019) sine samtaletrekk har også vært relevante for å beskrive helklassesamtalene og hvordan læreren bruker den matematiske oppgaven i samtalene. Disse begrepene har fungert som nyttige supplementer til analysen gjort ved Drageset (2015b) sitt rammeverk, som har utgjort kjernen av studiens spissede analyser.

Rammeverket for lærer- og elevhandlinger ble brukt ved at alle lærer- og elevutsagn i helklassesamtalene ble kategorisert til en eller flere av de 20 underkategoriene. Kategoriene var de samme som de 13 lærerhandlingene og 5 elevhandlingene fra Drageset (2015b), med unntak av at elevhandlingen *forklaringer* ble gitt de tre underkategoriene som Drageset (2021) trakk frem som nyttige underkategorier. Dermed var det i analysene 7 ulike elevhandlinger å velge mellom for et elevutsagn. Utsagn fra det studien definerer som utforskingsfasen i arbeidet med en matematisk oppgave ble ikke tatt med, ettersom disse utsagnene ikke var del av en helklassesamtale. Alle utsagn fra både introduksjonsfasen og diskusjonsfasen ble analysert. Tabell 10 viser eksempler på utsagn for de 20 kategoriene brukt til å beskrive lærer- og elevhandlingene i helklassesamtalene. En av underkategoriene for lærerhandlinger har ikke tilhørende eksempler ettersom de utvalgte helklassesamtalene ikke inneholdt noen lærerhandlinger som ble kodet til *etterspørre bruk på lignende problem*.

Tabell 10: Eksempler fra datamaterialet på lærer- og elevhandlinger

Omdirigerende handlinger	Sette til side	Den sporer litt av den diskusjonen for å løse den opp, så vi skal ta det senere.
	Foreslå en ny strategi	Ja, fysj og fy. Mindre enn.
	Korrigerende spørsmål	Siden?
Fremdrifts-handlinger	Demonstrasjon	Jeg skal svare på vegne av Gustav for han brukte distributiv. Han delte opp ni i seks og tre og delte begge på seks.
	Forenkling	Du sier to en og en halv ble til tre, hvor mange, når du hadde tatt seks en og en halv, hvor mye ble det til sammen? Seks stykk?
	Lukket fremdriftshandling	Seks? Så fire da?
	Åpen fremdriftshandling	Så Kasper, kan du og Hedda enten sammen eller bare Kasper, vise hva dere tenker?
Fokuserende handlinger	Etterspørre detaljer	Men hvordan?
	Etterspørre begrunnelse	Hvorfor er det to hele? Det står 4/4 i tall.
	Etterspørre bruk på lignende problem	Ingen tilfeller.
	Etterspørre evaluering fra andre elever	Det så ikke helt ut som det var svar på det Isak lurte på, så da trenger vi litt hjelp.
	Bemerke	Så Gustav sier at 4/4 deler, når telleren og nevneren er helt like, da er det samme som en hel.
	Oppsummere	Så du gjettet, tenkte kanskje rundt fem. Fant ut at det ikke fungerte, så tok du en mer.
Elevhandlinger	Forklare hvorfor	Det er sånn det første tallet som kommer når vi skal telle og så er dette det andre, tredje, fjerde, femte og sjette. Og vi ser at den sjette er ni som da betyr at, ni delt på seks er en og en halv.
	Forklare begrep	Hva betyr telleren? Hvor mange det er av, liksom hvor mange du får.
	Forklare handling	En og en halv, er den første i der. Så da er tre den andre. Så tre er fire og en halv, mens fire er seks.
	Uforklart svar	Jeg tror det er ni delt på fem.
	Delvis svar	Det blir 3 hele, så fem eller fire jeg tror det.
	Lærerstyrt svar	Seks.
	Initiativ	Jeg skjønte ikke helt hvorfor han tok streken akkurat på seks?

I arbeidet med å kode datamateriale oppstod noen utfordringer og vanskelige situasjoner. Disse vil beskrives og valg vil begrunnes i de videre avsnittene. En utfordring i kodingsarbeidet var blant annet at enkelte utsagn kunne passe i flere kategorier. I situasjonen Tabell 11 viser er lærerens utsagn transkribert som ett utsagn, men ble brukt til to ulike lærerhandlinger. Ettersom første og siste del av utsagnet hadde ulike funksjoner, ble det tildelt to kategorier. Slike situasjoner var som regel at første del av utsagnet var en lærerhandling som svar på et initiativ eller spørsmål fra en elev, mens siste del var at læreren gav ordet videre til en annen elev ved en *åpen fremdriftshandling*, slik Tabell 11 er et eksempel på.

Tabell 11: Eksempel på utsagn tildelt to kategorier, ca. 23:50-24:25, 25.09.2023, 6B

1	Lærer	Jeg skal svare på vegne av Gustav for han brukte distributiv. Han delte opp ni i seks og tre og delte begge på seks. Seks delt på seks pluss tre delt på seks. Okey. Vilde.	Demonstrasjon Åpen fremdriftshandling
2	Vilde	Hvordan gjør vi dette? Jeg forstår ingen ting.	Initiativ

En annen utfordring var å tolke lærerens hensikt med et utsagn på riktig måte. Utsagn 1 i Tabell 11 kunne for eksempel også vært kategorisert som den fokuserende handlingen *oppsummere* ettersom Mari med egne ord oppsummerer Gustav sin løsningsmåte etter at han selv har vist og forklart den. Selv om utsagnet i seg selv gjerne passer bedre som *oppsummere* ble den kodet til *demonstrasjon* ut fra at handlingen ble sett på som en fremdriftshandling. For å avgjøre dette var videoopptak en avgjørende datakilde ettersom transkripsjonen ikke tar med at Mari demonstrerer på tavla hvordan man kan skrive Gustav sin distributive løsningsmåte ved bruk av matematiske symboler som parenteser. Det at Mari velger å vise og forklare dette selv istedenfor å stoppe opp og fokusere mer på denne løsningen ved å la Gustav forklare selv bidrar til at dette ble kodet til fremdriftshandlingen *demonstrasjon*.

Situasjonen som Tabell 12 viser inneholder flere eksempler på utfordringen med å tolke en handling på riktig måte. I flere andre situasjoner gav lærerens bruk av samtaletrekket *gjenta* en utfordring, ettersom læreren ikke la til noen ekstra informasjon om hva som var hensikten hennes med å gjenta elevutsagnet. I dette tilfellet ble utsagn 2 kodet til den fokuserende handlingen *etterspørre detaljer* ut fra lærerens spørrende tonefall og senere forsøk på å involvere flere elever for å få detaljer om hva som gjør at Leonel tenker som han gjør. I datamaterialet er det også tilfeller der samtaletrekket *gjenta* ser ut til å bli brukt for å raskt sjekke om læreren hørte riktig, og er da blitt kodet til en *lukket fremdriftshandling* ut fra at det er begrensede muligheter for eleven å respondere på og det leder til et enkelt *lærerstyrt svar*.

Tabell 12: Eksempler på utfordrende utsagn å kode, ca. 20:40-21:00, 25.09.2023, 6B

1	Leonel	Ni delt på fem eller ni delt på fire.	Uforklart svar
2	Lærer	Du tror det er ni delt på fem eller ni delt på fire.	Etterspørre detaljer
3	Leonel	Ja	Lærerstyrt svar
4	Lærer	Okey, det får du litt støtte i.	Evaluering fra andre elever
5	Leonel	Jeg tror det er ni delt på fem.	Uforklart svar
6	Lærer	Vilde	Åpen fremdriftshandling
7	Vilde	Hvorfor tror du det?	Initiativ
8	Leonel	For hvis du deler på 3 så blir det 3 hele.	Forklare hvorfor

Utsagn 4 var også utfordrende, og er ikke et tydelig eksempel på at læreren etterspør *evaluering fra andre*. Utsagnet er åpent, og det er en del ventetid både før og etter utsagn 4. Det kunne også ha vært en åpen fremdriftshandling fra læreren for å drive samtalen rolig videre, men ut fra klassens bruk av enigtegn og lærerens søkende blikk etter elevenes evaluering ved bruk av disse ble utsagn 4 kodet til *evaluering fra andre*. Utsagn 8 eksemplifiserer også en tolkningsutfordring som gikk igjen i kodingsarbeidet, nemlig elevforklaringene. Disse elevutsagnene inneholdt ofte litt lite informasjon og var ikke helt tydelig formulert, men ble likevel kodet til elevforklaringer ettersom utsagnene var tydelige forsøk på å forklare. Lite innhold gjorde det i noen tilfeller vanskelig å skille særlig kategoriene *forklare hvorfor* og *forklare handling*. Utsagn 8 kan sies å inneholde forklaringer av handlingen det er å dele på 3, men ble kodet som *forklare hvorfor* ettersom det ble tolket til å være elevens hensikt i situasjonen ut fra spørsmålet i utsagn 7.

En siste utfordring kunne knyttes til hvilken kategori som kunne beskrive den typen utsagn, som utsagn 6 i Tabell 12 er et eksempel på, der læreren gir ordet til en elev. Å gi ordet til elever var en handling læreren brukte mye for å drive helklassesamtalene videre, og av fremdriftshandlingene passet *åpen fremdriftshandling* best til denne typen handlinger der eleven får ordet til å fritt ta samtalen i en ny retning. Den typen utsagn utgjorde hoveddelen av de *åpne fremdriftshandlingene*.

3.4.3 Analytisk tilnærming til intervjudata

Intervjudata har i denne studien utgjort et verdifullt supplement i studiens undersøkelser. Intervju 1 fra MERG2023 er kun brukt for å skaffe bakgrunnsinformasjon om konteksten, men intervju 2 har blitt analysert for å belyse studiens tredje forskningsspørsmål. Første steg i analyseprosessen var å transkribere intervjuet sammen med den andre masterstudenten. Etter transkripsjonsarbeidet og en ekstra gjennomgang ble det identifisert noen sentrale temaer for de ulike delene av intervjuet. Temaene ble identifisert ved å se på hva innholdet i lærerens utsagn var og de temaene med flere tilknyttede utsagn ble sett på som sentrale å trekke frem i resultatene.

For eksempel ble det identifisert tre sentrale tematikker i lærerens refleksjoner rundt videoklippet som ble vist fra oppgave 4b. Disse var tanker om en elevs løsningsmåte, utfordringer ved uforventede elevsvar og hva som gjorde at helklassesamtalen om 4b inneholdt mange løsningsmåter, og vil bli presentert i delkapittel 4.3.3. Datamaterialet fra intervju 2 ble også analysert for å finne relevante utsagn knyttet til forskningsspørsmålene. Lærerens utsagn ble undersøkt for å finne relevante utsagn knyttet til helklassesamtaler, bruk av matematiske oppgaver eller brøkundervisning. Ut fra denne gjennomgangen og identifiseringen av sentrale temaer i intervjuet ble enkelte utdrag fra transkripsjonsmaterialet valgt ut for å illustrere de funnene som ble gjort.

3.5 Studiens kvalitet

Studiens kvalitet avhenger i stor grad av hvordan kunnskapen man kommer frem til i forskningsarbeidet er produsert, og avgjør hvor troverdig studien er (Postholm & Jacobsen, 2018). Silverman (2024) peker på studiens kvalitet som avgjørende dersom studien skal ha betydning, det må vises til reliabilitet i forskningsmetodene og validitet i funnene som blir gjort. Forskning bør vurderes kritisk i forhold til hvor pålitelig den er for å unngå ugyldige og misvisende forskningsresultater (Kleven & Hjardemaal, 2018). I en kvalitativ studie som denne kreves det refleksjon rundt mulige trusler for studiens kvalitet, og Maxwell (2009) viser særlig til to aspekter. Det første av disse er forskerens bias, det vil si at forskerens tankesett og forventninger kan påvirke datainnsamling og analyser. Det andre er forskerens effekt på konteksten som undersøkes, og disse aspektene bør man som kvalitativ forsker være bevisst på. Dermed ønsker denne studien å styrke sin troverdighet gjennom å reflektere rundt studiens reliabilitet og validitet.

3.5.1 Reliabilitet

Reliabilitet i en studie handler om at studien er gjennomført på en pålitelig og tillitsfull måte (Thagaard, 2018). Det krever at man som forsker reflekterer over egen påvirkning på studiens funn, i tillegg til å være åpen og transparent om forskningsprosessen slik at andre kan vurdere de valg og metoder som er brukt (Postholm & Jacobsen, 2018). Silverman (2024) utdyper at noe av det mest sentrale en studie er transparent med er kategorier, rammeverk og koder som er brukt for å tolke datamateriale. Det at denne studien har bygget på video- og lydopptak har styrket studiens reliabilitet ved at det har vært enklere som forsker å ikke påvirke de innsamlede dataene, utover den påvirkningen det var at vi var til stede som ikke-deltakende observatører (Postholm & Jacobsen, 2018). Ved analyse av videoopptak er det hovedsakelig i tolkingen av datamaterialet at det kan oppstå mulige svakheter i studiens reliabilitet og forskerbias kan påvirke. Ettersom jeg som forsker var alene i analysearbeidet vil det svekke noe av studiens reliabilitet (Silverman, 2024).

Med ønske om å transparens, og for å styrke reliabiliteten har denne studien forsøkt å gi tydelige beskrivelser av analysearbeidet i forrige delkapittel 3.4, om studiens analytiske tilnærming. Både analysen av de matematiske oppgavene og av lærer- og elevhandlingene har utgangspunkt i rammeverk og begreper fra annen forskningslitteratur. For å bidra til riktig kodebruk, og for å minske eget bias og forventninger har Stein og Lane (1996) og Drageset (2015b) blitt grundig lest i tillegg til en del omkringliggende litteratur (Doyle, 1983, 1988, Drageset, 2014, 2015a, 2021; Kisa & Stein, 2015; Smith & Stein, 1998, 2018; Stein et al., 1996; Stein et al., 2008; Tekkumru-Kisa et al., 2020). Videre i studiens resultater vil det også aktivt trekkes frem transkripsjonsutdrag for å vise hvordan datamaterialet er tolket, slik at leseren selv kan vurdere studiens valg og begrunnelser. I transkripsjonsmaterialet har noe av konteksten blitt nedtonet, men studien har forsøkt å beskrive konteksten grundig for at leseren skal kunne være mer kjent med denne.

Transkripsjonsarbeidet betegner gjerne et første steg i analyseprosessen, og alle transkripsjonene som er brukt i denne studien er utarbeidet ved en felles transkripsjonsnøkkel og er kontrollerte av en annen masterstudent. Jeg som forsker bidro bare på en begrenset del av transkriberingen og har derfor hatt en tydeligere bilde av den delen av datamateriale som jeg selv transkriberte, som var fra klasse 6A og ble analysert i en tidligere studie (Auestad, 2023). For å utjevne dette ble det gjort en grundig gjennomgang av alle videoopptakene fra undervisningstimene, da ble også de matematiske oppgavene brukt til helklassesamtaler kartlagt. Gjennom systematisk metodisk arbeid og transparens har studien forsøkt å styrke sin reliabilitet.

3.5.2 Validitet

Validitet omhandler gyldigheten til studiens resultater og funn, blant annet ut fra hva som ligger til grunn for tolkninger som er gjort og ut fra om det er sammenheng med konteksten som studeres og de teoretiske begrepene som brukes (Postholm & Jacobsen, 2018; Thagaard, 2018). Silverman (2024) fremmer også transparens i studien for å styrke validiteten, og knytter dette til gjennomsiktighet i studiens teoretiske ståsted og grunnlaget for de tolkninger som er gjort. I denne studien vil det for eksempel være beskrivelsen i delkapittel 2.1 av sosiokulturell læringsteori, som legger grunnlag for både dialogisk undervisning og bruken av matematiske oppgaver i UOM som studien undersøker. Dermed kan leseren være klar over at de tolkninger som er gjort for å komme frem til studiens funn er gjort på bakgrunn av et sosiokulturelt læringssyn. I disse tolkningene kan også forskerens bias ha spilt inn, og jeg har som forsker forsøkt å være bevisst på egne holdninger og erfaringer knyttet til studiens tematikk. Likevel vil mine tidligere erfaringer som elev, lærerstudent og vikar ha påvirket blikket jeg ser undervisningen med. For å begrense denne påvirkningen har det vært viktig å være bevisst på mitt positive forhold til dialogisk undervisning for å unngå ugyldige positive slutninger.

Forskerens påvirkning vil også kunne svekke studiens validitet, og særlig i intervjuene vil forskeren ha en tydeligere påvirkning enn når man er ikke-deltakende observatør i undervisningen (Maxwell, 2009). Enkelte elever i 6A uttrykte i en undervisningsøkt at de opplevde en høyere terskel for deltakelse i de matematiske samtalene på bakgrunn av at det ble gjort videoopptak og at det var forskere til stede. Dermed kan det stilles spørsmål ved om dataene er gyldige for konteksten som ble studert, og det vil være viktig å være bevisst på at det kan ha vært en viss grad av påvirkning selv om ikke-deltakende observasjon i utgangspunktet gir liten påvirkningsgrad (Postholm & Jacobsen, 2018).

Et aspekt som Silverman (2024) viser til at kan styrke validiteten hos kvalitative studier er triangulering. Det vil si at studien bygger på data fra ulike metoder og informasjonskilder, og på den måten begrenser effekten av de ulike metodenes svakheter. Intervju og observasjon ved video- og lydopptak har i denne studien fungert som komplementære datainnsamlingsmetoder ved å gi verdifull innsikt i ulike aspekter ved konteksten som ble studert. Dersom ulike innsamlingsmetoder peker på lignende funn styrker det funnenes gyldighet, og det er derfor en styrke at læreren i intervju 2 drøfter to av de matematiske oppgavene som denne studien analyserer.

Et annet element ved en studies validitet er knyttet til overførbarheten, det vil si i hvilken grad funn i denne studiens kontekst kan være relevante i andre kontekster (Postholm & Jacobsen, 2018). Ettersom denne studien er en casestudie med et lite utvalg kan ikke overførbarheten knyttes til generaliseringer av funnene for alle klasserom, slik som gjerne kan kjennetegne kvantitativ forskning på andre forskningsområder (Thagaard, 2018). Overførbarheten er heller knyttet til om tolkningene man gjør i studiens kontekst kan gjelde for andre kontekster. Derfor har denne studien forsøkt å tydeliggjøre de tolkninger og valg som er gjort i forskningsprosessen, for at leseren på den måten skal kunne trekke linjer mellom denne studiens kontekst og andre kontekster (Postholm & Jacobsen, 2018).

3.6 Forskningsetiske refleksjoner

I arbeidet med en studie er forskningsetikk et sentralt aspekt å ivareta og reflektere rundt (Silverman, 2024). Det forskningsetiske ansvaret ligger på forskeren, og både denne studien og datainnsamlingen til MERG2023 har jobbet etter forskningsetiske normer og retningslinjer (NESH, 2021). Alle deltakerne i denne studiens utvalg er en del av MERG-prosjektet, og både elever, foreldre og lærer fikk informasjon og underskrev en samtykkeerklæring i forkant av prosjektet (se Vedlegg 4 og 5). Dette ivaretok sentrale forskningsetiske prinsipper som informert samtykke og krav til privatliv (Postholm & Jacobsen, 2018). De elevene som ikke ønsket å delta godkjente at de fortsatt var en del av undervisningen, men ble plassert utenfor kameraets rekkevidde slik at deres privatliv ble ivaretatt. For MERG-prosjektet ble det sendt inn og godkjent meldeskjema til Sikt, og perioden for prosjektet gikk videre til 2024, slik at intervju 2 som ble gjennomført tidlig i 2024 også ble gjennomført som en del av MERG-forskningen (se Vedlegg 6).

Backe-Hansen (2023) fremmer at ved forskning der deltakerne er barn er det flere viktige forskningsetiske prinsipper å ivareta blant annet ut fra FNs barnekonvensjon. Dette knyttes til barnets rett til deltakelse i avgjørelser som omhandler barnet, og det var derfor viktig at elevene i studien fikk god informasjon om prosjektet de skulle delta på. Barnas rett til beskyttelse når de er deltakende i forskning ble blant annet ivaretatt ved trygg lagring av datamateriale og personopplysninger (Thagaard, 2018). Denne studien har vært bevisst på å ikke gi opplysninger som kan bidra til å identifisere enkeltelever, læreren eller skolen. Dermed er både læreren og elevene gitt fiktive navn i transkripsjonsmaterialet.

Kravet om frivillighet ble ivaretatt ved at elever, foreldre eller læreren kunne velge å trekke seg fra å delta, og de fikk fritt velge selv. Dette prinsippet kan likevel ha blitt noe utfordret ved at foreldre eller elever i klassene kan ha kjent på press til å delta siden flertallet deltar. Denne typen press er det som forsker viktig å være bevisst på, og forsøke å minske i samtalene og informasjonen som gis deltakerne (Postholm & Jacobsen, 2018). I retningslinjene og normene som NESH (2021) presenterer er også etisk gjengivelse av data og formidling av forskningen et punkt som har vært aktuelt i denne studien. Ut fra dette er bruken av datamaterialet i denne studien forsøkt gjort gjennomsiktig, tydelig og fullstendig i form av å beskrive kontekst og tidspunkt for de utsagn som er gjengitt.

4 Resultater

Studiens analyser gav resultatene som vil presenteres i dette kapittelet. Først vil den innledende analysen av alle de 12 matematiske oppgavene brukt til helklassesamtaler presenteres. Denne gav informasjon om hva som kjennetegnet de matematiske oppgavene som ble brukt, og la grunnlag for hvilke oppgaver som ble valgt til videre analyser. Resultatene fra de videre analysene av de tre utvalgte oppgavene vil deretter bli presentert for hver av oppgavene. Disse oppgavene vil beskrives ut fra konteksten de var plassert i og de innledende analysene, før resultatene fra analysen av lærer- og elevhandlinger legges frem. Relevante lærerrefleksjoner fra intervju 2 blir trukket inn i tilknytning til de to oppgavene som ble brukt i intervjuet. Deretter vil oppsummerte resultater fra analysen av lærer- og elevhandlingene presenteres før lærerens refleksjoner fra intervju 2 legges frem til slutt.

4.1 Analyse av de matematiske oppgavene brukt i helklassesamtaler

De matematiske oppgavene brukt i helklassesamtaler ble i denne studien først analysert med mål om å besvare første forskningsspørsmål knyttet til hva som kjennetegner disse oppgavene. Som ble grundigere beskrevet i delkapittel 3.4.1 ble ulike aspekter ved oppgavenes egenskaper, oppgavenes kognitive krav og tidsbruken undersøkt (Smith & Stein, 1998; Stein et al., 2008; Stein & Lane, 1996). Dette ble undersøkt i det Tekkumru-Kisa et al. (2020) beskriver som fase 3, som er det observerte intellektuelle arbeidet som skjer i undervisningen. Gjennom disse analysene fikk studien innsikt over i hva som kjennetegner de matematiske oppgavene brukt til helklassesamtaler, som vil beskrives videre.

Kolonnen med antall elever med utsagn gav en viss indikasjon på elevaktiviteten i de to klassene for hver enkelt oppgave. Dette undersøkelsespunktet gav likevel bare en del av bildet og har klare begrensinger i forhold til at mange elever kan være aktive uten å nødvendigvis komme med et utsagn. Klassene hadde etablert tegn som elevene viste med hendene, og kunne blant annet på den måten være deltakende uten å komme med utsagn. På tross av begrensingene kan noen begynnende mønstre trekkes ut av denne kolonnen.

Tabell 13: Analyse av de matematiske oppgavene i 6A og 6B

Om oppgaven			Oppgavens egenskaper			Tidsbruk i min			
Nr.	**Oppgavetekst**	**Elever med utsagn A/B**	**Løsnings-strategier A/B**	**Repre-sentasjoner A/B**	**Kognitive krav A og B**	**Intro A/B**	**Utforsk A/B**	**Diskusjon A/B**	**Totalt pr. oppg. A/B**
1a	Hvor mange halve sirkler er det? Bilde av 5 halvsirkler. Hvor mange kvarte sirkler er det? Bilde av 7 kvartsirkler	6 / 3	1 / 1	1 / 1	Memorering	1 / 0,5	0 / 0	5,5 / 1	6,5 / 1,5
1b	Skriv som blandet tall. Hvor mange sirkler er det? Samme bilder	6 / 7	1 / 1	2 / 2	Fremgangsmåter **med** sammenhenger	0,5 / 0,5	0 / 0	13,5 / 4	14 / 4,5
1c	Gjør brøken til blandet tall. 14/3 Bilde av 6 sirkler som er delt i tredeler	5 / 7	1 / 2	2 / 2	Fremgangsmåter **med** sammenhenger	1 / 2,5	0 / 0	5,5 / 9	6,5 / 11,5
1d*	Gjør om til blandet tall, og forkort deretter brøkene hvis det er mulig. 11/2	X / 5	X / 1	X / 1	Fremgangsmåter **med** sammenhenger	X / 0,5	X / 0	X / 5,5	X / 6
2a**	Skriv som blandet tall. a) 17/2 b) 20/7 c) 49/9 d) 89/15	4 / 8	1 / 1	2 / 1	Fremgangsmåter **uten** sammenhenger	1 / 1	2 / 0	14 / 5,5	17 / 6,5
2b	Gjør om til uekte brøk. 2 ¾ Bilde av fire sirkler delt i firedeler	3 / 7	1 / 2	2 / 1	**A:** Fremgangsmåter **uten** sammenhenger **B:** Fremgangsmåter **med** sammenhenger	0,5 / 1	1,5 / 5	1,5 / 9	3,5 / 15
3a	Prøv å gjøre om til uekte brøk. 1 2/3, 5 3/8	3 / 4	1 / 1	1 / 1	Fremgangsmåter **uten** sammenhenger	1 / 1	1,5 / 4,5	9 / 4,5	11,5 / 10
4a	To brødre deler tre epler likt. Hvor mange fikk hver? Mor, far og to barn delte 10 boller likt. Hvor mange fikk hver?	7 / 5	1 / 1	1 / 1	Fremgangsmåter **uten** sammenhenger	2 / 1	0 / 0	3 / 5	5 / 6
4b	Fyll inn tallet som mangler. 9 : ? = 1 ½	5 / 7	3 / 4	3 / 3	Gjøre matematikk	0,5 / 0,5	3 / 1	8 / 14,5	11,5 / 16
5a	Skriv tallene i stigende rekkefølge. 3 1/2, 4 7/8, 2 2/3, 4 5/6, 3 3/8, 4 9/10, 2 2/5	6 / 7	1 / 2	1 / 2	Fremgangsmåter **med** sammenhenger	0,5 / 2	0 / 1	21,5 / 15	22 / 18
6a	Regn ut. ¼ + ¼ + ¼ = Flere bilder nederst, men bare ett av som representerer regnestykket	5 / 7	1 / 2	2 / 2	Fremgangsmåter **med** sammenhenger	0,5 / 0,5	0 / 0,5	15,5 / 8,5	16 / 9,5
6b*	Regn ut. ½ + ½ =	4 / X	1 / X	1 / X	Memorering	0,5 / X	0 / X	1,5 / X	2 / X
12 ulike oppgaver		4,91 / 6,09	1,18 / 1,64	1,64 / 1,55	2M, 4Fu, 6Fm, 1G	9 / 11	8 / 12	98,5/81,5	115,5/104,5

Først og fremst kan det nevnes at B-klassen i gjennomsnitt hadde flere ulike elever med utsagn enn A-klassen. Noe som støtter Mari sin beskrivelse av klassene i intervju 1, der hun trekker frem at miljøet blant elevene i B-klassen fremmer deltakelse i større grad. Et annet mønster viser en liten tendens til at oppgaver med høyere kognitive krav har flere ulike elever med utsagn, men det er flere tydelige unntak til dette mønsteret og ingen klar sammenheng. For eksempel er oppgave 2a den oppgaven med flest ulike elever med utsagn i 6B selv om den stiller lave kognitive krav. Grunnen til dette kan være at aktivitetsnivået skyltes andre aspekter ved oppgaven, som at den hadde fire deloppgaver, eller at det ble en diskusjon der oppgaveteksten ble endret.

Resultatene fra analysene av antall løsningsmåter og antall representasjoner bidro først og fremst til å peke ut 4b som en matematisk oppgave med interessante egenskaper. Med unntak av denne oppgaven var det generelt få løsningsmåter og representasjoner som kom frem i de ulike helklassesamtalene. Det var en tendens til at flere løsningsmåter ble presentert i 6B og flere representasjoner ble brukt i 6A.

Videre var oppgavenes kognitive krav et av de mest sentrale aspektene som ble analysert, ut fra at forskningslitteraturen pekte på positive effekter ved høye kognitive krav (Stein & Lane, 1996; Tekkumru-Kisa, 2020). Resultatene viser at læreren initierer helklassesamtaler med varierte kognitive krav, og selv om samtalene ofte var ulike i de to klassene stilte de likevel de samme kognitive kravene. Det eneste unntaket var helklassesamtalen om oppgave 2b, som stilte lave kognitive krav i A-klassen og høye i B-klassen. Dette bidro til at 2b var en interessant oppgave for videre analyser. Det ble brukt 12 matematiske oppgaver, og siden en av disse fikk tildelt to kategorier ble totalsummen 13, og fordelte seg som at to var *memorering*, fire var *fremgangsmåter uten sammenhenger*, seks var *fremgangsmåter med sammenhenger* og en var å *gjøre matematikk*. Dette var interessant med tanke på Stein et al. (2008) sin vektlegging av kognitivt krevende oppgaver som en god forutsetning for produktive matematiske samtaler.

Undersøkelsene av tidsbruken gav innblikk i tidsfordelingen mellom ulike oppgaver og faser i arbeidet med matematiske oppgaver i helklassesamtaler. Introduksjonsfasen bestod som regel av at en elev og/eller læreren leste oppgaven før man nokså raskt gikk videre. B-klassen brukte totalt sett noe mer tid i denne fasen grunnet at de i noen flere tilfeller drøftet betydningen av oppgaveteksten. Variasjoner i tidsbruken i utforskningsfasen var den observasjonen som ledet til at studien anså tidsbruk til å være et interessant aspekt ved lærerens bruk av de matematiske oppgavene. I denne fasen brukte også B-klassen noe mer tid i ettersom de hadde utforskningsfase tilknyttet fem av oppgavene og A-klassen hadde det tilknyttet fire. Det så ut til at flere aspekter knyttet til blant annet elevdeltakelse og tidspunkt i økten bidro til variasjonene i utforskingsfasen.

Både i diskusjonsfasens tidsbruk og den totale tidsbruken var det tydelige forskjeller mellom klassene. A-klassen hadde lengre tid i diskusjonsfasen og brukte totalt lenger tid på de matematiske oppgavene, og særlig de første oppgavene. Rask gjennomgang av lærestoff er et av prinsippene i UOM, og vurderinger i forhold til dette og prinsippet om å tilpasse for den enkelte elev kan ha vært en del av vurderingene Mari gjorde ved å ha en roligere fremgang i A-klassen i de første observerte øktene (Gjære & Blank, 2019). Mindre elevdeltakelse eller flere andre aspekter kan ha vært bakgrunn for større tidsbruk i A-klassen. Totalt sett utgjør tiden som er brukt på de matematiske oppgavene over en fjerdedel av den totale undervisningstiden i observasjonsperioden. Dermed viser resultatene at helklassesamtaler om matematiske oppgaver er en sentral del av lærerens undervisningspraksis.

4.2 Analyse av oppgave 2b

Første oppgave valgt til videre analyser er oppgave 2b, blant annet ut fra at oppgaven gav to svært ulike helklassesamtaler og ble kategorisert til ulike kognitive krav i de to klassene. I tillegg kan oppgave 2b være representativ for det matematiske innholdet elevene jobbet med i den første observerte uken. Dette delkapittelet vil presentere en beskrivelse av oppgavens kontekst og funnene fra de innledende analysene før lærer- og elevhandlingene for den enkelte klasse presenteres. Til slutt vil lærerens refleksjoner om oppgaven fra intervju 2 legges frem.

Oppgave 2b ble jobbet med på litt ulike tidspunkt i de to klassene, noe som også kan være en faktor i forskjellene mellom helklassesamtalene. I B-klassen foregikk introduksjonsfasen og utforskingsfasen i den andre observerte økten, men ettersom det allerede var brukt tid på oppgave 2a ble diskusjonsfasen gjennomført i neste matematikkøkt. I A-klassen var helklassesamtalen om 2b den andre av tre helklassesamtaler om matematiske oppgaver som ble gjennomført i den tredje observerte økten. Deres tredje økt var plassert på fredagen.

Tabell 14: Analyse av helklassesamtalen om 2b

Om oppgaven			Oppgavens egenskaper			Tidsbruk i min			
Nr.	Oppgavetekst	Elever med utsagn A/B	Løsnings-strategier A/B	Repre-sentasjoner A/B	Kognitive krav A og B	Intro A/B	Utforsk A/B	Diskusjon A/B	Totalt pr. oppg. A/B
2b	Gjør om til uekte brøk. 2 ¾ Bilde av fire sirkler delt i firedeler	3 / 7	1 / 2	2 / 1	**A:** Fremgangsmåter **uten** sammenhenger **B:** Fremgangsmåter **med** sammenhenger	0,5 / 1	1,5 / 5	1,5 / 9	3,5 / 15

I forhold til det matematiske innholdet representerer 2b en ganske klassisk regneoppgave. De tidligere oppgavene den uken hadde handlet om å gjøre om uekte brøk til blandet tall, mens dette var den første oppgaven hvor den operasjonen skulle gjøres i motsatt retning. Oppgaven fikk i begge klassene en kort presentasjon ved at den ble vist på den interaktive tavlen sammen med et bilde av fire sirkler delt i firedeler, for så å bli opplest. Deretter fikk A-klassen 1,5 minutter til å jobbe med oppgaven i utforskingsfasen, men en del av elevene så ikke ut til å engasjere seg i regnearbeidet. Klasse 6B fikk resten av tiden før pausen til utforskingsfase og hadde dermed fem minutter til dette. Læreren påpekte at de måtte skrive ned tankene deres tydelig i boka for å kunne diskutere oppgaven i den neste matematikkøkten.

Analysene i Tabell 14 viser at helklassesamtalen i 6A var preget av få ulike elever med utsagn og liten tidsbruk. Det kom kun frem en løsning, som brukte de firedelte sirklene på tavla (se Tabell 15). Svaret ble også skrevet med symboler, dermed ble det brukt to ulike representasjoner. Alle de tre oppgavene som ble brukt i A-klassen i samme økt som 2b ble kategorisert til *fremgangsmåter uten sammenhenger* ettersom bare noen få elever var aktive og forklarte sine løsningsmåter, men uten at klassen klarte å bygge videre på hverandres ideer eller trekke sammenhenger. Læreren valgte i flere tilfeller, blant annet med oppgave 2b derfor å gå videre til neste oppgave heller enn å trekke sammenhenger på egenhånd. Diskusjonsfasen varte dermed bare i 1,5 minutter. Generelt virket A-klassen lite engasjert i denne økten, men særlig lite engasjert i møte med oppgave 2b.

I klasse 6B ble det brukt betydelig lengre tid, det var flere ulike elever med utsagn, og to løsningsmåter ble drøftet. Læreren viste i starten av diskusjonsfasen til at hun hadde sett at flere hadde løsningsmåter og tanker å komme med ut fra arbeidet de hadde gjort i utforskingsfasen i forrige matematikkøkt. Dette representerer aktiv bruk av Stein et al. (2008) sin praksis *observere*, og at det bidrar til at Mari også hadde brukt praksisen *utvelge* til å velge noen elever til å ikke starte helklassesamtalen, men til å komme med bidrag etter hvert. Etter forklaringen til løsningsmåte 2 etterspurte læreren et «fordi», som betydde at hun ønsket en begrunnelse. Det ledet til en rekke elevforklaringer fra ulike elever, og til at løsningsmåte 3 kom frem. Klassen og læreren trakk i fellesskap flere sammenhenger mellom løsningsmåtene, og sammenhenger mellom heltall og brøk på en meningsfull måte. Det gjorde at helklassesamtalen ble kategorisert til *fremgangsmåter med sammenhenger*. B-klassen drøftet sirklene som var med under oppgaven, men tok dem ikke i bruk, og har dermed bare en representasjonsform. I begge klassene ble helklassesamtalen avsluttet ved at læreren gikk videre til å la klassen jobbe med flere lignende oppgaver i oppgave 3a.

Tabell 15: Løsningsmåter og representasjoner i helklassesamtalene om 2b

Klasse	Løsningsmåte	Repre-sentasjon	Elevforklaring
6A	1. Gjøre om de hele og addere med teller.	Symbol og figur	Fordi hvis vi tar to hele, da blir det, da får vi åtte. Også er det tre av fire. Også er det åtte pluss tre som er elleve, så er det elleve av fire (Eleven fargelegger i sirklene og skriver $\frac{11}{4}$)
6B	2. Multiplisere heltallet med nevner og addere med teller.	Symbol	At du gange 4 med 2 og så plusse du med 3. Da får du 11 og så skal du skrive en brøk med 11 på toppen og 4 i nevner. (Læreren skriver)
	3. Gjøre om de to hele til brøker og addere med teller.	Symbol	Fordi når telleren og nevneren er helt like liksom at det er en hel, så da har vi fått de to hele til å bli to brøker. (Eleven skriver $\frac{4}{4}+\frac{4}{4}+\frac{3}{4}=\frac{11}{4}$)

4.2.1 Analyse av lærer- og elevhandlinger i 6A sin helklassesamtale om 2b

Ut fra Drageset (2015b, 2021) sitt rammeverk for lærer- og elevhandlinger ble helklassesamtalene under arbeid med oppgave 2b analysert. A-klassens helklassesamtale bestod av åtte utsagn, der tre av disse var elevutsagn. Introduksjonsfasen til 2b bestod i klasse 6A av samme introduksjonsmåte som flere av de matematiske oppgavene i datamaterialet, og er vist i Tabell 16. Ved bruk av en *lukket fremdriftshandling* ble en elev bedt om å lese oppgaveteksten, og deretter kom en *åpen fremdriftshandling* som initierte utforskingsfasen. Bruken av fremdriftshandlinger i introduksjonsfasen gav effektiv progresjon i undervisningen i denne delen av matematikkøktene.

Tabell 16: A-klassens introduksjonsfase til oppgave 2b, ca. 16:10-16:40, 22.09.2023, 6A

1	Lærer	Kan noen se hva som står der nå? Hedda?	Lukket fremdriftshandling
2	Hedda	Prøv å gjør om til uekte brøk.	Lærerstyrt svar
3	Lærer	Da skal du få prøve selv. I skriveboken ja. Prøv å gjør om to og tre firedeler til uekte brøk. Da skal du prøve, du skal ikke «få det til», du skal prøve.	Åpen fremdriftshandling

I klasse 6A var diskusjonsfasen kort nok til at samtlige utsagn er vist i Tabell 17. En første observasjon ut fra analysene er at lærerhandlingene består utelukkende av fremdriftshandlinger, noe som bidrar til rask fremgang. Samtidig blir tempoet i samtalen dratt en del ned ettersom læreren bruker samtaletrekket *tenketid*, med pauser som også er tatt med i transkripsjonsmaterialet (Kazemi & Hintz, 2019). Dermed får elevene tid til å tenke, og på den måten ha noe å bidra med, men ettersom det ikke kommer flere bidrag velger læreren å bruke fremdriftshandlinger for å gå videre til neste oppgave. Selv om den *åpne fremdriftshandlingen* i utsagn 3 inviterer ganske åpent til elevdeltakelse kommer det frem i utsagn 4 at deltakelsesmulighetene begrenses dersom man ikke har kommet frem til et svar. En fokuserende handling knyttet til noen av de første handlingene Isak forklarer kunne kanskje gitt større muligheter for deltakelse for elever som ikke lyktes med hele løsningsprosessen.

Tabell 17: Diskusjonsfasen i A-klassen, ca. 18:10-19:40, 22.09.2023, 6A

1	Lærer	Vær så god Isak. (10s) Da legger vi fra oss blyantene imens. Hvordan tenkte du her?	Åpen fremdriftshandling
2	Isak	Fordi hvis vi tar to hele, da blir det, da får vi åtte. Og så er det tre av fire. Og så er det åtte pluss tre som er elleve. Og så er det elleve av fire.	Forklare handling
3	Lærer	Noen som har regna på en annen måte? (5s) Kasper?	Åpen fremdriftshandling
4	Kasper	Jeg fant ikke svaret.	Lærerstyrt svar
5	Lærer	Okei. Men du prøvde. Det var derfor jeg spurte for jeg så at du prøvde. Så, ingen spørsmål betyr vi går videre så får vi se da.	Lukket fremdriftshandling

4.2.2 Analyse av lærer- og elevhandlinger i 6B sin helklassesamtale om 2b

Analysene av lærer- og elevhandlingene i 6B tok i bruk en større del av rammeverket til Drageset (2015b, 2021) enn det som var tilfellet i A-klassen, og 12 av de 20 ulike kategoriene ble brukt. Helklassesamtalen i B-klassen inneholdt 82 utsagn der litt under halvparten av disse var elevutsagn. Introduksjonsfasen i 6B var et unntak fra mønsteret som ble eksemplifisert i 6A i Tabell 16, men selv om det var sjeldnere inneholdt datamaterialet andre eksempler på slike korte introduksjonsfaser. Oppgaveteksten ble lest av læreren og utforskingsfasen igangsatt med en *åpen fremdriftshandling*, og et eksempel på dette er vist ved introduksjonsfasen til oppgave 4b i Tabell 25. En slik effektiv introduksjonsfase om oppgave 2b kan skyldes at læreren ønsket å være effektiv siden oppgaven ble jobbet med like før pausen.

I B-klassen inneholdt diskusjonsfasen flere sammenhenger knyttet til brøk og de ulike løsningsmåtene. I de følgende avsnittene beskrives to utdrag fra de mest interessante delene av klasse 6B sin diskusjonsfase, utdragene er også valgt ettersom de inneholder elevforklaringene til løsningsmåte 2 og 3 presentert i Tabell 15. Første utdrag er litt langt, og kunne vært kuttet ned, men er tatt med ettersom hele utdraget ble vist til læreren i intervju 2. Utdraget får frem en del av dynamikken i lærer- og elevhandlinger som fant sted i B-klassens diskusjonsfase.

Tabell 18: Utdrag av diskusjonsfase brukt i intervju 2, ca. 10:40-12:10, 20.09.2023, 6B

1	Lærer	Hva var da dette? (4s) Sparer din bittelitt jeg Teodor, fordi at jeg har først lyst til å se litt hva som dukker opp her, okei? Jeg har en avtale med Teodor etter i går. Håkon.	Åpen fremdriftshandling
2	Håkon	Skal jeg fortelle hvordan man gjør det?	Initiativ
3	Lærer	Du kan fortelle hvordan du vil gjøre det.	Åpen fremdriftshandling
4	Håkon	At du gange 4 med 2 også plusse du med 3. Da får du 11 og skal du skrive en brøk med 11 på toppen og 4 i nevner.	Forklare handling
5	Lærer	Okei. (2s) Har du en fordi? Skal vi se om vi finner et annet sted? (3s) Hvorfor skal jeg tro på deg?	Etterspørre begrunnelse
6	Håkon	Fordi mammaen min sa det.	Delvis svar
7	Lærer	Ja, også var det den der læreren din sa det også prøvde du og jeg å påstå 1 + 2 er 37. Den nektet du å tro på. (2s) Så hvorfor kan jeg ikke bare si 3 · 4 + 2 liksom? (2s) Eller 2 · 3 + 4 eller 2 · 4 + 3? (Læreren skriver uttrykkene på tavla)	Etterspørre detaljer
8	Håkon	Hvorfor skal du det?	Delvis svar
9	Lærer	Hmm, Tobias?	Åpen fremdriftshandling
10	Tobias	Skal jeg bare si fordi?	Initiativ
11	Lærer	Du kan si fordi.	Åpen fremdriftshandling
12	Tobias	Okei, siden en hel har 4 deler og siden du har 2 hele så har du 8 deler.	Forklare hvorfor
13	Leonel	Han sa ikke fordi.	Initiativ
14	Lærer	Om du sa fordi?	Lukket fremdriftshandling
15	Tobias	Ja.	Lærerstyrt svar

Læreren bruker fremdriftshandlinger for å drive samtalen fremover på en lignende måte som i A-klassen, men i B-klassen ble også fokuserende handlinger brukt på en måte som bidro til at helklassesamtalen om 2b ble kodet til *fremgangsmåter med sammenhenger* i 6B. Ved at læreren *etterspør begrunnelse* og *detaljer* ut fra Håkons forklaring i utsagn 4 bidrar det til at flere elever kan trekke sammenhenger til Håkons løsningsmåte, og Tobias får bidra med et forsøk på å *forklare hvorfor*. Totalt utgjorde fokuserende handlinger 38% av de 45 lærerhandlingene som ble registrert i 6B, og over halvparten av de fokuserende handlingene var *etterspørre detaljer*. Det at læreren ofte etterspurte detaljer så ut til å bidra til at elevene også kom med *initiativer* der de etterspurte detaljer fra hverandre, som utsagn 8 i neste utdrag er et eksempel på (se Tabell 20). Nedenfor presenterer Tabell 19 en oppsummering der andelen for hovedkategoriene av lærer- og elevhandlinger er oppgitt. Andelen er oppgitt i prosent av antall lærer- eller elevhandlinger, og antallet er oppgitt i kolonnen lengst til høyre. Noen av kategoriene ble ikke funnet i analysen og har derfor ingen verdi.

Tabell 19: Lærer- og elevhandlingene i begge klasser fra helklassesamtalen om 2b

Lærer-handlinger	Omdirigerende handlinger A/B	Fremdriftshandlinger A/B	Fokuserende handlinger A/B	Antall lærerhandlinger A/B
Oppgave 2b	- / -	100% / 62%	- / 38%	5 / 45

Elev-handlinger	Forklaringer A/B	Uforklarte svar A/B	Delvise svar A/B	Lærerstyrte svar A/B	Initiativer A/B	Antall elev-handlinger A/B
Oppgave 2b	33% / 32%	- / 3%	- / 8%	67% / 22%	- / 35%	3 / 37

Utdraget som ble vist i intervju 2 fikk også frem to andre trekk ved helklassesamtalen i 6B. Det første var at *åpen fremdriftshandling* var den mest brukte lærerhandlingen, og utgjorde 47% av lærerhandlingene. Den ble brukt til å åpent gi ordet til ulike elever og drive samtalen fremover. Det andre var at *initiativer* var den mest brukte elevhandlingen, og på denne måten satte elevene preg på helklassesamtalen og fikk muligheter til å bidra med både innhold, retning og tempo på samtalen. Av de 37 elevhandlingene var 35% initiativer, ellers var forklaringer og lærerstyrte svar også vanlige elevhandlinger, slik Tabell 19 viser.

Tabell 20: Utdrag av diskusjonsfase, inneholder løsningsmåte 3, ca. 13:05-14:15, 20.09.2023, 6B

1	Lærer	Kan du forklare hva du gjør?	Etterspørre detaljer
2	Gustav	(Gustav har skrevet 4/4 + 4/4) Det er to hele som er det. (Setter ring rundt heltallet "2")	Forklare handling
3	Lærer	Hvorfor er det to hele? Det står 4/4 tall.	Etterspørre begrunnelse
4	Gustav	Fordi når telleren og nevneren er helt like liksom at det er en hel, så da har vi fått de to hele til å bli to brøker. (Gustav skriver ferdig, 4/4 + 4/4+ 3/4=11/4)	Forklare hvorfor
5	Lærer	Okei. Så Gustav sier at 4/4 deler, når telleren og nevneren er helt like, da er det samme som en hel. Så han har byttet ut to hele med 4/4 deler to ganger. (5s) Og hvis jeg da forstår deg rett så er det enda et argument for den?	Bemerke Lukket fremdriftshandling
6	Gustav	Eh, ja	Lærerstyrt svar
7	Lærer	Adam?	Åpen fremdriftshandling
8	Adam	Spørsmål til Gustav, hvorfor ikke akkurat 7/7 deler?	Initiativ

Helklassesamtalen fortsatte fra utdraget i Tabell 18 med å drøfte elevenes løsningsmåter, og Gustav kommer frem for å vise sin løsningsmåte i utdraget i Tabell 20. Den ble kategorisert til løsningsmåte 3. Dette utdraget eksemplifiserer også lærerens aktive bruk av fokuserende handlinger i møte med elevforklaringer. De fokuserende handlingene, og særlig lærerhandlingen *bemerke* i utsagn 5, har trolig bidratt til at Adam kommer med et interessant *initiativ* i utsagn 8. Initiativet til Adam leder videre til at læreren bruker samtaletrekket *gjenta*, før Gustav og deretter flere elever bidrar til en drøfting av spørsmålet som knytter sammenhenger mellom teller, nevner og helheten i brøker. Lærerens handlinger ser ut til å forsterke elevenes muligheter for å engasjere seg i å forstå viktige aspekter ved brøkbegrepet. En utbredt misoppfatningene i brøk er at erfaringer med heltall trekkes inn i brøkregningen ut fra en manglende forståelse av sammenhengen mellom heltall og brøk (Deringöl, 2019; Siegler & Lortie-Forgues, 2015). Dermed er helklassesamtalen som oppstår i utdraget verdifull for at elevene skal forstå denne sammenhengen å unngå misoppfatningen Bjerke et al. (2013) beskriver som heltallstenking.

4.2.3 Refleksjoner fra lærerintervjuet knyttet til oppgave 2b

I intervju 2 ble videoklipp av situasjonen i Tabell 18 vist til Mari, og hun kom med noen refleksjoner rundt situasjonen, forskjellen mellom klassene og den matematiske oppgaven. I dette delkapitlet vil disse tre hovedtemaene fra denne intervjudelen belyses gjennom å trekke frem utdrag fra transkripsjonsmaterialet. Utdraget under viser at Mari først løfter frem utfordringen det er når slike uforklarte algoritmiske løsninger dukker opp (se utsagn 4 i Tabell 18). Hun beskriver hennes rolle som den som utfordrer elevene og tenkemåten deres på en produktiv måte.

> Lærer: Det er jo den klassiske utfordringen som kommer når du prøver å la elevene oppdage kunnskapen selv at noen har sett eller hørt noe hjemme slik som denne eleven, som gjerne også ikke har den forståelsen som skal til da for å få det på plass. Så er det å utfordre litt sånn.

Videre begrunner Mari at elevkjennskap og et trygt klassemiljø i B-klassen lå til grunn for at hun valgte utfordre elevene med å etterspørre begrunnelse og detaljer i elevforklaringen. Løsningsmåten eleven kom med var en løsningsmåte Mari på forhånd hadde sett for seg at kunne komme, men ikke at den kom uten grundigere forklaring. Hun trekker frem at feilsvar ofte kan bidra til gode refleksjoner i helklassesamtalene, og at hun i utsagn 7 i Tabell 18 utfordrer ved å skrive opp løsningsmåter som er feil fordi det kan bidra med å framprovosere elevforklaringer hos de elevene som forstod løsningsmåten eleven presenterte.

> Lærer: Ja, altså jeg har lavere terskel for å gå inn og veilede i A-klassen. Fordi der er gapet mye større mellom elevene, og så er det et veldig utrygt miljø, så der er jeg mye mer varsom med å la feilsvar komme frem, fordi det takler som regel ikke de.

På spørsmål om forskjellen mellom helklassesamtalene ut fra den matematiske oppgaven i de to klassene trekker Mari særlig frem klassemiljøet som en avgjørende faktor for dette. Som utsagnet ovenfor viser peker hun på klassemiljøet som avgjørende for hvordan hun kan bruke feilsvar i helklassesamtaler. I tillegg ser Mari på avstanden mellom elevenes matematiske kompetanse som en utfordring i 6A, som gjør at hun som lærer må være mer aktiv i å styre samtalen enn i 6B. Dermed ser det ut til at elevene i B-klassen får større muligheter til å styre helklassesamtalene om de matematiske oppgavene.

> Lærer: Når jeg ser oppgaven nå så ser jeg jo. Å hatt pluss, rett og slett skrevet det på utvidet form kunne gjerne gitt den noe mer å bygge på, for der er det fortsatt litt uklart for noen nå, at der står det to og tre firedeler.

På spørsmål om det var noe ved den matematiske oppgaven som kunne vært endret for å bidra til økte muligheter for deltakelse i A-klassen viser utsagnene over at en endring i oppgaveteksten kanskje kunne vært aktuell. Ved å bruke mer tid på blandet tall og uekte brøk etter observasjonsperioden oppdaget Mari en misoppfatning hos noen elever. Disse elevene oppfattet ikke det blandede tallet som ett tall, men heller som separate deler, et heltall og en brøk. Denne misoppfatningen av blandet tall blir en variant av misoppfatningen Bjerke et al. (2013) fant om at noen elever ser teller og nevner som separate heltall. Mari trakk dermed frem at å skrive det blandede tallet på utvidet form med addisjonstegn mellom kunne ha bidratt til økte muligheter for deltakelse for de elevene i A-klassen som satt med denne misoppfatningen.

4.3 Analyse av oppgave 4b

Den andre oppgaven som ble valgt ut til videre analyser er oppgave 4b, hovedsakelig ut fra at denne oppgaven stilte de høyeste kognitive kravene. Dette delkapittelet vil presentere resultatene fra undersøkelsene gjort av oppgaven etter det samme mønsteret som ble brukt i forrige delkapittel om oppgave 2b.

Oppgave 4b ble i begge klassene arbeidet med i den fjerde matematikkøkten i observasjonsperioden. B-klassen sin økt er beskrevet i delkapittel 3.3.4 og Tabell 7 viser innholdet i den. I A-klassen var innholdet tilnærmet likt. Det matematiske innholdet i denne økten fulgte ikke lenger den første ukens arbeid med overgangene mellom uekte brøk og blandet tall, slik oppgave 2b var et eksempel på. Før 4b hadde klassene en helklassesamtale knyttet til oppgave 4a som fremmet divisjonsaspektet ved brøkbegrepet (Bjerke et al., 2013). Både 4a og 4b inneholdt blandede tall, men la også vekt på et nytt aspekt ved å trekke inn divisjon. Oppgave 4a fungerte som et grunnlag for arbeidet med 4b ved at den praktisk relaterte tekstoppgaven ble effektivt løst av elevene og gav en lav inngangsterskel i å arbeide med divisjonsaspektet ved brøk. I motsetning til helklassesamtalen om oppgave 2b utartet helklassesamtalen om oppgave 4b seg relativt likt i begge klassene.

Tabell 21: Analyse av helklassesamtalen om 4b

Om oppgaven			Oppgavens egenskaper			Tidsbruk i min			
Nr.	Oppgavetekst	Elever med utsagn A/B	Løsnings-strategier A/B	Repre-sentasjoner A/B	Kognitive krav A og B	Intro A/B	Utforsk A/B	Diskusjon A/B	Totalt pr. oppg. A/B
4b	Fyll inn tallet som mangler. 9 : ? = 1 ½	5 / 7	3 / 4	3 / 3	Gjøre matematikk	0,5 / 0,5	3 / 1	8 / 14,5	11,5 / 16

Oppgaven ble igangsatt ved at Mari tok oppgaven opp på tavla rett etter at svarene på 4a var forklart av elevene. I A-klassen lot hun først en elev lese oppgaveteksten før hun effektivt gjentok oppgaven og igangsatte utforskingsfasen, i B-klassen ble ikke oppgaveteksten lest av en elev. Som Tabell 21 viser fikk A-klassen en noe lenger utforskingsfase, mens B-klassen hadde en lenger diskusjonsfase. Noe av grunnen til lenger diskusjonsfase i B-klassen kan skyldes at det først kom forklaringer for feilsvaret 4, dermed krevdes gode forklaringer og bevis for at svaret ikke var 4 men 6. Begge helklassesamtalene hadde flere ulike elever som kom med utsagn enn klassegjennomsnittet, som antyder at oppgaven fremmet elevdeltakelse.

Oppgavens egenskaper ble kategorisert omtrent likt i begge klasser, men løsningsmåtene og representasjonene hadde ulikt innhold slik Tabell 22 viser. Den første av de fire løsningsmåtene i 6B gav feil svar, men er likevel medregnet ettersom det var en begrunnet løsningsmåte. De kognitive kravene ble i begge tilfeller kategorisert til høyeste nivå, å *gjøre matematikk*. Dette ut fra at det ikke er foreslått noen tydelige fremgangsmåter for elevene, og arbeidet med oppgaven inneholder en viss grad av utforsking, kognitivt strev og ikke-algoritmisk tenking. I tillegg kommer elevene i flere tilfeller innom viktige matematiske begreper, som aritmetiske lover og sammenhenger mellom regneartene. Ikke alle kjennetegnene for det øverste nivået av kognitive krav er oppfylt i like stor grad, men helklassesamtalene har mest til felles med denne kategorien (se Tabell 4).

Tabell 22: Løsningsmåter og representasjoner i helklassesamtalene om 4b

Klasse	Løsningsmåte	Repre-sentasjon	Elevforklaring
6A	1. Addere 1,5 til man kommer til 9.	Tabell	Jeg bare skrev en og en halv slik, så skrev vi bare at det er tre så tok vi bare seks og sånn og doblet det. (Eleven tegner tabell der 1,5 legges sammen)
	2. Prøv og feil ved å dele opp 9 sirkler.	Figur	For å komme frem til seks tok jeg bare og talte fremover, og først gjorde jeg bare en, to, tre, fire, fem og da så jeg at det var fire igjen og det kunne ikke stemme, så da tok jeg en til, og da var det tre igjen, og så ble det seks. (Eleven tegner og deler opp figur med 9 sirkler)
	3. Prøv og feil ved å regne med tall.	Symbol	Først tenkte jeg at det var åtte, for da fikk alle en hel, men da innså jeg at ingen fikk en halv. Så da var det bare en til overs, og så gikk jeg en nedover så fikk jeg seks. Da hadde du seks, da hadde du en hel på alle så hadde du tre igjen fordi det var tre opp, så delte du de tre i halve. (Lærer skriver tallene eleven regnet med)
6B	4. Ni består av to firere og den siste delen kan også deles i to halve.	Tabell	Siden det er en del til hver på en måte fire, siden fire pluss fire det er åtte og hver fire får en del og så en igjen og hvis den deles på to så blir det en halv. (Lærer tegner tabell der 9 deles opp)
	5. Distributiv lov: 9 = 6 + 3 6 : 6= 1 og 6 : 3= ½	Symbol	Da får jeg seks, da blir det jo på en måte seks delt på seks da får jo alle en og så tok jeg, nå får jo alle en halv. (Eleven skriver divisjonsstykkene)
	6. Ut fra at 9 : 3 = 3, så halveres kvotienten ved at divisoren dobles. 3 · 2 = 6	Symbol	Grunnen er for en og en halv er halve av tre, og siden det er ni delt på tre og man deler det som er dobbelt av tre for å få det til å være halve av tre. (Eleven skriver 9 : 6 = 1 ½)
	7. Skrive 1 ½ - gangen og se hvilken faktor som gir 9 som produkt.	Tabell	En og en halv, er den første i der. Så da er tre den andre. Så tre er fire og en halv, mens fire er seks. Fem er sju og en halv. Det er sånn det første tallet som kommer eller når vi skal telle også er dette det andre, tredje, fjerde, femte, sjette. Og vi ser at den sjette er ni som da betyr at, ni delt på seks er en og en halv. (Eleven skriver tabell av 1 ½ -gangen)

4.3.1 Analyse av lærer- og elevhandlinger i 6A sin helklassesamtale om 4b

Helklassesamtalen om 4b bestod i 6A av 48 utsagn, og 12 av de 20 kategoriene i Drageset (2015b, 2021) sitt rammeverk ble funnet. Utdrag fra introduksjonsfasen til 4b i A-klassen blir ikke fremlagt ettersom den hadde tilsvarende mønster som vist i Tabell 16 for oppgave 2b.

Utdraget i Tabell 23 viser hvordan læreren igangsatte diskusjonsfasen i 6A ved å kommunisere tydelige forventinger om at det skulle komme frem flere mulige løsningsmåter. Stein et al. (2008) sine praksiser for å fremme produktive matematiske samtaler ser ut til å være aktivt brukt i dette utdraget. Praksisen *observere* legger grunnlaget for lærerens forventninger ettersom hun henviser til at hun etter å ha gått rundt i klasserommet vet om minst tre måter å tenke på. Mari sin observasjonsrunde under utforskingsfasen kan også ha bidratt til at hun *utvelger* Kasper og Hedda sin løsningsmåte til å bli presentert først. Praksisen *rekkefølge* kan ha spilt inn ved at læreren starter diskusjonsfasen et hensiktsmessig sted med Kaspers additive tilnærming. I tillegg trekker Mari senere i samtalen frem en elevs figur når helklassesamtalen er på et sted der figuren er hensiktsmessig i rekkefølgen.

Tabell 23: Utdrag fra diskusjonsfase, inneholder løsningsmåte 1, ca. 20:30-21:30, 26.09.2023, 6A

1	Lærer	Nå vet jeg om, og jeg håper det kommer frem her også minst tre forskjellige måter å tenke på. Så Kasper, kan du og Hedda enten sammen eller bare Kasper, vise hva dere tenker? (Kasper går opp og skriver 6 på tavla)	Åpen fremdriftshandling
2	Lærer	Men hvordan?	Etterspørre detaljer
3	Kasper	Jeg bare skrev en og en halv slik, så skrev vi bare at det er tre så tok vi bare seks og sånn og doblet det.	Forklare handling
4	Lærer	Når stoppet du?	Etterspørre detaljer
5	Kasper	På seks fordi det er svaret.	Delvis svar

Utdraget i Tabell 23 får også frem viktige lærerhandlinger som ikke ble brukt i A-klassens helklassesamtale om 2b. Læreren bruker fokuserende handlinger aktivt og 40% av de 25 lærerhandlingene i 6A er fokuserende handlinger, der *etterspørre detaljer* utgjør hoveddelen. Lærerens fokuserende handling i utsagn 2 leder til at eleven som først bare skrev svaret på tavla kommer med en forklaring i utsagn 3. Forklaringen er noe utydelig, og det at læreren fortsetter med å møte forklaringen med å *etterspørre detaljer* igjen gir resten av elevene bedre muligheter til å forstå utsagn 3 og på den måten delta i undervisningen. Ettersom eleven ikke bidrar med de detaljene om løsningsmåten som læreren ønsker ender det videre i helklassesamtalen med lukkede fremdriftshandlinger og lærerstyrte svar for å komme frem til lærerens poeng. Dermed kommer de til slutt til at eleven la sammen 1,5 til han kom til 9, og da hadde han lagt sammen 6 stykk 1,5, slik at 6 ble svaret. I det som blir skrevet på tavla om denne løsningen blir det brukt desimaltall, som kan begrense mulighetene for brøklæring, men kanskje ble sammenhengen mellom brøk og desimaltall fremmet på en verdifull måte.

Tabell 24: Utdrag fra diskusjonsfase med elevinitiativ, ca. 23:15-24:15, 26.09.2023, 6A

1	Filip	For da var det tre igjen og da ble det slik. (Filip skriver 6 på tavla som svar)	Forklare hvorfor
2	Lærer	Isak.	Åpen fremdriftshandling
3	Isak	Jeg skjønte ikke helt hvorfor han tok streken akkurat på seks?	Initiativ
4	Filip	Fordi det er der den stopper, resten her må deles i halve. Så hvis, slik. Resten her skal være hele, de skal være halve.	Forklare hvorfor
5	Lærer	Det så ikke helt ut som det var svar på det Isak lurte på, så da trenger vi litt hjelp. Fikk du svar eller?	Etterspørre evaluering fra andre elever
6	Isak	Ikke helt.	Initiativ
7	Lærer	Ikke helt? Nei. Kasper. (Kasper går frem til tavla og forklarer)	Åpen fremdriftshandling

Sammen med lærerens bruk av fokuserende handlinger for å fremme elevenes muligheter for deltakelse i helklassesamtalen om 4b var elevenes egne initiativer viktige for helklassesamtalen. Som Mari nevnte i lærerintervjuet kunne klassemiljøet i 6A være til hinder for at elever våget å bidra med svar de var usikre på. Filip hadde i forkant av utdraget tegnet ni sirkler på tavla og svart på spørsmål fra læreren om hvordan han hadde tenkt når han prøvde seg frem for å dele opp sirklene i grupper på 1,5. I denne situasjonen bidro *initiativet* til Isak i utsagn 3 til flere elevforklaringer fra både Filip og Kasper. I tillegg kan slike *initiativer* der en elev uttrykker usikkerhet bidra til å senke terskelen for deltakelse for andre elever. Læreren griper muligheten *initiativet* gir ved å *etterspørre evaluering fra andre elever*, og spiller slik videre på de gode deltakelsesmulighetene det skapte i helklassesamtalen.

4.3.2 Analyse av lærer- og elevhandlinger i 6B sin helklassesamtale om 4b

I klasse 6B ble det brukt lengre tid på oppgave 4b og samtalen inneholdt 110 utsagn, der 52 av disse var elevutsagn. En slik større mengde utsagn gav også større bredde i observerte lærer- og elevhandlinger, og 16 kategorier i rammeverket ble tatt i bruk. Introduksjonsfasen bestod kun av en kort åpen fremdriftshandling der læreren leste oppgaven og igangsatte utforskingsfasen, vist i Tabell 25.

Tabell 25: Introduksjonsfase i 6B, ca. 19:05-19:25, 25.09.2023, 6B

1	Lærer	Sånn. 9 delt på noe ukjent da er lik en og en halv. Nå skal du få lov til å prøve bare bitte litt med læringsvenn først. Værsågod.	Åpen fremdriftshandling

Elevenes initiativer spilte også en viktig rolle i 6B sin helklassesamtale om 4b, som utdraget i Tabell 26 er et eksempel på. Det var flere tilfeller der elever i 6B gav uforklarte eller delvise svar, som ble etterfulgt av at andre elever kom med initiativer der de etterspurte grundigere forklaringer. Det at elevene *etterspør detaljer* på denne måten kan være noe av grunnen til at en mindre andel av lærerhandlingene er fokuserende handlinger i 6B sammenlignet med 6A, slik oversikten i Tabell 28 viser. Initiativer utgjør hele 42% av elevhandlingene i 6B. Et stort rom for initiativer i helklassesamtalen gjør at elevene har gode muligheter for å styre samtalen og ta eierskap til innholdet i den.

Tabell 26: Utdrag fra diskusjonsfase, inneholder løsningsmåte 4, ca. 21:35-22:15, 25.09.2023, 6B

1	Tobias	Jeg er uenig med fem, men enig med fire.	Uforklart svar
2	Lærer	Du mener fire.	Lukket fremdriftshandling
3	Tobias	Ja.	Lærerstyrt svar
4	Lærer	Adam.	Åpen fremdriftshandling
5	Adam	Hvorfor?	Initiativ
6	Tobias	Siden det er en del til hver på en måte fire, siden fire pluss fire det er åtte og hver fire får en del og så en igjen og hvis den deles på to så blir det en halv.	Forklare hvorfor

Utsagn 1 i Tabell 26 viser også en god egenskap ved samtalemiljøet i B-klassen der elevene evaluerer om de er enige eller uenige i hverandres svar. Forklaringen som gis i utsagn 6 gir feil svar, men læreren tar imot forklaringen på samme måte som andre forklaringer, og tegner opp en tabell som viser fordelingen med to firergrupper og to grupper med ½. Videre i samtalen kommer elever frem med 6 som svar, og det at noen hadde gitt en matematisk begrunnelse for et feilsvar ser ut til å bidra til grundigere forklaringer av svaret 6. Det at de ulike forklaringene står mot hverandre leder til at Viktor i utsagn 2 i Tabell 27 ønsker å komme med et bevis.

Tabell 27: Utdrag fra diskusjonsfase, inneholder løsningsmåte 7, ca. 30:15-31:50, 25.09.2023, 6B

1	Lærer	Viktor?	Åpen fremdriftshandling
2	Viktor	Jeg kommer til å bevise at svaret er 6 og ikke 4 fordi, ehm, at.	Initiativ
3	Lærer	Nå er jeg spent. Når det er noen som sier at de skal bevise det, da.	Åpen fremdriftshandling
4	Viktor	En og en halv, er den første i der. Så da er tre den andre. Så tre er fire og en halv, mens fire er seks. Fem er sju og en halv.	Forklare handling
5	Klassen	Hæ?	Ikke kategorisert
6	Lærer	Hva, de tallene? Aaaah. Vent, vent, vent, følg med, ikke begynn å stjel ordet.	Bemerke
7	Viktor	En, to, tre, fire, fem, seks.	Forklare handling
8	Lærer	Hva betyr de tallene øverst?	Etterspørre detaljer
9	Viktor	Det er sånn det første tallet som kommer eller når vi skal telle også er dette det andre, tredje, fjerde, femte og sjette. Og vi ser at den sjette er ni som da betyr at, ni delt på seks er en og en halv.	Forklare hvorfor
10	Lærer	Hvis jeg har rett så har Viktor skrevet en og en halv gangen. En ganger en og en halv. To ganger en og en halv. Tre ganger en og en halv. Fire ganger en og en halv. Fem ganger en og en halv. Seks ganger en og en halv. Også sier han da at seks ganger en og halv blir ni. Derfor må løsningen være seks.	Oppsummere
11	Viktor	Ja	Lærerstyrt svar

Utdraget i Tabell 27 er hoveddelen av videoklippet som ble vist til Mari i intervju 2, og ble regnet som en særlig interessant situasjon i helklassesamtalen. Videoklippet inneholdt i tillegg noe av det som skjer videre der noen elever endrer svaret til seks ut fra beviset Viktor gav, mens andre elever stiller spørsmål for å prøve å forstå løsningsmåten. I forhold til det matematiske innholdet i oppgaven bidrar denne elevløsningen til at det trekkes sammenhenger mellom viktige matematiske temaer som brøk, multiplikasjon og divisjon. Forskningslitteraturen pekte på at del av en hel aspektet ved brøk ofte fikk størst plass i brøkundervisning på tross av at dette aspektet har sine begrensinger (Lamon, 2007; Kleve, 2010; Siegler et al., 2011). Dermed er det verdifullt for elevenes muligheter for dypere forståelse av brøkbegrepet at divisjonsaspektet ved brøk fremmes.

Som beskrevet tidligere hadde helklassesamtalene om oppgave 4b relativt like egenskaper i de to klassene, men som Tabell 22 viste var det likevel forskjeller i innholdet til løsningsmåtene og representasjonene som kom frem. Det var også interessante forskjeller i lærer- og elevhandlingene. Tabell 28 viser at læreren i større grad brukte fokuserende handlinger i 6A, mens hun i B-klassen hadde større grad av fremdriftshandlinger og noen omdirigerende handlinger. Hele 48% av lærerhandlingene i 6B var *åpne fremdriftshandlinger*, som i de fleste tilfellene var at læreren åpent gav ordet til elever som fikk lede helklassesamtalen videre. Det at mange elever deltok aktivt i samtalen i 6B, og særlig med *initiativer*, kan ha gitt mindre behov for fokuserende handlinger. Elevhandlingene viste at det var en større andel *forklaringer* og *lærerstyrte svar* i 6A, mens det i 6B var en større andel *initiativer*. I mange tilfeller så det ut til at lærerens fokuserende handlinger fremmet elevforklaringer på en god måte i 6A, for eksempel i utdraget i Tabell 23.

Tabell 28: Lærer- og elevhandlingene i begge klasser fra helklassesamtalen om 4b

Lærer-handlinger	Omdirigerende handlinger A/B	Fremdriftshandlinger A/B	Fokuserende handlinger A/B	Antall lærerhandlinger A/B
Oppgave 4b	- / 5%	60% / 71%	40% / 24%	25 / 58

Elev-handlinger	Forklaringer A/B	Uforklarte svar A/B	Delvise svar A/B	Lærerstyrte svar A/B	Initiativer A/B	Antall elev-handlinger A/B
Oppgave 4b	30% / 19%	- / 12%	13% / 10%	35% / 17%	22% / 42%	23 / 52

4.3.3 Refleksjoner fra lærerintervjuet knyttet til oppgave 4b

Flere interessante lærerrefleksjoner knyttet til oppgave 4b kom frem i intervju 2. Videoklipp av helklassesamtalen i Tabell 27 ble vist til Mari. Intervjuet som fulgte omhandlet elevens løsningsmåte, utfordringer ved uforventede elevsvar, og hva som gjorde at helklassesamtalen om 4b inneholdt mange løsningsmåter. Disse tre temaene vil videre utdypes ved bruk av utdrag fra transkripsjonsmaterialet.

> Lærer: Hehe, jeg flirer bare litt når jeg tenker tilbake på han. Den er jo bare gullfin den tilnærmingen, det er jo noe jeg aldri kunne forutsett selv. Det krever et barns tilnærming å begynne å tenke gangetabeller med halve.

Som utdraget ovenfor viser, var elevens kreative tilnærming det første Mari trakk frem fra videoklippet. Hun beskriver videre at hun hadde predikert muligheten for å bruke andre regnearter til å løse oppgaven, for eksempel ved gjentatt addisjon slik som løsningsmåte 1 var et eksempel på (se Tabell 22). Muligheten for å uttrykke dette i form av en multiplikasjonstabell var likevel svært uventet, men en løsningsmåte denne eleven hadde brukt i flere tilfeller tidligere. Mari forklarer at løsningsmåten aldri før var brukt av eleven i forbindelse med brøk, og det var derfor ekstra overraskende. I etterkant av denne helklassesamtalen hadde et par andre elever uttrykt at denne løsningsmåten var til god hjelp for dem. Mari trekker også frem at hun så at løsningsmåten gav elevene muligheter til å knytte verdifulle koblinger mellom brøk og andre matematiske aspekter. Det gav muligheter for at elevenes dybdeforståelse av brøk ble utvidet.

> Intervjuer 1: Er det ofte slikt som skjer i disse mattetimene at du går inn i oppgaver så kommer det slike uforventede elevsvar, som du ikke har predikert på forhånd?
> Lærer: Det er nesten en garanti.
> Intervjuer 1: Ja, hvordan takler du det?
> Lærer: Jeg kjenner at det er det som gjør det litt spennende og utfordrende, det er det som gjør at en time aldri blir den samme rett og slett.

Videre gikk intervjuet over i å drøfte utfordringene og mulighetene slike uventede elevsvar gir. Mari beskriver uventede elevsvar som en motiverende utfordring, og som innspill som er med på å styre undervisningen i ulike retninger. Hun trekker også frem at slike elevsvar bidrar til at hun som lærer får nye verktøy og kunnskaper, og at de slik bidrar til lærerens egen profesjonsutvikling. Elevene opplever det også som motiverende når de ser at læreren må stoppe opp og tenke gjennom de matematiske resonnementene som kommer.

> Lærer: Jeg tror at, altså, den oppgaven tror jeg at jeg traff ganske godt med i forhold til å treffe det nivået som var rett i der i proksimal utviklingssone, at flere følte seg trygge på å kaste seg utpå, samtidig manglet de nok til at det ikke bare kom en slik, sånn er det la oss gå videre løsning på den. At du merket mye mer at, flere opplevde dette som nytt og ukjent og rart fordi de måtte jo dele med noe som ikke gav hele tall.

På spørsmål om hva som gjorde at helklassesamtalen om 4b inneholdt flere løsningsmåter enn de andre matematiske oppgavene viser Mari til at den traff bra i elevenes proksimale utviklingssoner. Innholdet i oppgaven var nytt og ukjent i form av at en divisjon skulle gi et blandet tall som svar, samtidig som at elevene følte seg trygge nok på hva oppgaven spurte om til at de våget å forsøke ulike løsningsmåter. Videre beskrev Mari også hvordan hun tilpasset oppgaveteksten fra læreverket for UOM til å passe for elevgruppen. Blant annet ved å legge inn en tom boks i stedet for en ukjent variabel. Ut fra lærerens refleksjoner og analysen av lærer- og elevhandlinger så det ut til at flere aspekter ved bruken av oppgave 4b påvirket elevenes muligheter for deltakelse i helklassesamtalen.

4.4 Analyse av oppgave 5a

Den tredje og siste oppgaven som ble valgt til grundigere analyser er oppgave 5a. Denne ble valgt for å få en enda større bredde og variasjon i de analyserte oppgavene, men ble ikke valgt til intervju 2 og har derfor ingen tilknyttede lærerrefleksjoner. Resultatene fra analysene av oppgave 5a har i hovedsak bidratt til studien ved å gi større bredde og støtte til de funn som allerede er presentert om oppgave 2b og 4b knyttet til rollen fokuserende handlinger og elevinitiativer har i å gi elevene muligheter for deltakelse. For å unngå gjentakelser vil dette delkapittelet være kortere enn de foregående, og det vil legges vekt på å trekke frem nye aspekter ved lærerens bruk av matematiske oppgaver.

Begge klassene jobbet med oppgave 5a i påfølgende matematikkøkten etter å ha jobbet med 4b, og det var den eneste matematiske oppgaven de hadde helklassesamtale om i denne økten. Det matematiske innholdet omhandler tallstørrelsesaspektet ved brøkbegrepet gjennom at elevene måtte argumentere for hvilke av de blandede tallene som representerte høyest tallverdi. Helklassesamtalen ble i begge klassene initiert ved at en elev ble bedt om å lese oppgaveteksten, og deretter hadde begge klassene en diskusjon om hva oppgaven spør etter. I A-klassen ble de fem første minuttene av diskusjonsfasen brukt til dette, mens B-klassen brukte litt over et minutt på begrepene i oppgaven før læreren gav dem en kort utforskingsfase.

Tabell 29: Analyse av helklassesamtalen om 2b

Om oppgaven			Oppgavens egenskaper			Tidsbruk i min			
Nr.	Oppgavetekst	Elever med utsagn A/B	Løsnings-strategier A/B	Repre-sentasjoner A/B	Kognitive krav A og B	Intro A/B	Utforsk A/B	Diskusjon A/B	Totalt pr. oppg. A/B
5a	Skriv tallene i stigende rekkefølge. 3 1/2, 4 7/8, 2 2/3, 4 5/6, 3 3/8, 4 9/10, 2 2/5	6 / 7	1 / 2	1 / 2	Fremgangsmåter **med** sammenhenger	0,5 / 2	0 / 1	21,5 / 15	22 / 18

Totaltiden for helklassesamtalen om 5a er den lengste av alle de matematiske oppgavene som er analysert i studien, og 6A brukte 22 minutter, mens 6B brukte 18 minutter. Denne tidsbruken kan komme av at hvert av de blandede tallene fungerte som en egen deloppgave. Det ble en liten samtale om hvert blandet tall for å argumentere for hvor høy tallverdi det tilsvarte. Løsningsmåtene i Tabell 30 er eksemplifisert med en elevforklaring hver, men innenfor løsningsmåtene er det likevel en viss variasjon i hvordan ulike elever har tenkt. For eksempel henviste noen elever til avstanden en brøk hadde til en hel, mens andre så på avstanden til en halv. Denne variasjonen ble ikke sett på som stor nok til at studien regnet disse som ulike løsningsmåter, og i Tabell 30 svarer løsningsmåte 1 og 2 dermed til samme løsningsmåte, men for ulike klasser. I 6B kom det i slutten av helklassesamtalen frem en annen løsningsmåte som benyttet seg av en tallinje som representasjon.

De kognitive kravene ble for begge klassene kategorisert til *fremgangsmåter med sammenhenger* ut fra at det i helklassesamtalen ble trukket gode sammenhenger mellom viktige matematiske begreper som teller, nevner, blandet tall og tallstørrelse. I A-klassen ble det også trukket en kobling til desimaltall. Helklassesamtalen ble ikke kategorisert som å *gjøre matematikk* ut fra manglende kognitivt strev for mange av elevene, og manglende kreativitet og utforsking av ulike løsningsmåter. I begge klasser er det over gjennomsnittet mange ulike elever med utsagn, som antyder at den matematiske oppgaven fremmet deltakelse hos elevgruppen.

Tabell 30: Løsningsmåter og representasjoner i helklassesamtalene om 5a

Klasse	Løsningsmåte	Repre-sentasjon	Elevforklaring
6A	1. Vurdere de blandede tallene først ut fra antall hele og deretter hvor mye de mangler for å enda en hel.	Symbol	`Det var 3 stykker med 4 hele og alle sammen mangler bare 1 for å bli 5 hele. Men det er liksom 4 og 4 hele og 5 av 6 er et hakk større siden liksom den er delt opp i mindre så den har større deler og da er det liksom større, det er en større del som mangler enn i de to andre.`
6B	2. Vurdere de blandede tallene først ut fra antall hele og deretter hvor mye de mangler for å enda en hel.	Symbol	`Siden alle disse her er med fire, og vi mangler bare en del, og er her det 9/10, 5/6 og 7/8, og jo større nevneren er, jo mindre er delene. Og siden, den mangler jo minst. Alle mangler en del, og så er jo de delene mindre enn for eksempel fem seksdeler. Også, siden det er den minste nevneren av de som har fire hele, så er den minst.`
	3. Tegne tallinje og se hvilket blandet tall som mangler størst del for å få enda en hel.	Figur	`Ikke den beste tallinjen, men, jaja. Her har du åtte deler, og her har du seks deler. Så, den er jo lenger.` (Eleven tegner to tallinjer)

4.4.1 Analyse av lærer- og elevhandlinger i 6A sin helklassesamtale om 5a

Helklassesamtalen om oppgave 5a inneholdt i A-klassen 167 utsagn, der 73 av disse var elevutsagn. I analysene av denne samtalen ble 17 av kategoriene i rammeverket brukt. Et interessant aspekt ved helklassesamtalen i 6A var at det forekom en betydelig andel uforklarte og delvise svar (se Tabell 34). Utdraget i Tabell 31 eksemplifiserer forekomsten av disse elevhandlingene.

Samtalen i utdraget er også et eksempel på lærerens aktive bruk av fokuserende handlinger. Som ble trukket frem i delkapittel 4.3.1 bidro bruken av fokuserende handlinger til større muligheter for elevenes deltakelse i helklassesamtalen. Analysen av 5a fikk frem at lærerens fokuserende handlinger i større grad ledet til uforklarte og delvise svar i A-klassen. Det kan for eksempel komme av et mindre trygt klasseromsmiljø, eller av at de ikke er like vant med å gi grundige matematiske forklaringer for alle svar. Ut fra at eleven etter en lang rekke utsagn til slutt innrømmer usikkerhet rundt egen matematisk forståelse kan de uforklarte og delvise svarene gjerne skyldes at eleven ikke følte seg trygg nok i klasseromsmiljøet til å ytre usikkerheten sin tydelig.

Tabell 31: Utdrag fra diskusjonsfase, delvise og uforklarte svar, ca. 18:20-19:05, 27.09.2023, 6A

1	Lærer	Når du skriver ett, altså tallet en opp forbi der hva mener du med det Filip? (Filip har skrevet et ettall over 2 2/3).	Etterspørre detaljer
2	Filip	At det er den første.	Delvis svar
3	Lærer	At det er den?	Etterspørre detaljer
4	Filip	Den laveste tror jeg.	Delvis svar
5	Lærer	Minste, okei.	Bemerke
6	Filip	Hvis ikke er det den der. (Filip peker på 2 2/5).	Uforklart svar
7	Lærer	Okei, hvorfor tenker du det er den?	Etterspørre detaljer
8	Filip	Det er en av de to.	Uforklart svar
9	Lærer	Hvorfor tenker du det er den du tok?	Etterspørre detaljer
10	Filip	Fordi det er mindre.	Delvis svar
11	Lærer	Hvorfor mener du det er mindre?	Etterspørre detaljer
12	Filip	Jeg har ikke tenkt skikkelig over det da, men den bare ser mindre ut fordi.	Delvis svar
13	Lærer	Det ser mindre ut?	Etterspørre detaljer
14	Filip	Jeg skjønner ikke hvordan et høyere tall kan være mindre.	Delvis svar

Lærerens utholdenhet i samtalen bidrar til at Filip kommer med utsagn 14. Dermed har lærerens handlinger gitt både Filip og de andre elevene muligheten til å delta i avlæringen av en velkjent misoppfatning i brøk. Ut fra Bjerke et al. (2013) kan utsagn 14 beskrives som heltallstenking i form av at størst tall er størst, en tenkemåte som leder videre til en rekke feilsvar i brøkregning. Slik viser utdraget viktigheten av fokuserende handlinger i helklassesamtalene for å gi elevene muligheter til utvikling av dypere forståelse av brøkbegrepet.

4.4.2 Analyse av lærer- og elevhandlinger i 6B sin helklassesamtale om 5a

Helklassesamtalen om 5a var kortere i B-klassen, og bestod av 103 utsagn, der 50 av disse var elevutsagn. Nye funn som denne helklassesamtalen bidro med, var knyttet til at nye kategorier i rammeverket ble tatt i bruk. *Forklare begrep* var en elevhandling som ikke hadde vært brukt tidligere, og denne ble også brukt en gang i A-klassens helklassesamtale. Denne kategorien for elevhandlinger bidro til å knytte viktige sammenhenger med matematiske begreper, og var noe av begrunnelsen for at helklassesamtalene om 5a ble kodet til *fremgangsmåter med sammenhenger*. Utdraget i Tabell 32 inneholder også datamaterialets eneste eksempel på et korrigerende spørsmål. At læreren kommer med et kort spørsmål i utsagn 2 gjør at eleven selv oppdager feilen sin i utsagn 1, og gir dermed eleven mulighet til å rette opp forklaringen sin i utsagn 3.

Tabell 32: Utdrag fra diskusjonsfase med forklaring av begrep og korrigerende spørsmål, ca. 22:05-22:55, 26.09.2023, 6B

1	Tobias	Jeg har en litt annen måte å løse det på. Siden begge nevnerne er like, så da er det den med minst teller.	Forklare hvorfor
2	Lærer	Siden?	Korrigerende spørsmål
3	Tobias	Nei, nei, siden begge tellerne er like.	Forklare hvorfor
4	Lærer	Om du kan gå og peke på hva som er telleren? Og så forklare hva den betyr?	Etterspørre detaljer
5	Tobias	Siden den her og den her er like. (Tobias setter ring rundt nevnerne i 2 2/3 og 2 2/5).	Forklare hvorfor
6	Lærer	Hva betyr det tallet?	Etterspørre detaljer
7	Tobias	Det er telleren.	Lærerstyrt svar
8	Lærer	Ja, hva betyr telleren?	Etterspørre detaljer

9	Tobias	Hvor mange det er av liksom, hvor mange du får.	Forklare begrep
10	Lærer	Ja okei, og de to er like?	Etterspørre detaljer
11	Tobias	Siden de to er like så er det den med minst nevner som er størst. Og den har jo nevner som er fem og den har nevner som er tre, så derfor er den minst.	Forklare begrep

Et annet nytt aspekt som kan trekkes frem fra helklassesamtalen om 5a i var lærerens bruk av samtaletrekket *repetere*, som utdraget i Tabell 33 er et eksempel på. Forklaringen i utsagn 1 kan knyttes til løsning 2 ved at det henvises til hvor mye brøkene mangler for å bli en hel, og lærerens bruk av *repetere* i utsagn 2 gir en verdifull mulighet for deltakelse til Adam. Han var en elev som sjelden bidro med matematiske forklaringer i helklassesamtalene, og er derfor først usikker. I forkant av utdraget hadde han stilt et spørsmål, som kanskje bidro til at læreren var trygg på å gi ham en så direkte utfordring. I tillegg til å fremme denne elevens mulighet for deltakelse førte lærerens bruk av *repetere* til at løsningsmåte 3 kom frem, og flere elever fikk større muligheter for å utvikle sine forståelser av brøkbegrepet ut fra denne løsningen.

Tabell 33: Utdrag fra diskusjonsfase, samtaletrekket repetere, ca. 28:35-29:50, 26.09.2023, 6B

1	Tobias	Siden alle disse her er med fire, og vi mangler bare en del, og er her det 9/10, 5/6 og 7/8, og jo større nevneren er, jo mindre er delene. Og siden, den mangler jo minst. Alle mangler en del, og så er jo de delene mindre enn for eksempel fem seksdeler. Også, siden det er den minste nevneren av de som har fire hele, så er den minst.	Forklare handling
2	Lærer	Da er vi enig, men vi har ikke overbevist Leonel, så jeg utfordrer Adam nå. Kan du prøve å forklare med dine ord?	Åpen fremdriftshandling
3	Adam	Mine ord?	Lærerstyrt svar
4	Lærer	Ja (3s). Se om vi klarer å overbevise to til.	Åpen fremdriftshandling

5	Adam	Hadde egentlig forklart det helt likt som Tobias. Jeg er ikke så god på å tegne tallinje.	Delvis svar

Oversikten i Tabell 34 viser at helklassesamtalen om 5a bestod av lærerhandlinger som fordelte seg relativt likt i begge klassene. Den største forskjellen fra de to tidligere oppgavene var at helklassesamtalen om 5a også inneholdt en liten del omdirigerende handlinger i begge klassene, og utdraget i Tabell 32 var et eksempel på en slik lærerhandling. I forhold til elevhandlingene var det en større andel uforklarte og delvise svar i A-klassen og større andel forklaringer i B-klassen. Gjennom analysen av helklassesamtalene om 5a fikk studien et større analysemateriale til å støtte funnene som er beskrevet i de forrige delkapitlene. I tillegg har denne analysen belyst noen nye aspekter ved lærerens handlinger som har betydning for elevenes muligheter til deltakelse.

Tabell 34: Lærer- og elevhandlingene i begge klasser fra helklassesamtalen om 5a

<table>
<tr><td>Lærer-handlinger</td><td colspan="2">Omdirigerende handlinger A/B</td><td colspan="2">Fremdriftshandlinger A/B</td><td>Fokuserende handlinger A/B</td><td>Antall lærer-handlinger A/B</td></tr>
<tr><td>Oppg. 5a</td><td colspan="2">6% / 8%</td><td colspan="2">57% / 49%</td><td>37% / 43%</td><td>94 / 53</td></tr>
<tr><td>Elev-handlinger</td><td>Forklaringer A/B</td><td>Uforklarte svar A/B</td><td>Delvise svar A/B</td><td>Lærerstyrte svar A/B</td><td>Initiativer A/B</td><td>Antall elev-handlinger A/B</td></tr>
<tr><td>Oppg. 5a</td><td>22% / 38%</td><td>11% / 4%</td><td>23% / 12%</td><td>15% / 18%</td><td>29% / 28%</td><td>73 / 50</td></tr>
</table>

4.5 Oppsummering av analysen av lærer- og elevhandlinger

I denne studien ble totalt 518 lærer- og elevhandlinger registrert i analysene av de tre utvalgte matematiske oppgavene. Under viser Tabell 35 oversikten over lærerhandlingene og Tabell 36 viser elevhandlingene, og for å enklere kunne sammenligne er funnene oppsummert til rammeverkets hovedkategorier. Tabellene inneholder en rad nederst som viser Drageset (2015b) sine funn, ettersom denne studiens funn vil drøftes i lys av disse i diskusjonskapittelet.

Tabell 35: Lærerhandlingene i begge klasser sammenlignet med Drageset (2015b)

Matematisk oppgave	Omdirigerende handlinger A/B	Fremdriftshandlinger A/B	Fokuserende handlinger A/B	Antall lærerhandlinger A/B
2b	- / -	100% / 62%	- / 38%	5 / 45
4b	- / 5%	60% / 71%	40% / 24%	25 / 58
5a	6% / 8%	57% / 49%	37% / 43%	94 / 53
Totalt	5% / 4%	60% / 61%	35% / 35%	124 / 156
Drageset	11%	54%	35%	Ukjent

Et aspekt som kommer frem er hvordan lærerhandlingene totalt sett fordeler seg veldig likt for begge klassene. Helklassesamtalene i 6A og 6B hadde en rekke ulikheter, og ser man på den enkelte oppgave var fordelingen av lærerhandlinger forskjellig for hver av klassene. Det er interessant at selv om læreren beskriver ulikheter i klasseromsmiljøene, og bruker enkelte matematiske oppgaver svært ulikt er fordelingen av det totale handlingsmønsteret lik. De fokuserende handlingene ble funnet å være av særlig betydning for elevenes deltakelse i helklassesamtalene om matematiske oppgaver.

Ser man på elevhandlingene kommer det frem noen forskjeller mellom klasse 6A og 6B. Et mer utfordrende klassemiljø i A-klassen kan være grunnen til lavere andel *forklaringer* og *initiativer*, og høyere andel *uforklarte*, *delvise* og *lærerstyrte svar*. Ulikhetene kan også komme av andre faktorer, for eksempel hvordan de matematiske oppgavene treffer elevgruppen. Det ser ikke ut til at likheten i lærerhandlinger nødvendigvis gir likheter i elevhandlingene, selv om Linell (1998) beskrev samtaler som sosiale interaksjoner der ulike turer påvirker hverandre. Man ser likevel i denne studien at de enkelte turene påvirker hverandre, men disse resultatene antyder at andre faktorer enn lærerhandlingene også påvirker hvilke elevhandlinger som forekommer. I klasse 6B forekom det en større andel elevinitiativer, og rom for *initiativer* ser ut til å gi elevene større muligheter for meningsfull deltakelse i helklassesamtaler om matematiske oppgaver.

Tabell 36: Elevhandlingene i begge klasser sammenlignet med Drageset (2015b)

Matematisk oppgave	Forklaringer A/B	Uforklarte svar A/B	Delvise svar A/B	Lærerstyrte svar A/B	Initiativer A/B	Antall elev-handlinger A/B
2b	33% / 32%	- / 3%	- / 8%	67% / 22%	- / 35%	3 / 37
4b	30% / 19%	- / 12%	13% / 10%	35% / 17%	22% / 42%	23 / 52
5a	22% / 38%	11% / 4%	23% / 12%	15% / 18%	29% / 28%	73 / 50
Totalt	24% / 30%	8% / 6%	20% / 10%	21% / 19%	27% / 35%	99 / 139
Drageset	12%	27%	4%	45%	7%	Ukjent

4.6 Lærerens refleksjoner rundt bruken av matematiske oppgaver i helklassesamtaler

I intervju 2 fikk Mari reflektere både rundt de to utvalgte situasjonene fra helklassesamtalene om 2b og 4b, og rundt spørsmål knyttet til denne studiens tematikk (se vedlegg 2). Samtalen i intervjuet dreide seg i hovedsak om tre temaer, lærerens bruk av matematiske oppgaver, lærerens tanker om de matematiske oppgavene som velges, og brøkundervisning. Ut fra å trekke frem relevante utsagn fra transkripsjonsmateriale ønsker dette delkapittelet å belyse studiens tredje forskningsspørsmål som er knyttet til lærerens refleksjoner rundt bruken av matematiske oppgaver i helklassesamtaler.

I intervjuets del 2 ble lærerens bruk av matematiske oppgaver i helklassesamtaler drøftet. På spørsmål om hvordan læreren inkluderer elevene i de matematiske helklassesamtalene legges det vekt på arbeidet med samtalemiljøet og det å etablere gode normer i klasserommet. I utdraget nedenfor beskriver læreren i korte trekk prosessen med å stegvis innføre gode praksiser for meningsfylte matematiske samtaler. Det var knyttet til hvem som eier kunnskapen, hvem som definerer rett og galt, tenketegn, at elevene skal resonnere og forklare, og at det var rom for feilsvar. Videre i intervjuet sier Mari at hun ikke husker helt alle de ulike praksisene de jobbet med, men at det siste de jobbet med var å kunne stille gode spørsmål. Dette arbeidet ser ut til å gi elevene gode egenskaper til å mestre dialog, og kan knyttes til et ontologisk perspektiv på dialog ved at undervisningen ikke bare skjer *gjennom* dialog, men også *for* dialog (Wegerif et al., 2023).

Intervjuer 1: Så lurer vi på hvordan du legger til rette for elevene sin deltakelse i helklassesamtalene? Hvordan inviterer du de inn? Hvordan har du fått inn rutinene?
Lærer: Begynte med basisen. Hvem eier kunnskapen, hvem som definerer hva som er rett og galt, og tenketegn. Holdt isolert fokus på ulike steg i prosessen, vi ventet til elevene var med på den biten der før vi gikk videre. Det var de som skulle servere en forklaring, det var de som skulle resonnere og tenke, det var de som skulle komme med svar. Og så når det satt, tok vi neste skritt, som var feilsvar.

Mari trekker frem at arbeidet med å skape et godt samtalemiljø er en tidkrevende prosess, som er krevende for læreren å lede. Det kan ved første øyekast se ut som hun gjør mindre i helklassesamtalen ettersom hun ikke tar rollen som matematisk autoritet og kommer med forklaringer. Men hun beskriver at andre lærere som har jobbet med å lede matematiske samtaler på en lignende måte erfarer det som mer krevende enn man tror. Så i tillegg til at det å lede prosessen for elevgruppen med å gjøre dem til kompetente matematiske samtalepartnere er krevende, så er også endringen i lærerrollen krevende. Stein et al. (2008) pekte også på lærerrollen som et av de mest krevende aspektene for å lykkes med matematiske helklassesamtaler. Opsvik og Skorpen (2010) beskrev lærerrollen i en slik undervisningspraksis med betegnelsen tilrettelegger, og Mari beskriver videre i intervjuet hvordan hun tilrettelegger for matematiske helklassesamtaler.

Intervjer 1: Kan du si litt om hva som er dine refleksjoner om hva som er din rolle som lærer?
Lærer: Alle som har prøvd å gå inn i min rolle, de vet jeg at sier i etterkant at det er jobb. Det er to-tre-fire ganger så mye jobb samtidig som det kan se ut som om det bare er halvparten av jobben når diskusjonen først flyter. Fordi det er så mye å være bevisst på, og å dirigere samtalen i rett retning, uten å ta over og definere hva som er sant og ikke sant. Det er en balansegang som krever litt. Jeg vil si at rollen i hovedsak vil bli det å være påkoblet alle elevene, for da å på best mulig måte kunne avgjøre hva som er neste skritt. Hvor mye skal jeg inn, hvor mye skal jeg ut.

Utdraget ovenfor får frem balansegangen i lærerrollen. Mari ønsker å dirigere samtalens retning, men uten å ta fra elevene deres rolle som de som skal komme med forklaringer og matematiske innspill. I dette arbeidet trekker hun frem elevkunnskap, det å kjenne til hvilke elever som kan komme med ulike typer innspill for så å kunne gi ordet til en elev som hun tror kan komme med et passende innspill. Hun beskriver at en del slike avgjørelser må naturligvis gjøres spontant ut fra den kunnskapen hun har om den enkelte elev og situasjonen samtalen er i, men hun trekker også frem planleggingsarbeidet som et avgjørende grunnlag.

Utsagnet nedenfor beskriver planleggingsarbeidet på en måte som kan knyttes til den første av Stein et al. (2008) sine fem praksiser. I delkapittel 4.3.1 viste utdraget i Tabell 23 hvordan flere av praksisene ble brukt på en måte som gjorde at Mari kunne styre den matematiske samtalen på ønsket måte. Praksisen *predikere*, som Mari i utsagnet nedenfor beskriver har trolig også ligget til grunn for evnen hennes til å *observere* elevene i utforskingsfasen i forkant at situasjonen i Tabell 23. Videre i intervjuet uttrykker hun hvordan hun bruker særlig mye tid på å predikere ulike elevsvar, spørsmål og veier helklassesamtalen kan ta, og hvordan hun som lærer skal reagere på disse.

> Intervjuer 1: Så vi lurer på hvordan du forbereder deg på disse samtalene? Og dette med å predikere elevsvar, o.l.
> Lærer: Ja, det varierer litt på innholdet i timene. Sånn som i denne timen, eller for så vidt begge timene, hvor hovedfokuset blir på type en oppgave. Da bruker jeg mye tid på å tenke gjennom hvilke typer situasjoner som kan dukke opp, hvilke type svar som kan komme, og hvilke veier jeg kan trekke ut fra det for å komme meg videre til neste. Så veldig mye tid på å tenke ut spørsmål.

I intervju 2 sin tredje del reflekterer Mari rundt de matematiske oppgavene hun bruker i helklassesamtaler, og starten av samtalen går på hvordan disse introduseres og utforskes. Dette gjøres gjennom at hun har planlagt en effektiv introdusering der en forståelig oppgavetekst leses og et minimum av informasjon gis. Utforskingsfasen beskriver hun at varierer ut fra hvor kjent stoffet er for elevene, slik at de ikke blir sittende for lenge å slite med nytt stoff før de tar en helklassesamtale om det. Hun er også bevisst på å ikke gi for lange utforskingsfaser der elevene føler de har jobbet seg ferdig med oppgaven og har skrudd av før helklassesamtalen starter. Det kan bidra til å unngå det Stein et al. (2008, s. 318) beskriver som «show and tell», der elevene bare presenterer sine ferdige løsningsmåter uten å koble seg på hverandre. Videre forsøkte Mari å beskrive hvordan hun leder samtalen mot viktige aspekter ved den matematiske oppgaven.

> Lærer: Godt spørsmål (ler), det er noe jeg spør meg selv om etter hver time. Hvordan jeg klarer det. Nei, jeg vet faktisk ikke, helt ærlig. Det skjer så intuitivt at det, jeg har ikke en konkret oppskrift på hvordan jeg gjør. Jeg vet at jeg gjentar meg selv mye, og omformulerer meg, sier det på ulike måter og slikt. Og har en vurdering av progresjon, når skal vi gå videre for å holde dem med. For å unngå at noen ramler helt av og halvsover i stolen siden vi har snakket om det samme for lenge. At jeg gir dem nye utfordringer med at de skal forklare det på andre måter, eller om jeg sier at dette er klinkekuler, hva gjør du da? Sette det i en ny kontekst.

Utfordringene med å formulere seg om egen praksis viser til at måten man leder helklassesamtaler på som lærer gjerne blir en innarbeidet undervisningspraksis som man ikke alltid er like bevisst på. Mari beskriver etterpå at samtaletrekk er noe hun bruker for å lede den matematiske samtalen. I tillegg vurderes progresjon, utviding og forenkling av oppgaven kontinuerlig ut fra den elevkunnskapen hun har om klassene, for å hele tiden holde elevene engasjert i den matematiske oppgaven.

Mari trekker også frem et annet grep hun tar for å engasjere elevene med å sikte nivået på oppgavene mot de seks elevene som viser det høyeste matematiske ferdighetsnivået. Dette kan virke utfordrende for de elevene som da ikke mestrer oppgaven, men ut fra observasjonene i klasserommet ser det ut til at dette løses ved korte utforskingsfaser, og at man raskt går over til en felles kunnskapsutvikling om den matematiske oppgaven. Vurderingene Mari gjør på dette området kan trolig knyttes til UOM sitt prinsipp om undervisning på et høyt nivå (Gjære & Blank, 2019). Oppgavens vanskelighetsgrad og vurderinger knyttet til dette kommer videre frem som et av aspektene læreren ser etter og vurderer ved de matematiske oppgavene som brukes i helklassesamtaler.

```
Intervjuer 2: Men hvilke egenskaper ser du etter i
oppgavene? Er det liksom hvor mange løsningsmåter det er i
dem eller hvilke forklaringer eller?
Lærer: Det er jeg alltid bevisst på hvis jeg forenkler en
oppgave hvis det for eksempel er en oppgave om
primtallsfaktorisering at jeg ikke faktisk ødelegger
oppgaven, med dette. At antallet fellesfaktorer forsvinner
eller. Men stort sett så er det det å bygge det på et nivå
som jeg tenker at de klarer, og noen ganger bommer jeg jo
helt og det blir for lett, og andre ganger er det motsatt
at jeg overvurderer hva de får til så har jeg gitt dem
tall som de syns er umulige.
```

I forkant av utdraget ovenfor har Mari beskrevet at hun henter de matematiske oppgavene hun bruker fra læreverket for UOM. Hun har også beskrevet hvordan disse oppgavene ofte forenkles på ulike måter ettersom elevene bare har jobbet med UOM på mellomtrinnet. Hvilke matematiske begreper og tall som er viktige for timens læringsmål, og hvordan oppgaven kan tilpasses for å treffe elevenes proksimale utviklingssoner er aspekter som vurderes.

```
Lærer: Så uten god forståelse for alle ulike måter å
representere brøk på så tror jeg at de sliter med å forstå
ganske mye av det som skjer i brøkregningen. Og det er en
basis den der del av en hel, den funker frem til du
begynner å introdusere liksom at du skal begynne med
ganging og deling inn i brøken, da trenger de det
grunnlaget at brøk har en plass på tallinjen, brøk kan
være mye.
```

Til slutt i intervjuet gjorde Mari noen refleksjoner knyttet til brøkundervisning. De fem aspektene som forskningslitteraturen beskriver blir trukket frem, og Mari savner en større forståelse av brøk som tallstørrelse hos flere av elevene (Bjerke et al., 2013). Hun setter pris på at læreverket legger opp til at de tidlig i brøkundervisningen er innom de ulike aspektene ved brøkbegrepet. En god forståelse av brøkbegrepet legger mye av grunnlaget for videre brøkregning, og i utdraget ovenfor trekker hun særlig frem regneartene multiplikasjon og divisjon. Dette ut fra at mange elever sliter med å forstå at et svar kan bli mindre ved multiplikasjon og større ved divisjon ettersom de tar med seg erfaringer fra heltall inn i brøkregningen (Bjerke et al., 2013). Mari beskriver også ulike misoppfatninger hos elevene som hun møter i undervisningen, hovedsakelig misoppfatninger som kommer av at elevene ser brøken som to heltall og ikke som en egen tallstørrelse. Gjennom samtalen med Mari i intervju 2 kom det dermed frem flere aspekter ved lærerens bruk av matematiske oppgaver i helklassesamtaler i brøkundervisningen som var relevante for denne studien.

5 Diskusjon

I resultatkapittelet ble det presentert ulike interessante funn knyttet til matematiske oppgavers rolle i helklassesamtaler. Disse vil videre drøftes i lys av annen forskning og teori på forskningsfeltet. Diskusjonskapittelet er del i tre delkapitler som henholdsvis drøfter funn tilknyttet hvert av studiens tre forskningsspørsmål. Dermed drøftes hva som kjennetegner de matematiske oppgavene i 5.1, elevenes muligheter for deltakelse belyses i 5.2, og til slutt en diskusjon tilknyttet lærerens refleksjoner i 5.3.

5.1 Kjennetegn ved de matematiske oppgavene som brukes i helklassesamtaler

Gjennom analyser av de ulike aspektene presentert i Tabell 13 har studien gjort funn knyttet til hva som kjennetegner de matematiske oppgavene som brukes i helklassesamtaler i to matematikklasser på 6. trinn. Funnene omhandlet oppgavenes egenskaper, kognitive krav og klassens tidsbruk på oppgavene. Det ble også funnet en ulikhet i antall ulike elever med utsagn i de to klassene, som stemte med utsagnene læreren kom med om klassene i lærerintervjuene. A-klassen hadde ifølge lærerintervjuet et mer utfordrende miljø, og det støttes ved at det var færre ulike elever med utsagn der enn i B-klassen.

I lys av forskningslitteraturen innen dialogiske tilnærminger til undervisning kan dette funnet sies å være av betydning for hvordan helklassesamtalene utarter seg i de to klassene. For eksempel trekker Mercer et al. (2020) frem respektfulle klasseromsmiljø som en avgjørende faktor i dialogisk undervisning. Alexander (2008) sine fem prinsipper for dialogisk undervisning får også frem dette. Ut fra funnene i observasjoner og lærerintervju oppfyller klassene disse prinsippene i ulik grad, der læreren i intervjuene uttrykker en mindre grad av det støttende og det kumulative prinsippet i klasse 6A enn i 6B. I undervisningen uttrykker læreren flere ganger et ønske om større deltakelse i A-klassen, som kan knyttes til det kollektive prinsippet (Alexander, 2008). Mari beskrev i intervju 2 hvordan hun målrettet arbeidet med undervisning *for* dialog, og kanskje har dette arbeidet fungert bedre i B-klassen og mer tid bør brukes på dette i A-klassen? På en annen side viste utdraget i Tabell 17 at den matematiske oppgaven begrenset elevenes deltakelse i klasse 6A, ved at de ikke klarte å løse oppgaven. Dermed kan også bedre tilpassing av de matematiske oppgavene være en fremgangsmåte for å styrke elevdeltakelsen i klasse 6A.

Ved å se på tidsbruken fant denne studien at helklassesamtaler om matematiske oppgaver var en sentral del av lærerens undervisningspraksis. En slik dialogisk undervisningspraksis kan begrunnes ut fra flere steder i læreplanen for matematikkfaget. Blant annet ut fra kjerneelementet «Utforsking og problemløysing» som blir beskrevet som prosesser der diskusjon er redskapet for å komme til en felles matematisk forståelse (Kunnskapsdepartementet, 2019). Tidsbruken i de tre fasene viste mønstre som kjennetegner lærerens bruk av de matematiske oppgavene (Stein et al., 2008). Det ble funnet at lite tid ble brukt i introduksjonsfasen, noe som er i tråd med prinsippet fra UOM om rask gjennomgang av lærestoff (Gjære & Blank, 2019). Utforskingsfasen var av varierende lengde for de ulike oppgavene, men den var ofte kort eller ikke brukt. Læreren uttrykte i intervju 2 på spørsmål om variasjonene i utforskingsfasen at hun bevisst forsøkte å unngå at elevene fikk for lang tid til å jobbe med oppgaven for å unngå ferdigarbeidede tankeprosesser hos elevene. Trolig har også andre vurderinger ligget til grunn for de observerte variasjonene i tidsbruk på de matematiske oppgavene.

Et annet aspekt ved hva som kjennetegner de matematiske oppgavene var antall ulike løsningsmåter og representasjoner som kom frem i helklassesamtalene. Av de analyserte oppgavene var gjennomsnittet for begge klassene mellom en og to for begge disse aspektene (se Tabell 13). I A-klassen kom det frem flere løsningsmåter ved 1 av 11 oppgaver og flere representasjoner ved 6 av 11, mens det i B-klassen kom frem flere løsningsmåter og representasjoner ved 5 av 11 oppgaver. Selv om utvalget er mindre, har disse funnene en del til felles med funn fra Stein og Lane (1996) og Stein et al. (1996).

Stein og Lane (1996) undersøkte data fra fire ulike amerikanske skoler, og fant tydelige variasjoner mellom skolene. Størst forskjell var det i andelen oppgaver der elevene brukte flere løsningsmåter. Ved den første skolen kom det frem flere løsningsmåter for over 75% av de matematiske oppgavene, mens den andre skolen lå på omtrent halvparten av oppgavene slik som B-klassen i denne studien. Andelen oppgaver som ble gjennomført med flere løsningsmåter på de to siste skolene var under halvparten, men likevel ikke like lavt som i A-klassen. Dermed er det interessant å spørre hvorfor de matematiske oppgavene i klasse 6A kjennetegnes av få løsningsmåter? Denne studiens metodiske arbeid er ikke egnet til å gi et fullstendig svar på dette, men trolig spiller både klasseromsmiljøet og tilpassingen av den matematiske oppgaven en rolle i dette.

Resultatene for andelen matematiske oppgaver der elevene brukte flere representasjoner var mer like både i denne studien og i Stein og Lane (1996) sine funn. De fant at de to første skolene hadde en noe større andel med flere representasjoner, mens de to siste skolene lå på omtrent halvparten av oppgavene slik som begge klassene i denne studien. Det at elevene i klasse 6A ved over halvparten av oppgavene kommer med forklaringer som tar i bruk ulike representasjoner kan sies å være et motargument mot klasseromsmiljøet sin påvirkning på deltakelsen. Selv om det kanskje kan kreve større grad av trygghet å komme med en ny løsningsmåte enn å komme med en ny representasjon. At A-klassen oftere kommer med flere representasjoner kan styrke argumentet om at den matematiske oppgaven påvirker elevdeltakelsen ved at elevene i A-klassen sjelden kommer med en ny løsningsmåte, men ofte kommer med figurer eller tabeller som illustrerer den ene løsningsmåten. Dette kan for eksempel komme av en større preferanse for ulike representasjonsformer i elevgruppen i 6A, noe den matematiske oppgaven kan tilpasses. For eksempel ser man i datamaterialet at de gangene Mari inkluderer figurer i oppgaveteksten blir disse oftere tatt i bruk i A-klassen.

Høye kognitive krav pekes på som viktig for produktive helklassesamtaler, og vises til å ha en rekke positive effekter på elevenes matematiske utvikling ut fra forskningslitteraturen (Stein et al., 2008; Stein & Lane, 1996; Tekkumru-Kisa, 2020). Dermed utgjør oppgavenes kognitive krav et sentralt aspekt ved denne studiens funn om hva som kjennetegner de matematiske oppgavene. Gjennom analyser av helklassesamtalene der 12 ulike matematiske oppgaver ble brukt viste resultatene en variasjon i de kognitive kravene helklassesamtalene stilte. Omtrent halvparten av de matematiske oppgavene stilte høye kognitive krav, mens halvparten stilte lave. De vanligste kategoriene var *fremgangsmåter uten sammenhenger*, og *fremgangsmåter med sammenhenger*.

Stein et al. (1996) fant en noe annerledes fordeling når de undersøkte oppgavene slik læreren hadde planlagt dem, da fant de at 74% av de 144 oppgavene var satt opp til å stille høye kognitive krav. Når de undersøkte oppgavene i bruk i klasserommet, slik denne studien har gjort, var andelen betydelig endret til at 33% av oppgavene stilte høye kognitive krav. Det tilsvarer en mindre andel enn det denne studien fant, men Stein og Lane (1996) viser at det var store forskjeller mellom de fire skolene i studien. Den første skolen hadde større andel matematiske oppgaver med høye kognitive krav enn denne studien, mens den andre og tredje hadde noe lavere andel, og den siste skolen hadde en betydelig lavere andel. Ettersom kognitivt krevende oppgaver har blitt mer vektlagt i årene som har gått siden Stein et al.

(1996) sin studie kunne man kanskje forventet en større andel kognitivt krevende oppgaver nesten 30 år senere. Selv om blant annet Smith og Stein (2018) peker på kognitivt krevende oppgaver som et grunnlag for produktive helklassesamtaler ser man i denne studien at oppgaver som stiller lave kognitive krav også kan være viktige bidrag til samtalene. Delkapittel 4.3 beskriver hvordan oppgave 4a er med på å legge grunnlaget for en kognitivt krevende helklassesamtale om oppgave 4b, ved at helklassesamtalen om 4a har sammenhenger til divisjonsaspektet ved brøk.

Tokheim (2015) fant gjennom en lærebokanalyse at det var en større andel matematiske oppgaver som stilte høye kognitive krav i UOM sitt læreverk sammenlignet med to andre læreverker. Hun fant at tre fjerdedeler av oppgavene stilte høye kognitive krav, som tilsvarer en større andel enn det som ble funnet at kjennetegner de matematiske oppgavene i denne studien. Noe av ulikheten kan forklares ut fra Stein og Lane (1996) sine funn om at de kognitive kravene en oppgave stiller kan synke for hver fase oppgaven går gjennom, og denne studien undersøkte oppgavene i den tredje fasen (Tekkumru-Kisa et al., 2020). I tillegg har denne studien bare tatt utgangspunkt i et begrenset antall matematiske oppgaver, som gir en svakhet i sammenlignbarhet med Tokheim (2015) sine funn.

Herleiksplass et al. (2023) fant at læreverket i UOM også bidro til å støtte læreren i arbeidet med å utvikle elevenes matematiske forståelse innenfor multiplikasjon. Det at UOM ser ut til å bidra til å støtte læreren i arbeidet med kognitivt krevende oppgaver kan ha bidratt til at denne studien gjort i kontekst av UOM fant større andel oppgaver kjennetegnet ved høye kognitive krav enn Stein et al. (1996). Samtidig som at UOM bidrar til å støtte undervisning med kognitivt krevende oppgaver påpeker Gjære (2023) at ulike dilemma og spenninger kan oppstå i lærerens arbeid med dette. Hvordan læreren håndterer disse dilemmaene kan påvirke elevenes muligheter for deltakelse og læring, som vil drøftes i videre delkapitler.

Denne studien har en begrensing ved at få matematiske oppgaver ble analysert, og over en kort periode. Adleff et al. (2023) gjennomførte en større studie for å beskrive hva som kjennetegnet den matematiske oppgavebruken i Tyskland, og de analyserte 2490 ulike matematiske oppgaver. Funnene viste at variasjoner i bruk av modeller, problemløsning, representasjoner, symboler, regneoperasjoner og kommunikasjon ledet til variasjoner i den kognitive utfordringen elevene møtte i oppgavene. Noe som viser at det er flere faktorer ved den matematiske oppgaven som påvirker elevenes møte med oppgavene i helklassesamtaler.

Adleff et al. (2023) fant også stor grad av rutineoppgaver, og liten grad av matematikkoppgaver der dypere sammenhenger og forståelse for underliggende matematiske prinsipper ble fremmet. Dette på tross av at tyske læreverk ikke har fremmet en slik fordeling, noe som viser til utfordringen det er for lærere å undervise ved bruk av kognitivt krevende oppgaver. Stein et al. (2008) sin påstand om at læreren har en utfordrende rolle i undervisning ved kognitivt krevende oppgaver ser ut til å stemme fortsatt ut fra både denne studien og Adleff et al. (2023) sine funn. Videre vil elevenes muligheter for deltakelse i denne undervisningen drøftes.

5.2 Elevenes muligheter for deltakelse i helklassesamtaler om matematiske oppgaver

Smith og Stein (2018) plasserer kognitivt krevende matematiske oppgaver som en viktig del av grunnlaget for meningsfylte matematiske samtaler, slik Figur 2 får frem. Forrige delkapittel drøftet dermed hva som kjennetegner dette grunnlaget, som er en underliggende faktor i elevenes muligheter for deltakelse i matematiske helklassesamtaler. Når læreren underviser gjennom matematiske samtaler kommer fire andre undervisningspraksiser frem i Figur 2, som påvirker elevenes muligheter for deltakelse. Disse er lærerens bruk av meningsfulle spørsmål, lærerens evne til å frembringe og ta i bruk elevenes tenking, sammenhenger mellom matematiske representasjoner og produktivt strev i elevenes læring av matematikk (Smith & Stein, 2018). Det vil derfor drøftes i hvilken grad lærerhandlingene støtter disse fire praksisene som inngår i å tilrettelegge for gode matematiske samtaler.

I delkapittel 4.2 bidro analysene av oppgave 2b i hovedsak til å belyse ulikheter mellom de to klassene i studiens utvalg. Felles for begge klassene var at helklassesamtalen om oppgave 2b ble igangsatt ved en effektiv introduksjonsfase bestående av fremdriftshandlinger på en måte som kjennetegnet lærerens bruk av de matematiske oppgavene. Den største ulikheten, som trolig bidro til at helklassesamtalene ble kodet til ulike kognitive krav for de to klassene, var at i A-klassen ble det kun brukt fremdriftshandlinger også i diskusjonsfasen. Slik utdragene i delkapittel 4.2.2 får frem bidro lærerens aktive bruk av fokuserende handlinger i B-klassen til å øke elevenes muligheter for deltakelse i helklassesamtalen. Ved å for eksempel *etterspørre detaljer*, som var den vanligste fokuserende handlingen, pekte læreren på matematiske aspekter ved en elevs løsning slik at de andre elevene lettere kunne bygge videre på det læreren allerede hadde pekt ut. Ut fra dette så det ut til at læreren i større grad brukte praksisen med å frembringe og ta i bruk elevenes tenking i klasse 6B enn i 6A (Smith & Stein, 2018).

I tillegg bidro elevene selv til å øke egne muligheter for deltakelse i B-klassen ved at det var rom for elevinitiativer som både var utforskende og etterspørrende. Som nevnt er lærerhandlingene bare en av faktorene som påvirker ulikhetene i elevenes muligheter for deltakelse i de to klassene. Det er også interessant å spørre hvilke andre faktorer som kan ligge bak funnene, for eksempel den matematiske oppgaven eller klasseromsmiljøet.

Forskningslitteraturen har vist til den matematiske oppgaven som en viktig del av grunnlaget for den matematiske samtalen (Smith & Stein, 2018; Tekkumru-Kisa et al., 2020). I intervju 2 fremmet Mari at en hjelp for elevene i 6A kunne vært å skrive det blandede tallet på utvidet form. En misoppfatning Bjerke et al. (2013) fant at var utbredt blant norske elever på 6. og 7. trinn var at elevene slet med å se en brøk som ett tall, og at de heller så teller og nevner som separate heltall uten å forstå sammenhengen mellom disse. En videreføring av en slik misoppfatning vil være å se et blandet tall enten som tre separate heltall eller som et heltall og en brøk uten sammenheng, men dersom man skriver på utvidet form vil sammenhengen mellom heltallet og brøken tydeliggjøres. Det er mulig at oppgave 2b gav et svakere grunnlag for matematiske samtaler i 6A ved at den ikke traff elevenes proksimale utviklingssone på samme måte i denne klassen grunnet misoppfatningen som læreren senere oppdaget.

På en annen side kan andre faktorer som klasseromsmiljøet også ha spilt en sentral rolle i forskjellene med oppgave 2b. Forskningslitteraturen om dialogisk undervisning viser til klasseromsmiljøet som avgjørende for mulighetene til gode matematiske samtaler (Chapin et al., 2009; Mercer et al., 2020). Som ble trukket frem i delkapittel 4.2.3 pekte Mari på klasseromsmiljøet som avgjørende for hennes lærerhandlinger i helklassesamtalen om oppgave 2b. Et mer utfordrende klasseromsmiljø i A-klassen gjorde at hun styrte samtalen tydeligere der, hun var mindre etterspørrende og hun var mer forsiktig med å slippe til feilsvar ettersom miljøet var mindre trygt for elevene. Dette kan ha vært bakgrunnen for færre fokuserende handlinger og elevinitiativer i 6A. Ut fra dette ser denne studien på klasseromsmiljøet som en underliggende faktor for lærer- og elevhandlinger, som forsterkes ved at disse handlingene videre påvirker hverandre og dermed elevenes muligheter for deltakelse (Linell, 1998).

Selv om klasseromsmiljøet ble sett på som en hindring for at fokuserende handlinger og elevinitiativer fikk gi økte muligheter for elevenes deltakelse i 6A i helklassesamtalen om 2b gav analysen av oppgave 4b andre resultater. 40% av de 25 lærerhandlingene i A-klassen var fokuserende handlinger i arbeidet med 4b, og utdragene i delkapittel 4.3.1 viser økte muligheter for elevdeltakelse i 6A ut fra både fokuserende handlinger og elevinitiativer. Dermed er kanskje den matematiske oppgaven en viktigere underliggende faktor for matematiske samtaler enn klasseromsmiljøet. Læreren trekker i intervju 2 frem at oppgave 4b så ut til å treffe bra i elevenes proksimale utviklingssoner. Hun peker på at det la grunnlaget for en innholdsrik helklassesamtale som stilte høyeste grad av kognitive krav til elevene og gav gode muligheter for deltakelse.

Analysene av helklassesamtalen om oppgave 5a bidro først og fremst til å støtte funnene knyttet til hvordan fokuserende handlinger og elevinitiativer gav elevene muligheter for deltakelse slik som har blitt drøftet i forbindelse med oppgave 2b og 4b. I tillegg kom det frem noen nye aspekter ved lærerens bruk av de matematiske oppgavene i helklassesamtaler. Det var knyttet til lærerens bruk av samtaletrekket *repetere*, og til noen kategorier av lærer- og elevhandlinger (Drageset, 2015b, 2021; Kazemi & Hintz, 2019). Ut fra utdragene der samtaletrekk kommer frem ser det ut til at disse bidrar til helklassesamtalene ved å rette elevenes tanker mot den matematiske oppgaven.

Flere av samtaletrekkene kan gjerne knyttes til fokuserende handlinger, slik som at *gjenta* eller *repetere* ser ut til å bli brukt for å *bemerke* eller rette søkelys på en elevs utsagn. Likevel kan samtaletrekkene vise mer av bredden i hvordan læreren leder elevene i helklassesamtaler, ved at *endre* gjerne kan skje i form av en omdirigerende handling. Trekk som *snu og snakk*, kan knyttes til lærerens initiering av utforskingsfasen der læreren bruker en *åpen fremdriftshandling* til å oppmuntre elevene til å jobbe sammen om den matematiske oppgaven. *Tenketid* er et samtaletrekk som i liten grad fanges opp av Drageset (2015b, 2021) sitt rammeverk. I intervju 2 beskriver Mari at hun aktivt bruker samtaletrekk i arbeidet med å lede helklassesamtalene mot læringsmålene og den matematiske oppgaven. Hun sliter med å konkret beskrive denne praksisen, men det ser ut til at samtaletrekkene og ulike fokuserende handlinger er en innarbeidet del av hennes praksis som bidrar til å frembringe og ta i bruk elevenes tanker på en meningsfull måte (Drageset, 2015b; Kazemi & Hintz, 2019; Smith & Stein, 2018).

Et interessant funn som kom frem i Tabell 35 var at på tross av ulikheter på de enkelte oppgavene fordelte lærerhandlingene seg totalt sett veldig likt i de to klassene. Selv om denne studiens størrelse gir visse begrensninger og svakheter ved sammenligningene kunne interessante aspekter belyses ut fra å se denne studiens funn i sammenheng med Drageset (2015b) sine funn. Fordelingen av lærerhandlingene som ble funnet i denne studien var relativt lik fordelingen funnet av Drageset (2015b), med unntak av at Mari brukte noe sjeldnere omdirigerende handlinger, og oftere fremdriftshandlinger. Denne forskjellen kan komme av at Mari ut fra UOM virket til å verdsette en problemløsende arbeidsmåte der elevene selv oppdaget eventuelle feil eller omveier de valgte (Gjære, 2023). Konteksten og undervisningsmåten Drageset (2015b) sin studie ble gjennomført i var en helt annen enn den UOM-konteksten denne studien er gjort i, og det er derfor overraskende at lærerhandlingene har en lik fordeling. Det fremmer spørsmålet om dette er et generelt mønster for undervisningsarbeid, eller ulike undervisningspraksiser har ulike mønster? Å besvare dette vil kreve videre studier, men det ville være overraskende dersom en så kompleks praksis som matematikkundervisning fulgte et slik systematisk mønster.

Ettersom lærerhandlingene i denne studien tilsynelatende har et lignende mønster som det Drageset (2015b) fant er det interessant at elevhandlingene i Tabell 36 viste store forskjeller. Det kom også frem noen forskjeller mellom klasse 6A og 6B, som kan ha bakgrunn i mulighetene den matematiske oppgaven gir eller i klasseromsmiljøet slik som har blitt drøftet tidligere i dette delkapitlet. Forskjellene mellom de to klassene i denne studien er likevel små sammenlignet med hvor ulike denne studiens resultater er i forhold til Drageset (2015b) sine resultater. Han fant en betydelig høyere andel *lærerstyrte svar* og *uforklarte svar*, og en betydelig lavere andel *forklaringer*, *delvise svar* og *initiativer*. Kanskje gir ulike undervisningspraksiser større utslag i hvilke elevhandlinger som forekommer enn i forskjeller i lærerhandlinger.

Noe av det Drageset (2015b) var interessert i var hvordan de ulike turene i en samtale påvirket hverandre ut fra at Linell (1998) hevdet at samtaler er sosiale interaksjoner der ulike turer påvirker hverandre. Drageset (2015b) fant en slik påvirkning i form av to sirkulære handlingsmønster der det var sammenheng mellom *lærerstyrte svar* og fremdriftshandlinger, og mellom *forklaringer* og fokuserende handlinger. Resultatene fra denne studien peker på at det trolig er flere faktorer enn lærerhandlingene som påvirker hvilke elevhandlinger som forekommer i en helklassesamtale. Dette ut fra at denne studien og Drageset (2015b) fant lignende lærerhandlinger, men ulike elevhandlinger. Av mulige andre faktorer som kan spille inn har den matematiske oppgaven og klasseromsmiljøet blitt drøftet i dette delkapitlet.

5.3 Lærerens refleksjoner

Det ble gjort flere interessante funn fra intervju 2 knyttet til lærerens refleksjoner om matematiske oppgaver i helklassesamtaler. Noe av det som kom frem var lærerens strukturerte arbeid med elevenes kompetanse i matematisk dialog. Mari hadde konkrete mål *for* dialog som elevene ble utfordret på slik at de fikk muligheter for å mestre matematiske samtaler. I tillegg bidro det til et bedre miljø for meningsfulle helklassesamtaler. Det siste elevene jobbet med var å kunne stille gode spørsmål som var presise og tydelige. For eksempel spør Adam i utsagn 5 i Tabell 26 bare helt kort «Hvorfor?», men i dette tilfellet forstår Tobias at han lurer på hvorfor han tror at 9 : 4 = 1 ½ og gir dermed en forklaring. Initiativet Isak kommer med i utsagn 3 i Tabell 24 utgjør et godt eksempel på et mer presist spørsmål, der spesifikke aspekter ved en annen elevs løsningsmåte stilles spørsmål ved. Å arbeide med slike mål ser ut til å gi elevene gode egenskaper til å mestre dialog. Det kan knyttes til et ontologisk perspektiv på dialog ved at undervisningen ikke bare skjer *gjennom* dialog, men også *for* dialog (Wegerif et al., 2023). At læreren gir spesifikke læringsmål til elevene *for* dialog, ser ut til å fremme både elevenes muligheter for deltakelse i helklassesamtaler og klassens muligheter til matematisk læring gjennom dialog.

I intervju 2 beskrev Mari at hun hentet de matematiske oppgavene fra læreverket for UOM. Det er et læreverk som Tokheim (2015) fant at inneholdt flere kognitivt krevende oppgaver. Herleiksplass et al. (2023) fant at de matematiske oppgavene i læreverket gav gode muligheter for å utvikle forståelse for grunnleggende matematiske prinsipper og ikke bare prosedyrelæring knyttet til multiplikasjon. De viste til at læreverket fremmet flere ulike egenskaper ved og forståelser av multiplikasjon. Mari trakk i intervju 2 frem at hun likte at de ulike aspektene ved brøkbegrepet tidlig ble fremmet i læreverket, noe som dermed kan antyde at Herleiksplass et al. (2023) sine funn også gjelder for andre matematiske tema. Om dette er tilfelle kan ikke denne studien slå fast ut fra at bare 12 matematiske oppgaver har blitt analysert, og intervjudata vil være for subjektive for å kunne slå fast en slik påstand. På tross av et lite antall oppgaver har analysene av hva som kjennetegner de matematiske oppgavene i denne studien funnet at flere aspekter ved brøkbegrepet kommer frem i læreverket. For eksempel brøk som tallstørrelse og brøk som svar på divisjon (Bjerke et al., 2013).

I sin studie av utfordrende matematiske oppgaver brukt i undervisningen i kontekst av UOM fant Gjære (2023) tre undervisningsdilemma som kan oppstå. Disse dilemmaene ble utarbeidet fra seks hovedtemaer som ble funnet i fokusgruppeintervju med fire norske lærere. Hovedtemaene som ble drøftet av lærerne var viktigheten av å utfordre elevene, viktigheten av teoretisk kunnskap i UOM, opprettholde progresjon, undervise UOM på «rett» måte, problemløsende tilnærming til matematikkundervisning og å tilpasse undervisningen til alle elevene. Selv om denne studien har et mindre datamateriale enn Gjære (2023) kommer flere av både hovedtemaene og dilemmaene frem i intervju 2.

For eksempel drøfter Mari det første dilemmaet ved flere anledninger, det omhandler balansen med å ikke forklare elevene, men heller la dem oppdage matematikken selv. Hun beskriver denne balansegangen som en sentral utfordring i den lærerrollen hun har i helklassesamtaler om matematiske oppgaver. Gjære (2023) knytter dette dilemmaet til UOM sine prinsipper om rask gjennomgang og at teoretisk kunnskap skal ha ledende rolle, som kan lede til at læreren ønsker å forklare en matematisk viktig løsningsmåte dersom den ikke kommer frem. Dilemmaet knyttes også til to andre hovedtemaer om å ha en problemløsende tilnærming og å undervise UOM på «rett» måte, og Mari ser ut til å verdsette disse aspektene høyere enn de to førstnevnte. Dette ut fra at hun i andre del av intervju 2 sier at dersom en ønsket løsningsmåte ikke kommer frem, vil hun heller vente og dermed miste noe av progresjonen, og heller ta oppgaven opp neste matematikktime dersom løsningsmåten inneholder viktig nok teoretisk kunnskap. Hun argumenterer med at dette gir tid til å vurdere hva som gjorde at løsningsmåten ikke kom frem i den første helklassesamtalen. Deretter kan man gjøre nødvendige justeringer av undervisningen slik at elevene i den neste timen kan oppdage matematikken selv.

Det at hun vektlegger disse ulike hensynene på denne måten er trolig med å styrke arbeidet hun gjør med undervisning *for* dialog. Dersom Mari fremstår som den matematiske autoriteten som kommer med forklaringer vil det risikere å undergrave den rollen hun jobber for at elevene skal ta. Samtidig vil vurderingene hun gjør kunne være mer tidkrevende og utfordrende for læreren. Den matematiske oppgaven vil også spille en viktig rolle ettersom det er gjennom oppgaven og ikke lærerens forklaringer at elevene oppdager nye matematiske begreper og algoritmer.

Lærerens bruk av Stein et al. (2008) sine fem praksiser ble bekreftet i intervju 2. Praksisene *observere*, *utvelge* og *rekkefølge* kom til syne i flere av utdragene i resultatdelen, for eksempel i Tabell 23 der Mari hadde *observert* at Kasper hadde en løsningsmåte som passet bra til å starte diskusjonsfasen. Mari beskriver i intervju 2 hvordan hun bevisst bruker god tid på å *predikere* ulike elevsvar og spørsmål, og at hun planlegger mulige måter hun kan styre samtalen mot ønsket læringsmål i møte med disse. På tross av gode prediksjoner vil det alltid dukke opp uventede elevsvar, og noen av Mari sine refleksjoner rundt denne utfordringen er presentert i delkapittel 4.3.3. Der viste hun til flere positive effekter ved uventede elevsvar i form av at de kan gi motiverende nye utfordringer å bryne seg på for både lærer og elever, og slik gi muligheter for læring og profesjonsutvikling. Utfordringen ligger gjerne i å forstå eleven og utnytte mulighetene for lærerens del, og det vil derfor være viktig å lytte konsentrert til elevsvar uten å farges av egne forståelser. Tiden som brukes på å *predikere* i planleggingsarbeidet vil også kunne gi god øving og nyttige redskaper for å kunne lykkes i spontane valg i arbeidet med helklassesamtaler om matematiske oppgaver.

6 Konklusjon

Studiens funn har belyst flere aspekter ved matematiske oppgavers rolle i helklassesamtaler, både knyttet til hva som kjennetegner disse oppgavene og hvordan læreren bruker oppgavene. I dette kapittelet vil studiens forskningsspørsmål besvares ut fra de funnene som er gjort, før disse vil drøftes kritisk for å belyse studiens begrensninger. Til slutt vil implikasjoner for praksis og videre forskning på området beskrives.

6.1 Svar på studiens forskningsspørsmål

Matematiske oppgaver er i nyere studier på fagfeltet trukket frem som en klasseromsaktivitet som spiller en sentral rolle i matematikkundervisning og er en avgjørende faktor for elevenes læringsmuligheter på ulike matematiske områder (Adleff et al., 2023; McGrane & McCourt, 2020; Tekkumru-Kisa et al., 2020). Tidligere forskning fra blant annet Doyle (1988) og Stein og Lane (1996) la grunnlaget for matematiske oppgaver som et viktig forskningsområde innen matematikkdidaktisk forskning. Stein og Lane (1996) fant at elever som erfarte undervisning ved matematiske oppgaver som stilte høye kognitive hadde større matematisk fremgang sammenlignet med elever som møtte oppgaver som stilte lave kognitive krav. Dette ble et særlig viktig funn for fagområdet og har vært sentralt i forbindelse med denne studiens første forskningsspørsmål (Tekkumru-Kisa et al., 2020).

1. Hva kjennetegner de matematiske oppgavene som brukes i helklassesamtaler i brøkundervisningen?

Ved å undersøke tidsbruken på de matematiske oppgavene ble det funnet at helklassesamtaler om matematiske oppgaver er en sentral del av lærerens brøkundervisning, og utgjør over en fjerdedel av undervisningstiden. Andelen helklassesamtaler der det kom frem flere representasjoner var omtrent halvparten i begge de to klassene i studiens utvalg, men i forhold til løsningsmåter kom det oftere frem flere i klasse 6B. Stein og Lane (1996) fant lignende funn ved noen av de fire skolene de undersøkte, men ingen av skolene hadde så få løsningsmåter som det som kom frem i klasse 6A.

Oppgavenes kognitive krav var en sentral faktor som ble undersøkt, og resultatene var at læreren i studien initierer helklassesamtaler ut fra varierende kognitive krav. Omtrent halvparten av helklassesamtalene om de matematiske oppgavene ble kategorisert til å stille høye kognitive krav, men Tokheim (2015) fant at tre fjerdedeler av de matematiske oppgavene i læreverket UOM stilte høye kognitive krav. Noe av ulikheten fra denne studiens resultater kan komme av at oppgaver med høye kognitive krav har en tendens til at kravene senkes når oppgaven brukes i undervisningen (Stein & Lane, 1996). Funnene om hva som kjennetegner de matematiske oppgavene dannet et grunnlag for studiens videre arbeid med det andre forskningsspørsmålet.

2. Hvilke muligheter for elevenes deltakelse i helklassesamtalene gir oppgavene slik de blir brukt av lærer i brøkundervisningen?

Dette forskningsspørsmålet ble belyst ut fra analyser av lærer- og elevhandlingene som ble brukt i helklassesamtalene om tre strategisk utvalgte matematiske oppgaver (Drageset, 2015b, 2021). Studiens rammeverk gav et detaljert innblikk i helklassesamtalene, og i samtalene om oppgave 2b kom det frem tydelige forskjeller mellom klassene. I A-klassen ledet bruk av fremdriftshandlinger til manglende muligheter for elevdeltakelse, mens i B-klassen ledet både lærerens fokuserende handlinger og at det var et tryggere miljø for elevinitiativer til større muligheter for deltakelse. Ut fra intervjudata, observasjoner og forskningslitteraturen ble klasseromsmiljøet og den matematiske oppgaven undersøkt som viktige underliggende faktorer som påvirket lærer- og elevhandlingene i helklassesamtalen om 2b (Chapin et al., 2009; Mercer et al., 2020; Smith & Stein, 2018; Tekkumru-Kisa et al., 2020).

Analysene av helklassesamtalene om oppgave 4b fant ikke de samme forskjellene, noe som viser til den matematiske oppgaven som betydningsfull faktor, som i dette tilfellet så ut til å påvirke elevdeltakelsen mer en klasseromsmiljøet. Læreren forklarte i intervju 2 at oppgave 2b kunne vært bedre tilpasset brøkforståelsen til elevene i 6A ved å endre oppgaveteksten slik at elever med en misoppfatning knyttet til blandede tall lettere kunne delta. Hun trakk også frem at oppgave 4b traff bra i elevenes proksimale utviklingssoner, og at dette la grunnlaget for en god helklassesamtale om denne oppgaven i begge klassene. Oppgave 5a bidro med et større datamateriale til å støtte funnene om hvordan lærerens fokuserende handlinger og rom for elevinitiativer gav elevene økte muligheter for deltakelse.

Gjennom å sammenligne resultatene fra de 518 registrerte lærer- og elevhandlingene i denne studien med Drageset (2015b) sine resultater dukket det opp et interessant bilde. Selv om det var forskjeller mellom klassene i studien på de enkelte oppgavene var det totale bildet av lærerhandlingene relativt likt, og det samsvarte også i stor grad med de lærerhandlingene Drageset (2015b) fant. Ettersom lærerhandlingene har et lignende mønster er det interessant at elevhandlingene i Tabell 36 viser store forskjeller mellom denne studien og Drageset (2015b) sine funn. Lignende lærerhandlinger, men ulike elevhandlinger i de to studiene peker på at andre faktorer enn lærer- og elevhandlinger påvirker elevenes muligheter for deltakelse i helklassesamtalene. Flere faktorer vil trolig spille inn, men denne studien har sett at klasseromsmiljøet og den matematiske oppgaven er to faktorer som påvirker mulighetene for elevdeltakelse.

3. Hvilke refleksjoner gjør læreren rundt bruken av disse oppgavene i helklassesamtaler i arbeidet med brøk?

Det tredje forskningsspørsmålet ble undersøkt gjennom lærerintervjuer, og denne datakilden har vært et verdifullt supplement til studien. Et aspekt som kom frem i intervju 2 var hvordan læreren har spesifikke læringsmål *for* dialog, og arbeider bevisst mot at elevene skal mestre matematiske samtaler. Dette arbeidet så ut til å bedre elevenes muligheter for deltakelse i matematiske helklassesamtaler. Flere av utsagnene i intervju 2 kan knyttes til UOM, og læreren trakk frem flere aspekter ved bruken av matematiske oppgaver i helklassesamtaler som kan knyttes til både dilemmaene og hovedtemaene som Gjære (2023) fant. Særlig dilemmaet med hvor mye man skal forklare som lærer, og Mari var tydelig på at hun verdsatte en problemløsende arbeidsmåte der elevene selv skulle oppdage løsningsmåtene. Dermed har de matematiske oppgavene en viktig rolle i en slik undervisningspraksis, ved at de er konteksten der elevene skal møte matematiske begreper og algoritmer. Herleiksplass et al. (2023) fant at læreverket i UOM støtter elevenes utvikling av en dypere forståelse for multiplikasjon, og Mari trakk i intervjuet frem læreverket som støttende i arbeidet med å gi elevene en dypere forståelse for brøkbegrepet.

To andre aspekter som kom frem fra lærerens refleksjoner var lærerens bruk av samtaletrekk og Stein et al. (2008) sine fem praksiser i arbeidet med å lede helklassesamtaler om matematiske oppgaver (Kazemi & Hintz, 2019). Samtaletrekk kom frem som en viktig del av lærerens evne til å lede elevene i å jobbe med den matematiske oppgaven i helklassesamtalene. De kom frem som en innarbeidet del av hennes praksis som bidrar til å frembringe og ta i bruk elevenes tanker på en meningsfull måte (Kazemi & Hintz, 2019; Smith & Stein, 2018). Ut fra spørsmål om planleggingsarbeidet trakk Mari frem praksisen *predikere*, på en måte som fremhevet hvordan denne praksisen legger grunnlaget for hennes videre bruk av de påfølgende praksisene (Stein et al., 2008).

6.2 Kritisk drøfting av studiens funn

Et kritisk blikk på funnene og deres gyldighet til å besvare forskningsspørsmålene er viktig for å være klar over studiens begrensninger, og for å kunne tolke studien riktig. Studien har hatt form som en case-studie og gjort analyser av video- og lydopptak fra undervisningen til en matematikklærer i to ulike klasser på 6. trinn i to uker. I tillegg er det gjennomført lærerintervju. En faktor som Silverman (2024) viser til at kan påvirke troverdigheten til en studies funn er forskerens bias, og en svakhet denne studien har på dette området er at jeg som forsker har vært alene om kodingsarbeidet. Veileder har også fått innsikt i hvordan datamaterialet er tolket, men dersom flere hadde samarbeidet om tolkningen i analysearbeidet ville det ha begrenset mulighetene for påvirkning av forskerens bias. For å veie opp for denne mulige svakheten har studien forsøkt å være tydelig og gjennomsiktig i forhold til de tolkninger som er gjort, blant annet ved å inkludere flere utdrag fra transkripsjonsmaterialet med tilhørende koder. Som forsker har jeg også forsøkt å være bevisst på eventuelle oppfatninger eller forventninger som kan påvirke studiens funn.

En begrensing ved sammenlignbarheten og overførbarheten til studiens funn kommer av et begrenset datamateriale. For eksempel kan forskjellen i andelen matematiske oppgaver med høye kognitive krav sammenlignet med Tokheim (2015) sine funn skyldes at denne studien bare har undersøkt hva som kjennetegner et begrenset utvalg på 12 matematiske oppgaver. Lærer- og elevhandlingene ble bare analysert ut fra tre av disse oppgavene, slik at en større analyse i samme kontekst som denne studien kunne ha gitt andre resultater.

En annen mulig svakhet ved funnene er forskerens påvirkning på konteksten (Silverman, 2024). Klasseromsmiljøet blir i denne studien belyst som en sentral underliggende faktor for elevenes muligheter til deltakelse i helklassesamtalene. Det at en gruppe forskere var til stede i undervisningen kan ha påvirket klasseromsmiljøet til en viss grad, noe særlig elevene i A-klassen uttrykte. En annen begrensning ved studien kan være at elevperspektivet i helklassesamtaler om matematiske oppgaver ikke er grundig undersøkt. Å undersøke elevenes opplevelse av de matematiske oppgavene kunne vært et interessant tema for videre studier på området.

Et siste aspekt som her vil kritisk vurderes ved studien er valget av rammeverk. Drageset (2015b, 2021) sitt rammeverk ble ansett som et nyttig analyseverktøy ettersom det inneholdt detaljerte koder for lærerens og elevenes handlinger i helklassesamtaler. Disse handlingene var relevante å undersøke for å få svar på hvilke muligheter for elevdeltakelse de matematiske oppgavene gir. Likevel kan det også argumenteres for at et slikt rammeverk gir et begrenset blikk på de dataene man undersøker. Det begrensede blikket er en styrke for studien ettersom det muliggjør et spisset søkelys på enkelte områder, men man bør være bevisst på svakheten ved at enkelte områder havner utenfor søkelyset.

For eksempel fanger ikke rammeverket opp lærerens bevisste venting og rolige tempo i deler av helklassesamtalene. Samtaletrekket *tenketid* belyste denne lærerhandlingen i enkelte tilfeller, men dette aspektet ved lærerens praksis ble ikke grundig undersøkt ettersom den ikke ble fanget opp i rammeverket. Andre valg som studien har gjort, som valget av de tre oppgavene eller valget med å kun undersøke de matematiske oppgavene som hadde helklassesamtaler tilknyttet, har også bidratt til å snevre inn forskerens blikk på matematikkundervisningen. Dermed har studien forsøkt å være gjennomsiktig, systematisk og tydelig i de valg som er gjort.

6.3 Implikasjoner for videre praksis og forskning

Gjennom å besvare tre forskningsspørsmål har denne studien forsøkt å belyse matematiske oppgavers rolle i helklassesamtaler. Funnene har vist at de matematiske oppgavene i datamaterialet kjennetegnes av varierte egenskaper og kognitive krav, og at det var flere forskjeller mellom de to klassene i studiens utvalg. Litt over halvparten av de matematiske oppgavene som ble brukt i helklassesamtaler ble kategorisert til å stille høye kognitive krav. Analysene av lærer- og elevhandlingene pekte på lærerens fokuserende handlinger og at det var rom for elevinitiativer som viktige faktorer for elevenes muligheter for deltakelse. Det ble også antydet at den matematiske oppgaven og klasseromsmiljøet kan være underliggende faktorer som påvirker hvilke lærer- og elevhandlinger som blir brukt.

Disse funnene kan fremme en praksis der læreren er bevisst på den matematiske oppgavens rolle som grunnlaget for helklassesamtalen, og jobber med å tilpasse denne til elevene og læringsmålene. Prediksjoner av elevsvar, spørsmål og mulige retninger helklassesamtalen har også kommet frem som en viktig læreroppgave. I selve helklassesamtalene har funnene fremmet at læreren bevisst vektlegger fokuserende handlinger i forhold til ønsket matematisk innhold, i tillegg til at læreren jobber med å skape et trygt klasseromsmiljø i tråd med Alexander (2008) sine prinsipper for dialogisk undervisning.

Selv om funnene bidro til å rette søkelys på enkelte aspekter ved matematiske oppgavers rolle i helklassesamtaler dukket det også opp en rekke nye spørsmål som vil kreve videre forskning. Som nevnt ville elevenes perspektiver på helklassesamtaler om matematiske oppgaver gi verdifull informasjon om denne undervisningspraksisen. Et annet spørsmål som kom frem i forskningsarbeidet var hva som ledet til ulikheter i lærer- og elevhandlinger. Studien antydet at den matematiske oppgaven og klasseromsmiljøet spiller en rolle, men en grundigere studie av hva som ledet til forskjellene i lærer- og elevhandlinger kunne vært et nyttig bidrag. En slik studie, som gjerne kunne vært basert på et større datamateriale enn denne studien kunne også belyst hvorfor det ble observert større forskjeller i elevhandlinger enn i lærerhandlinger. Det kunne gitt større innsikt i klasseromsmiljøets rolle i helklassesamtaler.

Flere studier av matematiske oppgavers rolle i helklassesamtaler i ulik kontekst eller som tar i bruk andre metoder vil kunne gi en bedre forståelse av denne sentrale undervisningspraksisen. Denne studien vil fremme at matematiske oppgavers rolle i helklassesamtaler er et viktig felt for videre matematikkdidaktisk forskning i Norge ut fra at læreplanen i matematikk flere steder fremmer dialogisk undervisning (Kunnskapsdepartementet, 2019). Dermed vil økt kompetanse på dette området kunne gi lærere nyttige redskaper for å lede undervisning der elevene har større muligheter for deltakelse og matematisk læring.

Referanseliste

Adleff, A.-K., Ross, N., König, J. & Kaiser, G. (2023). Types of mathematical tasks in lower secondary classrooms in Germany. *Educational Studies in Mathematics*, *114*(3), 371–392. https://doi.org/10.1007/s10649-023-10254-9

Alexander, R. J. (2008). *Towards dialogic teaching: Rethinking classroom talk* (4. utg.). Dialogos.

Auestad, K. (2023). *Fokus på matematiske oppgaver i helklassesamtaler*. (Paper i emnet MGL4122). Universitetet i Stavanger.

Backe-Hansen, E. (2023, 20. november). *Når barn og unge deltar i forskning*. De nasjonale forskningsetiske komiteene. https://www.forskningsetikk.no/ressurser/fbib/bestemte-grupper/barn/

Bakhtin, M. M., McGee, V., Holquist, M. & Emerson, C. (1987). *Speech genres and other late essays*. University of Texas Press.

Bakker, A., Smit, J. & Wegerif, R. J. Z. (2015). Scaffolding and dialogic teaching in mathematics education: introduction and review, *ZDM - Mathematics Education, 47*(7), 1047−1065. https://doi.org/10.1007/s11858-015-0738-8

Bjerke, A. H., Eriksen, E., Rodal, C. & Ånestad, G. (2013) Når brøk ikke er tall – Eksempler på misoppfatninger knyttet til brøk som tallstørrelse. I I. Pareliussen, B. B. Moen, A. Reinertsen & T. Solhaug (Red.), *FoU i praksis 2012 conference proceedings* (28–36). Tapir akademisk forlag.

Bjuland, R., Jakobsen, A. & Munthe, E. (2014). Muligheter og begrensninger for studenters læring i praksisopplæring –eksempel fra en førveiledningsdialog i matematikk. *Nordic Studies in Mathematics Education*, *19*(1), 53–73.

Blank, N., Melhus, K., Tveit, C. & Moe, G. I. (2014). Utviklende opplæring i matematikk. *Utdanning*, 13(22), 50–53.

Braithwaite, D. W., Leib, E. R., Siegler, R. S. & McMullen, J. (2019). Individual differences in fraction arithmetic learning. *Cognitive Psychology*, 112, 81–98. https://doi.org/10.1016/j.cogpsych.2019.04.002

Bæck, U.-D. K. (2012). Om sosiale prestasjonsforskjeller i skolen og den sosiale konstruksjonen av intelligente barn. *Norsk Pedagogisk Tidskrift*, *95*(6), 412–423. https://doi.org/10.18261/ISSN1504-2987-2011-06-02

Cai, J., Hwang, S., Melville, M. & Robison, V. (2023) Theory for teaching and teaching for theory: Artifacts as tangible entities for storing and improving professional knowledge for teaching. I A.-K. Praetorius & C. Y. Charalambous (Red.), *Theorizing teaching*. (s. 225–251). Springer Nature. https://doi.org/10.1007/978-3-031-25613-4

Chapin, S. H., O'Connor, C. & Anderson, N. C. (2009). *Classroom discussions: Using math talk to help students learn* (2. utg.). Math Solutions.

Cohen, D. K. & Ball, D. L. (2000). Instructional innovation: Reconsidering the story. Paper presented at the meeting of the American Educational Research Association.

Dalland, O. (2020). *Metode og oppgaveskriving*. (7.utg.). Gyldendal Norsk Forlag.

Demirci, C. S. & Baki, A. (2023). Characterizing mathematical discourse according to teacher and student interactions: The core of mathematical discourse. *Journal of Pedagogical Research*, *7*(4), 144–164. https://doi.org/10.33902/JPR.202321852

Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora (NESH). (2021, 16. desember). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap og humaniora.* https://www.forskningsetikk.no/retningslinjer/hum-sam/forskningsetiske-retningslinjer-for-samfunnsvitenskap-og-humaniora/

Deringöl, Y. (2019). Misconceptions of primary school students about the subject of fractions. *International Journal of Evaluation and Research in Education*, *8*(1), 29–38. https://doi.org/10.11591/ijere.v8i1.16290

Doyle, W. (1983). Academic work. *Review of Educational Research*, *53*(2), 159–199. https://doi.org/10.3102/00346543053002159

Doyle, W. (1988). Work in mathematics classes: The context of students' thinking during instruction. *Educational Psychologist*, *23*(2), 167–180. https://doi.org/10.1207/s15326985ep2302_6

Drageset, O. G. (2014). Redirecting, progressing, and focusing actions—a framework for describing how teachers use students' comments to work with mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, *85*(2), 281–304. https://doi.org/10.1007/s10649-013-9515-1

Drageset, O. G. (2015a). Different types of student comments in the mathematics classroom. *The Journal of Mathematical Behavior*, *38*, 29–40. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2015.01.003

Drageset, O. G. (2015b). Student and teacher interventions: a framework for analysing mathematical discourse in the classroom. *Journal of Mathematics Teacher Education, 18*(3), 253-272. https://doi.org/10.1007/s10857-014-9280-9.

Drageset, O. G. (2021). Exploring student explanations: What types can be observed, and how do teachers initiate and respond to them? *Nordic Studies in Mathematics Education*, *26*(1), 53-72.

Eun, B. & Lim, H-S. (2009). A sociocultural view of language learning: The importance of meaning-based instruction. *TESL Canada Journal*, *27*(1), 12−26. https://doi.org/10.18806/tesl.v27i1.1031

Flyvbjerg, B. (2006). Five misunderstandings about case-study research. *Qualitative Inquiry*, *12*(2), 219–245. https://doi.org/10.1177/1077800405284363

Flyvbjerg, B. (2011). Case study. I N. K. Denzin & Y. S. Lincoln (Red.), *The Sage handbook of qualitative research* (4. utg., s. 301−316). Sage.

Gjære, Å. (2023). Challenges of teaching with challenging tasks: Teaching dilemmas arising from implementing a reform-oriented approach to primary mathematics. *Mathematics Teacher Education and Development*, *25*(2). https://hdl.handle.net/11250/3119530

Gjære, Å. L. & Blank, N. (2019). Teaching mathematics developmentally: Experiences from Norway. *For the Learning of Mathematics*, *39*(3), 30–35. https://flm-journal.org/Articles/1DF572F5733488DBCBB426297877A1.pdf

Hansen, N., Jordan, N. C., Fernandez, E., Siegler, R. S., Fuchs, L., Gersten, R. & Micklos, D. (2015). General and math-specific predictors of sixth-graders' knowledge of fractions. *Cognitive Development*, *35*(C), 34−49. https://doi.org/10.1016/j.cogdev.2015.02.001

Herleiksplass, N.-J., Freiman, V. & Bjuland, R. (2023). Exploring the structure of multiplication tasks in Norwegian textbooks within a developmental approach. I *Thirteenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME13)* (Nr. 11). Alfréd Rényi Institute of Mathematics; ERME.

Howe, C. & Littleton, K. (2010). *Educational dialogues: Understanding and promoting productive interaction*. Routledge.

Kazemi, E. & Hintz, A. (2019). *Målrettet samtale: Hvordan strukturere og lede gode, matematiske diskusjoner*. Cappelen Damm AS.

Kleve, B. (2010). *Brøkundervisning på barnetrinnet: Aspekter av en lærers matematikkunnskap*. https://doi.org/https://doi.org/http://www.adno.no/index.php/adno/article/view/113/144

Kleven, T. A. & Hjardemaal, F. (2018). *Innføring i pedagogisk forskningsmetode: En hjelp til kritisk tolking og vurdering*. Fagbokforlaget Vigmostad & Bjørke AS.

Kunnskapsdepartementet. (2019). *Læreplan i matematikk 1. –10. trinn (MAT01-05)*. Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. https://data.udir.no/kl06/v201906/laereplaner-lk20/MAT01-05.pdf?lang=nno

Lamon, S. J. (2007). Rational numbers and proportional reasoning: Toward a theoretical framework. I F. K. Lester Jr. (Red.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (s. 629–667). Information Age Publishing.

Liljedahl, P. (2021). *Building thinking classrooms in mathematics, Grades K-12: 14 teaching practices for enhancing learning*. Corwin Press.

Linell, P. (1998). *Approaching Dialogue*. John Benjamins Publishing Company.

Mason, J. & Johnston-Wilder, S. (2004). *Designing and using mathematical tasks*. Tarquin.

Maxwell, J. A. (2009). Designing a qualitative study. I L. Bickman & D. J. Rog (Red.), *Handbook of applied social research methods* (2. utg., s. 214–250). Sage.

McGrane, C. & McCourt, M. (2020). *Mathematical tasks*. John Catt Educational.

Mercer, N., Wegerif, R. & Major, L. (2020). *The Routledge international handbook of research on dialogic education*. Routledge. https://doi.org/10.4324/9780429441677

Moe, G. I. & Moe, S. (2016). Utviklende opplæring i matematikk – utfordringer for læreren. *Bedre skole*, *16*(4). https://utdanningsforskning.no/artikler/2016/utviklende-opplaring i-matematikk--utfordringer-for-lareren/

Mortimer, E. & Scott, P. (2003). *Meaning making in secondary science classrooms*. McGraw-Hill Education.

Postholm, M. B. & Jacobsen, D. I. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanningen*. Cappelen Damm Akademisk.

Praetorius, A.-K. & Charalambous, C. Y. (2023). *Theorizing teaching*. Springer Nature. https://doi.org/10.1007/978-3-031-25613-4

Rennemo, M. G. & Søvik, W. L. & Meberg. L. K. O. (2018). Utviklende matematikklæring. *Tangenten – tidsskrift for matematikkundervisning*, *29*(1), 15–20.

Resnick, L. B., Asterhan, C. S. C. & Clarke, S. N. (2015). *Socializing intelligence through academic talk and dialogue*. American Educational Research Association.

Rowland, T., Huckstep, P. & Thwaites, A. (2005). Elementary teachers' mathematics subject knowledge: The knowledge quartet and the case of Naomi. *Journal of Mathematics Teacher* Education, 8, 255–281.

Schoenfeld, A. H. (2016). Research in mathematics education. *Review of Research in Education*, *40*(1), 497–528. https://doi.org/10.3102/0091732X16658650

Shvarts, A. & Bakker, A. (2019). The early history of the scaffolding metaphor: Bernstein, Luria, Vygotsky, and before. *Mind, Culture and Activity*, *26*(1), 4–23. https://doi.org/10.1080/10749039.2019.1574306

Siegler, R. S. & Lortie-Forgues, H. (2015). Conceptual knowledge of fraction arithmetic. *Journal of Educational Psychology*, *107*(3), 909-918. https://doi.org/10.1037/edu0000025

Siegler, R. S., Thompson, C. A. & Schneider, M. (2011). An integrated theory of whole number and fractions development. *Cognitive Psychology*, *62*(4), 273−296. https://doi.org/10.1016/j.cogpsych.2011.03.001

Silverman, D. (2024). *Interpreting qualitative data*. Research (7. utg.). Sage.

Skorpen, L. B. & Opsvik, F. (2010). Lærar som kontrollør versus tilretteleggjar i matematikkundervisning. *Norsk Pedagogisk Tidskrift*, *94*(3), 219–230. https://doi.org/10.18261/ISSN1504-2987-2010-03-04

Smith, M. S. & Stein, M. K. (1998). Selecting and creating mathematical tasks: From research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3, 344−350.

Smith, M. & Stein, M., K. (2018). *5 practices for orchestrating productive mathematics discussion*. National Council of Teachers of Mathematics.

Stein, M. K., Eagle, R. A., Smith, M. S. & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical thinking and learning*. *10*(4), 313−340. https://doi.org/10.1080/10986060802229675

Stein, M. K., Grover, B. W. & Henningsen, M. (1996). Building student capacity for mathematical thinking and reasoning: An analysis of mathematical tasks used in reform classrooms. *American Educational Research Journal*, *33*(2), 455−488.

Stein, M. K. & Lane, S. (1996). Instructional tasks and the development of student capacity to think and reason: An analysis of the relationship between teaching and learning in a reform mathematics project. *Educational Research and Evaluation: An International Journal on Theory and Practice*, *2*(1), 50−80.

Kisa, M. T. & Stein, M. K. (2015). Learning to see teaching in new ways: A foundation for maintaining cognitive demand. *American Educational Research Journal*, *52*(1), 105–136. https://doi.org/10.3102/0002831214549452

Tekkumru-Kisa, M., Stein, M. K. & Doyle, W. (2020). Theory and research on tasks revisited: Task as a context for students' thinking in the era of ambitious reforms in mathematics and science. *Educational Researcher*, *49*(8), 606–617. https://doi.org/10.3102/0013189X20932480

Thagaard, T. (2018). *Systematikk og innlevelse: En innføring i kvalitative metoder* (5. utg.). Fagbokforlaget.

Tokheim, E. H. (2015). *En analyse av tre norske læreverk i matematikk for 1. trinn*. [Masteroppgave, Universitetet i Stavanger]. UiS Brage. https://uis.brage.unit.no/uis-xmlui/handle/11250/299385

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Harvard University Press.

Walshaw, M. & Anthony, G. (2008). The teacher's role in classroom discourse: A review of recent research into mathematics classrooms. *Review of Educational Research*, *78*(3), 516–551. https://doi.org/10.3102/0034654308320292

Webb, N. M., Franke, M. L., Ing, M., Johnson, N. C. & Zimmerman, J. (2020). The details matter in mathematics classroom dialogue. I N. Mercer, R. Wegerif & L. Major (Red.), *The Routledge international handbook of research on dialogic education*. (s. 530−546). Routledge. https://doi.org/10.4324/9780429441677

Wegerif, R. (2019). *Dialogic education*. I Oxford Research Encyclopedia of Education. https://doi.org/10.1093/acrefore/9780190264093.013.396

Wegerif, R., Shi, S., Rubio-Jimenez, A., Long, Y. Liu, Q. & Chang, C. C. (2023). Dialogic education: Tensions and dilemmas. *International Encyclopedia of Education 4th Edition*. Elsevier.

Wells, G. (1999*). Dialogic inquiry: Towards a sociocultural practice and theory of education*. Cambridge University Press.

Wæge, K. (2015). Samtaletrekk - redskap i matematiske diskusjoner. *Tangenten*, *26*(2), 22–27.

Liste over vedlegg

Vedlegg 1: Intervjuguide til intervju 1

Lærerintervjuet:

Innledende spørsmål

1. Hvordan vil du beskrive **klassemiljøet** i klassene du underviser i matematikk?
   a. Hvordan har du/dere jobbet med dette?
   b. Faglig nivå? Differensiering/tilpassing?

Spørsmål om klasseromsdiskusjon, samtaler

1. Hvordan velger du hvem som skal få svare når flere rekker opp hånda?
2. Hvordan tar du stilling til det å bekrefte/avkrefte elevenes svar?
3. Må elevene begrunne svarene sine/argumentere for svarene sine? I så fall hvordan får du de til å gjøre dette?
2. Oppfordrer du elevene til å kommentere andre elevers svar/løsninger? Hvordan?
3. Bruker du kontrollspørsmål? Eventuelt når og hvordan? Eksempel start/slutt av timen.
4. Hvilke typer spørsmål stiller du for å få elevene til å reflektere/tenke seg godt om?

Spørsmål om forberedelse, tilrettelegging og undervisning

1. Hva gjør du for å tilrettelegge og tilpasse undervisningen for elever på ulike nivå?
   a. Hvordan tilrettelegger du for elever som har lite interesse for matematikkfaget?
   b. Kan du gi noe konkrete eksempler som en kan bruke for å styrke elev motivasjon for faget?
   c. Hvordan sørger du for at alle elevene får en utvikling i faget?
2. Hvordan er elevengasjementet i klassene nå i år i forhold til i fjor?
   a. Hvordan har du jobbet for å øke elevenes engasjement i timen? Har du noen konkrete eksempler?
3. Hvilke ressurser bruker du for å finne/lage oppgaver?
5. Hvor mye tid bruker du til refleksjon/evaluering etter undervisning? Gjerne i forhold til forberedelser.

Spørsmål om brøk

1. Hvilke utfordringer har du opplev knyttet til innføring av brøk?

Generelle oppfølgingsspørsmål:

l.Kan du gi et eksempel?
li.Kan du si litt mer om det?
lii.På hvilken måte …?
liii.Hvis jeg forsto deg rett, så sa du at …
liv.Hva legger du i…?

Vedlegg 2: Intervjuguide til intervju 2

Intervjuguide til lærarintervju

Kort introduksjon av masteroppgåvene:
Eg heiter XX og skal skrive masteroppgåve om dei matematiske oppgåvene som vert brukt i heilklassesamtalar. Eg vil undersøke kva som kjenneteiknar dei oppgåvene og korleis ein som lærar kan bruke oppgåvene og legge opp til elevane si deltaking i heilklassesamtalar om dei. Eg heiter YY og skal skrive masteroppgåve om matematiske samtalar. Fokuset mitt vil vere å sjå på korleis læraren leiar elevane gjennom samtalane og korleis lytteperspektivet kommer til uttrykk i undervisninga til læraren.

Del 1 (20 min)
Først vil me visa to situasjonar, og ynskjer at du reflekterer litt rundt desse. Deretter vil me stilla nokre spørsmål meir retta mot tematikken i dei to masteroppgåvene.

Situasjon 1:
- Me beskriv konteksten: Oppgåva er “Prøv å gjere om til uekte brøk. 2 ¾” Den arbeida elevane med i slutten av timen på tysdagen og vert drøfta tidleg i onsdagstimen. (Lærar får eit ark med eit skjermbilde tavla med oppgåva og løysingane, i tillegg til transkripsjon av situasjonen)
- Viser ei interessant episode i 6B: 20.09.2023, 10:40 - 12:10. “Har du eit fordi?”

Spørsmål til situasjon 1:
1. Kva tankar gjer du deg når du ser denne undervisningssituasjonen?
2. Var det noko du la ekstra merke til med situasjonen?
3. Me la merke til at denne oppgåva fekk fram ein del interessant elevtenking i B-klassen som me såg, men i A-klassen var det berre ein elev som kom med ei fin forklaring utan at andre elevar vart med. Kan du sei noko om dette, var det noko som kunne vore annleis med oppgåva eller bruken av oppgåva?

Situasjon 2:
- Me beskriv kontekst: Oppgåva er “Fyll inn talet som manglar. 9 : ? = 1 ½” Det er andre oppgåve i måndagstimen når det nærmar seg pause står fleire løysingar på tavla, blant anna to som gjev rett svar, du ønsker at klassen skal kome fram til ei felles forståing av oppgåva. (Lærar får eit ark med eit skjermbilde tavla med oppgåva og løysingane, i tillegg til transkripsjon av situasjonen)
- Viser ei interessant episode i 6B: 25.09.2023, 30:15 - 33:00.

Spørsmål til situasjon 2:
1. Kva tankar gjer du deg når du ser denne undervisningssituasjonen?
2. Var det noko du la ekstra merke til med situasjonen?
3. Me la merke til at du utbryter “aha, vent, vent, vent, sjå kva han gjer no.” Kan du seie noko om dette? Hadde du predikert denne oppgåva på førehand, eller gjekk du inn i timen utan?

4. Me la merke til at denne oppgåva fekk fram mange ulike svar, kva tenker du var grunnen til det?

Del 2 Heilklassesamtalar: (Karianne stiller spørsmåla) (12 min)

1. Korleis førebur du deg på heilklassesamtalar? Predikerer du elevsvar på oppgåvene? Løysar dykk nokon gong oppgåver saman som du ikkje har førebudd deg på?
2. Korleis legg du til rette for elevane si deltaking i heilklassesamtalen? (Korleis blei klassemiljøet slik, korleis få inn slike rutinar?) (Dei fem praksisane, einig teikn, samtaletrekk)
3. Kva refleksjonar gjer du når du vel kven av elevane som skal få kome med innspel? (Rekkefølge, tilfeldig? Sirkulere rundt i rommet. Misoppfatninger og feil svar.)
4. Kva lytter du etter når elevane presenterer sine strategiar? (Dei predikerte elevsvara, metodar du ynskjer skal kome fram i diskusjon rundt oppgåva, eller prøvar du å setja deg inn i elevane sine tankar/metodar/strategiar?)
5. Kva er din rolle som lærar i heilklassesamtalar? (Elev- eller lærarstyrt samtale, forskjell i dei to klassane)

Del 3 (Kristian stiller spørsmåla) (12 min)

Då vil eg spørje nokre spørsmål i forhold til oppgåvane som vert brukt og litt om brøk sidan det var temaet elevane jobba med. Me har kanskje vore litt innom noko av dette allereie, så eg skal prøve å ikkje gjenta.

Om oppgåvane som vert brukt i heilklassesamtalane: (8 min)

1. I forhold til korleis du bruker du oppgåvar i heilklassesamtalar:
    a. Korleis vert oppgåvane introduserte og igangsette?
    b. Korleis lar du elevane arbeide med og utforske oppgåvene? (Kvifor får dei/får dei ikkje tid til å løysa oppgåva sjølv først?)
    c. Korleis bruker du sjølve oppgåva i heilklassesamtalen? (Korleis opprettheld du fokuset på oppgåva i heilklassesamtalen? Korleis løyser de oppgåvane i felleskap i heilklassesamtalen? Korleis vert diskusjonen avslutta?)
2. I forhold til kva refleksjonar du gjer rundt dei oppgåvane du vel i timane:
    a. Kva eigenskapar ser du etter i oppgåvane? Eksempel: Fleire representasjonar, fleire løysingsmåtar, krav til forklaring.
    b. Kva refleksjonar gjer du i forhold til vanskegrad? Kva slags elevtenking krever oppgåvane? Eksempel: memorering eller problemløysing?
    c. Kva refleksjonar gjer du i forhold til elevdeltaking når du vel oppgåver?
    d. Kva refleksjonar gjer du rundt kva matematiske prinsipp elevane møter i oppgåva?
3. Korleis finn du oppgåvane? Kjem alle frå læreboka om utviklande opplæring?

Om brøkundervisning: (4 min)

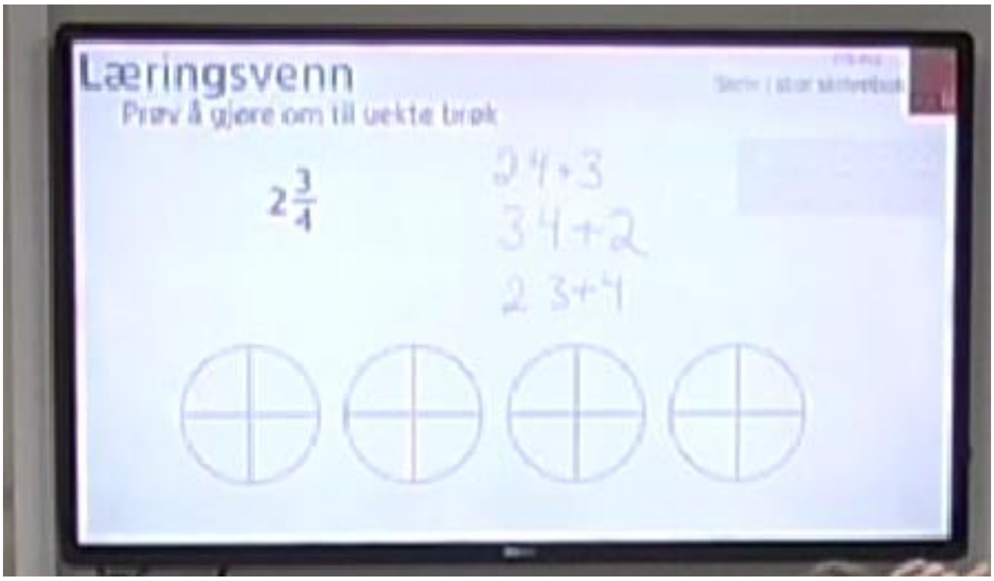
1. Korleis går du fram for å gje elevane ei djupare forståing av brøkbegrepet?
    a. Kva tankar gjer du deg i forhold til variasjon i representasjonar av brøkbegrepet? Eksempel: Brøk som: del av ein heil, kvotient, forholdstal, operator eller talstorleik.
    b. Korleis tek du hensyn til elevane sine tidlegare erfaringar frå heiltal?

c. Kva misoppfatningar møter du ofte i arbeidet med brøk og korleis møter du desse?

2. Kva refleksjonar gjer du i forhold til val og bruk av oppgåver i undervisning av brøk?

Transkripsjonsmateriale utdelt til læraren:

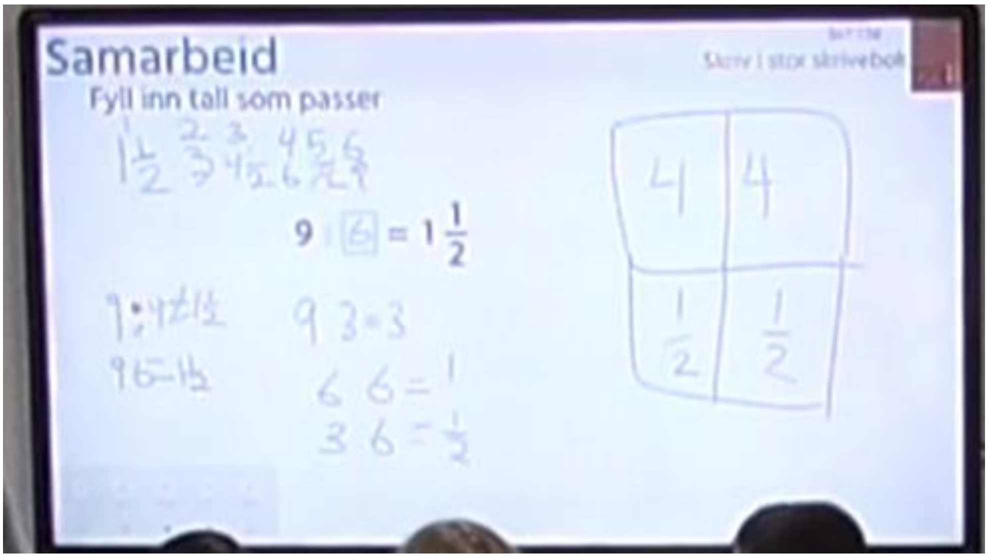
Situasjon 1:



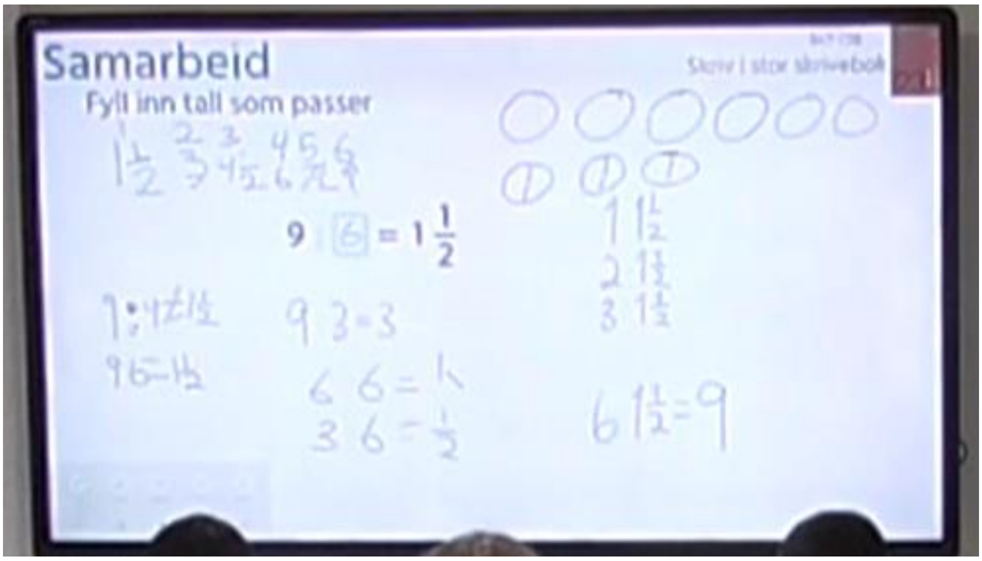
Transkripsjon:

Lærer: Håkon.
Håkon: Skal jeg fortelle hvordan man gjør det?
Lærer: Du kan fortelle hvordan du vil gjøre det.
Håkon: At du gange 4 med 2 også plusse du med 3. Da får du 11 og skal du skrive en brøk med 11 på toppen og 4 i nevner.
Lærer: Okei, har du en fordi?
Håkon: Hmm.
Lærer: Fordi?
(Håkon nikker)
Lærer: Skal vi se om vi finner et annet sted? (3s) Hvorfor skal jeg tro på deg?
Håkon: Fordi mammaen min sa det.
Lærer: Ja, også var det den der læreren din sa det også prøvde du og jeg å påstå 1 + 2 er 37. den nektet du å tro på. (2s). Så hvorfor kan jeg ikke bare si 3 gange 4 pluss 2 liksom? (2s) eller 2 ganger 3 pluss 4 eller 2 gange 4 pluss 3? (lærer skriver disse tankene på tavla)
Håkon: Hvorfor skal du det?
Lærer: Hmm, Tobias?
Tobias: Skal jeg bare si fordi?
Lærer: Du kan si fordi.
Tobias: Okei, siden en hel har 4 deler og siden du har 2 hele så har du 8 deler.
Leonel: Han sa ikke fordi.
Lærer: Om du sa fordi?
Tobias: Ja.

Situasjon 2: Etter elevane sine forklaringar



Situasjon 2: Etter læraren sitt svar



Transkripsjon:

```
Lærer: Viktor?
Viktor: Jeg kommer til å bevise at svaret er 6 og ikke 4 fordi uhm
at.
Lærer: Nå er jeg spent. Når det er noen som sier at de skal bevise
det, da.
Viktor: En og en halv, er den første i der. Så da er tre den andre.
Så tre er fire og en halv, mens fire er seks. Fem er sju og en
halv.
Lærer: Hva, de tallene?
Klassen: Hæ?
Lærer: Aaaah. Vent, vent, vent, følg med, ikke begynn å stjel
ordet.
Viktor: En, to, tre, fire, fem, seks.
Lærer: Hva betyr de tallene øverst?
```

Viktor: Det er sånn den første tallet som kommer eller når vi skal telle også er dette det andre, tredje, fjerde, femte, sjette. Og vi ser at den sjette er ni som da betyr at, ni delt på seks er en og en halv.
Lærer: Hvis jeg har rett så har Viktor skrevet en og en halv gangen. En ganger en og en halv. To ganger en og en halv. Tre ganger en og en halv. Fire ganger en og en halv. Fem ganger en og en halv. Seks ganger en og en halv. Også sier han da at seks ganger en og halv blir ni. Derfor må løsningen være seks.
Viktor: Ja.
Lærer: Okay. Teodor?
Teodor: Uhm det kan være det bare var en slurvefeil men uhm krokodille tegn…?
Lærer: Ja. Husj og fy. Mindre enn.
Lærer: Gustav? Nå må vi være raske fordi nå flyr tiden og jeg vet at dere ikke liker hvis jeg avslutter sånn som dette.
Gustav: Har på følelsen at Tobias og Leonel ikke kommer til å si imot.
Lærer: Ja vi får se om de har endret tankegang. Vilde?
Vilde: Hva er uhm. Hva er gangen med alt dette. Alt dette her, alt det her og alt det.
Lærer: Det var gangetabellen til en og halv gangen.
Vilde: Er det gangetabellen til en og halv gangen?
Lærer: Ja. Jeg sa det nettopp.
Vilde: Er en og halv en gange, ting?
Viktor: Ja, det kan.

Vedlegg 3: Transkripsjonsnøkkel

Informasjon om transkripsjon

Reidar Mosvold
Høsten 2023

Transkripsjonsnøkkel

Når vi transkriberer datamaterialet, så starter vi med å skrive ned ord for ord hva som blir sagt, og vi bruker i første omgang bare vanlige tegn (komma, punktum, spørsmålstegn osv.). Noen punkter vi må huske på:

- vi transkriberer alt til normert bokmål
- vi bruker kun fiktive navn på elever og lærere i transkripsjonene (se liste i Teams)

NB! Hvis en person har en ytring, så skjer det noe annet (for eksempel at en elev kommer opp og skriver noe), og så er det samme person som snakker igjen litt senere, så lager vi en ny ytring med kommentar i parentes imellom.

NB!! Vi tar også med pauser der vi tenker de har betydning eller relevans, og markerer dem etter eksemplene gitt nedenfor.

Hvis vi ikke klarer å finne ut hvem eleven som snakker er, så skriver vi "Elev 1", "Elev 2" eller lignende.

Andre ting vi har blitt enige om:

- Vi vurderer om det er relevant å ta med uttrykk som "Eh", "Mhm" osv.
- Vi vurderer om det er relevant å ta med bruk av tegn, og vi skriver da disse i parentes (for eksempel enigtegn)
- Vi refererer til skolen som «Toppen skole»
- Eventuelle navn på andre elever eller andre folk utenfor klassen blir tatt bort
- I transkripsjonene omtaler vi intervjuere som Intervjuer 1, Intervjuer 2 osv., men vi opplyser om hvem disse er i starten av dokumentet
- Vi transkriberer ikke presentasjonen av oss selv
- Vi transkriberer ikke pauseaktivitetene
- Vi transkriberer heller ikke samtaler læreren har med enkeltelever som ikke handler om det faglige/undervisningen

Transkripsjonsmal

Hvert transkripsjonsdokument skal starte med å oppgi en tittel som forklarer hva transkripsjonen handler om (f.eks. «Transkripsjon av undervisning i 5B» eller «Lærerintervju med …»), angivelse av dato og tidspunkt når opptaket ble gjort, og hvem som har transkribert (med navnet på den som har sjekket i parentes). Dette skal stå helt øverst i dokumentet på denne måten:

```
#+title: Transkripsjon av undervisning i 6B
#+date: Onsdag 27. september 2023, 2. time
#+author: Reidar Mosvold (sjekket av Eva-Maria Reich)
```

Etter denne toppteksten legger vi inn et ekstra linjeskift, og så følger selve transkripsjonen fortløpende med ett linjeskift mellom hver ytring. Pass på at hver ytring starter med et (fiktivt) navn, etterfulgt av kolon (ikke semikolon!) og mellomrom, slik som dette:

```
Siri: Men, dersom dere skal trekke frem noe dere ikke liker. Hva vil
dere si det er?
Vetle: Når det er sånn veldig spesifikke formler og sånt og du føler
```

```
at du bare setter bokstaver og tall inn for null grunn.
Sofie: Mhm, at det blir veldig sånn ensidig for hvert spørsmål det
kommer og så er det sånn må en finne på nytt hele tiden, det er ikke
sånn du bare kan fortsette på.
```

Hele starten av dokumentet vil da se ut slik som dette:

```
#+title: Transkripsjon av elevintervju i 5B
#+date: Onsdag 28. september 2022, 2. time
#+author: Reidar Mosvold (sjekket av Eva-Maria Reich)

Siri: Men, dersom dere skal trekke frem noe dere ikke liker. Hva vil
dere si det er?
Vetle: Når det er sånn veldig spesifikke formler og sånt og du føler
at du bare setter bokstaver og tall inn for null grunn.
Sofie: Mhm, at det blir veldig sånn ensidig for hvert spørsmål det
kommer og så er det sånn må en finne på nytt hele tiden, det er ikke
sånn du bare kan fortsette på.
```

Transkripsjonsdokumentet lagres i vanlig Word-format etter følgende form:

Transkripsjon-2023-09-18-Time-1-6B.docx

Transkripsjon-2023-09-27-Elevintervju-1-6A.docx

Hvis alle angir filnavn på denne måten, så blir det mye enklere å sortere og få oversikt! Transkripsjonene lagres i denne mappa i Teams.

Vedlegg 4: Informasjonsskriv lærer

Vil du delta i forskningsprosjektet

«Studere matematikkundervisning»?

Dette er et spørsmål til om deltakelse i et forskningsprosjekt hvor formålet er å bedre forstå hva som kan være involvert i det krevende arbeidet med å lede matematikkundervisning i grunnskolen. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

Formål

Matematikkundervisning er et krevende og komplekst arbeid hvor lærerne blir stilt overfor en rekke utfordringer og arbeidsoppgaver. De må blant annet balansere oppmerksomheten mot det faglige innholdet, elevenes kunnskap, motivasjon og interesse, og ulike typer påvirkning fra samfunn og miljø. Denne studien søker å studere det komplekse undervisningsarbeidet i matematikk ved å observere ulike klasserom og få høre hvordan elever og lærere opplever matematikkundervisningen.

Prosjektet vil ledes av forskere ved Universitetet i Stavanger, og masterstudenter vil bidra i datainnsamlingen. Noen av masterstudentene vil kunne velge å bruke datamaterialet videre i sine masteroppgaver.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

Universitetet i Stavanger er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?

Du får spørsmål om å delta fordi du underviser i matematikk ved en av grunnskolene i distriktet.

Hva innebærer det for deg å delta?

Prosjektet som helhet har en varighet på fem år, og vi vil i løpet av disse årene besøke ulike skoler i distriktet. For din del innebærer deltakelse i prosjektet først og fremst at vi vil observere (samt gjøre lyd- og video-opptak) fra dine matematikktimer over en periode på ca. to uker. Vi vil også gjennomføre 1–2 intervjuer med deg (hvert intervju vil ha en varighet på maksimalt en time). I tillegg vil vi invitere noen elever fra klassen din til å være med på et gruppeintervju (ca. 15–20 minutter) sammen med 1–2 andre elever fra klassen. I tillegg ønsker vi å samle inn en anonym spørreundersøkelse fra alle elevene i klassen(e). Vi håper at du kan være behjelpelig med å velge ut elever til gruppeintervju, samt å distribuere (informasjon om) spørreundersøkelsen.

Vi vil sende ut informasjonsskriv med samtykkeskjema til foreldrene i forkant, og foreldre kan også få se spørreskjema og intervjuguide (for de som har barn som har sagt seg villige til å delta i intervju) på forhånd. Dette kan ordnes ved å ta kontakt med prosjektleder: Reidar Mosvold.

Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle dine personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger

Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.

- Lyd- og videoopptak vil kun være tilgjengelig for deltakerne i prosjektet så lenge prosjektet varer.
- Opptakene vil lagres sikkert på krypterte lagringsløsninger, og opptakene vil transkriberes og anonymiseres. Alle navn vil erstattes med fiktive navn, og vi vil sørge for at kontaktopplysninger lagres sikkert adskilt fra øvrige data.

I publikasjoner fra prosjektet vil alle opplysninger anonymiseres, og vi vil sørge for at det ikke blir gitt opplysninger som gjør at deltakerne kan gjenkjennes.

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?

Opplysningene anonymiseres når prosjektet avsluttes/oppgaven er godkjent, noe som etter planen er *31. juli 2027.* Da vil alle lydopptak slettes, og vi vil kunne oppbevare anonymiserte transkripsjoner fra intervjuene og anonyme spørreskjema.

Dine rettigheter

Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om deg, og å få utlevert en kopi av opplysningene,
- å få rettet personopplysninger om deg,
- å få slettet personopplysninger om deg, og
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?

Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra *Universitetet i Stavanger* har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvor kan jeg finne ut mer?

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- Universitetet i Stavanger ved Reidar Mosvold (tlf.: 98 62 38 66, e-post: reidar.mosvold@uis.no).
- Vårt personvernombud: Rolf Jegervatn (e-post: personvernombud@uis.no)

Hvis du har spørsmål knyttet til NSD sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:

- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS på e-post (personverntjenester@nsd.no) eller på telefon: 55 58 21 17.

Med vennlig hilsen

Reidar Mosvold

(Forsker)

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet *Det komplekse undervisningsarbeidet i matematikk*, og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

- ☐ å delta i *intervju*
- ☐ å bli observert (ved hjelp av video- og lydopptak) i noen matematikktimer over en periode på ca. to uker

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet

----

(Signert av prosjektdeltaker, dato)

Vedlegg 5: Informasjonsskriv foreldre

Vil du delta i forskningsprosjektet

«Studere matematikkundervisning»?

Dette er et spørsmål til om deltakelse i et forskningsprosjekt hvor formålet er å bedre forstå hva som kan være involvert i det krevende arbeidet med å lede matematikkundervisning i grunnskolen. Du får dette informasjonsskrivet på vegne av ditt barn. I dette skrivet gir vi informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for ditt barn.

Formål

Matematikkundervisning er et krevende og komplekst arbeid hvor lærerne blir stilt overfor en rekke utfordringer og arbeidsoppgaver. De må blant annet balansere oppmerksomheten mot det faglige innholdet, elevenes kunnskap, motivasjon og interesse, og ulike typer påvirkning fra samfunn og miljø. Denne studien søker å studere det komplekse undervisningsarbeidet i matematikk ved å observere ulike klasserom og få høre hvordan elever og lærere opplever matematikkundervisningen.

Prosjektet vil ledes av forskere ved Universitetet i Stavanger, og masterstudenter vil bidra i datainnsamlingen. Noen av masterstudentene vil kunne velge å bruke datamaterialet videre i sine masteroppgaver.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

Universitetet i Stavanger er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?

Du får denne henvendelsen om å delta fordi du er forelder/foresatt til en elev ved en av skolene som er invitert til å delta i prosjektet.

Hva innebærer det å delta?

Prosjektet som helhet har en varighet på fem år, og vi vil i løpet av disse årene besøke ulike skoler i distriktet. For ditt barn innebærer deltakelse i prosjektet først og fremst at vi vil observere (samt gjøre lyd- og video-opptak) fra vanlige matematikktimer over en periode på ca. to uker. Dersom du ikke ønsker at ditt barn skal bli filmet, kan du skrive dette i samtykkeskrivet. Vi vil da sørge for at kamera plasseres slik at ditt barn ikke kommer med i video-opptaket. Opptakene vil kun danne utgangspunkt for en skriftliggjøring (transkripsjon) av det som skjer og blir sagt i undervisningen, og det er de anonymiserte transkripsjonene som vil bli analysert og eventuelt gjengitt.

I tillegg til klasseromsobservasjoner vil vi invitere noen elever til å være med på et gruppeintervju (ca. 15–20 minutter) sammen med 1–2 andre elever fra klassen. I tillegg ønsker vi å samle inn en anonym spørreundersøkelse fra alle elevene i klassen(e).

Foreldre/foresatte kan få se spørreskjema og intervjuguide (for de som har barn som har sagt seg villige til å delta i intervju) på forhånd. Dette kan ordnes ved å ta kontakt med prosjektleder: Reidar Mosvold.

I elevintervjuet vil elevene bli bedt om å svare på/diskutere noen utvalgte matematikkoppgaver. Når vi senere intervjuer lærerne, vil vi be lærerne om å forklare hvordan de tolker slike typer svar (elevsvarene vil da anonymiseres).

Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis ditt barn velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle personopplysninger om ditt barn vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg eller ditt barn hvis de ikke vil delta eller senere velger å trekke seg. Hvis du ønsker at ditt barn ikke skal bli filmet, vil vi plassere kamera slik at dette barnet ikke blir filmet, men det vil da bli tatt lydopptak. Dersom det blir for mange elever i klassen som ikke ønsker å delta, vil vi finne en annen klasse å observere.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger

Vi vil bare bruke opplysningene om ditt barn til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.

- Lyd- og videoopptak vil kun være tilgjengelig for deltakerne i prosjektet så lenge prosjektet varer.
- Opptakene vil lagres sikkert på krypterte lagringsløsninger, og opptakene vil transkriberes og anonymiseres. Alle navn vil erstattes med fiktive navn, og vi vil sørge for at kontaktopplysninger lagres sikkert adskilt fra øvrige data.

I publikasjoner fra prosjektet vil alle opplysninger anonymiseres, og vi vil sørge for at det ikke blir gitt opplysninger som gjør at deltakerne kan gjenkjennes.

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?

Opplysningene anonymiseres når prosjektet avsluttes/oppgaven er godkjent, noe som etter planen er *31. juli 2027.* Da vil alle lyd- og videoopptak slettes, og vi vil kunne oppbevare anonymiserte transkripsjoner og anonyme svar på spørreskjema.

Dine rettigheter

Så lenge ditt barn kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om ditt barn, og å få utlevert en kopi av opplysningene,
- å få rettet personopplysninger om ditt barn,
- å få slettet personopplysninger om ditt barn, og
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av ditt barns personopplysninger.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om ditt barn?

Vi behandler opplysninger om ditt barn basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra *Universitetet i Stavanger* har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvor kan jeg finne ut mer?

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- Universitetet i Stavanger ved Reidar Mosvold (tlf.: 98 62 38 66, e-post: reidar.mosvold@uis.no).
- Vårt personvernombud: Rolf Jegervatn (e-post: personvernombud@uis.no)

Hvis du har spørsmål knyttet til NSD sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:

- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS på e-post (personverntjenester@nsd.no) eller på telefon: 55 58 21 17.

Med vennlig hilsen

Reidar Mosvold

(Forsker)

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet *Studere matematikkundervisning*, og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

- ☐ at mitt barn blir observert (ved hjelp av lyd- og video-opptak) i noen ordinære matematikktimer
- ☐ at det blir tatt lydopptak av stemmen til mitt barn, men jeg ønsker ikke at barnet blir filmet
- ☐ at mitt barn kan delta i *gruppeintervju*

Jeg samtykker til at opplysninger om mitt barn behandles frem til prosjektet er avsluttet.

Hvis du ikke samtykker, krysser du av nedenfor:

- ☐ Jeg samtykker *ikke* til at mitt barn skal delta i prosjektet

----

(Signert av foreldre/foresatte på vegne av elev, dato)

Vedlegg 6: Meldeskjema for behandling av personopplysninger

Vurdering

Dato
25.08.2022

Type
Standard

Referansenummer
632953

Prosjekttittel
Studere matematikkundervisning

Behandlingsansvarlig institusjon
Universitetet i Stavanger / Fakultet for utdanningsvitenskap og humaniora / Institutt for grunnskolelærerutdanning, idrett og spesialpedagogikk

Prosjektansvarlig
Reidar Mosvold

Prosjektperiode
01.08.2022 - 31.07.2027

Meldeskjema

Kommentar
OM VURDERINGEN
Personverntjenester har en avtale med institusjonen du forsker ved. Denne avtalen innebærer at vi skal gi deg råd slik at behandlingen av personopplysninger i prosjektet ditt er lovlig etter personvernregelverket.

Personverntjenester har nå vurdert den planlagte behandlingen av personopplysninger. Vår vurdering er at behandlingen er lovlig, hvis den gjennomføres slik den er beskrevet i meldeskjemaet med dialog og vedlegg.

VIKTIG INFORMASJON TIL DEG
Du må lagre, sende og sikre dataene i tråd med retningslinjene til din institusjon. Dette betyr at du må bruke leverandører for spørreskjema, skylagring, videosamtale o.l. som institusjonen din har avtale med. Vi gir generelle råd rundt dette, men det er institusjonens egne retningslinjer for informasjonssikkerhet som gjelder.

TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET
Prosjektet vil behandle alminnelige kategorier av personopplysninger frem til 31.07.2027.

LOVLIG GRUNNLAG
Prosjektet vil innhente samtykke fra de registrerte til behandlingen av personopplysninger. For elevene vil det innhentes samtykke fra deres foresatte. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 nr. 11 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse, som kan dokumenteres, og som den registrerte kan trekke tilbake.

Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være foresattes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

PERSONVERNPRINSIPPER
Personverntjenester vurderer at den planlagte behandlingen av personopplysninger vil følge prinsippene i personvernforordningen om:
lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at foresatte får tilfredsstillende informasjon om og samtykker til behandlingen
formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger samles inn for spesifikke, uttrykkelig angitte og berettigede formål, og ikke viderebehandles til nye uforenlige formål
dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante og nødvendige for formålet med prosjektet
lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for å oppfylle formålet

DE REGISTRERTES RETTIGHETER
Personverntjenester vurderer at informasjonen om behandlingen som de registrerte og deres foresatte vil motta oppfyller lovens krav til form og innhold, jf. art. 12.1 og art. 13.
Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18) og dataportabilitet (art. 20).
Vi minner om at hvis en registrert/foresatt tar kontakt om sine/barnets rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare

innen en måned.

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER
Personverntjenester legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32).

Ved bruk av databehandler (spørreskjemaleverandør, skylagring, videosamtale o.l.) må behandlingen oppfylle kravene til bruk av databehandler, jf. art 28 og 29. Bruk leverandører som din institusjon har avtale med.

For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må dere følge interne retningslinjer og eventuelt rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

MELD VESENTLIGE ENDRINGER
Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til oss ved å oppdatere meldeskjemaet. Før du melder inn en endring, oppfordrer vi deg til å lese om hvilke type endringer det er nødvendig å melde:
https://www.nsd.no/personverntjenester/fylle-ut-meldeskjema-for-personopplysninger/melde-endringer-i-meldeskjema. Du må vente på svar fra oss før endringen gjennomføres.
Du må vente på svar fra oss før endringen gjennomføres.

OPPFØLGING AV PROSJEKTET
Vi vil følge opp underveis (hvert annet år) og ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet/pågår i tråd med den behandlingen som er dokumentert.

Kontaktperson hos oss: Hildur Thorarensen

Lykke til med prosjektet!